钣金展开入门及提高

王景良 编著

冶 金 工 业 出 版 社

钣金展开入门及提高

王景良　编著

北　京
冶 金 工 业 出 版 社
2004

内容提要

本书理论与应用并举，弥补了以往同类书只重应用而轻理论的缺陷，克服了钣金展开人员在离开实例参考后很难工作，工作后又无法从理论上验证是否正确等弊端，且对钣金展开人员开扩思路、灵活应用展开技法等均有一定的参考价值。

本书主要包括原理及应用两部分，共分5章：投影原理、平面立体制件的展开、旋转体的展开、相贯体的展开及三角形法展开等。

本书可作为一般钣金展开人员从理论到应用的入门书，也可作为中、高级钣金展开人员开扩思路、提高技能的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

钣金展开入门及提高/王景良编著.—北京：冶金工业出版社，2002.4（2004.7重印）

ISBN 7-5024-2970-0

Ⅰ.钣…　Ⅱ.王…　Ⅲ.钣加工-基本知识

Ⅳ.TG936

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第007687号

出版人　曹胜利（北京沙滩嵩祝院北巷39号，邮编100009）

责任编辑　张登科　谭学余　美术编辑　王耀忠

责任校对　杨　力　　　　责任印制　牛晓波

北京兴华印刷厂印刷；冶金工业出版社发行；各地新华书店经销

2002年4月第1版，2004年7月第2次印刷

850mm×1168mm 1/32；　4印张；　104千字；　120页

10.00元

冶金工业出版社发行部　电话：(010)64044283　传真：(010)64017893

冶金书店　地址：北京东四西大街46号(100711)　电话：(010)65289081

（本社图书如有印装质量问题，本社发行部负责退换）

前　　言

目前出版的有关钣金展开方面的各类书籍，其内容大部分偏重于展开方法。在实际操作过程中，人们常常根据需要与书本上的实例“对号入座”或找接近的实例参考对照，这样做的结果，一是对照过程延长了工作时间；二是有很大一部分人离开书本以后，感到困难或无法进行工作，对自己的做法很不放心，无法验证是否正确；三是培养了很多人的依靠思想，对发展思维，开扩思路，灵活应用均有影响。这样就要求提出一个比较理想的、人们容易接受的和比较有条理的办法来解决上述问题，为此本人编写了本书，期望能达到此目的。

根据多年的实践和学习心得，钣金展开不仅要注重在方法上去学习，而更重要的应该在展开的原理上去学习，并且要学通，只有掌握了原理和方法，才能适应要求不一、形状各异的各种制件的展开，才能应用自如，也才能离开书本，提高展开技法的水平。

钣金展开技法包含画法几何、机械制图、投影几何学以及数学等学科的知识。就展开本身来讲，就是把简单几何体所构成的制件的实际形状和大小求出来，即求出所谓的实长和实形，然后把它们顺序连接起来，得到所需展开图。

本书从一个新的角度对钣金展开原理和应用进行了阐述，主要内容包括：投影原理、平面立体制件展开、旋转体展开、相贯体的展开及三角形法展开等5章。由于编者水平所限，书中不妥之处，恳请读者批评指正。

作　者

2002年3月

目　　录

1　投影原理

1.1　投影的基本原理

物体在光线的照射下，会在墙壁或屏幕上出现影子，这个影子就叫做物体的投影，墙壁或屏幕叫做投影面，光线叫做投影线。当投影方向（即光线的照射方向或人的视线）垂直于投影面时，物体的投影叫做正投影（图 1-1）。还有其他投影方法如中心投影（如用照相机照相）、斜投影等，都不能准确的反映物体的形状与大小，而正投影能够准确地反映物体的形状和大小，所以机械制造图样就是根据正投影原理绘制出来的。

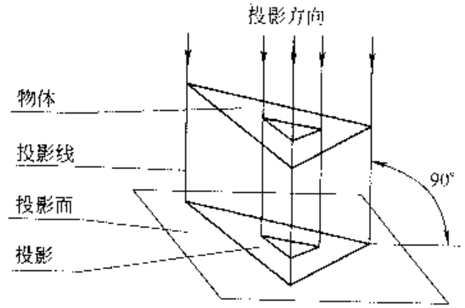


图 1-1

1.2　正投影的基本特性

现以 V 形块为例来分析正投影的基本特性。

正投影的投影线是相互平行且垂直于投影面的，把 V 形块从正面看去（箭头方向），也就是说投影面垂直放置，在投影面上只能看到 V 形块阴影面（前面）部分（图 1-2*a*）。如果从上面向下看，也

就是投影面水平放置，则看到的是另一个阴影面（顶面）部分（图1-2*b*），这与物体到投影面的距离远近毫无关系，所以正投影的特点是：

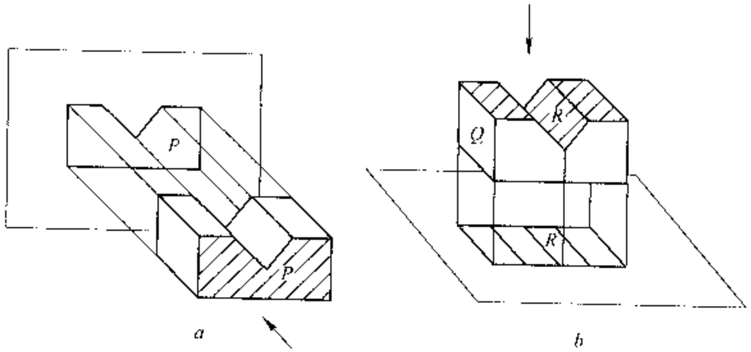


图 1-2

（1）物体（投影物）的位置规定在观察者（光源）对应的投影面之间，也就是始终保持：人-物体-投影面这个相对位置关系。

（2）投影线相平行且垂直于投影面。

（3）人与物体以及物体与投影面之间的距离，不影响物体的投影。

从上面所讲还可以看出，物体的投影在投影面上有时是物体的实形（P 面），如 V 形块正面投影，有时是物体的某一面重合成一条线（Q 面），如 V 形块的两侧面，有时是改变了物体实际形状和大小的面，如 V 形块的 V 形槽面的投影（R 面），这种变化就是正投影的基本特性即真形性、重影性、变形性，为了进一步说明正投影的基本特性，现以斜切立方块为例进行分析，如图 1-3 所示。

1.2.1 真形性

零件上与投影面平行的平面的投影反映真形，叫真形性，如图1-3*a* 斜切立方块的 1-2-3-4-5 面平行于投影面，所以反映是真形，即 $H=h$，$L=l$，$H\times L=h\times l$，而构成平面与平面相交的棱边

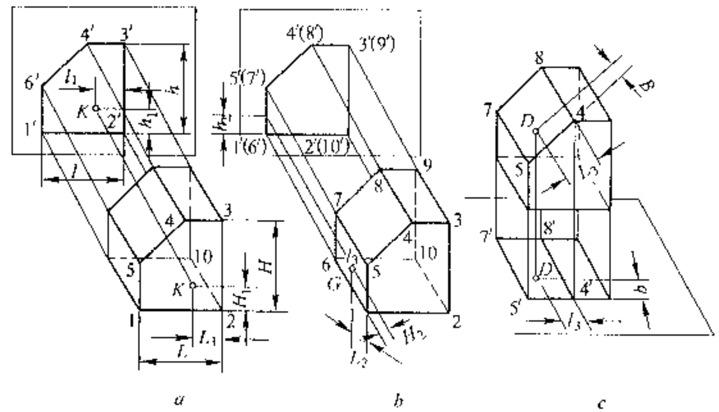


图 1-3

（是直线），$1\text{-}2=1'\text{-}2'$，$2\text{-}3=2'\text{-}3'$，$3\text{-}4=3'\text{-}4'$，$4\text{-}5=4'\text{-}5'$，$5\text{-}1=5'\text{-}1'$，也是实长，理由是这些线都是平行于投影面的。如果在平面上任取一点 K，它距底面为 H_1，距侧面为 L_1，则在投影图上出现的 K 点也有距底面为 h_1，侧面为 l_1 的距离且 $H_1=h_1$、$L_1=l_1$ 反映的也是 K 点的真实位置。

1.2.2 重影性

零件上与投影面垂直的平面，投影成一直线，叫重影性，如图 1-3*b* 斜切立方块的 1-5-7-6、4-5-7-8、3-4-8-9、2-3-9-10、1-2-10-6 诸平面垂直于投影面，其投影是一直线，如侧面 1-5-7-6、2-3-9-10 面垂直于投影面则成了 1′-5′或 2′-3′的直线（如果单就构成平面的 1-5，2-3 两棱边来讲，它是平行于投影面的所以是实长），而面上的 1-6、2-10、3-9、4-8、5-7 棱边（直线）则成了一个 1′、2′、3′、4′、5′各点，所以只反映了斜切立方块的长 L 和高 H，而不知道斜切立方块的厚薄。如果在侧平面上取一 G 点，它距底面的距离为 H_2，距前面是 L_2，则在投影图上反映了 h_2 实长（$H_2=h_2$），L_2 距前面（或后面）的距离则不能反映，所以 G 的位置无法确定。

1.2.3 变形性

零件上倾斜于投影面的平面，投影变成了变了形的多边形，叫变形性，如图 1-3c 斜切立方块的倾斜面上部 4-5-7-8，倾斜于投影面则成了 $4'$-$5'$-$7'$-$8'$的变了形的多边形，而平面上 4-8 和 5-7 棱边（直线）被缩短了（4-8、5-7 棱边平行于投影面反映的是实长），如果在斜平面上取一点 D 它距顶面的距离为 L_3，距前面的距离为 B，则在投影图上只反映了 b 是实长（$B=b$），L_3 则是被变短了的 l_3，所以此位置不能准确反映 4-5-7-8 面的实形。

任何物体都是由长、宽、高三个方向的尺寸所决定的，零件的一个投影（画出来叫视图）只能反映零件一个方向的形状及大小（但不一定是实形和实际尺寸），所以要全面准确地反映一个零件的形状及大小往往需要用一组或更多投影图来表示，这就要引出所谓三视图的概念。

1.3 三视图概念

所谓三视图就是把零件放在三个相互垂直的投影面中，如图 1-4，然后从零件的前面（正面），上方（顶面），左方（侧面）三个方向分别向投影面作零件的投影，得到的三个投影图叫三视图。在三个投影面中，正对着我们的投影面，称为正投影面，简称正面，视图称正视图（也称主视图）；水平放置的投影面，称为水平投影图，简称水平面，视图称水平视图（也称俯视图）；右侧直立的投影面，称为侧投影面，简称侧面，视图称侧面视图（也称左视图，因为右视图使用不频繁，一般把左视图也称侧视图）。把三视图的概念延伸一下，一个物体在一般情况下可以作六面视图，即从物体的前、后、左、右、上、下六个方向作投影，得六个视图，特殊情况可能需要更多视图。

三视图是把三个相互垂直的投影面平摊在同一个平面上，如图 1-5 所示，在视图中不需要注明是什么投影面或什么视图，一般情况下正视图在上方，水平视图在下方，侧视图在正视图的右方。

三视图也有主次之分，一般讲主视图要能很直观又很典型地

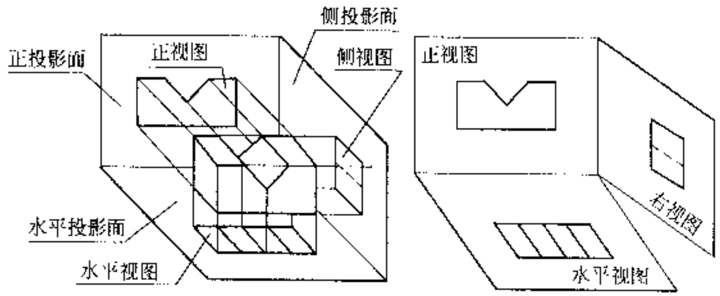


图 1-4

反映物体的特点，所以十分重要，其他视图起补充完善作用，但不论视图多少，以满足需要为目的。在机械制造图样中三个视图是在一个平面上，所以把三投影面平摊在平面上并取掉投影面的边框即是零件的三视图（有时根据需要，要画更多的视图）。

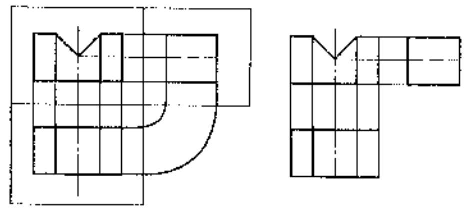


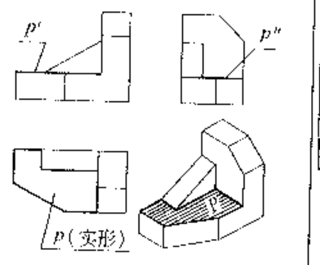
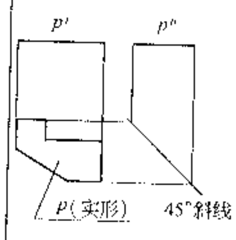
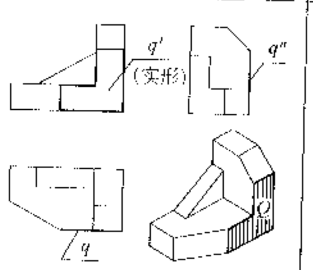
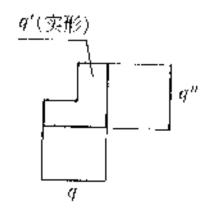
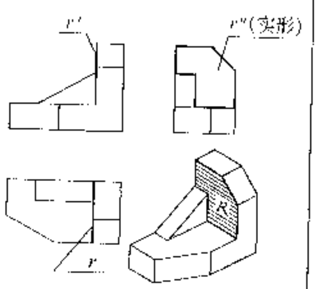
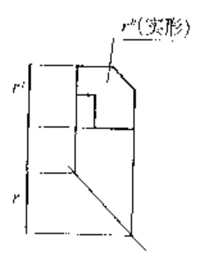
图 1-5

三个视图之间的关系可从图中看出：主视图只反映长、高两个方向的尺寸，水平视图反映长、宽两个方向的尺寸，左侧视图只反映高、宽两个方向的尺寸，这就说明一个零件用一个视图是往往不能反映出其形状及大小的，同时根据上述关系可以找出三视图之间的规律（或叫内在联系）是：主视图水平视图中长度相互对正，简单讲叫长对正；主视图左侧视图中高度相互平齐，简单讲叫高平齐；水平视图左侧视图中宽度相等，简单讲叫宽相等。

为了更好地理解投影的概念，特择录了西安交通大学机械制

图教研室编写的机械制图教材中有关平面和直线的投影规律及其分析方法，列入表 1-1、表 1-2、表 1-3 和表 1-4 中，以供参考。

表 1-1　投影面平行面的投影特点

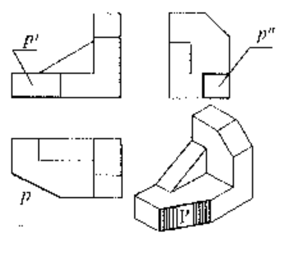
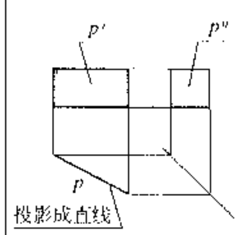
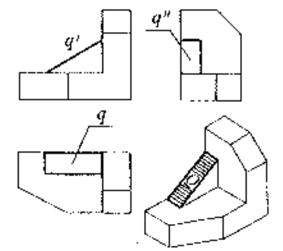
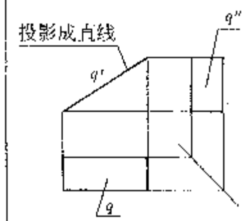
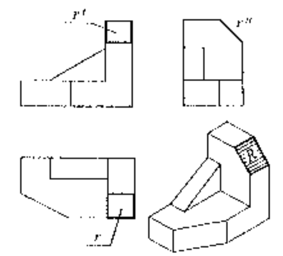
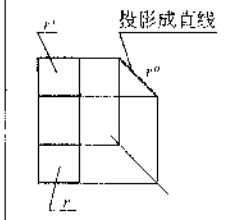
名称	视图分析	投影图	投影特点	
水平面			(1) 水平投影反映实形 (2) 正面投影和侧面投影都是水平线段，均具有重影性	(1) 在所平行的投影面上的投影反映实形 (2) 另外两个投影分别为水平线段或铅垂线段，均具有重影性
正平面			(1) 正面投影反映实形 (2) 水平投影和侧面投影分别为水平线段和铅垂线段，均具有重影性	
侧平面			(1) 侧面投影反映实形 (2) 正面投影和水平投影都是铅垂线段，均具有重影性	

由于棱面 Q 垂直于水平面 H，且倾斜于正面 V 和侧面 W，所以铅垂面的投影特点是：

(1) 水平投影 q 成一倾斜线段，具有重影性；

(2) 正面投影 q' 和侧面投影 q''，都是类似的平面形，但小于实形。

表 1-2　投影面垂直面的投影特点

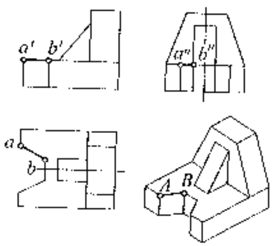
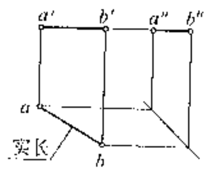
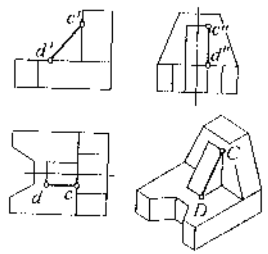
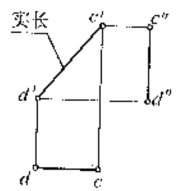
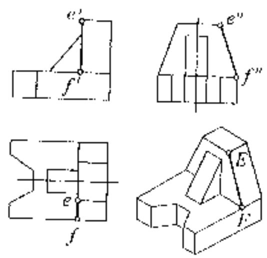
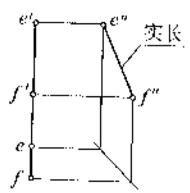
名称	视图分析	投影图	投影特点	
铅垂面			(1) 水平投影成一倾斜线段，具有重影性 (2) 正面投影和侧面投影都是小于实形的类似形	(1) 在所垂直的投影面上的投影成一倾斜线段，均具有重影性 (2) 另外两个投影都是小于实形的类似形
正垂面			(1) 正面投影成一倾斜线段，具有重影性 (2) 水平投影和侧面投影都是小于实形的类似形	
侧垂面			(1) 侧面投影成一倾斜线段，具有重影性 (2) 正面投影和水平投影都是小于实形的类似形	

通过以上分析，我们可以归纳投影面垂直面的投影特点是：

(1) 在所垂直的投影面上的投影成一倾斜线段，具有重影性；

(2) 另外两个投影是小于实形的类似形。

表 1-3 投影面平行线的投影特点

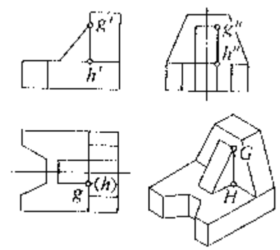
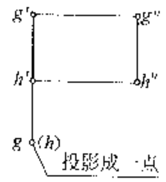
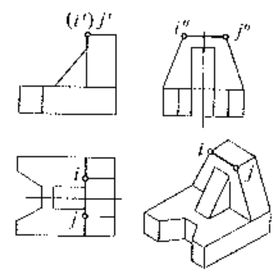
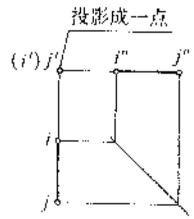
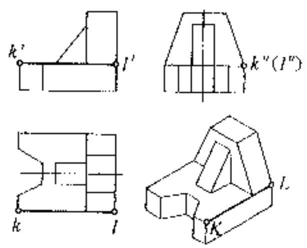
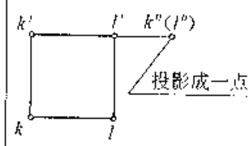
名称	视图分析	投影图	投影特性	
水平线			(1) 水平投影为一倾斜线段，且反映实长 (2) 正面投影和侧面投影都是水平线段，但都小于实长	(1) 在所平行的投影面上的投影为一倾斜线段，且反映实长 (2) 另外两个投影分别为水平线段或铅垂线段，但都小于实长
正平线			(1) 正面投影为一倾斜线段，且反映实长 (2) 水平投影和侧面投影分别为水平线段和铅垂线段，但都小于实长	
侧平线			(1) 侧面投影为一倾斜线段，且反映实长 (2) 正面投影和水平投影都是铅垂线段，但都小于实长	

通过以上分析，我们可以归纳投影面平行线的投影特点是：

(1) 在所平行的投影面上的投影为一倾斜线段，且反映实长；

(2) 另外两个投影分别为水平线段或铅垂线段，但都小于实长。

表 1-4 投影面垂直线的投影特点

名称	视图分析	投影图	投影特点	
铅垂线			(1) 水平投影成为一个点 (2) 正面投影和侧面投影都是铅垂线段，且都反映实长	(1) 在所垂直的投影面上的投影成为一个点 (2) 另外两个投影分别为水平线段或铅垂线段，且都反映实长
正垂线			(1) 正面投影成为一个点 (2) 水平投影和侧面投影分别为一铅垂线段和水平线段且都反映实长	
侧垂线			(1) 侧面投影成为一个点 (2) 正面投影和水平投影都是水平线段且都反映实长	

以上讲的是投影的一些基本概念，下面利用这些概念进一步分析由平面构成的制件投影及制件展开的原理及方法。

2 平面立体制件的展开

2.1 棱柱的展开

很多制件它们的外表面是由一些多边形的平面所组成(即制件是由这些多边形表面围成的封闭立体),例如棱柱、棱锥等,又称几何体或多面体,这些制件表面的展开实际上就是把这些多边形平面的实形画出来(或者求出来),并依次按顺序相连接地画在平面上。一般作图的步骤是先作视图并进行分析,其次是求实形,最后作展开图。

在一个多面体中,如果有两个面互相平行,而其余每相邻的两个面的交线互相平行,这样的多面体称为棱柱(图 2-1)。侧棱与底面垂直的棱柱称为直棱柱,侧棱与底面斜交的棱柱称为斜棱柱。相邻的两个面的交线称为多面体的棱,棱柱中互相平行的两个面称为棱柱的底面,其余各面称为棱柱的侧面,侧面与侧面的公共棱称为侧棱,棱柱的两个底面之间的距离称为棱柱的高。由于夹在两个平行平面(底面)之间的平行线段的长度相等,因此可知棱柱的侧棱都是相等的,又因侧棱都是平行的,所以棱柱的侧面都是矩形或平行四边形。

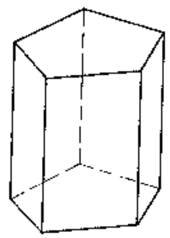


图 2-1

棱柱有下面一些性质:

(1) 棱柱的侧棱相等并且平行。

(2) 棱柱的侧面都是平行四边形。

(3) 棱柱的两底面是全等的多边形。

用一个平面将棱柱截断为两块,这个平面叫做截平面,被切断以后的断面叫截面或断面,任何一个截面都是一个平面多边形,它的边缘就是该立体的表面与截平面的相交线(图 2-2),这个相交

线即是截交线,截交线上的所有点一定是截平面与棱柱表面的共有点,多边形的各角顶就是该多面体的各棱线或底边与截平面的交点,多边形的各边就是该多面体的各侧面或底面与截平面的交线。

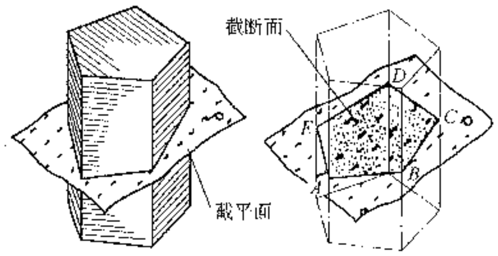
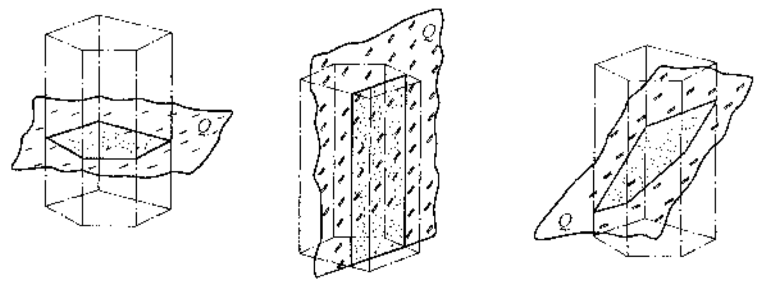


图 2-2

截面的形状取决于截平面所切的位置,如图 2-3 所示,正五棱柱被平行于底面的截平面截断,其截面形状和底面相等如图 2-3a 所示;如被垂直于底面的截平面截断其截面是一长方形,如图 2-3b 所示;如被一倾斜的截平面截断,其截面形状与底面不同(一般情况下其边数相等,但也有例外),如图 2-3c 所示。



a　　b　　c

图 2-3

2.2 四棱柱的展开

图 2-4 是四棱柱三视图，分析这一组投影图，可知此四棱柱是横截面为 $A\times B$ 的长方形（水平视图）、高为 H（主视图）、分别由两块 $A\times H$ 和两块 $B\times H$ 的平面所围成的矩形筒，所有平面均平行于投影面，所以它们的形状及大小是真实的，因此展开时只要把四个矩形顺序连接起来，即可得到所需矩形筒展开图（图 2-5）。

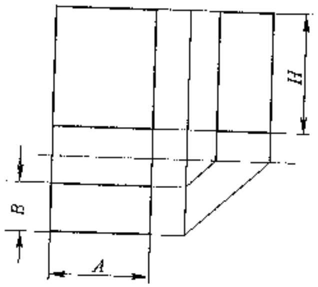


图 2-4

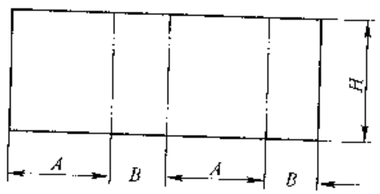


图 2-5

如果在棱柱的前面划一条线 m-n（图 2-6），那在主视图所反映的是实长 m-n，因为前面的平面是平形于投影面的，所以平面上的线也一定是平行于投影面的，因此是实长（真形性），它在平面上的位置则由 H_1A_1、H_2A_2 所确定，而 m-n 线对于水平投影面和侧投影面来讲则是倾斜的，所以反映在其他两个视图上则是变短了的一段线（变形性）m_1-n_1、m_2-n_2，而且其中任何一个视图都不能确定其平面上的位置，根据这些特性可以很容易在展开图上画出 m-n 线，如图 2-7 所示。同样的道理，如果在侧视图上的有一点 Q，则 H_3、A_3 即可确定它在侧平面上位置，在其他两个视图中，任何一个视图都不能单独来确定点的位置。

现在把 m-n 线和点 q 反映在展开图上则得图 2-7。

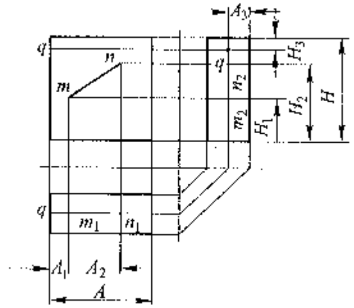


图 2-6

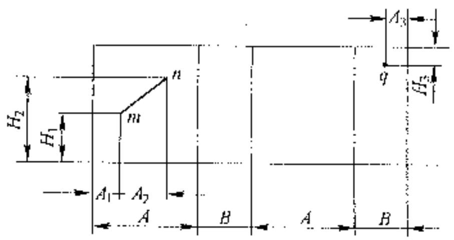


图 2-7

上面讲的线和点的概念十分重要，要确定棱柱某一平面上的一条线或一点主要是确定线的两个端点或点的坐标尺寸就很容易在展开图上画出这条一线或一点来，以后将经常用到，这个问题还可以从下面的例子中进一步得到认识。

为了进一步说明上面的问题，现在我们把棱柱转一位置（图 2-8）进行分析。棱柱的位置转一位置后，构成棱柱的四个矩形平

面，对于正投影面和侧投影面来讲都是倾斜的，所以它们的投影图上所反映的矩形必然是变了形的矩形，因而它们的形状及大小反映的不是真实的形状及大小，然而对棱线来讲则它们是平行于投影面的，所以反映的是实长即 H。转了位置的棱柱对水平面投影来讲，它保持的是一垂直位置，其端面(或横截面)是平行于投影面的，所以其框边所反映的当然是长度，即矩形的长(A)、宽(B)是实长，现在从两个视图上分别知道围成棱柱四个矩形的高度 H 和长度 A、宽度 B，因此可以画出四个矩形并把它们依次连接起来就画出了棱柱的展开图 2-9。至于前面上的 m-n 线从视图上看它对三个投影面都是倾斜的，所以 m-n、m_1-n_1、m_2-n_2 都不是实长，而是变了形的长度，就线的两个端点 m、n 来讲，其在水平投影面上距棱线

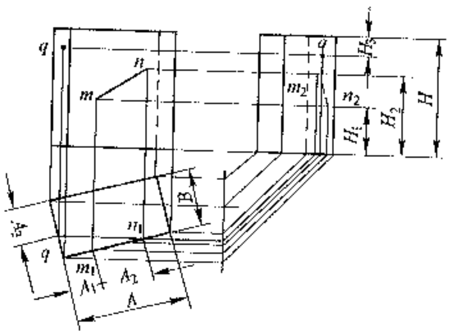


图 2-8

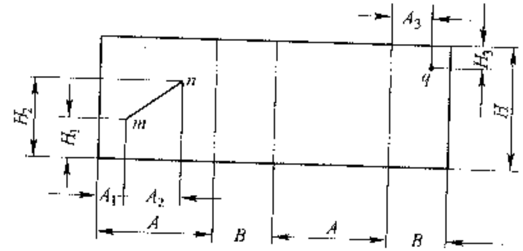


图 2-9

的距离为 $m=A_1$、$n=A_1+A_2$，点距底平面的高度可以从主视图上找到，即 H_1 和 H_2，知道了 A_1、H_2，A_2、H_2 以后，实际上 m-n 线的确切位置就相应的决定了，还有点 Q，它的位置以同样的道

理在水平视图上找到 A_3，在主视图或侧视图上找到 H_3，这样它的位置也就确定了。

实际上图 2-8 棱柱的视图完全没有必要这样复杂，造成这样复杂的原因是棱柱转了一个位置与投影面形成了一个夹角，既不平行又不垂直，所以不能直观的看各矩形平面的实形，而实际操作时，根据棱柱转的角度，相应的把投影面也转同样一个角度，这样作视图就简单了，实际与作图 2-4 完全一致。

这里再引进一个概念——辅助投影，图2-10中棱柱前面、后面、两侧面及底面均平行于各自的投影面反映的是实形，而其顶面垂直于正投影面投影成一直线(M-N)，倾斜于水平投影面和侧投影面，是变了形的矩形，不是实形。为了求得实形，可以在平行于 M-N 平面的下方增加一个辅助投影面(P 向)，因其平行于辅助投影面，所反映的是实形，这种方法作视图特别是画展开图时应用很多，需要熟练而灵活的掌握。图 2-11 是图 2-10 的展开图。

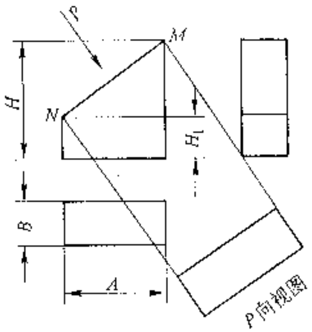


图 2-10

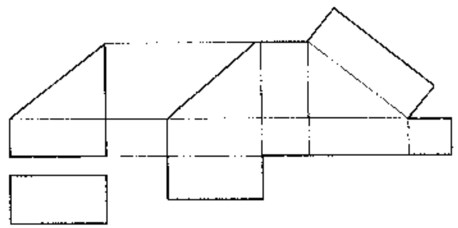


图 2-11

通过上面的分析我们可以总结下面几点：

(1) 展开的过程实际上是把围成棱柱各个多边形的实际形状及大小画出来，然后依次连接的过程。

(2) 确定多边形平面的形状及大小，以及其上面的线或点是利用正投影的概念进行分析。不论是一平面或一直线，要想求得其实形或实长以及点的确切位置，必须使这个平面或直线置于平行投影面的位置，才能实现，否则其投影所反映的是变了形的面或线。为了求得实形或实长，必要时可增加一个或几个辅助投影面才行，要确定它们的空间位置时，一般要用一组视图相互对照来确定点的空间位置，这个点必须置于两个或两个以上的投影面之间，也就是用一组视图来确定。

(3) 同一个棱柱(或其他制件)，不论其投影位置如何，它的实形总是可以找到的，它的展开图一定是一致的。

为了更好地理解上面讲的概念，下面举一组例题。

(1) 正方形棱柱上端为 V 形槽(图 2-12)

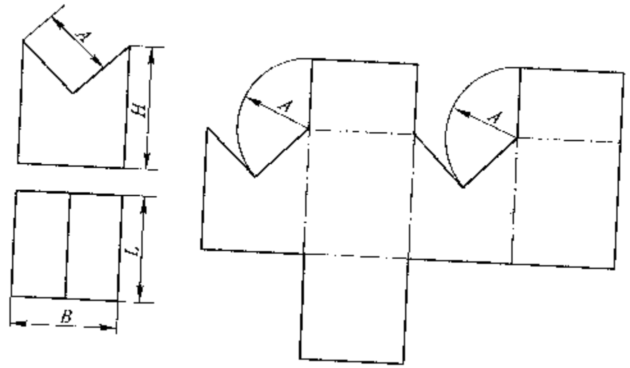


图 2-12

在正视图上 V 形槽的前面、后面平行于投影面，反映是 V 形槽的实形，槽面垂直于投影面，投影为直线且是槽面斜长的实长 A，所以槽面是长方形，面积为 $A\times L$，这样便可画出展开图，也可以增加一平行于 V 形槽斜面的辅助投影面，作出斜面的投影，求得斜面的形状和大小，将实形连接即为展开图。

(2) 顶面为圆弧的四棱柱展开(图 2-13、图 2-14)。

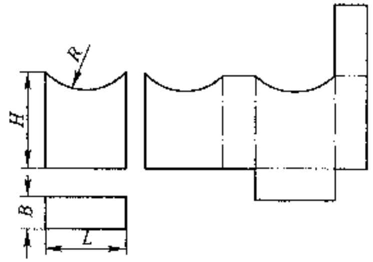


图 2-13

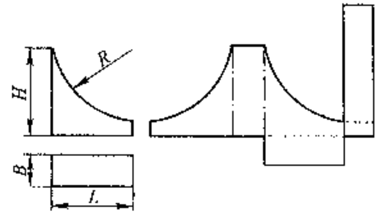


图 2-14

作法和上例基本一样，正视图上反映的是前、后面的实形，水平视图上反映的是四棱柱横截面(也就是四棱柱的底面)实形，正视图上的圆弧在水平视图上变形成为一条直线，知道了 L、B、H 和 R 的尺寸后，画展开图时需要求出圆弧的弧长即可作图(图 2-13、图 2-14)。

(3) 对切正四棱柱的展开(图 2-15)。

先来分析那些视图反映的是实形和实长，在正视图上反映出了正四棱柱的高 H 和 V 形槽的深度 H_1 以及 V 形槽的槽面(三角形)的高 A，在水平视图上反映出了正四棱柱的底面(正方形)的边长 B 和 V 形槽底(三角形底边)的长度 L，作展开图时有了这些条件就足够了，有必要时还可以增加一个平行于槽面的辅助投影面，作出槽面的图形即实形。

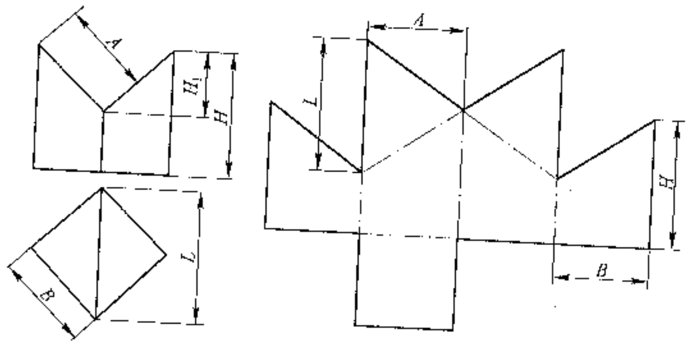


图 2-15

(4) 斜对切四棱柱的展开(图 2-16)。

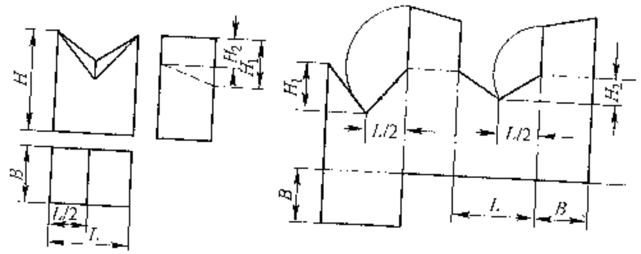


图 2-16

先来分析那些视图反映的是实形和实长,在正视图上,V 形槽的前后面都平行于正投影面,反映出了四棱柱的高 H 和 V 形槽的前面深度 H_1 和后面深度 H_2,并且是实形,在水平视图上反映出了四棱柱的底面(长方形)的实形,其面积为 $A \times L$,同时还可以看出 V 形槽是分中而对称的,槽底位置是 $L/2$,根据这些条件就可以作出展开图了。

2.3 其他棱柱的展开

我们所见到的棱柱除四棱柱以外还有其他如三棱柱、五棱柱、六棱柱等等,它的展开与前面讲过的四棱柱展开基本是一致的。

图 2-17 为三棱柱视图,从这组视图可知,三棱柱的上下两端面是平行于水平投影面的,所以反映的是实形,从图上主投影面可以知道三棱柱的后面平行于主投影面,所以也是实形,而两侧面则倾斜于主投影面和侧投影面,所以是变了形的平面。要作其表面展开图时,根据已知的实形外,两个侧面的实形可以从水平视图上找到其宽,在主视图或侧视图上可以找到其高,因此就可以作出展开图(图 2-18)。

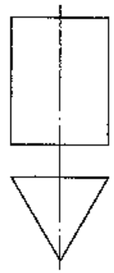


图 2-17

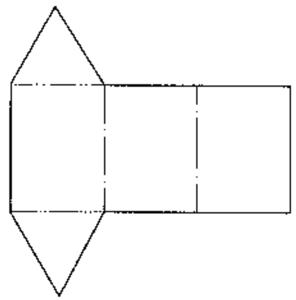


图 2-18

实际上这个三棱柱一看就清楚它是由上下两个三角形和三个长方形组成,可从主视图、侧视图上知道长方形的长边,从水平视图上知道三角形的边;所以只要按一定顺序把它们连接起来画在平面上就是三棱柱的表面展开图。

图 2-19 是五棱柱,其底面和顶面平行于水平视图,所以反映的是实形,其他各平面除矩形的高和侧视图上虚线所表示的一个矩形是实形外,其余都不是实形。根据我们现在所得到的条件来看,可以满足展开的需要,因为上下两平面可在水平视图上找到五边形边的实长,而五个矩形的高在主视图或侧视图上找到,这样就可画出五棱柱表面展开图。

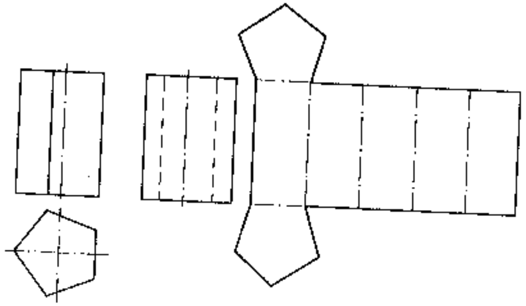


图 2-19

同样的道理可以作出六棱柱的表面展开图(图 2-20)。

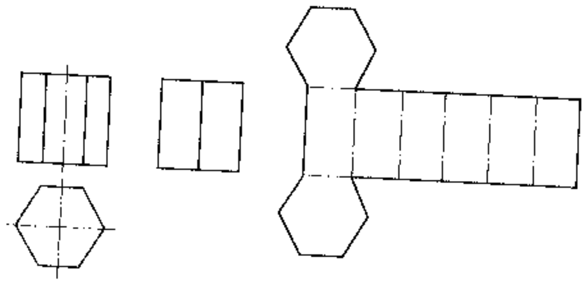


图 2-20

斜正三棱柱的展开(图 2-21),斜正三棱柱的底面(和顶面)平行于水平投影面,在水平视图上反映的是实形,而斜正三棱柱平行于正投影面,在正视图上反映的是棱柱的侧棱的实长。如果把斜正三棱柱放置一平面上滚动(不能移动),斜正三棱柱在平面上留下的痕迹,便是斜正三棱柱侧面的展开图,利用这种方法棱柱角顶则沿着垂直于侧棱线的路线前进,因此,由棱柱角顶引垂直于侧棱线的直线,作斜正三棱柱侧面的展开时,依次以侧棱 1、2、3 向前翻滚,以 1、1′为中心以 L 为半径作圆弧与 2 垂直线交于 2、2′两点,11′22′即是侧面 1122,然后依次类推可作出斜正三棱柱侧面的展开图,因为底面(顶面)是正三角形,以 L 为半径搬到侧面的展开图上即是完整的斜正三棱柱展开图。

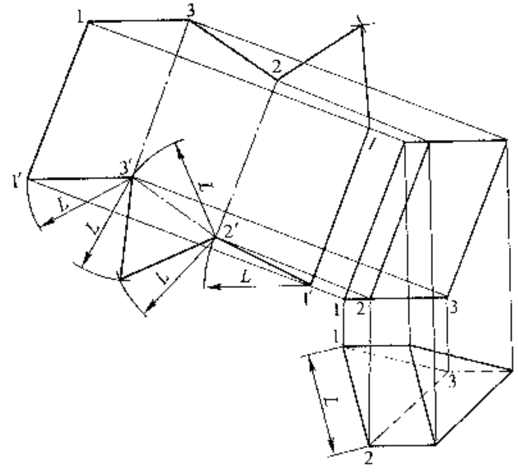


图 2-21

如果斜三棱柱的底面(顶面)不是正三角形(图 2-22),即 L_1、L_2、L_3 边长不等,其作法与上例相同,只是在画圆弧时,所取的半径不同。

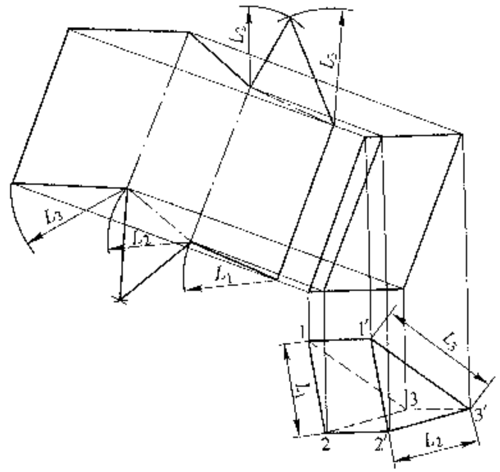


图 2-22

图 2-23 是斜正四棱柱，图 2-24 是斜四棱柱，在作它们的展开图时，同样可用滚动的方法去完成。作类似的斜棱柱展开，用类似的方法，首先（在正视图上看）要在棱柱角顶处作侧棱的垂直线，第二是（在水平视图上看）分别以棱柱底（顶）面的边长为半径，以角顶为中心，作圆弧与相应的垂直线相交，再连接这些点即可完成展开图。

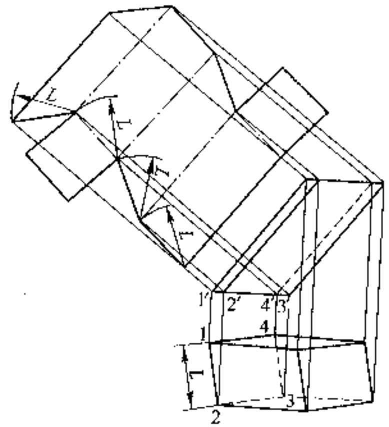


图 2-23

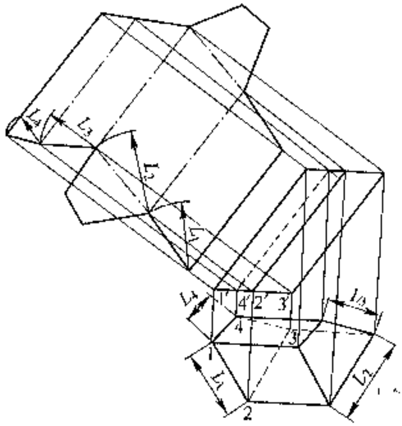


图 2-24

2.4 斜切棱柱的展开

一平面立体被一截平面截断以后，就被切为两块，立体被截开后的断面叫截断面或断面，任何一个截断面都是一个平面图形，它的边缘就是该立体的表面与截平面的交线（图 2-25）。

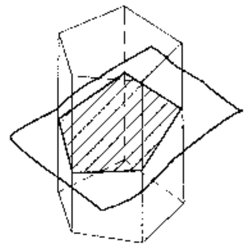


图 2-25

显然，平面立体的截断面一定是一个多角形，这个多角形的各个顶点，就是该平面立体的各个棱线与截平面的交点，多角形的各个边就是该平面立体各平面与截平面交线。

2.4.1 斜切正五棱柱的表面展开

斜切正五棱柱的各个表面都是多角形，利用三视图画出各视图，这些视图往往只能反映出其中某一个平面的实形，而其他平面均是变了形（或重影）的图形，不是实形，特别是斜截面一般都不可能反映实形，要想作平面立体的表面展开图，就必须把所有的多角形实形求出来并依次相连接的画在一个平面上。

图 2-26 是一个斜切正五棱柱，我们都知道如果这个正五棱柱不被斜切的话，它是由高 H、宽 A 的五个矩形和两个边长为 A 的正五边形所围成，被斜切后，只有底面正五边形和第 3 面反映的是实形（因为它们分别平行于投影面），其他四个面和截断面都是变了形的平面，哪一个视图都没有反映它们的实形，但可以看出 1、2、4、5 面是四个高（A）一样的梯形，而这些梯形两个底就是每个棱边的高度，即 H_1、H_2、H_3，所以可以利用已知梯形的高和两个底作出它们的实形来，然后顺序连接即可得出展开图形（图 2-27）。惟一不能作的只有棱柱的截断面，所以不能作出一个完整的表面展开图（图 2-27）。

为了作出截断面的实形，下面来分析图 2-28，它所表示的是

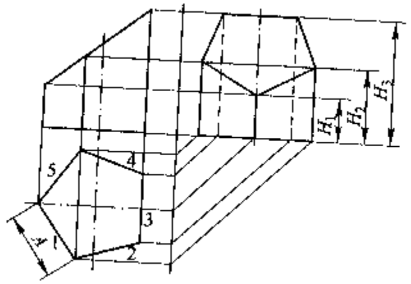


图 2-26

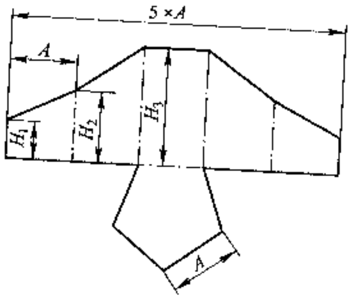


图 2-27

一个五边形平面(倾斜位置)的视图,这一组视图,根据投影原理是正确的,而这个五边形,不论其中哪一个视图都没有反映实形,所以想直接量取实形是很困难的,但根据投影原理可知,因为该平面垂直于主投影面,因此具有重影性,反映的是一直线,同样该平面倾斜于水平投影面,反映的是变形的五边形,而主视图上的线长1-3(4)反映的是水平图上的1-a(侧视图上的1-a),1-2(5)反映的是水平图上的1-b(侧视图上的1-b),而水平视图上的2-5(侧视图上的2-5)连线和水平视图上的边长3-4(侧视图上的3-4)作为线来讲是平行于水平投影面(或侧投影面)的,因此反映的是实长(它们在主视图上具有重影性,反映的是一个点),知道这些实长,就可

以作出五边形截平面的实际形状和大小(图 2-29)。

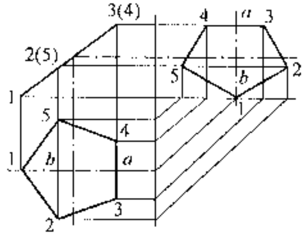


图 2-28

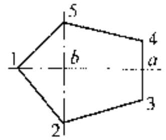


图 2-29

但这样作比较麻烦而且容易搞错,因此一般画图时大都采用增加辅助投影面的方法,作截断面的正投影而得到截断面实形,为了作图可以把这个投影面旋转到水平投影面的位置上(图 2-30)。

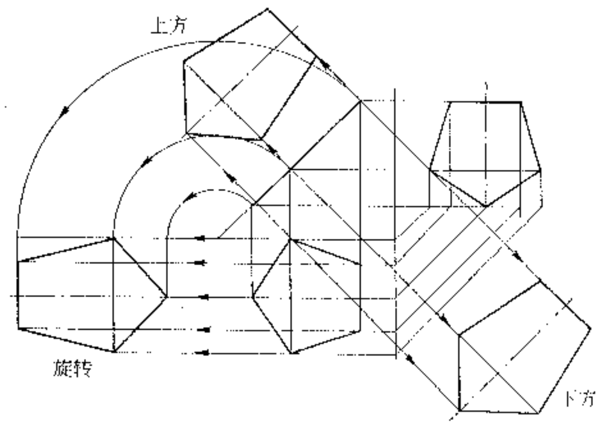


图 2-30

通过上面的分析,作斜切正五棱柱的表面展开就比较容易了,只要把围成斜切正五棱柱的各个平面的实形依次连接画在一个平

面上就行了，画法如图 2-30 所示，先作底边的展开图（即五个边的总长），通过各边的顶点作垂线并截取相应各棱边的长度，如 A-1、B-2、C-3、D-4、E-5 等，依次相连接 1、2、3、4、5 各点得斜切正五棱柱的展开图，然后将底面和截断面的实形，与侧表面展开图画在一起，即得斜切正五棱柱的表面展开图（图 2-31）。

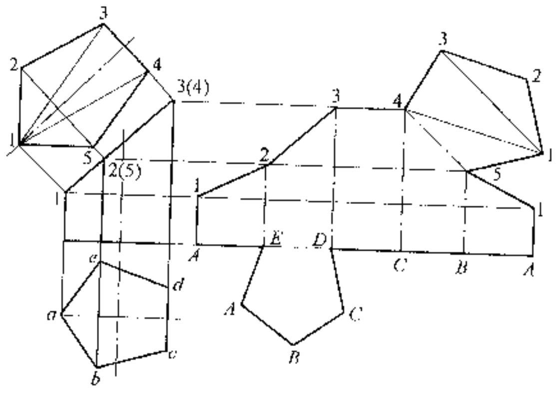


图 2-31

2.4.2 例题

（1）斜切正三棱柱的展开（图 2-32）。

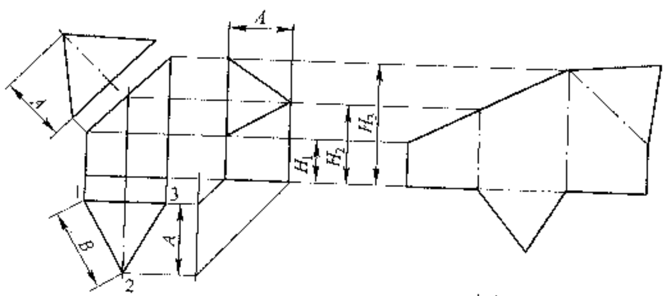


图 2-32

如果正三棱柱没有被斜切，其作法和前面讲过的一样，只要把三个 $B\times H_3$ 的矩形和两个正三角形顺序连接即可，斜切后基本作法不变，从视图中可以看出截平面与三棱柱的侧棱相交，得点 1、2、3（注意在三个视图上的位置），这些点实际上就确定了三个侧棱的高 H_1、H_2、H_3，有了这些条件即可作出展开图，为了更加清楚一些，可以增加一个截面图（肯定是个三角形），三角形的底边是正视图上截断面的投影（是实长），其高是 A，知道底和高便可作出截面图，然后把截面图搬到展开图的相应位置即可。

（2）斜切正四棱柱的展开（图 2-33）。

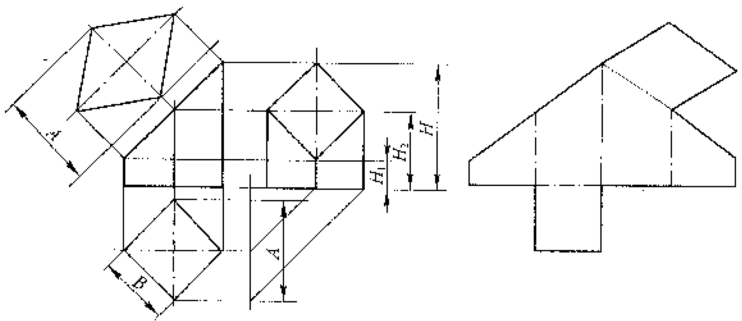


图 2-33

正四棱柱斜切后，在正视图上反映的是各侧棱的实高 H、H_1、H_2，在水平视图上反映的是正四棱柱底面（正方形）的实形，根据高和正方形的边长，就可以作出四个梯形，顺序连接四个梯形和正四棱柱底面的实形及截面的实形，便是斜切正四棱柱的展开图，作截面图的方法和前面基本相同，不再进一步分析，另外作截面图，在展开图上也可以同样作出截面图的实形。

（3）斜切四棱柱的展开（图 2-34）。

从视图中看，好像较前面的例题复杂，而实际上和前面例题作法基本相同。从正视图上看斜切四棱柱的四个侧面都不平行于投影面，所以没有一个面能反映出是实形，但斜切四棱柱的四个侧棱

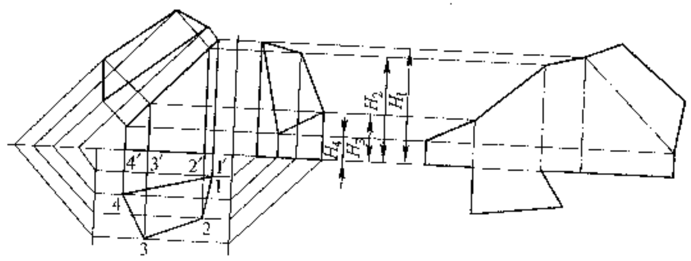


图 2-34

是平行于投影面的，因此在正视图上反映的是实长 H_1、H_2、H_3、H_4，在水平视图上斜切四棱柱垂直于投影面，反映的是斜切四棱柱的底面是实形，1-2、2-3、3-4、4-1 反映的是四个边的实长，此例题有一个难点就是求出截面的实形，在求截面的实形时，需增加一个平行于截平面的投影面，然后把水平视图中四个棱柱之间的垂直距离旋转到该投影面上，即可求出截面的实形，有了这些条件（四个梯形和上下两个面），作展开图时按顺序相应连接这些单个图形即得斜切四棱柱的展开图。

(4) 斜切正六棱柱的展开(图 2-35)。

分析了上面几个例题以后，斜切正六棱柱的展开就比较简单了，如图 2-35 所示。

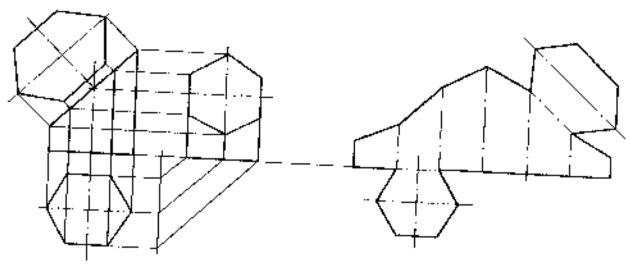


图 2-35

2.5 棱锥的展开

一个多面体中，有一个面是多边形，其余各个面都是三角形，这样的多面体称为棱锥。图 2-36 中的多边形 $ABCDE$ 是棱锥的底面，其余各个面是棱锥的侧面，侧面上会集于公共点的棱称侧棱，侧棱的公共点称为棱锥的顶点 V，从顶点到底面的距离称为棱锥的高。

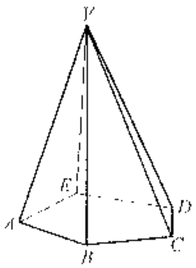


图 2-36

棱锥通常以它底面的边数来命名，如底面是三角形的棱锥称为三棱锥，底面是四边形的棱锥称为四棱锥等。

如果棱锥的底面是正多边形，并且从顶点到底面的垂线足正好是底面正多边形的中心，这个棱锥称为正棱锥。

根据棱锥的性质，棱锥的截面形状取决于截平面的位置，截平面平行于棱锥底面，所得的截面是和底面相似的多边形平面，截平面过顶点且垂直底面所得的截面是三角形平面，截平面倾斜于底面所得的截面是底面边数相同而形状不同的平面，如图 2-37 所示。

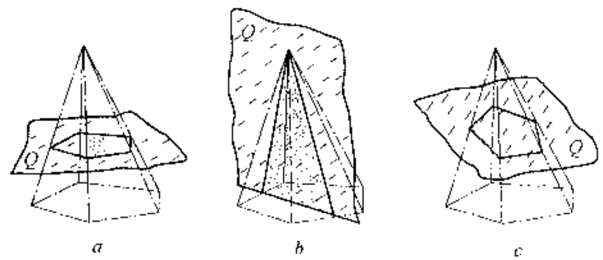


图 2-37

2.5.1 正三棱锥的展开

如图 2-38，正三棱锥是由三个全等的等腰三角形组成，正三

棱锥的底边(或底面)平行于水平投影面,所以在水平视图上反映了底面的实形(边是实长),前面一条侧棱平行于侧投影面,所以在侧视图上反映了侧棱实长,只要知道其底边长和腰长即可作出三角形,再把三个全等的等腰三角形连接起来就得正三棱锥的展开图。

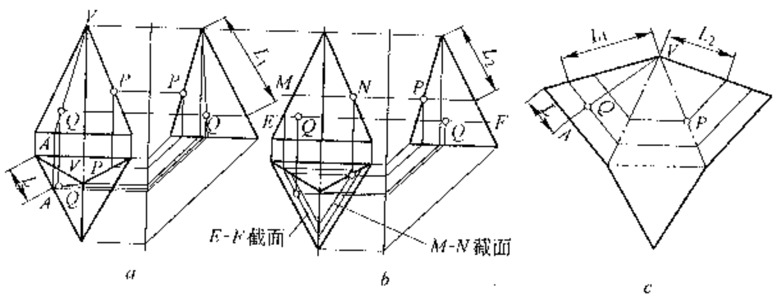


图 2-38

如果在正三棱锥的一个视图上任取两点 Q 和 P,要在其他两个视图上确定它们的相应位置可以用不同的方法作图,如图 2-38a 所示,在正视图取 Q 点,过 Q 点先作 V-A 直线,并向水平视图引垂线与水平视图上的 V-A 连线相交得 Q 点;同样正视图上的 P 点在侧棱上(也可能不在侧棱上,此例确定在侧棱上),过 P 点向水平视图引垂线与水平视图上侧棱相交得 P 点;知道点 Q 和 P 在两个视图上的位置,再在侧面视图上确定其相应位置就比较简单了。

利用棱锥的性质,用截面的方法可以达到同样的目的,如图 2-38b 所示,先分别作 E-F 和 M-N 截平面(平行于底面),在水平视图上可以画出被截棱锥的截面(图中用细实线表示),因为 Q 和 P 点肯定在截平面与棱锥侧面的交线上,所以由正视图上 Q 和 P 点,向水平视图作垂线与截面边缘相交得 Q 和 P 点,侧面视图上的位置可根据正视图水平视图作出。

展开图的画法是把三个等腰三角形连起来即可,点 Q 和 P 的位置利用 L、L_1、L_2 长度以及 V-A 线即可确定,如图 2-38c 所示。

如果在正三棱锥的正视图上画一直线 M-N(端点是 M、N),该直线因通过正三棱锥前面的侧棱,交一点 Q,此三点分别处在 E、F、G 三个截平面内,同时肯定是在棱柱侧面与截平面的相交线上,这样就可利用投影原理作出另外两个视图,并且反映出是折线,这里要强调一下,平面与平面相交,其相交线是一直线,所以在另外两个视图上已确定了三个点的位置后,相应连接两点的直线即为 M-N 线在水平视图和侧视图上的投影(图 2-39a),已知在水平视图上反映了正三棱锥的底面的实形,在侧视图上反映了正三棱锥侧棱的实长,那么三个点距锥顶的实长 L、L_1、L_2 以及距侧棱的长度 L_3、L_4,都可以确定下来,用这些已知条件很容易作出正三棱锥的展开图(图 2-39b)。

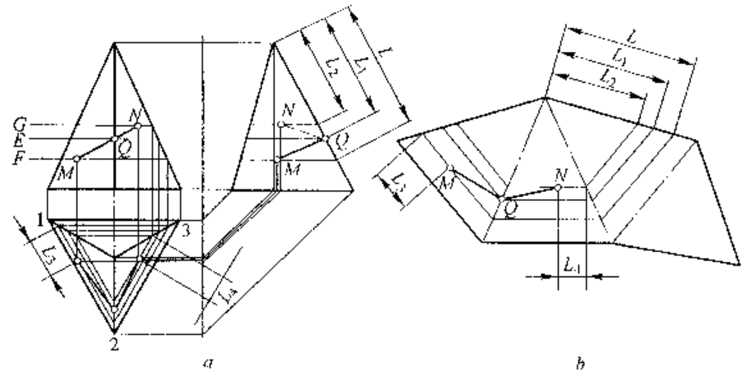


图 2-39

2.5.2 斜正三棱锥的展开

斜正三棱锥如图 2-40 所示,斜正三棱锥的底面平行于水平投影面,在水平视图上反映的是实形,三角形的边长为 L_2,其棱锥的侧面及侧棱不平行于投影面,反映的都是变了形的面或线,在正视图上斜正三棱锥的上边一条侧棱平行于正投影面,反映的是实长 L,底面垂直于投影面,重影为一直线,其棱锥的侧面及侧棱不平行于投影面,反映的都是变了形的面或线,侧棱 V-1、V-2 不是实

长，为了求得实长，可将其旋转到水平投影面上，再引到正视图上得实长 L_1，有了这些条件即可作出展开图。

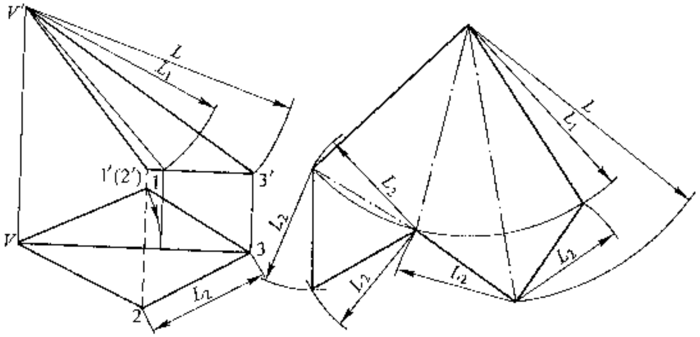


图 2-40

2.5.3 斜切正三棱锥的展开(一)

根据前面讲过的内容，只要确定截平面与斜正三棱锥相交的交线，特别是与侧棱的交点(也就是特殊点)，知道这些点的相互位置，就可以作出斜切正三棱锥的三视图(图 2-41)，从视图中可以看出棱柱的截面是等腰三角形，因为从水平视图上看截面是对称的，底边为 L_3，正视图中 V-1 侧棱平行于投影面，所以 L、L_1、L_2 都是实长，作斜正三棱锥的展开图，先作正三棱锥的展开，并且把正三角形底面搬到展开图上，然后在展开图的棱线(点划线)上截取 L_1、L_2，再过 L_2 的截点作底边的平行线(即 L_3)，并把截面图搬到展开图上，即完整的完成了斜正三棱锥的展开图。

2.5.4 斜切正三棱锥的展开(二)

同样是斜切正三棱锥(图 2-42)，但由于放置位置的变化，使其三视图和展开图有了比较大的变化，正三棱锥侧棱的实长 L 反映在侧视图上，侧棱与截平面的交点距锥顶的距离是实长 L_1、L_2、L_3 都是实长，水平视图上反映的是斜切正三棱锥的底面的实形，根据上述条件就可作出斜切正三棱锥的展开图。此例中惟一不好画的是斜切正三棱锥的截面图，1-2-3 截面垂直于正投影面反

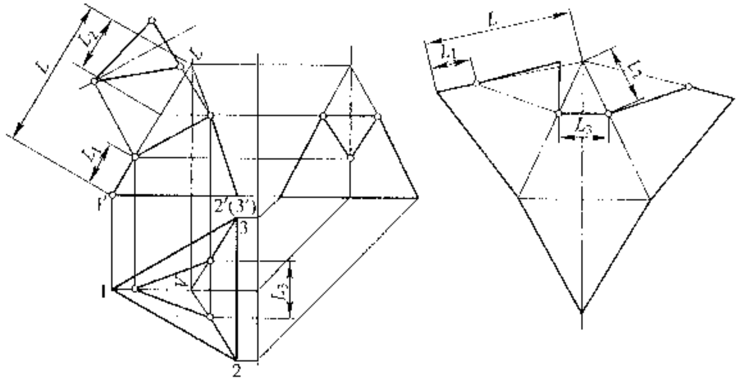


图 2-41

映了 1-3 交线的实长 1'-3'，而 1-2-3 截面倾斜于水平投影面和侧投影面不反映实形，其棱线当然也是变了形的长度，为了求得交线 1-2，2-3 的实长，需要作两个辅助投影，使交线处于平行投影面的位置，作法如图 2-42 所示，即画出 1-2、2-3 交线所处的两个侧面的实形以求得 1-2、2-3 的实长。有了这些条件便可画出完整的斜切正三棱锥的展开图(不作辅助投影，而用侧棱的截长 L_1、L_2、L_3 同样可以作出展开图)。

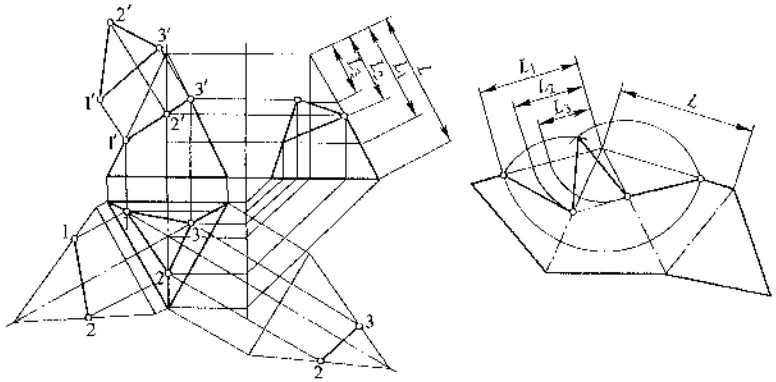


图 2-42

2.5.5 斜切正四棱锥的展开

图 2-43、图 2-44 是斜切正四棱锥的三视图和展开图，两棱锥

所放置的位置不同，得到的结果也不一样，其作法和上面所讲斜切正三棱锥基本一样，要注意的是哪些是实长，哪些是实形，特别要注意截点在视图上的相应位置。

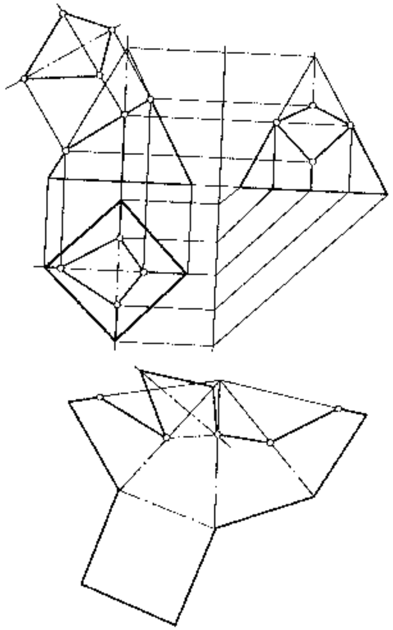


图 2-43

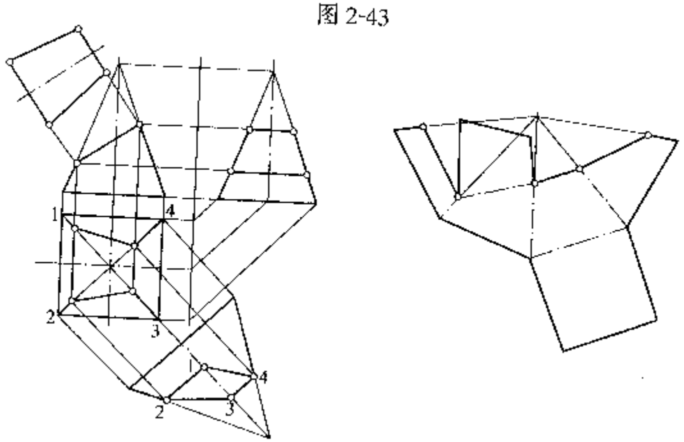


图 2-44

2.5.6 斜切正六棱锥的展开

图 2-45、图 2-46 是斜切正三棱锥的视图和展开图，作法同上例。

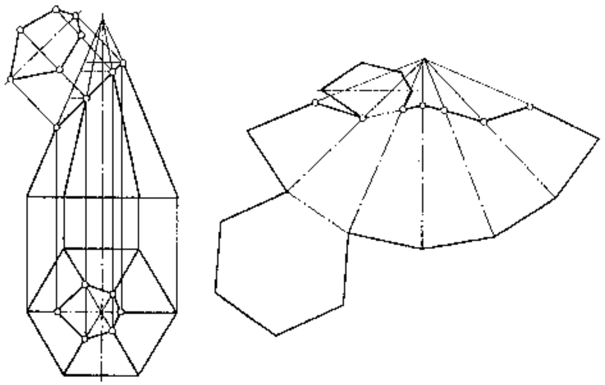


图 2-45

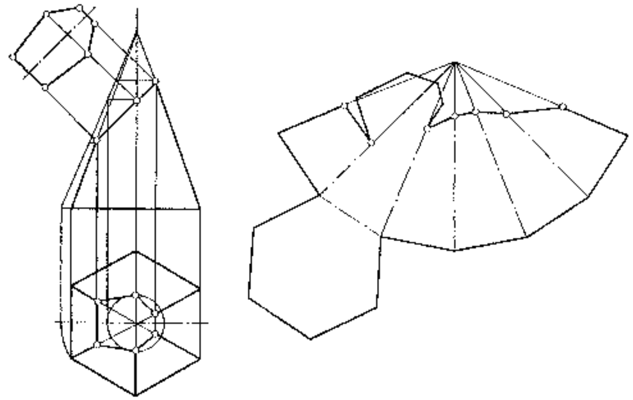


图 2-46

2.5.7 斜切正五棱锥的展开

图 2-47 是斜切正五棱锥的三视图和展开图，在三视图中可以

明确以下问题，第一，水平视图反映了斜切正五棱锥底面的实形，并且可以看出截面图形是对称的，L_5、L_6 是实长；第二，在正视图上反映了斜切正五棱锥的侧棱与截平面的交点距锥顶间的距离 L、L_1、L_2、L_3、L_4 是实长；第三，截面图及侧面图可有可无，已知这些条件便可作展开图，作展开图时先按未切的五棱锥展开（五个等腰三角形顺次连接），再按侧棱与截平面的交点距锥顶间的距离 L_1、L_2、L_3，在展开图的棱线上截取被截平面截去的长度，最后把斜切正五棱锥的底面和截平面搬到展开图上，即是一个完整的斜切正五棱锥的表面展开图。

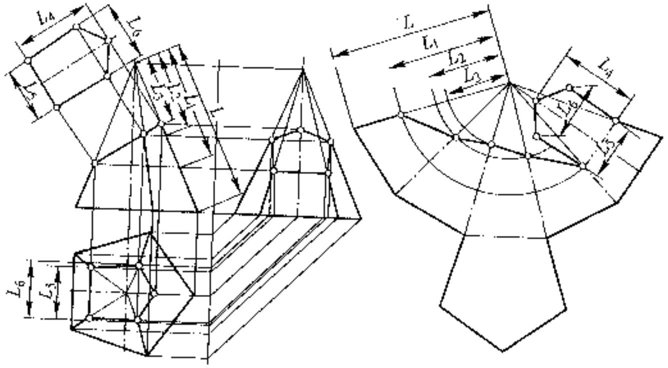


图 2-47

2.5.8 斜切斜四棱锥的展开

图 2-48 是斜切斜四棱锥的视图和展开图，先从视图中分析，在正视图中 L 和 L_1 是斜四棱锥的上下两个侧棱的实长，被截去的 L_2 和 L_3 当然也是实长，在水平视图上反映的是斜四棱锥底面的实形，即边长为 B 的菱形，现在所不清楚的是斜四棱锥两侧的侧棱实长和截面的实形，为了求得它们的实长和实形，可以用旋转的办法，把截平面和两侧的侧棱旋转到平行于投影面的位置上，便可求得截面实形和实长 L_4、L_5。

作展开图的步骤是，画一直线取 V-3 长，以点 3 为圆心，以 B 为半径画圆弧，再以 V 为圆心，以 L_4 为半径画圆弧，相交得点 2、4，然后再以 2、4 点为圆心，以 B 为半径画圆弧，以 V 为圆心，以 L_1 为半径画圆弧，相交得点 1、1，连接各点，便可得未截斜四棱锥的侧面展开图，被截位置可用 L_2、L_3、L_5 的长度，在已展开部分的棱线上截取相应的长度，最后把底面和截面搬到展开图上，即是一个完整的斜切斜四棱锥的表面展开图。

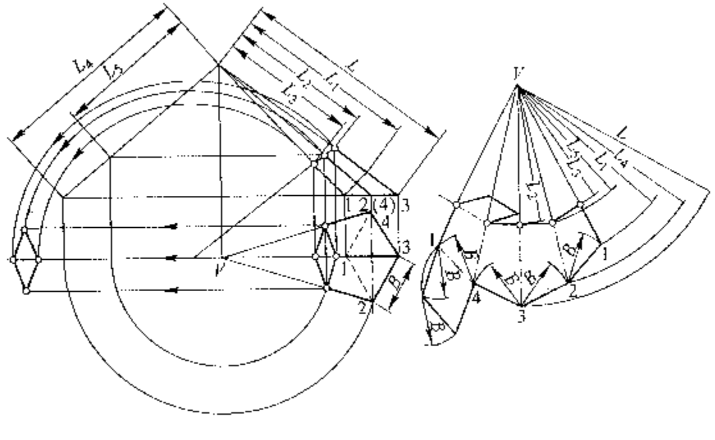


图 2-48

2.6 本章附图

(1) 斜切三棱柱展开（图 2-49）

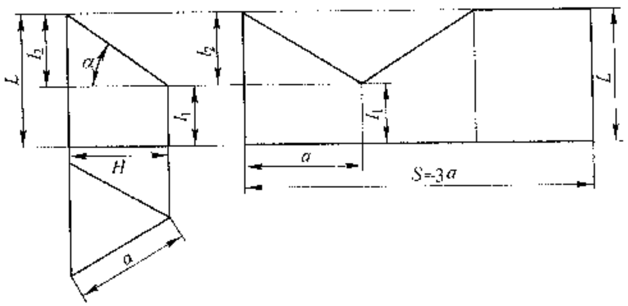


图 2-49

(2) 斜切矩形柱展开(图 2-50)

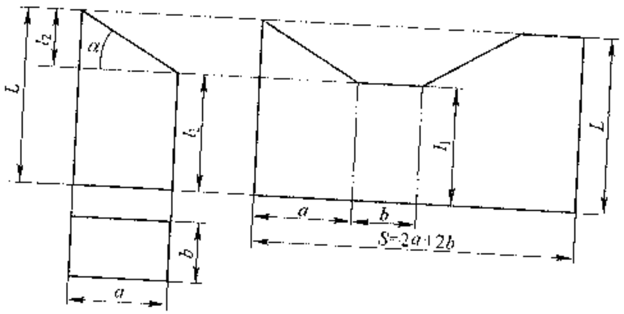


图 2-50

(3) 斜切三棱柱展开的步骤(图 2-51)

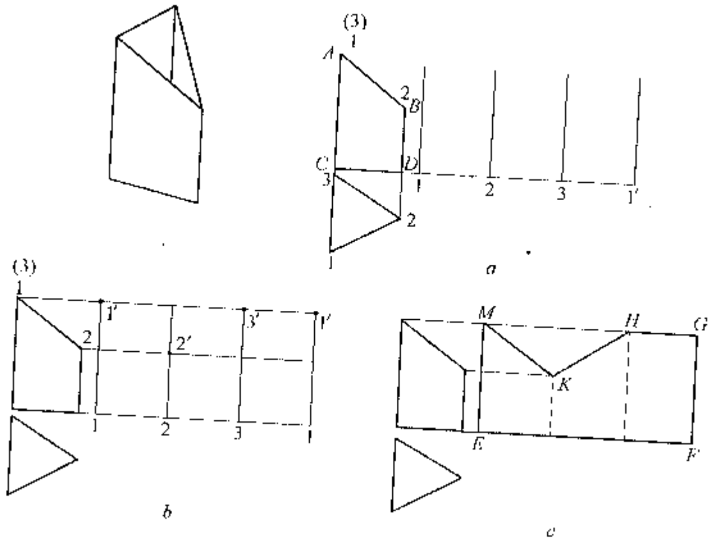


图 2-51

(4) 斜切矩形柱展开的步骤(图 2-52)

(5) 斜切六棱柱展开的步骤(图 2-53)

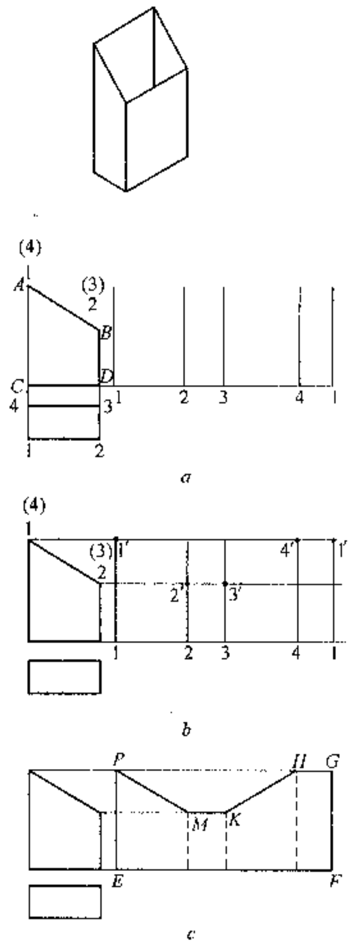


图 2-52

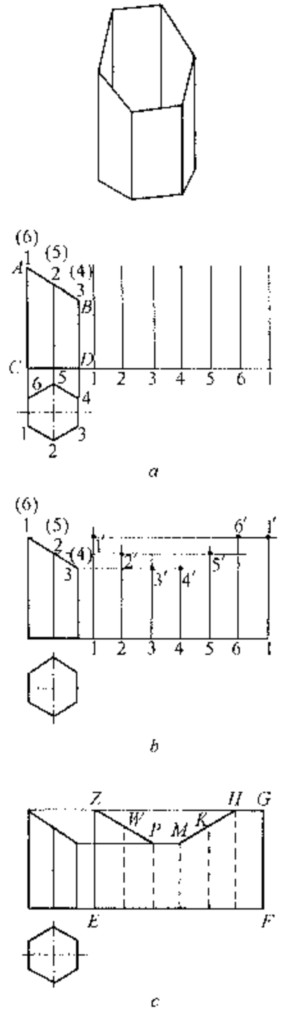


图 2-53

(6) 斜切三棱柱展开的步骤(图 2-54)

(7) 双切四棱柱展开的步骤(图 2-55)

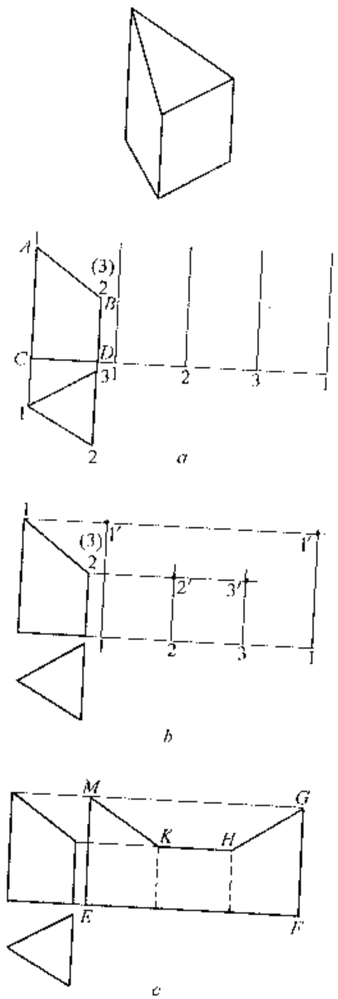


图 2-54

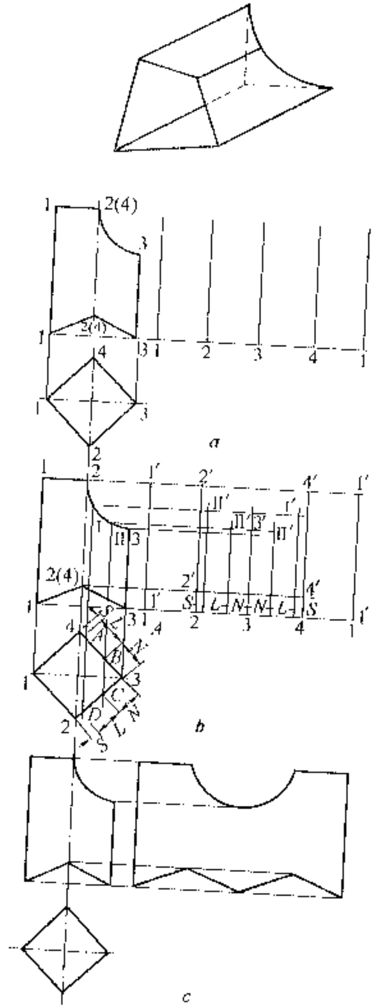


图 2-55

(8) 双切五棱柱展开的步骤(图 2-56)

(9) 双切六棱柱展开的步骤(图 2-57)

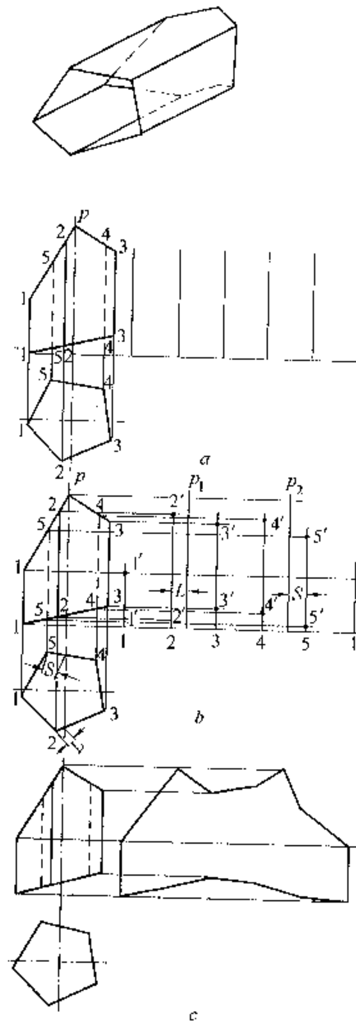


图 2-56

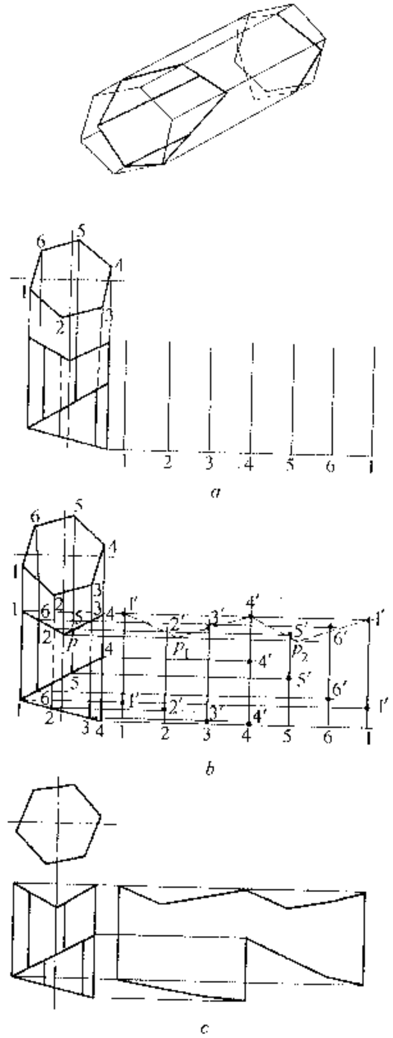


图 2-57

（10）双切三棱柱展开的步骤(图 2-58)

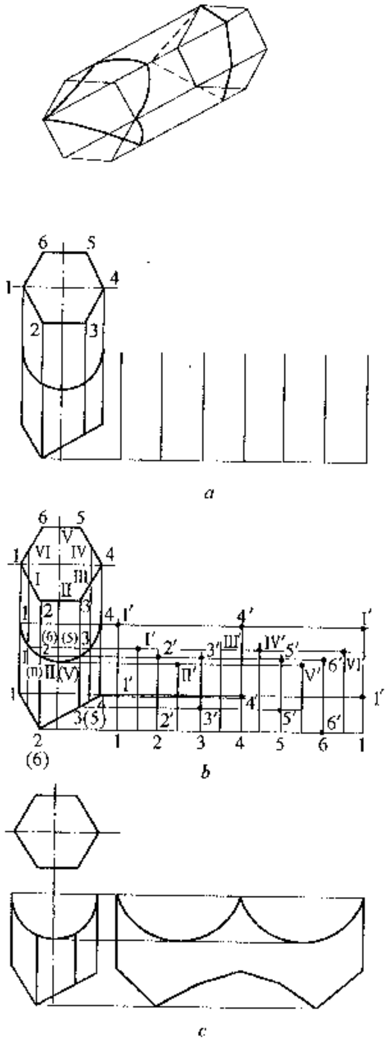


图 2-58

3 旋转体的展开

3.1 圆柱的展开

以矩形 ABCD(图 3-1)的一边 AD 为轴，旋转一周所形成的图形称为圆柱。AD 称为圆柱的轴，BC 称为圆柱的母线(素线)，由母线旋转所形成的圆柱面称为圆柱的侧面，AB 和 CD 两边旋转所形成的两个互相平行并且相等的圆面，称为圆柱的顶面和底面，两个圆面之间的距离称为圆柱高。

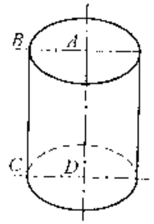


图 3-1

圆柱有下面一些性质(图 3-2)：

（1）圆柱的轴过顶面和底面的圆心，并且垂直于两圆面。

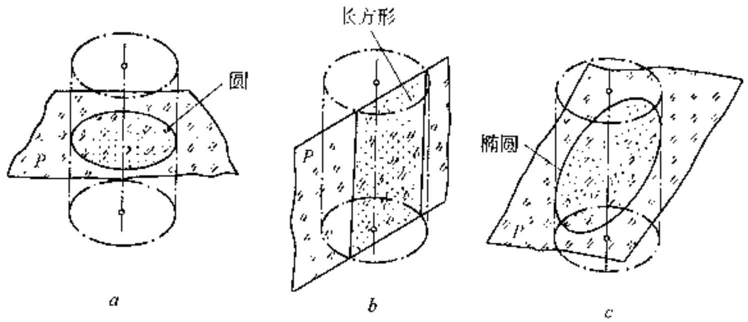


图 3-2

（2）垂直于圆柱的轴的平面和截圆柱所得的截面，是和两圆面相等的圆。

（3）过圆柱的轴的平面，截圆柱所得的截面是一个矩形。

（4）平行于圆柱轴的平面，截圆柱所得的截面是一个矩形。

(5) 倾斜于圆柱轴的平面(但不通过底圆和顶圆),截圆柱所得的截面是一个椭圆。

图 3-3 为圆柱的投影图,从上面投影图可以看出圆柱的顶圆和底圆(圆面)平行于水平投影面,反映的是实形,而垂直于正投影面和侧投影面成一条线(重影性),圆柱的侧面垂直于水平面成一个圆形,而反映在正投影面和侧投影面成一矩形(变形性),如果在圆柱上设一点 Q 或者设一段线 M-N,可以用三视图原理在三个视图上作出它们相应的位置和图形,圆柱上任意一点 Q,它的三个投影,同样要符合"长对正、高平齐、宽相等"的基本投影规律。已知点 Q 直线 M-N 和 E-F 在正视图上,过 Q 点的素线向下作垂直线,在水平视图的圆周上交一点 q'(实际也是此素线的重影),此条素线可以旋转到侧视图上并与 Q 点引向侧视图的水平线交于一点 q'',这样就完成了 Q 点的三视图;直线 M-N 平行于正投影面,反映的是实长,同时也平行于侧投影面,反映的也是实长 m''-n''其垂直于水平投影面重影成一点 $m'(n')$;至于线 E-F 在正视图上的投影是一直线,实际上是紧贴圆柱的一段倾斜的弧线,其投影是变了形的(弧线变直线),需要说明的是线段 E-F 通过圆柱最前面的一条素线,所得交点 P 称为特殊点,该点十分重

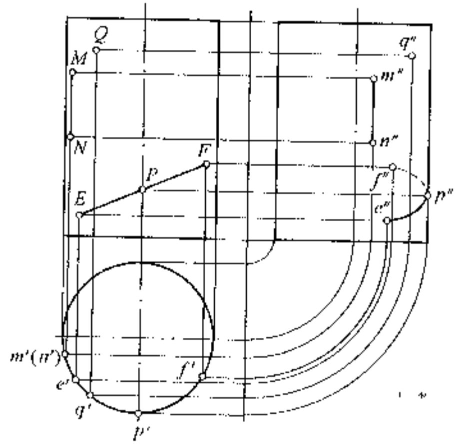


图 3-3

要,以后时常用到,E-F 线在水平视图上反映的是变短了的 e'-f' 弧线,在侧视图上反映的是变了形的一段 e''-p''-f''弧线,以上作法都是按照投影原理和投影的基本规律进行的。

圆柱体的展开(图 3-4),其侧面是一长方形(高乘圆周长)再加圆柱的顶面和底面,即得圆柱体的展开图(图 3-5),也就是把圆柱的筒身部分剪开,平摊在平面上,然后把底圆和顶圆的圆面积加上去,便是圆柱体的展开图。

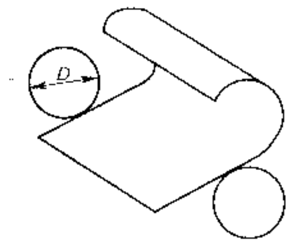


图 3-4

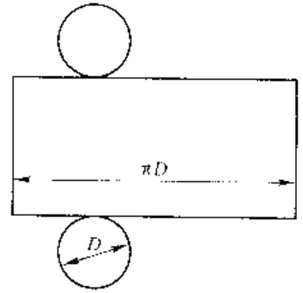
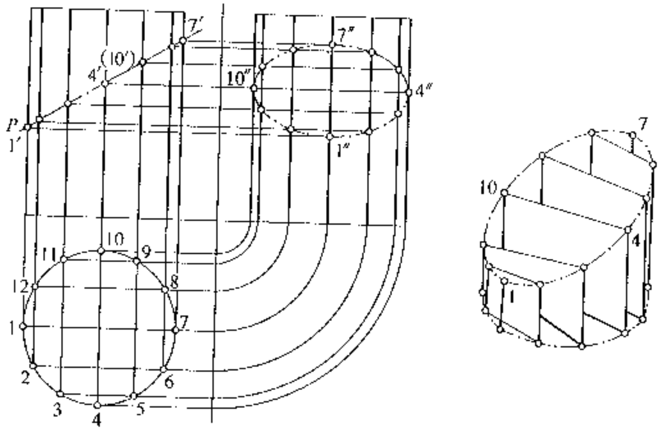


图 3-5

作这样的展开图是比较简单的,而实际上要展开的制件往往要复杂得多,为了更好理解展开的原理,现引入圆柱体截面的概念和做法,

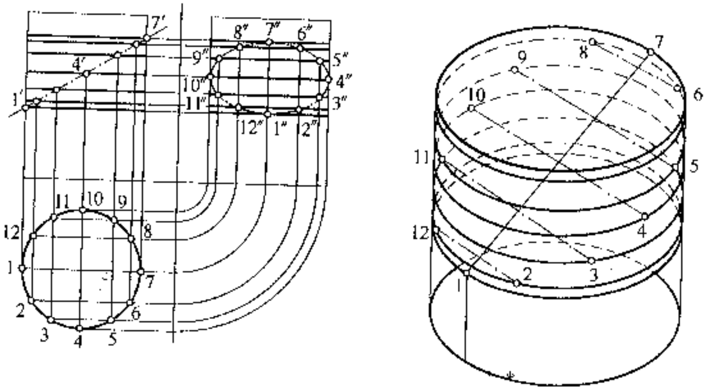
先作截断面的投影图,截面投影的方法有两种,一是把圆柱体的侧面看作是由好多好多素线所围成,求出截平面与素线的交点(为了作图方便,我们事先有选择的确定其中有典型意义的几条或十几条素线如 6、8、12 等与截平面相交),顺序连接这些交点便得截面的投影图,如图 3-6a 所示,圆柱侧面由 12 条素线围成,与截平面相交得 12 个交点,1、2、3、…、10、11、12,这些点可以在其他视图的相应的素线上找到,它们是 1′、2′、3′…10′、11′、12′和 1″、2″、3″…10″、11″、12″等,其中 1、4、7、10 点具有特殊的作用,它们确定了截面的范围,通称特殊点,其他为中间点,图 3-6b 是圆柱素线被截后的情况;二是把圆柱体的侧面看作是由好多好多与圆柱顶面底面的同心圆累积而成,求出截平面与同心圆的交点,顺序连接这些



a　　b

图 3-6

交点便得截面的投影图，如图 3-7a 所示截平面与各同心圆(圆周)相交，得交点 1、2、3…10、11、12，同样也可以在其他视图的相应的素线上找到，它们是 1′、2′、3′…10′、11′、12′和 1″、2″、3″…10″、11″、12″等，其中 1、4、7、10 点具有特殊的作用，它们确定了截面的范围，通称特殊点，其他为中间点，图 3-7b 是圆柱同心圆圆周被截后的情况。



a　　b

图 3-7

按照圆柱的性质截平面的方向不同，所得的截面形状也不同，如果截面垂直圆柱的轴线则截面是一个与底面相同的圆，如果截面平行与圆柱的轴线则截面是一个长方形，如果截面倾斜与圆柱的轴线则截面是一个椭圆，所以上述分析的目的只有一个，就是为展开的需要，求出截面的实形和被截平面截后所余圆柱素线的实长，有了这些条件作截圆柱的展开图就容易多了。

现以图 3-8 为例，分析展开图的具体作法，从图 3-8 中可以看出圆柱被 P 平面所截，为了作圆柱的展开图，首先把圆柱的圆周分为 8 等份，也就是确定了 8 条(特定的)素线，这些素线垂直于水平投影面，因此在水平视图上，重影为点，而平行于正投影面和侧投影面，所以在正视图和侧视图上为直线，而且反映的是各条素线的实长，然后作圆柱的截面图，根据圆柱的性质可知截面是一椭圆，从正视图上可以看出，截平面与圆柱相交的平面垂直于投影面，成为一直线而且反映的是实长(是椭圆的长轴长度)，而 2-8，3-7(短轴长度)，4-6 各线平行于水平投影面，所以在水平视图上反映的实长，有了这些条件以后，就可以作出圆柱的截面图，其截面倾斜于侧投影面，所以在侧视图上反映出的是变了形的椭圆(各素线的长度反映的是实长)，根据投影原理分析清楚这些相互关系，并且比较好的掌握这些道理和作法对作展开图是十分重要的，最后作展开图，先画一直线取其长度为圆柱的圆周长($\pi \times D$)，并且分为 8 等份(8 条素线的位置)，过各分点作直线的垂线，相应在垂

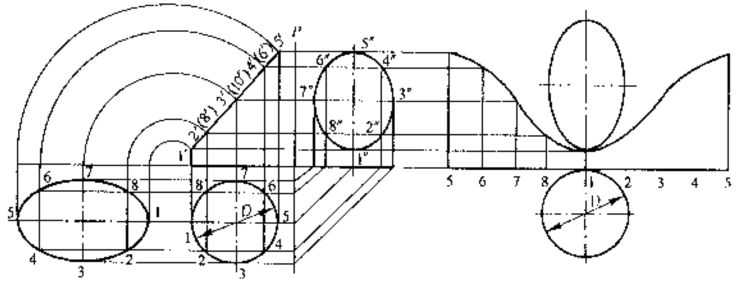


图 3-8

线上取各素线的长度(此处要特别注意各素线的位置),光滑连接各素线的顶点即是圆柱侧面的展开图,再把圆柱底面和截面搬过来,并且准确的放在展开图上,这样就完成了截圆柱的展开图。

例题:

(1) 顶部弧切圆柱的展开。

如图 3-9 的顶部弧切圆柱的展开,实际上和前面图 3-8 是一样的,不同的是一个被一平面所截一个是被一圆弧所截。作三视图,难点是侧面视图,先确定特殊点 1″、3″、5″、7″,再将水平视图上的 2-8、4-6 旋转到侧面视图上得 2″、8″、4″、6″的中间点,有了这些特殊点和中间点,顺序连接起来即得侧视图,其中截面视图是变了形的倒桃形,作展开图时,先作圆周长(πD)并分为 8 等份,在等分点上作垂线与正视图所引水平线相交,圆滑连接各交点得圆柱侧面的展开图,底圆可直接搬到展开图上,顶部圆弧的展开方法是展开图垂线上作半径 R 在正视图上 1′-5′之间的弧长,再取 D、B 的宽度,即可画出顶部圆弧截面的展开图,到此就完成了完整的顶部弧切圆柱的展开图。

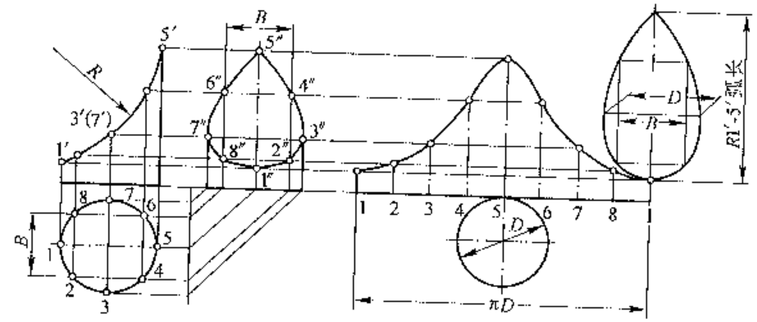


图 3-9

(2) 双截圆柱的展开(一)。

如图 3-10 双截圆柱看起来很复杂,实际上和上例一样,在作这类截圆柱的视图或展开图时,不要把三个截面一次性去作,而是

一个一个截面的分别去完成,其中最关键的问题是所有特殊点和中间点分别处在那一条素线上,有的素线上一个点,有的素线上两个点,有的素线上三个点,其位置千万不能错位,比如第 3(还有相对的第 7)条素线上有 3′、3′(7′)两点,在第 4 条(还有相对的第 6)素线上有 4′、4′、4′(6′)三点等等,同时这些点也相应的反映在侧面视图上,作展开图时把这些点截取到相应的素线上,便可作出完整的展开图。

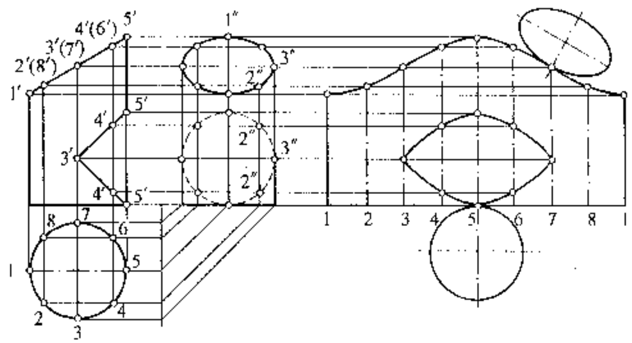


图 3-10

(3) 双截圆柱的展开(二)

图 3-11 所示双截圆柱的展开,作法和上面所讲完全一致,只是该圆柱的一部分素线被截了两次,因此,不论作投影图或展开图,对每一条素线的相互位置要一一对准,也就是每一条素线之间的联系不能搞乱,比如在水平视图上 1、5 两点在两边,而在侧视图的中间,水平视图上 3、7 两点上下,而在侧视图的两边,除此之外,在作展开图时更要注意这些素线的位置,为了更加准确起见最好作出两个截面的截面图。

圆柱双截的形式很多,可能是同方向的也可能不是同方向的,同时所截的角度不尽相同,这样就增加了更多的困难,要想把图画得准确无误,惟一的办法就是认真细心的把圆柱截后各素线的相互位置和长度以及它们之间的关系搞清楚,千万不能搞乱,只要有

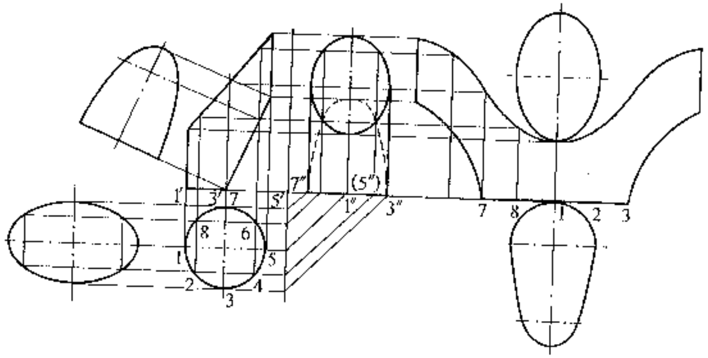


图 3-11

一条素线的位置或长度是错的，视图和截面以及展开图，要么画不出来，要么画出来是错的，所以千万不能粗心大意。

（4）双截圆柱的展开（三）

图 3-12 双截圆柱的展开，这个截圆柱的截面不在同一平面内，而是相差 90°，所以作图时更要注意各素线的相互位置和截后各素线的长度，否则越画越乱。

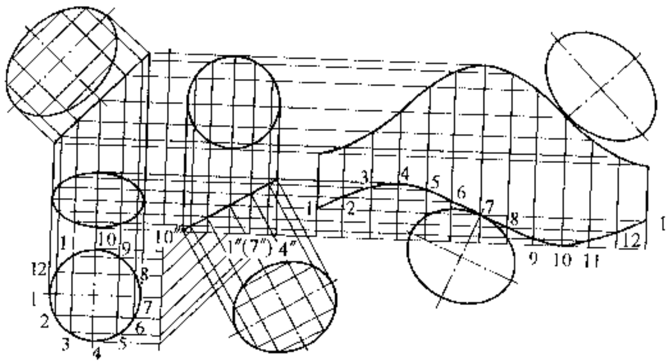


图 3-12

（5）双截圆柱的展开（四）

图 3-13 双截圆柱的展开 4，此例题要注意以下几点，第一，根据圆柱的一般性质截平面平行于圆柱的轴线，其圆柱的截面是一矩形，而此例题的圆柱上端已被斜切，所以其截面肯定不是矩形，第二，平面与平面相交其交线是一直线，那么圆柱的两个截平面相交其交线也是一直线，因此圆柱的两个截面本来一个是矩形一个是椭圆，结果就是因为两个截平面相交，使得矩形和椭圆都被切去一块，如图 3-13 四边形的斜边和椭圆的直线边，实际上是两个截平面的交线，明白了这些道理以后，结合上面的例题，再作此例题就不是很困难了。

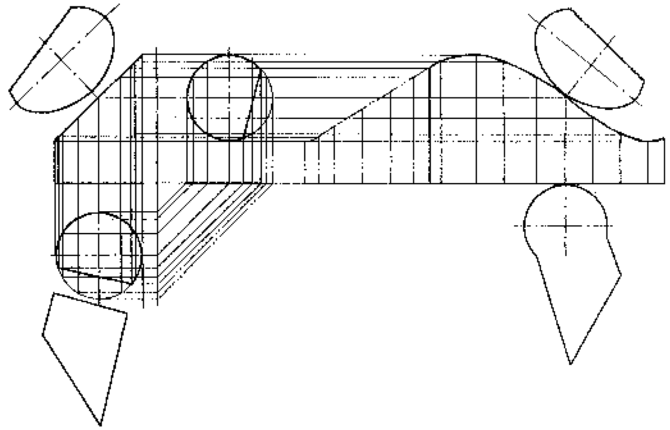


图 3-13

（6）弯管展开。

如图 3-14 所示，四节弯管实际上是由四个斜截圆筒所组成，所以只要分别作出各自的展开图即可。

弯管的展开可以看作是四个被截（直径相同）圆柱的组合，作图时按单个截圆柱操作，而在实际工作中把四个截圆柱相互旋转一个角度，变成一个直管，然后再作展开，如图 3-15 所示，这样作的理由是因为这些截管直径相等，同时两个截管被同一截平面所截，其截面完全相同（椭圆的长径和短径相等），所以其中一个旋转

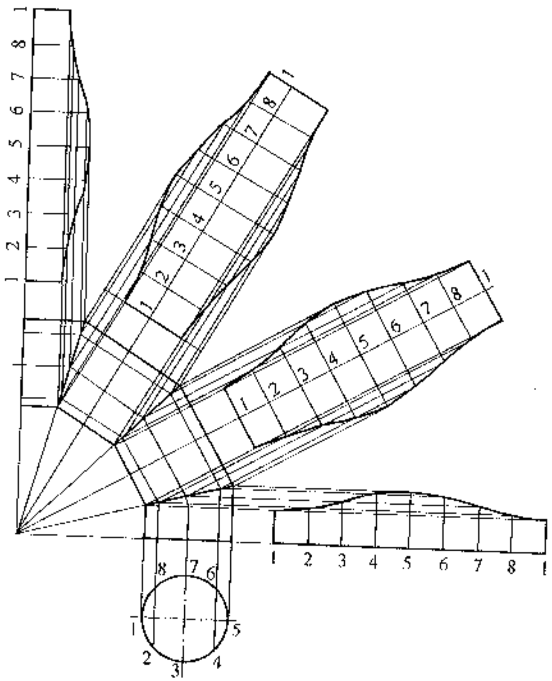


图 3-14

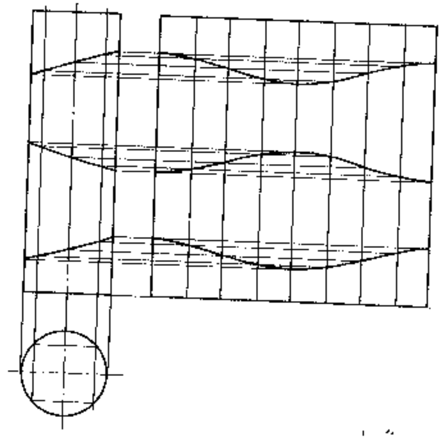


图 3-15

180°，刚好截面完全吻合并成为一段直管，因此只要满足上面两个要求，不论是几节弯管都可照此办理。

3.2 圆锥体的展开

如果把一条直线 A-B 倾斜于轴线 A-O 一个角度，并围绕轴线旋转一周，所形成的图形，即是圆锥体(图 3-16a)，同样，如果把一个直角三角形 AOB 以直角边 AO 为轴线旋转一周，所形成的图形也是圆锥体(图 3-16b)其中直线 A-B(或直角三角形的斜边)称为圆锥的素线(母线)，A-O 称为圆锥的轴，由 B-O 旋转所形成的圆面，称为圆锥的底圆，由素线 A-B 旋转所形成的圆锥面，称为圆锥的侧面，从顶点 A 到底面的距离 H，称为圆锥的高。

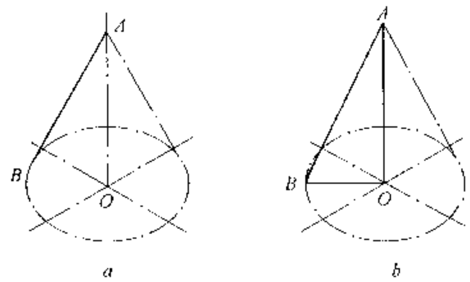


图 3-16

圆锥有以下一些性质(也称圆锥图形，在展开中因截平面的方向不同，所得到的截面(断面)形状也不同)：

(1) 圆锥的轴垂直于底圆，且通过底圆的中心。

(2) 如果截平面通过圆锥的顶点，所得的截面(轴截面)图形，是一个等腰三角形，它的腰是圆锥的 2 条素线，底边是底圆的弦，如图 3-17a 所示。

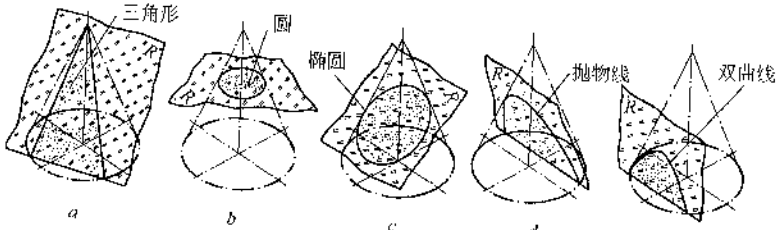
(3) 如果截平面垂直于圆锥体的轴线，所得的截面图形是圆，如图 3-17b 所示。

(4) 如果截平面倾斜于圆锥体的轴线，并且与所有素线相交，

所得的截面图形是椭圆，如图 3-17c 所示。

(5) 如果截平面平行于圆锥体表面上的一条素线，所得的截面是抛物线，如图 3-17d 所示。

(6) 如果截平面平行于圆锥体表面上的两条素线，所得的截面是双曲线，如图 3-17e 所示。

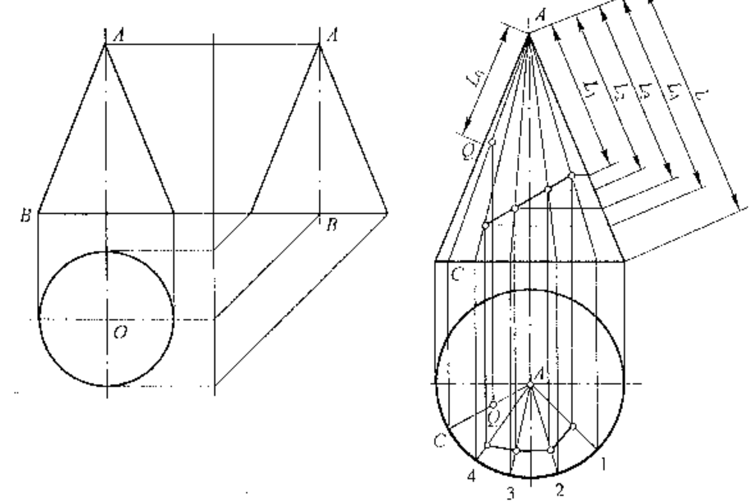


a *b* *c* *d* *e*

图 3-17

现在来分析圆锥的投影图，在水平视图上反映的是底圆，并且是实际大小，在主视图和侧视图上各反映了两条最旁边的素线，就是这两条素线反映的是实长(作展开时经常用到非常重要)，其余的素线全是变了形的(图 3-18a)，实际上所有素线的长度都是相等的。如果在锥面上任取一点 Q，这一点是在素线 A-C 上，而 A-C 线是变了形的，所以在三个视图上都无法确定 Q 点距顶点 A 的距离 A-Q 的长度，既然圆锥是由素线 A-B 围绕 A-O 轴线旋转而形成，那么把素线 A-C 用旋转的办法再旋转到素线 A-B 的位置上，点 Q 的位置也就随即确定了，即 $AQ = L_0$(是实长)；如果在锥面上取一线 M-N(主视图上是直线，在水平视图和侧面视图上是曲线)，要确定曲线 M-N 上各点(线是由点组成)，同样用旋转的办法，把各个点旋转到素线 A-B 的位置上，其 L_1、L_2、L_3、L_4 就是个点距顶点的距离，反映的是实长，如图 3-18b 所示(省略侧视图)。

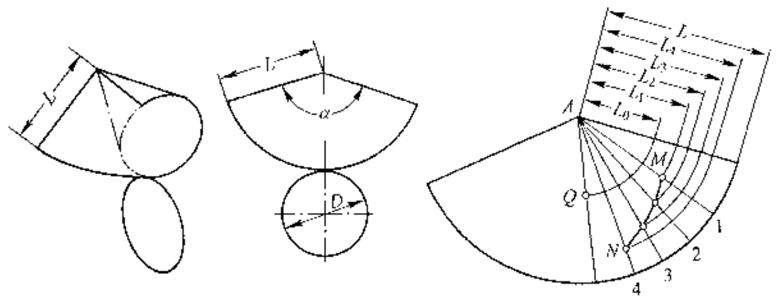
圆锥的展开是把素线长为 L、底面半径为 R 的圆锥侧面，沿着一条素线剪开，并且把它平展开来，即得到圆锥的展开图，由于圆锥素线的长度都相等并且相交于圆锥的顶点，因此圆锥侧面是



a *b*

图 3-18

一个扇形(图 3-19a)，这扇形的半径等于圆锥素线的长度，扇形的弧长等于圆锥底圆的周长，以图 3-18b 为例，Q 点和 M-N 线的位置可根据其所处素线的位置及 L_0、L_1、L_2、L_3、L_4 的长度确定(图 3-19b)。



a *b*

图 3-19

被平行于圆锥底圆（垂直于轴线）的截平面所截，所得截面是圆，此时圆锥体被分为一个小圆锥体和一个圆锥台，圆锥台有以下性质（图 3-20）：

(1) 圆锥台的轴过两个底圆的中心，并且垂直于两个底面。

(2) 圆锥台中任两条素线在一个平面内。

(3) 过两条素线的平面截圆锥台所得截面形状是一个等腰梯形。

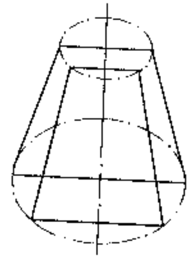


图 3-20

现在我们来分析斜截圆锥的投影图和展开图的画法，根据圆锥体的性质，其截平面肯定是一个椭圆，具体有两种画法。

(1) 在圆锥表面作辅助平行圆（垂直于轴线的平行圆也是同心圆）。此处还可以这样理解，即圆锥体是由很多很多由大到小的同心圆所组成，我们要用的仅仅是与截平面相交的其中几个同心圆，现将主视图上所表示的截平面，因垂直于投影面重影成一直线 a-b，并把 a-b 以内所包含的锥体部分的高 h 等分（可任意等分，此例 4 等份），过各等分点作平行的同心圆，在水平视图上反映的是圆锥底圆的同心圆，根据圆锥体和圆锥台的性质截平面与这些同心圆各相交两点（a、b 圆相交一点称特殊点），作法是过各等分点作垂直于圆锥底面垂线与相应的同心圆相交 a、2…8、b 各点，光滑连接各点即得截平面与平行圆交点在水平投影面的投影，在侧面投影上作平行线（由主视图上引过来），再由水平视图上求得截平面与平行圆交点之间的尺寸（由水平视图上引过来），光滑连接各点，即得截平面与平行圆交点在侧投影面的投影，截平面实形的画法是把主视图上各点（各点之间的距离是各梯形上边之间的实长），旋转到水平位置并与由水平视图引过来的宽度相交，光滑连接各点即得截平面的实形，如图 3-21 所示。

(2) 用素线法画截面实形及展开。将圆锥底圆等分（图 3-22a）（等分越多图形越准，但越容易搞乱，此例 8 等份），过各等分点作素线，

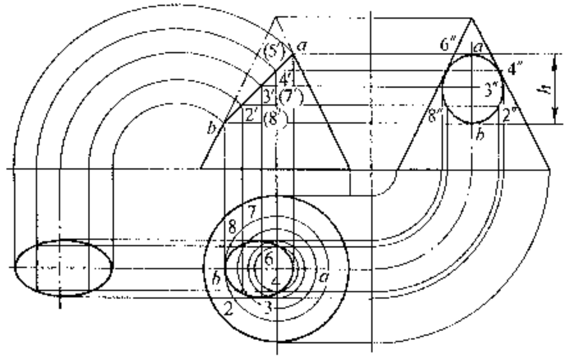
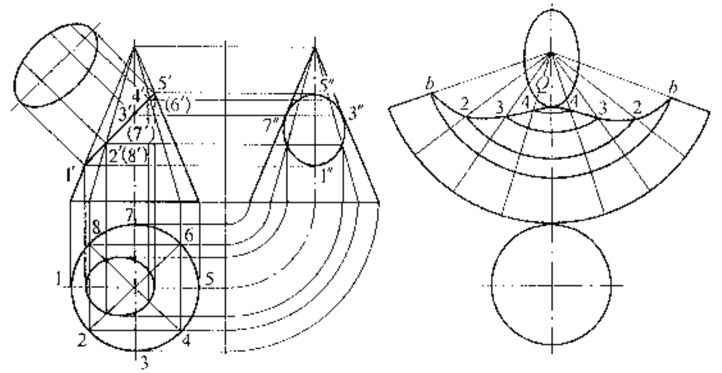


图 3-21

在主视图上可求得截平面与素线的交点 1′、2′…7′、8′，同样在水平视图上素线 1、2…7、8 也与由主视图上引下的铅垂线相交相应的点，光滑连接各点即为截面的水平投影，用同样的方法可求得侧面投影，需要说明的是主视图上的 3(7) 点，在水平视图的第 3、第 7 条素线上的位置无法确定，而在侧面视图上第 3 和第 7 条线，在视图的两侧与截平面的交点间的距离是实长，可引到水平视图上，即可确定 3、7 点的位置。



a　　　　b

图 3-22

作截圆锥的展开图：先作完整的圆锥体侧表面的展开图，将扇形圆弧分8等份，并作素线，根据正投影在相应的素线上量取截断后各素线的长度(注意是实长)，即得展开图截断轮廓上的各点，光滑连接各点，并作底圆和截面实形，即得截圆锥完整的展开图，如图3-22*b*所示。

例题：

(1) 过圆锥顶点切圆锥体的展开。

根据圆锥的性质，其截面是一等腰三角形，如图3-23所示，截平面垂直于正投影面，所以截面重影成一条直线，倾斜于其他两个投影面，截面投影是重影成一条直线和变了形的三角形，因为截平面在截圆锥体时截面的最边缘刚好是两条完整的素线，没有必要再去等分底圆的圆周，三角形的底边(圆的弦长)是实长，三角形的腰即是圆锥的素线长，所以作展开图时先画出三角形，再画出扇形并截取弧长为圆锥底圆被截后所剩余的圆周，并把被截底圆搬到展开图上，即可得一完整的展开图。

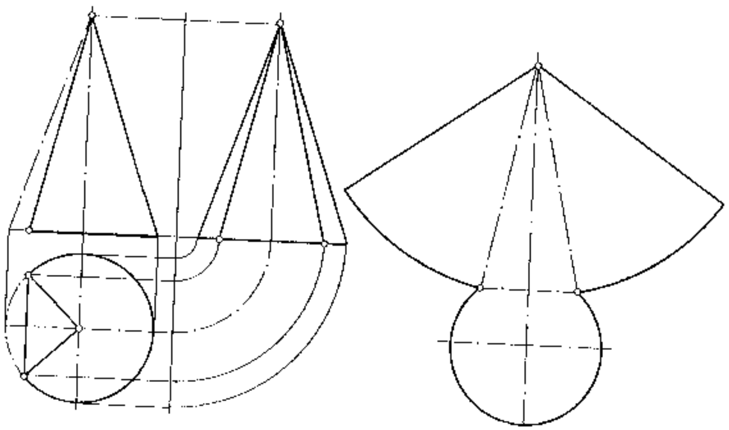


图2-23

(2) 平行于轴线截圆锥体的展开。

根据圆锥的性质，水平其截面是一双曲线，如图3-24所示，从

图中可以看出截平面垂直于投影面，所以在主视图和俯视图上截面重影成一条直线，而截平面平行于侧投影面，所以在侧视图上反映的是实形，是一对称曲线，作法和前面讲过的一样，只是不需要在整个底圆的圆周上分等份，只在截面投影上任意取几点(实际上是确定几条被截的素线)，如图3-24中的2、3、5、6(1、4、7点是特殊点，圆锥体被截时即已确定)，为了使曲线好画并且比较准确，点可以适当取多一些，投影图作好后再作展开图就容易了，作法和前面一样。

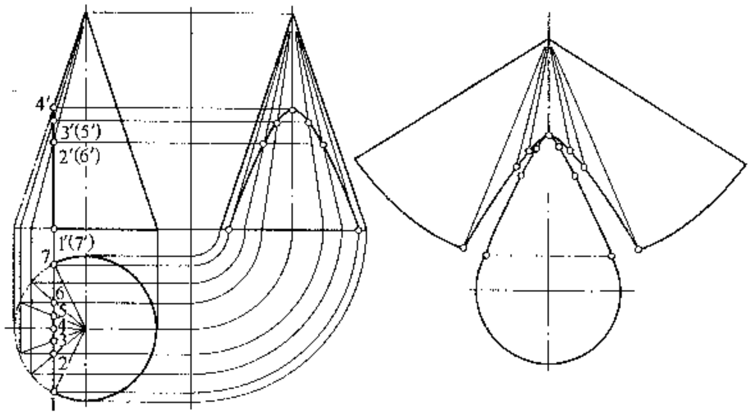


图3-24

(3) 截平面平行于圆锥的1条素线的圆锥体展开。

根据圆锥的性质其截面是一抛物线，如图3-25所示，作法和前面例题完全一样，本例的截平面在圆锥体轴线的后面，也可能在前面，但不论在后面还是在前面，它的视图和展开图的作法不变，只是其曲线有变化。

(4) 两节圆锥弯管的展开。

两节圆锥弯管的展开，如图3-26所示，看起来比较复杂，实际上我们把它看作是两个截圆锥连接在一起来分析就容易多了，作图时，分别作两个截圆锥的展开图即可，因为两个截圆锥连接处的

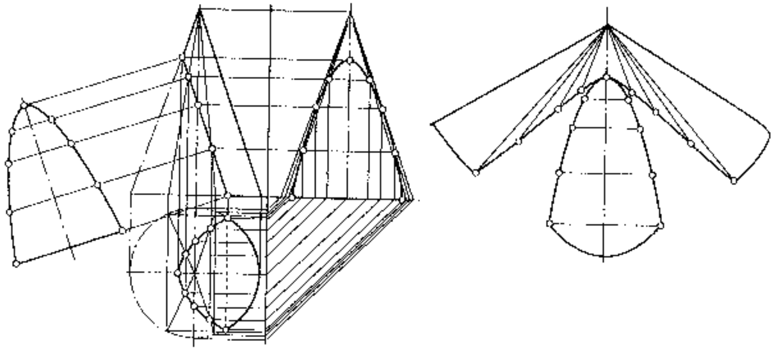


图 3-25

截面是一致的，把其中一个截圆锥旋转 180°即为一圆锥体（此例为圆锥台），因此作圆锥台的展开图就可以了。

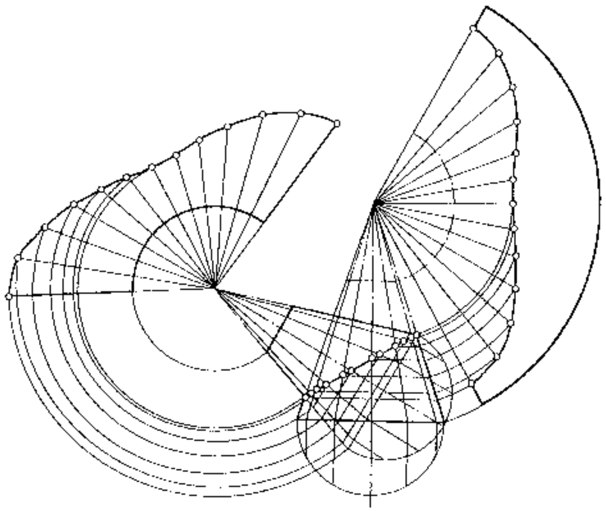


图 3-26

（5）五节圆锥弯管的展开。

五节圆锥弯管的展开，（图 3-27），作法同前例，弯管是由五个截圆锥所组成，同样各自相互旋转 180°，就变成了一个圆锥台，然

后再作展开图，这样其中有三个截锥，便有公用线，在实际工作中这样作是既节省时间又节约材料。

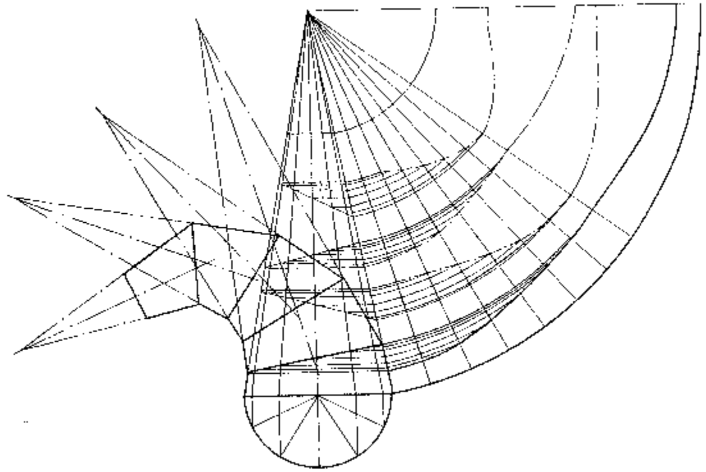


图 3-27

（6）双截圆锥的展开。

双截圆锥的展开（图 3-28），这样的截锥可以看作是相当于两个截圆锥组成，它们的截平面相互错位 90°，作图时分别进行，完

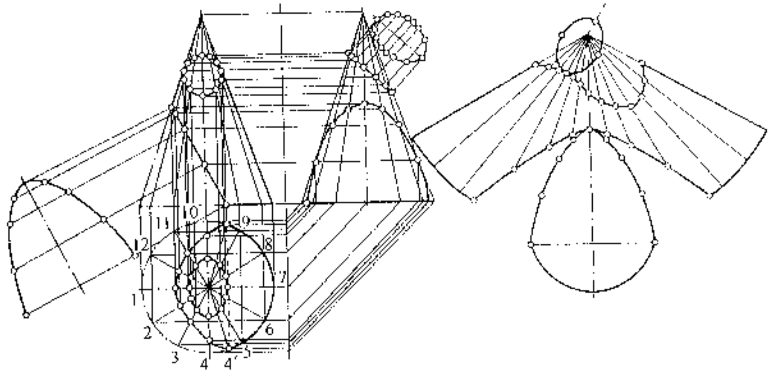


图 3-28

成一个后再作另一个，特别是在作展开图时，不但要分别作，而且更要注意素线的相互位置，注意不要把素线位置搞乱，因此，在具体操作时要很仔细，如此题中的 1(7)、4(10)各点素线的相互位置一定不能搞错，依次在各素线上量取被截后的长度，并顺序光滑连接即可。

3.3 本章附注

(1) 圆锥展开是把圆锥表面分成若干个三角形，然后把这些三角形顺序连接起来，即得圆锥的展开图，这种方法和三角形展开法基本相同(第 5 章将有分析)，即把圆锥底圆的圆周分成若干等份，每一等份底圆的一段圆弧与 2 条素线构成一小三角形，再把这些小三角形以锥顶为圆心连接起来，便可得到展开图，但这种作图方法存在一些问题，往往影响展开图的准确性。

1) 圆锥展开后为一扇形，扇形的圆弧以素线为半径画出，其弧长一般有两种方法确定(见图 3-29)，一是求出圆心角 α，圆心角所对的弧长就是所求扇形的弧长，但在具体作这个'角度'时，很难

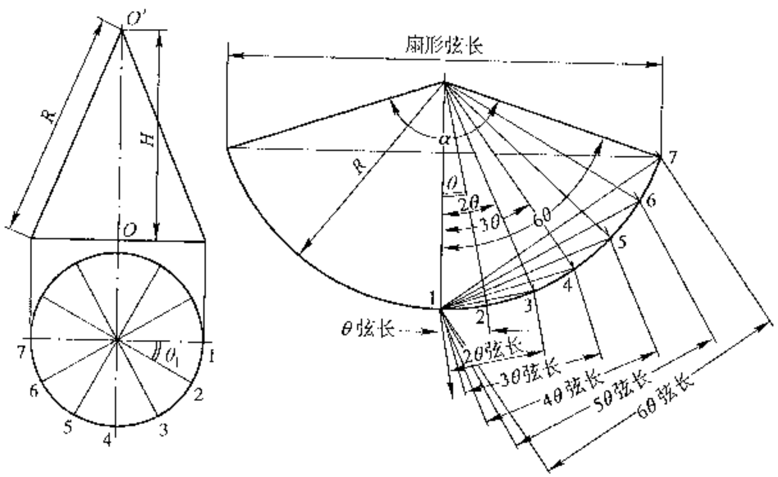


图 3-29

作得十分准确，要知道角度差一点点，所对圆弧就可能差一大截，要解决这一误差问题，倒不如求出圆心角所对的弦长，用弦长和扇形半径作等腰三角形，三角形的底所对弧长就是所求弧长，其准确性就高多了。另外一种方法是使每一到底圆的一段圆弧与两条素线构成一小三角形，以锥顶为圆心把这些小三角形连接起来，即得展开图，这种作法最大的问题是，每个小(等腰)三角形的底边是圆弧，量取时有一点误差，当若干个小三角形连接起来以后，其小三角形底边的累计误差，也是很大的。减少误差的办法可采用封闭尺寸链作图，即求出扇形小三角形的顶角 θ(扇形圆心角的若干分之一，本例十二分之一)，然后求出弦长，便可作出第一个小三角形，再求 2θ、3θ、…、6θ 等角所对的弦长，作出几个三角形，最后完成展开图，这种办法比较麻烦，但误差较小。

在实际工作中一般不会采用上面介绍的办法去作，除非制件要求很高或批量较大时采用，但可以用此法校验展开图作得是否准确或作展开图的样板，并且可以用它来修正展开图。

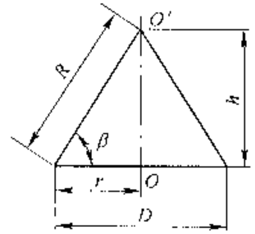


图 3-30

2) 下面介绍有关计算公式。

圆锥轴截面：图 3-30 中的三角形是圆锥的轴截面，OO'是圆锥的轴，设它的素线为 R，底面半径为 r，锥高为 h，素线与底面的夹角为 β，它们的关系用下面公式表示：

$R^2 = r^2 + h^2$

$\sin\beta = h/R$

$\cos\beta = r/R$

圆锥台：图 3-31 是圆锥台，计算公式同上，即：

$R^2 = h^2 + (r - r_1)^2$

$\sin\beta = h/R$

$\cos\beta = r - r_1/R \quad (r > r_1)$

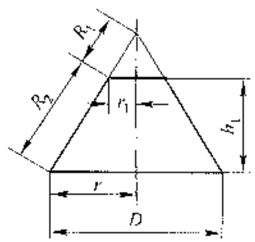


图 3-31

扇形：图 3-32 是圆锥展开后的形状，是一扇形，扇形的半径等于圆锥素线长 L，扇形的弧长等于圆锥底面的周长 $2\pi r$，已知 r 和 R 便可求出圆锥侧面展开图的圆心角 α，进一步可求出扇形的弧长 S。

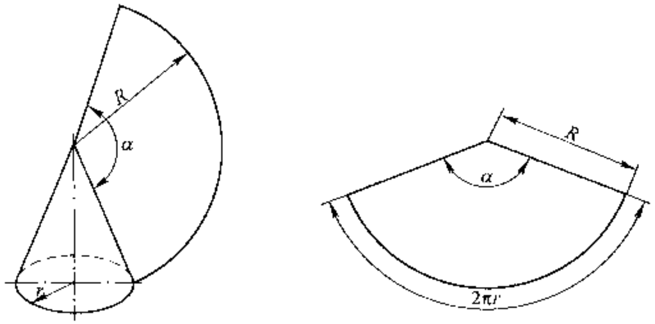


图 3-32

$$2\pi R = \pi R\alpha/180°$$

$$\alpha = 360° r/R$$

$$S = 2R\sin\alpha/2$$

注意：公式 $\alpha = 360° r/R$ 中的 r 是圆锥底面的半径，而不是它的侧面展开图的扇形的半径，R 是圆锥的素线的长，也就是它的侧面展开图扇形的半径，α 角是侧面展开图扇形的圆心角，而不是圆锥的顶角，注意不要混淆。

圆锥台展开：图 3-33 是圆锥台展开后的形状，有关计算公式如下：

$$2\pi r = \pi(R_1 + R_2)\alpha/180°$$

$$2\pi r = \pi R_1\alpha/180°$$

$$2\pi(r - r_1) = \pi R\alpha/180°$$

$$\alpha = 360°(r - r_1)/R$$

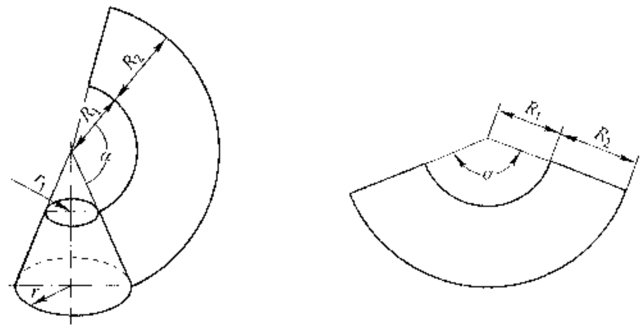


图 3-33

(2) 前面讲过圆锥展开(图 3-34)时用素线长度为半径作圆弧，然后以圆锥底圆圆周等分点间的弧长，在展开圆弧截取与底圆等分相同的份数，即为展开扇形的弧长，我们所说的用底圆圆周等分间的弧长移到展开弧上，实际上我们用的不是弧长而是弦长，既是我们量取的十分准确，它们之间也存在一定误差，这个问题容易证明。

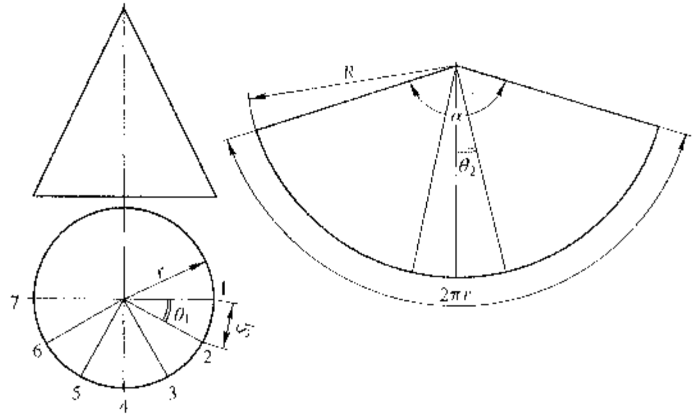


图 3-34

底圆圆周长 1 等份的夹角　$\theta_1 = 360° n$　(设 n 为圆周等分数)。

扇形的圆心角 $\alpha = 360° r/R$,扇形弧长的 1 等份的夹角　$\theta_2 = \alpha/n = 360° r/n$,

显然 $\theta_1 \neq \theta_2$　($360° n \neq 360° r/n$ 且 $\theta_1 > \theta_2$)。

假设 θ_1 和 θ_2 所对的弧相等,而由于圆弧半径不一样,所以 θ_1 和 θ_2 所对的弧度也不相等,θ_1 和 θ_2 所对的弦也不相等。

例:设圆锥底圆半径 $r = 250$mm,圆锥的高为 $H = 600$mm,底圆圆周分为 12 等份,则

$$L = \sqrt{250^2 + 600^2}$$
$$= 650$$
$$\theta_1 = 360° \div 12$$
$$= 30°$$

因为　$\alpha = 180 \times 500/650$

$= 138.4615°$

所以　$\theta_2 = 138.4615° \div 12$

$= 11.5385°$

$S_1 = r\sin 15°$

$= 129.4095$

$S_2 = 650.\sin 5.7693°$

$= 130.6785$

S_1 和 S_2 之差为 1.269。

θ_1 和 θ_2 所对弦长随角度增大误差也增大,见表 3-1。

表 3-1　θ_1 和 θ_2 所对弦长随角度的变化

倍　数	θ_1	θ_2	差　数
2	250.000	260.034	10.034
3	353.553	386.755	33.202
5	482.693	627.199	144.236

$$\theta_1 = 360° n$$
$$S_1 = r_2 \sin\theta_1/2$$

n 等份弦的总和 $S = r(\sin\theta_1/2) \times n$

$= r(\sin n360°) \times n$

扇形的弧长为 $2\pi r$。

等分弦的总和与扇形弧长应该相等即:

$$2\pi r = r(\sin 360° n) \times n$$
$$2\pi = (\sin n360°) \times n$$

显然上式不能成立,因为等式两端一个是常数(2π),一个是变数(n 的存在),如果等分弦的总和与扇形弧长之间存在误差,则可用下式表示:

$$\delta = S - 2\pi r_1$$
$$= 2\pi r_1 - r_1 \sin(360° n) \times n$$
$$= r_1[2\pi - (\sin 360° n) \times n]$$

从公式中可以看出,δ 是 n 的函数,当 r_1 一定时,份数 n 越大,误差 δ 越小,当份数 n 无限大时,误差 δ 等于零($n = \infty$ 时,$\delta = 0$),所以在确定锥底圆周等分时,一定要根据制件的要求高低和批量大小以及有无其他要求,确定一个适当的等分数 n,是十分重要的。

3.4 本章附图

(1) 斜切圆柱展开(图 3-35)

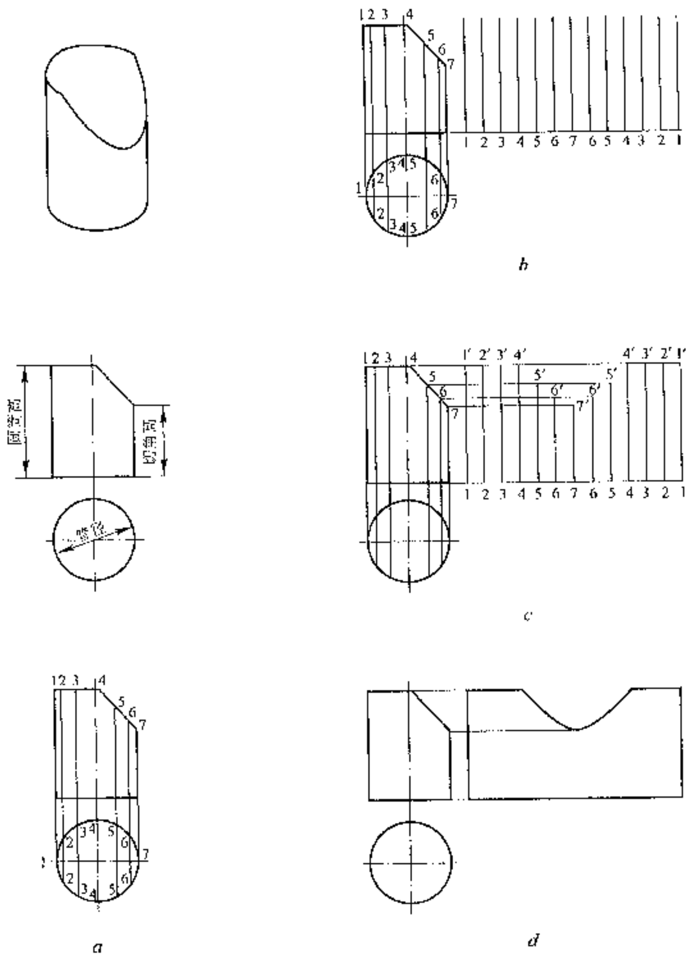


图 3-35

(2) 斜切圆柱展开(图 3-36)

(3) 斜切椭圆柱展开(图 3-37)

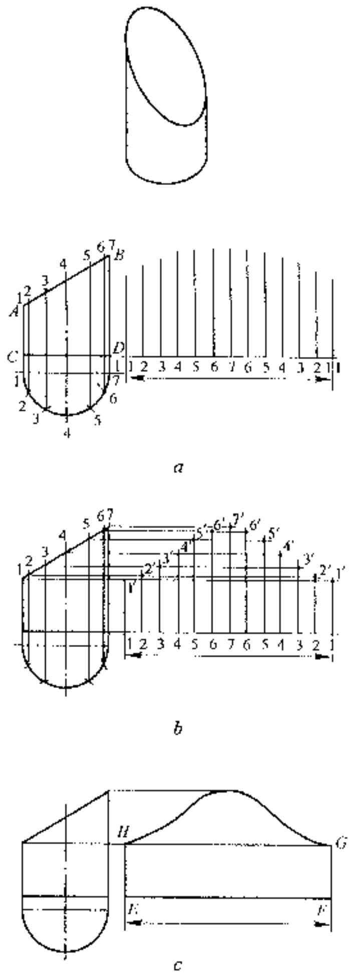


图 3-36

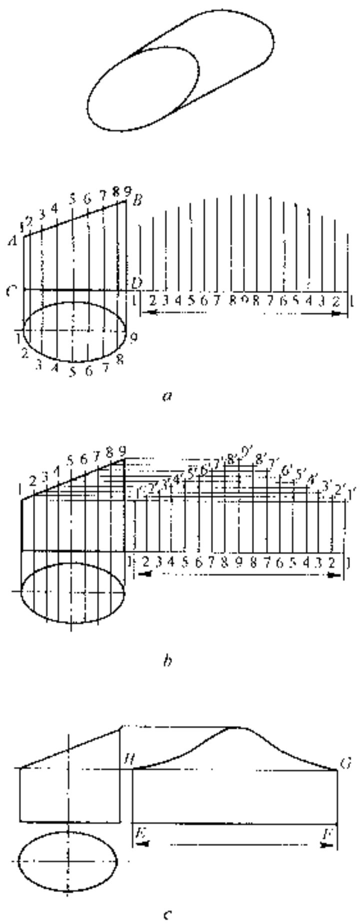


图 3-37

（4）双切圆柱展开(图 3-38)

（5）双切圆柱展开(图 3-39)

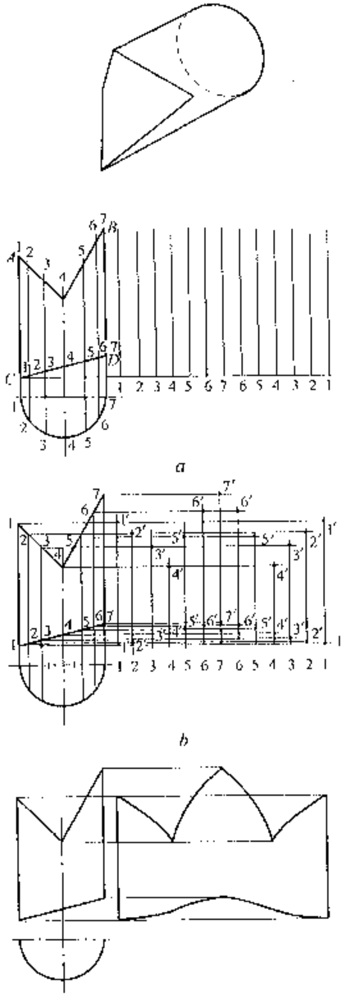


图 3-38

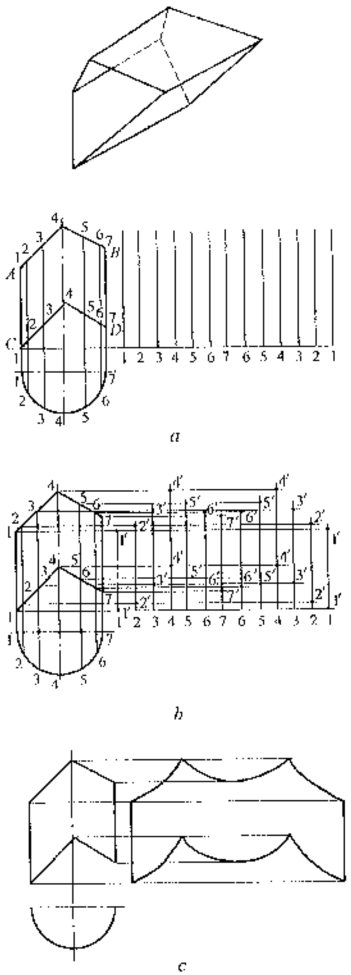


图 3-39

（6）双切圆柱展开(图 3-40)

（7）弧切孔切圆柱展开(3-41)

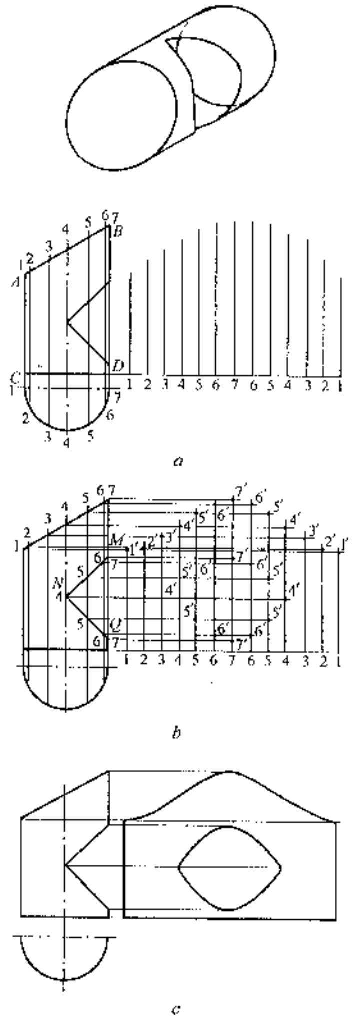


图 3-40

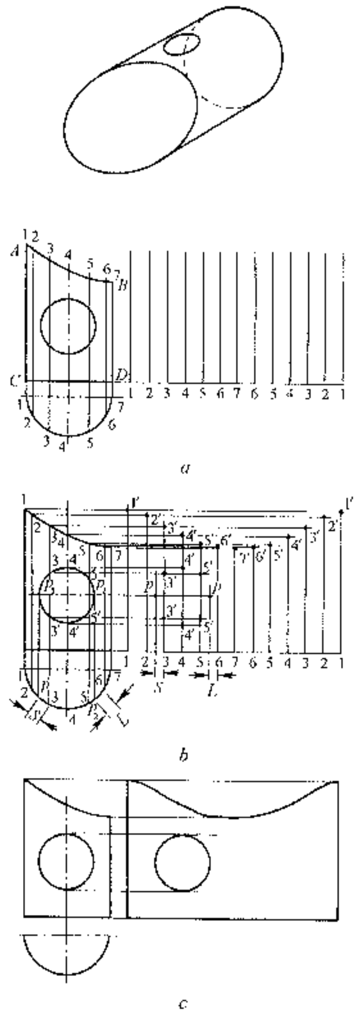


图 3-41

4 相贯体的展开

两立体表面的交线称相贯线，在实际工作中，比较简单的几何体，如平面立体、圆柱、圆锥等制件遇到的较少，通常大量出现在两个或两个以上的立体相互交接在一起的制件，如三通管、四通管等，本章主要讨论相贯的性质和画法。

4.1 多面体相贯的展开

多面体的相贯线一定是一个封闭的空间折线，封闭折线的折点，就是两多面体棱线的交点，或是这个多面体棱通过另一个多面体棱面的穿点，将这些点以直线连接起来便得到两多面体的相贯线，相贯线的折线和交点是两个多面体所共有的。

前面已经讲过平面与平面相交，其交线是一直线，所以多面体相交其相贯线一定是直线、折线而不是曲线。

图 4-1 是两正四方管相互垂直相贯，因为棱柱的形状尺寸相

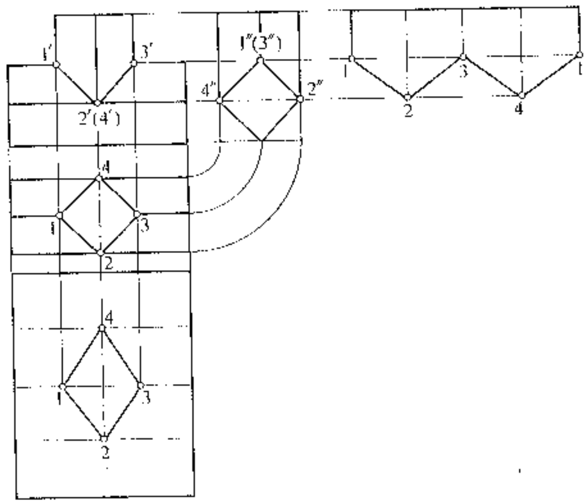
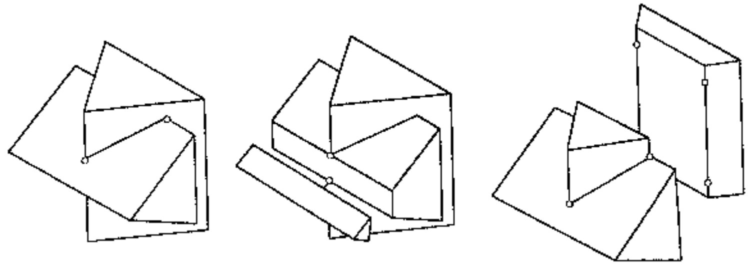


图 4-1

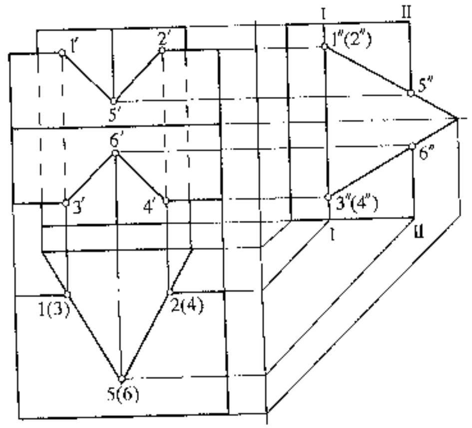
同，正方形的对角相交(因为两正四方管四边相等，所以相贯线的顶点都在棱线上)，得交点 1′、2′、3′、4′，这些点即是特殊点；根据它们相交的情况，可以画出三视图，从三视图中看出相交后的两正四方管各棱线的长度，都能反映出实长，而相贯线(封闭的折线)倾斜于三个投影面，反映的不是实长，但特殊点之间的相对位置都比较清楚，所以分别作出立管和水平管的展开图是比较容易的。

图 4-2a 是两三棱柱相贯的情况，从图中可以看出两三棱柱互相垂直(所谓正交)相贯，图 4-2b 是它们的三视图，在三视图的水平视图和侧面视图上，能比较直观的看出两三棱柱相贯(相交)的情况，在水平视图上得交点 1、2、3、4、5，同时在侧视图上得交点 1″、2″、3″、4″、5″，相应在正视图上得交点 1′、2′、3′、4′、5′，图中 1′-3′、2′-4′、5′-6′以及 1′-2′、3′-4′之间的交线因其平行于投影面反映的是实长，而 1′-5′、2′-5′、3′-6′、4′-6′之间的交线因其倾斜于投影面反映的不是实长。图 4-2c 反映的是Ⅰ-Ⅰ，Ⅱ-Ⅱ位置的剖面图，更容易看出两三棱柱相贯时棱线的交点和与多面体棱面的穿点，知道这些条件后就可以画出它们的相贯线(折线)，通过上面分析可证明，组成相贯线的折线和交点是两个多面体所共有的。

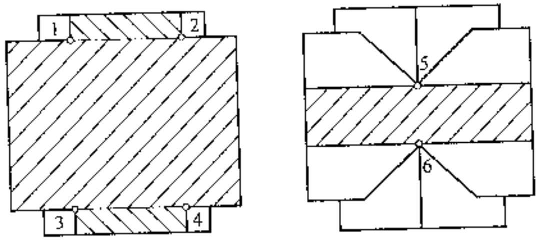
既然相贯线的折线和交点是两个多面体所共有，所以在作三棱柱表面展开图时，可以把两个三棱柱从相贯处分开(除去相互占有部分)，分别作展开图。图 4-3a 是垂直放置的三棱柱的三视图，此三棱柱如果不与水平放置的三棱柱相交，它的展开是很容易的，因为围成三棱柱的三个矩形和两个三角形的实形都可以求得，而两三棱柱相交后，其中有一部分被两棱柱所共同占有，所以展开时需要从一个棱柱上取去才行，这取去的部分是截面 5″1″3″6″，长度为 1′2′的一段(被取去的空间)，它由尺寸是 A、A_1 和 H、H_1、H_2、H_3、H_4 所组成，也就是说这些尺寸可以决定 1、2、3、4、5、6 各点在平面上的坐标尺寸，从而可以画出被取去部分的形状和大小，图 4-3b 是它的展开图。用同样的方法，可以画出水平放置三棱柱的三视图和展开图，如图 4-4 所示。



a



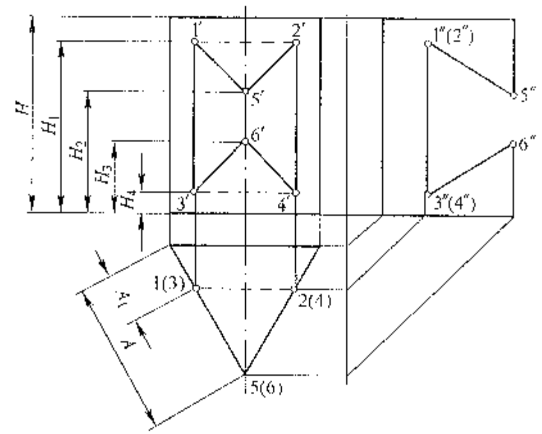
b



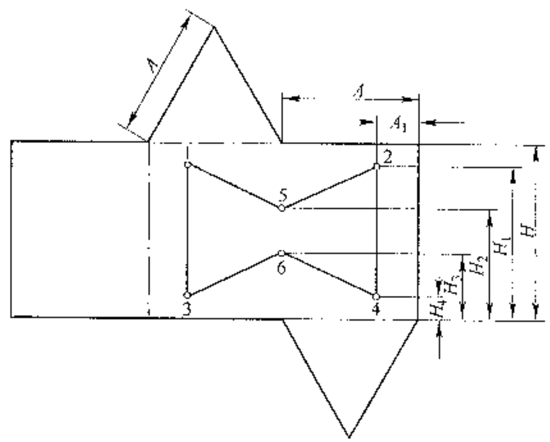
I-I截面　　II-II截面

c

图 4-2



a



b

图 4-3

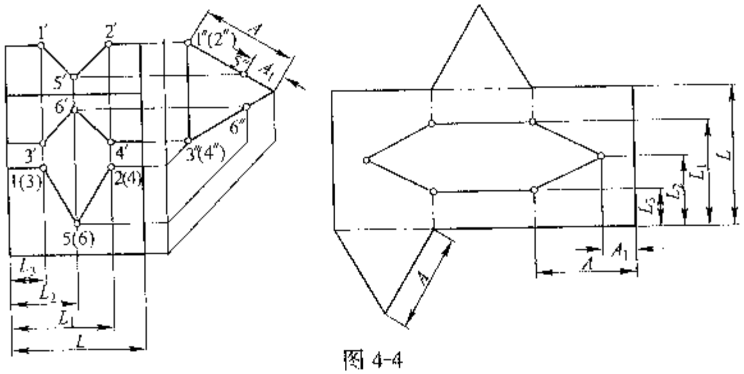


图 4-4

在正四棱管的上棱线上斜骑一正六棱管，如图 4-5 所示，先作三视图，但正视图上的贯线画不出来，相贯线的作法是，由正六棱管的角顶点 1、2、3、4、5、6 作与斜管的平行线，与由侧视图 1″(4″)、2″(6″)、3″(5″)各交点向左所引水平线相应交点 1′、2′(6′)、3′(5′)、4′，连接各点即得两管的相贯线。

作正六棱管的展开图(三视图右上方)，延长管口线，取一段分为六等份等于六棱管的六个边长的和，并过等分点作垂线与过相贯线上的特殊点所引平行线相

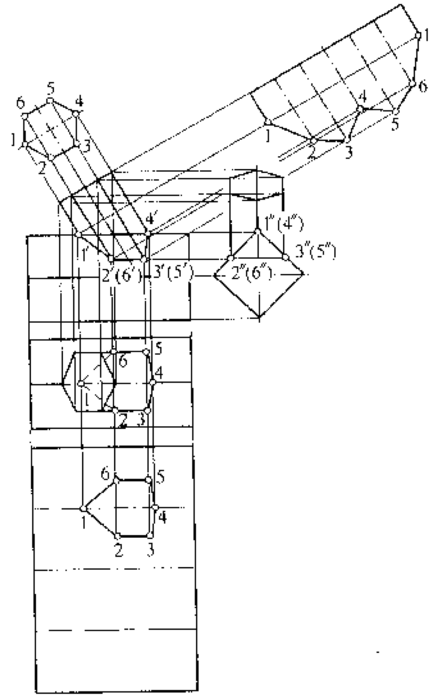


图 4-5

交，连接各交点即为六棱管的展开图。正四方管展开时，先作一长方形(三视图的下方)，宽等于方管长，长等于方管的四个边长之和，然后过相贯线上各特殊点，向下引铅垂线与棱线交 1、4 点，再从侧视图上量取 2″-3″、(5″)-(6″)的宽度，转移到方管展开图上得 2、3、5、6 点，顺序连接各点即得开孔的形状，它就是一完整的方管展开图。

如果把正六棱管的方向转 90°，情况就和前面所讲大不一样，如图 4-6 所示，从图中可以看出正六棱管的六条棱线，没有一条与四棱管相交，而是分别穿过四棱管的两个平面，这些穿点可以通过侧视图上各穿点的位置(宽度)2″-5″和 1″(3″)-6″(4″)，向正视图所引平行线与正六棱管的棱线的交点 1′、2′、3′、4′、5′、6′，连接各点即为其相贯线，与此同时，四棱管的上面一条棱线穿过正六棱管的两个平面，在各视图上得出两个特殊点 A′、B′、A″、(B″)、A、B，至此一个完整的三视图全部完成。

作正六棱管展开图和作四棱管展开图的方法与上例基本相同，但由于四棱管的一棱线穿过正六棱管的 Ⅰ(Ⅱ)平面，并且穿点 A(B)分中，因此在正六棱管展开图的 Ⅰ(Ⅱ)平面上也相应确

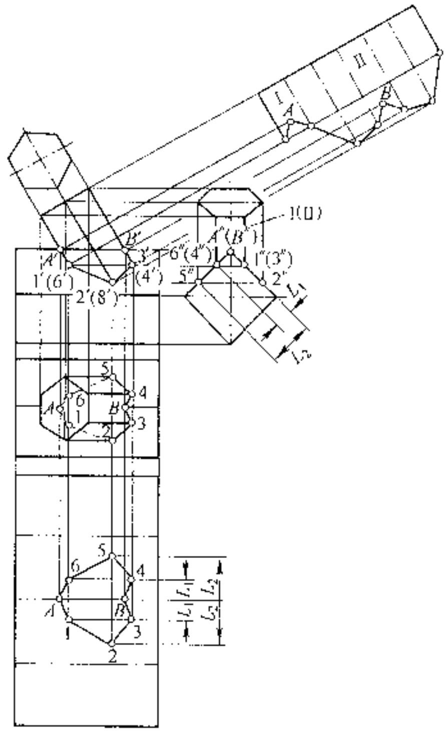


图 4-6

定 A、B 两点，连接各点即完成展开图。作四棱管的展开图时，除注意 A、B 点外，把侧视图上的 L_1、L_2 移到正六棱管的展开图上与过相贯线各点下引垂线相交，得 1、2、3、4、5、6、A、B 各点，连接各点即得开孔的实形，这样就是一完整的方管展开图。

综合上面两例，实际可用图 4-7 的正五棱管与正四棱管的相交情况说明，它们既有两多面体棱线的交点，又有这个多面体棱通过另一个多面体棱面的穿点，连接这些点就是两个多面体的相贯线。

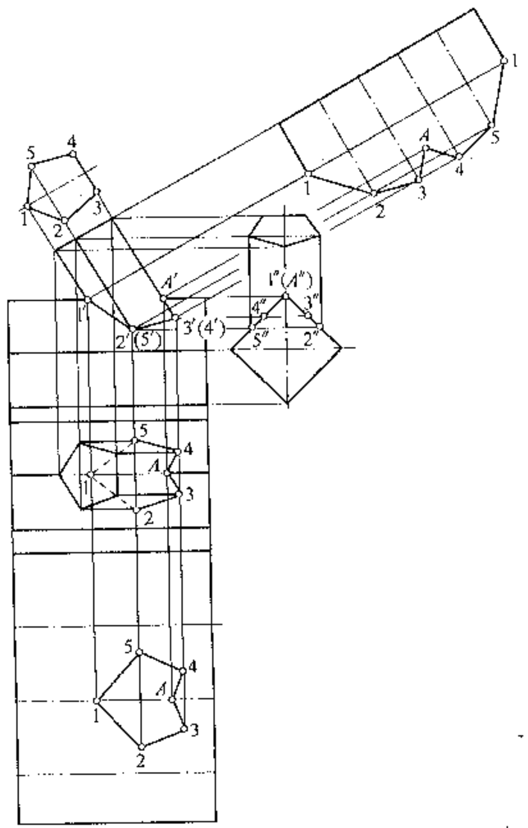


图 4-7

图 4-8 是四棱柱与圆柱垂直相交，先作它们的视图，从视图中首先可以确定的点有 1、5、1′、5′和 1″、5″、3″、7″各点，这些点都各自落在相应的圆柱的素线上，这些点也称特殊点，过侧视图的 3″、7″点向正视图引水平线得 3′(7′)点，为作图准确起见，补充 2、4、6、8 中间点，并且把它们转移到侧视图上得 2″(4″)、6″(8″)各点，再过各点作水平线与由 2、4、6、8 所引铅垂线相交得 2′(8′)、4′(6′)点，光滑连接各点即得四棱柱与圆柱垂直相交的相贯线，为更好的理解相贯线上各点在圆柱素线上的位置，在三视图上，过各点作 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ、Ⅸ 切平面，这些切平面分别垂直于各自的投影面，得每个切平面的剖面图（见三视图左方和下方的图），通过

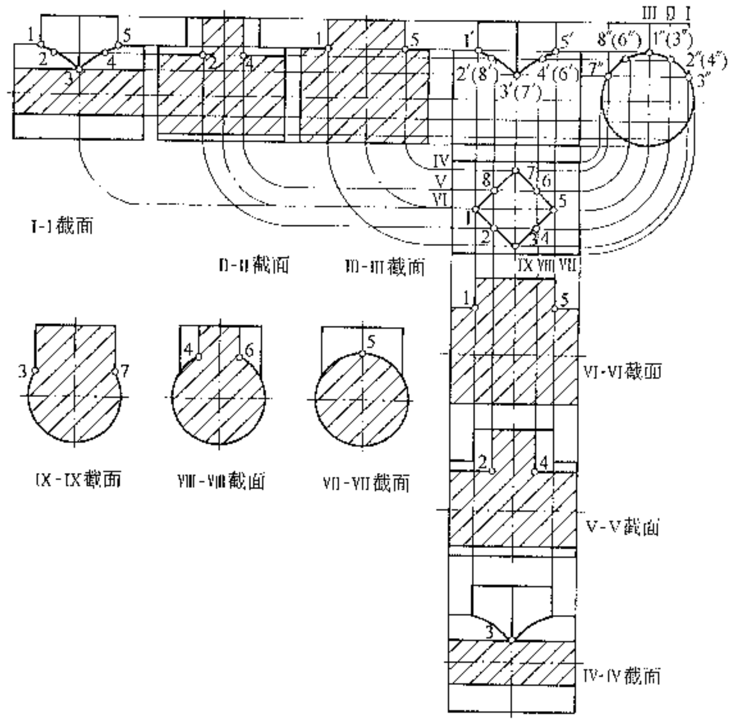


图 4-8

剖面图可以清楚地看到各棱线与圆柱素的交点以及所取中间点与圆柱素线的交点(特殊点)，这些交点为圆柱素线和棱柱棱线共同所有(当然中间点也是共同所有)。

4.2 旋转体相贯的展开

图 4-9 是等直径 90°弯头，圆柱的斜截面是椭圆(平面曲线)，当两圆柱相等、斜切的角度相同，其截面椭圆也相同时，因椭圆所在的平面垂直于正面，所以相贯线的正面投影是一直线，这种弯头实际就是两节斜切圆柱，它的作图方法在第 2 章已有详细叙述，此处不再解释，在实际工作中，展开时把其中一节旋转 180°变成一直管展开(切口不变)即可。

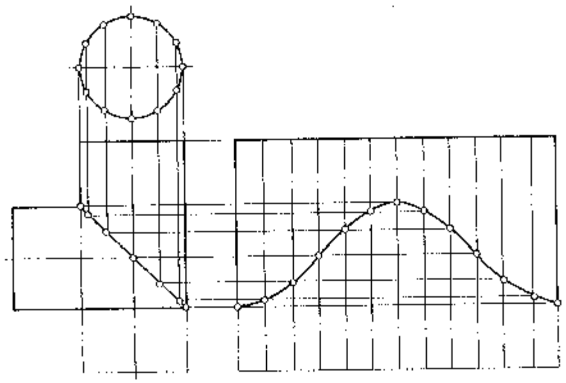


图 4-9

图 4-10 是等直径三通管，和上例相同，其相贯线由空间曲线变为平面曲线——左右两个半椭圆，它们的正投影是两条相交的直线，它们的交点 4(10)与两轴线的交点重合，所以，当遇到轴线相交(不论垂直或倾斜)，且直径又相等的两圆管相交时，只要把两圆管轮廓线的交点 1、7 和轴线的交点 4(7)用直线连接，即得相贯线的正面投影，作展开图时，立管已在前面讲过，水平管主要是开孔的形状和大小，由立管轴线引垂线取一段长为半个圆周长，按本

例分 6 等份，作平行线与相贯线上各点所引垂线相交得 1、2…1′、2′各点，光滑连接各点，即得开孔的实形。

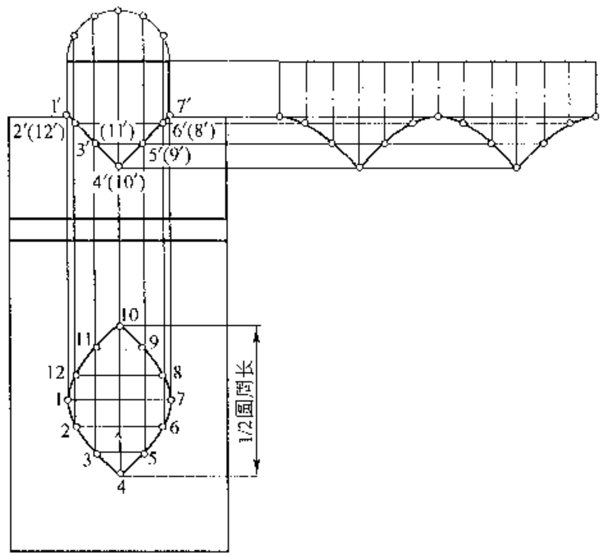


图 4-10

图 4-11 是直径大小不等的两圆柱的轴线垂直相交，相贯线是封闭的空间曲线，因为小圆柱的轴线垂直于水平投影面，所以相贯线的水平投影必重影在小圆柱的水平投影(圆)上，而大圆柱的轴线垂直于侧投影面，所以相贯线的侧面投影必重影在大圆柱的侧面投影的一段圆弧上。完成三视图，根据水平投影 1、3、5、7 各点和侧面投影 1″、3″、(5″)、7″各点，可作出正面投影 1′、3′、5′、(7′)各点，这些点是两圆柱的轴线垂直相交，相贯线的特殊点 1′、5′是左右最高点，3′、(7′)是前后最低点，只有这四个点作不出相贯线，所以要确定中间点，为作图方便，一般将小圆柱(水平视图)圆周分为等份，本例为 8 等份，2、4、6、8 各点为中间点，然后把中间点转移到侧面视图上得点 2″、(4″)、6″、(8″)，并且过各点引水平线与由水平视图 2、4、6、8 各点所引垂线相交得 2′、(8′)、4′、(6′)各点，光滑

连接各点即完成作图。

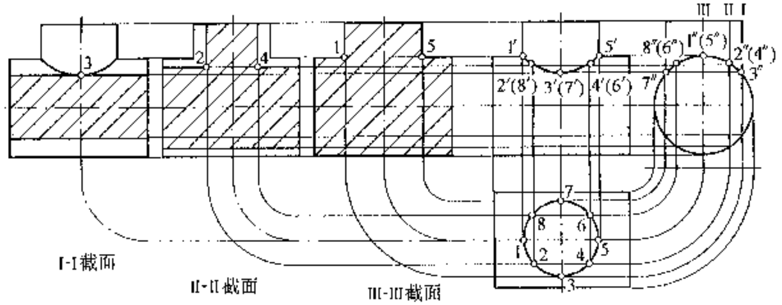


图 4-11

需要进一步说明的是，相贯线及相贯线上的各点(特殊点和中间点)是两圆柱共同所有，同时各点是两圆柱素线的交点，当将小圆柱分为 8 等份时，就已确定了小圆柱的 8 条素线，而这 8 条素线又与大圆柱相应的五条素线相交(其中有两条素线上各有两个交点)，现增加三个切面Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ，得三个剖面图，上面的 3、2、4、1、5、(6)、(8)、(7)就是素线相交的情况，这里重要的是要注意各素线在各视图上的相对位置，如果有一条是错的，相贯线是画不出来的。

图 4-12 是大小两圆柱的轴线垂直相交，但形状前后不对称，相贯线是封闭的空间曲线，因为小圆柱的轴线垂直于水平投影面，所以相贯线的水平投影必重影在小圆柱的水平投影(圆)上，而大圆柱的轴线垂直于侧投影面，所以相贯线的侧面投影必重影在大圆柱的侧面投影的一段圆弧上。

完成三视图，确定特殊点，根据水平视图上的 1、5、9、13 和侧面视图上的 5″、1″、9″、13″各点可以作出正面视图的 1′、5′、9′、13′点，然后确定中间点，本例确定了 12 个中间点，过 2、3、4、…14、15、16 各点向正面视图作垂线与过 2″、3″、4″、…、14″、15″、16″各点所引水平线相交得 2′、3′、4′、…、14′、15′、16′交点，光滑连接各点即完成作图。

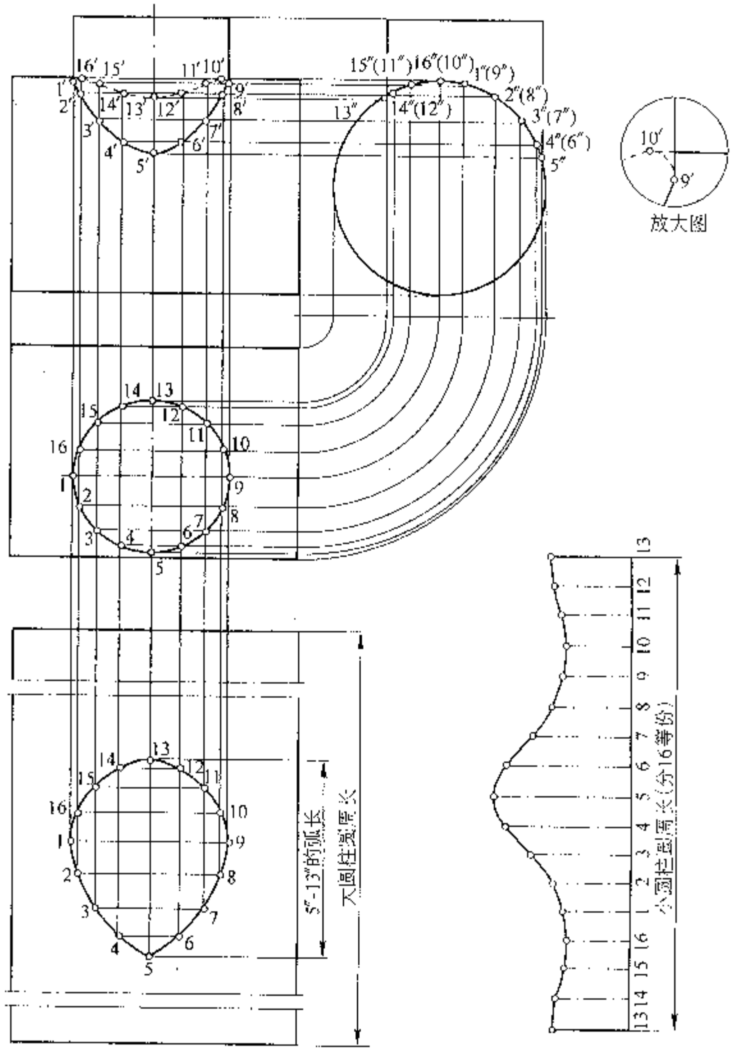


图 4-12

相贯线是一个封闭的空间曲线，它在不同视图上反映得也不一样，如本例相贯线在水平视图上反映的是立柱重影的圆，在侧视图上反映的是水平圆柱重影的一段圆弧，也可以说是两圆柱相交后变了形的一半交线（另外一半与此重合），在正视图上反映的是一封闭曲线，其前面部分是看得见的，即1′、2′、…、8′、9′各点，相贯线用实线表示，而后面部分是看不见的，即9′、10′、…、16′、1′各点，相贯线用虚线表示；从9′向10′和16′向1′处的过渡，见放大图，看起来立柱的最左和最右2条素线与水平柱的最上一条素线是相交的，实际上它是独立的两条空间线，画出相交线是投影的结果，这里注意建立空间概念。

三视图下方是它们的展开图，作图比较简单且图上加注了说明，此处不再一一叙述。

图4-13是轴线斜交的圆柱体，大小圆柱的轴线相交，但小圆柱轴线倾斜一个角度，前后形状对称。作图的过程是先作出三视图，在三视图上只能确定1、5、1′、5′、1″、5″、3、7、7″、3″几个特殊点，但完整的相贯线画不出来，要画出相贯线还需要增加中间点。本例将小圆柱圆周分为8等份，得中间点2、4、6、8，过各分点作小圆柱轴线的平行线，圆柱上的这些线实际上就是我们所选定的过各分点小圆柱的8条素线，在侧视图上可以按照投影关系相应找到这些素线与大圆柱的交点1″、2″、…7″、8″，然后从这些点向正视图作大圆柱轴线的平行线与小圆柱轴线的平行线相交得2′、(8′)、3′、(7′)、4′、(6′)各点，光滑连接各点即是两圆柱的相贯线。为了更好的比较直观的理解视图之间的相应关系，特增加了Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ等切面，通过这样切面的剖面图，可以更好的了解相贯线上各点的确切位置。

作出三视图（特别是相贯线）后，再作它们的表面展开图就比较简单了，如图4-14所示，作法是沿小圆柱的端面作延长线，长度为小圆柱的圆周长且分为8等份，过等分点作垂线与由相贯线上各点所引平行端面的平行线相交，光滑连接各点即得小圆柱的表面展开图；大圆柱的表面展开，是求挖孔的形状及大小，在大圆柱

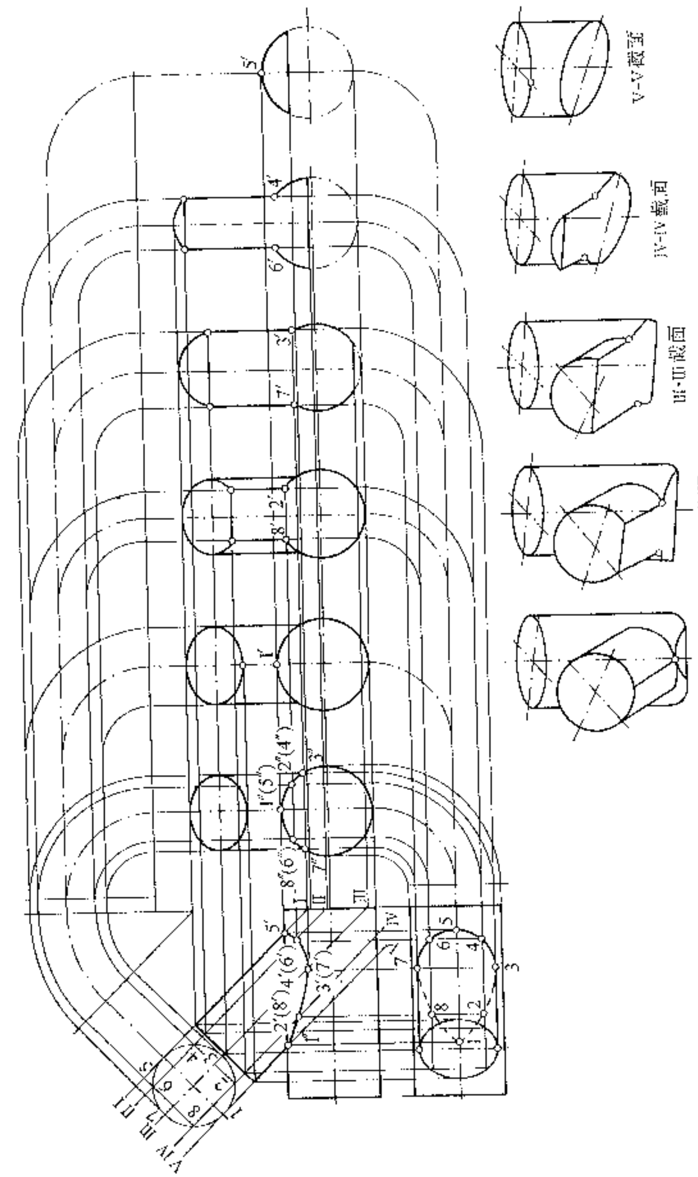


图4-13

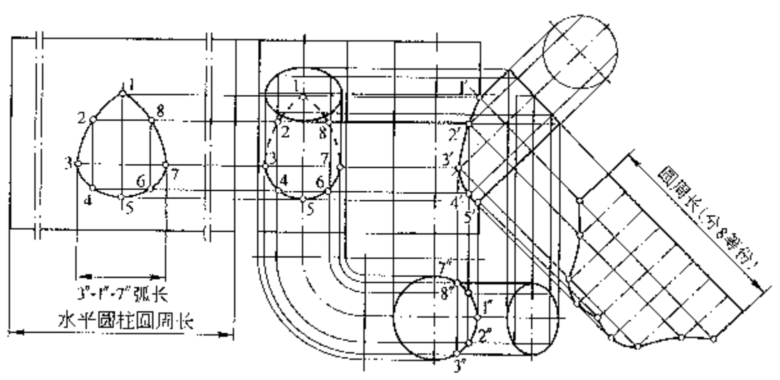


图 4-14

表面展开的矩形上，引下水平视图上 3、7 点的铅垂线，取一段为 3″1″7″的圆弧长，把这段长度按顺序分为 1″-2″、2″-3″、3″-4″、4″-5″、5″-6″、6″-7″、7″-8″、8″-1″弧的长度，并且作水平线与由水平视图上 1、2、3、4 各点所引垂线相应相交，光滑连接各交点即得开孔的实形。

圆柱体与圆锥相贯，如图 4-15 所示，由于圆柱体的侧表面垂直于侧投影面，所以相贯线在侧面投影上与圆柱体轮廓重合成为一圆，在正面视图和水平视图上需要作出表面相贯线的投影。

在未作出完整的相贯线之前，几个特殊点的位置可以确定如 1、5、1′、5′、1″、5″等，为作图方便，本例采用辅助平面的方法，其步骤是先把圆柱的圆周分为 8 等份，过 1″、2″、…、7″、8″等分点向左引平行线与圆锥相交，相交后便得切平面 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ（细实线表示），再把切平面画在水平视图上（细实线表示的同心圆）的辅助平面上，然后把侧视图上各等分点旋转到水平视图上，与辅助圆相交得交点 2、3、4、6、7、8，光滑连接各点即得相贯线在水平视图上的投影，看不见的线用虚线表示，再过各点向上引垂线与切平面相应相交得 2′、3′、4′、(6′)、(7′)、(8′)各点，光滑连接各点即得相贯线在正视图上的投影，至此三视图及相贯线全部完成。其他视图为 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ剖面图，展开图已有加注，不再说明。

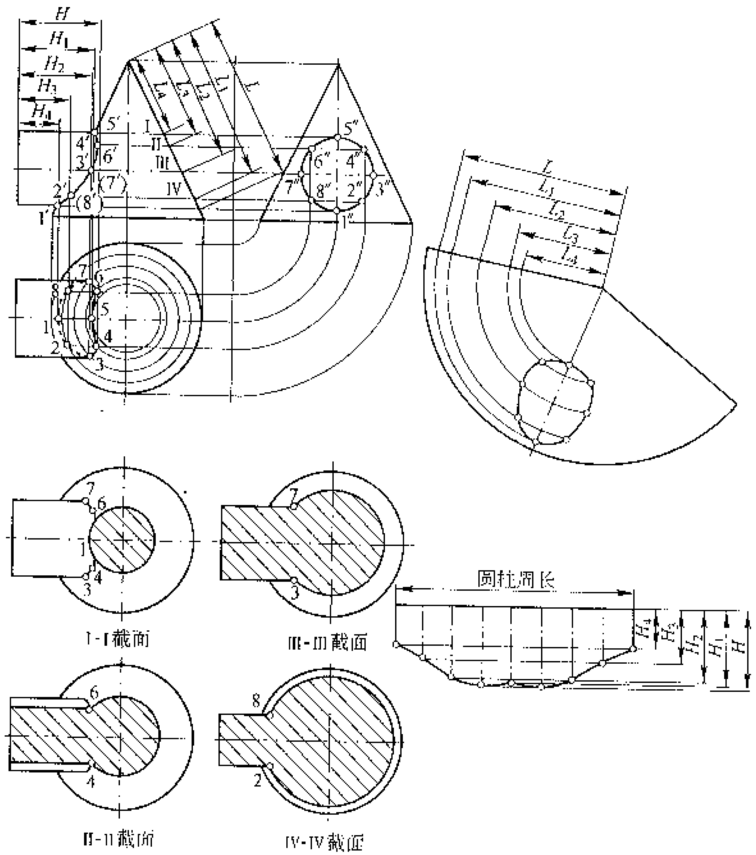


图 4-15

圆柱体与圆锥相贯，如图 4-16 所示，圆柱轴线与圆锥轴线平行，由于圆柱体的侧表面垂直于水平投影面，所以相贯线在水平面投影上与圆柱体轮廓相重合成为一圆，在正面视图和侧视图上需要作出表面相贯线的投影。

图中 1、5(1′、5′、1″、5″)、3″、7″点为特殊点，它决定了圆柱与圆锥上下顶端、左右两侧面的相交点，为求得相贯线，可用辅助平面

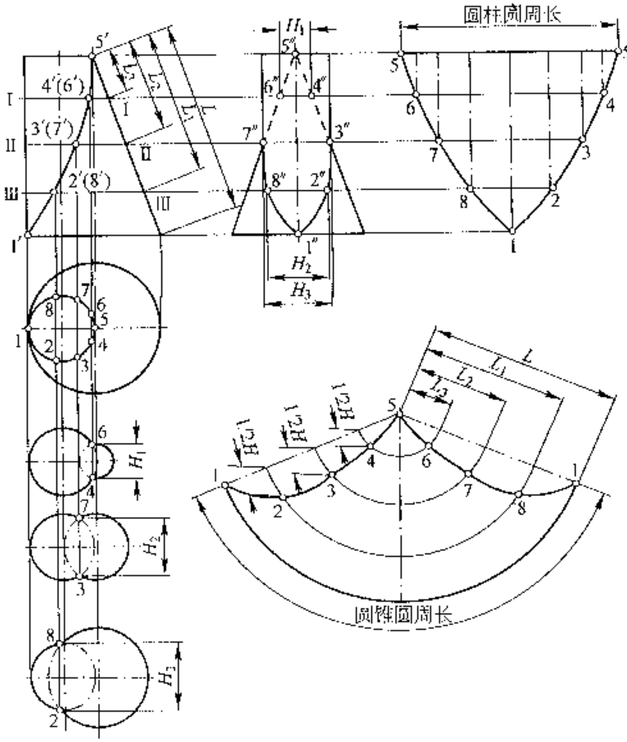


图 4-16

的方法，现增加Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ切面，即辅助平面，在水平视图下方是三个切面的剖面图，在剖面图中可以清楚地看出圆柱表面在每个剖面中与圆锥表面相交的情况，实际上是两素线的相交，交点为 2、8、3、7、4、6，过交点向上引垂线与切平面相交得 2′、8′、3′、7′、4′、6′各点，光滑连接各点即为正视图上的相贯线，侧面视图上的相贯线可以用旋转的方法把垂线引到侧面视图上，与切面相交得 2″8″(3″7″)4″6″交点，光滑连接各点即得相贯线。

有了相贯线，作表面展开图就比较容易了，对表面展开图的作法图中已有加注，不再一一叙述。

圆柱与六棱锥的锥棱相贯线，如图 4-17 所示，不同轴但对称，圆柱垂直于水平投影面，在水平视图上反映的是一圆，即是相贯线在水平视图上的投影，现在要作的是相贯线在正面和侧面视图上的投影，已知的特殊点为 1、5、1′、5′、1″、5″、2″、8″各点，现将圆柱的圆周分为 8 等份，过各等分点向下作垂线与六棱锥的棱线交 a、b、c 点，过 a、b、c 作六棱锥的辅助平面，辅助平面反映在水平视图上是用细实线所表示的六角形，圆柱表面与辅助平面边缘相交 2、3、4、6、7、8 各点，然后过各点向上引垂线并且与辅助平面Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ相交得 2′、(8′)、3′、(7′)、4′、(6′)点，光滑连接各点即得相贯线在正面视图上的投影，把水平视图上的 2、3、4、6、7、8 各点旋转到侧面视图上，与辅助平面相交得 2″、3″、4″、6″、7″、8″各点，光滑连接各点即得相贯线在侧视图上的投影。

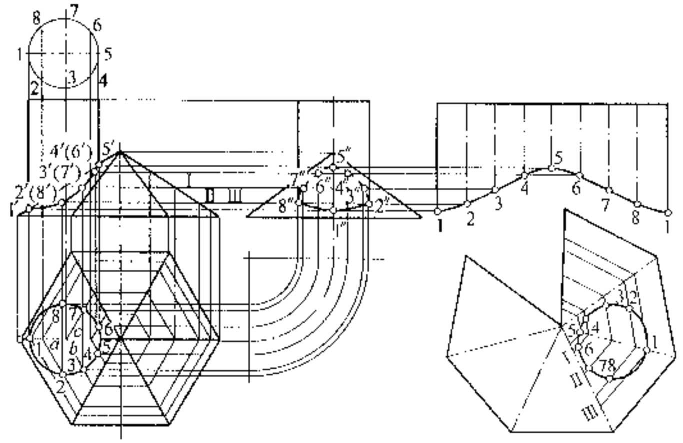


图 4-17

三视图右侧是圆柱与六棱锥的表面展开图。

4.3 辅助球面法作相贯线展开

当球面与回转体(圆柱，圆锥等)相交，且球心位于回转体的轴线上时，则其交线必为一垂直于该轴线的圆，当回转体的轴线平行

于投影面时，交线(圆)在该投影面上的投影是直线。

图 4-18a 是圆球与圆柱相贯穿，因为两圆柱的轴线通过球心且平行于投影面，所以包括相交所形成的圆周平面垂直于圆柱轴线(即垂直于投影面)，相贯线的投影成一直线。

同样的道理，图 4-18b 是两圆锥体的轴线都通过球心，且平行于投影面，所以包括相交所形成的圆周平面垂直于圆柱轴线(即垂直于投影面)，相贯线的投影成一直线。

图 4-18c 为四个相贯穿的圆球，它们的相贯线也都是圆周，所以垂直于投影面的投影也是一直线。

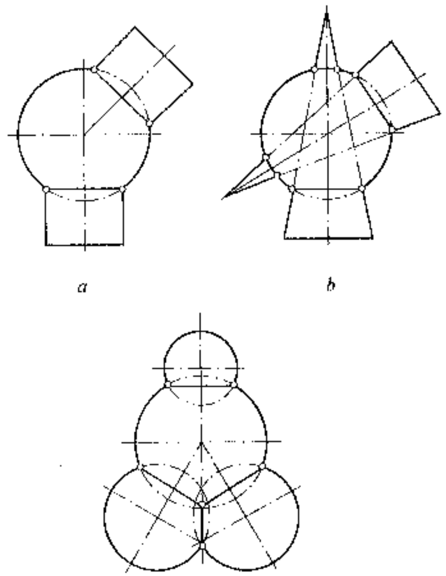


图 4-18

从上面的例子可以看出，相贯线(封闭的空间曲线)垂直于投影面，其在投影面上的投影是一直线，并且是相贯体的共有线，在相贯线上的各点也是共有点。运用这些性质可在很多情况下作出

回转体的相贯线。

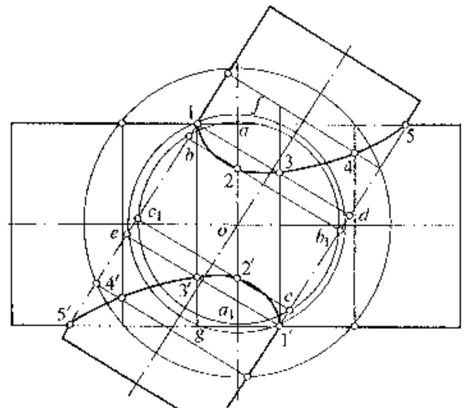


图 4-19

图 4-19 是两圆柱相贯穿，两圆柱轴线相交(交点为 o)，且平行投影面。可先以确定四个特殊点 1、5、1′、5′，再用辅助球面(即以球形断面)法求相贯线的中间点，对中间点的要求是，一方面要满足需要，一方面要比较均匀的分布在相贯线上，为了求得几个中间点的投影，以 o 为圆心，作几个辅助球面切割两圆柱，用直径等于水平圆柱直径的圆球切割两圆柱时，与水平圆柱的最外侧两素线交两点 a、a_1，与倾斜圆柱的最外侧两素线交四点 b、b_1、c、c_1，连接 b、b_1、c、c_1 与 a、a_1 连线相交，便得两圆柱相贯线(投影)上的两点 2、2′；以 o 为圆心，以 $1o$ 为半径所作圆球切割两圆柱时，与水平圆柱的最外侧两素线交两点 d、e，与倾斜圆柱的最外侧两素线交两点 f、g，连接 $1d$、$1e$ 与 $1f$、$1g$ 的连线相交，便得两圆柱相贯线(投影)上的两点 3、3′；用同样的方法可以求得两圆柱相贯线(投影)上的两点 4、4′和更多的点，光滑连接各点，即得相贯两圆柱的相贯线投影。

辅助圆(球)(下面简称圆)的多少和大小有一定的随意性，但

也有一定的规范，除了上面提到的两个条件外，一般情况下，起码要作最小圆(即与回转体直径相切的圆)，过特殊点的圆和最大圆，不论哪个圆都不超出回转体相贯的范围，在这个范围内再根据需要作中间点的切割圆。

图 4-20 是圆柱与圆锥相贯线的投影，辅助圆的作法和上例相同，本例选用了三个辅助圆，一个是与圆锥相切的小圆，一个是过特殊点的大圆，一个是介于两圆之间的中间圆，因为比较简单，图上未加注，文字未说明。

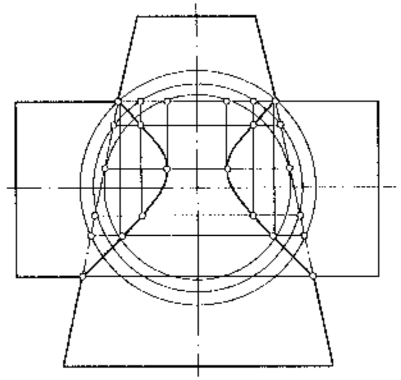


图 4-20

图 4-21 两正圆锥管斜交，求其相贯线用前面讲过的方法是比较麻烦的，而用辅助球面法就比较简便，以两圆锥轴线的交点 o 为圆心，以斜圆锥的素线(本例均分 8 等份，8 条素线)与大椭圆锥右侧素线交点的距离为半径作辅助球面，再过球面圆弧与斜圆锥素线的交点，作斜圆锥的横截面，并与大圆锥的横截面相交，得交点 2′、3′、4′(相对应的还有三个点，在后面看不见)，再加上特殊点 1′、5′，就确定了相贯线上的各点、光滑连接各点，即得相贯线在正面视图上的投影。

展开图可用前面所讲的方法去作。

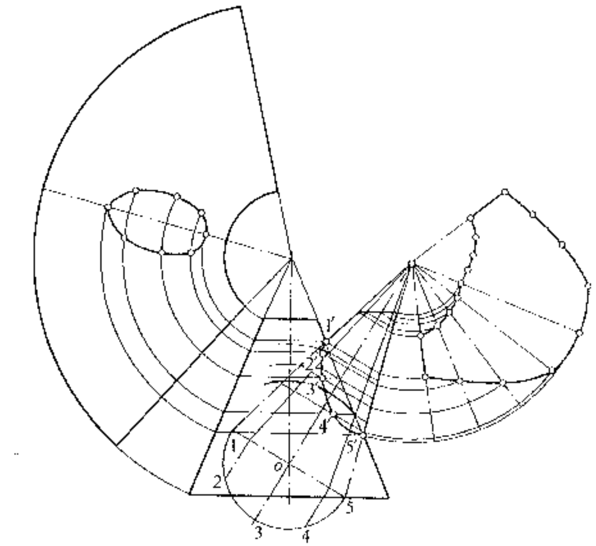


图 4-21

4.4 本章附图

(1) 六棱柱与三棱柱相交展开(图 4-22)

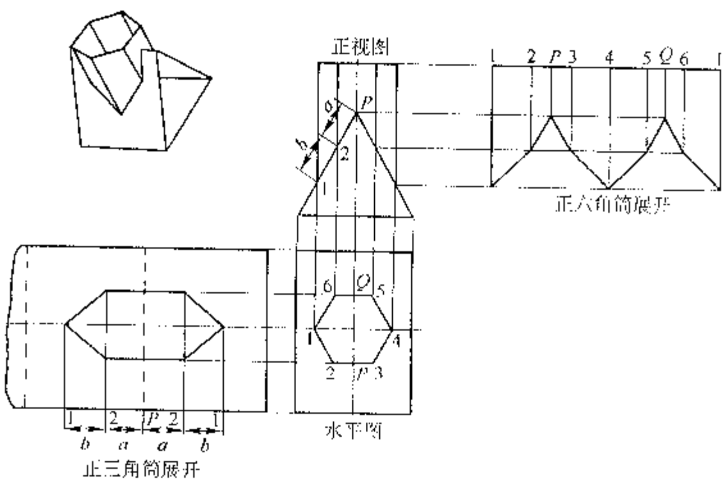


图 4-22

(2) 六棱柱与圆柱相交展开(图 4-23)

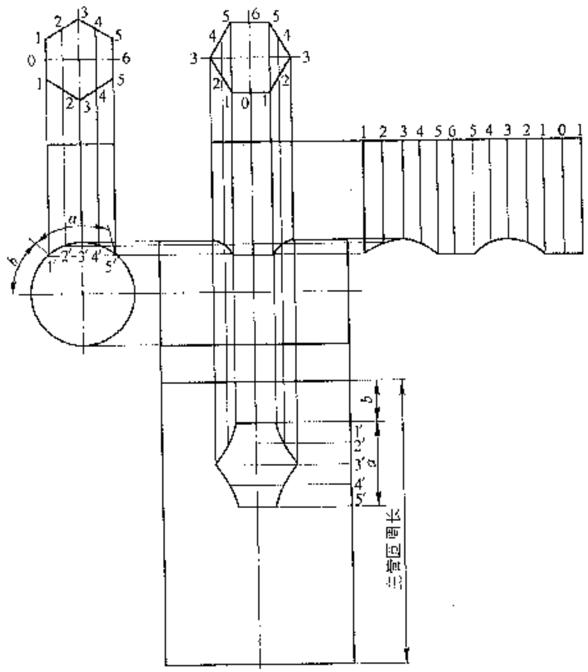


图 4-23

(3) 六棱柱与圆柱相交展开(图 4-24)

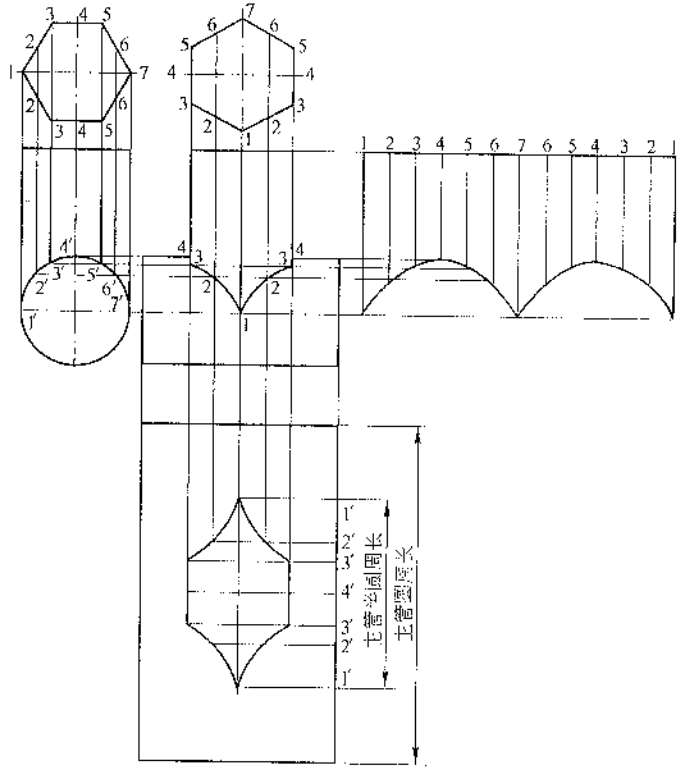


图 4-24

(4) 矩形棱柱与圆柱斜交展开(图 4-25)

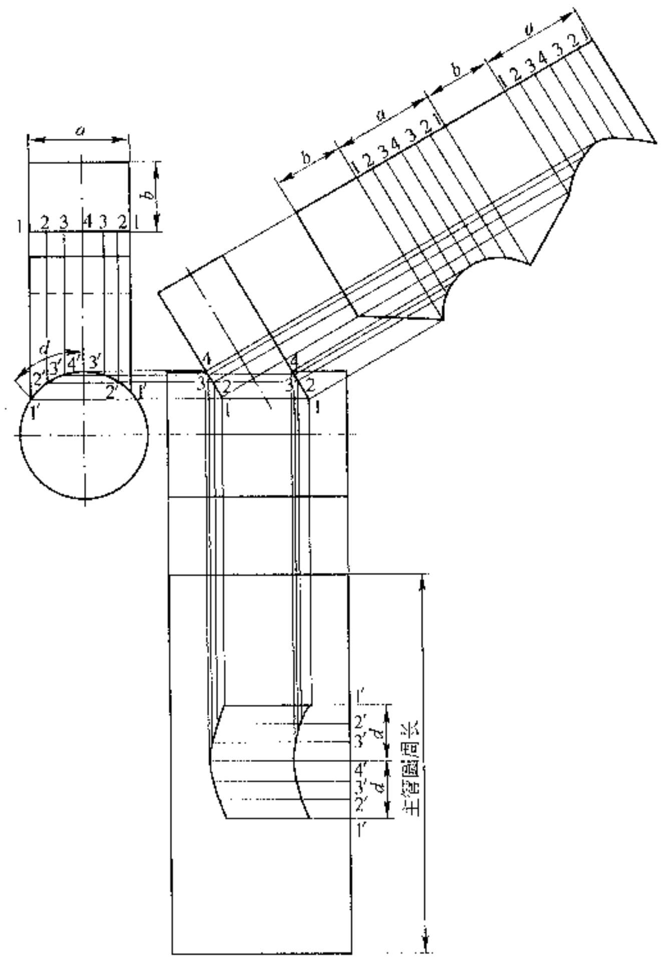


图 4-25

(5) 四棱柱与圆柱偏交展开(图 4-26)

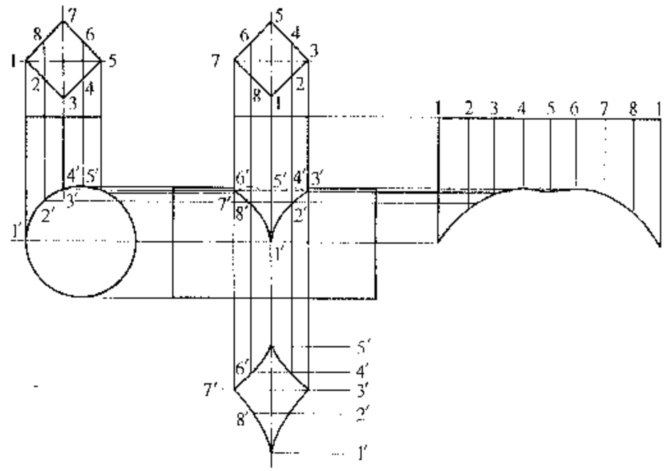


图 4-26

(6) 六棱柱与圆柱偏交展开(图 4-27)

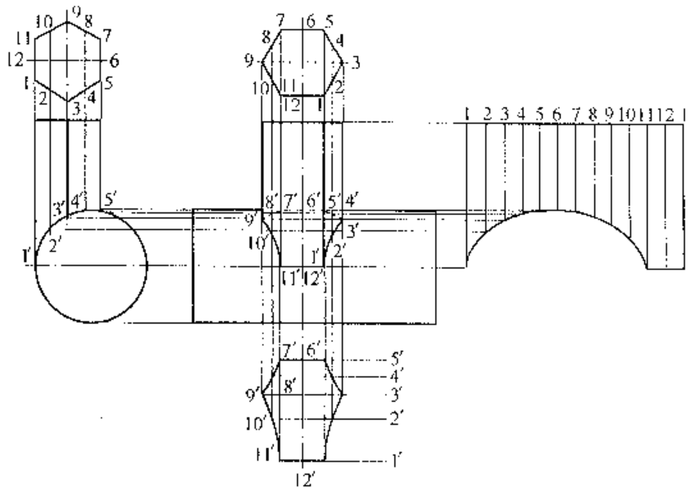


图 4-27

(7) 圆柱与圆柱斜交展开(图 4-28)

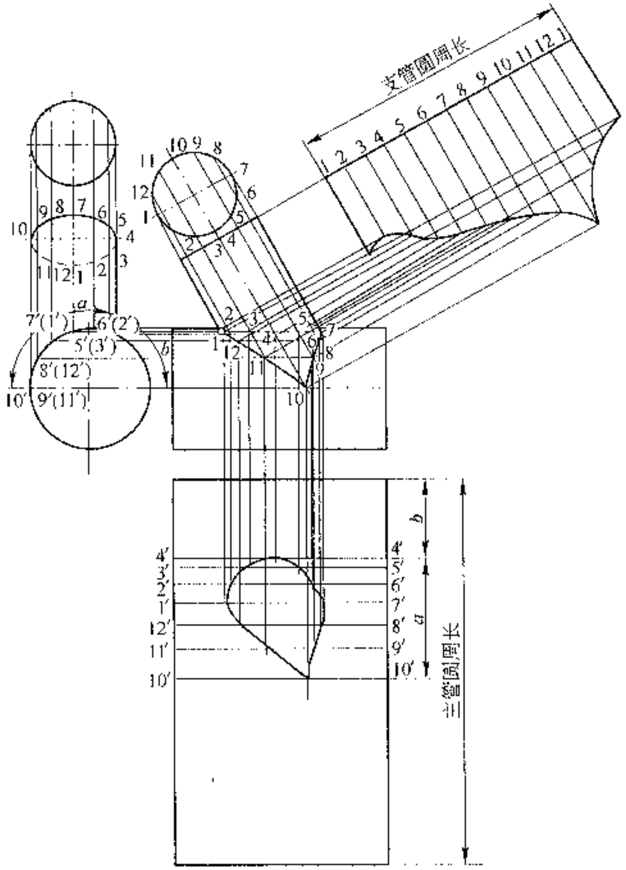


图 4-28

(8) 三节弯管的展开(图 4-29)

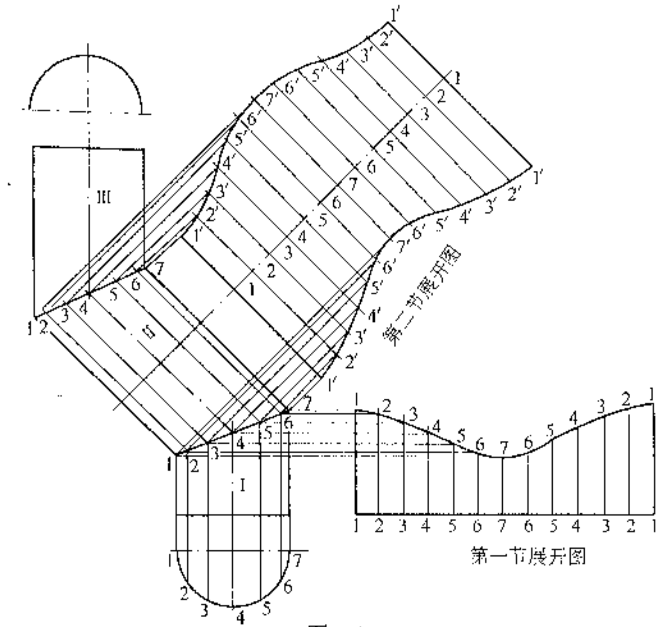


图 4-29

(9) 圆球体的展开(图 4-30)

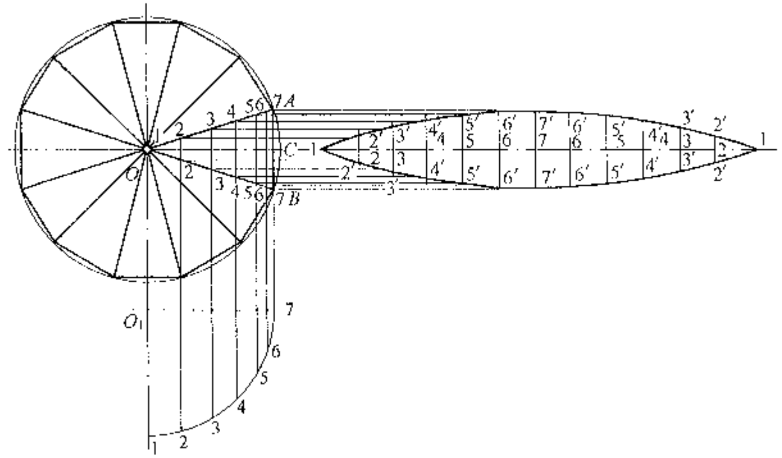


图 4-30

(10) 六节三通管的展开(图 4-31)

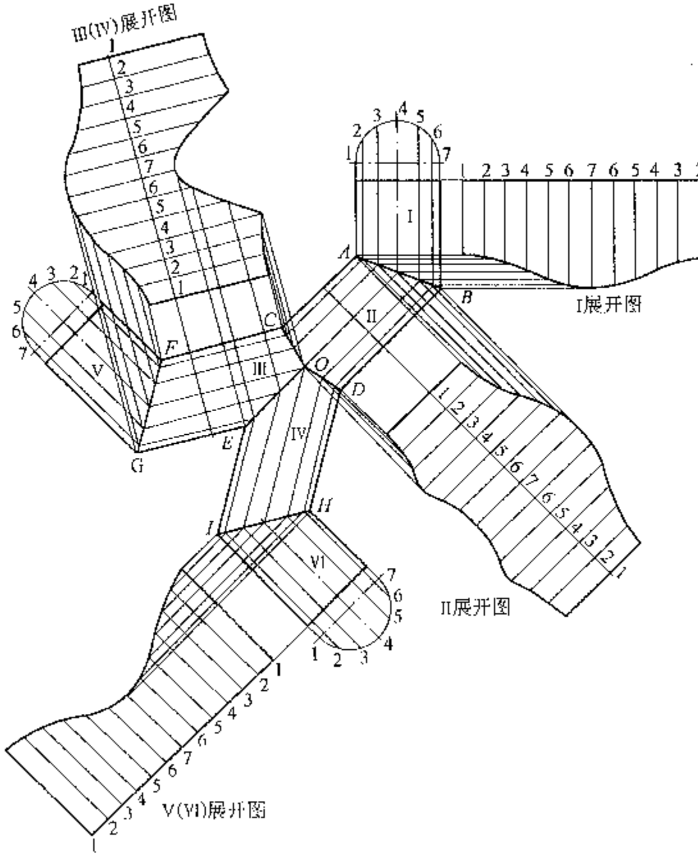


图 4-31

(11) 三通管的展开(图 4-32)

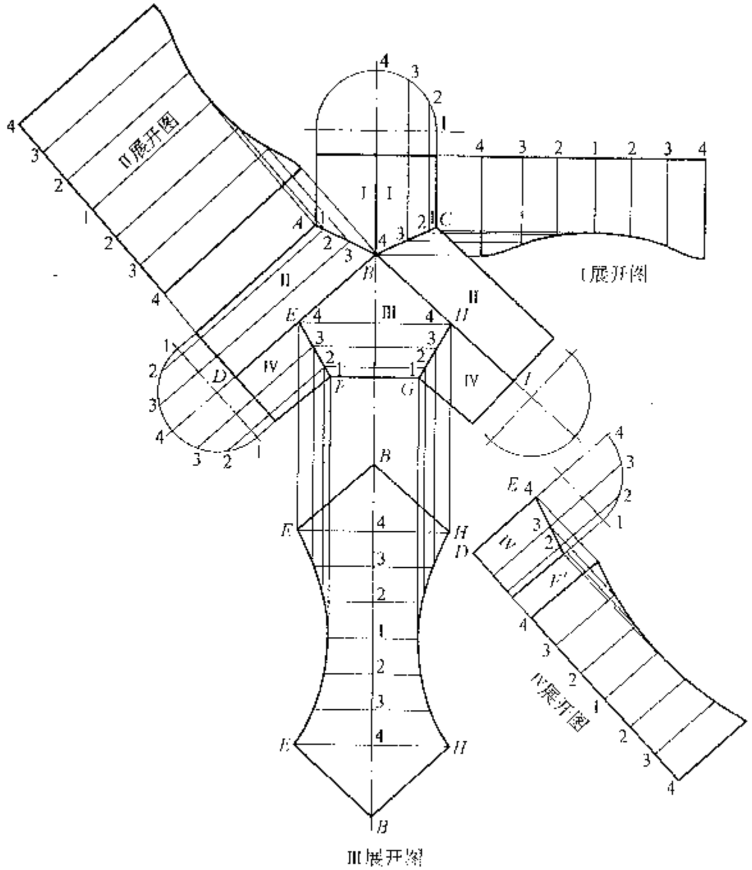


图 4-32

(12) 三通管的展开(图 4-33)

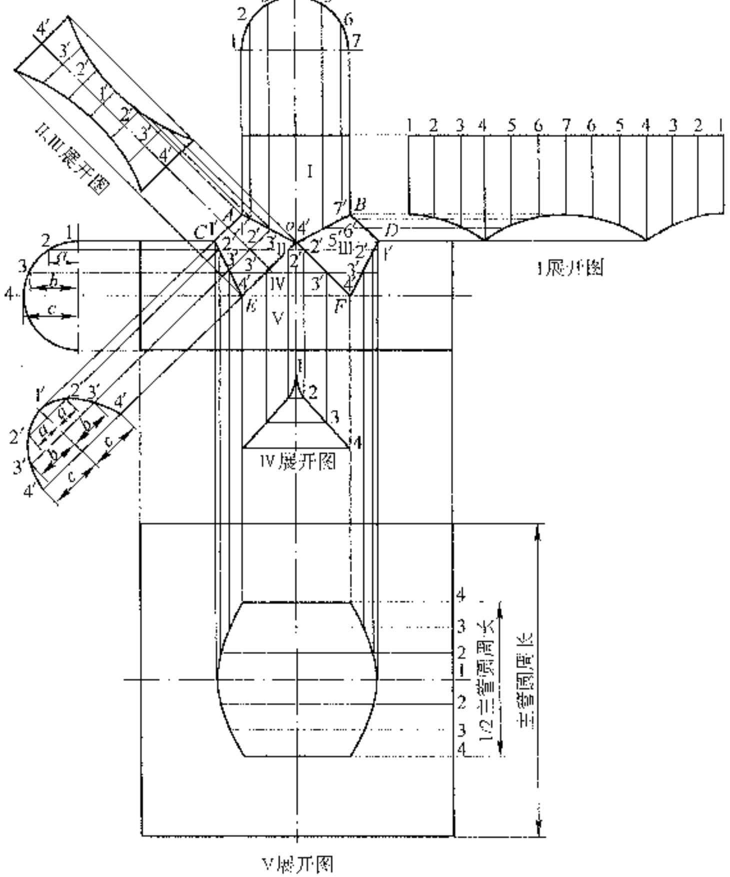


图 4-33

(13) 三通管的展开(图 4-34)

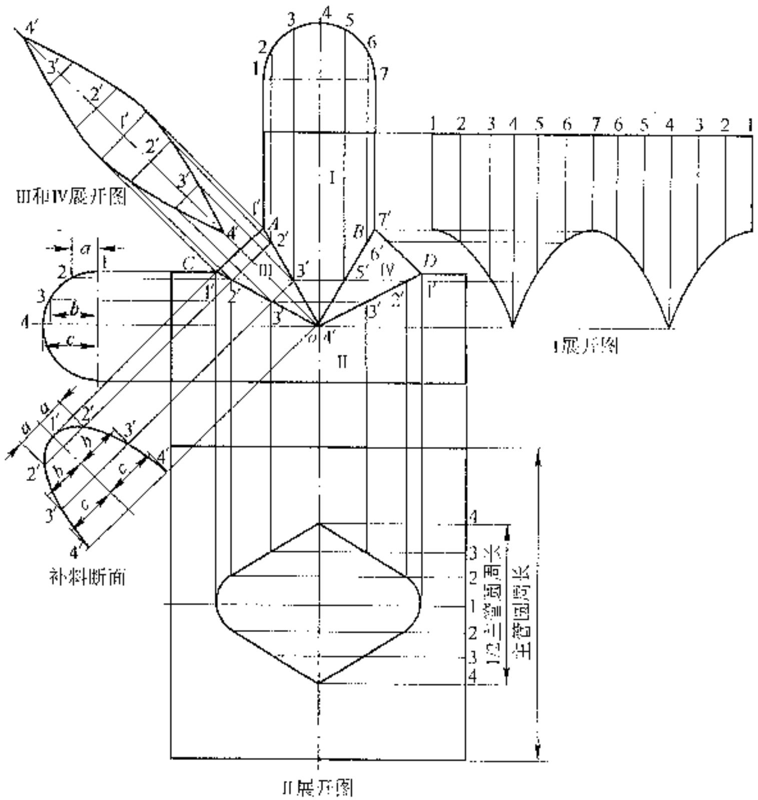


图 4-34

(14) 三通管的展开(图 4-35)

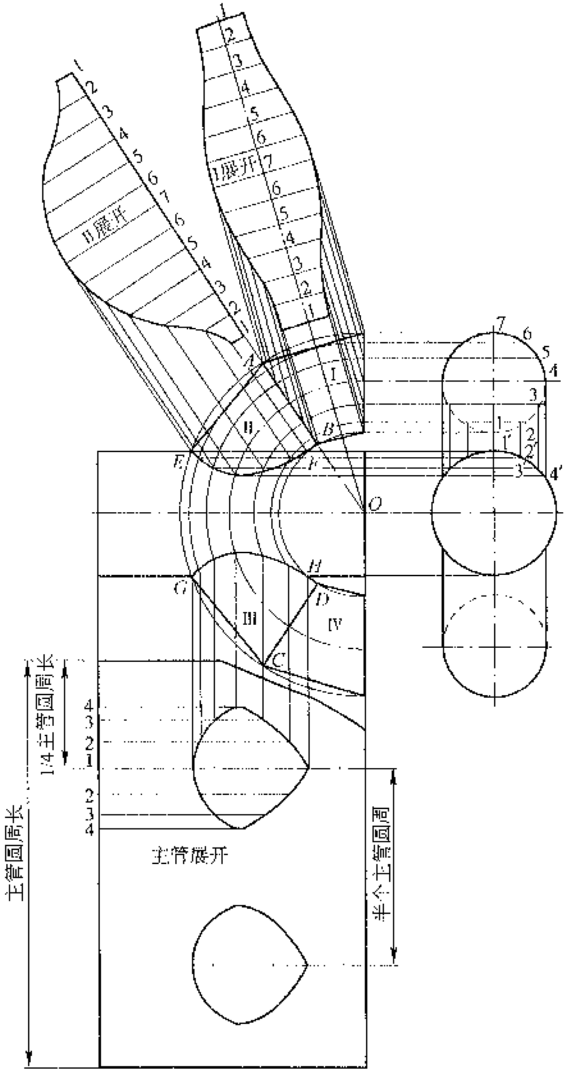


图 4-35

5 三角形法展开

用三角形法展开是将零件的表面分成一组或很多组三角形，然后求出各组三角形每边的实长，并把各三角形的实形依次画在平面上，得到展开图。因为三角形的斜边是一空间斜线，求其实长比较困难，比较难理解，现举例说明。图 5-1a 是一长方体，求其对角线 AC_1(对长方体来说它是空间斜线)的长度，如果从 AA_1CC_1 切开得图 5-1b，则 AC_1 便成为平面矩形 AA_1CC_1 的对角线，如果长方体的长宽高(即三度)为 a、b、c，对角线 AC_1 的长度为：

$$AC^2 = a^2 + b^2$$
$$AC_1^2 = (a^2 + b^2) + c^2$$
$$= a^2 + b^2 + c^2$$

如果把此长方体放置到三个互相垂直的投影体系中，分别进行投影，得图 5-1c 所指的三视图及平面图，从视图中可以清楚地看出，三视图中没有一条反映的是 AC_1 的实长，但可以看出 $AC = \sqrt{a^2+b^2}$，$A''C' = c$，那么 $AC_1 = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$。就是以倾斜在某一投影面上的投影长度为一直角边，而以倾斜线两端点在同一个投影面上的距离为另一直角边，所组成的直角三角形的斜边即为实长，如图 5-1d 所示。

从图 5-2a 再来分析直角三角形斜边长度的求法，因为倾斜线 AB 倾斜于两个投影面，所以两个投影长度 $a'b'$ 和 ab 反映的都不是实长，如过 B 点作 BC 垂直于 Aa，得直角三角形 ABC，直角边 $BC = b'c'$，另一直角边 AC 就是 AB 两端点的高度差 H、H 等于 AB 正面投影的两个端点 ab 在垂直方向的距离 $a'c'$，如果作两个相互垂直的直角边(图 5-2b)，并使 $B_1C_1 = ab$、$A_1C_1 = a'$、$c' = H$，则斜边 A_1B_1 即为 AB 线的实长，据此就可以作出如图 5-2c 的直角三角形，其斜边即为 AB 的实长。

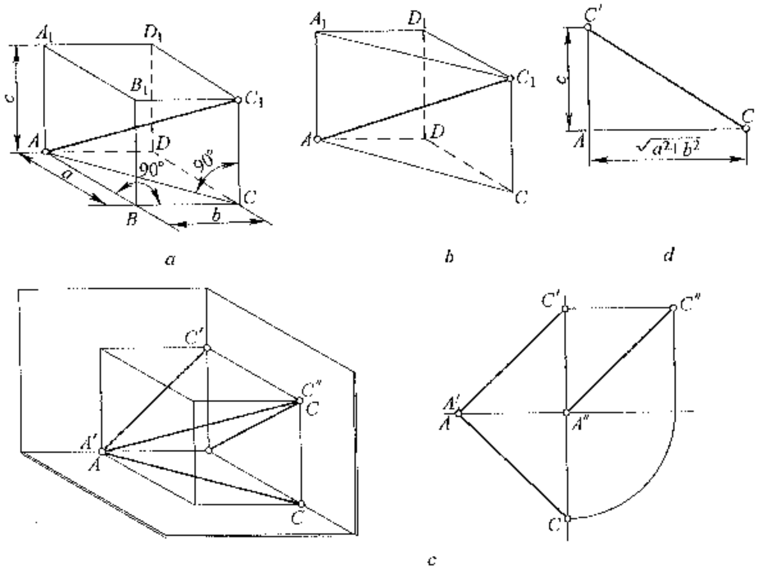


图 5-1

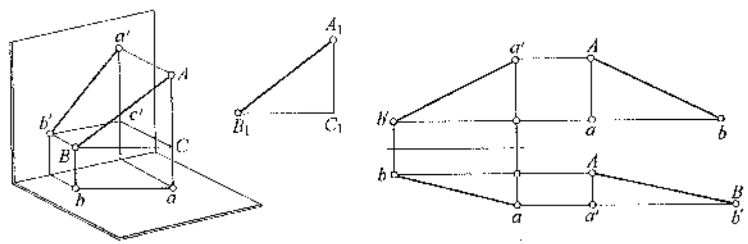


图 5-2

分析求四角锥罩的斜棱实长，更加容易理解上述原理，如图 5-3a 所示，从图中可以看出构成四角锥罩的四条斜棱是相等的（即 $ao = bo = co = do$），其侧面是两对相等的等腰三角形（即$\triangle oab = \triangle ocd$、$\triangle obc = \triangle oad$），四个三角形的底边不一样（即 $ab = cd$、$bc = da$），但其腰是相等的，而底边在水平视图上反映的是实长，只要求出三角形的腰长，即可求出三角形的实形，然后把四个三角

形顺序连接起来，便得到四角锥罩的展开图（图 5-3b）。具体作法有两种，一是以倾斜在某一投影面上的投影长度为一直角边（ao 等），而以倾斜线两端点在同一个投影面上的距离为另一直角边（H），所组成的直角三角形的斜边即为实长；二是把斜棱即等腰三角形的腰如，以 o 为中心旋转到平行于正投影面的位置得 oe，在正视图上的棱边的投影 $o'b'$ 即为实长。

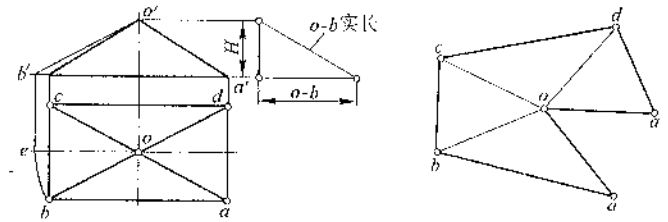


图 5-3

图 5-4 是四角锥罩的基本结构图，与前面四角锥罩相同，只是构成它的有两个是不相等的等腰三角形和两个全等的任意三角形，从图中可以看出，只要分别求出两个等腰三角形的腰长，即可作出四个三角形，也就可以作出展开图。具体作法与前面讲的完全一样，不再叙述。

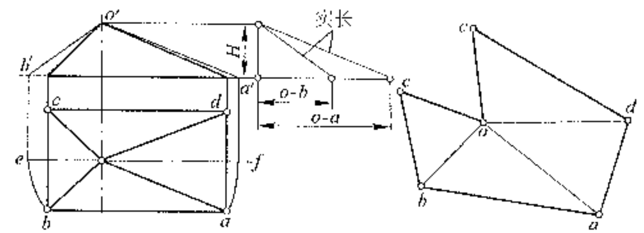


图 5-4

利用上述原理来分析变接头的展开图，图 5-5a 所示为上圆下方变接头，用来连接方管和圆管，经图面分析可知，它是由四个等腰三角形平面和四个局部锥面所组成，为了展开锥面，把圆周分成

若干等份(本例为 12 等份),然后把各等分点与方底的四个角顶点相连,把锥面分成 12 个三角形,从视图中可以看出等腰三角形的底边平行于投影面,反映的是实长,两腰倾斜于投影面,是变了形的线段,需要求出实长后才能求得等腰三角形的实形,锥面上的各三角形均倾斜于投影面(两侧是相等三角形中间是等腰三角形),所以反映的不是实形,只有求得了实形以后才能作出展开图。

用直角三角形法求 a-1(a-4)、a-2(a-3)的实长,接头高 H 是 a-1(a-4)、a-2(a-3)线两端点离同一投影面的距离之差,为一直角边,而 a-1(a-4)、a-2(a-3)线本身是倾斜线在投影面上的投影,是另一直角边,它们所组成的直角三角形的斜边即是实长,图 5-5b。

展开图(图 5-5c)的作法是,取直线 $AB = a\text{-}b = L$,分别以 A、B 为圆心,以 a-1 的实长为半径作弧交点 1,连接 1A 和 1B 得等腰三角形,再以 1 和 A 为圆心,以 1-2 的弧长和 a-2 的实长为半径作圆弧,得交点 2,并且依次作出交点 3、4,光滑连接 1、2、3、4 各点即得一个角锥面的展开图,用同样的方法作出其他部分表面展开图,依次连接即得完整的变接头展开图。

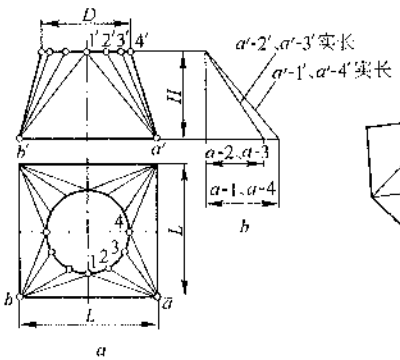


图 5-5

图 5-6 的变接头与上例一样,作法基本相同,上例中所说的等腰三角形 $a1b$,在本例中因为垂直于水平投影面,所以重影为一直线 a-b,但从图中看,等腰三角形 $a1b$ 的腰(倾斜线)的投影是 L 的二分之一,且是一直角边,同时 a-1(a-2)倾斜线两端点离同一投影面的距离就是 H,且是另一直角边,已知直角三角形的两个直角边即可求得其斜边,此斜边即是实长,有了这些条件便可作出变接头的展开图(本例只作了一半)。

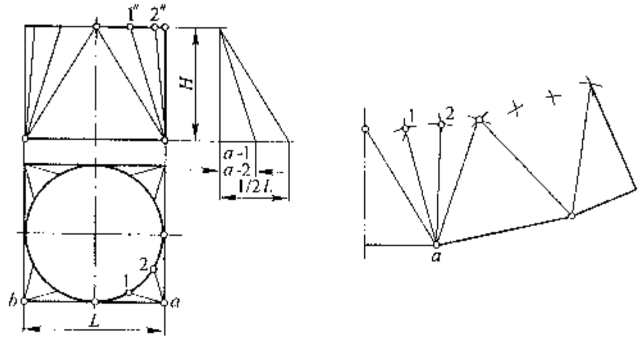


图 5-6

天圆地方斜罩的展开。图 5-7 是天圆地方斜罩,从图中可以看出和明确以下几个问题,一是此罩下端是正方形,上端是圆形,水平视图上反映的圆是实形;二是 a-d、b-c 是实长;三是正视图上 a'-b'、c'-d' 是实长;四是两侧面的高度 H、H_1 不一样;五是正方形上下两半对称,所以作展开时分析一半即可。

求实长,先将半圆分为 6 等份,得点 1、2、3、4、5、6、7,连接 a-1、2、3、4 和 b-4、5、6、7,(实际是 a'-1′、2′、3′、4′和 b'-4′、5′、6′、7′连线的投影线),并求出它们的实长(见实长图),根据这些条件便可作出斜罩的展开图。

展开图的具体作法(见展开图),取直线 a-d,分别以 a、d 为圆心,以 a-1 的实长为半径作圆弧交于一点 1,再以 1 为圆心,以圆的分点 1-2 弧长为半径作弧与以 a 为圆心以 a-2 的实长为半径作弧交于一点 2;以 2 点为圆心,以圆的分点 1-3 弧长为半径作弧与以 a 为圆心以 a-3 的实长为半径作弧交于一点 3;以 3 点为圆

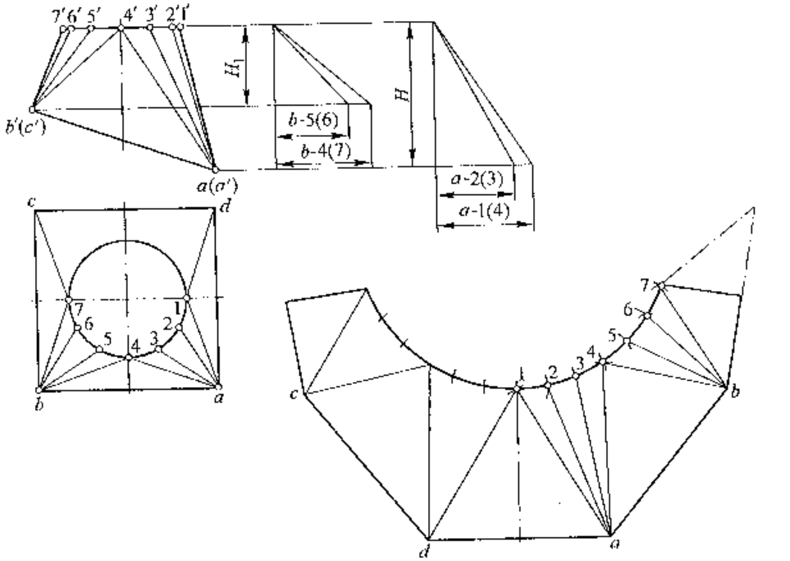


图 5-7

心，以圆的分点 3-4 弧长为半径作弧与以 a 为圆心以 a-4 的实长为半径作弧交一点 4；以 a 为圆心，以 a-b 为半径作弧与以 4 为圆心以 b-2 的实长为半径作弧交于一点 b；以 4 点为圆心，以圆的分点 4-5 弧长为半径作弧与以 b 为圆心以 b-5 的实长为半径作弧交一点 5；以 5 点为圆心，以圆的分点 5-6 弧长为半径作弧与以 b 为圆心以 b-6 的实长为半径作弧交一点 6；以 6 点为圆心，以圆的分点 6-7 弧长为半径作弧与以 b 为圆心以 b-7 的实长为半径作弧交一点 7；以 b 点为圆心，以 b-c 长为半径作弧与以 7 为圆心以 b-7 的实长为半径作弧交一点 c'；光滑连接 1、2、3、4、5、6、7 和 b、c'即得展开图的一半（$\triangle bc'7$ 取一半），以此法可作另外一半。

图 5-8 是上圆下长方形的变接头，由于圆的直径大于长方形的宽度，所以前面的等腰三角形是前倾的，但求实长和展开图的作法是一致的。

求实长时延长正面视图的上下边，取高度为 H（实际是一直

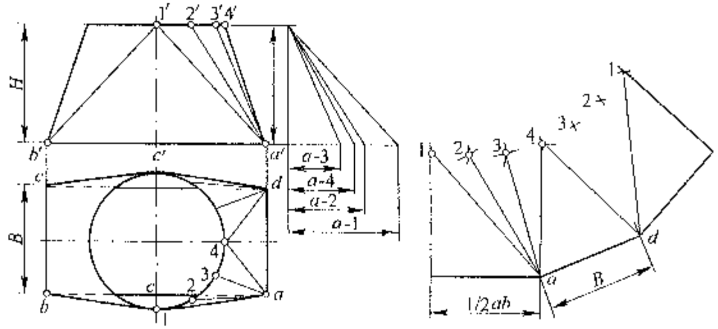


图 5-8

角边），再取 a-1、a-2、a-3、a-4（是另一直角边），将两个直角边连接成四个三角形，其直角三角形的斜边即是 a-1、a-2、a-3、a-4 的实长。

展开时取 a-c 直线，过 c 画垂直线，以 a 为圆心，以 a-1 的实长为半径作弧，与垂线交于一点 1，连接 $c1ac$ 即为前面等腰三角形实形的一半，以 a 为圆心，以 a-2 的实长为半径作弧与以 1 为圆心，以 1-2 的弧长为半径所作弧相交得点 2，以 a 为圆心，以 a-3 的实长为半径作弧与以 2 为圆心，以 2-3 的弧长为半径所作弧相交得点 3，以 a 为圆心，以 a-4 的实长为半径作弧与以 3 为圆心，以 3-4 的弧长为半径所作弧相交得点 4，再以 a 为圆心，以矩形宽度 B 为半径作弧与以 4 为圆心，以 3-4 的弧长为半径所作圆弧交一点 d，连接 $a4da$ 即为侧面等腰三角形实形的一半，依次便可作出剩余部分的展开图（本例只作了一半）。

图 5-9 是方顶偏位正方形漏斗，该漏斗是由八个三角形组成，从图中可以看出 1-2、2-3、3-4、4-1 四个边长是实长（因平行于水平投影面），其余三角形的边长均是变了形的长度（因倾斜于投影面），无法作出三角形的实形，更无法作展开图，为了求得它们的实长，可利用前面所讲的原理，求得 a-1、d-1、b-3 和 c-3 的实长（见实长图），至于顶面 $abcd$ 的实形可作一辅助投影使其平行于投影面，得实形 $a'b'c'd'$ 四边形，其边长 a'-b'、b'-c'、c'-d'、d'-a' 当然

是实长，这样所有三角形的边长都求得了实长，因此依次作出实形三角形，并且顺序连接起来，即得方顶偏位正方形漏斗展开图。

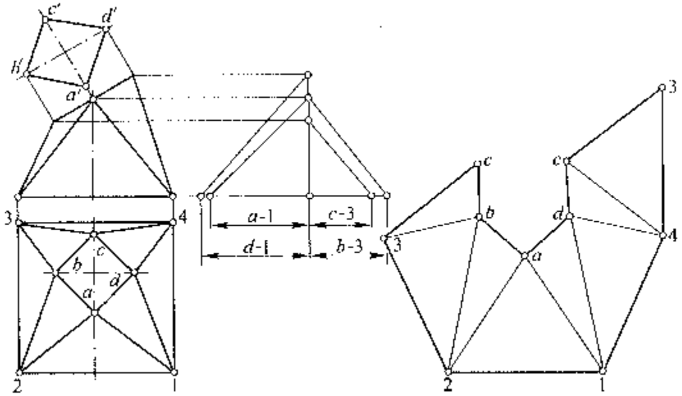


图 5-9

斜截矩形台的展开，图 5-10 是斜截矩形台，经过对正面视图和水平视图的分析，可知该斜截矩形台是由四个四边形组成，前后是形状大小相同的四边形，左右是大小不同的梯形，同时从图中可以看出，顶端的 *abcd* 矩形因平行于水平投影面，所以反映的是实形，其边长 *a*-*b*、*b*-*c*、*c*-*d*、*d*-*a* 是实长，还有 1-4、2-3 和 1′-2′、3′-4′ 两个边的长度也平行于投影面，反映的也是实长，其余的都不是实

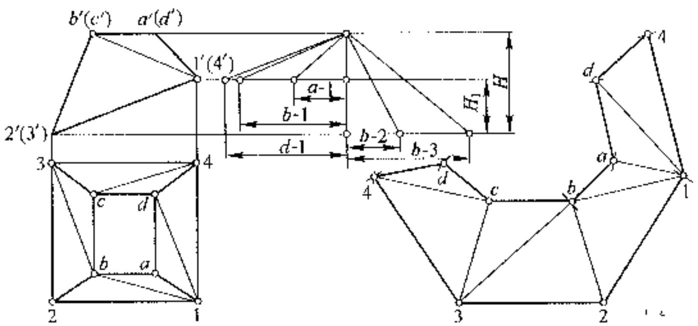


图 5-10

形或实长，为了求得四边形的实形，需要作出实长图，具体作法和前面讲的一样，但要注意是两个高度 H_1、H，这里要特别提到的是，在水平视图上增加了 *a*-1、*b*-3、*d*-4 三条辅助线，也需求得其实长，目的是为了准确的作出展开图，在作展开图时其中两个梯形可以不用此辅助线的实长，比如（看展开图）取直线 2-3 分中，再取高度作 2-3 线的平行线（分中），并取 *bc* 长，连接 2-*b*、3-*c* 便得 32*bc*3 梯形，而如果没有辅助线的实长，则与梯形连接的 *ab*21 和 *cd*43 的四边形，它们的形状是无法确定的，因为一个四边形只知道四个边长，是可以作出许多不同的四边形，如果有了辅助线这个约束条件，那只能作出一个四边形，实际上，上面作梯形的方法也比较麻烦，若用辅助线作图就比较顺，所以本例还是增加了辅助线。

展开图的作法，取 2-3 长，以 3 为圆心，以 *b*-3（实长）为半径作圆弧与以 2 为圆心以 *b*-2（实长）为半径作圆弧交于一点 *b*，同样以 2 为圆心，以 *b*-3（实长）为半径作圆弧与以 3 为圆心以 3-*b* 为半径作圆弧交于一点 *c*，连接各交点即得等腰梯形；以 2 为圆心，以 2-1 为半径作圆弧与以 *b* 为圆心以 *b*-1 为半径作圆弧交于一点 1，以 1 为圆心，以 *a*-1 为半径作圆弧与以 *b* 为圆心以 *a*-*b* 为半径作圆弧交于一点 *a*，连接各交点即得与梯形相连的四边形；以 1 为圆心，以 *d*-1 为半径作圆弧与以 *a* 为圆心以 *a*-*d* 为半径作圆弧交于一点 *d*，以 1 为圆心，以 4-1 为半径作圆弧与以为 *d* 圆心以 *d*-4 为半径作圆弧交于一点 4，连接各交点即得第二个并与四边形相连的梯形；以 3 为圆心，以 1-4 为半径作圆弧与以 *c* 为圆心以 *c*-4 为半径作圆弧交于一点 4，以 *c* 为圆心，以 *c*-*d* 为半径作圆弧与以 4 为圆心以 *d*-4 为半径作圆弧交于一点 *d*，连接各交点即得第二个并与梯形相连的四边形；至此就完成了整个斜截矩形台的展开图。

图 5-11 是变接头，从图中可以看出接头为上口倾斜、下口水平的上圆下长方形的接管，它由四个三角形和四个（部分）倒锥面所组成，正面视图上，上口是圆形，倾斜于水平投影面，反映在水平视图上是一椭圆，另外 *ab*、*bc*、*cd*、*da* 的长度，因其平行于投影面，反映的是实长，为作展开图用直角三角形法求实长，在正面视图上

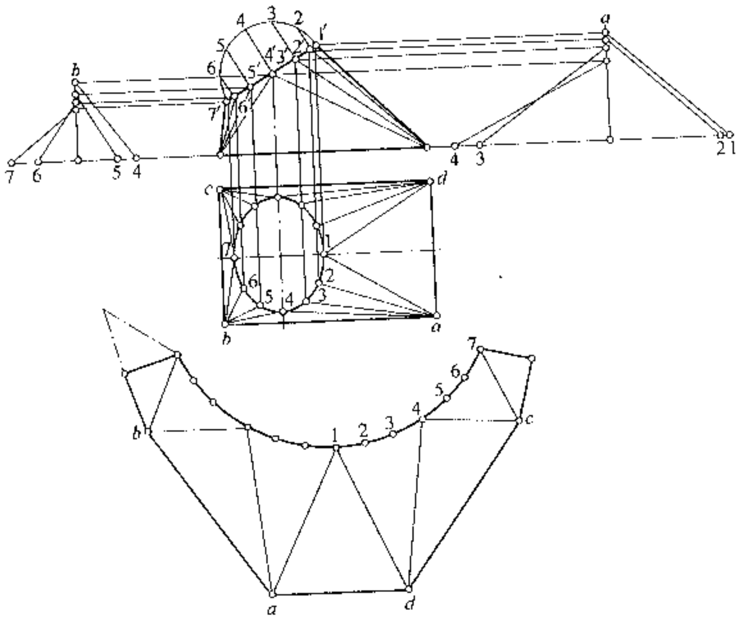


图 5-11

量取各线的投影高为一直角边，在水平视图上量取各线的投影长为另一直角边，它们所组成的三角形的斜边即是实长。作展开时根据求得的实长，先作三角形 $a1d$，然后向两边作展开图。

图 5-12 是圆顶长圆底接管。展开时先作出圆弧与直线的连接点(切点)4、4′，然后分别把顶底所余圆弧部分 1-4 和 1′-4′分成同样的等份(本例用四分之一圆弧 3 等份)，等分点为 1、2、3、4 和 1′、2′、3′、4′，连接各点接管的圆弧部分形成很多小三角形，并用直角三角形法求得各投影线的实长，作展开图时，先从(水平视图)中间的三角形开始向两侧作起，用直线和光滑曲线连接各点即得展开图。

图 5-13 为圆顶长方形底接管，此接头圆顶是偏置的，其中心与长方形的四个角的距离均不相等，也就是四个三角形和四个弧面都不相等，但展开的作法是一样的，先将顶圆圆周分为 12 等份，

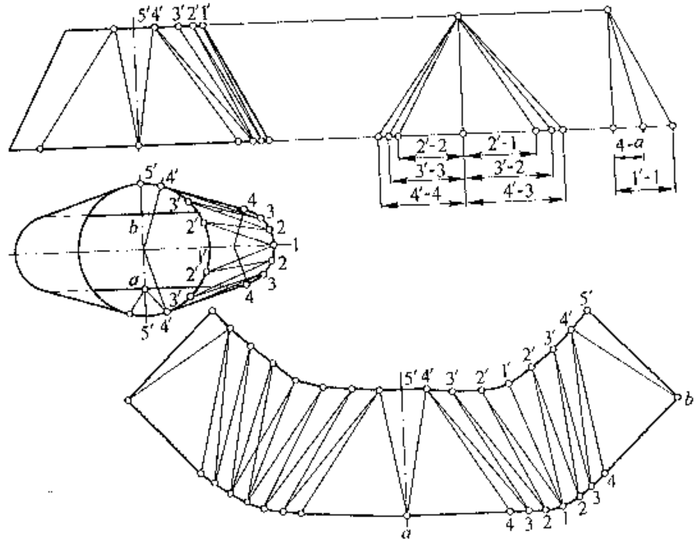


图 5-12

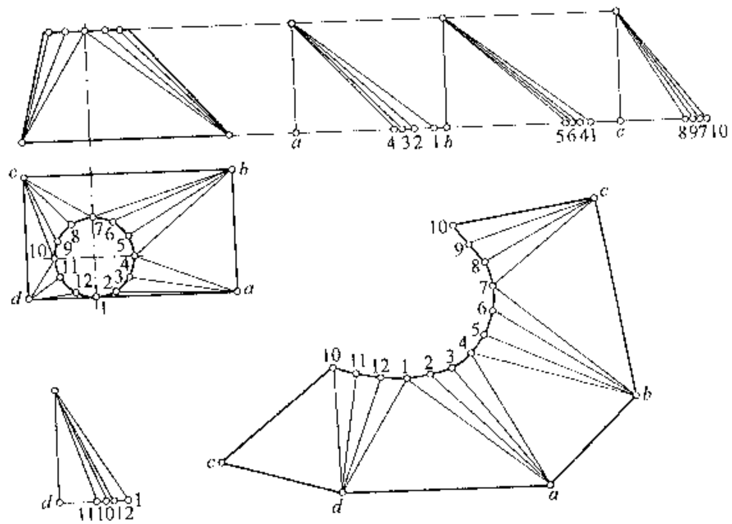


图 5-13

各等份分别与长方形的四角连接，再分别求出 $1a4$、$4b7$、$7c10$、$10d1$ 各弧面所含三角形（投影线）斜边的实长，作展开图时，先从（水平视图）中间的三角形开始向两侧作起，用直线和光滑曲线连接各点即得展开图。

图 5-14 为上下不同直径圆管接头，此圆管接头形状似圆锥，但实际是马蹄形，所以采用三角形法进行展开，先将顶圆和底圆的周长分成等份，连接等分点，将马蹄形表面分成一系列小三角形，然后根据投影图，用直角三角形法求出三角形各边的实长，用实长作出各小三角形，并顺序连接各三角形，便可得到展开图。

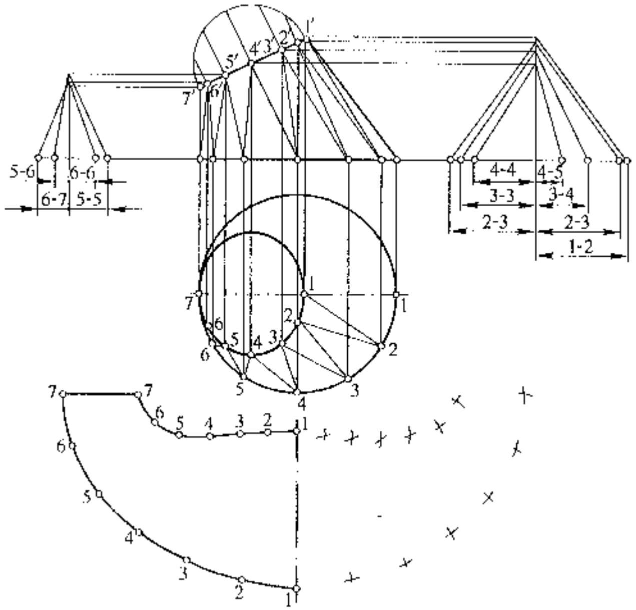


图 5-14

图 5-15 是方管渐缩两节弯头，此弯头是由内侧板、外侧板和前后板等四块侧板组成，作展开时也分四部分进行。

外侧板展开的画法：从水平视图上可以看出，外侧板的 1-7、2-8、3-9 各边长平行于投影面，反映的是实长，同时各边是相互平行

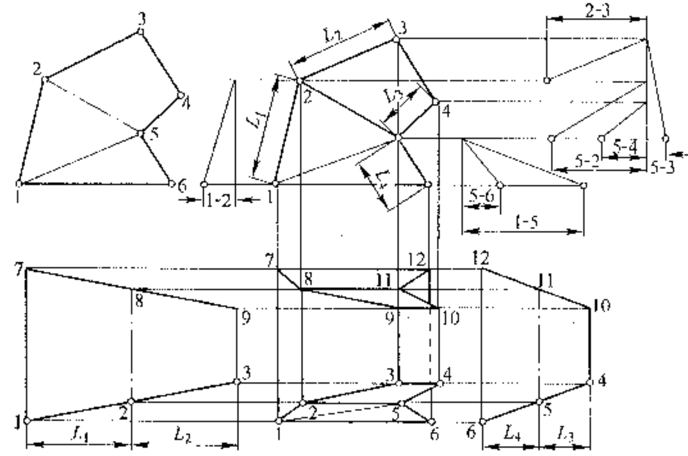


图 5-15

的，结合正视图还可以得出各平行边间的（垂直）距离为 L_1 和 L_2，知道这些条件之后，作展开就容易多了，先作 3 条平行于水平视图的 1-7 线，且平行间距分别为 L_1、L_2，与由水平视图所引水平线相交，得 1、7、2、8、3、9 各点，连接各点即得外侧板展开图。

内侧板展开的画法：从视图上分析可以得出，内侧板与外侧板的情况完全一致，4-10、5-11、6-12 是实长，平行边间的距离为 L_3、L_4，其展开图的作法与外侧板相同。

两侧板展开的画法：从视图上可以看出除 1-6、7-12 平行于投影面外，其余的面或线均倾斜于投影面，不反映实形或实长，所以要用三角形法求出各投影线（和增加的辅助线）的实长，即求出 1-5、5-6、1-2、2-3、5-3、5-2、5-4 的实长，实际上 1-2、2-3、4-5、5-6 各线的实长，在外侧板展开图和内侧板展开图上已经作出，即展开图上的 1-2、2-3、4-5、5-6 就是实长，求出实长后，便可作展开图，先从 1-2 开始，顺序画出各三角形，得两侧板的展开图。

图 5-16 和图 5-17 是同一个底圆顶方台接管，用三角形法展开时，因为圆周等分取的不一致，一个8等份，一个12等份，所以

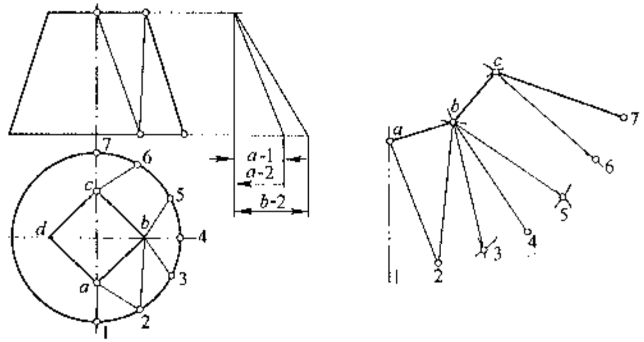


图 5-16

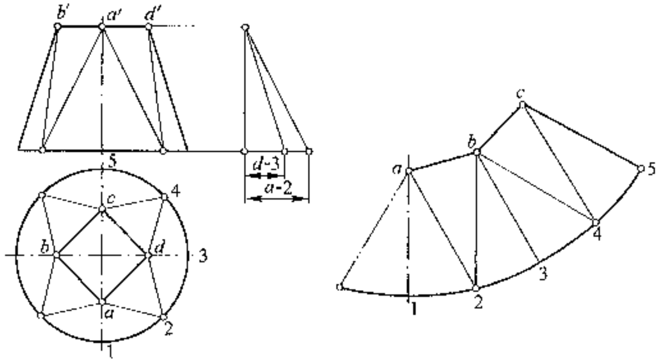


图 5-17

其方顶与底圆分点的连线,即投影线的长短是不一致的,但展开后的形状大小应该是一致的,具体操作时在图 5-16 的 2、3 分点处增加一辅助线 b-2,(因为 $a23b$ 四边形是不稳定的,b-2 线是制约因素,有了它四边形是惟一的,绝不会有第二个),然后求出实长,作三角形并且顺序连接,即可作出底圆顶方台接管的展开图(本例作了一半)。

通过上例可以知道,一个制件展开时不一定只有一种方法,操作时要具体分析,等分点越多,展开的图形越准确,但等分点越多

操作误差(积累误差)越大,因此要根据制件大小及精确度的要求,确定一合适的等分数是很重要的。

图 5-18 是圆方 90°弯头。看图后先不要急于作图或展开,要仔细研究一下它的结构,分清它由哪些几何体构成。经过分析,实际上可以把圆方 90°弯头分成:三角形平面 AⅠB、部分斜圆锥面Ⅰ ⅣB、正垂直平面(两块)BCⅣ$_0$Ⅳ、后背面 CDⅦ、两侧圆弧面(两块)Ⅳ$_0$Ⅳ Ⅶ等五部分,这样一分它就显得简单多了,然后用前面讲过的原理,分别求出这些部分的实形并且顺序连接,就可得出圆方 90°弯头的展开图。

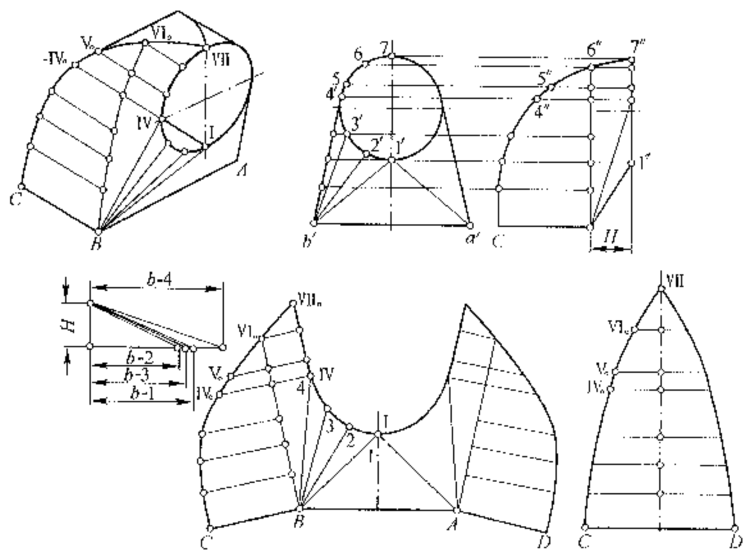


图 5-18

在用三角形法展开时,需要把制件的一部分曲面分成几个小三角形,然后作出各三角形的实形,再顺序平摊在平面上,便得到曲面的展开图,用这种方法展开,会产生一定误差,情况与第 3 章的相同,请参阅第 3 章附注。

在用三角形法展开时,先把制件的一部分平面(如顶圆底方的

四个三角形）展开，再把四个曲面（锥面）展开，并且按照一定顺序把它们连接在一起，便是所需展开图。这里需要特别说明的是，三角形与小三角形（平面与弧面）间的分界线，对于展开后制作制件十分重要，这一分界线既是平面与曲面的共同相切线，又是平面与曲面的转折线，也就是要求在制件完成后，平面与曲面的过渡处，不留下任何痕迹，是光滑过渡。这一问题设计者在设计时，要充分考虑制件的工艺性，工艺人员更要进一步根据现场条件（设备及技工），设计先进合理的工艺，以满足设计者的要求。

参考文献

1　C. K. БОГОЛЮБОВ 著. 制图习题集. 东北工学院译. 北京：高教出版社，1954

2　梁绍华编著. 板金工展开图法（增订第二版）. 北京：冶金工业出版社，1958

3　北京航空工业学校编. 工程制图（第二册）. 北京：国防工业出版社，1957

4　B. N. KAMEHEB 著. 机械制图教程. 北京工业学院译. 北京：高等教育出版社，1957

5　张世钧等编译. 投影几何学. 北京：高等教育出版社，1955

6　技工学校教材编审会编. 冷作工艺学. 北京：机械工业出版社，1982

7　C. B 罗佐夫著. 制图教程. 唐山铁道学院译. 北京：龙门联合书局出版，1954

8　C. B 罗佐夫著. 制图教程. 唐山铁道学院译. 北京：高等教育出版社，1957