

# 机械设计手册

单行本

成大先 主编 ●

## 机械振动·机架设计



化学工业出版社

## 内 容 提 要

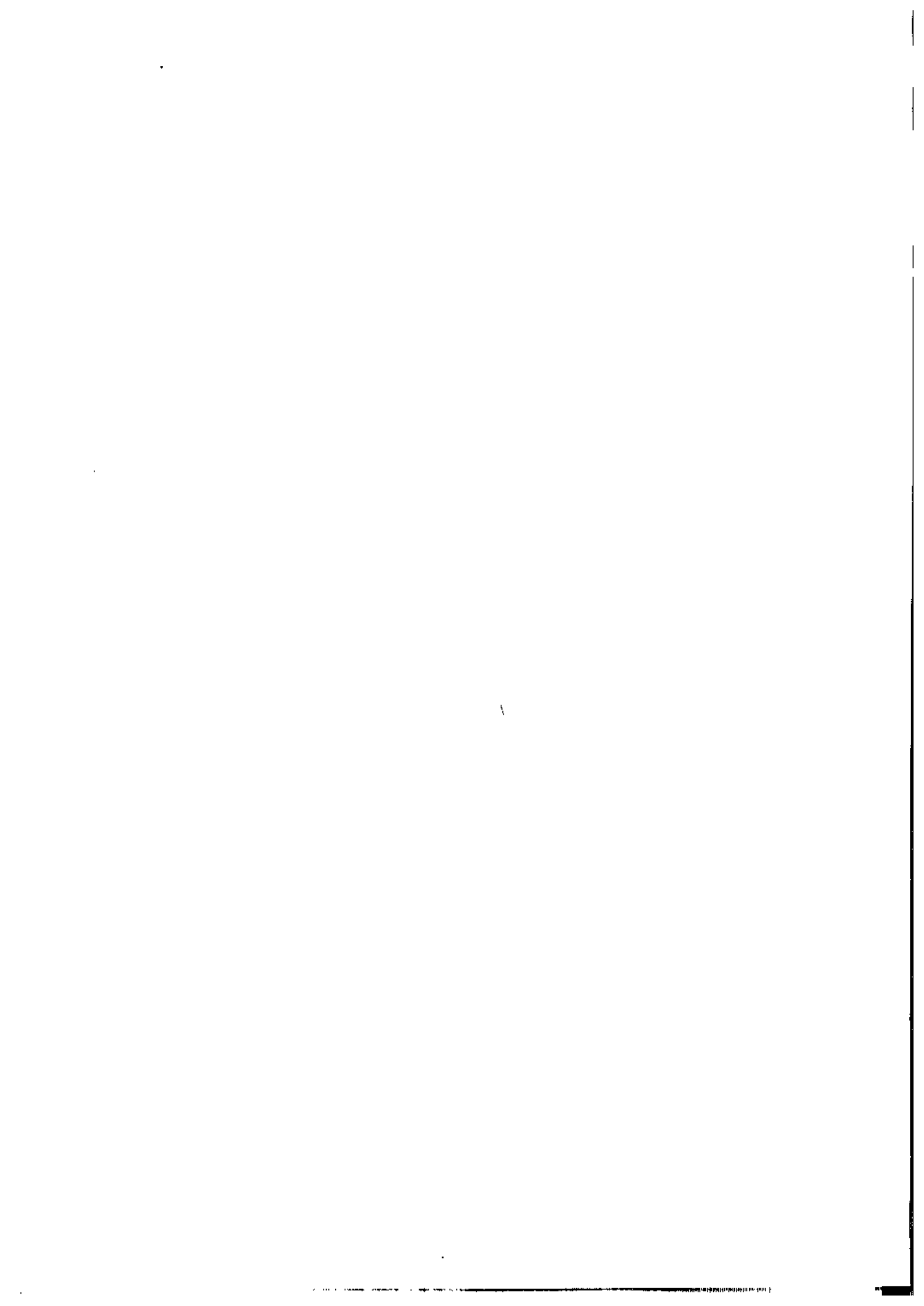
《机械设计手册》单行本共 15 分册 22 篇,涵盖了机械常规设计的所有内容。各分册分别为:《常用设计资料》、《机械制图·极限与配合》、《常用工程材料》、《联接与紧固》、《轴及其联接》、《轴承》、《弹簧·起重运输件·五金件》、《润滑与密封》、《机械传动》、《减(变)速器·电机与电器》、《机械振动·机架设计》、《机构》、《液压传动》、《液压控制》、《气压传动》。

本书为《机械振动·机架设计》,包括机械振动的控制及利用、机架设计。机械振动的控制及利用主要介绍机械振动基础资料,线性振动、非线性振动与随机振动、隔振与减振(隔振器、阻尼减振器、动力吸振器、缓冲器等)等振动系统原理、模型参数、设计计算,以及常用机械振动的利用,测试技术等;机架设计主要介绍机架设计的一般知识,以及梁、桁架、柱和立架、框架、整体式机架及其他机架的设计与计算等。

本书可作为机械设计人员和有关工程技术人员的工具书,也可供大专院校有关专业师生参考。

# 第18篇 机架设计

主要撰稿 蔡学熙 蒋友谅  
审 稿 邰舜卿



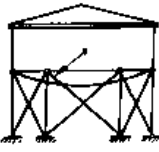
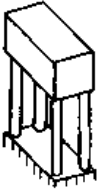

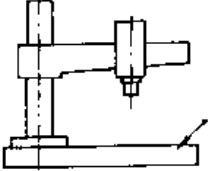

# 第 1 章 机架结构概论

在机器（或仪器）中支承或容纳零、部件的零件称为机架。如支承贮罐的塔架、固定发动机的机架、容纳传动齿轮的减速器壳体、机床的床身等统称为机架。

## 1 机架结构类型

### 1.1 按机架外形分类

表 18-1-1 机架外形分类

外形类别	网架式	框架式	梁柱式	板块式	箱壳式
举 例					
	贮罐塔架	柱式压力机机身	钢丝缠绕机架	摇臂钻床底座	机械传动箱体

### 1.2 按机架的制造方法和材料分类

按制造方法，机架可分为铸造机架、焊接机架和螺栓联接或铆接机架。按机架材料可分为金属机架、非金属机架。非金属机架又可分为混凝土机架、素混凝土机座平台、花岗岩机架、塑料机架或其他材料的机架。

铸造机架常用材料为铸铁、铸钢和铸铝。小型设备（如仪表等）的机架则有用铜制或塑料制造，其制造工艺设计可参考本手册第 1 篇有关章节。

本篇主要介绍钢结构形式的机架。

### 1.3 按力学模型分类

表 18-1-2

结构类型	杆系结构	板壳结构	实体结构
几何特征	结构由杆件组成，而杆件（直杆或曲杆）长度远大于其他两个方向的尺寸	结构由薄壁构件组成，而薄壁构件（薄板或薄壳）厚度远小于其他两个方向的尺寸	结构三个方向的尺寸是同数量级的
机架举例	网架式机架，多数框架式和梁柱式机架	多数板块式和箱壳式机架	少数板块式、框架式和箱壳式机架

注：对某一具体机架，有时很难把它归于哪种结构，因为它可能界于杆系和板壳或板壳和实体两种结构之间。究竟按哪种结构计算，取决于计算工作量和计算精度。若计算精度满足结构设计要求，则按前者计算，否则按后者计算。有的机架要简化为几种结构的组合，用有限元法计算。

### 1.4 机架杆系结构类型

大部分机架可分解或简化为单个杆件，或简单而又规则的薄板、薄壳。这类机架可以按本手册第 1 篇所列公式、图表进行计算。若机架为复杂的板壳结构或实体结构而又必须详细分析时，可采用有限元法计算。

大部分机架可简化为杆系结构，本篇侧重介绍该种结构及常用的机架形式。

机架杆系结构类型见表 18-1-3。

表 18-1-3 机架杆系结构类型

结构类型		桁架		刚架		
		平面桁架	空间桁架	平面刚架	平面板架	空间刚架
结点	性质	铰结点		刚结点		
	传递的力	集中力		集中力、力矩		
杆件	形状	杆轴	通过截面形心的直线	直线，刚架面内曲线	直线，且是对称轴线	直线，曲线
		截面	任意	有一对称轴，且位于刚架面内	有二对称轴，且垂直或平行板架平面	有二对称轴
	内力	轴力		轴力，剪力，弯矩	剪力，扭矩，弯矩	轴力，剪力，扭矩，弯矩
载荷	位置	结点			任意	
	方向	桁架面内	任意	刚架面内	垂直板架平面	任意
支座	类型	活动铰支座 固定铰支座		活动铰支座，固定铰支座 滑动支座，固定端支座		
	方位	桁架面内	任意	刚架面内	垂直板架平面	任意
机架举例	机架示意图					
	结构计算图					

注：1. 实际的机架杆系结构，有时既有桁架杆件又有刚架杆件，这种结构叫做组合杆系结构。其中包括受有非结点载荷的桁架，因为受有载荷的杆件将产生剪力和弯矩，这种杆件已不是桁架杆件。可见含有这种杆件的桁架，严格地讲是一种特殊的组合杆系结构，但是若把非结点载荷等效到结点上，仍可按纯桁架进行整体计算。

2. 若杆件形状不满足表中对称性要求，则杆轴不过截面形心的桁架杆件将产生弯曲；截面没有对称轴或载荷、支座不与对称轴共面的平面刚架杆件将产生非平面弯曲；不满足截面对称性的平面板架杆件或空间刚架杆件将产生耦合的弯曲-扭转。

3. 直梁（例如连续梁）可按平面刚架计算，只不过梁不受轴力作用。

## 2 机架杆系的几何不变性

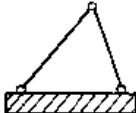
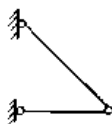

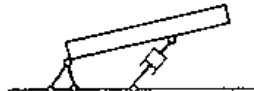
不少机架都可以看作是由杆件组成的，但是并非把若干杆件随意组合起来就能成其为合理机架结构。必须保证机架杆系是几何不变杆系，应避免几何可变杆系和几何瞬变杆系。本篇各章所述的机架杆系结构，均指几何不变杆系。

### 2.1 平面杆系的组成规则

要保证一个杆系的几何不变性必须要有足够数目的约束；但是约束数目足够，并不能肯定几何不变，因为还

有一个约束布置的问题。几何不变杆系的组成规则就是为保证杆系几何不变，使约束数目足够又布置合理而规定的准则。

表 18-1-4 平面杆系几何不变性规则

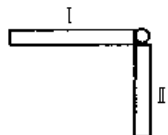
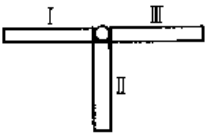
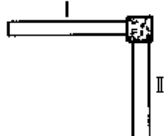
规则名称	几何不变且无多余约束的组成条件	组成示意图	分析举例
二元体规则	二根链杆各用一个铰联结于一个平面刚体上，且三个铰不在同一直线上（若三铰共线，则几何瞬变）		
三连杆规则	二个平面刚体用三根链杆相连，且三根链杆不交于一点（若交于一点，则实交点时，几何可变；虚交点时，几何瞬变）		

注：连杆可以是刚体，也可以是长度可控的，如油缸等。

## 2.2 平面杆系的自由度计算

### 2.2.1 平面杆系的约束类型

表 18-1-5 平面杆系约束类型

约束名称	约束方式	约束示意图	约束数	说明
简单铰结	一个铰结连二个刚体		2	
复杂铰结	一个铰结连 n 个刚体		$2(n-1)$	相当于 $n-1$ 个简单铰结
简单刚结	一个刚结连二个刚体		3	

约束名称	约束方式	约束示意图	约束数	说明
复杂刚结	一个刚结连 $n$ 个刚体		$3(n-1)$	相当于 $n-1$ 个简单刚结
简单链杆	一根杆连二个铰点		1	
复杂链杆	一根杆连 $n$ 个铰点		$2n-3$	相当于 $2n-3$ 个简单链杆

### 2.2.2 平面杆系自由度的计算

表 18-1-6

平面杆系自由度计算方法

计算方法	算法 1	算法 2
基本观点	杆系由若干平面刚体受铰结, 刚结和链杆的约束而组成	杆系由若干结点受链杆的约束而组成
计算公式	$W = 3m - (3g + 2h + b)$	$W = 2J - B$
	$W$ —— 平面杆系的计算自由度	
	$m$ —— 平面刚体数 $g$ —— 简单刚结数 $h$ —— 简单铰结数 $b$ —— 支承链杆数	$J$ —— 结点数 $B$ —— 简单链杆数
计算举例		
	原有简单铰结数 $h_1 = 5$ (A、B、C、F、G 点) 折算简单铰结数 $h_2 = 2 \times (3-1)$ (D、E 点复杂铰结, $n=3$ ) 简单铰结总数 $h = h_1 + h_2 = 9$ 平面刚体数 $m = 7$ (AC、CB、AD、DF、DE、EG、EB) 简单刚结数 $g = 0$ (无刚结点) 支承链杆数 $b = 3$ (A 处二根, B 处一根) 计算自由度 $W = 3 \times 7 - 2 \times 9 - 3 = 0$	原有简单链杆数 $B_1 = 8$ (AD、DF、DE、EG、EB 三根支杆) 折算简单链杆数 $B_2 = 2 \times (2 \times 3 - 3)$ (AC、BC 复杂链杆, $n=3$ ) 简单链杆总数 $B = B_1 + B_2 = 14$ 结点数 $J = 7$ (A、B、C、D、E、F、G 点) 计算自由度 $W = 2 \times 7 - 14 = 0$
结论	$W > 0$ 为几何可变杆系 $W \leq 0$ 为几何不变杆系的必要条件(但非充分条件, 必须布置合理)	

### 2.3 杆系几何特性与静定特性的关系

杆系静力分析的基本方法是: 截断约束, 取分离体, 用约束力代替约束; 根据分离体的平衡方程, 解出约束力。可见, 平衡方程总数和未知约束力总数是杆系静力分析的两个基本要素。这两个基本要素的计算见表 18-1-7。



表 18-1-7 杆系平衡方程数和约束力数

所用自由度计算方法		表 18-1-6 算法 1			表 18-1-6 算法 2
平衡方程数	截取的分离体	平面刚体			结 点
	所截分离体数目	$m$			$J$
	每个分离体平衡方程数	3			2
	杆系平衡方程总数	$3m$			$2J$
未知约束力数	被截断的约束	简单刚结	简单铰结	支承链杆	简单链杆
	被截约束数目	$g$	$h$	$b$	$B$
	每个约束的约束力数	3	2	1	1
	杆系未知约束力总数	$3g + 2h + b$			$B$

按表 18-1-6 和表 18-1-7 计算自由度数  $W$ ，可得表 18-1-8。

表 18-1-8

$W=0$	静定结构	平衡方程数等于未知力数	有惟一解
$W>0$	超静定结构	平衡方程数少于未知力数	要有变位等条件求解

### 3 机架设计计算的准则和要求

#### 3.1 机架设计的准则

##### (1) 工况要求

任何机架的设计首先必须保证机器的特定工作要求。例如，保证机架上安装的零部件能顺利运转，机架的外形或内部结构不致有阻碍运动件通过的突起；设置执行某一工况所必需的平台；保证上下料的要求、人工操作的方便及安全等。

##### (2) 刚度要求

在必须保证特定外形条件下，对机架的主要要求是刚度。例如机床的零部件中，床身的刚度则决定了机床的生产率和加工产品的精度；在齿轮减速器中，箱壳的刚度决定了齿轮的啮合性及运转性能。

##### (3) 强度要求

对于一般设备的机架，刚度达到要求，同时也能满足强度的要求。但对于重载设备的强度要求必须引起足够的重视。其准则是在机器运转中可能发生的最大载荷情况下，机架上任何点的应力都不得大于允许应力。此外，还要满足疲劳强度的要求。

对于某些机器的机架尚需满足振动或抗振的要求。例如振动机械的机架；受冲击的机架；考虑地震影响的高架等。

##### (4) 稳定性要求

对于细长的或薄壁的受压结构及受弯-压结构存在失稳问题，某些板壳结构也存在失稳问题或局部失稳问题。失稳对结构会产生很大的破坏，设计时必须校核。

##### (5) 美观

目前对机器的要求不仅要能完成特定的工作，还要使外形美观。

##### (6) 其他

如散热的要求；防腐蚀及特定环境的要求；对于精密机械、仪表等热变形小的要求等。

#### 3.2 机架设计的一般要求

在满足机架设计准则的前提下，必须根据机架的不同用途和所处环境，考虑下列各项要求，并有所偏重。

(1) 机架的重量轻，材料选择合适，成本低。

(2) 结构合理，便于制造。

(3) 结构应使机架上的零部件安装、调整、修理和更换都方便。

- (4) 结构设计合理, 工艺性好, 还应使机架本身的内应力小, 由温度变化引起的变形应力小。
- (5) 抗振性能好。
- (6) 耐腐蚀, 使机架结构在服务期限内尽量少修理。
- (7) 有导轨的机架要求导轨面受力合理, 耐磨性良好。

### 3.3 设计步骤

(1) 初步确定机架的形状和尺寸。根据设计准则和一般要求, 初步确定机架结构的形状和尺寸, 以保证其内外部零部件能正常运转。

(2) 根据机架的制造数量、结构形状及尺寸大小, 初定制造工艺。例如非标准设备单件的机架、机座, 可采用焊接代替铸造。

(3) 分析载荷情况, 载荷包括机架上的设备重量、机架本身重量、设备运转的动载荷等。对于高架结构, 还要考虑风载、雪载和地震载荷。

(4) 确定结构的形式, 例如采用桁架结构还是板结构等。再参考有关资料, 确定结构的主要参数 (即高、宽、板厚与材料等)。

(5) 画出结构简图。

(6) 参照类似设备的有关规范、规程, 确定本机架结构所允许的挠度和应力。

(7) 进行计算, 确定尺寸。

(8) 有必要时, 进行详细计算并校核或做模型试验, 对设计进行修改, 确定最终尺寸。

## 4 机架结构的选择

### 4.1 一般规则

根据前面的准则和要求, 进行机架结构形式的选择仍是一个较复杂的过程。对结构形式、构件截面和结点构造等均需要结合具体的情况进行仔细的分析。对结构方案要进行技术经济比较。由于各种设备有不同的规范和要求, 制定统一的机架结构选择方法较困难。但是, 可以利用结构力学的知识提出下列一般的规则。这些规则是为了节约材料在选择结构形式时应遵守的一般规律。

(1) 结构的内力分布情况要与材料的性能相适应, 以便发挥材料的优点。轴力较弯矩能更充分地利用材料。杆件受轴力作用时, 截面上材料的应力分布是均匀的 (图 18-1-1a), 所有材料都得到充分利用。但在弯矩作用下截面上的应力分布是不均匀的 (图 18-1-1b), 所以材料的利用不够经济。

机械结构中许多构件所受的载荷都是沿垂直于杆轴的方向作用的。弯矩沿杆长变化很迅速。有垂直载荷处, 弯矩曲线有曲率, 且曲率与载荷密集度成正比。最大的弯矩常限于一小段内, 在较长段内材料不能充分利用, 这是弯曲构件不经济的另一原因。

这个规则的一个明显的例子就是桁架使用材料较梁更为经济, 梁所以常用于小跨结构是因为构造的简单和制作的便利。在大跨结构中, 桁架是更经济的型式。

在塑性设计中, 钢构件在弯矩作用下的极限状态的应力分布如图 18-1-1c 所示, 而钢筋混凝土构件相应的应力分布见图 18-1-1d。由这些应力图可知塑性设计比弹性状态设计要经济一些, 但是即使按塑性设计, 以轴力作用为主的结构也比以弯矩作用为主的结构更为经济。必须说明, 在机架设计中有动载荷的情况下一般是不考虑塑性设计的。

壳体结构由于主要受轴力作用, 使用材料极为经济。

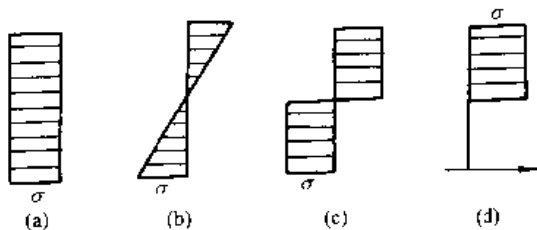


图 18-1-1

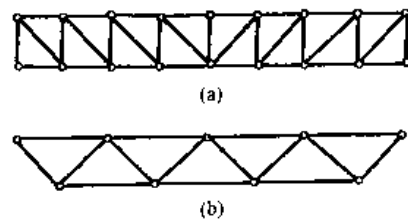


图 18-1-2

(2) 结构的作用在于把载荷由施力点传到基础。载荷传递的路程愈短, 结构使用的材料愈省。

图 18-1-2a 和 b 所示为钢架常用的两种腹杆布置。图 a 为斜杆腹系, 长斜杆在载荷作用下承受拉力, 这是一个优点。但在斜杆腹系中, 载荷通过交替的斜杆和竖杆传到桁架的两端所经的路程很长。在图 b 所示的三角形腹系中, 载荷通过斜杆传到桁架两端所经的路程就比较短。由于这个原因, 图 b 所示桁架使用材料较少。

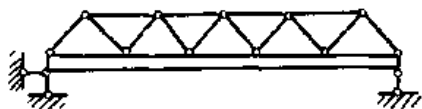


图 18-1-3

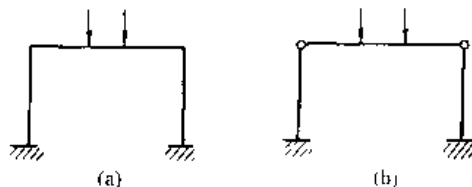


图 18-1-4

另一个例子是图 18-1-3 所示的梁和桁架的组合体系。用这种体系做成的结构要比一般桁架经济, 因为下弦梁缩短了载荷传递的路程。

(3) 结构的连续性可以降低内力, 节省材料。

例如, 连续梁比一串简支梁经济, 连续桁架也比一串简支桁架经济。在刚架中由于结点的刚性使弯矩降低, 例如在同样载荷下图 18-1-4a 所示刚架受到的弯矩比图 18-1-4b 所示刚架受到的要小。一般来说, 连续刚架比孤立的梁柱体系要经济。

以上规则在实际应用中有时是互相矛盾的。例如图 18-1-4a 所示结构和 b 所示结构比较起来, 是互有利弊的。一方面由于结构的刚性, 图 a 所示结构中梁的弯矩较小, 但在另一方面由于结点的刚性, 柱的弯矩增加了。

## 4.2 静定结构与超静定结构的比较

表 18-1-9

静定结构与超静定结构的比较

比较项目	静定结构	超静定结构
防护能力	静定结构没有多余约束。当任一约束突然破坏, 即变成几何可变杆系, 不能承受任何载荷, 所以防护能力差	超静定结构有多余约束。多余约束突然破坏后, 仍能维持几何不变性, 还能承受一定的载荷, 所以防护能力强
内力分布	由于没有多余约束, 局部载荷对结构的影响范围小, 内力分布很不均匀, 内力峰值大	由于有多余约束, 局部载荷对结构的影响范围大, 内力分布比较均匀, 内力峰值较小
结构刚度和稳定性	由于没有多余约束, 载荷作用下的结构变形, 受不到多余约束的进一步限制, 结构的刚度和稳定性差	由于有多余约束, 载荷作用下的结构变形要受到多余约束的进一步限制, 结构的刚度和稳定性较好
结构材料和杆件截面的影响	静定结构的内力只需用静力平衡方程即可确定, 所以内力与结构材料性质和杆件截面尺寸无关	超静定结构的内力不能单用静力平衡方程来确定, 还需同时考虑变形条件, 所以内力与结构材料性质和杆件截面尺寸有关
非载荷因素 (支座移动、温度改变、材料收缩和制造误差) 的影响	非载荷因素只引起静定结构的位移和变形, 不在静定结构中产生内力 (因为位移和变形受不到多余约束的限制)	非载荷因素不仅引起超静定结构的变形, 而且还在超静定结构中产生内力 (因为变形要受到多余约束的限制)
杆件截面设计的简单程度和调整结构内力分布的能力	静定结构杆件截面尺寸设计简单, 只要结构外形及其尺寸 (指用杆轴表示的力学模型) 一定, 即可由平衡方程求出内力, 再按强度条件设计杆件截面。但静定结构的内力分布与杆件刚度比值无关, 故不能通过改变杆件刚度来调整内力分布	超静定结构杆件截面尺寸设计复杂, 只有事先假定截面尺寸才能求出内力, 然后再根据内力重新设计杆件截面, 若设计截面与假定截面相差过大, 需重新计算。但超静定结构的内力分布与杆件刚度比值有关, 故可通过改变杆件刚度来调整内力分布

### 4.3 静定桁架与刚架的比较

表 18-1-10 静定桁架与刚架的比较

比较项目	静定桁架	刚架
是否便于使用	由于桁架结点都是铰结点，所以为了保证杆系的几何不变性，所用的杆件数目较多，而且占据了内部空间，不便使用	由于刚架结点主要是刚结点，所以刚架的几何不变性，除了支座的约束作用外，主要依靠刚结点的连接作用，所用的杆件数目较少，内部空间大，便于使用
是否节省材料	由于桁架杆件都是二力杆件，只有轴力，所以内力沿杆轴和应力沿杆件截面都是均匀分布的，充分利用了材料	由于刚架杆件大都是梁式杆件，内力主要是弯矩，所以内力沿杆轴和应力沿杆件截面都是非均匀分布的，没有充分利用材料

### 4.4 几种杆系结构的力学性能的比较

机架的典型结构形式有梁、刚架、桁架和组合结构，还可按其结构受力有以下两种分类方式。

(1) 无推力结构和有推力结构。梁和梁式桁架属于前者；三铰拱，三铰刚架、拱式桁架和某些组合结构属于后者。

(2) 将杆件分为链杆和梁式杆。桁架中的各杆都是链杆；多跨梁和刚架中的各杆都是梁式杆；组合结构中的杆件有的是链杆，有的是梁式杆。

对于梁式杆，应尽量减小杆件中的弯矩。现从这个角度，讨论各杆系结构的特点。

- 1) 在静定多跨梁和伸臂梁中，利用杆端的负弯矩可以减小跨中的正弯矩（如图 18-1-5b）。
- 2) 在有推力结构中，利用水平推力的作用可以减小弯矩峰值（如图 18-1-5e）。

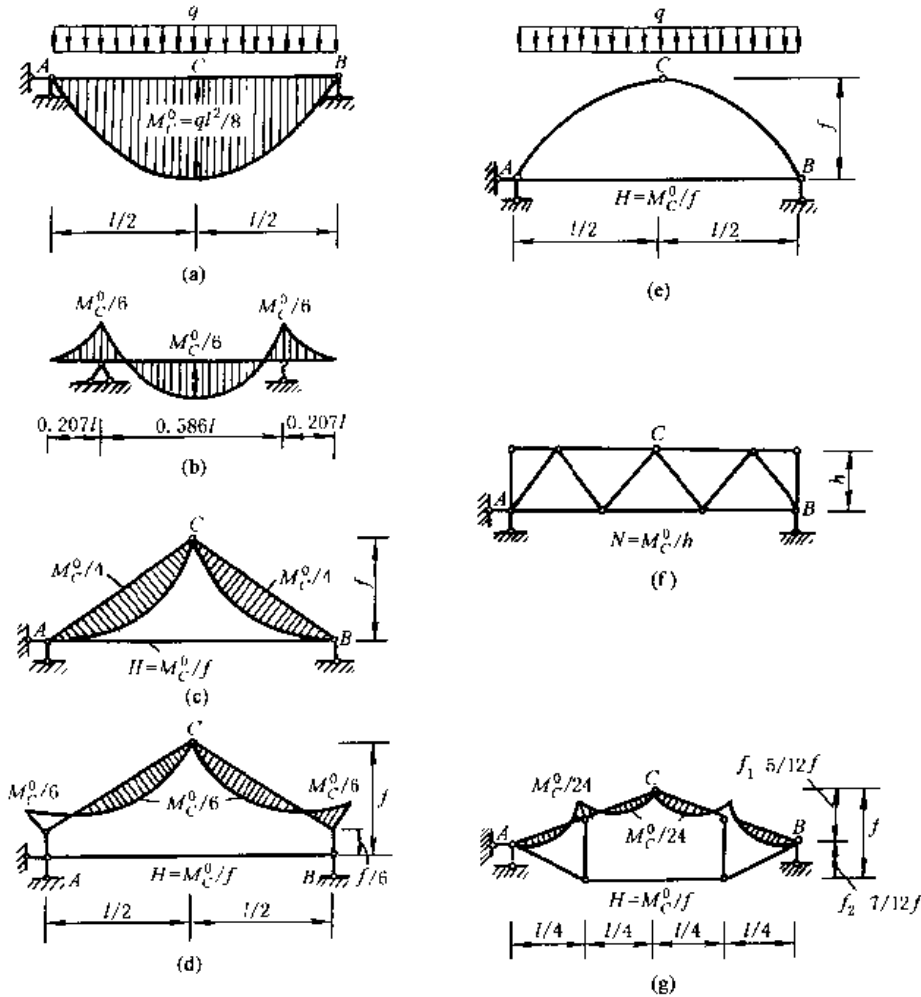


图 18-1-5

3) 在桁架中, 利用杆件的铰结和合理布置以及载荷的结点传递方式, 可使桁架中的各杆处于无弯矩状态。

为了对各种杆系结构形式的力学特点进行综合比较, 在图 18-1-5 中给出了几种结构形式在相同跨度和相同载荷 (全跨受均布载荷  $q$ ) 作用下的主要内力数值。图 18-1-5a 是简支梁 (跨中截面  $C$  的弯矩为  $M_C^0 = \frac{ql^2}{8}$ )。图 18-1-5b 是伸臂梁。为了使弯矩减小, 设法使支座负弯矩与跨中正弯矩正好相等。根据这个条件可以求出伸臂长度应为  $0.207l$ , 这时弯矩峰值下降为  $\frac{1}{6} M_C^0$ 。

图 18-1-5c 是带拉杆的三角形三铰架, 推力为  $H = M_C^0/f$ , 由于推力的作用, 上弦杆的弯矩峰值下降为  $\frac{1}{4} M_C^0$ 。图 18-1-5d 中, 拉杆与上弦杆端部之间有一个偏心距  $e = f/6$ , 这样, 上弦杆端部负弯矩与杆中正弯矩正好相等, 弯矩峰值进一步下降为  $\frac{1}{6} M_C^0$ , 这两种情况都属于三铰刚架的特殊情况。图 18-1-5f 是梁式桁架, 在结点载荷作用下, 各杆处于无弯矩状态, 中间下弦杆的轴力为  $M_C^0/h$ 。图 18-1-5g 是组合结构, 为了使正弦杆的结点负弯矩与杆中正弯矩正好相等, 故取  $f_1 = \frac{5}{12}f$ ,  $f_2 = \frac{7}{12}f$ , 这时上弦杆的弯矩峰值下降为  $\frac{1}{24} M_C^0$ , 中间下弦杆的轴力为  $\frac{M_C^0}{f}$ 。

从以上的分析和比较可看出, 在相同跨度和相同载荷下, 简支梁的弯矩最大, 伸臂梁、静定多跨梁、三铰刚架、组合结构的弯矩次之, 而桁架中除了受均布载荷作用的杆件有弯矩外, 其他杆件的弯矩为零。基于这些受力特点, 所以在工程实际中, 简支梁多用于小跨度结构; 伸臂梁、静定多跨梁、三铰刚架和组合结构可用于跨度较大的结构; 当跨度更大时, 则多采用桁架。

另一方面, 各种结构形式都有它的优点和缺点。简支梁虽然具有上述缺点, 但也有许多优点, 如制造简单, 使用方便。所以在工程实际中简支梁仍然是广泛使用的一种结构形式。其他结构形式虽具有某些优点, 但也有其缺点: 如桁架的杆件很多, 结点构造比较复杂; 三铰刚架要求基础能承受推力 (或需要设置拉杆承受推力)。所以选择结构形式时, 不能只从受力状态这一方面去看, 而必须进行全面的分析和比较。

## 4.5 几种桁架结构的力学性能的比较

### (1) 力学性能比较

对于几种常见形式的桁架, 为了便于比较, 使它们的跨度、节距及承受的载荷 (上弦各结点承受的载荷) 都相同。又为了方便计算, 使各结点载荷均等于 1。

#### 1) 平行弦桁架 (图 18-1-6a)

① 弦杆轴力 计算弦杆轴力时, 可应用力矩平衡方程, 矩心选在桁架各结点。力臂等于桁架高度  $h$ 。设与桁架同跨度、同载荷的简支梁上, 对应于桁架各结点的截面弯矩为  $M^0$ , 则弦杆的轴力可表示为:

$$N = \pm \frac{M^0}{h}$$

式中 右边的正号表示下弦杆的轴力为拉力, 负号表示上弦杆的轴力为压力。因为平行弦桁架的轴力与梁相应结点处的  $M^0$  值成比例, 所以, 中间弦杆的轴力大, 两端弦杆的轴力小。

② 腹杆轴力 求桁架腹杆轴力时用截面法。由铅垂投影平衡方程可知, 斜杆的铅垂分力和竖杆的轴力, 分别等于简支梁相应节间的剪力  $Q^0$ , 即

$$\begin{aligned} V_{斜杆} &= +Q^0 \\ N_{竖杆} &= -Q^0 \end{aligned}$$

上式表明, 这里的斜杆轴力为拉力, 竖杆轴力为压力。图 18-1-6a 中, 给出了平行弦桁架各杆的轴力值 (因载荷取值为 1, 所以此内力值也就是内力系数)。

若对上边平行弦桁架与实体梁的内力进行比较, 可以看出二者有许多类似之点。桁架弦杆主要承受弯矩, 相当于工字梁中翼缘的作用; 腹杆主要承受剪力, 相当于工字梁中腹板的作用。对实体梁来说, 在横截面面积不变的情况下, 如材料尽可能远离中性轴布置 (采用合理截面形状), 则截面惯性矩就越大, 梁的抗弯能力就越强。实际上, 桁架是更好地体现上述条件的。从整体看, 图 18-1-6a 所示桁架是承受弯曲的结构; 从局部看, 每根杆件都是承受拉伸与压缩的杆件, 因而强度性能好。桁架在其高度、跨度、重量轻、承载力强等方面的优点, 实体梁都是无法与之相比的。

#### 2) 三角形桁架 (图 18-1-6b)

① 弦杆轴力 弦杆所对应的力臂, 由中间到两端按直线规律变化。设力臂为  $r$ , 则弦杆轴力仍可表示为:

$$N = \pm \frac{M^0}{r}$$

力臂  $r$  向两端减小的速度比  $M^0$  要快，因而  $\frac{M^0}{r}$  向两端渐增。所以，弦杆越靠近两端，其轴力越大。

② 腹杆轴力 由截面法可知，斜杆轴力为压力，竖杆轴力为拉力，并且二者都是越靠近桁架中间，其轴力越大。三角形桁架各杆的轴力如图 18-1-6b 所示。

3) 抛物线桁架 (图 18-1-6c)

① 弦杆轴力 在抛物线桁架中，各下弦杆的轴力及各上弦杆轴力的水平分力的力矩，其矩心的力臂，即为各竖杆的长度，而竖杆的长度与弯矩一样，都是按抛物线规律变化的。故可知各下弦杆的轴力与各上弦杆轴力的水平分力的大小都相等 (符号相反)，从而各上弦杆的轴力也接近相等。

② 腹杆轴力 由于下弦杆轴力与上弦杆轴力的水平分力相等，根据截面法，由  $\sum X = 0$ ，可知各斜杆轴力均等于零。不难断定，各竖杆的轴力也均等于零。

4) 折线形桁架 (图 18-1-6d)

折线形桁架是三角形桁架和抛物线形桁架的一种中间形式。由于上弦改成折线，端节间上弦杆的坡度比三角形桁架大，因而使力臂  $r$  向两端递减得慢一些，这就减小了弦杆特别是端弦杆的内力，虽然  $\frac{M^0}{r}$  值也逐渐增大，但比三角形桁架的变化要小。

由上面的分析，可得以下结论：

1) 平行弦桁架的内力分布不均匀，弦杆内力向中间增加，因而弦杆截面要随着改变，这就增加了拼接的困难；如用同样的截面，又浪费材料。但是，由于它在构造上有许多优点，如可使结点构造划一，腹杆标准化等，因而仍得到广泛应用；不过多限于轻型桁架，这样便于采用截面一致的弦杆，而不致有很大的浪费。

2) 三角形桁架的内力分布也不均匀。弦杆的内力近支座处最大，并且端结点夹角很小，构造复杂。由于其两

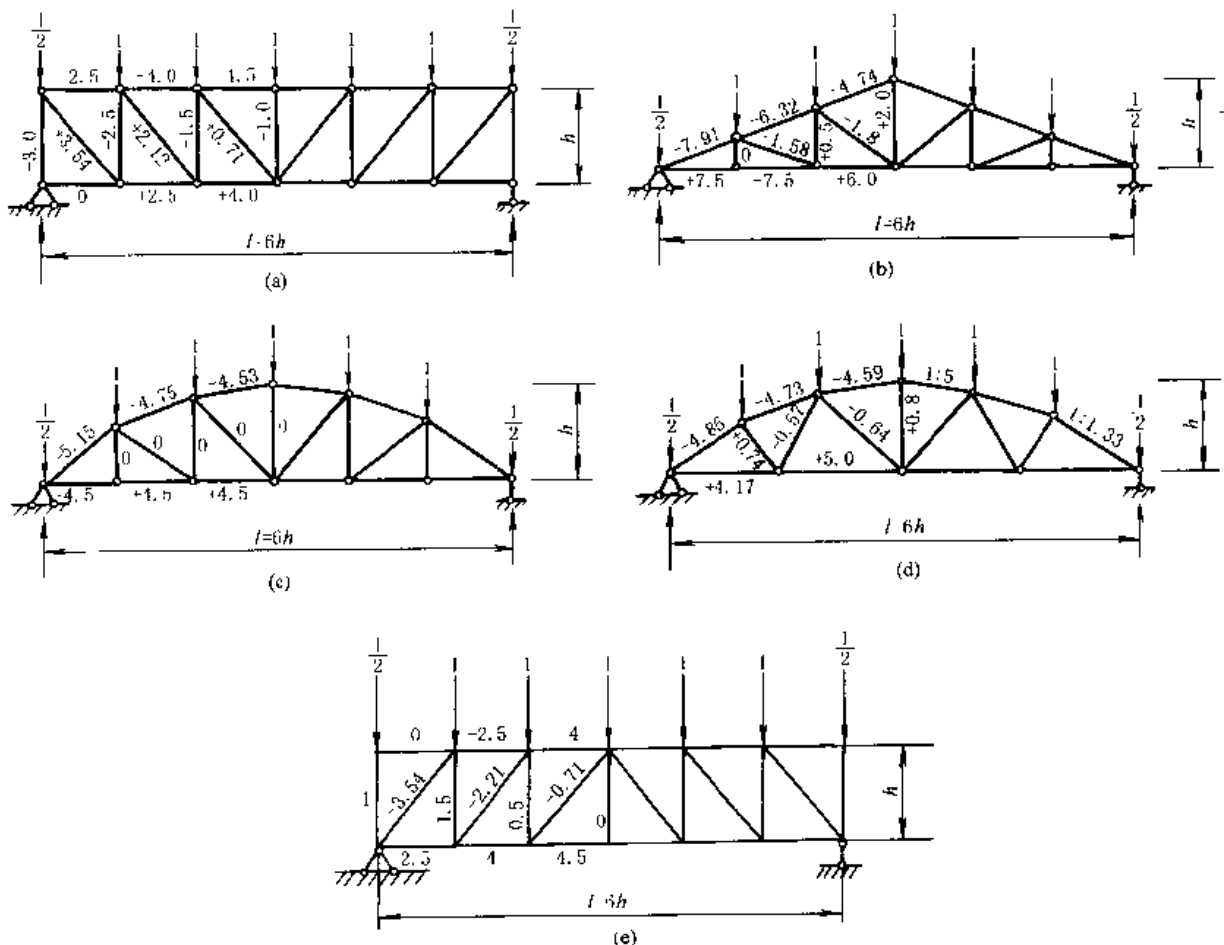


图 18-1-6

面斜坡的外形符合屋顶构造的要求,所以三角形桁架只在屋顶结构中应用。

3) 抛物线形桁架的内力分布均匀,从受力角度来看是比较好的桁架形式。但是,曲弦上每一结点均须设置接头,构造较复杂。

4) 折线形桁架的内力分布近似抛物线形桁架,但制造较方便。

#### (2) 桁架腹杆的布置对其内力的影响

在平行弦桁架中(图 18-1-6a),若腹杆的布置由 N 式变为反 N 式(图 18-1-6e),则其内力的性质也随着改变,斜杆由受拉变为受压,竖杆由受压变为受拉。在图示的情况下,后者优于前者。至于斜杆的内力大小,则与其倾角有关。斜杆与弦杆的夹角小,则斜杆的内力大。腹杆的布置对桁架的构造和制造有影响。如桁架节间长度变小,斜杆与弦杆夹角加大,其内力虽较小,但腹杆增多,结点数目增加,制造复杂,反而不一定经济,所以布置腹杆需要全面权衡。

在三角形桁架中(图 18-1-6b),若腹杆的布置由 N 式变为反 N 式,则腹杆内力的性质也要改变,即斜杆受拉,竖杆受压。以前钢屋架采用这种形式,可以避免钢材压杆过长容易失稳的缺点。用钢筋混凝土或钢材做成的三角形桁架,跨度较大时,腹杆采用 N 式或反 N 式,都使下弦结点和腹杆太多,不够经济,故常采用如图 18-1-7a、b 的形式,图 18-1-7c 表示三角形桁架的另一种形式,由于改变了腹杆的布置,使压杆短而拉杆长。压杆采用钢筋混凝土,截面大,不易失稳,拉杆采用钢材,使两种材料都能发挥各自的长处。

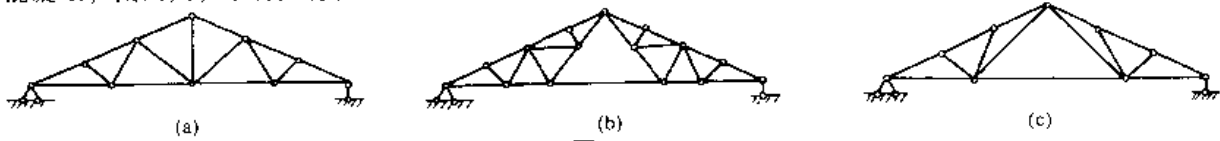


图 18-1-7

## 5 几种典型钢机架结构形式

本节提供某些设备所采用的机架结构形式,供选择时参考。

### 5.1 挖掘机机架

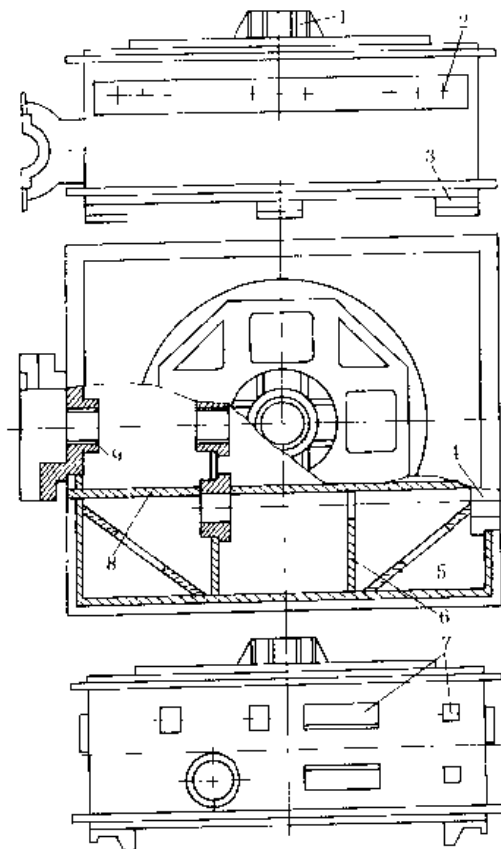


图 18-1-8 4m<sup>3</sup> 采矿挖掘机底架的下架

1—轴座; 2—螺栓孔; 3—钩牙; 4—轴孔; 5—斜板;  
6—隔板; 7—机座; 8—井字板; 9—轴孔

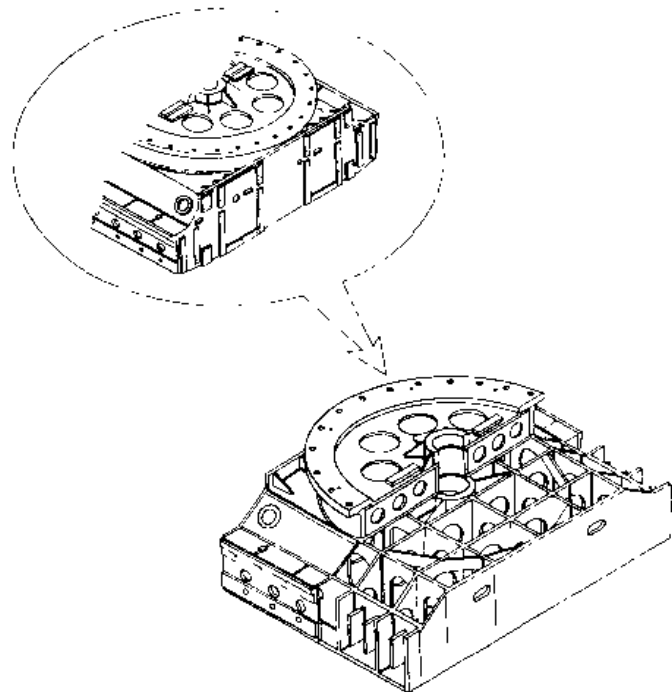


图 18-1-9 23m<sup>3</sup> 挖掘机下架

(1) 图 18-1-8 为 4m<sup>3</sup> 采矿挖掘机底架的下架图，与履带架组成支持整机的底架。

该下架为呈蜂窝状的焊接箱形结构，内部用隔板 6、8 焊成井字形，对角焊有斜板 5。上下盖板留有开孔，便于进行检修、安装工作。

箱形结构的下架刚度大，承载能力强，能保证机器原地转弯时有较好的刚性。

(2) 图 18-1-9 所示是 23m<sup>3</sup> 采矿挖掘机的下架，该下架是焊接的箱形结构，是由上下盖板间许多纵横交错、垂直布置的隔板焊接而成。下架中一些关键性隔板，都是由具有耐低温、高冲击韧性的优质钢材制造。随着抗疲劳设计原理和焊接技术的迅速发展，结构不连续所引起的应力集中已减小到最低限度。

(3) 履带架。履带架是用来承受来自下架的载荷并传递给支重轮的构件，有铸钢件也有焊接件，是一封闭箱形结构，简单可靠。

图 18-1-10 所示是 4m<sup>3</sup> 采矿挖掘机的履带架，其左端开有装张紧机和导向轮的轴孔 1，三个装支重轮的心轴孔 2，右端为减速器的机壳 4 及驱动轮的轴孔 3，上面是缓倾斜的斜面并加工有与下架联接用的螺钉孔 5，下面有三个同下架相连的钩牙 6。

(4) 图 18-1-11 所示为卡特皮勒公司 235 型液压挖掘机的回转平台。它用螺栓固定在回转轴承组件的外侧，并支承行走机构上面的部件。两个箱形截面纵梁构成平台的主梁，它和箱形截面的横梁连接，形成臂杆支承架组件和回转驱动机构的坚固支座。中心箱形结构件的四周焊有槽钢，构成整个机架，并为安装燃油箱、液压油箱、液压控制阀、电池和驾驶室提供坚固的支座。

(5) 斗桥。链斗挖泥船中，斗桥是支承全部斗链进行挖掘工作的大梁，为桁架结构，如图 18-1-12。

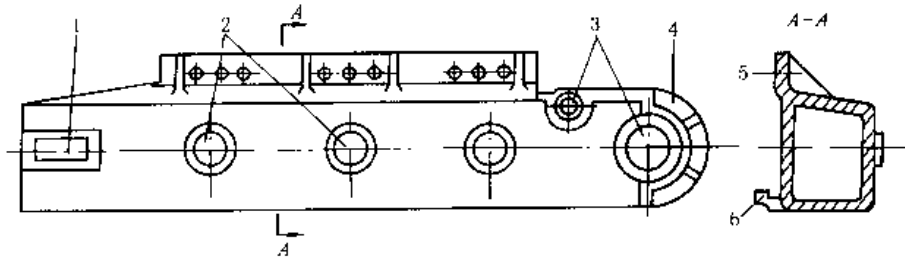


图 18-1-10 履带架

1、3—轴孔；2—心轴孔；4—机壳；5—螺钉孔；6—钩牙

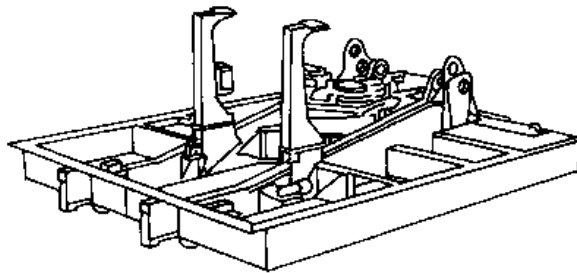


图 18-1-11 回转平台

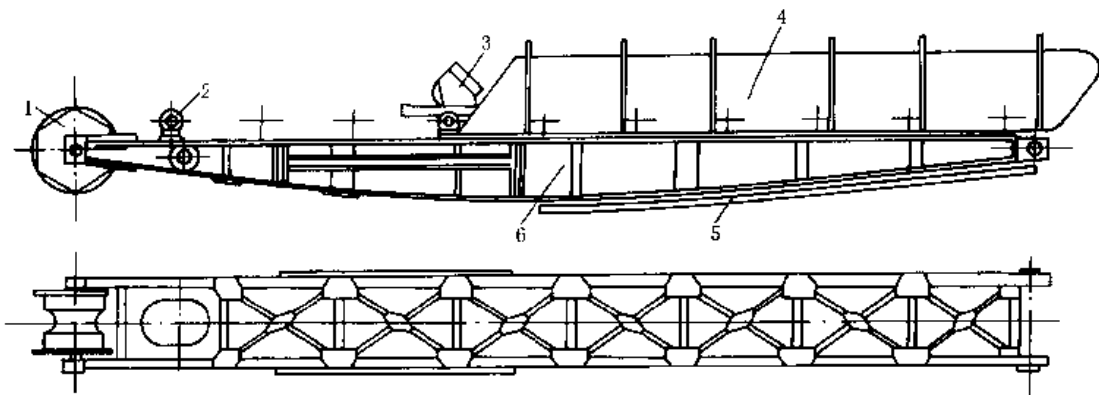


图 18-1-12 斗桥

1—下导轮；2—导链滚筒；3—斗链；4—上部挡泥板；5—底部挡泥板；6—斗桥



## 5.2 起重运输设备机架

图 18-1-13 为钢板结构的起重机机架。图 18-1-14 为桁架结构的起重机机架。图 18-1-15 为一端刚性支腿、一端挠性支腿为起重机机架。图 18-1-16 为空腹框架式起重机机架。图 18-1-17 为桅杆式机架。图 18-1-18 为钢绳机架。

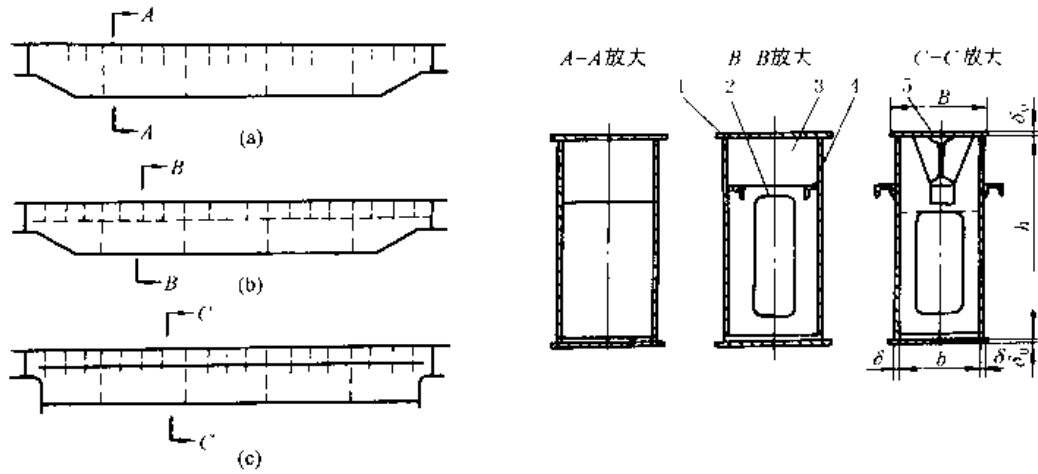


图 18-1-13 正轨箱形梁式起重机机架

(a) 适用于小起重量小跨度；(b) 适用于小起重量大跨度；(c) 适用于大起重量  
1—盖板；2—大筋板；3—小筋板；4—腹板；5—承轨梁

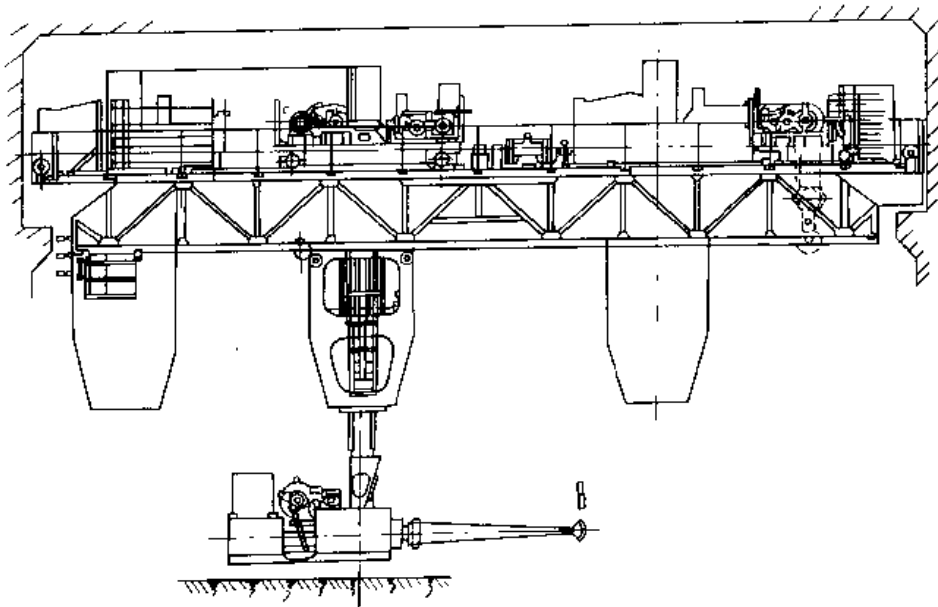


图 18-1-14 桁架式起重机 (20t 起重量加料起重机)

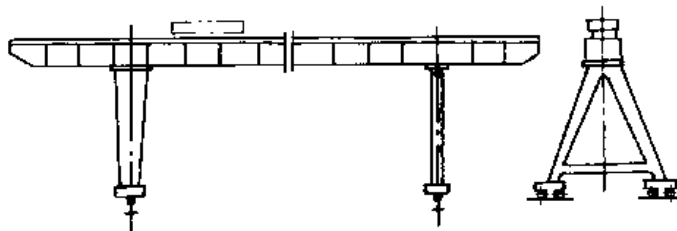


图 18-1-15 龙门起重机机架 (刚性-挠性支腿起重机架)

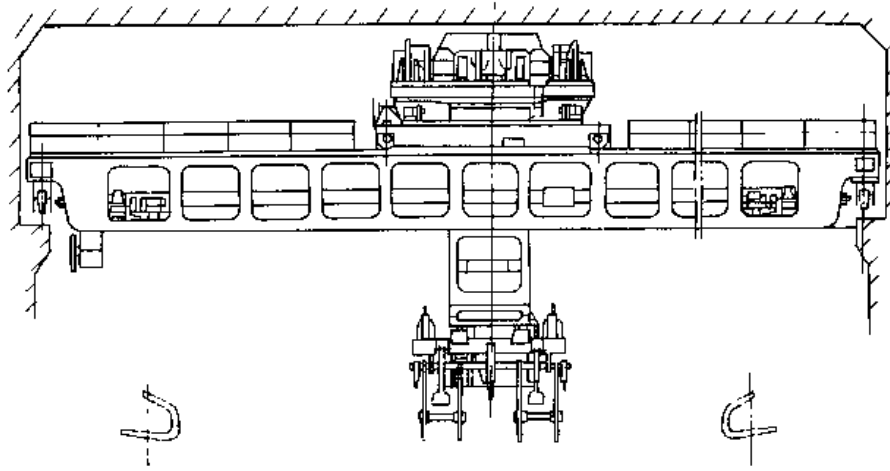


图 18-1-16 空腹框架式起重机机架 (15t 刚性料耙起重机)

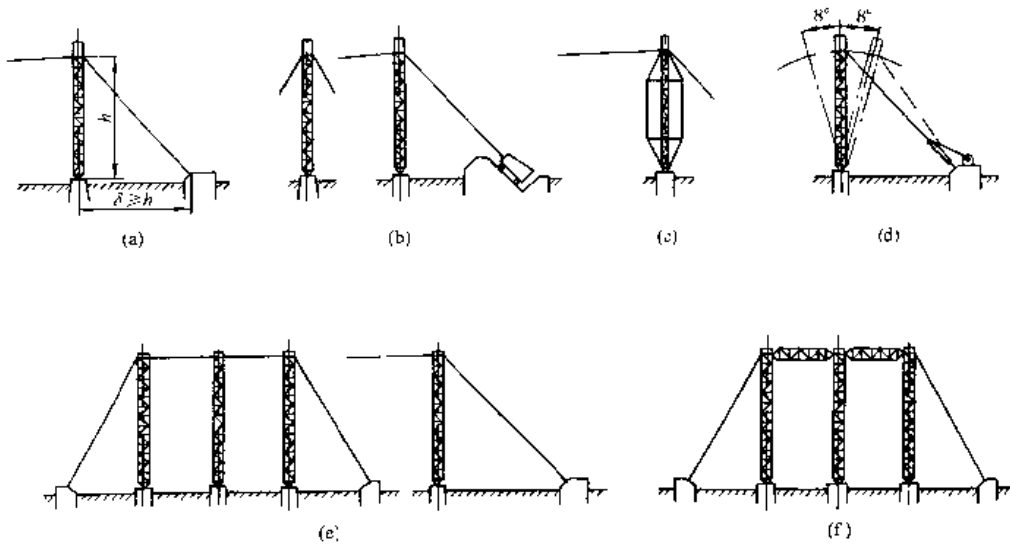


图 18-1-17 缆索起重机桅杆式机架

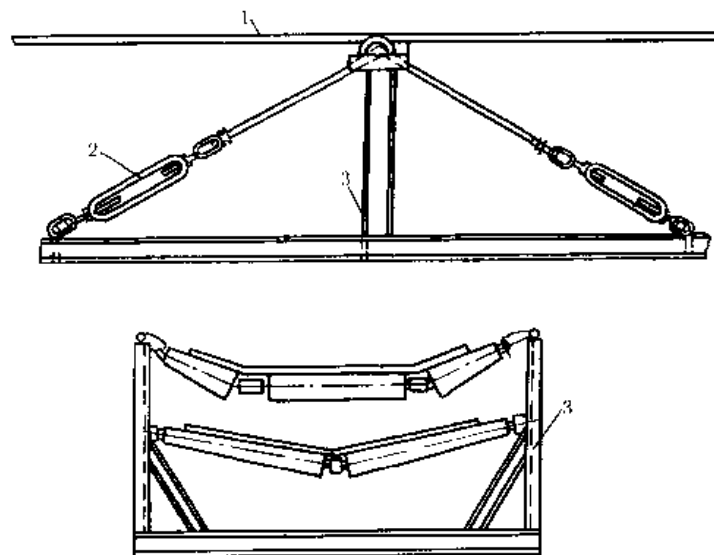


图 18-1-18 吊挂式带式输送机的钢绳机架  
1—机架绳；2—花篮螺丝；3—收绳架

### 5.3 机床立柱与床身

各种形状的机床立柱见图 18-1-19。

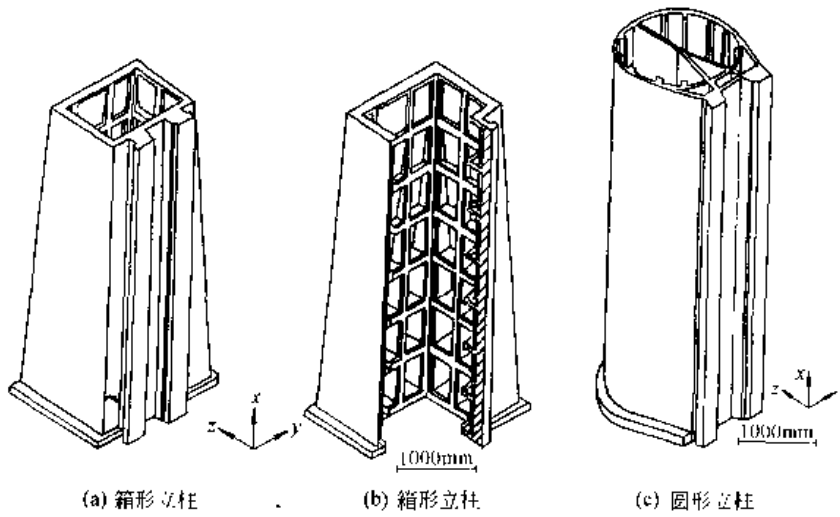


图 18-1-19 机床的立柱

图 18-1-20 为大型落地镗铣床的焊接立柱，是封闭箱形截面结构、前面为双层壁板结构，用以承受安装导轨的载荷。

图 18-1-21 为立车的焊接横梁，也是封闭箱形截面结构。内部加强筋板交叉布置，用断续焊缝与壁板连接。交叉处设圆管以免焊缝密集。

图 18-1-22 为专用机床的焊接床身，采用开式截面。内部筋板之字形布置以提高抗扭刚度。地脚螺栓孔附近焊有筋板以提高局部刚度。

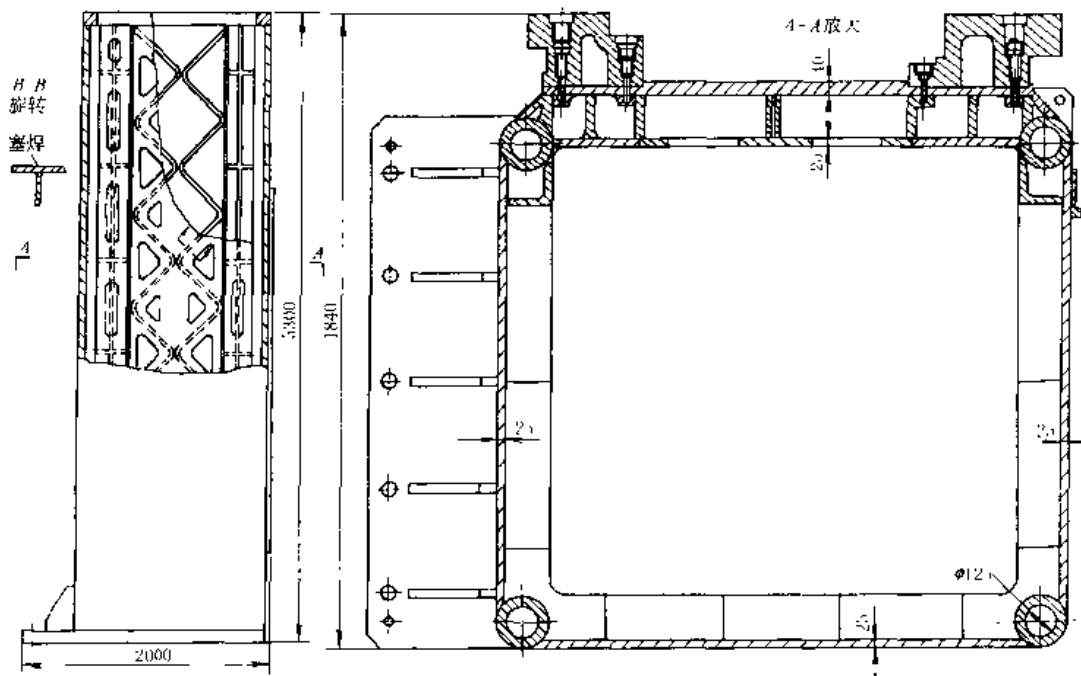


图 18-1-20 大型落地镗铣床的焊接立柱

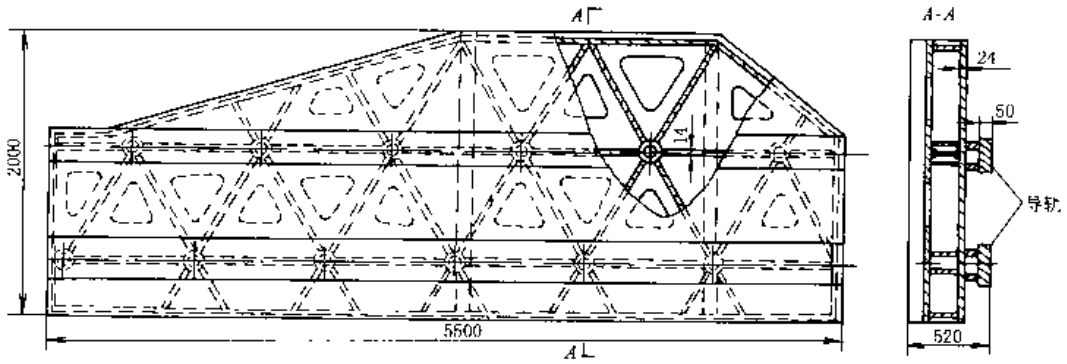


图 18-1-21 立车的焊接横梁

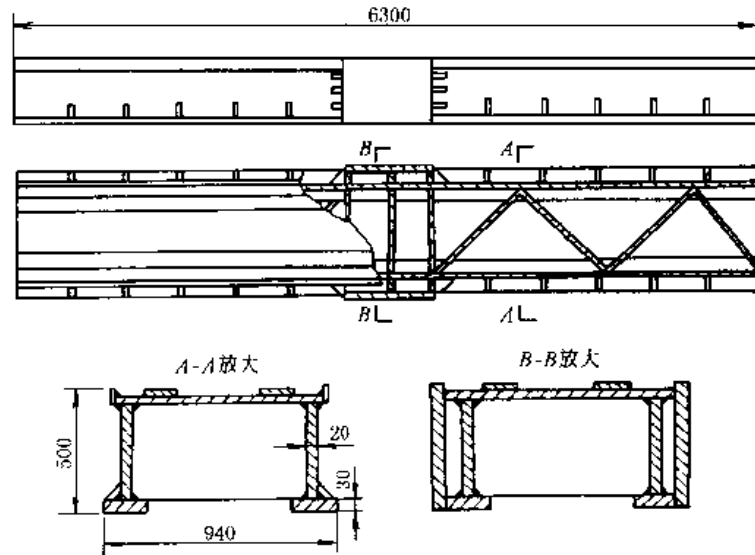


图 18-1-22 专用机床的焊接床身

### 5.4 容器支座

容器支座已有标准，包括鞍式、腿式、支承式和耳式。

图 18-1-23 为腿式支座的布置型式，有角钢支柱（A型）和钢管支柱（B型）；带垫板和不带垫板等四种。

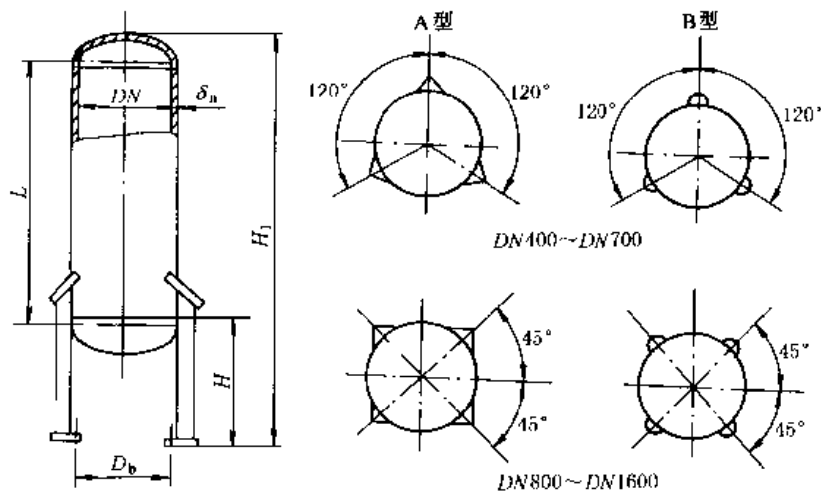
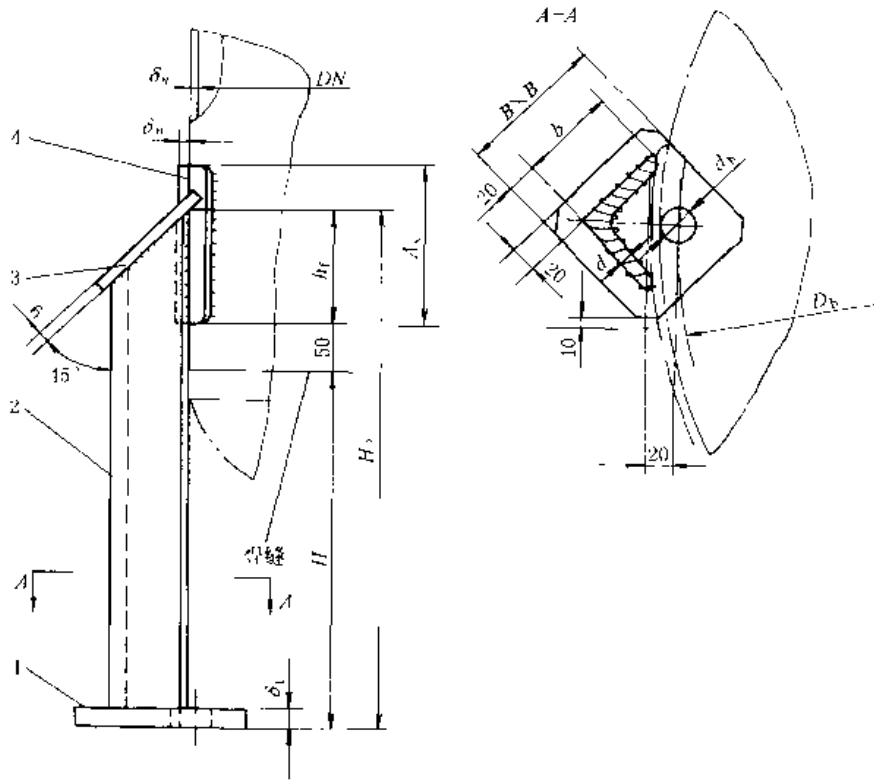


图 18-1-23 腿式支座布置型式

图 18-1-24 为上述立式容器的 A 型腿式支座 表 18-1-11 为其系列系数, 可供参考



取垫板厚度  $\delta_{n1}$  等于圆筒厚度  $\delta_n$

图 18-1-24 A 型腿式支座

1—底板; 2—支柱; 3—盖板; 4—垫板

表 18-1-11

A、AN 型腿式支座系列参数 (AN 为无垫板)

支座号	每根支腿允许载荷(在 H 高时) /kN	适用公称直径 DN/mm	支腿数量	容器最大总高度 /mm	支承最大高度 /mm	角钢规格 /mm
1	8	500	3	3400	800	63 × 63 × 8
2	13	700	3	4450	800	80 × 80 × 10
3	14	900	4	5000	1000	90 × 90 × 10
4	19	1100	4	5000	1000	100 × 100 × 12
5	24	1300	4	5000	1100	110 × 110 × 12
6	28	1400	4	5000	1100	125 × 125 × 12
7	35	1600	4	5000	1200	140 × 140 × 12

图 18-1-25 为卧式容器的鞍式支座之一,用于公称直径  $DN2100 \sim DN4000$  的容器。其结构尺寸见表 18-1-12。

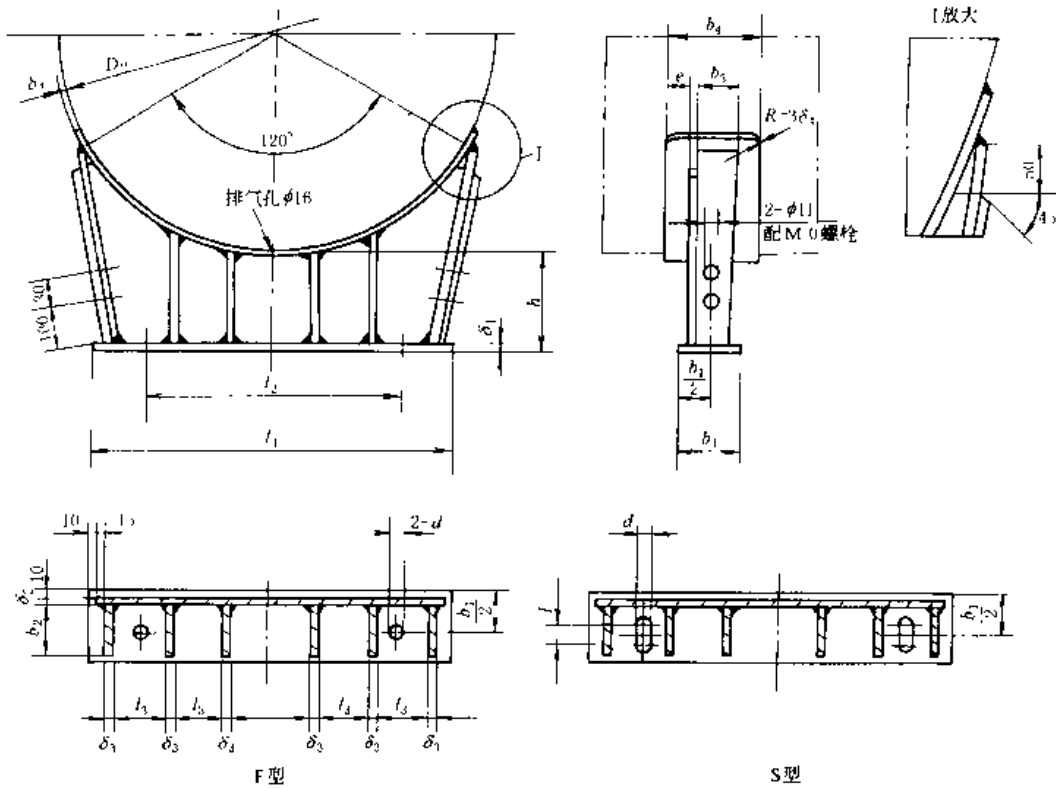


图 18-1-25  $DN2100 \sim DN4000$ 、 $120^\circ$ 包角重型带垫板鞍式支座结构

表 18-1-12  $DN2100 \sim DN4000$ 、 $120^\circ$ 包角重型带垫板鞍式支座结构尺寸 /mm

公称直径 DN	允许荷载 Q/kN	鞍座高度 h	底板		腹板	筋板				垫板			螺栓连接尺寸				鞍座重量 /kg	每增加 100mm 高度所增加的重量 /kg		
			$l_1$	$b_1$		$\delta_1$	$\delta_2$	$l_3$	$b_2$	$b_3$	$\delta_3$	弧长	$b_4$	$\delta_4$	e	间距 $l_2$			螺孔 d	螺纹 M
2100	1217	250	1500			230				2450				1300					274	30
2200	1232		1580			14								243						
2300	1829		1660	240	16	256	208	288	14	2680	400	12	50	1460	24	M20	40	324	37	
2400	1845		1720		16	266			14	2800				1520				336	38	
3000	2803		2180	360	20	20	341	316	406		3490			65	1940				636	65
3200	2853		2340			368				16	3720	550			2100				682	67
3400	2979		2480		22	22	391				3950		14		2200	28	M24	60	795	75
3600	3024		2640	380			418	335	425		4180			80	2360				847	78
3800	4128		2780		25	25	440			18	4410	600			2500				977	90
4000	4186		2940				467				4640				2660				1036	94

## 5.5 管架与管子支吊架

建筑中常用的管架结构形式如表 18-1-13。

表 18-1-13 建筑中常用的管架结构型式

序号	项 目	内 容	图 号
1	独立式管架	这种管架适于在管径较大、管道数量不多的情况下采用。有单柱式和双柱式两种(根据管架宽度和推力大小而定)。这种形式,应用较为普遍,设计和施工也较简单	18-1-26a
2	悬壁式管架	悬壁式管架与一般独立式管架不同点在于把柱顶的横梁改为纵向悬臂,作管路的中间管座,延长了独立式管架的间距,使造型轻巧,美观。其缺点是管路排列不多,一般管架宽度在 1.0m 以内	18-1-26b
3	梁式管架	梁式管架可分为单层和双层,又有单梁和双梁之分。常用的梁式管架为单层双梁结构。跨度一般在 8~12m 之间。适用于管路推力不太大的情况。可根据管路跨度不同,在纵向梁上按需要架设不同间距的横梁,作为管道的支点或固定点。也可成横架式	18-1-26c
4	桁架式管架	适用于管路数量众多,而且作用在管架上推力大的线路上。跨度一般在 16~24m 之间,这种形式的管架外形比较宏伟,刚度也大,但投资和钢材耗量也大	18-1-26d
5	悬杆式管架	这种管架适用于管架较小、多根排列的情况。要求管路较直,跨度一般在 15~20m 之间,中间悬梁一般悬吊在跨中 1/3 长度处。其优点是造型轻巧,柱距大,结构受力合理。缺点是钢材耗量多,横向刚性差(对风力和振动的抵抗力较好),施工和维修要求较高,常需校正标高(用花兰螺栓),而且拉杆金属易被腐蚀性气体腐蚀	18-1-26e
6	悬索式管架	这种管架适用于管路直径较小,需跨越宽阔马路、河流等情况;跨越大跨度时可采用小垂度悬索管架。悬索下垂度与跨度之比,一般可选 $1/10 \sim 1/30$	18-1-27a
7	钢绞线铰接管架	管架与管架之间设拉杆,在沿管路方向,由于管架底部能够转动,不会产生弯矩,固定管架及端部的中间管架采用钢绞线斜拉杆,使整体形成稳定。作用于管架的轴向推力,全部由水平拉杆或斜拉杆承受。适用于管路推力大和管架变位量大的情况	18-1-27b
8	拱形管道	当管路跨越公路、河流、山谷等障碍物时,利用管路自身的刚度,煨成弧状,形成一个无铰拱,使管路本身除输送介质外,兼作管承结构,拱形又可考虑作为管路的补偿设施,这种方案称为拱形管道	18-1-27c
9	下悬管道	适用于小直径管路通过公路、河流、山谷等障碍物,管路内介质或凝结水允许有一定积存时,利用管路自身的刚度作为支承结构的情况	18-1-27d
10	墙架	当管径较小、管道数量也少,且有可能沿建筑物(或构筑物)的墙壁敷设时,可以采用如图 18-1-27e 所示的各种型式的墙架	18-1-27e
11	长臂管架	长臂管架可分为单长臂管架与双长臂管架两种 单长臂管架适用于 DN150mm 以下的管道。长臂管架的优点是增大管架跨距,解决小管径架空敷设时管架过密的问题	18-1-27f, g

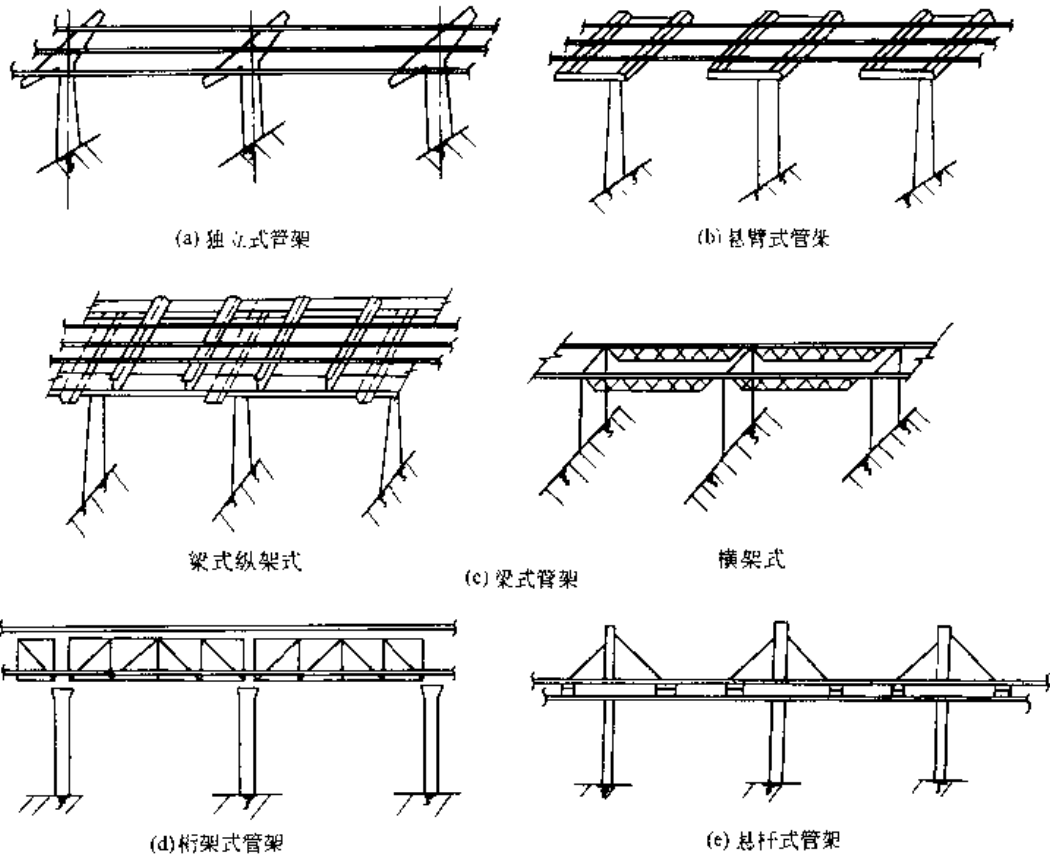
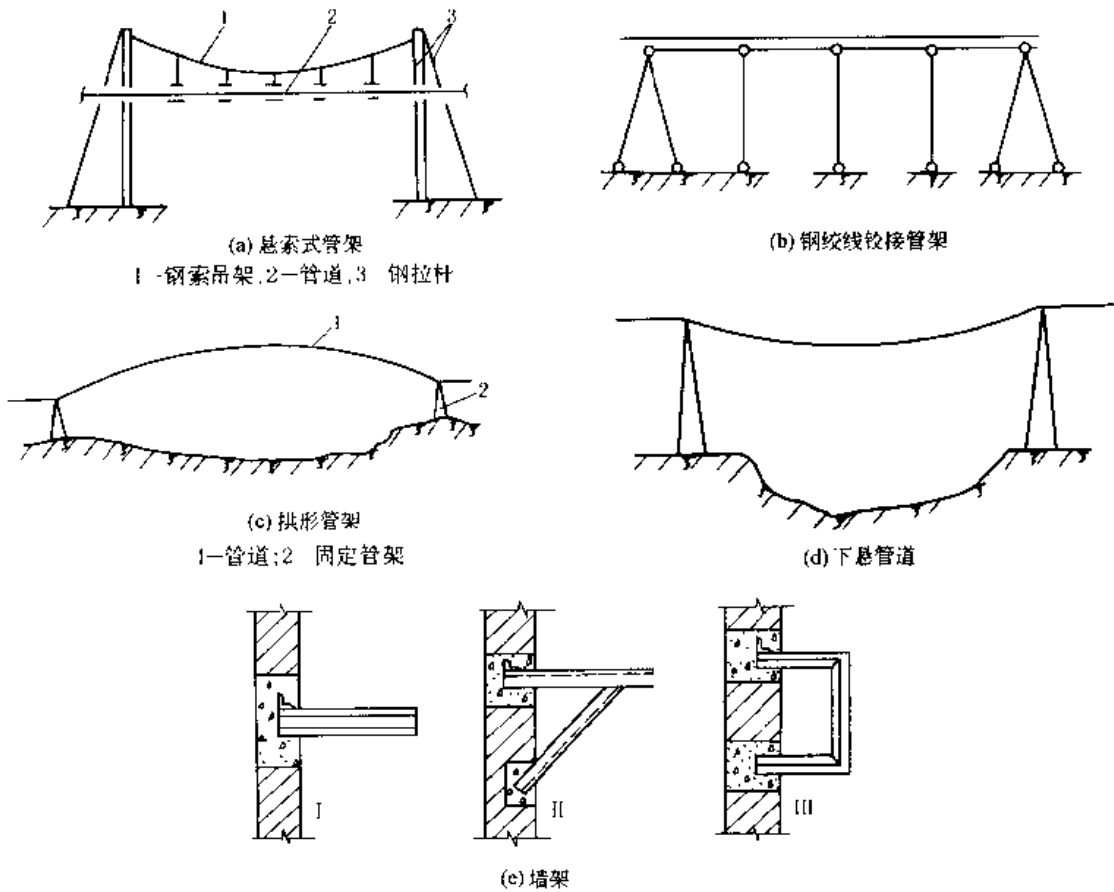
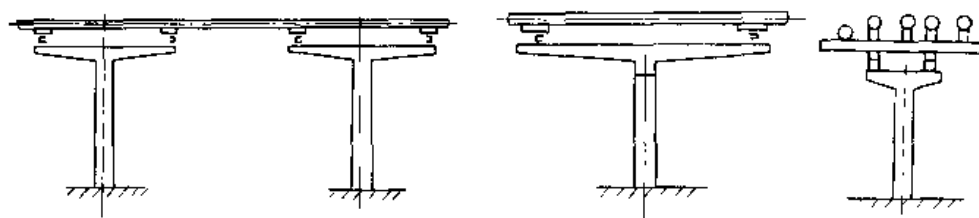


图 18-1-26 管架







(f) 单长臂支架

(g) 双长臂支架

图 18-1-27 管架

GB/T 17116.1—1997 管子的典型的支吊架标准零部件如图 18-1-28 所示。该支吊架标准只适用于管子或类似材料。结构强度要计算确定。支吊架部件通常分为四类：管道连接部件（简称管部）、功能件、中间连接件和承载结构地脚连接部件。

图中 1~51 为管部；52~56 为弹簧组件，54~56 为变力弹簧组件，57~61 为恒力弹簧组件，62、63 为弹簧减振器，64 为阻尼器，这些为功能件；65~82 为连接件；根部为 83~116。

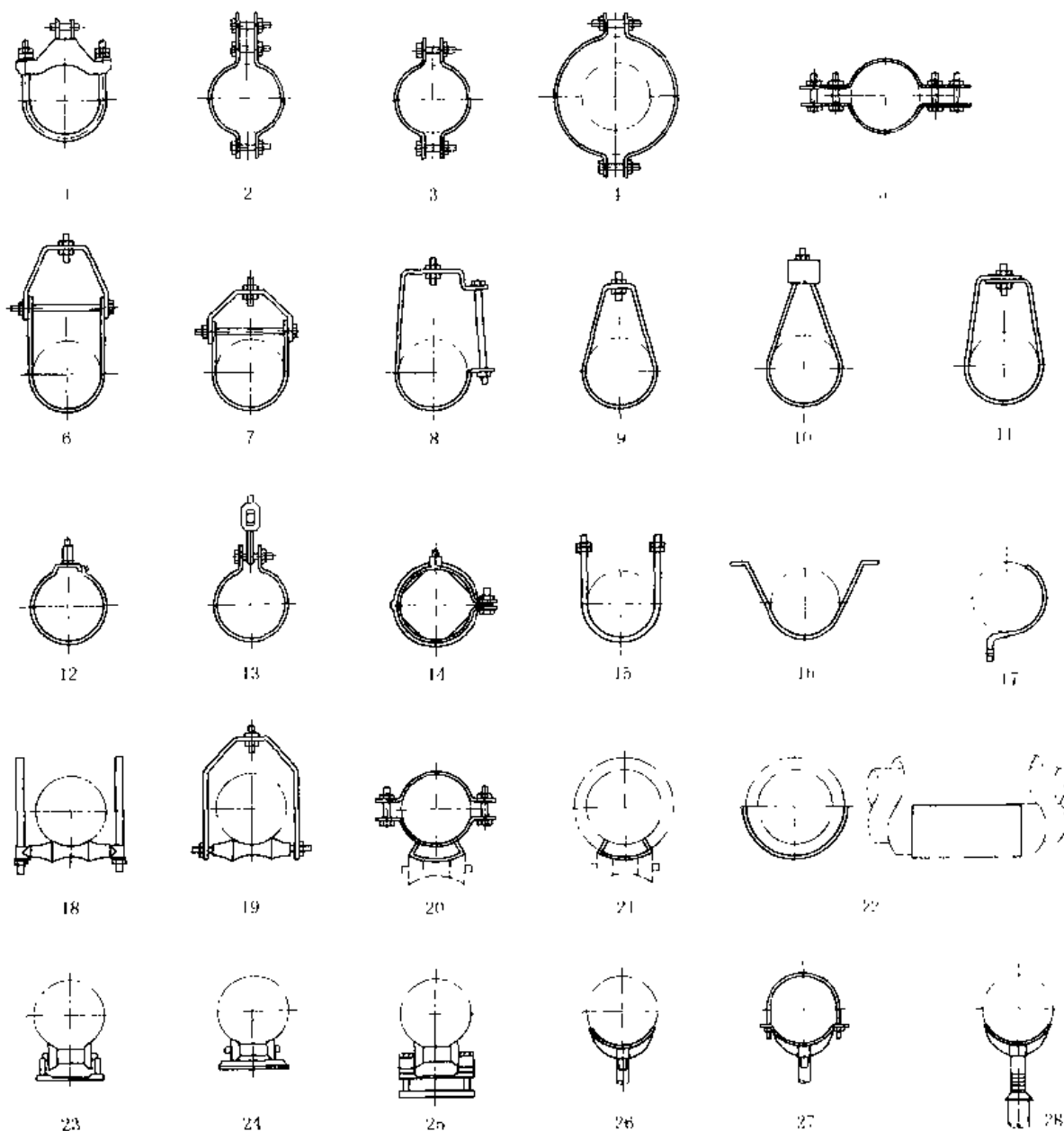
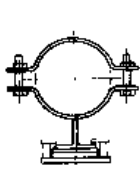
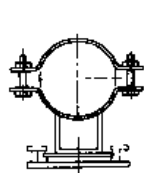


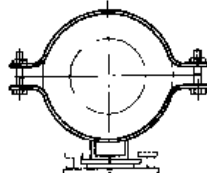
图 18-1-28



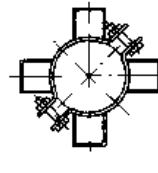
29



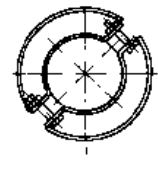
30



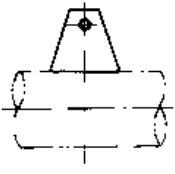
31



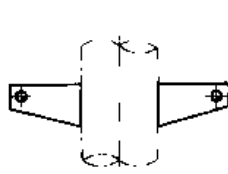
32



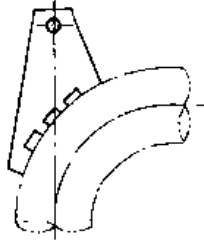
33



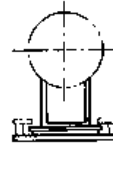
34



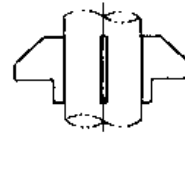
35



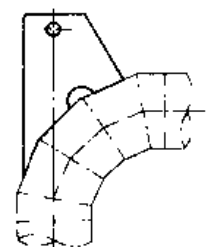
36



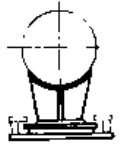
37



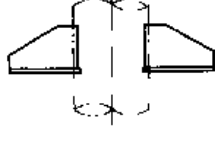
38



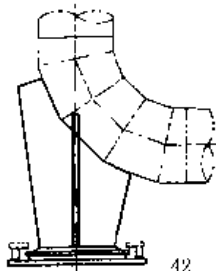
39



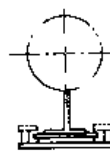
40



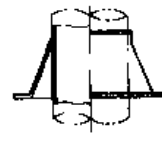
41



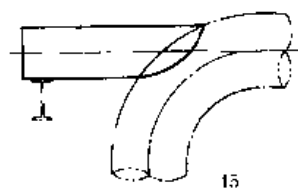
42



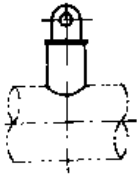
43



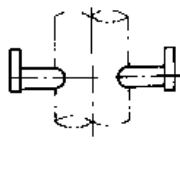
44



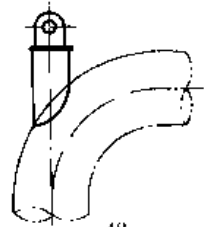
45



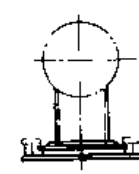
46



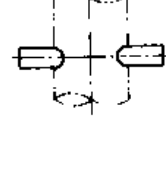
47



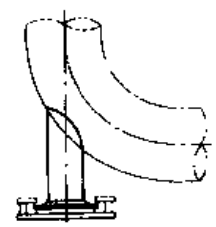
48



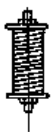
49



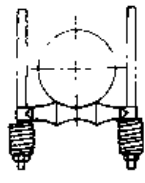
50



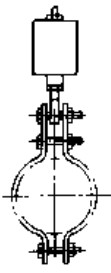
51



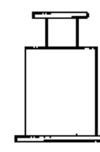
52



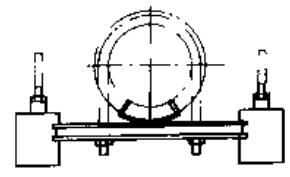
53



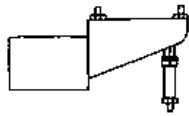
54



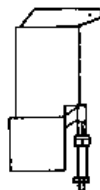
55



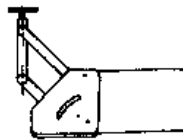
56



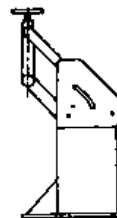
57



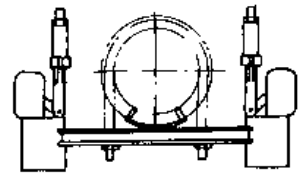
58



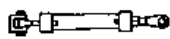
59



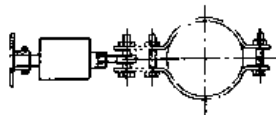
60



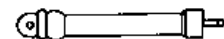
61



62



63



64

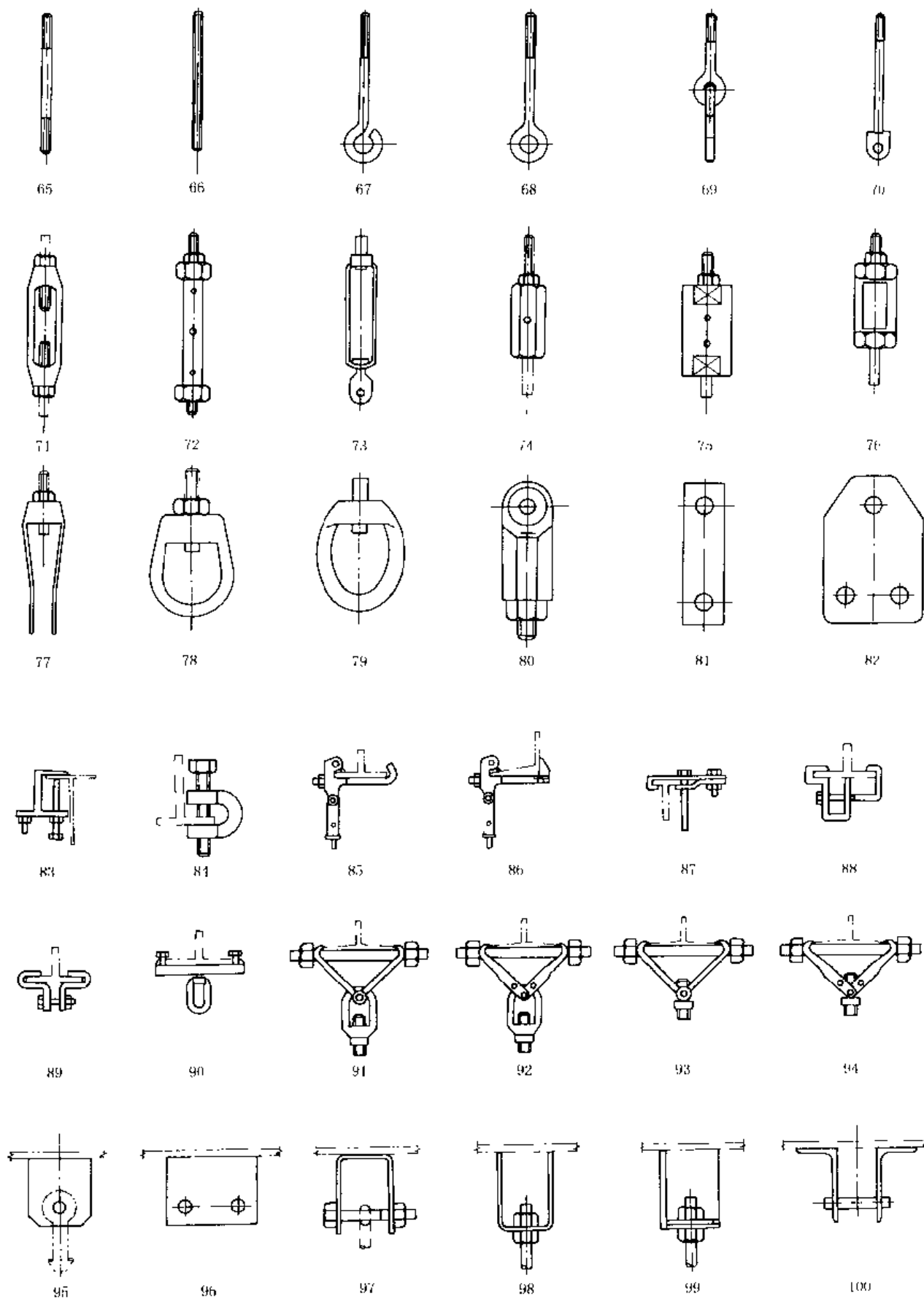


图 18-1-28

18

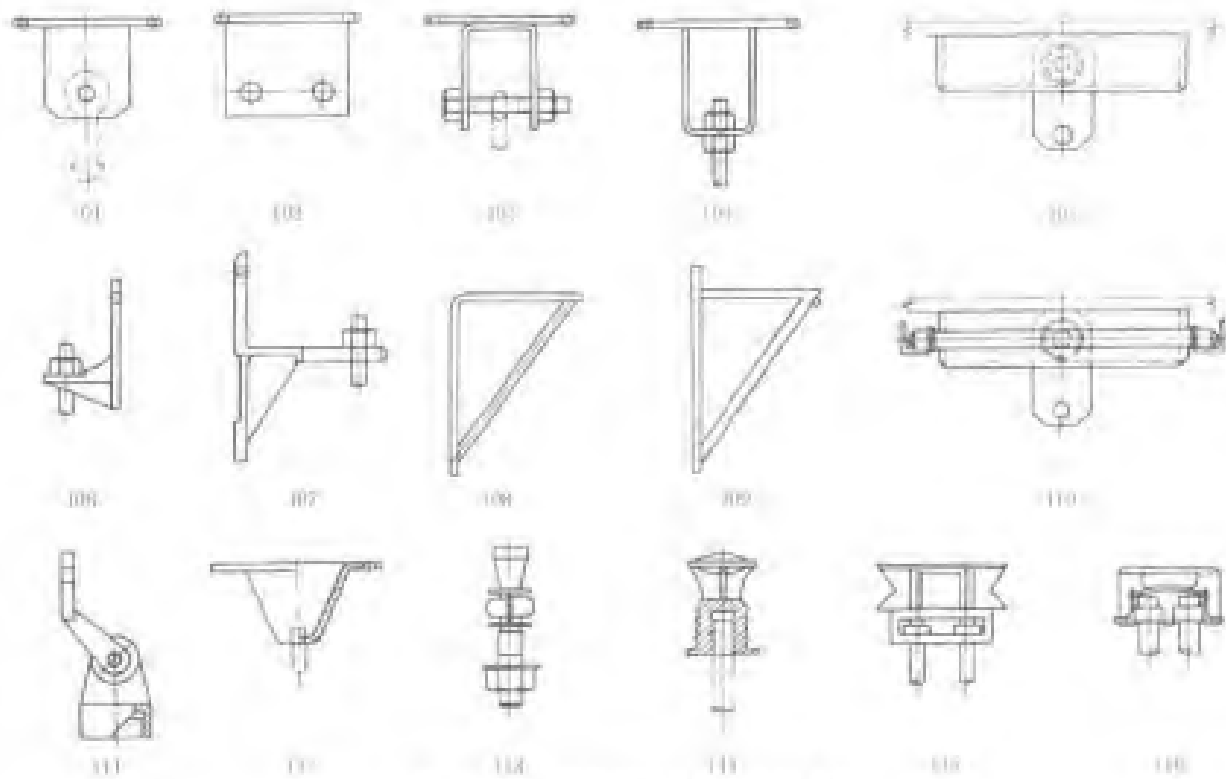


图 18-1-28 典型的支吊架标准零部件

## 5.6 汽车车架与拖拉机底架

汽车车架型式见图 18-1-29。

图 a 为梯形车架，由两根纵梁和若干横梁组成，抗弯刚度较大，零件安装紧固较方便。在货车及中、轻型客车上得到广泛应用。

图 b 为周边式车架，车架中部加宽，不设横梁，故可降低地板高度，增大客室空间，且行车时可以吸收部分能量。结构简单，较易制造，主要件常采用封闭断面，质量较轻，常用于大型客车。

图 c 为脊梁式车架，也称中梁式车架，扭转刚度大，用于某些货车和轿车上。

图 d 为桁架式车架，又称空间车架，刚度大，质量小，不易制造，典型结构见赛车。

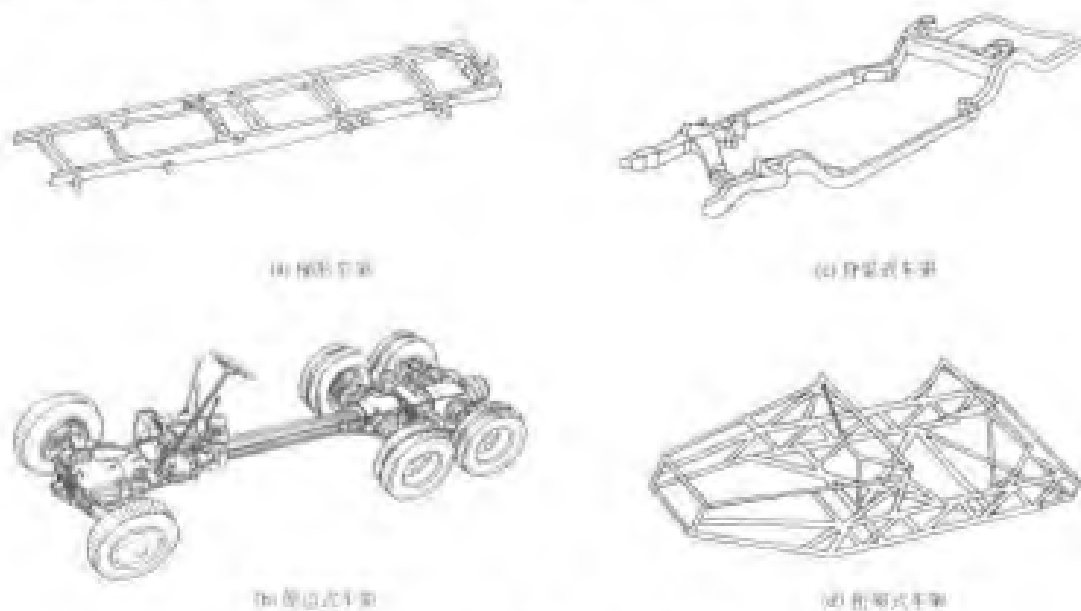


图 18-1-29 车架型式

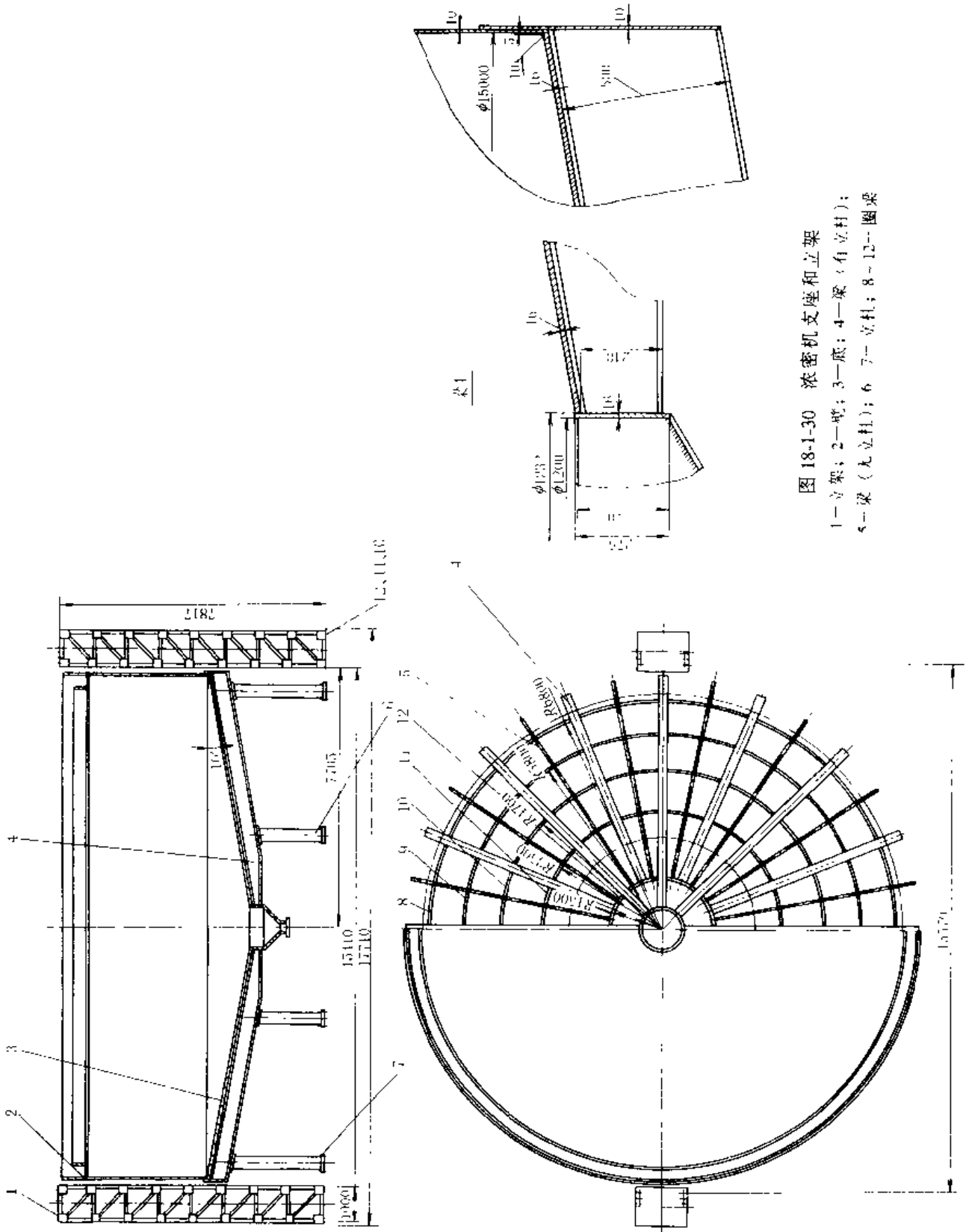


图 18-1-31 为履带式拖拉机机架型式。机架按结构型式主要分为半架式和全架式。图 a 为半架式机架，由后桥壳体和纵槽梁组成，刚性较好，广泛用于采用整体台车行走系的履带拖拉机，特别是工业用履带拖拉机。图 b 为全架式机架，由纵横梁组成，各部件均安装在上面，拆装方便，多用于采用平衡台车或独立台车行走系的履带拖拉机。轮式拖拉机的履带变型采用无架式和半架式。

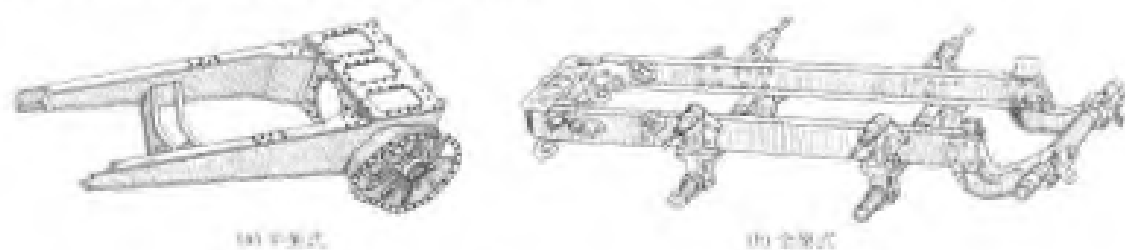


图 18-1-31 履带式拖拉机机架型式

## 5.7 其 他

图 18-1-30 为直径 15m 球密机的支座和立架。立架 1 支承球磨机全部机器的重量为 21.5t。用 100×100 的角钢作立杆，80×80 的角钢作斜杆。贮矿槽的贮存矿浆 1200t，槽壁厚 10mm，用 16 根主梁和 16 根辅梁及 5 个圆梁托于立柱上。立柱分两圈，每圈 16 根。支托的位置为使梁的应力最小。立柱用 36 号工字钢制造。

## 第 2 章 机架设计的一般规定

### 1 载 荷

#### 1.1 载 荷 分 类

作用在设备上的载荷一般分为三类：基本载荷、附加载荷和特殊载荷。

##### (1) 基本载荷

基本载荷指始终和经常作用在机架结构上的载荷，包括自重力  $P_G$  及设备运行时产生的动载荷  $P_d$ 。自重力包括机架的自重力及其上机械设备、电气设备和附加装置的重力。例如其上设有物料贮仓的自重力及物料重力等。一般计算中，计算载荷为基本载荷与动力系数  $K_d$  的乘积。动力系数的值见表 18-2-1。

表 18-2-1 动力系数  $K_d$

较小冲击、 一般振动	一般冲击、 中等振动	较大冲击、 单向强力振动	强烈冲击、 双向振动
1.1~1.25	1.25~1.5	1.5~2	2~3 (4)

动载系数应按具体设备情况而定。如有规范的应按该设备的设计规范。例如，对起重机来说，还有起升重物重力  $P_Q$ ，当重物突然离地起升或下降制动时，将产生动载荷作用，则应考虑一大于 1 的动载系数  $\varphi_2$  ( $\varphi_2 = 1 \sim 2.0$ )。同时，自重质量也将产生沿其加速度相反方向的冲击作用，此时自重力  $P_G$  应乘以冲击系数  $\varphi_1$  ( $0.9 \leq \varphi_1 \leq 1.0$ )，见表 18-2-2。

表 18-2-2 起重机载荷与载荷组合

类别	载 荷		载 荷 组 合														
	载荷名称	符号	组合 I				组合 II			组合 III							
			I <sub>a</sub>	I <sub>b</sub>	I <sub>c</sub>	I <sub>d</sub>	II <sub>a</sub>	II <sub>b</sub>	II <sub>c</sub>	III <sub>a</sub>	III <sub>b</sub>	III <sub>c</sub>	III <sub>d</sub>	III <sub>e</sub>	III <sub>f</sub>		
基本 载荷	自重载荷	$P_G$			$P_G$							$P_G$	$P_G$	$P_G$		$P_G$	
	起升冲击系数	$\varphi_1$	$\varphi_1 P_G$	$\varphi_1 P_G$		$\varphi_1 P_G$	$\varphi_1 P_G$	$\varphi_1 P_G$							$\varphi_1 P_G$		$\varphi_1 P_G$
	运行冲击系数	$\varphi_4$															
	起升载荷	$P_Q$		$\varphi_4 P_G$	$P_Q$			$\varphi_4 P_Q$				$P_Q$	$P_Q$				
	起升载荷动载系数	$\varphi_2$	$\varphi_2 P_Q$				$\varphi_2 P_Q$										
	突然卸载冲击系数	$\varphi_3$				$\varphi_3 P_Q$			$\varphi_3 P_Q$								
附加 载荷	水平载荷	$P_H$	$P_{H1}$	$P_{H1}$	$P_{H2}$	$P_{H1}$	$P_{H2}$	$P_{H2}$	$P_{H2}$	$P_{H2}$					$P_{H1}$		
	工作状态的风载荷和物品受风作用对结构产生的水平载荷	$P_w$					$P_{w,1}$	$P_{w,1}$	$P_{w,1}$		$P_{w,1}$						
	倾斜运行引起的侧向力	$P_s$						$P_s$							$P_s$		

类别	载 荷		载 荷 组 合												
	载荷名称	符号	组合 I				组合 II			组合 III					
			I <sub>a</sub>	I <sub>b</sub>	I <sub>c</sub>	I <sub>d</sub>	II <sub>a</sub>	II	II <sub>c</sub>	III <sub>a</sub>	III <sub>b</sub>	III <sub>c</sub>	III <sub>d</sub>	III <sub>e</sub>	III <sub>f</sub>
特殊 载荷	非工作状态的风载 荷	$P_{w,0}$								$P_{w,0}$	—	—			
	碰撞载荷	$P_c$									$P_c$		—	—	
	带有刚性导架的小 车的倾翻水平力	$P_{sl}$								—	—	$P_{sl}$			
	试验载荷	$P_t$								—	—	—	$\varphi_h P_{st}$	$P_{st}$	

- 注：1. 对于组合 II，在计算  $P_{10}$  时应考虑风对层（制）动时间的影响。
2. 组合 III<sub>a</sub> 也可用于安装工况，此时  $P_c$  按安装设计而定， $P_{w,0}$  为安装时风载荷。
3.  $P_{st}$  和  $P_{st}$  分别为动态试验载荷和静态试验载荷； $\varphi_h$  为动态试验时的起升载荷动载系数， $\varphi_h \approx 0.5(1 + \varphi_2)$ 。
4. 组合 III<sub>c</sub> 仅对无轨高速运行的汽车起重机和轮胎起重机而言，是在恶劣道路上行驶的状况，此时  $\varphi_4$  须按实际情况取值。
5. 在规范 (GB/T 3811—1983) 中所述的温度载荷、安装载荷、坡度载荷、地震载荷和工艺性载荷等在需要考虑时，载荷组合由具体情况决定。
6.  $P_m$  为运行、回转或变幅机构中最不利的一个机构处于不稳定运动时所引起的水平惯性载荷； $P_{10}$  为上述任意两个机构处于不稳定运动时所引起的水平惯性载荷的最不利组合；但如果上述机构的控制系统不允许有多于一个机构处于不稳定运动状态，则按实际情况计算  $P_m$ 。
7. 表中， $\varphi_1$  —— 起升冲击系数， $0.9 < \varphi_1 < 1.1$ ；  
 $\varphi_2$  —— 起升载荷动载系数， $\varphi_2 = 1.0 \sim 2.0$ ；  
 $\varphi_3$  —— 突然卸载动载系数， $\varphi_3 = 1 - \frac{\Delta m}{m}(1 + \beta_3)$ ；  
 $m$  —— 起升质量，kg；  
 $\Delta m$  —— 起升质量中突然卸去的那部分质量，kg；  
 $\beta_3$  —— 对于抓斗起重机及类似起重机  $\beta_3 = 0.5$ ；对于电磁起重机及类似起重机  $\beta_3 = 1.0$ ；  
 $\varphi_4$  —— 运行冲击系数， $\varphi_4 = 1.10 + 0.058v\sqrt{h}$ ；  
 $v$  —— 运行速度，m/s；  
 $h$  —— 轨道接缝处二轨面的高度差，mm。

(2) 附加载荷

附加载荷指设备在正常运行时机架受到的非经常性作用的载荷。例如作用在机架上的最大工作风载荷、雪载荷，水采机在盐池中工作的波浪力，起重机悬吊物品在受风载作用时对结构产生的水平载荷，起重机偏斜运行引起的侧向力、温度变化引起的热应力及制造工艺所产生的内力等。

(3) 特殊载荷

特殊载荷指设备处于非工作状态时机架可能受到的最大载荷或在工作状态下机架偶然受到的不利载荷。前者如机架受到的非工作状态下的风载荷，水上设备受到的最大波浪力，试验载荷，地震载荷，以及根据实际情况决定而考虑的安装载荷和某些工艺载荷；后者如起重机在工作状态下机架受到的碰撞载荷。

1.2 组合载荷

上面三类载荷按可能同时出现的情况进行组合，只考虑基本载荷组合者为组合 I；考虑基本载荷与附加载荷组合者为组合 II；考虑基本载荷与特殊载荷或三类载荷都组合者为组合 III。每一类组合中列出若干种组合方式，计算时应根据具体的机种、工况和计算目的选取对所计算的机架最不利的组合方式。

对于移动的载荷，计算时必须使移动载荷处于对所计算结构或连接最不利的位置。

以起重机机架为例，其载荷与载荷组合情况如表 18-2-2 所示。

载荷组合仅用于机架结构件及其连接的强度、弹性稳定性和疲劳计算。强度和弹性稳定性的安全系数必须同时满足载荷组合 I、II 和 III 类情况下的规定值，而疲劳强度只按载荷组合 I 进行计算。

1.3 雪载荷和冰载荷

(1) 雪载荷

只对大型机架平面才考虑



$$P_s = \mu P_{s0}$$

式中  $P_s$  ——雪载荷,  $\text{kN/m}^2$ ;

$\mu$  ——积雪分布系数, 均匀分布时  $\mu = 1$ ;

$P_{s0}$  ——基本雪压,  $\text{kN/m}^2$ , 按当地年最大雪压资料 (10 年以上) 统计确定。

## (2) 冰载荷

高架的构件或绳索等裹冰后引起的载荷及由此增加挡风面积应该考虑。应按离地高 10m 处的观测资料取统计 50 年一遇的最大裹冰厚度为标准。无资料的情况下, 在重裹冰区基本裹冰厚度取 10~20mm; 轻裹冰区基本裹冰厚度取 5~10mm。

## 1.4 风 载 荷

露天设备的大型机架应考虑风载荷。工作状态下机架所受到的最大风载荷和物品受风载作用对机架所产生的水平载荷  $P_N$ , 总是与水平载荷  $P_H$  按最不利的方向叠加的。

$$P_w = CK_h q A \quad (18-2-1)$$

式中  $P_w$  ——作用在机器上或物品上的风载荷, N;

$C$  ——风力系数, 见本节 (3);

$K_h$  ——风压高度变化系数, 见本节 (2);

$q$  ——计算风压,  $\text{N/m}^2$ , 见本节 (1);

$A$  ——垂直于风向的迎风面积,  $\text{m}^2$ , 见本节 (4)。

计算机架风载时, 应考虑风对机器是沿着最不利的方向作用。

### (1) 计算风压

风压与空气密度和风速有关, 按式 (18-2-2) 计算。

$$q = 0.613 v^2 \quad (18-2-2)$$

式中  $q$  ——计算风压,  $\text{N/m}^2$ ;

$v$  ——计算风速,  $\text{m/s}$ 。

计算风压规定为按空旷地区离地 10m 高度处的计算风速来确定。工作状态的计算风速按阵风风速 (即瞬时风速) 考虑。非工作状态的计算风速按 2min 时距平均风速考虑。也可按“建筑结构荷载规范” (GBJ 9-1987) 所附全国基本风压分布图计算。如按式 (18-2-2) 计算, 对高原地区应考虑空气稀薄使其密度降低的系数

例 试计算起重机机架的风压, 其他装置可以参照计算

室外工作起重机计算风压分三种, 即  $q_I$ 、 $q_{II}$ 、 $q_{III}$ , 见表 18-2-3。

表 18-2-3 起重机计算风压  $/\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$

地区	工作状态计算风压		非工作状态计算风压
	$q_I$	$q_{II}$	$q_{III}$
内陆		150	500~600
沿海	$0.6q_{II}$	250	600~1000
台湾省及南海诸岛		250	1500

注: 1. 沿海地区是指大陆离海岸线 100km 以内的大陆或海岛地区。

2. 特殊用途的起重机的工作状态计算风压允许作特殊的规定, 流动式起重机 (即汽车起重机、轮胎起重机和履带起重机) 的工作状态计算风压, 当起重机臂长小于 50m 时取为  $125\text{N/m}^2$ ; 当臂长等于或大于 50m 时按使用要求决定。

3. 非工作状态计算风压的取值: 内陆的华北、华中和华南地区宜取小值; 西北、西南和东北地区宜取大值; 沿海以上海为界, 上海可取  $800\text{N/m}^2$ , 上海以北取较小值, 以南取较大值; 在内河港口峡谷风口地区、经常受特大暴风作用的地区 (如湛江等地) 或只在小风地区工作的起重机, 其非工作状态计算风压应按当地气象资料提供的常年最大风速并用式 (18-2-2) 计算; 在海上航行的浮式起重机, 可取  $q_{III} = 1800\text{N/m}^2$ , 但不再考虑风压高度变化, 即取  $K_h = 1$ 。

$q_I$  是起重机正常工作状态计算风压, 用于选择电机功率的阻力计算及机构零部件的发热验算;  $q_{II}$  是起重机工作状态最大计算风压, 用于计算机构零部件和金属结构的强度、刚性及稳定性, 验算驱动装置的过载能力及整机工作状态下的抗倾覆稳定性;  $q_{III}$  是起重机非工作状态计算风压, 用于验算此时起重机机构零部件和金属结构的强度、整机抗倾覆稳定性及起重机的防风抗滑安全装置和锚定装置的设计计算 (见 GB/T 3811-1983 第 2.3.2 款的规定)。不同类型的起重机按具体情况选取不同的计算风压值。

(2) 风压高度变化系数  $K_h$

对于起重机的工作状态计算风压不考虑高度变化 ( $K_h = 1$ )。

所有起重机的非工作状态或其他高耸设备, 计算风压均需考虑高度变化。风压高度变化系数  $K_h$  见表 18-2-4。

(3) 风力系数  $C$

风力系数与结构物的体型、尺寸等有关, 按下列各种情况决定。

① 一般设备单片结构和单根构件的风力系数  $C$  见表 18-2-5。

表 18-2-4 风压高度变化系数  $K_h$

离地(海)面高度 $h$ /m	≤10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	200
陆上 $(\frac{h}{10})^{0.5}$	1.00	1.23	1.39	1.51	1.62	1.71	1.79	1.86	1.93	1.99	2.05	2.11	2.16	2.20	2.25	2.45
海上及海岛 $(\frac{h}{10})^{0.2}$	1.00	1.15	1.25	1.32	1.38	1.43	1.47	1.52	1.55	1.58	1.61	1.64	1.67	1.69	1.72	1.82

注: 计算起重机风载荷时, 可沿高度划分成 20m 高的等风压区段, 以各段中点高度的系数  $K_h$  乘以计算风压。

表 18-2-5 单片结构的风力系数  $C$

序号	结构型式	$C$		
1	型钢制成的平面桁架 (充实率 $\varphi = 0.3 \sim 0.6$ )	1.6		
2	型钢、钢板、型钢梁、钢板梁和箱形截面构件	$l/h$	5	1.3
			10	1.4
			20	1.6
			30	1.7
			40	1.8
			50	1.9
3	圆管及管结构	$qd^2$	<1	1.3
			≤3	1.2
			7	1.0
			10	0.9
			≥13	0.7
4	封闭的司机室、机器房、平衡重、钢丝绳及物品等	1.1 ~ 1.2		

注: 1. 表中  $l$  为结构或构件的长度;  $h$  为其迎风面的高度, m;  $q$  为计算风压,  $N/m^2$ ;  $d$  为管子外径, m。

2. 司机室在地面上的取  $C = 1.1$ , 悬空的取  $C = 1.2$ 。

② 两片平行平面桁架组成的空间结构, 其整体结构的风力系数可取单片结构的风力系数, 而总的迎风面积应按本节 (4) 计算。

③ 风朝着矩形截面空间桁架或箱形结构的对角线方向吹来, 当矩形截面的边长比小于 2 时, 计算的风载荷取为风向着矩形长边作用时所受风力的 1.2 倍; 当矩形截面的边长比等于或大于 2 时, 取为风向着矩形长边作用的风力。

④ 三角形截面的空间桁架的风载荷, 可取为该空间桁架垂直于风向的投影面积所受风力的 1.25 倍计算。

⑤ 下弦杆为方形钢管、腹杆为圆管的三角形截面空间桁架, 在侧向风力作用下, 其风力系数  $C$  可取 1.3。

⑥ 当风与结构长轴 (或表面) 成某一角度吹来时, 结构所受的风力可以按其夹角分解成两个方向的分力来计算。顺着风向的风力可按式 (18-2-3) 计算。

$$P_w = CK_h q A \sin^2 \theta \tag{18-2-3}$$

式中  $A$  —— 迎风面积,  $m^2$ ;

$C$  —— 风力系数;

$\theta$  —— 风向与结构纵轴的夹角。

(4) 迎风面积  $A$

结构和其上物品的迎风面积应按最不利迎风方位计算并取垂直于风向平面上的投影面积。

① 单片结构的迎风面积为：

$$A = \varphi A_1 \tag{18-2-4}$$

式中  $A_1$  —— 结构或物品的外轮廓面积， $m^2$ ，如图 18-2-1 则  $A_1 = hl$ ；

$\varphi$  —— 结构的充实率，即  $\varphi = \frac{A}{A_1}$ ，见表 18-2-6。

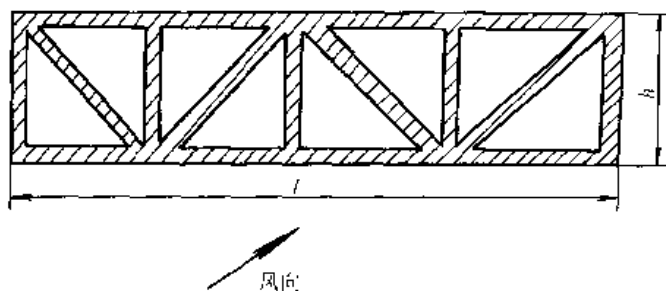


图 18-2-1 结构或物品的面积轮廓尺寸示意图

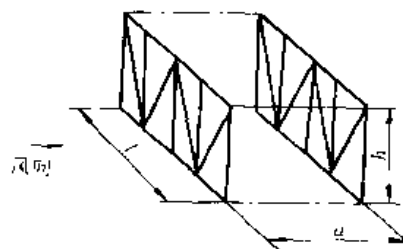


图 18-2-2 并列结构的间隔比

表 18-2-6 结构的充实率  $\varphi$

受风结构类型和物品	实体结构和物品	1.0
	机构	0.8 ~ 1.0
	型钢制成的桁架	0.3 ~ 0.6
	钢管桁架结构	0.2 ~ 0.4

② 对两片并列等高、型式相同的结构，考虑前片对后片的挡风作用，其总迎风面积为：

$$A = A_1 + \eta A_2 \tag{18-2-5}$$

式中  $A_1$  —— 前片结构的迎风面积， $A_1 = \varphi_1 A_{11}$ ；

$A_2$  —— 后片结构的迎风面积， $A_2 = \varphi_2 A_{12}$ ；

$\eta$  —— 两片相邻桁架前片对后片的挡风折减系数；它与第一片（前片）结构的充实率  $\varphi_1$  及两片桁架之间的间隔比  $a/h$ （见图 18-2-2）有关，如表 18-2-7 所示。

表 18-2-7 桁架结构挡风折减系数  $\eta$

$\varphi$		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
间隔比 $a/h$	1	0.84	0.70	0.57	0.40	0.25	0.15
	2	0.87	0.75	0.62	0.49	0.33	0.20
	3	0.90	0.78	0.64	0.53	0.40	0.28
	4	0.92	0.81	0.65	0.56	0.44	0.34
	5	0.94	0.83	0.67	0.58	0.50	0.41
	6	0.96	0.85	0.68	0.60	0.54	0.46

注：其他结构的挡风折减系数可参照 GB/T 3811—1983 附录 F（参考件）取

③ 对  $n$  片型式相同且彼此间隔相同的并列等高结构，在纵向风力作用下，应考虑多片结构的重叠挡风折减作用，结构的总迎风面积按下式决定：

$$\begin{aligned}
 A &= (1 + \eta + \eta^2 + \dots + \eta^{n-1}) \varphi_1 A_{11} \\
 &= \frac{1 - \eta^n}{1 - \eta} \varphi_1 A_{11} \approx \left( \frac{1 - \eta^5}{1 - \eta} + \frac{n - 5}{10} \right) \varphi_1 A_{11} \tag{18-2-6}
 \end{aligned}$$

第 18 章

式中  $\varphi_1$  ——前片(第一片)结构的充实率;

$A_{11}$  ——前片(第一片)结构的外形轮廓面积,  $m^2$ 。

按式(18-2-6)算得的迎风面积  $A$  用式(18-2-1)计算结构的总风载荷时, 因各片结构型式相同, 只用其中一片结构的风力系数乘之即可。

④ 物品的迎风面积。起重机吊运的物品的迎风面积应按其实际轮廓尺寸在垂直于风向平面上的投影来决定。物品的轮廓尺寸不明确时, 允许采用近似方法加以估算。

## 1.5 地震载荷

只有重要的设备要求地震情况下不得损坏时, 才考虑地震载荷的校核。例如压力容器或塔式容器, 地震造成损失大或有有害物质逸出, 必须对高于 10m 以上且高度与直径比大于 5 的, 在地震烈度为 7 或以上地区时进行校核。

对于受地震破坏影响的机械设备钢机架, 如其上无重型集中载荷(如塔楼), 基础又在 III、IV 类土场地(饱和松砂、淤泥和淤泥质土、充填土、杂填土等), 在地震烈度小于或等于 8 时, 不必校验地震破坏。

以下为圆形塔器的地震载荷计算示例。

自振周期:

对等厚等直径的塔器

$$T_1 = 90.33 H \sqrt{\frac{m_0 H}{E \delta_c D^3}} \times 10^{-3} \quad (18-2-7)$$

对不等厚等直径的塔器

$$T_1 = 114.8 \sqrt{\sum_{i=1}^k m_i \left(\frac{h_i}{H}\right)^3 \left(\sum_{i=1}^k \frac{H_i^3}{EI_i} - \sum_{i=2}^k \frac{H_i^3}{EI_{i-1}}\right)} \times 10^{-3} \quad (s) \quad (18-2-8)$$

式中  $E$  ——弹性模量, MPa;

$m_0$  ——塔的操作质量, kg;

$m_i$  ——不等厚等直径塔器的第  $i$  段的操作质量, kg;

$D$  ——塔壳内径, mm;

$\delta_c$  ——塔壳有效厚度, mm;

$I_i$  ——第  $i$  段截面惯性矩,  $mm^4$ ;

$H$  ——圆形设备总高度, mm;

$H_i$  ——设备顶至第  $i$  段截面的距离, mm。见图 18-2-4;

$h_i$  ——设备第  $i$  段集中质量距地面的高度, mm。对某一段, 直径和厚度不变时, 可处理为集中质量作用于该段中部。

水平地震力的计算如下:

在任意高度  $h_k$  处的集中质量  $m_k$  引起的水平地震力  $F_k$  按下式计算:

$$F_k = C_s \alpha_1 \eta_k m_k g \quad (N) \quad (18-2-9)$$

式中  $m_k$  ——距地面高度  $h_k$  处的集中质量(见图 18-2-4a), kg;

$g$  ——重力加速度,  $g = 9.8 m/s^2$ ;

$\alpha_1$  ——对应于设备基本自振周期  $T_1$  的地震影响系数  $\alpha$  值, 查图 18-2-3, 曲线部分按式(18-2-10)计算, 但不得小于  $0.2\alpha_{max}$ ,

$$\alpha_1 = \left(\frac{T_g}{T_1}\right)^{0.9} \alpha_{max} \quad (18-2-10)$$

$T_g$  ——各类土的特征周期, 见表 18-2-8;

$\alpha_{max}$  ——地震影响系数  $\alpha_1$  的最大值, 见表 18-2-9;

$C_s$  ——考虑结构的综合影响系数, 对圆形设备取 0.5;

$\eta_k$  ——振型参与系数, 按式(18-2-11)计算。

$$\eta_k = \frac{h_k^{1.5} \sum_{i=1}^n m_i h_i^{1.5}}{\sum_{i=1}^n m_i h_i^3} \quad (18-2-11)$$

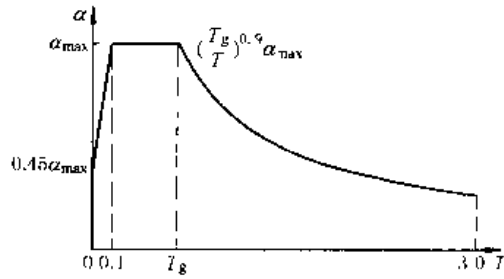


图 18-2-3

表 18-2-8 场地土的特征周期  $T_g$  /s

场地土	近震	远震	场地土	近震	远震
I	0.2	0.25	III	0.4	0.55
II	0.3	0.40	IV	0.65	0.85

表 18-2-9 地震影响系数  $\alpha$  的最大值

设计烈度	7	8	9
$\alpha_{max}$	0.23	0.45	0.90

计算地震载荷和风载荷的参数见图 18-2-4 及图 18-2-5。

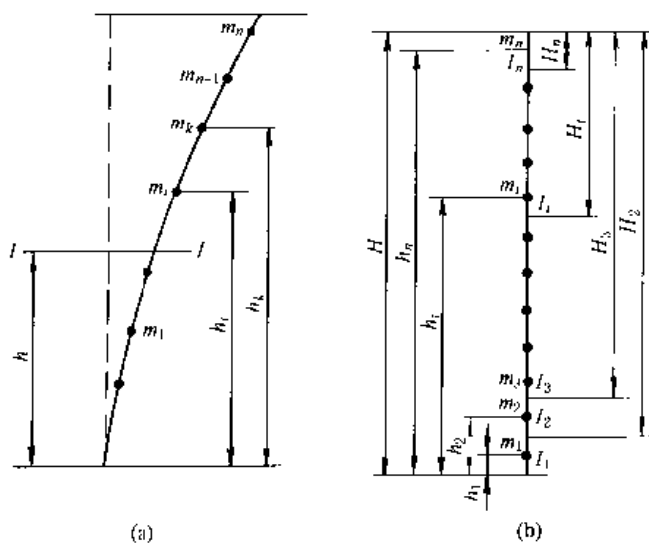


图 18-2-4

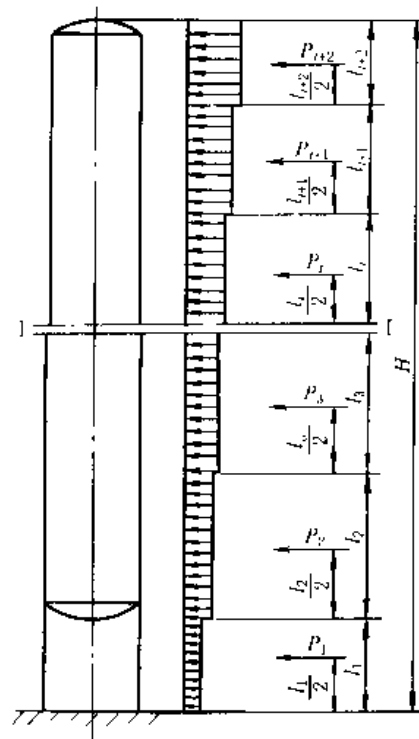


图 18-2-5

塔底截面处的垂直地震力

$$F_v = \alpha_{vmax} m_{eq} g \quad (18-2-12)$$

式中  $\alpha_{vmax}$ ——垂直地震影响系数最大值, 取  $\alpha_{vmax} = 0.65 \alpha_{max}$ ;

$m_{eq}$ ——塔器底截面的当量质量, 取  $m_{eq} = 0.75 m_0$ , kg。

对于其他形状设备, 方法类似, 可参阅 GBJ 135—1990“高耸结构设计规范”及 GBJ 11—2001“建筑抗震设计规范”。其自振周期的计算可参阅 GBJ 9—1987“建筑结构荷载规范”的附录, 或按一般工程力学进行计算。

场地土详细分类方法可参看 GBJ 11—2001 或 JB 4710—1992“钢制塔式容器”附录。

## 2 刚度要求

对机架设计来说, 刚度要求更为重要。绝大多数设备都有各自的刚度要求规范, 且各不相同。

(1) 表 18-2-10 为《钢结构设计规范》(GBJ 17—1988) 规定的受弯构件挠度的允许值。计算时可不考虑螺钉或铆钉引起的截面削弱。以计算载荷(基本载荷乘以动力系数, 见第 1 节)进行校核。

表 18-2-10 受弯构件的允许挠度

项次	构件类别	允许挠度
1	吊车梁和吊车桁架	
	(1) 手动吊车和单梁吊车(包括悬挂吊车)	$l/500$
	(2) 轻级工作制和起重量 $Q < 50t$ 的中级工作制桥式吊车	$l/600$
	(3) 重级工作制和起重量 $Q \geq 50t$ 的中级工作制桥式吊车	$l/750$
2	设有悬挂电动梁式吊车的屋面梁或屋架(仅用可变荷载计算)	$l/500$
3	手动或电动葫芦的轨道梁	$l/400$
4	有重轨(重量等于或大于 $38kg/m$ )轨道的工作平台梁	$l/600$
	有轻轨(重量等于或小于 $24kg/m$ )轨道的工作平台梁	$l/400$
5	楼盖和工作平台梁(第 4 项除外)、平台板	
	(1) 主梁(包括设有悬挂起重设备的梁)	$l/400$
	(2) 抹灰顶棚的梁(仅用可变荷载计算)	$l/350$
	(3) 除(1)、(2)外的其他梁(包括楼梯梁)	$l/250$
	(4) 平台板	$l/150$
6	屋盖檩条	
	(1) 无积灰的瓦楞铁和石棉瓦屋面	$l/150$
	(2) 压型钢板、有积灰的瓦楞铁和石棉瓦等屋面	$l/200$
	(3) 其他屋面	$l/200$
7	墙架构件	
	(1) 支柱	$l/400$
	(2) 抗风桁架(作为连续支柱的支承时)	$l/1000$
	(3) 砌体墙的横梁(水平方向)	$l/300$
	(4) 压型钢板、瓦楞铁和石棉瓦墙面的横梁(水平方向)	$l/200$
	(5) 带有玻璃窗的横梁(竖直和水平方向)	$l/200$

注:  $l$  为受弯构件的跨度(对悬臂梁和伸臂梁为悬伸长度的 2 倍)。

该规范还规定结构的水平位移如下。

① 多层框架结构在风荷载作用下的顶点水平位移与总高度之比不宜大于  $1/500$ , 层间相对位移与层高之比不大于  $1/400$ 。

② 在设有重级工作制吊车的厂房中, 跨间每侧吊车梁或吊车桁架的制动结构, 由一台最大吊车横向水平荷载所产生的挠度不宜超过制动结构跨度的  $1/2200$ 。

(2) 《起重机设计规范》(GB/T 3811—1983), 对一般起重机不校核动态刚度, 仅对静态刚度提出如下要求, 可供设计机架时参考。

① 电动单、双梁桥式起重机(包括门式起重机和装卸桥), 当满载小车(或电动葫芦)位于跨中时, 主梁(主桁架)由于额定起升载荷和小车(或电动葫芦)自重引起的垂直静挠度  $Y_L$  应满足下述要求:

工作级别为 A5 或 A5 以下的起重机,  $Y_L \leq L/700$ ;

工作级别为 A6 的起重机,  $Y_L \leq L/800$ ;

工作级别为 A7、A8 的起重机,  $Y_L \leq L/1000$ ;

其中  $L$  为起重机跨度。

对于具有悬臂的门式起重机和装卸桥, 当满载的小车位于悬臂上的有效工作位置时, 该处由于额定起升载荷和小车自重引起的垂直静挠度  $Y_L$  应不大于  $1/350L_c$  ( $L_c$  为悬臂有效工作长度)。

② 塔式起重机在额定起升载荷作用下, 塔身在臂架连接处 (或在臂架转柱连接处) 的水平静位移  $\Delta_f$  应不大于  $H/100$ 。其中  $H$ , 对自行式塔式起重机为塔身在臂架连接处至轨面的垂直距离, 对附着式塔式起重机为塔身在臂架连接处至最高一个附着点的垂直距离。

③ 采用箱形伸缩式臂架的轮胎起重机和汽车起重机, 在不考虑底架变形及变幅油缸回缩等因素的情况下, 当起吊额定起升载荷并处于相应的工作幅度时, 臂端在吊重平面内的静位移  $Y_L$  应不大于  $L_c^2 \times 10^{-5} \text{cm}$ , 其中  $L_c$  为臂长 (cm), 计算时应同时考虑轴向压力的影响。此外, 臂架在上述载荷和端部附加额定起升载荷的 5% 的侧向载荷同时作用下, 臂端的侧向静位移  $Z_L$  应不大于  $7L_c^2 \times 10^{-6} \text{cm}$ 。

其中工作级别是根据载荷状态和利用等级确定的, 详见 GB/T 3811—1983。

对于起重机主梁跨中截面的水平挠度应小于  $L/2000$ 。对于手动单梁起重机, 在垂直静载荷作用下, 中点的许用挠度为  $Y_p = L/400$ 。

(3) 除对精度有特殊要求因而挠度必须控制在很小范围内的设备机架 (如机床立柱等) 之外, 对一般机架来说, 建议挠度与长度之比, 在垂直方向采用  $1/500 \sim 1/1000$ , 水平方向采用 (柱受水平力的挠度比)  $1/1000 \sim 1/2000$ 。

关于挠度的计算, 对于简单的梁或连续梁, 可参见第 1 卷的力学公式; 对于各类桁架见本篇第 4 章。

### 3 强度计算

一般机架通过挠度校核, 则强度是不会有问题的。但为了设计选材方便, 先都进行强度计算。

#### 3.1 许用应力

$$\sigma_p = \sigma_{jp} / K$$

式中  $\sigma_p$  ——许用应力;

$\sigma_{jp}$  ——基本许用应力;

$K$  ——折减系数。

##### 3.1.1 基本许用应力

###### (1) 基本许用应力

塑性材料

$$\sigma_{jp} = \sigma_s / n_s$$

脆性材料

$$\sigma_{jp} = \sigma_b / n_b$$

式中  $n_s$ 、 $n_b$  按表 18-2-11 选取。

表 18-2-11

基本安全系数

$n_s$		$n_b$	
轧、锻钢	铸钢	钢	铸铁
1.2 ~ 1.5	1.5 ~ 2.0	2.0 ~ 2.5	3.5

(2) 名义计算的弯曲、剪切或扭转时的基本许用应力应乘以表 18-2-12 的系数  $A$ 。

表 18-2-12

系数  $A$

变形情况	弯曲 $\sigma_p$	剪切 $\tau_{jp}$	扭转 $\tau_{jp}$
塑性材料	1.0 ~ 1.2	0.6 ~ 0.8	0.5 ~ 0.7
脆性材料	1.0	0.8 ~ 1.0	0.8 ~ 1.0

(3) 受偶然骤加载荷, 许用弯曲应力可为屈服限  $\sigma_s$ ; 拉应力可为  $0.9\sigma_s$ 。

### 3.1.2 折减系数 K

折减系数 K 按构件的重要性、耐用性、刚性、受力的波动情况选取 (表 18-2-13)。

表 18-2-13 折减系数 K

要 求	一 般	稍 高	较 高
K	1 ~ 1.1	1.1 ~ 1.2	1.2 ~ 1.4

### 3.1.3 基本许用应力表

表 18-2-14 ~ 表 18-2-16 分别为钢、铸钢及灰铸铁的基本许用应力。表中 I、II、III 分别为载荷类型。通常, 机架所受的载荷为第 I 类载荷, 即

$$0.85 \leq r \leq 1$$

$$r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$$

式中  $\sigma_{\min}$ 、 $\sigma_{\max}$  分别为载荷引起的最小、最大应力。

第 II、III 类分别为脉动循环载荷 ( $-0.25 \leq r \leq 0.25$ ) 和对称循环载荷 ( $-1 \leq r \leq -0.7$ )。基本许用应力已按疲劳极限计算, 但许用应力仍应乘以折减系数 (根据载荷振动强度、表面及开孔等情况选取)。

表 18-2-14 普通碳钢及优质碳钢构件基本许用应力 /MPa

材料类别	材料 标号	截面尺寸 /mm	热 处 理	材料性能 抗拉强度 $\sigma_b$ 屈服强度 $\sigma_s$ /MPa	拉 压			弯 曲			扭 转			剪 切		
					I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
					$\sigma_{IJP}$	$\sigma_{IIJP}$	$\sigma_{IIIJP}$	$\sigma_{IJP}$	$\sigma_{IIJP}$	$\sigma_{IIIJP}$	$\tau_{IJP}$	$\tau_{IIJP}$	$\tau_{IIIJP}$	$\tau_{IJP}$	$\tau_{IIJP}$	$\tau_{IIIJP}$
普通 碳 钢	Q215	100	热轧	$\sigma_b 335 \sim 410$ $\sigma_s 185 \sim 215$	145	125	90	175	140	105	95	90	60	100	90	60
	Q235			$\sigma_b 375 \sim 460$ $\sigma_s 205 \sim 235$	160	140	100	190	160	120	105	95	65	110	100	70
	Q275			$\sigma_b 490 \sim 610$ $\sigma_s 235 \sim 275$	175	150	110	210	170	130	115	105	70	120	110	80
优 质 碳 钢	20	$\leq 100$	正 火	$\sigma_b 410$ $\sigma_s 245$	175	145	105	210	165	125	115	105	70	120	105	75
	25			$\sigma_b 450$ $\sigma_s 275$	195	160	115	230	175	135	125	115	75	135	120	80
	35			$\sigma_b 530$ $\sigma_s 315$	210	180	125	250	200	150	135	120	80	145	120	85
	45		调 质	$\sigma_b 550 \sim 750$ $\sigma_s 320 \sim 370$	210	185	130	250	205	155	135	125	85	145	120	85
				$\sigma_b 600$ $\sigma_s 355$	230	200	145	270	220	170	150	135	90	160	140	95
				$\sigma_b 630 \sim 800$ $\sigma_s 370 \sim 430$	250	215	150	300	235	180	160	150	100	175	150	100
50	正 火	$\sigma_b 630$ $\sigma_s 375$	250	215	150	300	235	180	160	150	100	175	150	100		
		调 质	$\sigma_b > 700$ $\sigma_s > 400$	265	235	165	310	260	195	170	155	105	180	160	110	

注: 1. 本表数值不应直接作为“许用应力”采用, 应根据构件不同情况取表值并引入相应的  $K_I$ 、 $K_{II}$ 、 $K_{III}$  折减系数以求得所需的“许用应力”值。

2. 本表选自 GB/T 22812-1998 “化工矿山非标设备设计规范”。机架设计中基本上只用到第 I 类载荷。



表 18-2-15

碳钢铸件基本许用应力

/MPa

材料标号	截面尺寸 /mm	热处理	材料性能 抗拉强度 $\sigma_b$ 屈服强度 $\sigma_s$ /MPa	拉 压			弯 曲			扭 转			剪 切			
				I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	
				$\sigma_{IJP}$	$\sigma_{IIJP}$	$\sigma_{IIIJP}$	$\sigma_{IJP}$	$\sigma_{IIJP}$	$\sigma_{IIIJP}$	$\tau_{IJP}$	$\tau_{IIJP}$	$\tau_{IIIJP}$	$\tau_{IJP}$	$\tau_{IIJP}$	$\tau_{IIIJP}$	
ZG200 ~ 400	100	正火及回火	$\sigma_b400$	135	120	90	160	135	105	90	80	60	95	85	60	
ZC230 ~ 450			$\sigma_s200$													
ZG270 ~ 500			$\sigma_b450$	155	140	100	185	155	120	100	85	65	110	90	65	
			$\sigma_s230$													
ZG310 ~ 570			$\sigma_b500$	175	160	115	210	175	135	115	100	75	120	105	75	
			$\sigma_s270$													
ZC340 ~ 640	$\sigma_b570$	190	170	125	230	190	145	125	105	80	130	110	80			
	$\sigma_s310$															
			$\sigma_b640$	200	180	130	240	205	155	130	115	87	140	120	87	
			$\sigma_s340$													

注：见表 18-2-14 注 1、2。

表 18-2-16

灰铸铁基本许用应力

/MPa

材料标号	壁 厚 /mm	抗压强度 /MPa	抗拉强度 /MPa	中 心 拉 压					弯 曲			机 剪		
				压		拉		拉-压	I	II	III	I	II	III
				I	II	I	II	III	I	II	III	I	II	III
				$\sigma_{IJP}$	$\sigma_{IIJP}$	$\sigma_{IJP}$	$\sigma_{IIJP}$	$\sigma_{IIIJP}$	$\tau_{IJP}$	$\tau_{IIJP}$	$\tau_{IIIJP}$	$\tau_{IJP}$	$\tau_{IIJP}$	$\tau_{IIIJP}$
HT-150	> 2.5 ~ 10	500 ~ 700	175	140	80	50	28	20	50	30	23	45	24	18
	> 10 ~ 20		145	140	80	41	24	17	41	25	19	37	20	15
	> 20 ~ 30		130	140	80	37	21	15	37	22	17	33	18	13
	> 30 ~ 50		120	140	80	34	19	14	34	21	15	31	17	12
HT-200	> 2.5 ~ 10	600 ~ 800	220	170	100	63	36	25	63	38	28	57	31	23
	> 10 ~ 20		195	170	100	56	32	22	56	33	25	50	27	20
	> 20 ~ 30		170	170	100	49	28	19	49	29	22	44	24	17
	> 30 ~ 50		160	170	100	46	26	18	46	27	21	41	22	16
HT-250	> 4.0 ~ 10	800 ~ 1000	270	230	130	77	44	31	77	46	35	69	37	28
	> 10 ~ 20		240	230	130	69	39	27	69	41	31	62	33	25
	> 20 ~ 30		220	230	130	63	36	25	63	38	28	57	31	23
	> 30 ~ 50		200	230	130	57	32	23	57	34	26	51	28	21
HT-300	> 10 ~ 20	1000 ~ 1200	290	285	160	83	47	33	83	50	37	75	40	30
	> 20 ~ 30		250	285	160	71	41	29	71	43	32	64	35	26
	> 30 ~ 50		230	285	160	66	37	26	66	39	30	59	32	24
HT-350	> 10 ~ 20	1100 ~ 1300	340	315	180	97	55	39	97	58	44	87	47	35
	> 20 ~ 30		290	315	180	83	47	33	83	50	37	75	40	30
	> 30 ~ 50		260	315	180	74	42	30	74	44	33	67	36	27

注：见表 18-2-14 注 1、2。

### 3.2 起重机钢架的安全系数和许用应力

起重机钢架是用表 18-2-2 的各种组合载荷分别用不同的许用应力进行计算的。各组合的安全系数和许用应力

见表 18-2-17。

表 18-2-17 起重机钢架的安全系数和许用应力

载荷组合类别	安全系数	拉伸、压缩 弯曲许用应力	剪切许用应力	端面承压许用应力 〔磨平顶紧〕
组合 I	$n_I = 1.5$	$\sigma_{I_p} = \frac{\sigma_s}{1.5}$	$\tau_{I_p} = \frac{\sigma_{I_p}}{\sqrt{3}}$	$\sigma_{edI_p} = 1.5\sigma_{I_p}$
组合 II	$n_{II} = 1.33$	$\sigma_{II_p} = \frac{\sigma_s}{1.33}$	$\tau_{II_p} = \frac{\sigma_{II_p}}{\sqrt{3}}$	$\sigma_{edII_p} = 1.5\sigma_{II_p}$
组合 III	$n_{III} = 1.15$	$\sigma_{III_p} = \frac{\sigma_s}{1.15}$	$\tau_{III_p} = \frac{\sigma_{III_p}}{\sqrt{3}}$	$\sigma_{edIII_p} = 1.5\sigma_{III_p}$

注：如采用沸腾钢，对型钢厚度大于 15mm 和钢板厚度大于 20mm 的许用应力应乘以 0.95 予以降低。

### 3.3 铆焊连接基本许用应力

表 18-2-18 为铆焊连接的基本许用应力。结构承受移动载荷或振动载荷及其他载荷产生变化内力时，还应与表 18-2-19 的折减系数  $K_r$  相乘以折减其许用应力。注意，本手册用于非标准设计较广，所以许用应力比一般规范要低。

表 18-2-18 铆焊连接的基本许用应力 /MPa

铆 或 焊	应力种类	结 构 钢		
		Q195、Q215	Q235	
铆钉（冲孔）	剪 切	100	100	
	挤 压	240	280	
铆钉（钻孔）	剪 切	140	140	
	挤 压	280	320	
铆 钉	钉头拉断	90	90	
焊 缝	应 力 种 类	薄涂焊条 手工焊接	厚涂焊条及熔剂下自动焊	
			结构钢 Q195、Q215	结构钢 Q235
	压 力	110	125	145
	拉 力	100	110	130
	剪 切	80	100	110

表 18-2-19 铆焊连接许用应力折减系数  $K_r$  值

铆 接	变 号 应 力		同 号 应 力
	Q195、Q215、Q235、Q255	Q275	
	按式 (18-2-13)	按式 (18-2-14)	
焊 接	对 接 焊		填 角 焊
	变号应力	同号应力	变号应力
	按式 (18-2-13)	1	按式 (18-2-14)

$$K_r = \frac{1}{1 - 0.3 \frac{N_{min}}{N_{max}}} \quad (18-2-13)$$

$$K_r = \frac{1}{1.2 - 0.8 \frac{N_{min}}{N_{max}}} \quad (18-2-14)$$

式中  $N_{\min}$ 、 $N_{\max}$  为载荷在被连接杆件中产生的最小及最大内力，代入式中计算，应加上作用力本身的正负号。

## 4 杆系机架结构的简化方法

机架结构计算的内容涉及三个方面：把实际机架抽象为力学模型；对力学模型进行力学分析和计算；把力学分析和计算结果用于机架的结构设计。

### 4.1 选取力学模型的原则

选定机架结构的力学模型时，一方面要反映结构的工作情况，使计算结果与实际情况足够接近；同时也要略去次要的细节，使计算工作得以简化。

实际机架结构往往比较复杂，各部分之间存在着多种多样的联系。如何对各种联系进行合理的简化，是确定结构力学模型的一个主要问题。为此需要分析联系的性质，并找出决定联系性质的主要因素。决定联系性质的主要因素是结构各部分刚度的比值，即结构各部分的相对刚度。

力学模型的选择，受到多种因素的影响。虽有一般规律可以遵循，但在运用时要注意灵活性。影响力学模型的主要因素如下。

- ① 结构的重要性 对重要的结构应采用比较精确的力学模型。
- ② 设计阶段 在初步设计阶段可使用粗糙的力学模型，在技术设计阶段再使用比较精确的力学模型。
- ③ 计算问题的性质 一般说来，对结构作静力计算时，可使用比较复杂的力学模型；对结构作动力计算和稳定计算时，由于问题比较复杂，要使用比较简单的力学模型。
- ④ 计算工具 使用的计算工具愈先进，采用的力学模型就可以愈精确。计算机的应用使许多复杂的力学模型得以采用。

此外，还应注意，从实际结构得出合理的力学模型，这只是一个方面。另一方面，在选定力学模型之后，还应采取适当的构造措施，使所设计的结构体现出力学模型的要求。

### 4.2 支座的简化

计算中选用的支座简图必须与支座的实际构造和变形特点相符合。支座通常可简化为活动铰支座、固定铰支座、固定端支座三种，有时也简化为弹性支座。弹性支座所提供的反力与结构支承端相应的位移成正比。

在对实际支座进行简化时，有的支座构造特征明显，很容易简化。例如如图 18-2-6 所示车辆中常用的叠板弹簧的左支座 A 和右支座 B 就分别是活动铰支座和固定铰支座，再如图 18-2-7 所示钢筋混凝土支座就是固定端支座。有的支座构造特征很不明显，需要具体分析支座处构件和基础的相对变形或刚度。一般地基上部的基础是结构的支座。当地基土壤比较坚实，其变形可以忽略时，支座的计算简图决定于基础的构造。例如对于钢支柱，当插入基础深度是柱宽度 2.5~3 倍时可称固定端，否则仍可作为铰支座。当地基土壤较软，变形比较显著时，可以把基础简化为弹性支座（图 18-2-8）。有时，为了计算方便，把固定端支座看作铰支座来初算（在不影响结构的几何不变性情况下），结构中内力形变一般变大，不超过允许范围时就认为合格。

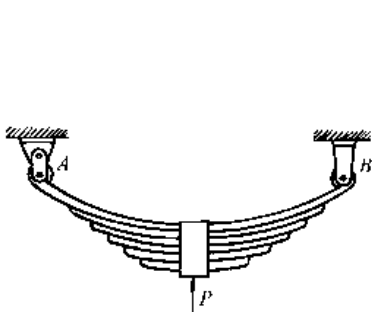


图 18-2-6

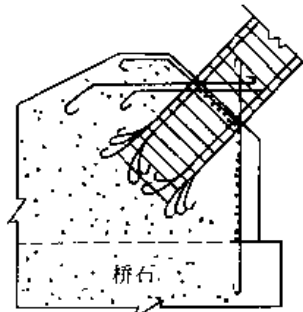


图 18-2-7

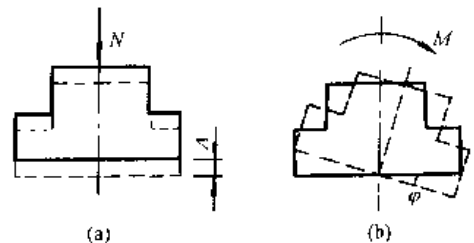


图 18-2-8

### 4.3 结点的简化

计算中选用的结点简图要考虑结点的实际构造，通常将结点简化为铰结点和刚结点两种。

对实际结点进行简化时，一般都把用铆接连结钢构件的结点（图 18-2-9）和连结木构件的结点简化为铰结点。至于焊接结点和螺栓连结的结点，就需按连结的具体方式进行简化，一般，把无加劲肋的焊接结点（图 18-2-10）简化为铰结点，把有加劲肋的焊接结点（图 18-2-11）简化为刚结点；把沿构件截面局部位置用螺栓连结的结点（图 18-2-12）简化为铰结点，此时螺栓主要起定位作用；把沿构件整体截面用螺栓连结的结点（图 18-2-13）简化为刚结点，此时螺栓起刚性固结作用，但计算中为方便起见，也常简化为铰结点，这样，梁的内力加大了。

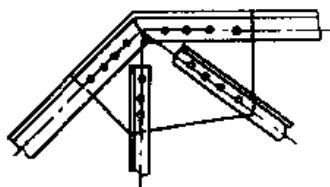


图 18-2-9

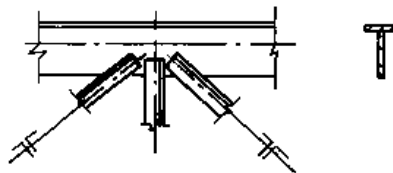


图 18-2-10

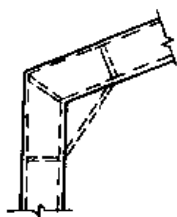


图 18-2-11

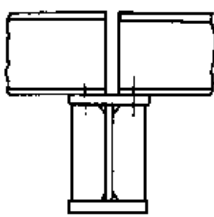


图 18-2-12

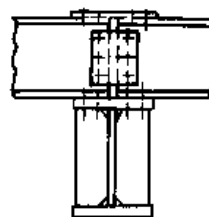


图 18-2-13

总之，结点简图是根据结点的受力状态而确定的。影响结点受力状态的因素主要有两个：一个是结点的构造情况；另一个是结构的几何组成情况。凡是由于结点构造上的原因，或者由于几何组成上的原因，在结点处各杆的杆端弯矩较小而可以忽略时，都可以简化成铰结点。

### 4.4 构件的简化

杆件的截面尺寸（宽度、厚度）通常比杆件长度小得多，截面上的应力可根据截面的内力（弯矩、轴力、剪力）来确定。因此，在计算简图中，杆件用其轴线表示，杆件之间的连接区用结点表示，杆长用结点间的距离表示，而载荷的作用点也转移到轴线上。以上是构件简化的一般原则。下面再说明几个具体问题。

#### (1) 以直杆代替微弯或微折的杆件

图 18-2-14a 所示为一门式刚架。因为杆件是变截面的，梁截面形心的连线不是直线，柱截面形心的连线不是竖直线。为了简化，在计算简图（图 18-2-14b）中，横梁的轴线采用从横梁顶部截面形心引出的平行于上皮的直线，柱的轴线采用从柱底截面形心引出的竖直线。

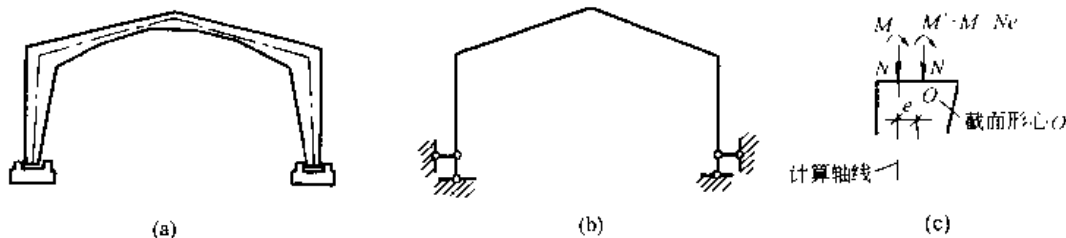


图 18-2-14

还需指出，按以上计算简图算出的内力是计算简图轴线上的内力。因为计算简图的轴线并不是各截面形心的连线，因此在选择截面尺寸时，应将算得的内力转化为截面形心轴处的内力。例如在图 18-2-14c 中，某截面求得的内力为  $M$  和  $N$ 。因为计算简图的轴线与截面形心有偏心距  $e$ 。故截面形心处的内力为  $M' = M - Ne$  和  $N$ 。

#### (2) 以实体杆件代替格构式杆件

在比较复杂的结构中，常以实体的杆件代替格构式杆件，使计算简化。此时，杆件横截面的面积和惯性矩，

应以相应长度上的当量值来代替：

$$\text{当量截面积 } A = \frac{l}{\sum_{i=1}^n (l_i/A_i)} \quad (18-2-15)$$

$$\text{当量惯性矩 } I = \frac{\sum_{i=1}^n I_i l_i}{\sum_{i=1}^n l_i} \quad (18-2-16)$$

式中  $n$  ——格构式杆中肢杆个数；  
 $l_i$  ——第  $i$  个肢杆的长度；  
 $A_i$  ——第  $i$  个肢杆的截面积；  
 $I_i$  ——第  $i$  个肢杆的截面惯性矩；  
 $l$  ——格构或杆长度。

### (3) 杆件刚度的简化

结构中某一构件与其他构件相比，如果它的刚度大很多，则可把它的刚度设为无限大；反之，如果它的刚度小很多，则可把它的刚度设为零。采用这种假设，可使计算得到简化。

图 18-2-15a 为矿山工程中常遇到的有贮仓的框架结构。由于贮仓的刚度很大，计算刚架时，可以假设它的刚度为无限大（图 18-2-15b）。计算简图如图 18-2-15c 所示。横梁  $CD$  的  $EI = \infty$ ， $A$ 、 $B$ 、 $C$  和  $D$  点的转角为零。

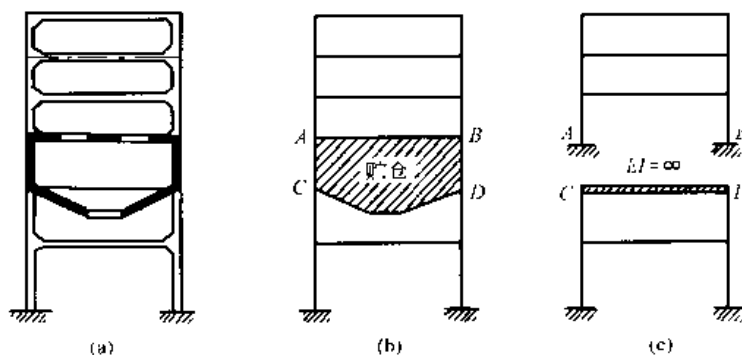


图 18-2-15

## 4.5 简化综述及举例

确定结点简图时，除要考虑结点的构造情况外，还要考虑结构的几何组成情况。例如图 18-2-16 所示结构，结点可取为铰结点，按桁架计算；图 18-2-17 所示结构，结点却必须取为刚结点，按刚架计算，否则为几何可变体系。

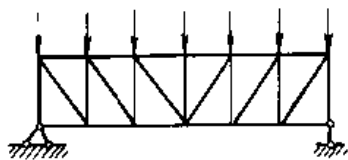


图 18-2-16

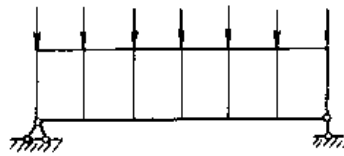


图 18-2-17

桁架和刚架的基本区别是：桁架的所有结点虽然都是铰结点，但由于杆件布置方面的原因，仍能维持几何不变；刚架则不同，如果所有结点都改成铰结点，固定支座都改成铰支座，则不能维持几何不变。即桁架的几何不变性依赖于杆件的布置，而不依靠结点的刚性；而刚架的几何不变性则依靠结点的刚性。工程中的钢桁架和钢筋混凝土桁架，虽然从结点构造上看接近于刚结点，但其受力状态与一般刚架不同，轴力是主要的，而弯曲内力是次要的，因此计算时可把它简化为铰结点。

桁架即使具有刚结点，但按铰结体系计算所求得的内力仍是主要内力。所以在一般情况下，桁架按铰结体系计算是可以满足设计要求的。另一方面，这里也指出了次内力的存在及其产生的来源。

下面是汽车车身简化计算的具体方法见图 18-2-18。

(1) 非承载式车身

承载载荷只作用在车架平面上，其余各构件不作为垂直载荷的受力件，载荷由地板传到车架的纵梁及横梁，纵、横梁均简化为简支梁。乘客重量与一部分车身（顶与侧壁）重量成为集中于横梁两端的载荷。由于横梁刚度比立柱大得多，立柱引起的弯矩可以不计，立柱与横梁连接点可认为是铰接点。

按静载荷计算，安全系数取 3~4。由于未计算车身骨架的承载能力，实际应力比计算应力小，安全系数可取下限。

(2) 半承载式车身

车身自重和乘客重量由横梁传到桁架各结点，根据平衡条件算出悬架的反作用力，对于桁架（图 18-2-18b）可直接计算各杆件内力；对于刚架（图 18-2-18c、d）可将其作为超静定刚架计算。刚性侧板也作为简支梁计算

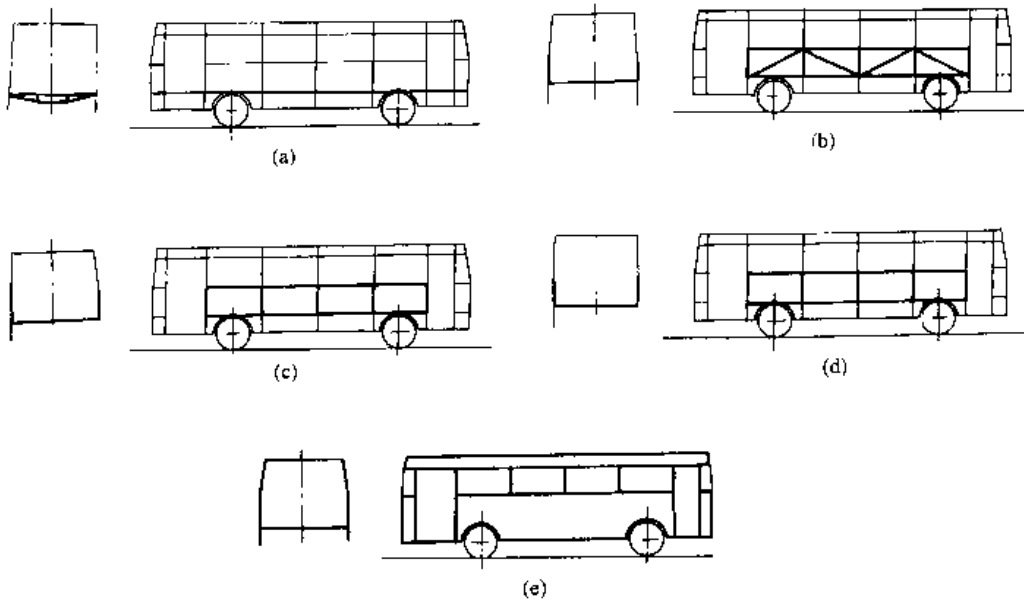


图 18-2-18 汽车的承载系统  
(a) 非承载式；(b)、(c)、(d) 半承载式；(e) 全承载式

(3) 承载式车身

将车身作为空心简支梁，支点为悬架支点，先计算出悬架的支承反作用力，并作出弯矩和剪力计算，然后按预定的杆件断面计算出中轴位置和惯性矩。

## 5 杆系结构的支座形式

### 5.1 用于梁和刚架的支座

图 18-2-19 是几种轻型铰支座，其中平板或圆弧板可使结构绕支座微小转动，并沿水平方向微小移动；图 18-2-20 和图 18-2-21 分别是几种重型铰支座和重型辊轴支座，它们都有较大的支承面以传递大的载荷，又有较完善的可转动和可移动的机构；图 18-2-22 是专门用于连续梁非端部的支座，显然仍是活动铰支座。

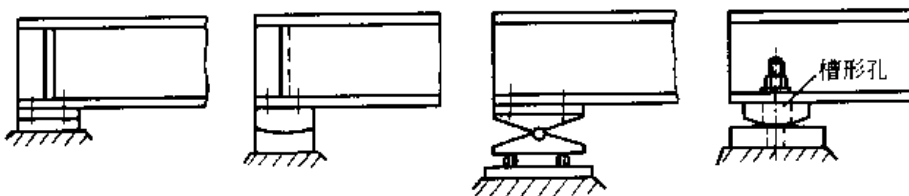


图 18-2-19

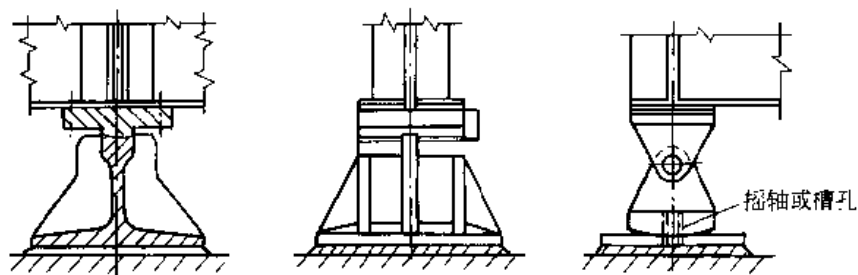


图 18-2-20

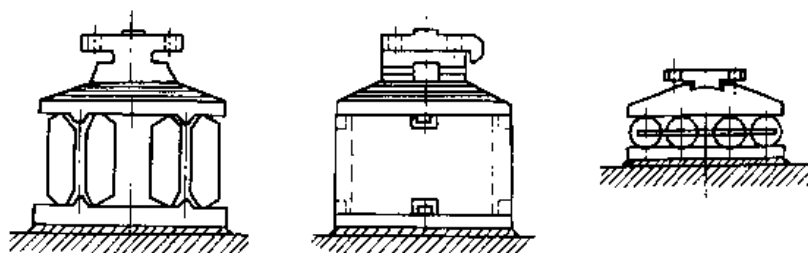


图 18-2-21

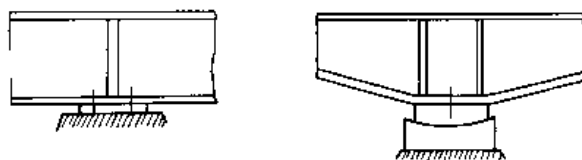


图 18-2-22

实际的支座结构要复杂得多，图 18-2-23 为大型挖掘机单梁动臂支持于回转平台的连接图。

动臂 2 的支腿不是直接与回转平台相连，而是将其叉子插在球面轴承 3 上，轴承 3 用销轴 4 装在平台支腿 1 的铰销孔中。动臂在回转过程中承受的惯性扭矩及其他载荷传到支腿上，此时振动则由缓冲装置来吸收，使动臂支腿可以绕球铰向上及向前稍微移动。

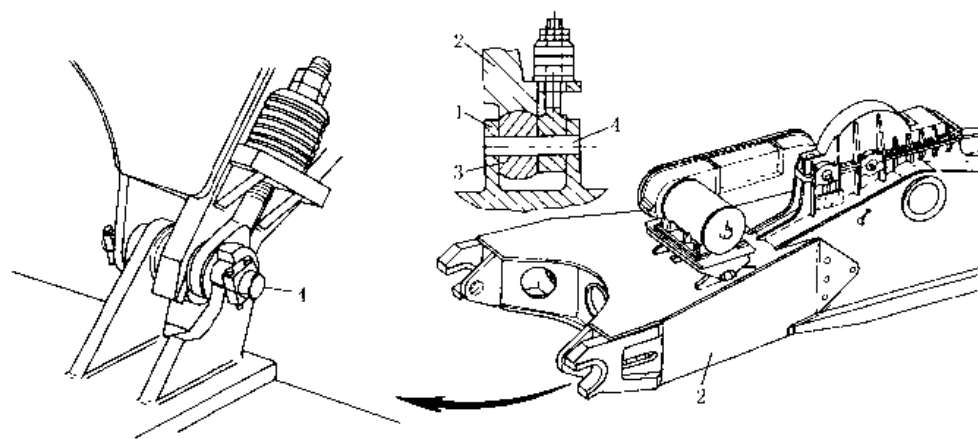


图 18-2-23 大型挖掘机单梁动臂支持于回转平台的连接

1—支腿；2—动臂；3—球面轴承；4—销轴

## 5.2 用于柱和刚架的支座

图 18-2-24 是几种固定铰支座，其中图 a 是轻型的，柱的压力由焊缝传给底板，再由底板传给基础，图 b~d 是重型的，在柱端与底板之间增设靴梁、肋板和隔板等中间传力零件，以增加柱与底板之间的焊缝长度，并将底

板分隔成几个区格，使底板所受弯矩减小；图 18-2-25 和图 18-2-26 分别是整体式和分离式固定端支座。其中整体式用于实腹柱和杆间距小于 1.5m 的格构柱。为了保证柱端与基础之间形成刚性连结，锚栓应固定在刚度较大的零件上。

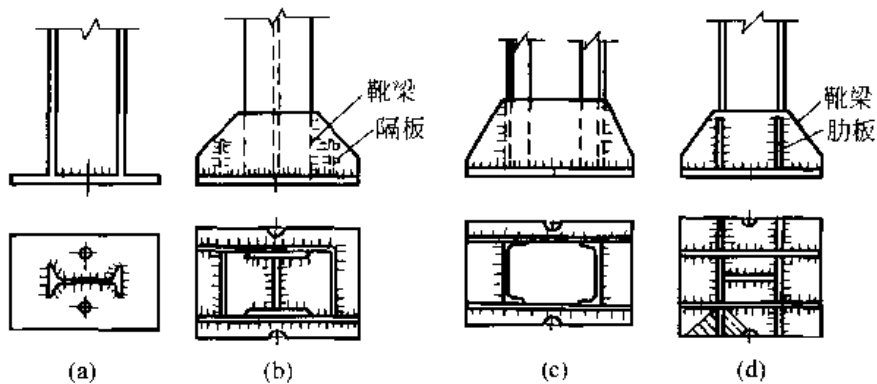


图 18-2-24

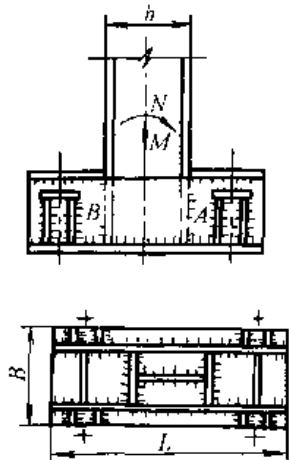


图 18-2-25

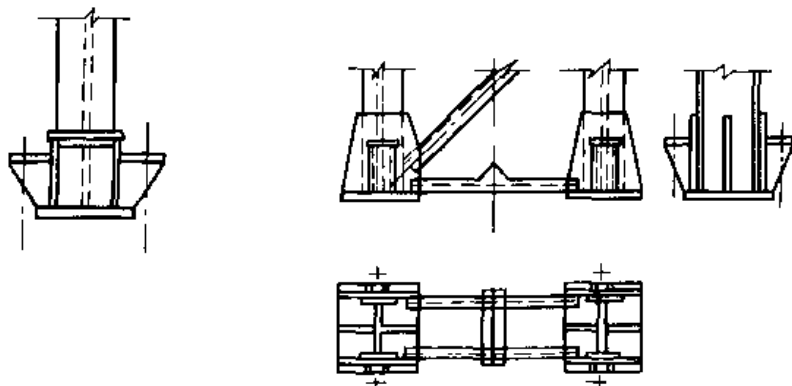


图 18-2-26

### 5.3 用于桁架的支座

图 18-2-27 是平板式固定铰支座，适宜于跨度小于 20m、支承于砖石墙和未加钢筋的桩或基础上的桁架；图 18-2-28 是弧形面活动铰支座，适宜于跨度小于 40m（支承条件同上）的桁架；图 18-2-29 是辊轴式活动铰支座，适宜于跨度大于 40m（支承条件同上）的桁架；图 18-2-30 是走轮式活动铰支座，适宜于多跨桁架。

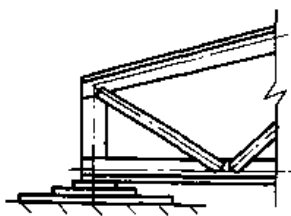


图 18-2-27

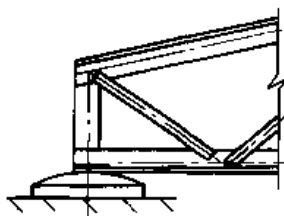


图 18-2-28

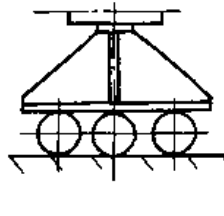


图 18-2-29

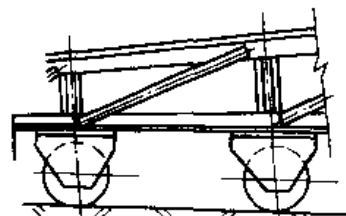


图 18-2-30

## 6 技术要求

- (1) 材质应符合国家标准的规定。根据需要情况进行复验、补项检验，包括强度试验、化学成分检验等。
- (2) 型材尺寸与偏差应符合国家标准。不得有裂纹、分层、重皮、夹渣等缺陷，麻条或划痕深度不得大于钢材厚度负公差的一半，且不得大于 0.5mm，并有出厂合格证书与标号说明。



(3) 各连接件、焊条、焊丝、焊剂应按被焊材料选定，并符合国家标准。

(4) 钢架焊接零件的下料加工尺寸应根据要求确定，对一般钢桁架的下料尺寸，极限偏差不得大于 $2\text{mm}$ 。在焊接、组装、涂漆前必须清除表面的油污、飞溅、毛刺、铁锈等污物。切口必须整齐，缺棱不得大于 $1\text{mm}$ 。

(5) 热处理要求，例如对铸铁机架的时效处理；铸钢机架的热处理，一般有正火加回火，退火，高温扩散退火，补焊后回火等。

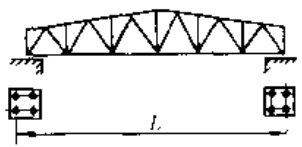
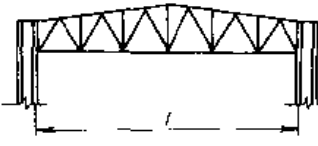

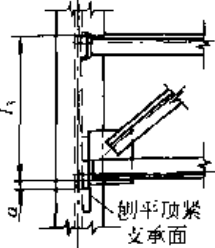
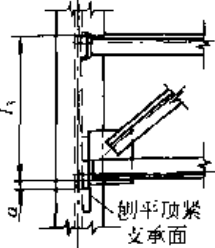
(6) 工艺技术要求，如加工误差要求，铸件的圆角要求，焊缝的形式等。

(7) 涂漆前的表面处理要求，一般用工具或喷砂或加除锈剂将表面处理干净，再涂漆。涂漆的次数和厚度为：一般为底漆两遍、面漆两遍，漆膜的总厚度为 $100\sim 150\mu\text{m}$ （室内）、 $125\sim 175\mu\text{m}$ （室外）。大型桁架在现场涂漆时，要在出厂前涂一遍底漆，厚度不小于 $25\mu\text{m}$ 。油漆的材料要注明。涂漆前要对油漆进行抽样检查。涂后不得有漆液流痕、皱褶等。

(8) 完工后要进行检查和验收。并且施工验收文件应齐全，包括钢材、连接件（或焊接材料）、油漆等的合格证明与检验报告，焊工及无损检验人员的资料复印件，焊缝的检验报告，施工记录，设计文件及修改文件等。

钢桁架制造尺寸的极限偏差如无特殊要求，可按表 18-2-20。

表 18-2-20 钢桁架制造尺寸的极限偏差

项次	项目	极限偏差 /mm	示意图
1	钢桁架跨度最外端两个孔的距离或两端支承面最外侧距离 $L$ $L \leq 24\text{m}$ $L > 24\text{m}$	+3.0 -7.0 +5.0 -10.0	
2	桁架按设计要求起拱桁架按设计不要求起拱	$\pm \frac{L}{5000}$ +10.0 -0.0	
3	固定檩条或其他构件的孔中心距离 $l_1$ $l_2$	$\pm 3.0$ $\pm 1.5$	
4	在支点处固定桁架上，下弦杆的安装孔距离 $l_3$	$\pm 2.0$	
5	刨平顶紧的支承面到第一个安装孔距离 $a$	$\pm 1.0$	
6	桁架弦杆在相邻节间不平直度 ( $l_4$ 为桁架弦杆相邻节点间距离)	$\frac{l_4}{1000}$ 不得大于 5.0	
7	檩条间距 $l_5$	$\pm 5.0$	
8	杆件轴线在节点处错位	$\pm 3.0$	
9	桁架支座端部上下弦连接板平面度	$\pm 3.0$	
10	节点中心位移	$\pm 10.0$	

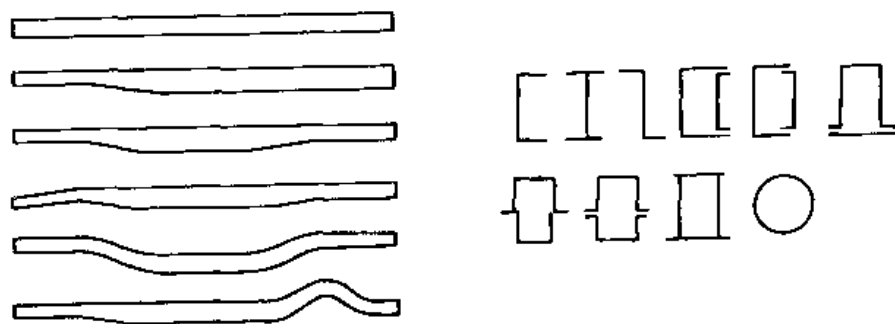
### 第3章 梁的设计与计算

机架结构的主要构件是梁。桁架可看作是一个组合的梁。立式塔梁也可看作是一个直立的悬臂梁。

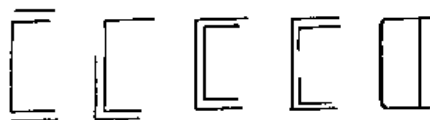
#### 1 梁的设计

##### 1.1 纵梁的结构设计

纵梁形状一般中部断面较大，两端较小，与所受的弯矩大体适应。不用大型压制设备时，也可采用等断面纵梁。对于大断面的梁，可用钢板焊接、铆接或螺钉连接。图 18-3-1 为汽车纵梁的外形和断面图。有时，将纵梁前端适当下弯以简化横梁的设计，或将下翼缘局部加宽以增加横梁的紧固件数。在汽车的多品种系列化生产中，为了适应轴距与汽车总重的变化，常使各种槽形纵梁的变断面部分和等断面部分的内高保持不变，而只改变其等断面部分的长度，改用不同强度的材料，采用加强板（图 18-3-1b）改变板厚或翼缘宽度，以便横梁可以通用。



(a) 纵梁外形



(b) 截面形状

图 18-3-1 汽车纵梁

图 18-3-2 和图 18-3-3 为起重机主梁的断面形状。其中图 18-3-2a~f 为手动梁式起重机常用的主梁截面型式简图；图 g~k 为电动单梁起重机主梁截面型式简图；图 l、m 为电动葫芦双梁起重机主梁常用的截面型式。图 18-3-3a~l 为桥式起重机桥架主梁的截面基本形式。

对于焊接的梁，通常还有如图 18-3-4 所示的外形及图 18-3-5 所示的截面形状。在图 18-3-5 中，m 为日本生产的起重机主梁截面形状，n 为天津起重设备厂生产的电动葫芦双梁起重机主梁截面形状。

对于大型梁，可以采用拼接、焊接或铆接。为了拆装运输方便，也可以采用螺栓连接。此时，大多数采用变截面梁。但端部的高度不宜小于 0.5 倍梁高。变截面长度约为全长的 1/6。梁的连接见图 18-3-6a~f，但必须保证焊接工艺，使拼接的截面与没有拼接的截面能承受同样大小的外力。板梁为对接拼接时，腹板和翼缘板焊缝可相互错开约  $S = 200\text{mm}$ ，以免使焊缝过于密集，见图 18-3-6b。或在腹板上开间隔圆弧，见图 18-3-6b、c。

图 18-3-7 绘出了变截面板式梁的局部详图。对于不同高度的梁的对接，应有一过渡段，焊缝应尽量不在拐角部位（图 18-3-6d~f）。图 18-3-6g 为翼缘板的阶梯形焊接拼接形式。

图 18-3-8 为铆接板梁的拼接形式。对于铆接梁，简支梁的经济高度为  $\left(\frac{1}{8} \sim \frac{1}{15}\right)L$ （ $L$  为跨度），常用值为  $\left(\frac{1}{10} \sim \frac{1}{12}\right)L$ 。连续梁可用较小的腹板高度，最低可达  $\frac{1}{25}L$ 。

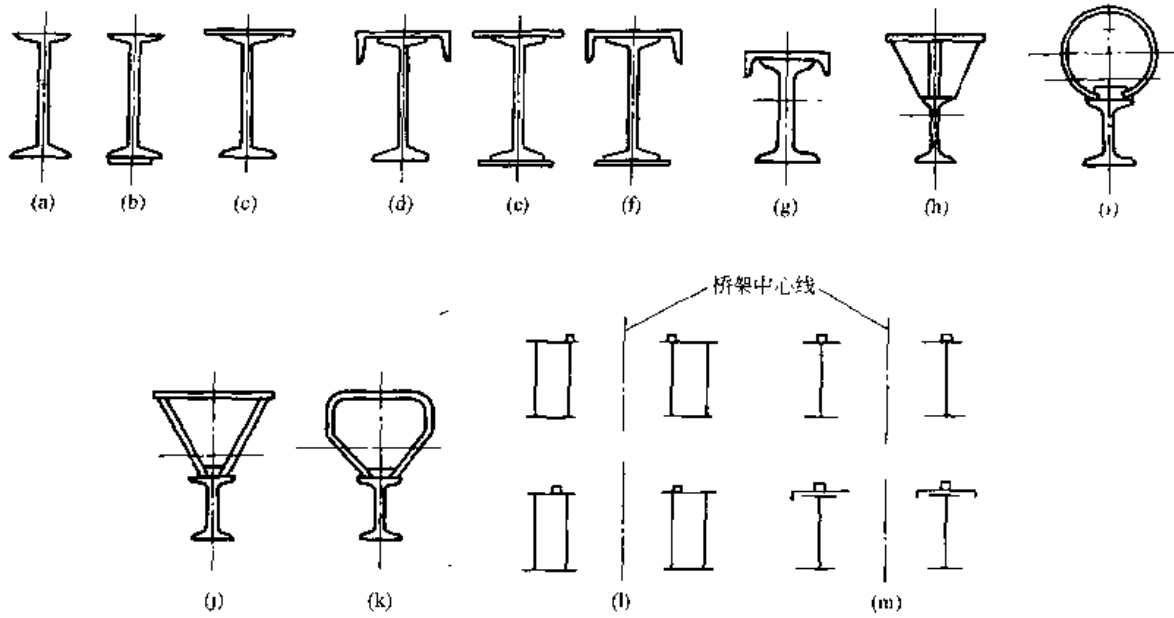


图 18-3-2 起重机主梁断面形状 (之一)

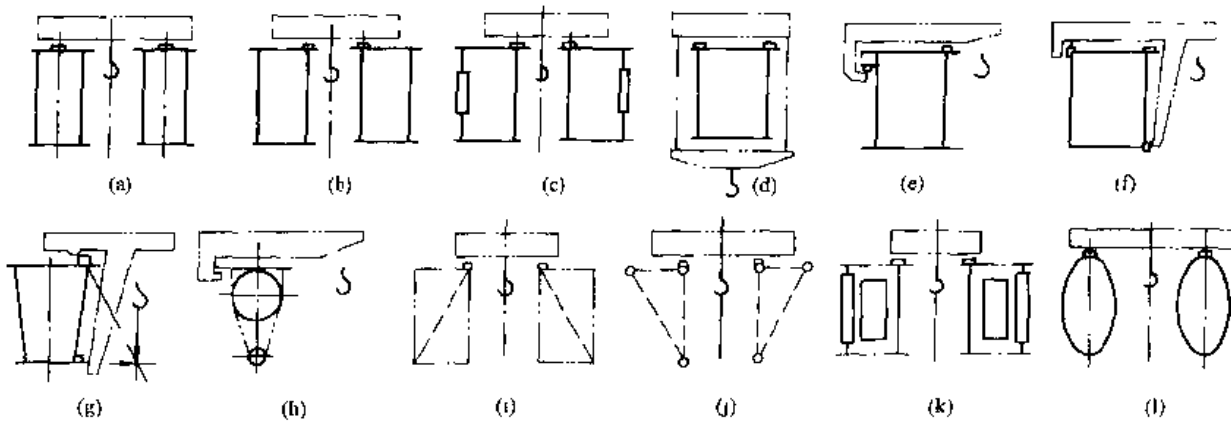


图 18-3-3 起重机主梁断面形状 (之二)

(a) 正轨箱形双梁; (b) 偏轨箱形双梁; (c) 偏轨空腹箱形; (d) 正轨单主梁箱形; (e-g) 偏轨单主梁箱形; (h) 管形单主梁; (i) 四桁架结构; (j) 三角形截面桁架结构; (k) 空腹副桁架结构; (l) 椭圆管双梁结构

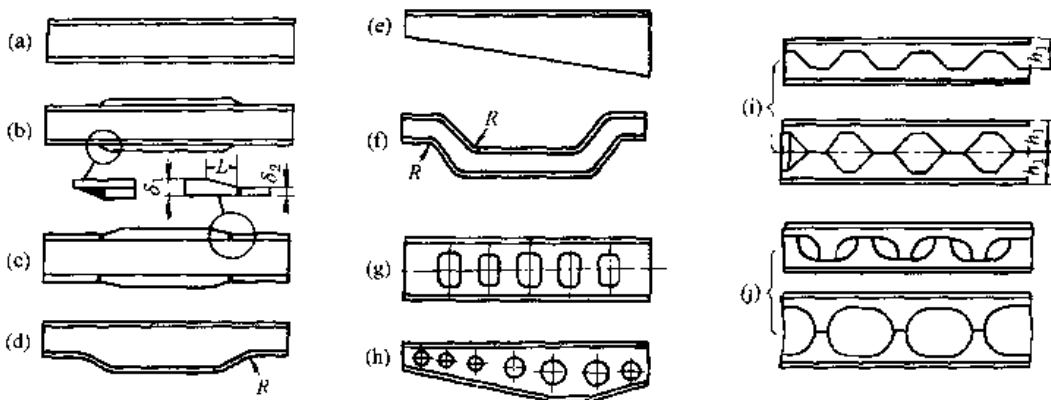


图 18-3-4 焊接梁的外形

(a) 等断面梁; (b) 多翼缘梁; (c) 不等厚翼缘对接梁; (d) 角腹梁; (e) 悬臂梁; (f) 曲形梁; (g) 等高空腹梁; (h) 不等高空腹梁; (i, j) 锯齿梁

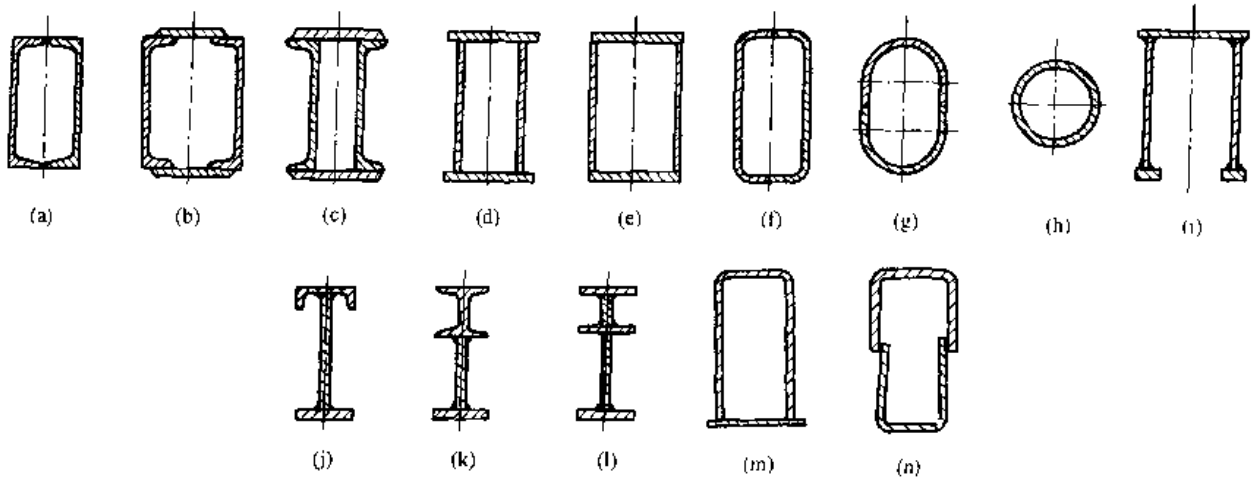


图 18-3-5 焊接梁的截面形状

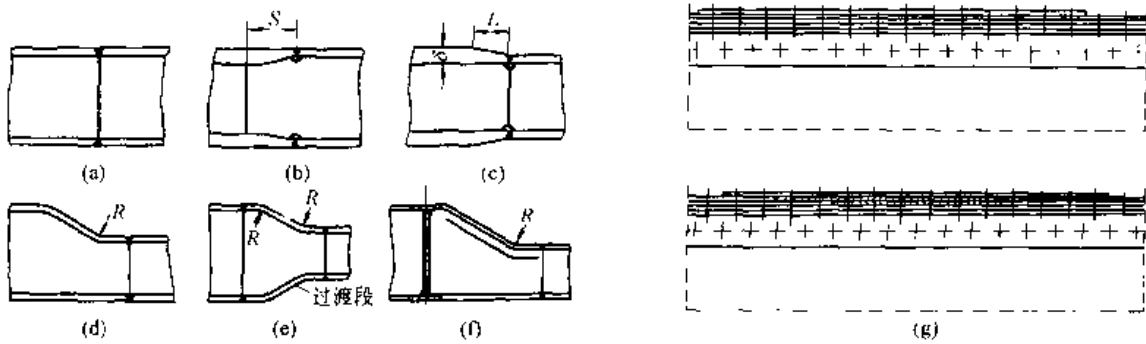


图 18-3-6 梁的连接

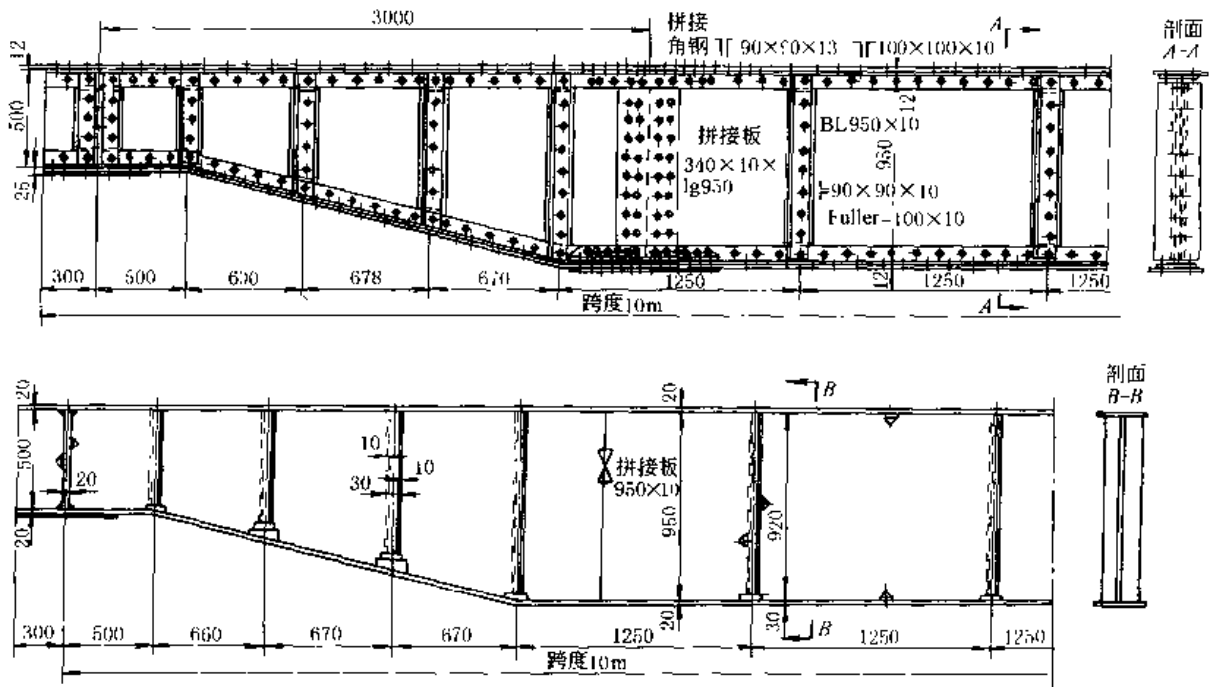


图 18-3-7 变截面板式梁局部详图

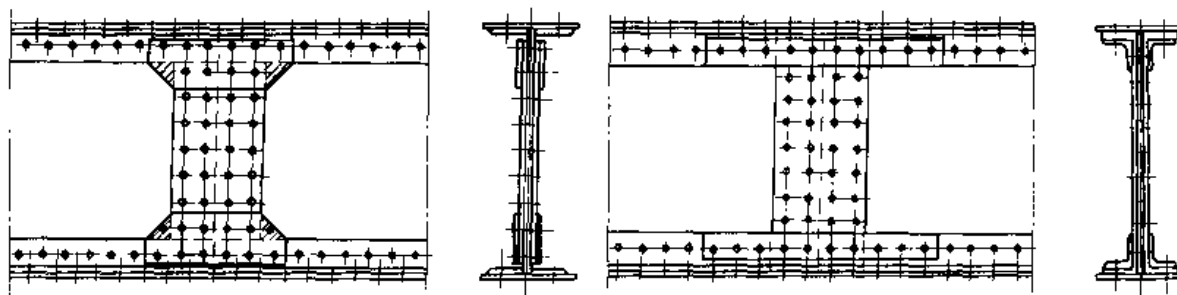


图 18-3-8

对于通用桥式起重机，主梁的截面尺寸一般按以下要求选取。

主梁高度  $h$   $h = (1/14 \sim 1/18) L$ ;

腹板间距  $b$   $b = (1/30 \sim 1/60) L$ ;  $h/b \leq 3$ , 以便于进行焊接。

盖板宽度  $B$  用手工焊时  $B = b + 2(10 + \delta)$  (mm);

用自动焊时  $B = b + 2(20 + \delta)$  (mm)。

为考虑锈蚀和控制波浪度，主梁腹板厚度一般取为  $\delta \geq 6\text{mm}$ 。

设计中常取：当  $Q = 5 \sim 63t$  时， $\delta \geq 6\text{mm}$ ;

当  $Q = 80 \sim 100t$  时， $\delta \geq 8\text{mm}$ ;

当  $Q = 125 \sim 200t$  时， $\delta \geq 10\text{mm}$ ;

当  $Q = 250t$  时， $\delta \geq 12\text{mm}$ 。

主梁受压盖板宽度  $b$  和厚度  $\delta_0$  之比宜取为： $b/\delta_0 \leq 60$ 。

各种开式断面的梁类构件的刚度比较见表 18-3-1。

### 1.2 主梁的上拱高度

对于大型机架，例如起重机主梁，在起重机运行机构组装完成后，必须在主梁跨中有一上拱度  $y_0$ ， $y_0 = (0.9 \sim 1.4) L/1000$ ，且最大拱度应控制在跨度中部的  $1/10L$  范围内（见图 18-3-9）。上拱曲线按式（18-3-1）计算。

$$y = \frac{4y_0(L-x)x}{L^2} \quad (18-3-1)$$

考虑桥架自重（主梁、走台等）及组装焊接的变形，常取的腹板下料的上拱度为： $Q = 5 \sim 63t$  时， $y_0 = \frac{L}{250} \sim \frac{L}{450}$ ； $Q = 80 \sim 100t$  时， $y_0 = \frac{L}{500} \sim \frac{L}{550}$ ，对于起重量大，跨度小者取小值。轨道按多支承超静定连续梁计算。

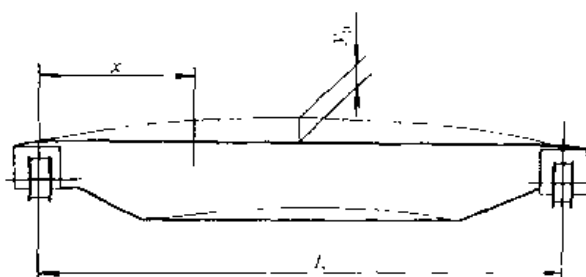
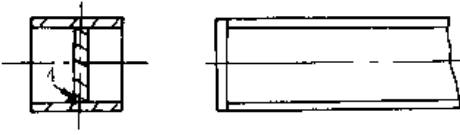
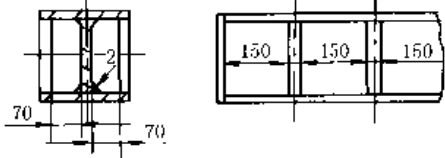
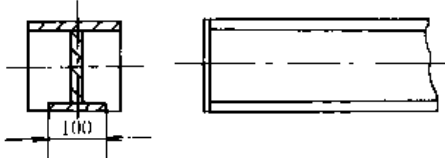
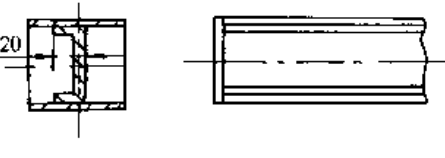
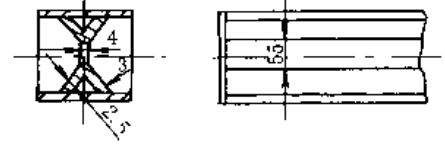
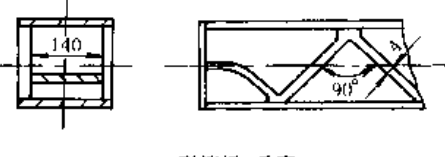


图 18-3-9

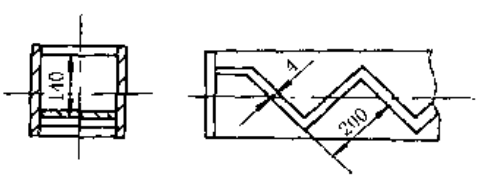
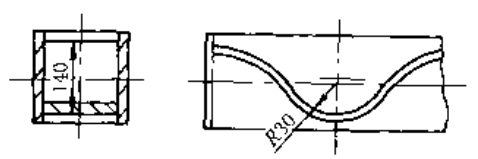
表 18-3-1 各种开式断面的梁类构件的刚度比较

序号	结构简图	抗弯刚度 (相对值)		抗扭刚度 (相对值)		弯曲振动固有频率 /Hz		扭振固有 频率/Hz
		绕 xx	绕 yy	绕 OO	绕 OO	xx	yy	OO
1	<p>纵向筋板与外壁单侧焊接</p>	1	1	1	1	195	135	50.5

续表

序号	结构简图	抗弯刚度 (相对值)		抗扭刚度 (相对值)	弯曲振动固有频率 /Hz		扭转固有频率/Hz
		绕 xx	绕 yy	绕 OO	xx	yy	OO
2	 <p>纵向筋板与外壁双侧焊接</p>	1.14	1	1.6	209	135	54.5
3	 <p>同 2,另加 9 条横向筋板</p>	1.14	1	1.6	190	128	53.5
4	 <p>相对两外壁的宽度不等</p>	0.94		1	196		50.5
5	 <p>U形纵向筋板</p>	1.12	1.03	1.75	194	132.5	58
6	 <p>X形纵向筋板</p>	1.12	1.22	11.6	187	137.6	129.5
7	 <p>Z形筋板(垂直)</p>	0.5	1.03	22.3	118	134	183

续表

序号	结构简图	抗弯刚度 (相对值)		抗扭刚度 (相对值)	弯曲振动固有频率 /Hz		扭振固有 频率/Hz
		绕 xx	绕 yy	绕 OO	xx	yy	OO
8	 Z形筋板(水平)	0.97	1.16	2.9	181	134.5	70
9	 波形筋板(水平)	0.92	1.12	3.7	178	136	78.5

### 1.3 端梁的结构设计

当机架有两个纵梁时,需要用横梁或端梁将两个纵梁连在一起,构成一个完整的框架,以限制其变形,降低其应力或为总成提供悬置点。例如双梁桥式起重机的桥架由两根主梁和位于跨度两边的各一根端梁组成。图 18-3-10 为几种汽车的横梁断面和连接形式,可供参考。选定横梁时应注意其特点:直的或弯度不大的槽形断面梁,沿腹板方向弯曲刚度较大,且较易冲压成型。直的或大弯度帽形断面梁可用矩形坯料直接压制,连接宽度较大。当空间受到限制时,采用厚板可得到较大的弯曲刚度。封闭断面梁、X 形梁、K 形梁的扭转刚度很大,对限制车架扭转变形作用较好。

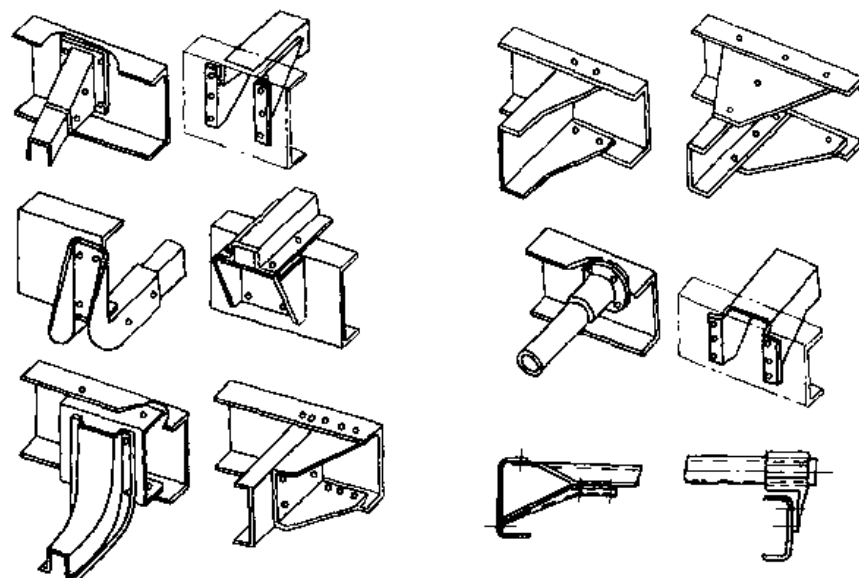


图 18-3-10 汽车横梁断面和连接形式

纵横梁连接(节点)处,一般应力较高,应注意横梁连接方式的选择。当横梁同纵梁翼缘连接时,可以提高纵梁的扭转刚度,但当车架扭转时纵梁应力往往较大。一般车架两端的横梁多用这种连接方式。横梁同纵梁腹板相连时则相反。腹板翼缘综合连接则兼有两者的特征。后两种连接方式适应性强。

横梁与纵梁连接时多用铆接。螺栓连接装配不便,且较易松动。采用电弧焊接或点焊时,可以减少纵横梁的孔数。采用塞焊,则较易实现装配自动化。

起重机的端梁截面则常为箱形。其高度  $h_0$  根据主梁的高度  $h$  选取，常为  $h_0 = (0.4 \sim 0.6) h$ ，其宽度  $b_0 = (0.5 \sim 0.8) h_0$ ，见图 18-3-11。端梁常用压弯成型的钢板焊成的箱形梁或型钢焊成的组合断面梁。与汽车机架不同，为便于运输和存放，常将主梁与端梁的连接做成螺栓连接，也可做成焊接结构，见图 18-3-12。梁与梁的 T 形连接形式见图 18-3-13。在第 5 章中还将谈及梁和柱或梁和梁的连接，可参阅。

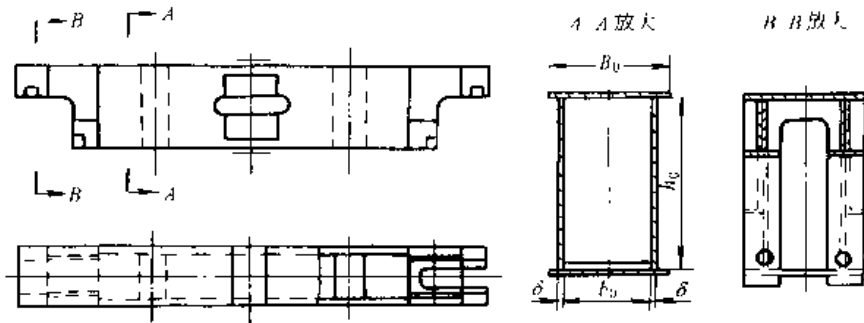


图 18-3-11 起重机端梁箱形截面

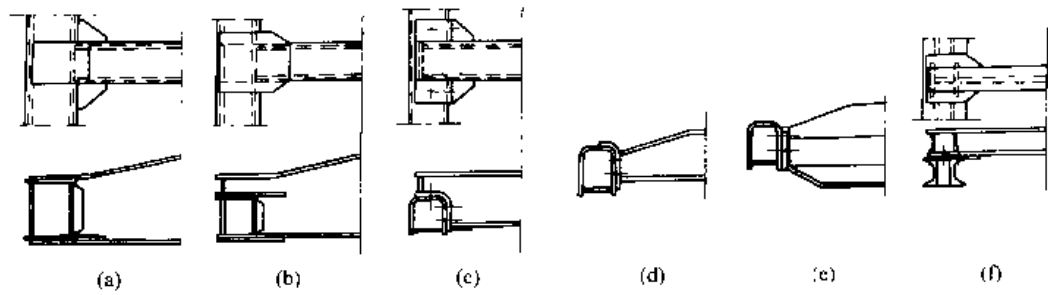


图 18-3-12 电动单梁起重机主梁与端梁的连接型式

(a)、(b) 焊接；(c) (d) (e) (f) 螺栓连接

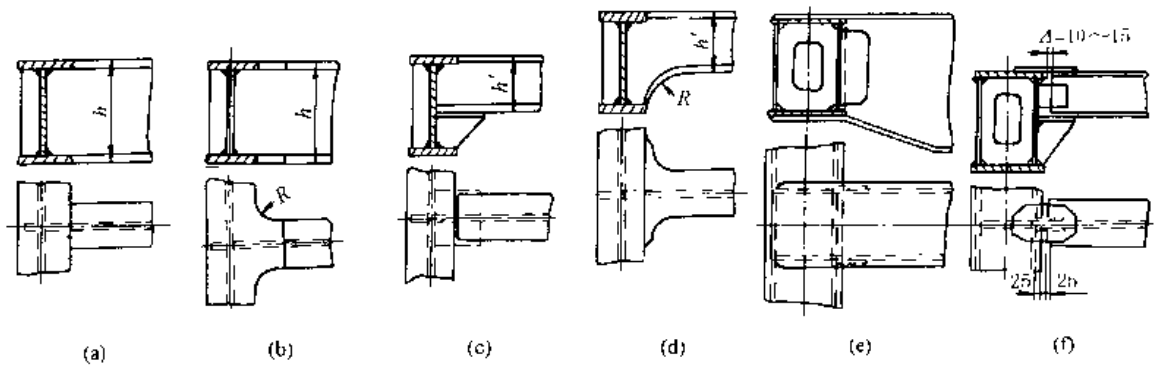


图 18-3-13 梁与梁的 T 形连接

### 1.4 梁的局部稳定性

按强度计算，梁的腹板可取得很薄，以节约金属和减轻结构重量。但梁易失稳，常用筋板提高其局部稳定性。组合 T 字梁的翼缘受压时也可能失稳，因而规定其翼缘的伸出长度。表 18-3-2 为工字梁及箱形梁受压翼缘宽厚比的规定值。

受弯构件腹板配置加劲筋板的规定和布置见表 18-3-3、图 18-3-14 和图 18-3-15。对于表 18-3-3 中 I 项有局部压应力的梁及其他各项无局部压应力的梁，其配筋尺寸的一般原则如下。

- (1)  $0.5h_0 \leq a \leq 2h_0$ ，且  $a \leq 3m$ 。
- (2) 短加筋板  $a_1 > 0.75h_1$ 。
- (3) 筋板宽度  $b \geq \frac{h_0}{30} + 40mm$ ，且不得超过翼缘宽度（应离翼缘 5~10mm）。



表 18-3-2

受压翼缘的宽厚比

截 面 形 式	规 定 值
	$\frac{b}{t} \leq \begin{cases} 15 & (\text{Q235}) \\ 12.4 & (16\text{Mn}, 16\text{Mnq 钢}) \\ 11.6 & (15\text{MnV}, 15\text{MnVq 钢}) \\ 15 \sqrt{\frac{235}{\sigma_s}} & (\text{其他钢号}) \end{cases}$
	$\frac{b}{t} \text{ 同上}$ $\frac{b_0}{t} \leq \begin{cases} 40 & (\text{Q235}) \\ 33 & (16\text{Mn}, 16\text{Mnq 钢}) \\ 31 & (15\text{MnV}, 15\text{MnVq 钢}) \\ 40 \sqrt{\frac{235}{\sigma_s}} & (\text{其他钢号}) \end{cases}$

注: 表中  $\sigma_s$  为钢的屈服强度, 对 Q235 钢, 取  $\sigma_s = 235\text{N/mm}^2$ ; 对 16Mn、16Mnq 钢, 取  $\sigma_s = 345\text{N/mm}^2$ ; 对 15MnV、15MnVq 钢, 取  $\sigma_s = 390\text{N/mm}^2$ 。

表 18-3-3

受弯构件腹板配置加劲筋的规定

项 次	配置规定	备 注
1. $h_0/t_w \leq 80 \sqrt{\frac{235}{\sigma_s}}$ 时	可不配置加劲筋, 但对有局部压应力的梁应配加劲筋	
2. $80 \sqrt{\frac{235}{\sigma_s}} < \frac{h_0}{t_w} \leq 170 \sqrt{\frac{235}{\sigma_s}}$ 时	应配置横向加劲筋	加劲筋间距按计算确定 $h_0$ — 腹板的计算高度, 按图 18-3-14 采用
3. $\frac{h_0}{t_w} > 170 \sqrt{\frac{235}{\sigma_s}}$ 时	应配置: (1) 横向加劲筋 (2) 受压区的纵向加劲筋 (3) 必要时尚应在受压区配置短加劲筋	$t_w$ — 腹板的厚度 $\sigma_s$ — 钢材的屈服强度、 $\text{N/mm}^2$
4. 支座处和上翼缘受有较大固定集中荷载处, 宜设置支承加劲筋		

(4) 筋板的厚度  $t_w \geq \frac{1}{15}b$ , 但不得超过腹板厚度。

(5) 梁需加纵向筋板时,  $h_1$  值宜为  $\frac{h_0}{4} \sim \frac{h_0}{5}$ 。纵向筋板应连续, 长度不足时应预先接长, 并保证对接焊缝。

(6) 连接筋板的焊缝宜用小焊脚的连接角焊缝, 对于只承受静荷载或动荷载不大的梁, 可用断续焊缝。

(7) 为了易于装配和避免焊缝汇交于一点, 通常在筋板上切去一个角 (图 18-3-15), 角边高度约为焊脚高度的 2~3 倍。图中 C-C 剖面所示的短筋板, 其端部易产生裂纹, 动载梁不宜采用, 应设计成通高的长筋板 (见 B-B 剖面)。筋板与受拉翼缘连接的角焊缝会降低疲劳强度, 对重要的动载梁可用 A-A 剖面的结构, 即筋板下部放垫板并与其焊接, 垫板与受拉翼缘不焊, 或焊缝平行于内力。

对于局部受压的梁, 受压处的加强筋板必须计算。计算方法可参考《钢结构设计手册》(中国建筑工业出版社出版)。

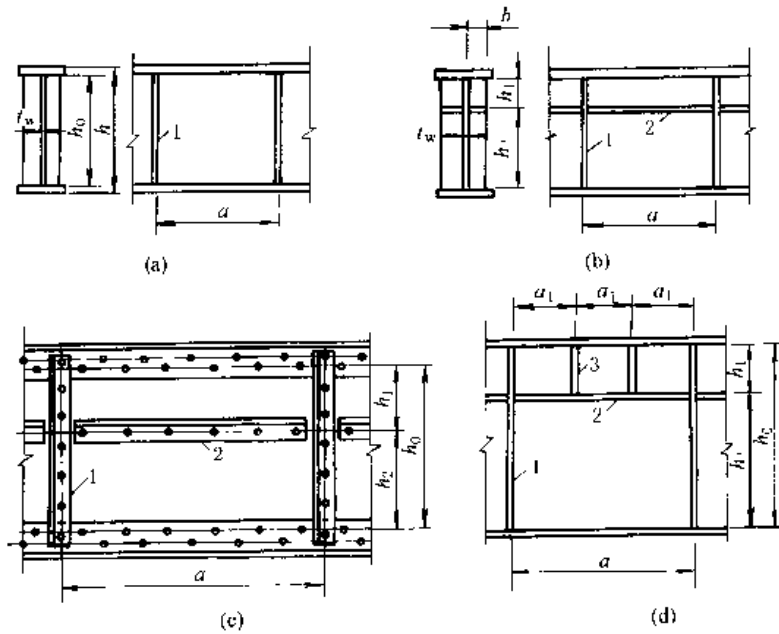


图 18-3-14 加劲筋布置

1—横向加劲筋；2—纵向加劲筋；3—短加劲筋

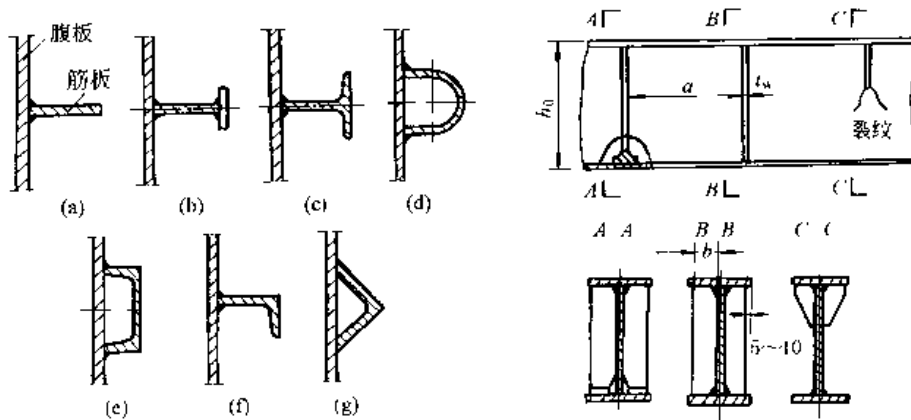


图 18-3-15 筋板的横截面形状与配置

### 1.5 示 例

(1) 图 18-3-16 为大型挖掘机的单梁动臂。

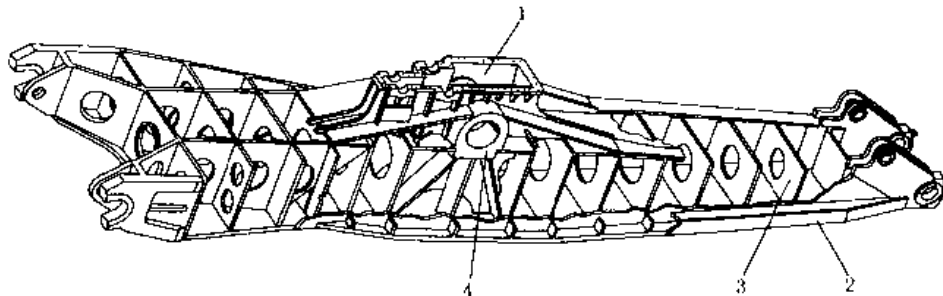


图 18-3-16 挖掘机单梁动臂

1—推压减速机下箱体；2—侧面耐磨箱；3—横向隔板；4—推压轴轴承座

由于动臂承载较大，为加强其强度和刚度，采用了整体箱形焊接结构，材料为高强度合金钢板，并经淬火、回火处理。图示为带增强板的单梁动臂臂体，该结构呈鱼腹式，动臂根部有两个宽斜支腿。在动臂内部全长范围内，为加强其空间强度，焊有许多隔板，把动臂分隔成若干小箱形结构，使动臂整体坚固，可承受较大的弯曲力。为减轻动臂质量，各隔板中部都挖

掉一部分。为加强动臂外缘的刚度和强度，在动臂底部两侧分别焊有高强度合金钢板隔成的许多小箱体，犹如人体的脊椎，使动臂沿纵向有较高的强度，同时，也使动臂上部与下部质量协调。另外，在动臂两侧设有耐磨箱，以防斗杆沿两侧运动时动臂受损。该动臂与回转平台相连的方法见图 18-2-23。

(2) 图 18-3-17 为国产 WK-4 型挖掘机动臂。臂体 1 是一根由钢板焊成的箱形结构件，其后端焊有支腿 2，通过 2 与挖掘机回转平台铰接。因支腿两铰销孔之间距离较短，为平衡因工作装置回转而引起的惯性力，在臂体与回转平台之间还设置有两根拉杆 4。动臂前端安装有端部滑轮 6，旁侧有绳轮 8，动臂中部装有推压机构和开斗底机构。为防止工作时铲斗和斗杆与动臂直接相撞，动臂下部还敷有缓冲木 10。

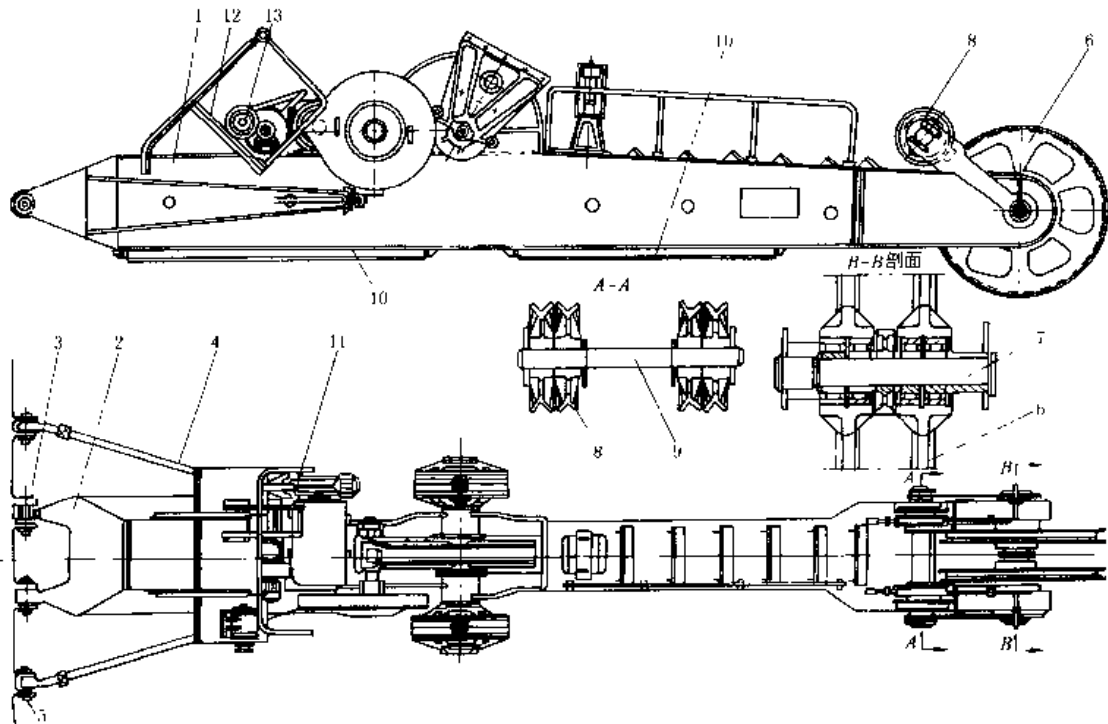


图 18-3-17 WK-4 型挖掘机动臂

1—箱体结构；2—支腿；3、5—销轴；4—拉杆；6—端部滑轮；7—端部轴；  
8—绳轮；9—轴；10—缓冲木；11—制动器；12—小平台；13—开斗电机

## 2 梁的计算

梁的计算以满足刚度要求为主。刚度要求见第 2 章第 2 节。挠度的计算见 2.2 及表 18-3-4。桁架形式的梁的挠度计算见以下相关章节。梁还须进行强度计算。

### 2.1 梁的强度计算

梁的强度计算主要是考虑受弯时的正应力：

$$\text{单向受弯时 } \sigma = \frac{M}{I} y \leq \sigma_p \quad (18-3-2)$$

$$\text{双向受弯时 } \sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \leq \sigma_p \quad (18-3-3)$$

式中  $M$ ——所计算截面的弯矩；

$I$ ——横截面对中性轴的惯性矩；

$\sigma$ ——横截面上的最大拉伸或压缩正应力；

$y$ ——横截面上距中性轴最远的点， $y$  表示与  $x$  的垂直方向；

$\sigma_p$ ——许用应力。

如果梁上还作用有纵向拉、压力  $F$ ，则还应增加一项应力：

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (18-3-4)$$

式中  $A$ ——横截面积。

理论上说来, 该拉应力的作用使梁受弯矩作用的变形减少, 不能分别计算相加, 在特殊情况下才这样考虑。

在需要计算剪切, 扭转或合成应力的特殊情况, 可根据通常的力学公式进行, 见本手册第 1 卷第 1 篇。对于薄壁杆件, 特别是开口断面的梁, 如载荷不作用在弯曲中心时, 还应计算其扭转变形。

## 2.2 连续梁计算用表<sup>[25]</sup>

(1) 一般机架梁的计算按悬臂梁、简支梁、两端固定梁等简单形式的梁来分析就已足够了。有关这方面公式请参见本书第 1 卷第 1 篇。表 18-3-4 编入等截面连续梁的计算系数表, 可供计算 2~3 跨连续梁的内力和挠度时直接查找。

(2) 对于无限多跨的连续梁, 在都有均布载荷  $q$  作用下, 支座的弯矩为  $-0.095ql^2$ ; 最大弯矩出现在只连续两跨有载荷时, 支座处梁的弯矩为  $-0.106ql^2$ 。在中点都作用有集中力  $P$  时, 支座的弯矩为  $-0.125Pl$ 。其他参数可根据其支座跨距及上面的载荷按简支梁算得。当载荷与表 18-3-4 所载不相同, 可按表 18-3-5 将对称载荷化作等效均布载荷计算。

(3) 连续水平圆弧梁在均布载荷作用下的弯矩、剪力及扭矩见表 18-3-6。

(4) 井式梁的最大弯矩及剪力系数见表 18-3-7 及表 18-3-8。

### 等跨梁在常用载荷作用下的内力及挠度系数

(1) 在均布及三角形载荷作用下

$$M = \text{表中系数} \times ql^2;$$

$$Q = \text{表中系数} \times ql;$$

$$y_0 = \text{表中系数} \times \frac{ql^4}{100EI}。$$

(2) 在集中载荷作用下

$$M = \text{表中系数} \times Pl;$$

$$Q = \text{表中系数} \times P;$$

$$y_0 = \text{表中系数} \times \frac{Pl^3}{100EI}。$$

(3) 当载荷组成超出本表所示的形式时, 对于对称载荷, 可利用表 18-3-5 中的等效均布载荷  $q_E$ , 计算支座弯矩; 然后按单跨简支梁在实际载荷及求出的支座弯矩共同作用下计算跨中弯矩和剪力。

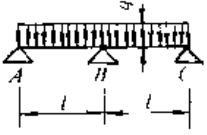
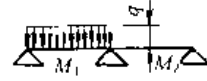
(4) 内力正负号说明

$M$ ——弯矩, 使截面上部受压、下部受拉者为正;

$y_0$ ——挠度, 向下变位者为正;

$Q$ ——剪力, 对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正。

表 18-3-4

载 荷 图	跨内最大弯矩		支座弯矩	剪 力			跨度中点挠度	
	$M_1$	$M_2$	$M_B$	$Q_A$	$Q_{中}$ $Q_{B/2}$	$Q_C$	$y_1$	$y_2$
	0.070	0.0703	-0.125	0.375	-0.625 0.625	-0.375	0.521	0.521
	0.096	-	-0.063	0.437	-0.563 0.063	0.063	0.912	-0.391

① 见“化工矿山技术”1973.1。

续表

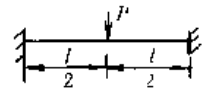
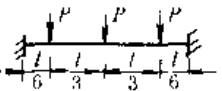
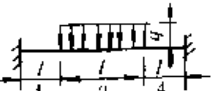

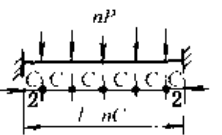
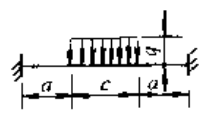
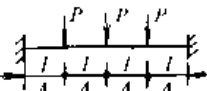
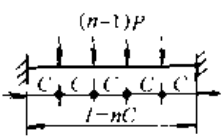

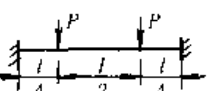


载 荷 图	跨内最大弯矩		支座弯矩	剪 力			跨度中点挠度	
	$M_1$	$M_2$	$M_B$	$Q_A$	$Q_{B左}$ $Q_{B右}$	$Q_C$	$y_1$	$y_2$
	0.048	0.048	-0.078	0.172	-0.328 0.328	-0.172	0.345	0.345
	0.064	—	-0.039	0.211	-0.289 0.039	0.039	0.589	-0.244
	0.156	0.156	-0.188	0.312	-0.688 0.688	-0.312	0.911	0.911
	0.203	—	-0.094	0.406	-0.594 0.094	0.094	1.497	-0.586
	0.222	0.222	-0.333	0.667	-1.333 1.333	-0.667	1.466	1.466
	0.278	—	-0.167	0.833	-1.167 0.167	0.167	2.508	-1.012

载 荷 图	跨内最大弯矩		支座弯矩		剪 力				跨度中点挠度		
	$M_1$	$M_2$	$M_B$	$M_C$	$Q_A$	$Q_{B左}$ $Q_{B右}$	$Q_{C左}$ $Q_{C右}$	$Q_D$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
	0.080	0.025	-0.100	-0.100	0.400	-0.600 0.500	-0.500 0.600	-0.400	0.677	0.052	0.677
	0.101	—	-0.050	-0.050	0.450	-0.550 0	0 0.550	-0.450	0.990	-0.625	0.990
	—	0.075	-0.050	-0.050	-0.050	-0.050 0.500	-0.500 0.050	0.050	-0.313	0.677	-0.313
	0.073	0.054	-0.117	-0.033	0.383	-0.617 0.583	-0.417 0.033	0.033	0.573	0.365	-0.208
	0.094	—	-0.067	0.017	0.433	-0.567 0.083	0.083 -0.017	-0.017	0.885	-0.313	0.104

注：表中  $y$ 、 $l$  单位为 mm； $Q$ 、 $P$  单位为 N； $M$  单位为 N·mm； $q$  单位为 N/mm。

表 18-3-5

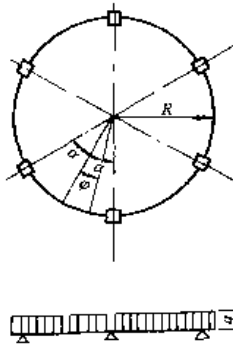
各种载荷化成具有相同支座弯矩的等效均布载荷

实际载荷	支座弯矩 等效均布 载荷 $q_E$	实际载荷	支座弯矩 等效均布 载荷 $q_E$	实际载荷	支座弯矩 等效均布 载荷 $q_E$
	$\frac{3P}{2l}$		$\frac{19P}{6l}$		$\frac{11q}{16}$
	$\frac{8P}{3l}$		$\frac{2n^2+1}{2n} \times \frac{P}{l}$		$\frac{\gamma}{2}(3-\gamma^2)q$
	$\frac{15P}{4l}$		$\frac{n^2-1}{n} \times \frac{P}{l}$		$\frac{14q}{27}$
	$\frac{9P}{4l}$		$\frac{13q}{27}$		$2a^2(3-2a)q$

注：1. 表中  $a = \frac{a}{l}$ ； $\gamma = \frac{c}{l}$ ； $l$  为梁的跨度。

2. 表中  $l$ 、 $a$ 、 $c$  单位为 mm； $P$  单位为 N； $q$  单位为 N/mm。

连续水平圆弧梁在均布载荷作用下的弯矩、剪力及扭矩



最大剪力 =  $\frac{R\pi q}{n}$ ；

任意点弯矩 =  $\left(\frac{\pi}{n} \times \frac{\cos\varphi}{\sin\alpha} - 1\right) qR^2$ ；

跨度中点弯矩 =  $\left(\frac{\pi}{n} \times \frac{1}{\sin\alpha} - 1\right) qR^2$ ；

支座弯矩 =  $\left(\frac{\pi}{n} \cot\alpha - 1\right) qR^2$ ；

任意点扭矩 =  $\left(\frac{\pi}{n} \times \frac{\sin\varphi}{\sin\alpha} - \varphi\right) qR^2$ 。

式中  $n$  —— 支座数量。

因载荷及支点均对称，扭矩在支座及跨度中点均为零。

表 18-3-6

圆弧梁支柱数	最大剪力	弯 矩		最大扭矩	支柱轴线与最大扭矩截面间的中心角
		在二支柱间的跨中	支 柱 上		
4	$R\pi q/4$	$0.03524\pi qR^2$	$-0.06831\pi qR^2$	$0.01055\pi qR^2$	$19^\circ 12'$
6	$R\pi q/6$	$0.01502\pi qR^2$	$-0.02964\pi qR^2$	$0.00302\pi qR^2$	$12^\circ 44'$
8	$R\pi q/8$	$0.00833\pi qR^2$	$-0.01653\pi qR^2$	$0.00126\pi qR^2$	$9^\circ 32'$
12	$R\pi q/12$	$0.00366\pi qR^2$	$-0.00731\pi qR^2$	$0.00037\pi qR^2$	$6^\circ 21'$

注：表中  $R$  单位为 mm； $q$  单位为 N/mm。

表 18-3-7

井式梁最大弯矩及剪力系数之一

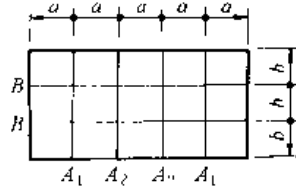
b/a	A 梁		B 梁		A 梁		B 梁		A <sub>1</sub> 梁		A <sub>2</sub> 梁		B <sub>1</sub> 梁		B <sub>2</sub> 梁	
	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q
0.6	0.480	0.730	0.040	0.290	0.410	0.660	0.090	0.340	1.410	1.330	1.970	1.730	0.260	0.505	0.360	0.600
0.8	0.455	0.705	0.090	0.340	0.330	0.580	0.170	0.420	1.110	1.115	1.580	1.460	0.540	0.710	0.770	0.890
1.0	0.420	0.670	0.160	0.410	0.250	0.500	0.250	0.500	0.830	0.915	1.170	1.170	0.830	0.915	1.170	1.170
1.2	0.370	0.620	0.260	0.510	0.185	0.435	0.315	0.565	0.590	0.745	0.840	0.940	1.060	1.080	1.510	1.410
1.4	0.325	0.575	0.350	0.600	0.135	0.385	0.365	0.615	0.420	0.620	0.600	0.770	1.240	1.210	1.740	1.570
1.6	0.275	0.525	0.450	0.700	0.100	0.350	0.400	0.650	0.300	0.535	0.420	0.640	1.370	1.300	1.910	1.690

b/a	A <sub>1</sub> 梁		A <sub>2</sub> 梁		B 梁		A <sub>1</sub> 梁		A <sub>2</sub> 梁		B 梁		A 梁		B 梁	
	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q
0.6	0.460	0.710	0.545	0.795	0.035	0.285	0.455	0.705	0.530	0.780	0.030	0.280	0.820	1.070	0.180	0.430
0.8	0.435	0.685	0.555	0.805	0.075	0.325	0.425	0.675	0.535	0.785	0.080	0.330	0.660	0.910	0.340	0.590
1.0	0.415	0.665	0.550	0.800	0.120	0.370	0.400	0.650	0.540	0.790	0.120	0.370	0.500	0.750	0.500	0.750
1.2	0.395	0.645	0.530	0.780	0.180	0.430	0.375	0.625	0.540	0.790	0.170	0.420	0.370	0.620	0.630	0.880
1.4	0.370	0.620	0.505	0.755	0.255	0.505	0.360	0.610	0.530	0.780	0.220	0.470	0.270	0.520	0.730	0.980
1.6	0.345	0.595	0.475	0.725	0.360	0.610	0.340	0.590	0.520	0.770	0.280	0.530	0.200	0.450	0.800	1.050

b/a	A <sub>1</sub> 梁		A <sub>2</sub> 梁		B <sub>1</sub> 梁		B <sub>2</sub> 梁		A <sub>1</sub> 梁		A <sub>2</sub> 梁		B 梁	
	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q	M	Q
0.6	1.800	1.500	2.850	2.160	0.360	0.580	0.570	0.760	0.820	1.070	1.090	1.340	0.135	0.385
0.8	1.420	1.260	2.290	1.820	0.700	0.800	1.150	1.120	0.750	1.000	1.020	1.270	0.240	0.490
1.0	1.060	1.030	1.720	1.470	1.060	1.030	1.720	1.470	0.660	0.910	0.910	1.160	0.430	0.635
1.2	0.760	0.840	1.250	1.180	1.360	1.220	2.190	1.760	0.550	0.800	0.780	1.030	0.670	0.810
1.4	0.550	0.700	0.890	0.960	1.590	1.370	2.540	1.970	0.460	0.710	0.640	0.890	0.900	0.970
1.6	0.390	0.600	0.620	0.790	1.770	1.480	2.800	2.130	0.370	0.620	0.520	0.770	1.110	1.120



b/a	A <sub>1</sub> 梁		A <sub>2</sub> 梁		B 梁	
	M	Q	M	Q	M	Q
0.6	0.790	1.040	1.080	1.330	0.130	0.380
0.8	0.720	0.970	1.070	1.320	0.210	0.460
1.0	0.660	0.910	1.020	1.270	0.320	0.570
1.2	0.600	0.850	0.950	1.200	0.500	0.700
1.4	0.540	0.790	0.860	1.110	0.740	0.850
1.6	0.480	0.730	0.760	1.010	1.000	1.010

注：1. 跨中弯矩用表中 M 栏的系数，乘数分别按下式采用：

$$M_A, M_{A1}, M_{A2} = \text{表中系数} \times qab^2;$$

$$M_B, M_{B1}, M_{B2} = \text{表中系数} \times qa^2b;$$

2. 梁端剪力用表中 Q 栏的系数，乘数均为 qab，即 Q<sub>A</sub> 或 Q<sub>B</sub> = 表中系数 × qab。

3. q 为单位面积上的计算荷载，在计算中近似假定集中在梁交点处 (P = qab)，为减小误差，计算最大剪力时，一律增加一项梁端节点荷载 (0.25qab)。

4. 表中数据计算时，假定井式梁四边均为简支。

5. 表中 a、b 单位为 mm；q 单位为 N/mm。

表 18-3-8 井式梁的最大弯矩及剪力系数之二

梁名	乘数	Diagram 1		Diagram 2			Diagram 3			
		AA	BB	AA	BB	CC	AA	BB	CC	DD
最大弯矩	qa <sup>2</sup>	0.0382	0.0746	+0.0425 -0.0308	0.0378	0.0729	+0.0389 -0.0487	0.0426	0.0456	0.0713
最大剪力	qa <sup>2</sup>	0.306	0.847	1.069	0.840	1.561	2.004	0.850	1.709	2.532

注：1. 最大弯矩 = 表中系数 × qa<sup>2</sup>，最大剪力 = 表中系数 × qa<sup>2</sup>。

2. 其他见表 18-3-7 注 3、4。

3. 表中 a、l 单位为 mm；q 单位为 N/mm。

### 2.3 举 例

下面为汽车货车车架的简略计算，车架采用封闭断面纵梁或局部扭转小的纵梁，一般可根据弯曲计算确定纵梁断面尺寸。对于某些车架结构的扭转问题，可用薄壁杆件理论加以补充分析。但由于忽略了装置件和工作载荷的一些影响，计算结果只能作为设计比较的参考。

#### (1) 纵梁弯曲应力

$$\sigma = M/Z$$

式中 Z——断面系数。

弯矩 M 可用弯矩差法或力多边形法求得。对于载重汽车，可假定空车簧上重量 G<sub>0</sub> 均布在纵梁全长上，载重



$G_c$  均布在车箱中，而按下式近似计算，见图 18-3-18。

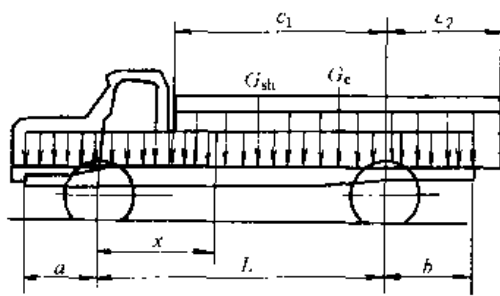


图 18-3-18 纵梁载荷图

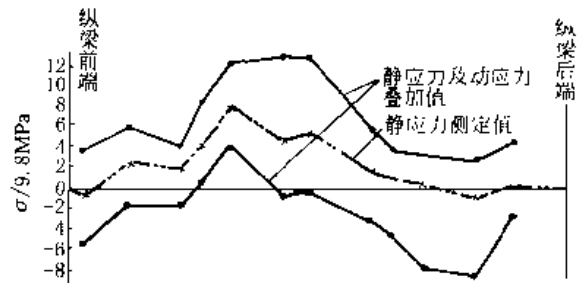


图 18-3-19 货车纵梁应力图

$$M = \frac{1}{4} \frac{G_{sh}}{(a+b+L)} \left[ L \left( x - \frac{x^2}{L} \right) + \frac{a^2}{L} x - \frac{b^2}{L} x - a^2 \right] + \frac{1}{4} \frac{G_c}{c_1+c_2} \left[ \frac{c_1^2}{L} x - \frac{c_2^2}{L} x - (x-L+c_2)^2 \right]$$

计算应力同使用中实际应力很难完全符合。典型轻型货车车架纵梁在碎石路上实测应力如图 18-3-19。

(2) 局部扭转应力

相邻两横梁如果都同纵梁翼缘连接，扭矩  $T$  作用于该段纵梁的中点，则在开口断面梁中扇性应力可按下式计算：

$$\sigma_w = \frac{BW}{I_w}$$

式中  $I_w$  —— 扇性惯性矩；

$W$  —— 扇性坐标；

对于槽形断面  $W = \frac{hb}{2} \times \frac{h+3b}{h+6b}$

对于工字形断面  $W = -\frac{hb}{4}$

$B$  —— 双力矩，沿杆件长度的分布情况如图 18-3-20a 所示。 $B$  的最大值在杆件的中点和两端为：

$$B_{max} = \frac{TL}{2} n$$

$n$  ——  $kL$  的函数，有专门表格可查，见参考文献 [19]，而  $kL = L \sqrt{\frac{GI_c}{EI_w}}$ ，当  $kL = 0 \sim 2.5$  时， $n = 0.25 \sim 0.22$ 。

扭矩  $T$  不在杆件中点时， $B$  的分布情况如图 18-3-20b， $\sigma_w$  沿杆件断面的分布特点同  $W$  相似，对于槽形断面如图 18-3-20c。

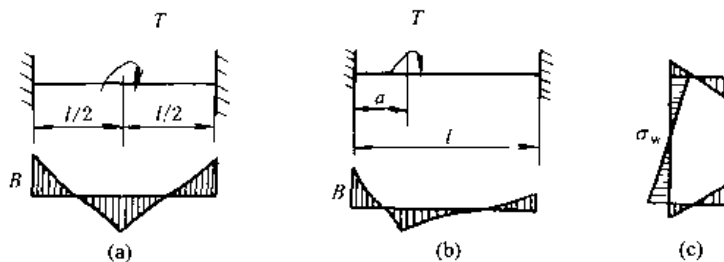


图 18-3-20 双力矩及扇形应力  $\sigma_w$  图

(3) 车架扭转时纵梁应力

如横梁同纵梁翼缘相连，则在节点附近，纵梁的扇性应力为：

当车架的弯曲度可略去不计时

$$\sigma_w = \alpha \frac{E\alpha}{L} \times \frac{W}{l}$$

式中  $E$  —— 弹性模量；

$\alpha$  —— 车架轴间扭角；

- $L$ ——汽车轴距；
- $l$ ——节点间距；
- $a$ ——系数，当  $kL=0$  时， $a=6$ ； $kL=1\sim 2$  时， $a=5.25$ 。

车架扭转时，纵梁还将出现弯曲应力，须和  $\sigma_x$  相加。典型中型货车车架扭转时纵梁应力如图 18-3-21、

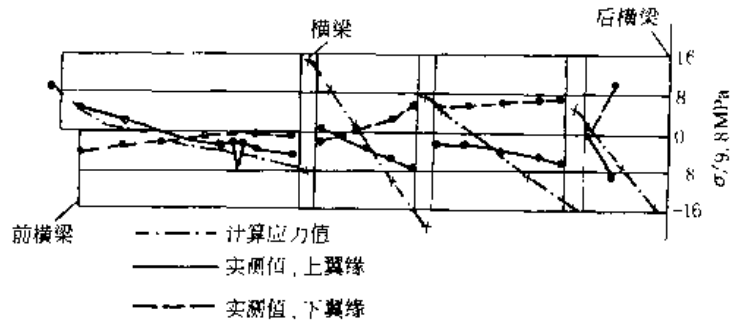


图 18-3-21 典型中型货车车架扭转应力

上述计算方法将汽车车架简化成为两根互不相干的纵梁，用简支梁理论计算其弯曲强度。实际车架是空间结构，其弯曲必然要引起扭转，而车架的危险工况是扭转而不是弯曲，因此，20 世纪 50 年代开始对车架进行抗扭转的计算分析。这种计算方法假定车架在扭转时不发生弯曲变形，并假定在扭转时各构件的单位扭角相等。这些假定都不符合实际情况，而且只能计算扭转工况，不能计算扭转与弯曲联合作用工况，计算时也不能考虑车架上的油箱、蓄电池、备胎的载荷影响及悬架支承的局部载荷影响，所以计算的结果仍然误差很大，只能供初选数据时分析比较用。

近年来电子计算机的应用发展很快，用有限元法来计算车架将可以得到较接近实际应力分布情况的数值解。

### 2.4 弹性支座上的连续梁

在工程结构中常会遇到支承在弹性支座上的连续梁，在载荷的作用下，各个支座有弹性伸长或缩短，即支点处产生竖直位移。一般考虑支点的伸缩量与支点反力的大小成正比。例如在以连续梁作为纵梁，而此纵梁又支承在具有弹性的横梁上；连续梁浮桥支承在浮动桥墩上；矿山用振动放矿机的机架支承在橡胶弹簧上等。在必须作较精确计算时，就要按弹性支座来计算。设图 18-3-22a 所示的连续梁支承在弹性支座上，其各跨的截面相同，跨度相等，支座的柔度系数  $C$ （即弹簧在单位力作用下的伸缩量）相等。

写出在支点  $n$  之上的截面内弯力  $M_n$  作用方向内的相对角位移等于零的正则方程式  $\theta_n = 0$ 。这个相对角位移包括两部分。第一部分是在刚性支承的连续梁中，弯力  $M_n$  方向内的相对角位移。它包括以下几项：

$$M_{n-1}\delta_{n,n-1} + M_n\delta_{n,n} + M_{n+1}\delta_{n,n+1} + \Delta_{np} = \frac{l}{6EI}M_{n-1} + \frac{2l}{3EI}M_n + \frac{l}{6EI}M_{n+1} + \frac{1}{EI}(B_n^\phi + A_{n+1}^\phi) \quad (18-3-5)$$

这一部分的相对角位移仅受到支点  $n$  左右二跨上的弯力与载荷的影响。

其中 
$$B_n^\phi = \frac{\Omega_n a_n}{l_n} \quad (18-3-6)$$

$$A_{n+1}^\phi = \frac{\Omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \quad (18-3-7)$$

式中  $\Omega_n$  与  $\Omega_{n+1}$  分别为在跨度  $l_n$  与  $l_{n+1}$  内由于载荷所引起的力矩图面积； $a_n$  与  $b_{n+1}$  分别为这两个力矩图面积的重心至各该跨度的左支点与右支点的距离。

式 (18-3-6) 表示将  $\Omega_n$  视作在跨度  $l_n$  内的虚梁载荷，跨度  $l_n$  内的右端虚梁反力；式 (18-3-7) 表示将  $\Omega_{n+1}$  视作为跨度  $l_{n+1}$  内的虚梁载荷，跨度  $l_{n+1}$  内左端的虚梁反力。

在弯力  $M_n$  作用方向内所产生的相对角位移数值的第二部分，是由于支点的竖直位移所引起的。弯力与载荷不仅直接产生在  $M_n$  方向内的相对角位移，并且能够使弹簧伸缩而间接地影响到  $\theta_n$  的数值。图 18-3-22b 表示在单位力  $\bar{M}_{n-2}=1$  作用下，基本结构的支点位移与受力情形。在支点  $n-1$  处的反力为  $1/l$ ，它使该处的弹簧压缩  $C/l$  的数值，从而使跨度  $l_n$  转动，因此在  $M_n$  作用方向内产生一相对角位移  $\frac{C}{l} \times \frac{1}{l} = \frac{C}{l^2}$ 。图 18-3-22c 表示在单位力  $\bar{M}_{n-1}=1$  作用下，基本结构的支点位移与受力情形；由此可得，在  $M_n$  作用方向内的相对角位移为  $-\frac{3C}{l^2} -$

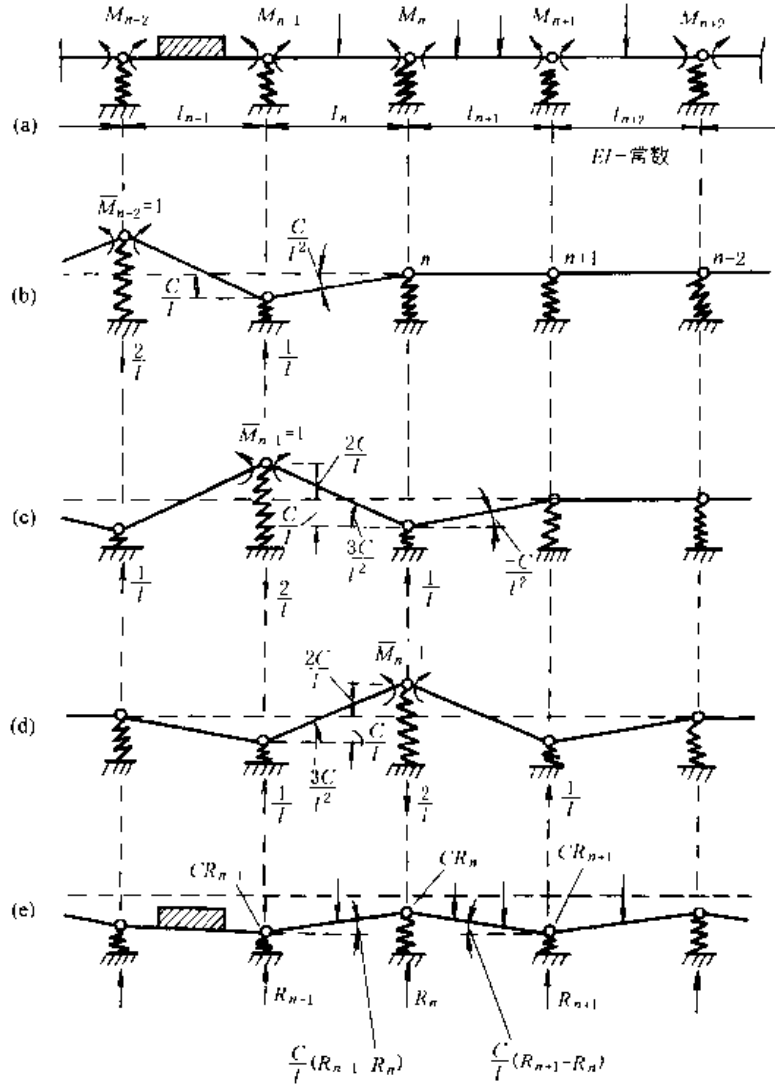


图 18-3-22

$\frac{C}{l^2} = -\frac{4C}{l^2}$ 。由图 18-3-22d 可知，在单位力  $M_n = 1$  作用下， $M_n$  作用方向内的相对角位移为  $2 \times \frac{3C}{l^2} = \frac{6C}{l^2}$ 。至于在  $\bar{M}_{n+2} = 1$  与  $\bar{M}_{n+1} = 1$  作用下，支点位移对  $\theta$  的影响是与支点  $n$  相对称的，它们的数值分别为  $\frac{C}{l^2}$  与  $-\frac{4C}{l^2}$ 。图 18-3-22e 表示在载荷作用下，基本结构的支点位移与受力情形，其中  $R_{n-1}$ 、 $R_n$ 、 $R_{n+1}$  分别为在载荷作用下支点  $n-1$ 、 $n$ 、 $n+1$  的简支梁反力；它们使各该支点处的弹簧缩短  $CR_{n-1}$ 、 $CR_n$ 、 $CR_{n+1}$ ，从而在  $M_n$  作用方向内产生一相对角位移  $\frac{C}{l}(R_{n-1} - 2R_n + R_{n+1})$ 。由上述可知，第二部分的相对角位移受到支点  $n$  左右四个跨度上的冗力与载荷的影响。其他跨度上的冗力与载荷并不影响  $\theta_n$ 。

以上两部分相对角位移之和，即为  $\theta_n$  的总值，按诸力法原理，它应该等于零。故得：

$$\frac{C}{l^2} M_{n-2} + \left( \frac{l}{6EI} - \frac{4C}{l^2} \right) M_{n-1} + 2 \left( \frac{l}{3EI} + \frac{3C}{l^2} \right) M_n + \left( \frac{l}{6EI} - \frac{4C}{l^2} \right) M_{n+1} + \frac{C}{l^2} M_{n+2} + \frac{B_n^\phi + A_{n+1}^\phi}{EI} + \frac{C}{l} (R_{n-1} - 2R_n + R_{n+1}) = 0 \quad (18-3-8)$$

令  $\frac{6EIC}{l^3} = \alpha$ ，则在各项乘以  $\frac{6EI}{l}$  之后，上式可改写为五弯矩方程：

$$\alpha (M_{n-2} + M_{n+2}) + (1-4\alpha) (M_{n-1} + M_{n+1}) + (4+6\alpha) M_n = -\frac{6B_n^\phi}{l} - \frac{6A_{n+1}^\phi}{l} - \alpha l (R_{n-1} - 2R_n + R_{n+1}) \quad (18-3-9)$$

在第  $n$  个支点处，弹性支承的下沉量  $\Delta_n$  为：

$$\Delta_n = \frac{C}{l} (M_{n-1} - 2M_n + M_{n+1} + R_n l) \quad (18-3-10)$$

由上两公式可知，在  $\alpha = 0$  的情况下，式 (18-3-9) 与刚性支承的连续梁三弯矩方程式相符合；而由式 (18-3-10) 得  $\Delta_n = 0$ 。

例 图 18-3-23a 为一搁置于橡胶块 A、B、C 上的振动放矿机槽台的载荷分布图。图 18-3-23b 为槽台构件组合截面的基本结构参数，求弹性支座上连续梁的支点反力 A、B、C。反力求出后则整个构体的强度皆可设计<sup>①</sup>。

载荷：

集中力  $P_B = 14050\text{N}$ ；

均布力  $Q_1 = 298.5\text{N/cm}$ ， $Q_2 = 153.6\text{N/cm}$ ， $Q_3 = 142.1\text{N/cm}$ ， $Q_4 = 76.6\text{N/cm}$ ， $Q_5 = 12.0\text{N/cm}$ 。

图中尺寸： $A_2 = 67\text{cm}$ ， $L_A = 60\text{cm}$ ， $L_2 = 0$ ， $L_1 = 73\text{cm}$ ， $L_2 = 74\text{cm}$ ， $L_3 = 73\text{cm}$ ， $H_1 = 1\text{cm}$ ， $B_2 = 86\text{cm}$ ，槽钢截面参数：惯性矩  $J_1 = 2 \times 11.872 = 23.744\text{cm}^4$ ，面积  $F_1 = 2 \times 8.44 = 16.88\text{cm}^2$ ，截面形心至 x 轴距离  $y_1 = 1.36\text{cm}$ 。槽板截面参数：惯性矩  $J_2 = B_2 H_1^3 / 12 = 7.167\text{cm}^4$ ，面积  $F_2 = B_2 H_1 = 86\text{cm}^2$ ，截面形心至 x 轴距离  $y_2 = 4.5\text{cm}$ 。

组合截面参数：组合截面形心至 x 轴距离  $y_A = (F_1 y_1 + F_2 y_2) / (F_1 + F_2) = 3.985\text{cm}$ 。

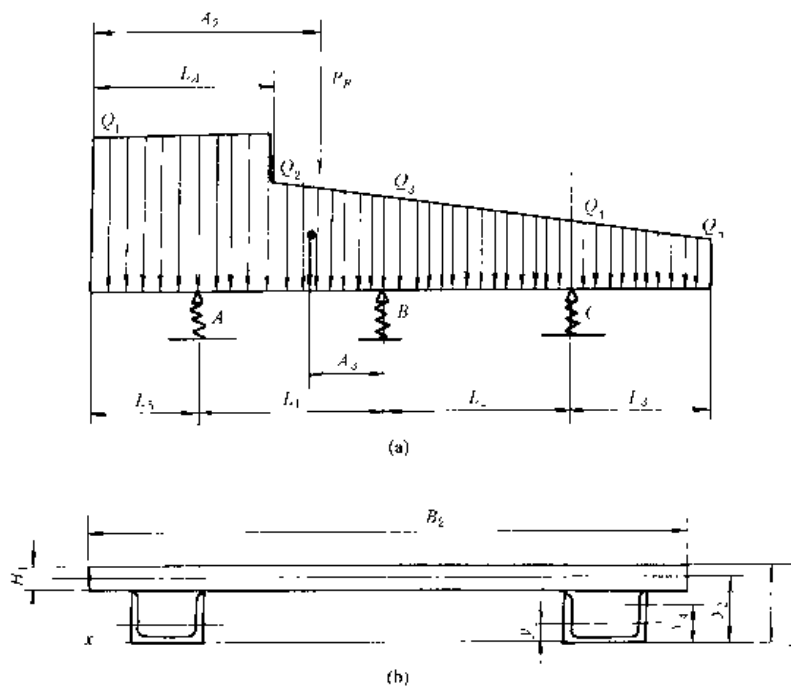


图 18-3-23

惯性矩  $J = J_1 + J_2 + F_1 (y_A - y_1)^2 + F_2 (y_A - y_2)^2 = 170.034\text{cm}^4$ 。

截面材料弹性模量  $E = 2.1 \times 10^5 \text{MPa} = 2.1 \times 10^7 \text{N/cm}^2$ 。

橡胶块的静刚度  $K_1 = 17380\text{N/cm}$ ；柔度系数  $G = \frac{1}{K_1} = 0.0000575\text{cm/N}$ 。

本问题的求解不能直接套用上述的五弯矩方程。因为五弯矩方程提供的是等跨度  $l_{n-1} = l_n = l_{n+1}$  的计算公式。本题为不等跨的弹性支承连续梁。因此式 (18-3-8) 需作修改，主要是对多余力  $M_n$  作用方向内所产生的相对角位移数值的第二部分，即式

(18-3-8) 中带  $\frac{C}{l^2}$  部分的各值进行修改：由图 18-3-22b 可知，在单位力  $\bar{M}_{n-2} = 1$  作用下，在支点的反力为  $1/l_{n-1}$ ，它使该弹簧

变形为  $C/l_{n-1}$ ，因此，使  $l_n$  跨转动，在  $M_n$  作用方向内产生一相对角位移： $\frac{C}{l_{n-1}} \times \frac{1}{l_n} = \frac{C}{l_{n-1} l_n}$ ；由图 18-3-22c 可知，在单位力

$\bar{M}_{n-1} = 1$  作用下， $M_n$  方向内产生的相对角位移为  $-\frac{3C}{l_n^2} - \frac{C}{l_n l_{n+1}}$ ；由图 18-3-22d 可知，在单位力  $\bar{M}_n = 1$  作用下，在  $M_n$  作用方向

产生的相对角位移为  $\frac{3C}{l_n^2} + \frac{3C}{l_{n+1}^2} = \frac{3C(l_{n+1}^2 + l_n^2)}{l_n^2 l_{n+1}^2}$ ；在  $\bar{M}_{n+1} = 1$  和  $\bar{M}_{n+2} = 1$  作用下，支点位移对  $M_n$  作用方向产生的角位移参照上

面的式子（即  $\bar{M}_{n-1} = 1$ ， $\bar{M}_{n-2} = 1$  所产生的角位移公式， $l_n$  与  $l_{n+1}$  替换， $l_{n+2}$  替换  $l_{n-1}$ ）分别为： $\frac{-3C}{l_{n+1}^2} - \frac{C}{l_n l_{n+1}}$  和  $\frac{C}{l_{n+1} l_{n+2}}$ 。

由此，对比式 (18-3-8)，可得不等跨弹性支承连续梁的五弯矩方程：

① 本例已于振动放矿机系列设计中实际应用。

$$\begin{aligned} \frac{C}{l_{n-1}l_n} (M_{n-2}) + \left( \frac{l_n}{6EJ} - \frac{3C}{l_n^2} - \frac{C}{l_n l_{n-1}} \right) M_{n-1} + \left[ \frac{l_n + l_{n+1}}{3EJ} + \frac{3(l_n^2 + l_{n+1}^2)}{l_n^2 l_{n+1}^2} \right] M_n + \\ \left( \frac{l_{n+1}}{6EJ} - \frac{3C}{l_{n+1}^2} - \frac{C}{l_n l_{n+1}} \right) M_{n+1} + \frac{C}{l_{n+2}l_{n+1}} M_{n+2} + \frac{B_n^0 + A_{n+1}^0}{EJ} \\ + \frac{CR_{n-1}}{l_{n-1}} - 2R_n \frac{C}{l_n} + R_{n+1} \frac{C}{l_{n+1}} = 0 \end{aligned} \quad (18-3-11)$$

本题为三支点梁, 因而  $M_{n-2} = 0$ ,  $M_{n+2} = 0$ , 上式可大为简化, 并令  $R_A$ 、 $R_B$ 、 $R_C$  表示  $R_{n-1}$ 、 $R_n$ 、 $R_{n+1}$ ,  $M_A$ 、 $M_B$ 、 $M_C$  表示  $M_{n-1}$ 、 $M_n$ 、 $M_{n+1}$ ,  $L_1$ 、 $L_2$  表示  $l_n$ 、 $l_{n+1}$ , 则可得

$$\begin{aligned} \left( \frac{L_1}{6EJ} - \frac{3C}{L_1^2} - \frac{C}{L_1 L_2} \right) M_A + \left[ \frac{L_1 + L_2}{3EJ} + \frac{3C(L_1^2 + L_2^2)}{L_1^2 L_2^2} \right] M_B + \left( \frac{L_2}{6EJ} - \frac{3C}{L_2^2} - \frac{C}{L_1 L_2} \right) M_C + \\ \frac{B_n^0 + A_{n+1}^0}{EJ} + \frac{C}{L_1} R_A - \left( \frac{C}{L_1} + \frac{C}{L_2} \right) R_B + \frac{C}{L_2} R_C = 0 \end{aligned} \quad (18-3-12)$$

该方程中首先要推求槽台构件按简支梁计算的支座反力 (见图 18-3-23a):

$$R_A = \frac{Q_1 L_A \times (L_5 + L_1 - L_A/2)}{L_1} + \frac{(L_5 + L_1 - L_A)^2 (Q_3 + 2Q_2)}{6L_1} + \frac{P_B (L_5 + L_1 - A_2)}{L_1} \quad (18-3-13)$$

$$\begin{aligned} R_B = \frac{Q_1 L_A \left( \frac{L_A}{2} - L_5 \right)}{L_1} + \frac{P_B (A_2 - L_5)}{L_1} + \frac{(Q_2 + Q_3)}{2} (L_5 + L_1 - L_A) \left( \frac{L_1 - A_3}{L_1} \right) + \\ \frac{L_2 (Q_4 + 2Q_5)}{6} - \frac{(2Q_5 + Q_4)L_2^2}{6L_2} \end{aligned} \quad (18-3-14)$$

式中  $A_3$  为梯形载荷  $Q_2$ 、 $Q_3$  的重心距离 (见图 18-3-23),

$$\begin{aligned} A_3 = (L_1 + L_5 - L_A) \cdot \frac{(2Q_2 + Q_3)}{3(Q_2 + Q_3)} \\ R_C = \frac{(2Q_5 + Q_4)(L_2 + L_3)^2}{6L_2} \end{aligned} \quad (18-3-15)$$

将已知数据代入, 可求得:

$$R_A = 11878\text{N}; R_B = 25247\text{N}; R_C = 8084\text{N}$$

然后, 还要求出梁上虚载荷在  $B$  点反力, 由式 (18-3-6) 及式 (18-3-7), 按  $L_2$  跨内载荷引起的力矩图面积载荷对  $B$  的虚反力  $A_{n+1}^0$ , 及按  $L_1$  跨内载荷引起的力矩图载荷对  $B$  点的虚反力  $B_n^0$  (可分别查图表):

$$\text{对 } L_2 \text{ 跨: } A_{n+1}^0 = L_2^2 (7Q_4 + 8Q_5) / 360$$

对  $L_1$  跨: 按图 18-3-23a, 梁上载荷分四部分分别查表: ①局部均布载荷  $Q_1$ ; ②局部均布载荷  $Q_3$ ; ③局部三角形载荷 ( $Q_2 - Q_3$ ); ④集中力  $P_B$  为简化起见, 令  $a = L_A - L_5$ ,  $b = L_1 + L_5 - L_A$ ,  $a_1 = A_2 - L_5$ ;  $b_1 = L_1 + L_5 - A_2$ ,  $\alpha = a/L_1$ ,  $\beta = b/L_1$ ,  $\alpha_1 = a_1/L_1$ , 查表得:

$$B_n^0 = \frac{Q_1 a^2 L_1}{24} (2 - \alpha^2) + \frac{Q_3 b^2 L_1}{24} (2 - \beta)^2 + \frac{(Q_2 - Q_3) b^2 L_1}{360} (40 - 45\beta + 12\beta^2) + \frac{P_B a_1 b_1 (1 + \alpha_1)}{6}$$

将已知数据代入后, 得  $A_{n+1}^0 = 1883166\text{N}\cdot\text{cm}^2$ ,  $B_n^0 = 6389617\text{N}\cdot\text{cm}^2$

从图 18-3-23 可看出, 只有三个支点, 真实弯矩  $M_A$ 、 $M_C$  可直接求得:

$$\begin{aligned} M_A &= -Q_1 L_1^2 / 2 = 0 \\ M_C &= -(Q_4 + 2Q_5) L_2^2 / 6 = 89350\text{N}\cdot\text{cm} \end{aligned}$$

由式 (18-3-12) 即可求得  $M_B$ :

$$\begin{aligned} M_B = \left[ \left( \frac{3C}{L_2^2} + \frac{C}{L_1 L_2} - \frac{L_2}{6EJ} \right) M_C + \left( \frac{3C}{L_1^2} + \frac{C}{L_1 L_2} - \frac{L_1}{6EJ} \right) M_A - \frac{B_n^0 + A_{n+1}^0}{EJ} - \right. \\ \left. \frac{C}{L_1} R_A + \left( \frac{C}{L_1} + \frac{C}{L_2} \right) R_B - \frac{C}{L_2} R_C \right] / \left[ \left( \frac{L_1 + L_2}{3EJ} + \frac{3C(L_1^2 + L_2^2)}{L_1^2 L_2^2} \right) \right] \\ = 322246\text{N}\cdot\text{cm} \end{aligned}$$

支座反力  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为:

$$\begin{aligned} A &= R_A + (M_B - M_A) / L_1 = 16292\text{N} \\ B &= R_B - M_B / L_1 - M_B / L_2 + M_C / L_2 + M_A / L_1 = 17685\text{N} \\ C &= R_C + (M_B - M_C) / L_2 = 11231\text{N} \end{aligned}$$

真实反力和弯矩都已求出, 槽台强度校核即可进行, 橡胶块变形也可算得。

对于每侧有 5 个橡胶块的槽台计算方法同上。但必须得到中间三个支点的弯矩方程, 联立求解 3 个方程即可求得三个弯矩, 然后再求出 5 个支点的反力。

## 第 4 章 桁架的设计与计算

结点视为铰接，不传递扭矩的机架即为桁架。桁架可以是静定的或超静定的。在工程中许多机架的计算往往可简化为桁架的计算，使内力分析和挠度的计算很简便。在各种杆件的连接中，各种结点都具有一定的刚性，在杆端或多或少存在力矩，严格说不算是铰。由各种原因产生的杆端力矩所引起的内力为次应力。但从实验和计算结果得知，当较长杆件的截面宽度不大于节间长度的  $1/10$  时，桁架的次应力是较小的，所以只讨论桁架的基本内力。

### 1 静定梁式平面桁架的分类

(1) 桁架可按其弦杆的轮廓形状分为以下几种。

① 平弦桁架 其上下弦杆是互相平行的直杆 (图 18-4-1a)。

② 曲弦桁架 其轮廓线上的各结点中心，位于按某种规律变化的曲线上，例如圆弧形 (图 18-4-1b) 抛物线形 (图 18-4-1c) 等。

③ 折弦桁架 其上弦或下弦为折线形，或上下弦均为折线形，这种折线的形状，常决定于结构的理论分析以及在建造上或美观上的要求。图 18-4-1d 所示的多角形桁架和图 18-4-1e 所示的三角形桁架都属于折弦桁架。

(2) 桁架也可以按其腹杆系统的繁简而分为简单腹杆桁架和复杂腹杆桁架。

具有单一的腹杆系统的桁架称为简单腹杆桁架，分为以下几类。

① N 式桁架 其腹杆系统由竖杆与斜杆相排列，使每个节间的腹杆形成正 N 形或反 N 形 (图 18-4-1b)。

② V 式桁架 其腹杆系统仅由斜杆组成，使每个节间的腹杆形成正 V 形或倒 V 形 (图 18-4-1a)。

③ K 式桁架 其腹杆系统中的竖杆将桁架分为若干节间，在每个节间有二根较短的斜杆，这两根斜杆的一端与节间一边的竖杆上下二端相连，而另一端则相交于节间另一边的竖杆的长度等分点处，使每个节间的腹杆形成正 K 形或反 K 形 (图 18-4-1f)。

在简单腹杆系统上叠加其他的腹杆系统或增加其他的腹杆，由此所形成的桁架，称为复杂腹杆桁架，它分为以下几类。

① 多重腹杆桁架 其腹杆系统由二个以上的同一类型的简单腹杆系统叠合而成。由二个同一类型的简单腹杆系统所形成的桁架，可称为双重腹杆桁架。图 18-4-1g 所示的双重腹杆桁架，包含着二个 N 式腹杆系统；图 18-4-1b 所示者具有二个 V 式腹杆系统；图 18-4-1i 为一多重腹杆桁架，包含八个 V 式腹杆系统，包含在复杂腹杆中。

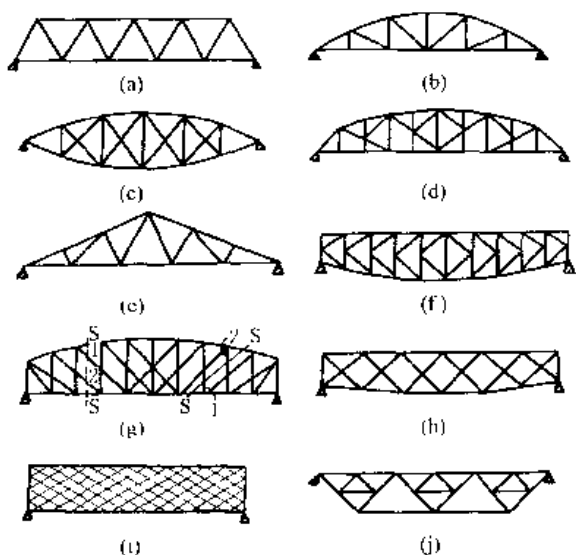


图 18-4-1

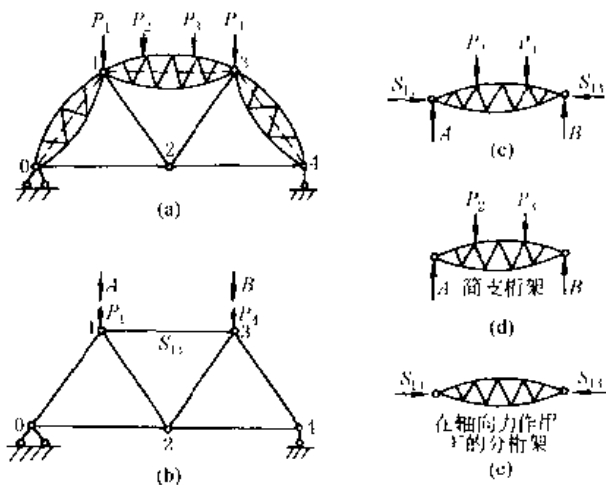


图 18-4-2

的简单腹杆系统的数目取决于桁架的挺直截面，被截面所切断的腹杆数目即为腹杆系统的数目。例如图 18-4-1g 所示的桁架，按截面  $SS$ ，显然知其具有两个腹杆系统，因为该截面切断两根斜杆或两根竖杆。

② 再分桁架 在一个简单腹杆桁架内增添一些杆件或增添一些小桁架，把原有的几个人节间分割成为数目更多的小节间；或用一个或几个独立静定稳定的小桁架来代替简单桁架中一个或几个杆件，这样形成的桁架，称为再分桁架。如图 18-4-1d 及图 18-4-1j 所示。

如图 18-4-2 所示的这些分桁架称为分桁架。如载荷仅作用于主桁架的结点处，则引入分桁架后不改变其受力情形。如载荷作用在结点之间如图中  $P_2$ 、 $P_3$ ，则取出 13 杆，将其看做是简支梁和受轴向力的杆件，反力  $A$ 、 $B$  加于结点 1、3 之上。为了避免杆件 13 受挠，将 13 做成分桁架，使载重弦的大节间再分成几个小节间，并使大节间内的载荷作用在分节间的诸点上，如图 18-4-2c 所示。受力分析如图所示。按常规方法进行。

## 2 桁架的结构

### 2.1 桁架结点

由于桁架结点在理论上都假定为铰接，不传递力矩，在设计桁架的结点时，应使所有被连接构件的几何轴线都汇集于一点，防止偏心承载（图 18-4-3）。为了便于制造和管理，通常各杆件和结点的结构尽量做到系列化和标准化，不同规格数列尺寸应最少；连接角焊缝的焊脚高度尽量统一；结点板的形状应有利于力流的传递、减少应力集中和便于制造（图 18-4-3a~d）。特别是承受动载荷的结点，宜用嵌入式的对接结点板，拐角处应圆滑过渡，使对接焊缝移到过渡圆弧以外（见图 18-4-3b、f、g）。杆件与结点板的搭接，不许只用端面角焊缝，承受动载荷的桁架结点，应三面围焊。结点板边界与杆件轴线的夹角不得小于  $20^\circ$ ，杆件的相互距离不小于  $10 \sim 20\text{mm}$ ，避免焊缝重叠（图 c）。承受静载荷的结点，可用图 18-4-3a、c、d、e、h 的结构。图 18-4-3i、j 为节点上有转折的弦杆的拼接。图 18-4-3j 说明如弦杆外形有凹角，则节点板不可做成有凹角，应用直线形成边界。

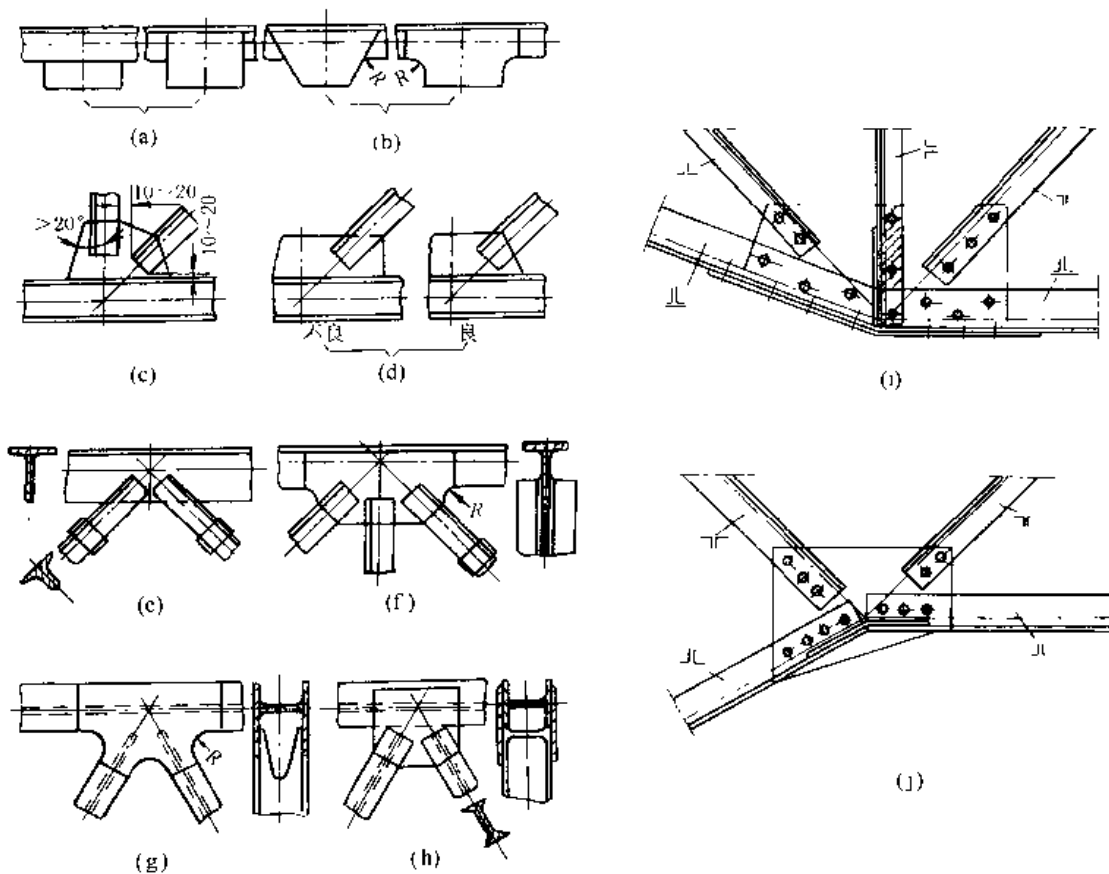
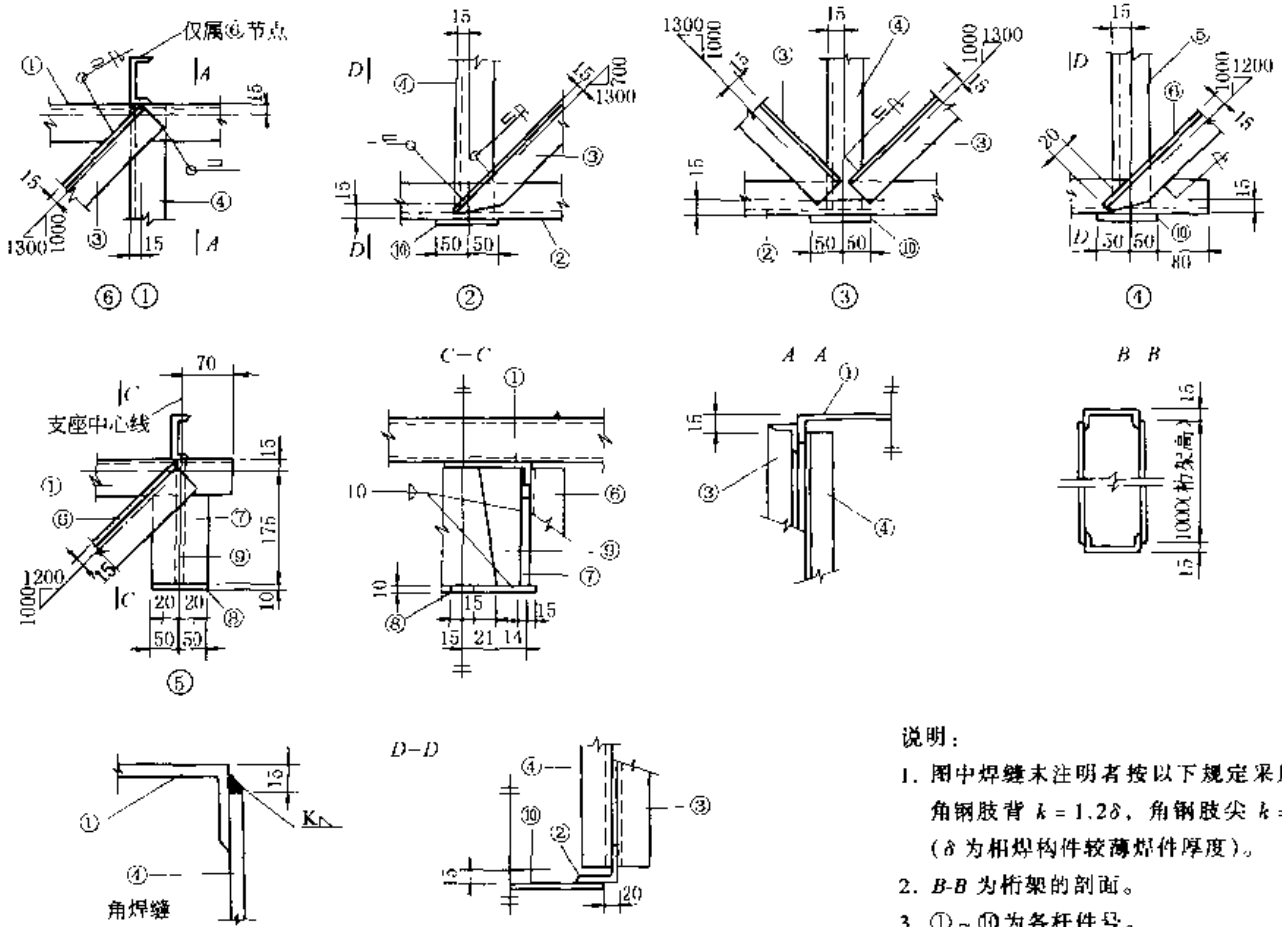


图 18-4-3 焊接桁架的结点

图 18-4-4 为架设管子用的桁架（跨度  $16 \sim 18\text{m}$ ）的各结点图。



说明：  
 1. 图中焊缝未注明者按以下规定采用：  
 角钢肢背  $k = 1.2\delta$ ，角钢肢尖  $k = \delta$   
 ( $\delta$  为相焊构件较薄焊件厚度)。  
 2. B-B 为桁架的剖面。  
 3. ①~⑩为各杆件号。

图 18-4-4 桁架（跨度 16~18m）结点图

## 2.2 管子桁架

管子桁架的优点是管子的惯性半径各向相等，稳定性好，刚性较大，相对重量轻，对风阻力小，容易防锈。但造价贵，管端形状复杂，焊前准备和焊接施工都较困难。

管子桁架结点的设计除前述要求外，还应注意：管端的焊缝要求密封，避免水或潮气进入，引起锈蚀而降低寿命。管壁通常较薄，要防止局部失稳而产生塌皱。

图 18-4-5 是管子桁架焊接结点的典型结构。图 a 是直接焊接的，要求  $d \geq \frac{D}{4}$ ；图 b 是带有筋板的；图 c 用补板提高局部刚性；图 d 使用连接板，可使管端形状统一；为了提高大型管子桁架结点的强度和刚性，可采用图 e 的结构；对于空间管子桁架结点，应采用球形或其他立体形状的连接件（见图 f 和 g），这样备料和焊接施工均较方便。

还要特别指出管截面的拼接，图 18-4-6 所示为最常用结构。

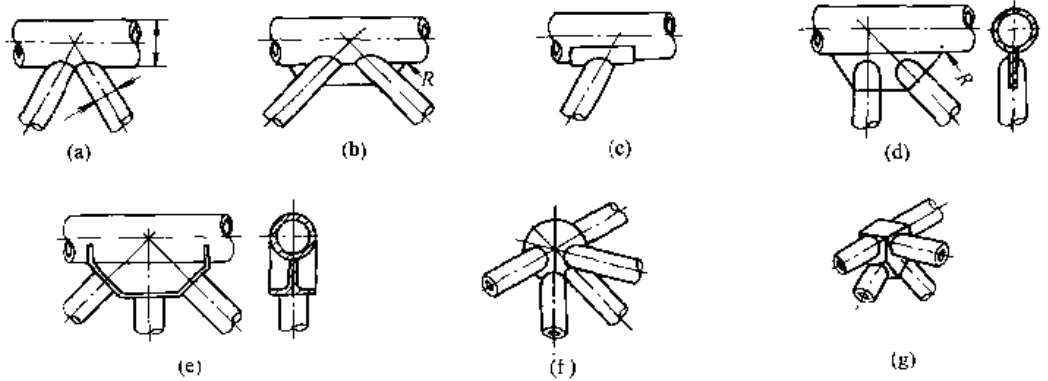


图 18-4-5 管子桁架的结点



图 18-4-6a 是两个截面边缘用对接缝简单制造的连接, 它构成一个无绕道而清楚的力流, 但由于根部不能焊透, 疲劳强度值很差。如按图 18-4-6b 插入一个环, 可使强度提高一定程度。图 18-4-6c 和 d 的构造很一般, 当然贴角缝连接有一定的缺点。

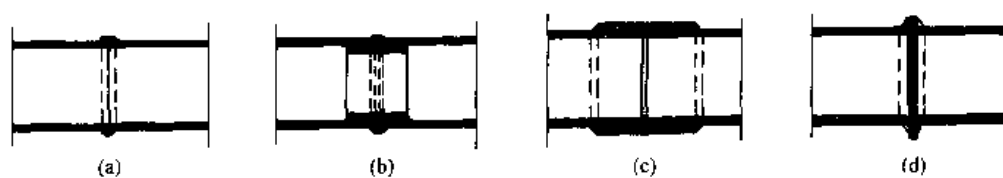


图 18-4-6 管截面的拼接

## 2.3 几种桁架的结构形式、参数和自重

### (1) 结构形式

图 18-4-7 ~ 图 18-4-9 为几种桁架的结构形式。

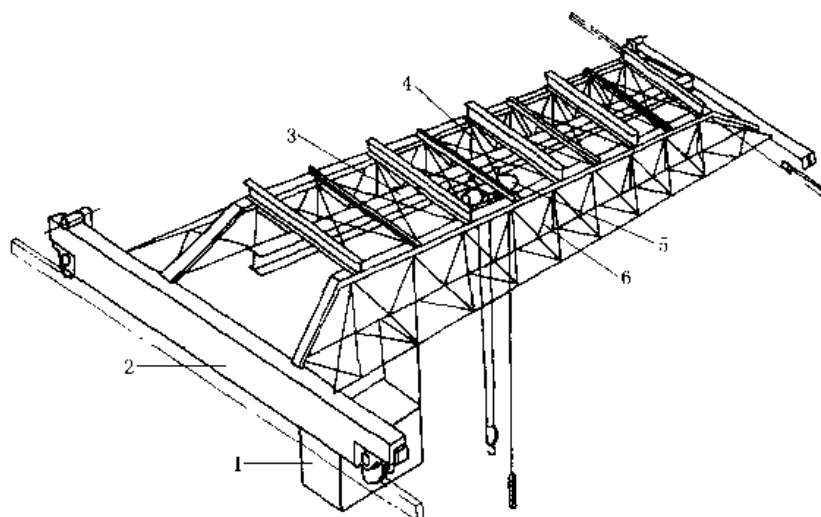


图 18-4-7 工字钢在上部水平桁架下面的桁架式桥架

1—司机室; 2—端梁; 3—电动葫芦运行轨道工字钢; 4—上水平桁架; 5—电动葫芦; 6—垂直桁架

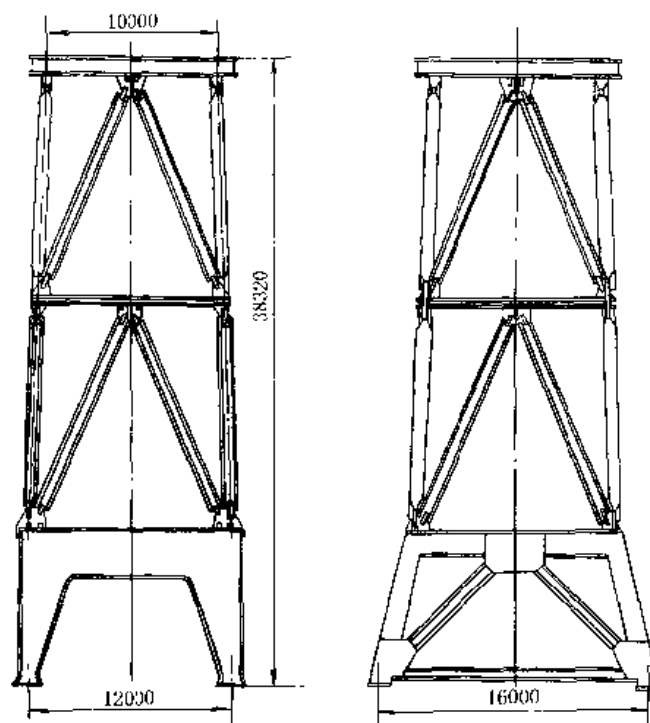


图 18-4-8  $Q = 150t$  门座起重机的八杆门架

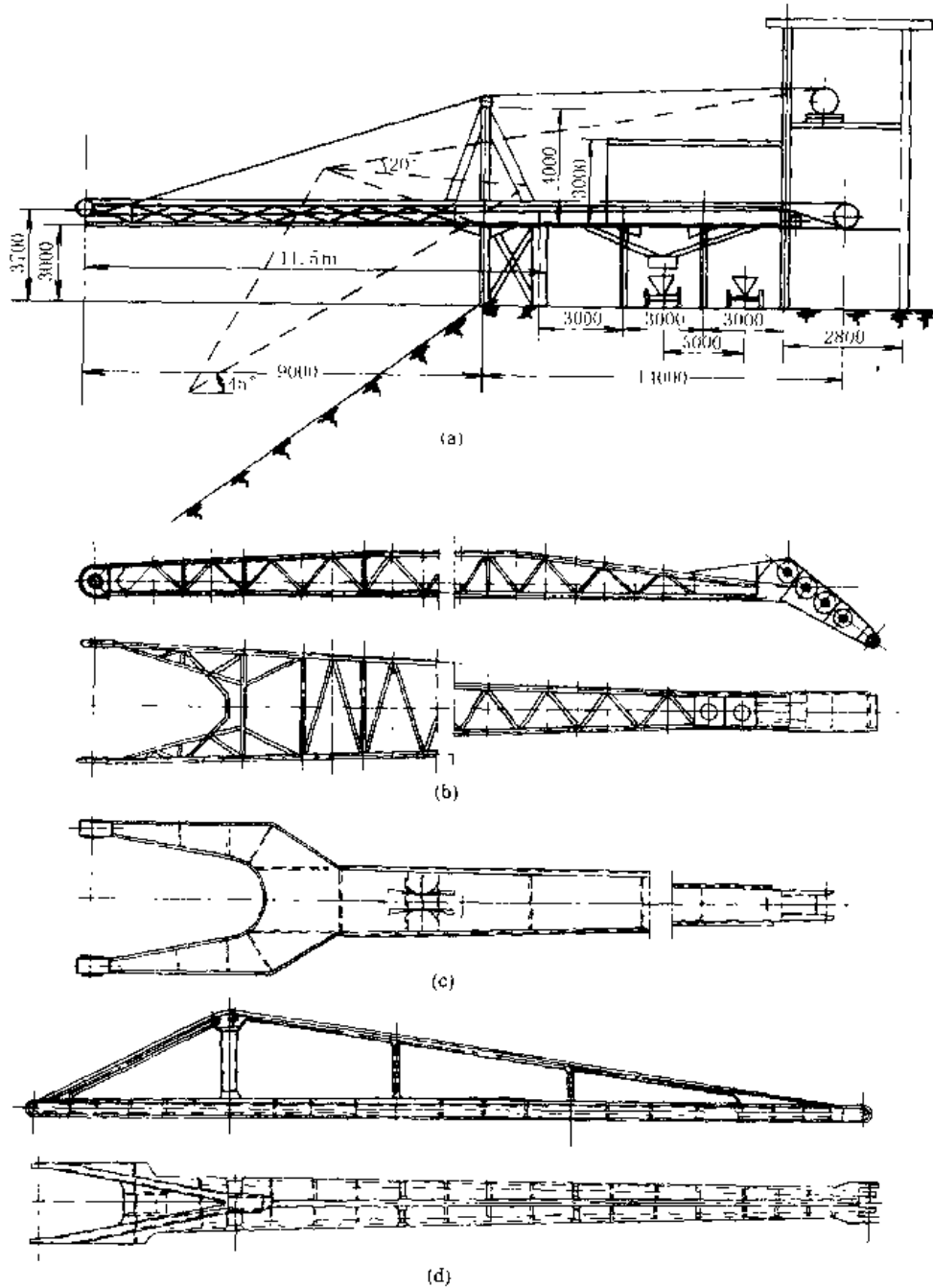


图 18-4-9 悬臂架结构

(a) 带宽 1.2m 的胶带输送机活动机头架；(b) 桁架式臂架结构；  
(c) 箱形截面主臂结构；(d) 桁架梁式主臂架（属超静定结构）

(2) 尺寸参数

由于桁架的结构形式的多样性，尺寸参数的变化较大，下面介绍主要的结构参数选择：

对于简支桁架，其高度  $h$  一般在  $\left(\frac{1}{8} \sim \frac{1}{10}\right)L$  ( $L$  为跨度) 范围内；

连续梁桁架的高度  $h$ ，一般在  $\left(\frac{1}{10} \sim \frac{1}{16}\right)L$  范围内；

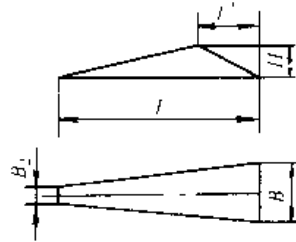
至于节间的尺寸，一般总是将节间距离做成同样大小，尽可能做成对梁中央是对称的杆件网络结构。节间距离一般为  $(0.8 \sim 1.7)h$ ，即腹杆对水平方向的倾斜角  $30^\circ \sim 50^\circ$  之间为合理，最大可达  $60^\circ$  ( $0.6h$ )。倾斜角太小，虽可使节间数减少，但腹杆长度增多，使节点板增大和受压弦杆屈折长度变长。对于大型桁架，必要时采用再分式来缩短受压弦杆。

表 18-4-1 为起重机悬臂架的外形尺寸参考值。

表 18-4-1

起重机悬臂架外形尺寸参考值

臂架类型		臂架几何参数			
		H/L	B <sub>1</sub> /L	B <sub>2</sub> /L	L'/L
单臂架		0.04 ~ 0.10	0.08 ~ 0.13	≤ 0.02	
带象鼻梁式	柔性拉索	0.06 ~ 0.10	0.09 ~ 0.16	0.03 ~ 0.06	0.13 ~ 0.43 <sup>①</sup>
	刚性拉杆	0.10 ~ 0.17	0.14 ~ 0.25	0.06 ~ 0.16	



① 对于大部分臂架取  $\frac{L'}{L} = 0.2 \sim 0.3$ 。

(3) 结构自重

下面除列出了装卸桥桁架主梁的自重外，还将箱形结构的龙门起重机的自重也一并列出，便于参考。

① 装卸桥 按图 18-4-10 和表 18-4-2 估计桥架主梁及支腿的自重。

② 龙门起重机的自重 龙门架主梁的自重  $G_q$ ；无悬臂时按同类型的桥式起重机桥架估计；有悬臂时， $Q \leq 80t$  的箱形双梁结构按下式估计：

$$G_q = \xi L_0 \sqrt{Q + G_s} \quad (18-4-1)$$

式中  $\xi$  —— 系数，对中型、轻级起重机  $\xi = 0.16$ ，重、特重级起重机  $\xi = 0.185$ ；

$L_0$  —— 桥架（包括悬臂长度在内）的全长，m；

$G_s$  —— 小车自重，t；

$Q$  —— 额定起重量，t。

③ L形支腿箱形单主梁（图 18-4-11a）龙门架的主梁自重按图 18-4-11b 估计。

④ 龙门架支腿的自重 箱形双梁支腿单位长度的自重约为桥架主梁单位长度自重的 0.2 ~ 0.4 倍（起升高度大时取大值）；箱形单梁按主梁单位长度自重的 0.7 ~ 0.8 倍选取。

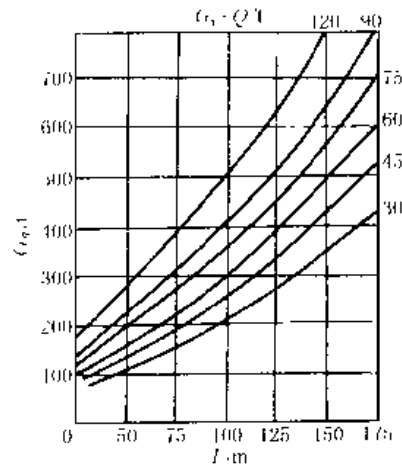
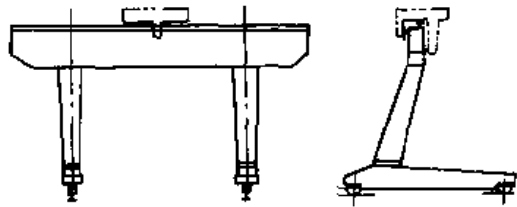


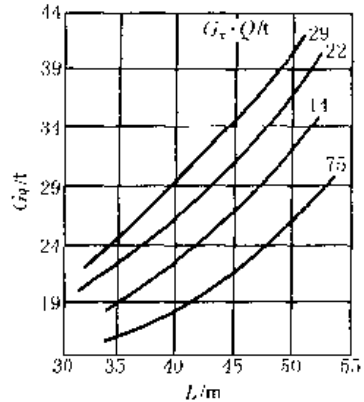
图 18-4-10 装卸桥桁架主梁自重曲线

表 18-4-2  $Q = 5t$  装卸桥桥架主梁单位长度的自重  $q$  及支腿单位高度的自重  $q'$

跨度 L /m	桥架全长 $L_0$ /m	桥架结构型式	满载小车自重 $Q + G_s$ /t	桥架主梁单位长度的自重 $q$ /t·m <sup>-1</sup>	支腿单位高度的自重 $q'$ /t·m <sup>-1</sup>	
					刚性	柔性
40	76	11 形桁架	22	0.95 ~ 1.05	0.8 ~ 0.9	0.45 ~ 0.5
46	76	箱形单梁	15.1	0.8 ~ 0.9	0.75 ~ 0.85	0.6 ~ 0.7
40	78	带附加弦杆的三角形截面桁架	13	0.4 ~ 0.5	0.65 ~ 0.7	0.45 ~ 0.5



(a) I型支腿龙门起重机



(b) I型支腿单箱形主梁桥架自重曲线

图 18-4-11

## 2.4 桁架的起拱度

桁架在自重和载荷作用下将产生变形，为了抵消此变形量，一般在桁架制造时造成一反向的拱度。桁架变形量（即挠度允许值）见第 2 章第 2 节刚度要求及第 3 章第 1 节梁的设计的 1.2。起拱变形一般采用抛物线函数或圆函数，使最大的反向起拱量与最大变形（挠度）相等。

## 3 静定平面桁架的内力分析

在进行桁架内力分析以前，应首先检查桁架的稳定性（已在第 1 章中谈及）。桁架杆件的强度计算除压杆应计算其稳定性外，其他无特殊要求。关于桁架杆件的稳定性计算，其计算长度的确定见第 5 章。

桁架内力分析法有三类：（1）解析法；（2）图解法；（3）机动法。各种方法详见结构力学。本文只简单介绍常用的解析法。在解析法中，又有力矩法、投影法、结点法、代替法、通路法及混合法。原理都是相同的，无非是用力或力矩的平衡  $\sum X = 0$ 、 $\sum Y = 0$  或  $\sum M = 0$  来求得桁架杆件的内力。问题是如何运用得法，使求解更为方便。

一般来说，在计算桁架各杆内力之前，已算出支承点的反力。反力的计算方法和梁的反力计算相同。

欲求桁架某一根或几根杆件的内力，必须把桁架截断成几部分。把其中一个或几个部分看成自由体，画上作用于其上的外力及内力，自由体在这些力的作用下维持静力平衡。

截断桁架的方法有以下两种。

① 截面法 作一截面将桁架切断成两部分，使每一部分的自由体形成一个平面力系。

② 结点法 截取一个结点为自由体，使其形成一平面共点力系。

结点法有两个方程式，截面法有三个方程式，所求的未知力分别为 2 和 3。截面选择得好，可使一个方程式只包括一个未知数，使计算简便。如果用力矩平衡来计算，即为力矩法  $\sum M = 0$ 。如果用力平衡来计算， $\sum X = 0$ 、 $\sum Y = 0$ ，即为投影法。联合应用即为混合法。

### 3.1 截面法（用力矩平衡法计算）

如图 18-4-12，求杆  $O_{24}$ 、 $D_{34}$ 、 $U_{35}$  内力。

作截面①-①，切断欲求内力的三根杆件，取截面的左边部分为自由体（图 18-4-12c），并在自由体上，除了反力和载荷外，还画上未知内力。这些内力在未求得其有向值以前，均假定为拉力。如果所得的结果为负值，则表明这个内力为压力。以杆件 34 和 35 的交点为力矩中心，写出  $\sum M_3 = 0$ ，得：

$$Aa_3 - P_2p_3 + O_{24}r_3 = 0$$

或 
$$O_{24} = -\frac{Aa_3 - P_2p_3}{r_3} = -\frac{M_3}{r_3} \quad (a)$$

同样，可以求得其他两根杆件的内力。以结点 4 为力矩中心，用  $\sum M_4 = 0$ ，得：

$$Aa_4 - P_2p_4 - U_{35}r_4 = 0$$

或 
$$U_{35} = \frac{Aa_4 - P_2 p_4}{r_4} = \frac{M_k}{r_4} \quad (b)$$

以杆件 24 和 35 的交点  $K$  为力矩中心, 用  $\sum M_k = 0$ , 得:

$$-Aa_k + P_2 p_k - D_{34} r_k = 0$$

或 
$$D_{34} = \frac{-Aa_k + P_2 p_k}{r_k} = \frac{M_k}{r_k} \quad (c)$$

力矩中心  $K$  落在跨度之外; 力矩  $M_k$  是可正可负的, 它的正负决定了杆件  $D_{34}$  是否受拉或受压。

### 3.2 截面法 (用力平衡法计算)

设一个截面切断某一桁架的三根杆件, 其中二杆互相平行, 则第三根杆件的内力就不能利用力矩法求得。这种情形, 在平弦桁架中常常遇到。例如在图 18-4-13a 所示平弦桁架中, 欲求竖杆  $V_{34}$  的内力。在载重弦节间 46 取截面①-①, 切断  $V_{34}$ ; 取截面以左的部分为自由体, 如图 18-4-13c 所示。取竖直轴为投影轴, 并利用  $\sum Y = 0$ , 就可求得竖杆内力为:

$$V_{34} = A - P_2 - P_4 = Q_{46} \quad (d)$$

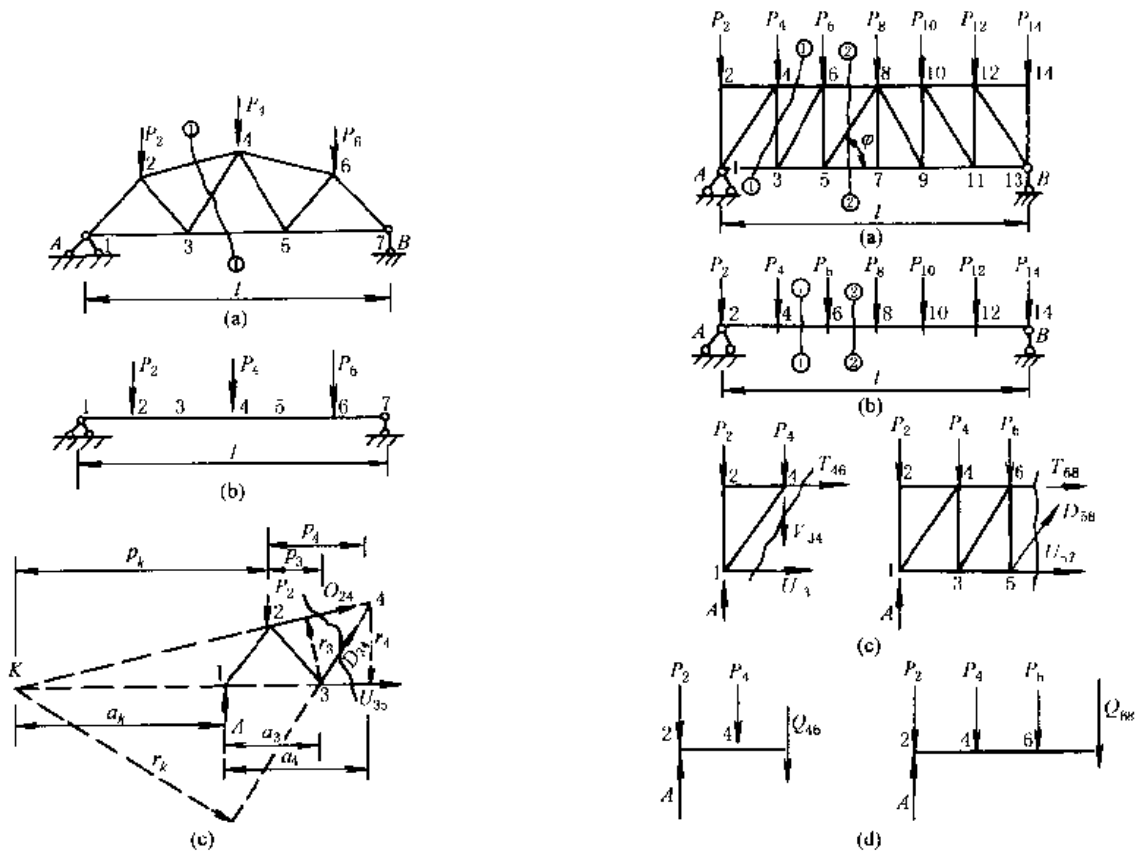


图 18-4-12

图 18-4-13

如果用一个同跨度简支梁来代替桁架, 把桁架各载重弦结点投影到梁上, 并令载荷作用于相对应的结点 (图 18-4-13b), 则简支梁节间 46 的剪力  $Q_{46}$  (图 18-4-13d) 与  $V_{34}$  (图 18-4-13c) 相等。因为  $Q_{46}$  是正的, 故  $V_{34}$  为拉力。

斜杆  $D_{58}$  与水平线成  $\varphi$  的倾角, 其内力可按截面②-②由桁架左部 (图 18-4-13c) 的平衡条件求得:

$$D_{58} = -\frac{A - P_2 - P_4 - P_6}{\sin \varphi} = -\frac{Q_{68}}{\sin \varphi}$$

$Q_{68}$  是载重弦节间 68 的简支梁剪力 (图 18-4-13d)。

$D_{58}$  的内力也可以用其竖直分力  $Y_{58}$  表示出来:

$$Y_{58} = D_{58} \sin \varphi = -(A - P_2 - P_4 - P_6) = -Q_{68}$$

### 3.3 结 点 法

设用一闭合截面，割取桁架中的某一结点为自由体，当在这个自由体上仅有二个未知内力时，则这两个未知内力的计算用结点法最为有利。

例如，在图 18-4-14a 所示的桁架中，仅有二根杆件 12 和 13 相交于结点 1，如割取结点 1 为自由体（图 18-4-14b），并用投影法，即可求得杆件 12 和 13 的内力如下：

$$O_{12} = -\frac{A}{\sin\varphi}$$

$$U_{13} = -O_{12}\cos\varphi$$

当三根杆件相交于一个结点时，一般地说，必须用其他方法先求出其中一根或二根杆件的内力，然后可以用结点法求出其他杆件的内力。然而，当三杆相交于一结点，而其中有二杆在同一直线内时，则第三杆内力仍可用结点法求出。在图 18-4-14a 中，杆件 23 的内力就是属于这种情形。取结点 3 为自由体（图 18-4-14c）；虽然下弦杆的内力不能在这个自由体上单独求得，然而  $V_{23}$  的内力可用  $\sum Y = 0$  算出：

$$V_{23} = P_3$$

以上计算中，采用了水平轴和竖直轴为投影轴。最合适的投影轴方向不一定是水平和竖直的，应视结构的具体情况而定

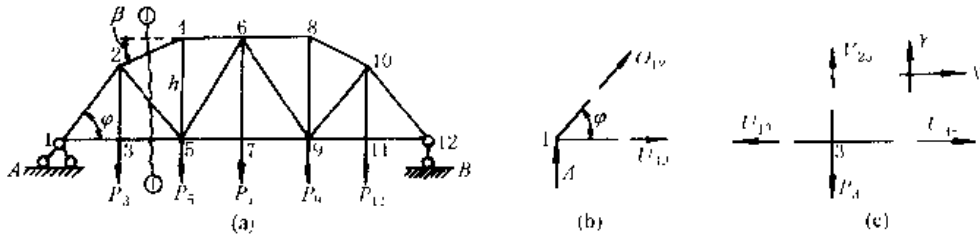


图 18-4-14

### 3.4 混 合 法

在比较复杂的桁架中，欲求某一杆件的内力，常常需要把结点法与截面法混合起来使用，或者一个方法需要连续使用几次。

图 18-4-15 为一多重腹杆桁架，欲求其中的杆件 47 的内力  $D_{47}$ 。作截面①-①，切断四根杆件，显然不能直接求得  $D_{47}$  的内力。如果用投影法求  $D_{47}$ ，那么就必须先算出  $D_{36}$ 。后者可于结点 1 和 6 处连续应用结点法二次而求得  $V_{36} = -P$ 。于是作截面①-①，用投影法得：

$$D_{47} = \frac{5P}{2\sin\varphi}$$

### 3.5 代 替 法

代替法或通路法都是用于计算复杂桁架的。在桁架中有许多结点处有三根杆件相交于一点，在无法用结点法或截面法来分析桁架内力时，可用代替法，不必解许多未知数的方程组，只需设法求出桁架杆件中某一杆的内力，则其他各杆的内力就容易算出了。

现举例说明如下。

为了计算某一杆 14 的内力  $X$ ，可将杆件 14 自桁架中截出，成为两个自由体（图 18-4-16b）。于是杆件 14 的内力  $X$  即作为外力而出现在截断处。这种做法，并不改变桁架的静力平衡条件，当然也不影响各杆的内力；然而，就桁架的几何图形来说，它变成为一个具有自由度的机构，因此是不稳定的。为了要恢复桁架图形的稳定性，必须添上一根杆件，如图 18-4-16b 中的杆件 35。如果，在外力  $P$  与  $X$  的共同作用下，增添的杆件 35 内的内力等于零，则改变之后的桁架（图 18-4-16b）非但是稳定的，而且各杆的受力情形也是与原桁架（图 18-4-16a）完全相同的。代替桁架必须是稳定的桁架，并且为了易于计算代替杆内的内力，因此它常常是一个简单桁架。很明显，代替杆的插入，必须不改变桁架结点的数目。

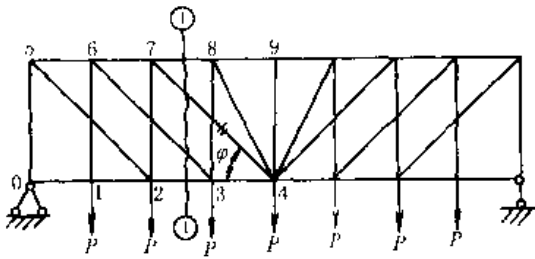


图 18-4-15

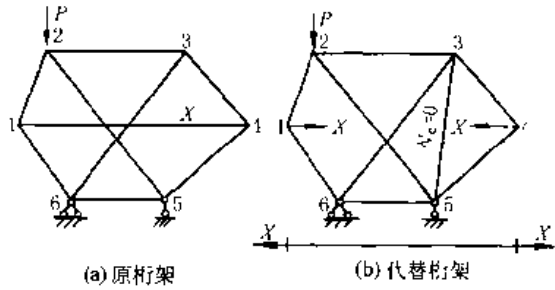


图 18-4-16

计算代替桁架的内力方法如图 18-4-17, 计算  $P$  作用下 35 杆的内力  $N_c^0$  (图 18-4-17a), 再计算  $\bar{X} = 1$  单位力作用下 35 杆的内力  $\bar{N}_{cX}$  (图 18-4-17c), 则根据  $N_c = 0$  的条件, 得

$$N_c = N_c^0 + \bar{N}_{cX}X = 0$$

即

$$X = -\frac{N_c^0}{\bar{N}_{cX}}$$

式中  $N_c^0$  等均可用前面的截面法或结点法等求出。

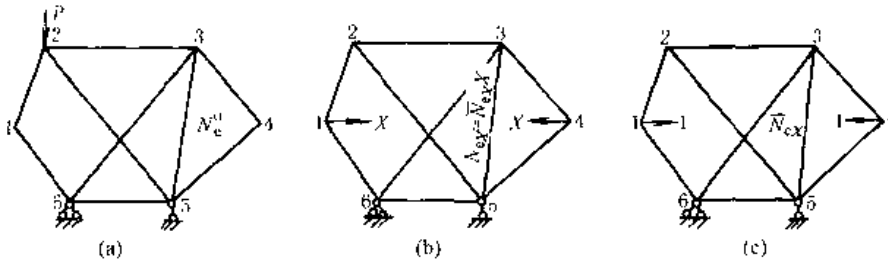


图 18-4-17

其他杆件的内力  $N_i$  可以由原桁架的  $X$  力已知而求出, 或仍由代替桁架的内力由  $F$  及  $X$  作用叠加:

$$N_i = N_i^0 + \bar{N}_{iX}X$$

式中  $\bar{N}_{iX}$  ——代替桁架  $i$  杆由  $\bar{X} = 1$  作用产生的内力;

$N_i^0$  ——代替桁架  $i$  杆由  $P$  作用产生的内力。

在更复杂的桁架中, 有时需要撤换二根或更多的杆件。例如于图 18-4-18a 所示桁架中, 如果撤换两根杆件 14 与 25, 而以杆件 13 与 35 来代替 (图 18-4-18b), 则有两个条件  $N_1 = 0$  与  $N_2 = 0$ , 以求解两个未知数  $X_1$  与  $X_2$ :

$$\begin{cases} N_1 = N_1^0 + \bar{N}_{11}X_1 + \bar{N}_{12}X_2 = 0 \\ N_2 = N_2^0 + \bar{N}_{21}X_1 + \bar{N}_{22}X_2 = 0 \end{cases}$$

由联立方程式可得未知数  $X_1$  与  $X_2$ 。公式中符号的意义示于图 18-4-18。

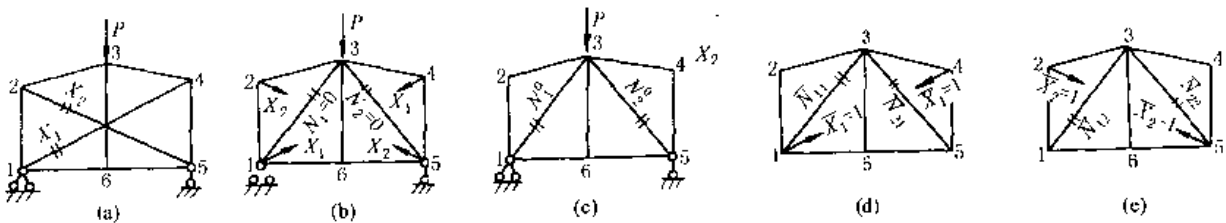


图 18-4-18

### 4 桁架的位移计算

要计算桁架的刚度, 必须先算得其受力后的位移量。

### 4.1 桁架的位移计算公式

桁架的位移，按式 (18-4-2) 计算：

$$\Delta_{KP} = \sum \frac{\bar{N}_k N_P l}{EA} \quad (18-4-2)$$

式中  $\bar{N}_k$  ——单位虚载荷  $S_k = 1$  所产生的桁架各杆件的内力，拉力为正，压力为负 ( $S_k$  应作用于桁架位移所求点，其方向应与所求的桁架位移的方向相同)；

$N_P$  ——外载荷  $S_P$  所产生的桁架各杆件的内力，拉力为正，压力为负；

$E$  ——桁架杆件材料的弹性模量；

$A$  ——桁架各杆件的截面积；

$l$  ——桁架各杆件的轴线长度；

$\Delta_{KP}$  ——桁架的位移。

在计算时，采用列表的方式较为方便。

求非竖直方向的位移时，单位虚载荷的作用方向如下。

① 当求任意节点沿任意方向的线位移时，则沿该方向上作用  $S_k = 1$  (图 18-4-19a)。

② 当求两节点间的距离改变 (如节点  $B$  及  $D$ ) 时，则于该两节点的连线上作用两个方向相反的  $S_k = 1$  (图 18-4-19b)。

③ 当求任一杆件 (如杆件  $CE$ ) 的转角 (以弧度计) 时，则该杆件的两端点处垂直杆件作用两个大小相等方向相反的力，这一对力形成一个单位力偶 (即力矩  $M = 1$ )，每一个力的大小等于  $\frac{1}{l_{CE}}$  (图 18-4-19c)。

④ 当求两杆件间 (如  $AB$  与  $CD$  间) 角度变化，则于该两杆件的端点分别作用两个方向相反的单位力偶 (即力矩  $M = 1$ )，如图 18-4-19d 所示。

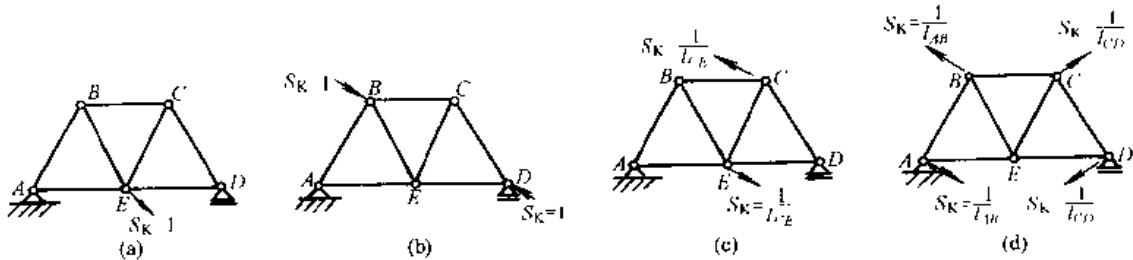


图 18-4-19

### 4.2 几种桁架的挠度计算公式

一般桁架的受力计算表可在手册中查到，挠度的计算则无现成的数表或公式可查，而机架结构的设计又必须计算挠度以校核是否满足刚度的要求，因此，为便于读者使用，将常用的等节间桁架的挠度计算公式的推导过程从略<sup>[20, 21]</sup>。空腹桁架挠度计算公式见第 6 章。

(1) 集中力产生的挠度

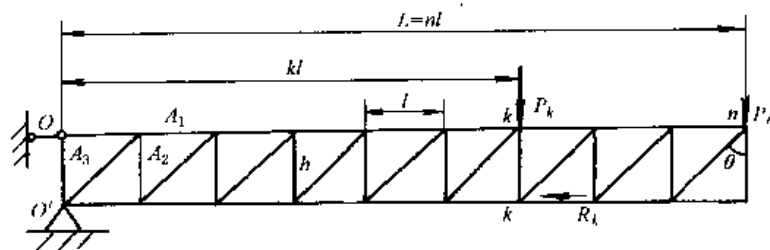


图 18-4-20

1) 在点  $n$  作用有  $P_n$  时的挠度

$$\Delta_P = \frac{nP_n h}{E} \left[ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{(2n^2 + 1) l^3}{3A_1 h^3} \right] \quad (18-4-3)$$



2) 在点  $k$  作用有  $P_k$  时  $n$  点的挠度

$$\Delta_k = \frac{kP_k h}{E} \left\{ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{[k(3n-k) + 1] l^3}{3A_1 h^3} \right\} \quad (18-4-4)$$

3) 在点  $k$  作用有水平力  $R_k$  引起的  $n$  点挠度

$$\Delta_R = \frac{R_k l^2}{EA_1 h} \left( \frac{2n-k-1}{2} \right) k \quad (18-4-5)$$

式中  $A_1$  ——上下弦杆的截面面积,  $\text{mm}^2$ ;  
 $A_2$  ——竖杆的截面面积,  $\text{mm}^2$ ;  
 $A_3$  ——斜杆的截面面积,  $\text{mm}^2$ ;  
 $E$  ——弹性模数,  $\text{MPa}$ ;  
 $P_k, P_k, R_k$  ——集中力,  $\text{N}$ ;  
 $h, l$  ——长度,  $\text{mm}$ 。

对于斜杆方向与图示方向相反 (即自左上角向右下角倾斜) 的桁架, 上述公式中仅差竖杆  $n$  未计算, 因影响很小, 同样可用上述公式计算。

(2) 均布载荷产生的悬臂桁架的挠度

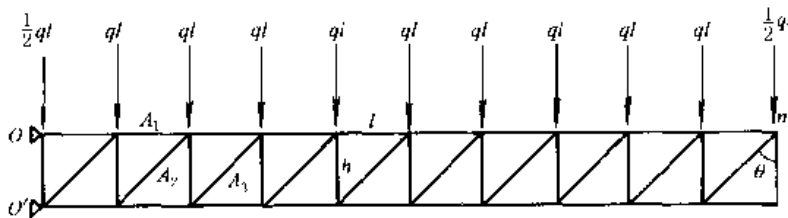


图 18-4-21

$l$ —节间长度;  $n$ —节间数

$n$  点的挠度

$$\Delta_q = \frac{n^2 q l h}{2E} \left[ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{(n^2 + 1) l^3}{2A_1 h^3} \right] \quad (18-4-6)$$

式中  $q$  ——均布载荷,  $\text{N/mm}$ ; 其他符号意义同前。

(3) 简支桁架的挠度

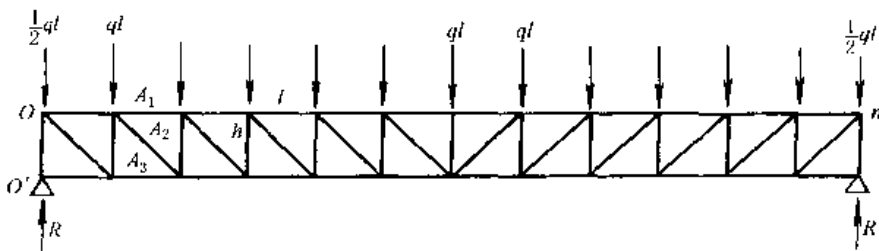


图 18-4-22

$l$ —节间长度;  $n$ —节间数

由均布载荷产生的中点挠度

$$\Delta_q = \frac{q l^4 (5n^2 + 4) n^2}{192 E A_1 h^2} \quad (18-4-7)$$

式中各符号意义同前。

这种桁架受集中力作用时, 如为对称载荷, 可将此桁架分解为两个悬臂桁架 (从桁架中点分开), 则节点数为  $n_1 = n/2$ 。然后按式 (18-4-3) 或式 (18-4-4) 计算该半桁架 (悬臂桁架), 由支座反力  $R$  及该悬臂桁架上的集中载荷作用引起的挠度, 代数相加即可。

(4) 桁架旋转时动力加速度引起的挠度

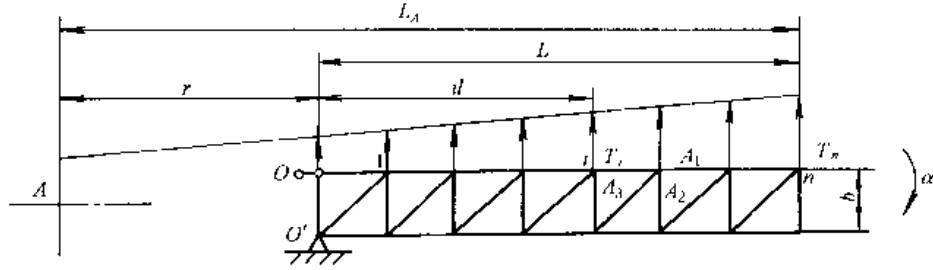


图 18-4-23

对于集中质量，加速度求出来后，集中力即可求得，此集中力引起的挠度按式 (18-4-3) 或式 (18-4-4) 计算即可。均布质量的计算则因距旋转中心的距离不同而加速度呈梯形分布 (图 18-4-23)。设桁架绕机器中心作角加速度  $a$  ( $\text{rad/s}^2$ ) 旋转，则：

$n$  点挠度

$$\Delta_a = \frac{aq_0bn}{2E \times 10^3} \left\{ \left( nL_A - \frac{n^2-1}{3}l \right) \left( \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} \right) + \frac{(n^2+1)}{6} \times \frac{l^3}{b^3} \times \frac{1}{A_1} \left[ 3nL_A - \frac{4(n^2-1)l}{5} \right] \right\} \quad (18-4-8)$$

当  $n \geq 10$  时，式 (18-4-8) 可简化为：

$$\Delta_a = \frac{aq_0bnL}{2E \times 10^3} \left( L_A - \frac{4}{15}L \right) \left( \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{n^2 l^3}{2b^3 A_1} \right) \quad (18-4-9)$$

惯性力是按下式计算的：

$$T_i = \frac{r + il}{10^3} a q_0 l \quad (18-4-10)$$

$$T_n = \frac{1}{2} \times \frac{r + nl}{10^3} a q_0 l \quad (18-4-11)$$

$$nl = L, \quad L_A = L + r \text{ mm}$$

式中  $q_0$  —— 均布质量， $\text{kg/mm}$ ；

(5) 豪式屋架形桁架

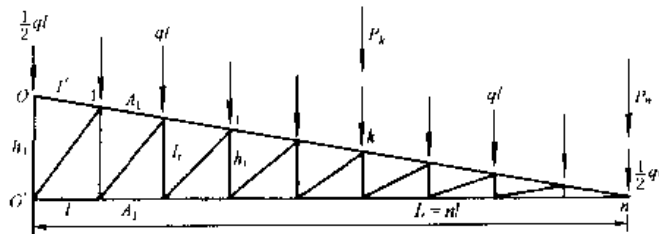


图 18-4-24

以图 18-4-24 中  $O、O'$  为铰接支点， $n$  点的挠度计算公式如下：

由集中力  $P_n$  产生的  $n$  点挠度

$$\Delta_n = \frac{P_n L^3}{EA_1 h_0^2} \left[ \frac{n-1}{n} + \left( \frac{l'}{l} \right)^3 \right] \quad (18-4-12)$$

由  $k$  点作用集中力  $P_k$  产生的  $n$  点挠度

$$\Delta_k = \frac{P_k l'^2}{EA_1 h_0^2} \left[ D - \frac{k}{n} + D \left( \frac{l'}{l} \right)^3 \right] \quad (18-4-13)$$

由均布载荷  $q$  引起的  $n$  点挠度

$$\Delta_q = \frac{q l'^2 L^2}{4EA_1 h_0^2} \left[ (n-1)(n+2) + n(n+3) \left( \frac{l'}{l} \right)^3 \right] \quad (18-4-14)$$

$$D = \sum_{i=0}^k \frac{k-i}{n-i}; \quad (18-4-14a)$$

式中  $l$  —— 每节间长， $\text{mm}$ ；

$l'$  —— 二弦杆每节间长 (斜长), mm;

$n$  —— 节间数, 桁架为等节间的;

$A_1$  —— 下弦杆的截面积,  $\text{mm}^2$ 。

(6) 倒豪式屋架形桁架

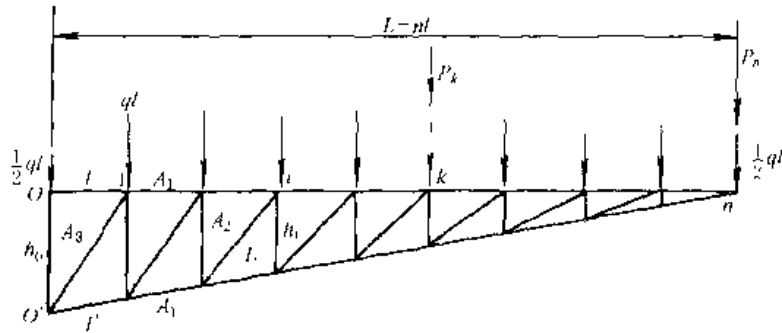


图 18-4-25

倒豪式屋架是常用的桁架结构, 以  $O$ 、 $O'$  为铰接支点, 计算公式如下:

由集中力  $P_n$  引起的  $n$  点的挠度

$$\Delta_n = \frac{P_n L^3}{EA_1 h_0^2} \left[ 1 + \frac{n-1}{n} \left( \frac{l'}{l} \right)^3 \right] \quad (18-4-15)$$

由  $k$  点作用集中力  $P_k$  引起的  $n$  点的挠度

$$\Delta_k = \frac{P_k l'^2}{EA_1 h_0^2} \left[ D + \left( D - \frac{k}{n} \right) \left( \frac{l'}{l} \right)^3 \right] \quad (18-4-16)$$

由均布载荷  $q$  引起的  $n$  点的挠度

$$\Delta_q = \frac{ql^2 l'^2}{4EA_1 h_0^2} \left[ n(n+3) + (n-1)(n-2) \left( \frac{l'}{l} \right)^3 \right] \quad (18-4-17)$$

式中  $D$  含义同前。

(7) 斜桁架

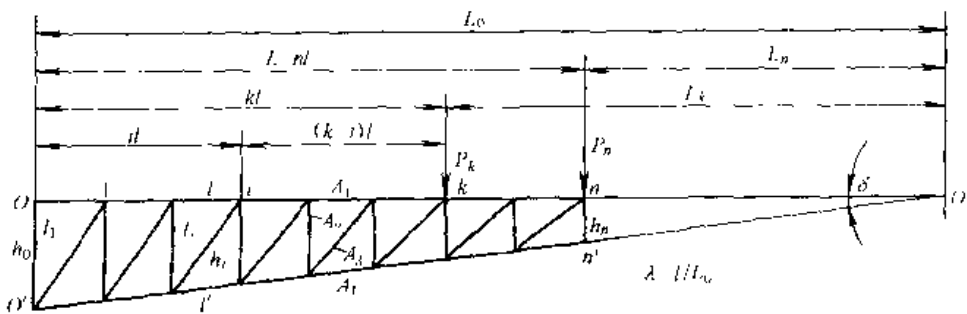


图 18-4-26

挠度公式可化简成如下的中间形式:

由集中力  $P_n$  引起的  $n$  点挠度

$$\Delta_n = \frac{P_n}{Eh_0} \left[ \frac{1}{A_1 h_0} (D_1 l^3 + D_2 n l'^3) + h_n^2 \left( \frac{B_2}{A_2} + \frac{C_1}{A_3} \right) \right] \quad (18-4-18)$$

由  $k$  点作用集中力  $P_k$  引起的  $n$  点的挠度

$$\Delta_k = \frac{P_k l'}{Eh_0} \left[ \frac{1}{A_1 h_0} (D_1 l^3 + D_2 l'^3) + h_k h_n \left( \frac{B}{A_2} + \frac{C}{A_3} \right) \right] \quad (18-4-19)$$

可粗略地按:

$$\Delta_k = \frac{P_k l'^3}{EA_1 h_0^2} D \quad \left( D \approx D_1 + D_2 \frac{l'^3}{l^3} \right) \quad (18-4-20)$$

由均布载荷  $q$  引起的  $n$  点的挠度

$$\Delta_T = \frac{ql}{E} \left[ \frac{1}{A_1 h_0^2} (D_1 l^2 + D_2 l'^3) + h_n \left( \frac{B'}{A_2} + \frac{C'}{A_3} \right) \right] \quad (18-4-21)$$

$n \geq 10$  时

$$\Delta_q = \frac{2qlD'_1}{EA_1 h_0^2} (l^3 + l'^3) \quad (18-4-22)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} D_{1,n} &= \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(n-i)^2}{(1-i\lambda)^2} \\ D_{2,r} &= D_{1,n} - n^2 \\ B_n &= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{1-i\lambda} \\ C_n &= \sum_{i=1}^n \frac{1-(i-1)\lambda}{(1-i\lambda)^2} \left( \frac{l_i}{h_{i-1}} \right)^3 \end{aligned} \right\} \quad (18-4-18a)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(n-i)(k-i)}{(1-i\lambda)^2} \\ D_2 &= D_1 - nk \\ B &= \sum_{i=1}^{k-1} \frac{1}{1-i\lambda} \\ C &= \sum_{i=1}^k \frac{[1-(i-1)\lambda]^2}{1-i\lambda} \left( \frac{l_i}{h_{i-1}} \right)^3 \end{aligned} \right\} \quad (18-4-19a)$$

$$\left. \begin{aligned} D'_1 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{i^2(i+1)}{[1-(n-i)\lambda]^2} \\ D'_2 &= D'_1 - \frac{n^2(n+1)}{2} \\ B' &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(n-i)[2-(n+i+1)\lambda]}{1-i\lambda} \\ C' &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{[n-(i-1)][1-(i-1)\lambda][2-(n+i)\lambda]}{(1-i\lambda)^2} \left( \frac{l_i}{h_{i-1}} \right)^3 \end{aligned} \right\} \quad (18-4-21a)$$

### 4.3 举 例

例 1 如图 18-4-27 桁架，用牵绳在 K 点拉住，求其端部的挠度。

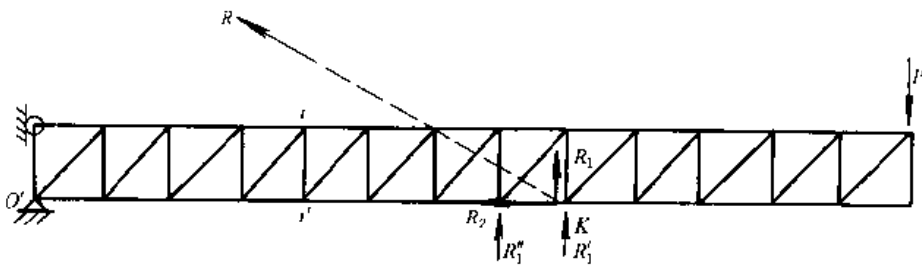


图 18-4-27

由式 (18-4-3) 算得  $P$  力的挠度  $\Delta_P$ ；由式 (18-4-6) 算得均布载荷  $q$  的挠度  $\Delta_q$ ；由平衡条件算得牵绳拉力  $R$ ，再将  $R$  分解为垂直力  $R_1$  和水平力  $R_2$ ，如  $R_1$  不在结点上，可再分解为  $R_1'$ 、 $R_1''$ 。再用式 (18-4-4) 求  $\Delta_k$  ( $R_1'$  引起) 及  $\Delta_k$  ( $R_1''$  引起)；同样，再用公式 (18-4-5) 求水平力  $R_2$  引起的挠度  $\Delta_R$ ；以上各挠度相加 (考虑正负相减) 即得总挠度。

例 2 图 18-4-28 为一带式输送机的悬臂桁架。求在图示载荷作用下，悬臂的刚度是否符合要求。

因为  $OO'$  固定 (铰接) 于行走机械的机架上，油缸可以动作以保证带输出端位置，挠度的计算应该是  $n$  点相对于  $OO'$  连线的向下位移量。则

$$\begin{aligned} n &= 10 \\ A_1 &= A_2 = 10.24 \text{cm}^2 \\ A_3 &= 3.086 \text{cm}^2 \\ h &= 50 \text{cm}, \quad l = 90 \text{cm} \end{aligned}$$

$$\text{则 } \tan \theta = \frac{l}{h} = 1.8, \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1+1.8^2}} = \frac{1}{2.06}$$

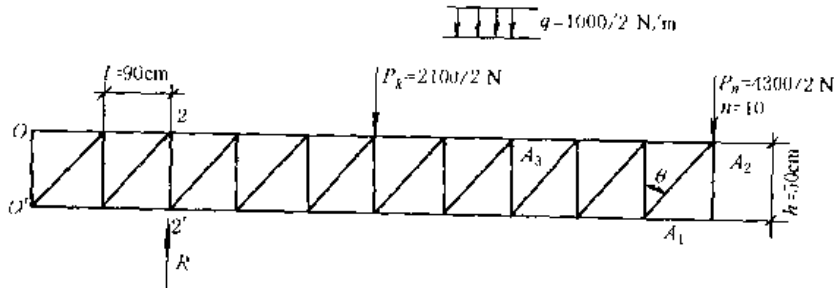
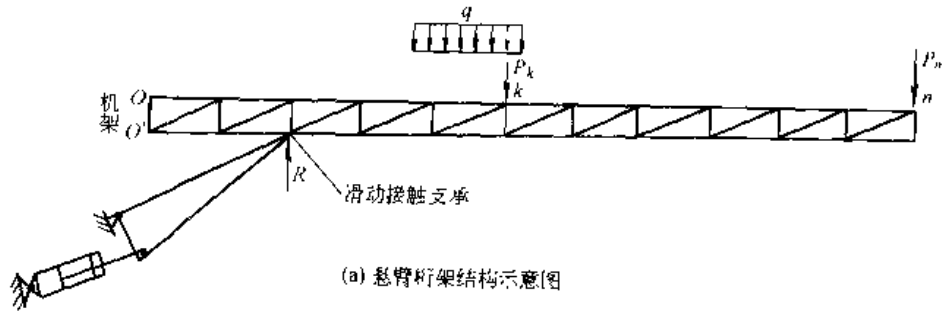


图 18-4-28 胶带输送机悬臂桁架

桁架有两侧, 空载时抬起,  $P_k$ 、 $P_n$  为滚筒等重力:

$$P_n = 4300/2 = 2150\text{N}$$

$$P_k = 1050\text{N}$$

$$q = 500\text{N/m}$$

$$R = (2150 \times 10 + 1050 \times 5 + 500 \times 10 \times 0.9 \times 5)/2 = 24600\text{N}$$

运用式 (18-4-3) ~ 式 (18-4-6), 得:

集中力  $P_n$  引起变形量:

$$\begin{aligned} \Delta_P &= \frac{10 \times 2150 \times 50}{2.1 \times 10^7 \times 100} \left[ \frac{1}{10.24} + \frac{1}{3.086} \times 2.06^3 + \frac{201 \times 1.8^4}{3 \times 10.24} \right] \\ &= 0.051 \times [0.1 + 2.83 + 38] = 2.08\text{cm} \end{aligned}$$

集中力  $P_k$  引起的变形量:

$$\begin{aligned} \Delta_k &= \frac{5 \times 1050 \times 50}{2.1 \times 10^7} \left[ 0.1 + 2.83 + \frac{5 \times 25 + 1}{3 \times 10.24} \times 1.8^3 \right] \\ &= 0.0125 [0.1 + 2.83 + 23.9] = 0.33\text{cm} \end{aligned}$$

集中力  $R$  引起的向上的变形量:

$$\begin{aligned} \Delta_R &= \frac{2 \times 24600 \times 50}{2.1 \times 10^7} \left[ 0.1 + 2.83 + 0.568 \times \frac{2 \times 28 + 1}{3} \right] \\ &= 1.58\text{cm} \end{aligned}$$

均布荷载  $q$  引起的变形量:

$$\Delta_q = \frac{10^2 \times 5 \times 90 \times 50}{2 \times 2.1 \times 10^7} \left[ 0.1 + 2.83 + 0.568 \times \frac{101}{2} \right] = 1.68\text{cm}$$

总挠度为:

$$\Delta = 2.08 + 0.33 + 1.68 - 1.58 = 2.51\text{cm}$$

悬臂长 9m, 挠度为全长的  $\frac{2.51}{900} = 2.8\text{‰}$ 。挠度不算小, 但此时为不工作状态。在工作时, 悬臂端部下面有支撑, 故符合要求。

例 3 计算图 18-4-29a 简支梁的挠度

将图 a 变换成图 b, 用悬臂梁式 (18-4-3) ~ 式 (18-4-6) 计算挠度。令桁架中线为  $O_1 O_1'$ 。

由  $P_n = n_1 ql$ , 代入式 (18-4-3) 得:

$$\Delta_P = \frac{n_1^2 qlh}{E} \left[ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{(2n_1^2 - 1) l^3}{3A_1 h^3} \right]$$

由式 (18-4-6) 得:

$$\Delta_q = \frac{n_1^2 q l h}{2E} \left[ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{(n_1^2 + 1)}{2A_1 h^3} l^3 \right]$$

悬臂梁中点的挠度为 (略去较小的前二项, 以  $n_1 = \frac{n}{2}$  代入):

$$\delta = \Delta_p - \Delta_q = \frac{q l^4 (5n^2 + 4)}{192 E A_1 h^2} \frac{n^2}{2}$$

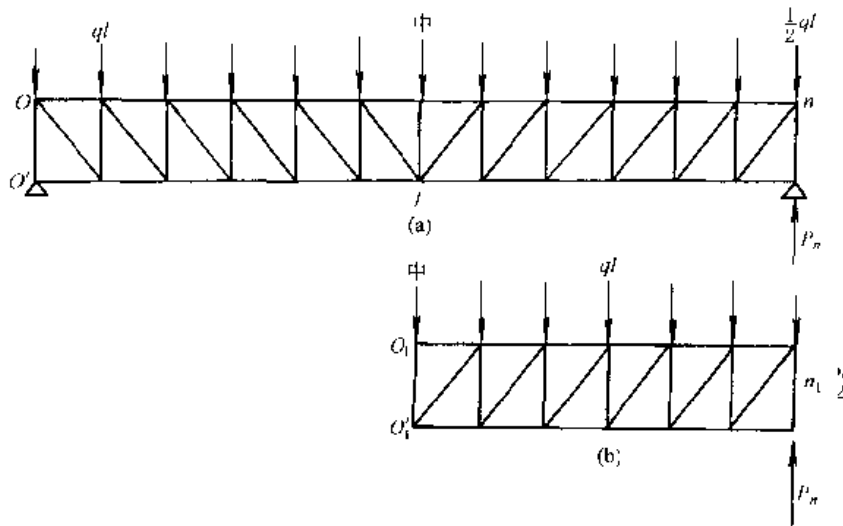


图 18-4-29

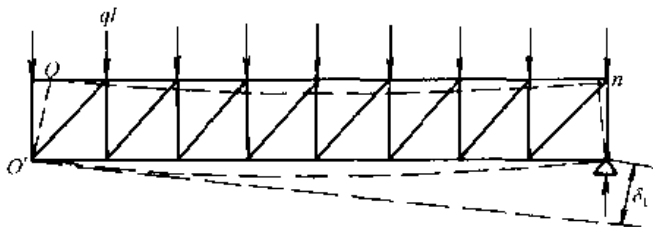


图 18-4-30

如果用  $n$  节间悬臂梁的计算公式来计算上梁  $n$  点对  $OO'$  的变位量, 则可以求得:

$$\begin{aligned} \Delta_p &= \frac{n^2 q l h}{2E} \left[ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \left( \frac{2n^2 + 1}{3A_1 h^3} \right) l^3 \right] \\ \Delta_q &= \frac{q l h n^2}{2E} \left[ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_1 \cos^3 \theta} + \left( \frac{n^2 + 1}{2A_1 h^3} \right) l^3 \right] \\ \delta_1 = \Delta_p - \Delta_q &= \frac{q l h n^2}{2E} \left[ \frac{l^3}{A_1 h^3} \left( -\frac{2n^2 + 1}{3} + \frac{n^2 + 1}{2} \right) \right] \\ &= -\frac{q l^4 n^2 (n^2 - 1)}{12 E A_1 h^2} \end{aligned}$$

请注意, 上式算得的是图 18-4-30 所示的  $\delta_1$ , 而非  $n$  点的挠度。

例 4 以上的挠度计算是相对于  $OO'$  线的位置, 如要使  $OO'$  保持垂直, 则桁架要转动。如果所要求的是  $k$  点不动时的桁架挠度, 如图 18-4-31 所示,  $OO'$  线是歪斜的, 此时的挠度可用下面两种方法求得,

- (1) 令  $\delta_{n,n}$  为  $n$  点作用单位力  $P_n = 1$  时  $n$  点的变形;
- $\delta_{k,n}$  为  $n$  点作用单位力  $P_n = 1$  时  $k$  点的变形;
- $\delta_{n,k}$  为  $k$  点作用单位力  $P_k = 1$  时  $n$  点的变形;
- $\delta_{k,k}$  为  $k$  点作用单位力  $P_k = 1$  时  $k$  点的变形。

由式 (18-4-4),  $k$  表示  $R$  力所作用的节间数, 则

$$\delta_{k,n} = \delta_{n,k} = \frac{hk}{E} \left\{ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{[k(3n-k) + 1] l^3}{3A_1 h^3} \right\}$$

由式 (18-4-3), 得

$$\delta_{n,n} = \frac{nh}{E} \left[ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{(2n^2 + 1) l^3}{3A_1 h^3} \right]$$

当  $n$  改为  $k$  后, 即

$$\delta_{k,k} = \frac{kh}{E} \left[ \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3 \cos^3 \theta} + \frac{(2k^2 + 1) l^3}{3A_1 h^3} \right]$$

当只在  $n$  点有作用力时,  $n$  点的挠度为

$$\delta_n = \delta_{n,n} P_n - \delta_{n,k} R \tag{a}$$

而此时,  $k$  点实际移动了

$$\delta_k = \delta_{n,k} P_n - \delta_{k,k} R \tag{b}$$

如要求  $k$  点不动, 须  $k$  点移回  $\delta_k$ , 则  $n$  点必定上升

$$\delta'_n = \delta_k \frac{L}{a} \tag{c}$$

故由于  $OO'$  倾斜及  $k$  点不动, 实际使  $n$  点的挠度等于式 (a) - (c) (见图 18-4-31)

$$\begin{aligned} \Delta_n &= \delta_n - \delta'_n = \delta_{n,n} P_n - \delta_{n,k} R - \delta_k \frac{L}{a} \\ &= P_n \left( \delta_{n,n} - \frac{L}{a} \delta_{n,k} \right) - R \left( \delta_{n,k} - \frac{L}{a} \delta_{k,k} \right) \\ &= P_n \delta_{n,n} \left( 1 + \frac{LR \delta_{k,k}}{a P_n \delta_{n,n}} \right) - R \delta_{n,k} \left( 1 + \frac{LP_n}{aR} \right) \\ &= \alpha P_n \delta_{n,n} - \beta R \delta_{n,k} \end{aligned} \tag{d}$$

式 (d) 与式 (a) 比较, 只多二个系数, 即

$$\alpha = 1 + \frac{LR \delta_{k,k}}{a P_n \delta_{n,n}} \tag{e}$$

$$\beta = 1 + \frac{LP_n}{aR} \tag{f}$$

当只考虑端部  $n$  处有载荷时,

$$LP_n = aR, \beta = 2$$

$$\alpha = 1 + \frac{L^2}{a^2} \times \frac{\delta_{k,k}}{\delta_{n,n}} = 1 + \frac{a}{L}$$

因  $\delta_{k,k}$ 、 $\delta_{n,n}$  中起主要作用的是第三项, 约与  $k^3$  及  $n^3$  成正比。

或由式 (d)

$$\Delta_n = P_n \delta_{n,n} \alpha_1 - R \delta_{n,k} \beta_1$$

式中

$$\alpha_1 = 1 - \frac{L}{a} \times \frac{\delta_{n,k}}{\delta_{n,n}} \tag{e_1}$$

$$\beta_1 = 1 - \frac{L}{a} \times \frac{\delta_{k,k}}{\delta_{n,k}} \tag{f_1}$$

(2) 为简便起见, 从式 (18-4-3)、式 (18-4-6) 可看出, 端点挠度基本上与外力 ( $P$  或  $qin$ ) 成正比, 和  $(nl)^3$  成正比。从式 (18-4-3) ~ 式 (18-4-6) 的第三项起主要作用考虑, 设按计算得的  $n$  点的总挠度是  $\Delta'_n$ , 则  $R$  力作用点的挠度约为:

$$\delta_R = \Delta'_n \frac{a^3}{L^3} \tag{g}$$

$R$  力位置不变, 上升  $\delta_R$ ,  $n$  点挠度则减少  $\delta_R = \frac{L}{a}$ , 故  $n$  点的总挠度实际为:

$$\Delta_n = \Delta'_n - \delta_R \frac{L}{a} = \Delta'_n \left( 1 - \frac{a^2}{L^2} \right) \tag{i}$$

对于本章第 5 节的计算, 本说明同样适用。

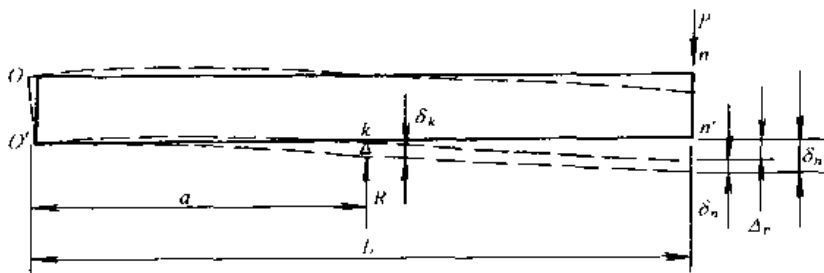


图 18-4-31

### 5 超静定桁架的计算

超静定桁架是桁架中有多余联系 (超过静定所必需的杆件与联结) 的桁架。多余联系可以是内部杆件也可以是外部支座, 或二者都有。一般用法计算其杆件内力或支座反力。计算步骤及方法如下。

(1) 去掉多余联系, 确定基本结构, 以多余的未知力  $X_i$  来代替相应的多余联系。

(2) 建立力法的典型方程。

设  $\delta_{ii}$  为基本结构中单位未知力  $X_i$  单独作用时, 沿  $X_i$  本身方向所引起的位移。 $\delta_{ij}$  为基本结构中由于单位未知

力  $\bar{X}_j = 1$  引起的沿  $\bar{X}_i$  方向的位移。  $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ 。

$\Delta_{iP}$  为基本结构中由于载荷  $P$  作用时（或其他原因如温度变化等）所引起的沿  $\bar{X}_i$  方向的位移。

则典型方程组为：

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \cdots + \delta_{1n} X_n + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \cdots + \delta_{2n} X_n + \Delta_{2P} &= 0 \\ \cdots & \\ \delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \cdots + \delta_{nn} X_n + \Delta_{nP} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18-4-23)$$

由于桁架中各杆件只产生轴向力，故典型方程中的各系数按莫尔公式为：

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ii} &= \sum \frac{\bar{N}_i^2 l}{EA} \\ \delta_{ij} &= \sum \frac{\bar{N}_i \bar{N}_j l}{EA} \end{aligned} \right\} \quad (18-4-24)$$

当桁架只承受载荷时

$$\Delta_{iP} = \sum \frac{\bar{N}_i N_P l}{EA} \quad (18-4-25)$$

当桁架只有温度改变时

$$\Delta_{iP} = \Delta_{i\alpha} = \sum \bar{N}_i \alpha l \quad (18-4-26)$$

式中  $A$  —— 桁架杆的截面积；

$l$  —— 杆长；

$E$  —— 材料的弹性模量；

$\alpha$  —— 杆的热线胀系数；

$t$  —— 温度改变量；

$\bar{N}_i$  —— 在基本结构中杆件  $i$  的未知力  $N_i = 1$  时产生的各杆件的内力；

$N_P$  —— 在基本结构中由外载荷  $P$  产生的各杆件内力。

为此，必须作出基本结构的各单位内力图和载荷内力图，然后计算典型方程组中的各系数和自由项。

(3) 解典型方程式，求出各多余内力  $X_i$ 。

(4) 由叠加原理求出最后内力或绘出最后内力图。桁架各杆件的最后内力为：

$$N = \bar{N}_1 X_1 + \bar{N}_2 X_2 + \cdots + \bar{N}_n X_n + N_P \quad (18-4-27)$$

在选择基本结构时，应尽量使在单位力或载荷的作用下，基本结构中有较多杆件的轴力为零，以简化典型方程组的求解。

## 6 空间桁架

### 6.1 空间桁架的分类

空间桁架基本上可分为简单空间桁架、联合空间桁架和复杂空间桁架三种（见图 18-4-32）。

当基础有三个铰点不在一直线上，杆件共  $k$  根，连结在  $m$  个铰上（包括基础的三个铰）， $m = 3k - 6$  时，为简单空间桁架。

在两个或多个简单空间桁架之间用 6 根既不平行又不交于同一直线的杆铰接时所形成的新的桁架为联合空间桁架。它也符合  $m = 3k - 6$  的条件。

其他形式的静定稳定空间桁架统称为复杂空间桁架。

静定空间桁架必须是稳定的。检查空间结构稳定性的最简单方法是零载荷法，即在零载荷的条件下，各结点平衡时杆件的内力必须为零。否则称为危形结构。

如图 18-4-33 所示的结构，在零载荷的条件下，逐一取出顶部各结点  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$ ，则知顶部周界上的各横杆内力均为零。将这些内力为零的杆件去掉，再次取出  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$  等六个结点，则得相交于这些结点的其他杆件的内力也等于零。所以第一层各杆的内力均为零。将这一层全部拆去，然后依同法逐层检查，可以证明该结构各杆内力均为零，而不可能有其他组适合静力平衡条件的内力数值，故知其为静定稳定。



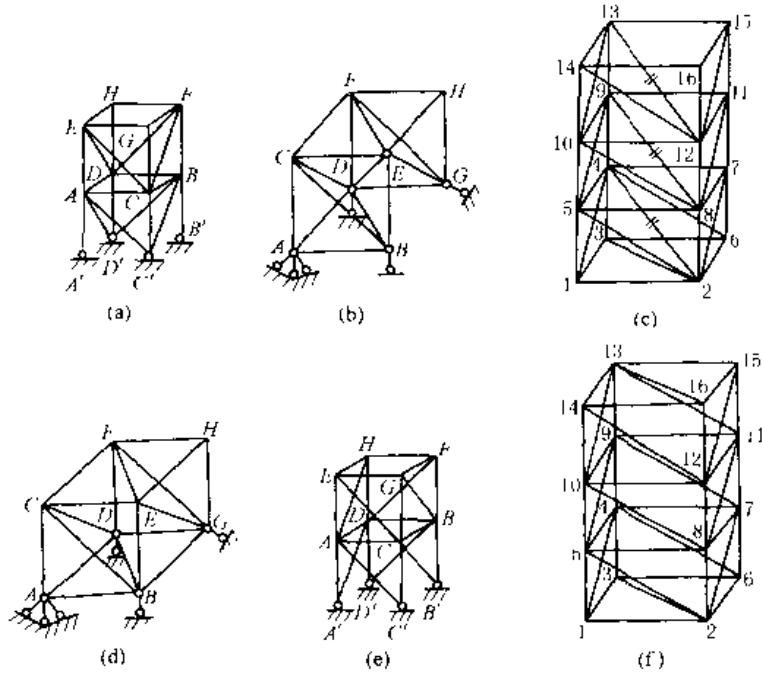


图 18-4-32 空间桁架

(a) ~ (c) 简单空间桁架; (d) 联合空间桁架; (e)、(f) 复杂空间桁架

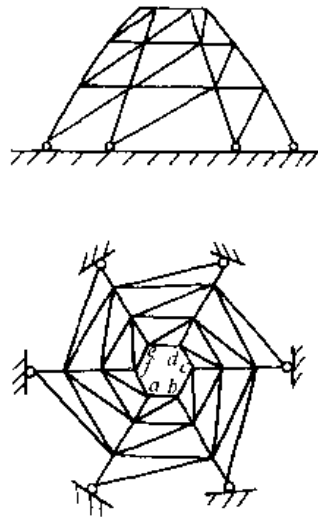


图 18-4-33

## 6.2 空间桁架的受力分析法

与平面桁架相似，可以用结点法、截面法或代替法来计算内力，只要平衡条件多一些。以下只介绍空间桁架分解为平面桁架的计算方法。

如图 18-4-34 所示的网状结构由几个平面桁架所组成，而每个平面桁架本身，在其各自的平面内，又是静定稳定的，他们能够单独承受作用于该平面内的载荷；故当载荷作用于某一平面桁架所在的平面内时，其他平面内的杆件内力为零。任意一力，均可分解为两个分力，其一作用于某一平面内，其另一则作用于该平面以外的某一方向内，如图 a 中的任意一结点载荷  $P$ ，可分解为作用于平面  $ABB_3A_3$  内的分力  $P_2$  和作用于杆件  $B_1C_1$  方向内的分力  $P_1$  (见图 b)。  $P_1$  仅使平面桁架  $BCC_3B_3$  内的某些杆件受力 (图 c)，而  $P_2$  则仅使平面桁架  $ABB_3A_3$  内的某些杆件受力 (图 d)。图中杆均为受力杆件。

空间桁架尽可能简化为平面桁架来计算。

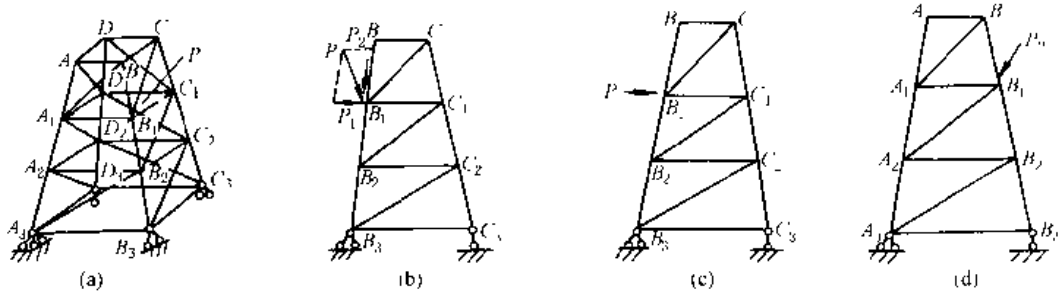


图 18-4-34

例 如图 18-4-35 所示的桁架，将载荷  $P$  分解为  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ ， $P_3$  在平面  $AEE_3A_3$  内； $P_2$  在平面  $ABB_3A_3$  内； $P_1$  在  $AA_3$  的方向内。然后按平面桁架的内力分析法，分别算出分力所在平面内的各杆内力。如图 b、c、d 所示。最后按叠加原理算出各杆的轴向力。图 a 中的粗线表示受力平面，其他平面内的各杆内力均等于零。

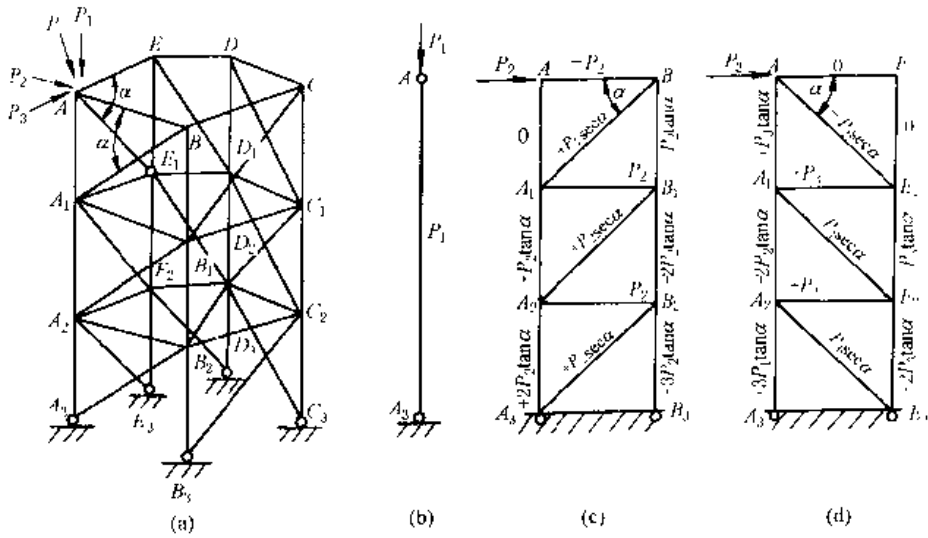


图 18-4-35

# 第 5 章 柱和立架的设计与计算

## 1 柱和立架的形状

### 1.1 柱的外形

焊接柱按外形分为实腹柱和格构柱。

(1) 实腹柱分为型钢实腹柱 (图 18-5-1) 和钢板实腹柱 (图 18-5-2) 两种。前者焊缝少, 应优先选用。后者适应性强, 可按使用要求设计成各种大小尺寸。当腹板的计算高度  $h_0$  与腹板厚度  $\delta$  之比大于 80 时, 应有横向隔板加强, 间距不得大于  $3h_0$ ; 柱肢外伸自由宽度  $b_0$  不宜超过  $15t$ , 箱形柱的两腹板间宽度  $b$  也不宜超过  $40t$  ( $t$  为板厚)。

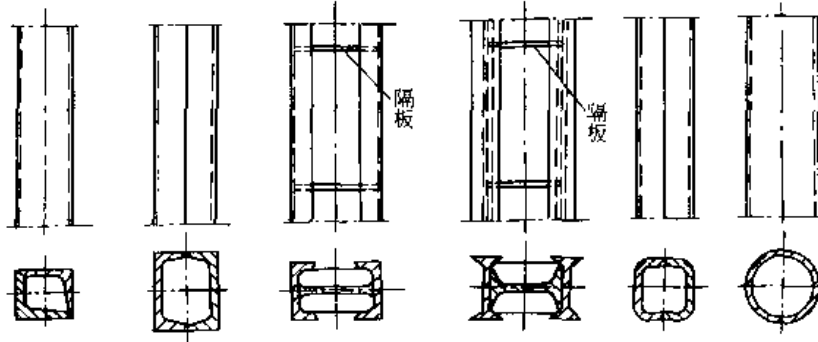


图 18-5-1 型钢实腹柱

柱的每一施工或运输单元, 不得少于两块隔板。大型的并受弯曲的箱形柱, 工作时有较大弯曲应力, 推荐用图 18-5-3 所示的结构。其纵向筋板不管是用钢板, 角钢或槽钢, 都不许断开, 长度不足时, 须预先对接并焊透。

(2) 格构柱分缀板式和缀条式两种 (图 18-5-4)。前者的承载能力较后者低, 但焊接较为方便。格构柱的重量轻, 省材料, 风的阻力小。但焊缝短, 不利于自动化焊接。在缀材面内剪力较大或宽度较大的格构式柱, 宜用缀条柱。格构式柱或大型实腹式柱, 在受有较大水平力处和运送单元的端部应设置横膈。横膈间距不得大于柱截面较大宽度的 9 倍或 8m。缀板宽度  $b \geq \frac{2}{3}h$  ( $h$  为柱截面宽度); 缀板厚度  $\delta \geq \frac{1}{40}h$ , 但不小于 6mm。缀板间距  $l$  由主柱局部长度的稳定性及缀板受力分析决定。

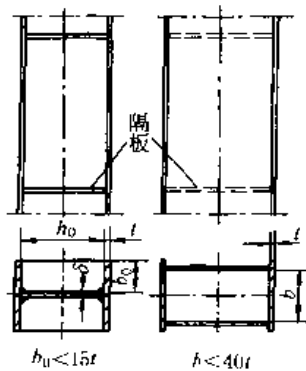


图 18-5-2 钢板实腹柱

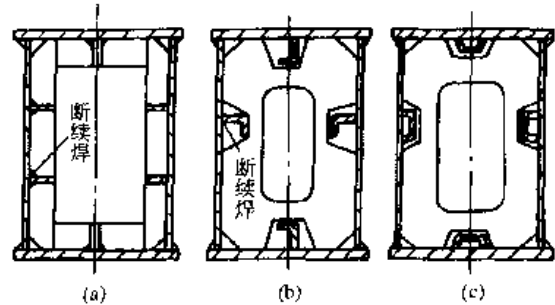


图 18-5-3 大型箱形柱断面结构

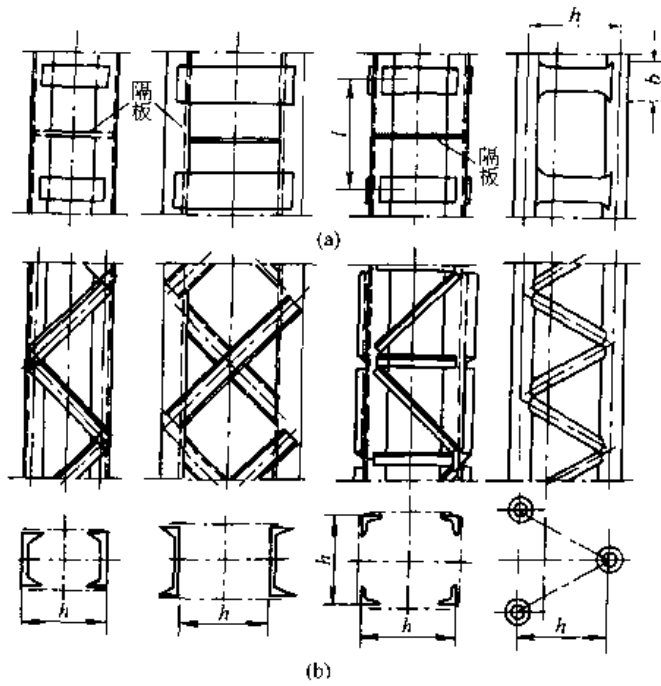
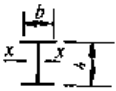

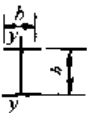
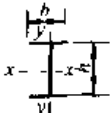
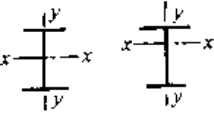
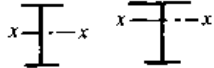
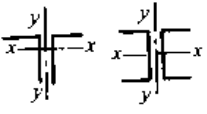
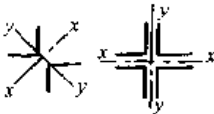
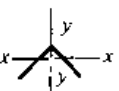
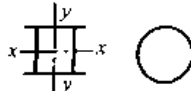


图 18-5-4 焊接格构柱  
(a) 缀板式; (b) 缀条式

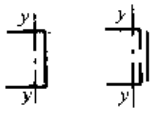
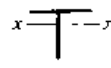
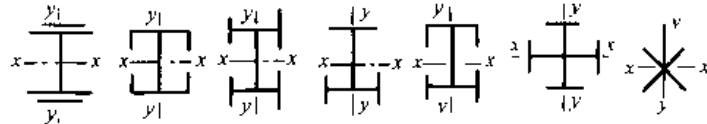
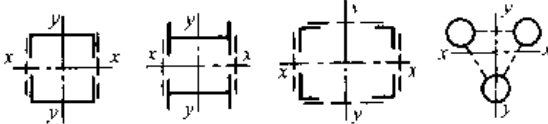
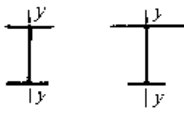

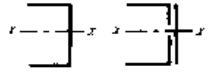
### 1.2 柱的截面形状

按轴心受压构件的截面分类如表 18-5-1。按机架上常用的柱的截面形状，可分为等断面柱和变断面柱。

表 18-5-1 轴心受压构件的截面分类

截面形式和对应轴		类别
 <p>轧制, <math>b/h \leq 0.8</math> 对 <math>x</math> 轴</p>	 <p>轧制, 对任意轴</p>	a 类
 <p>轧制, <math>b/h \leq 0.8</math> 对 <math>y</math> 轴</p>	 <p>轧制, <math>b/h &gt; 0.8</math>, 对 <math>x</math>、<math>y</math> 轴</p>	b 类
 <p>焊接, 翼缘为焰切边, 对 <math>x</math>、<math>y</math> 轴</p>	 <p>焊接, 翼缘为轧制或 剪切边, 对 <math>x</math> 轴</p>	
 <p>轧制, 对 <math>x</math>、<math>y</math> 轴</p>	 <p>轧制, 对 <math>x</math>、<math>y</math> 轴</p>	
 <p>轧制 (等边角钢), 对 <math>x</math>、<math>y</math> 轴</p>	 <p>焊接, 对任意轴</p>	

续表

截面形式和对应轴		类别
	轧制或焊接, 对 y 轴	b 类
	轧制或焊接, 对 x 轴	
	焊接, 对 x、y 轴	c 类
	格构式, 对 x、y 轴	
	焊接, 翼缘为轧制或剪切边, 对 y 轴	c 类
	轧制或焊接, 对 y 轴	
	轧制或焊接, 对 x 轴	
无任何对称轴的截面, 对任意轴		c 类
板件厚度大于 40mm 的焊接实腹截面, 对任意轴		

注: 当槽形截面用于格构式构件的分肢、计算分肢对垂直于腹板轴的稳定性时, 应按 b 类截面考虑。

### 1.3 立架的外形

图 18-5-5 和图 18-5-6 为龙门起重机龙门架的几种外形。

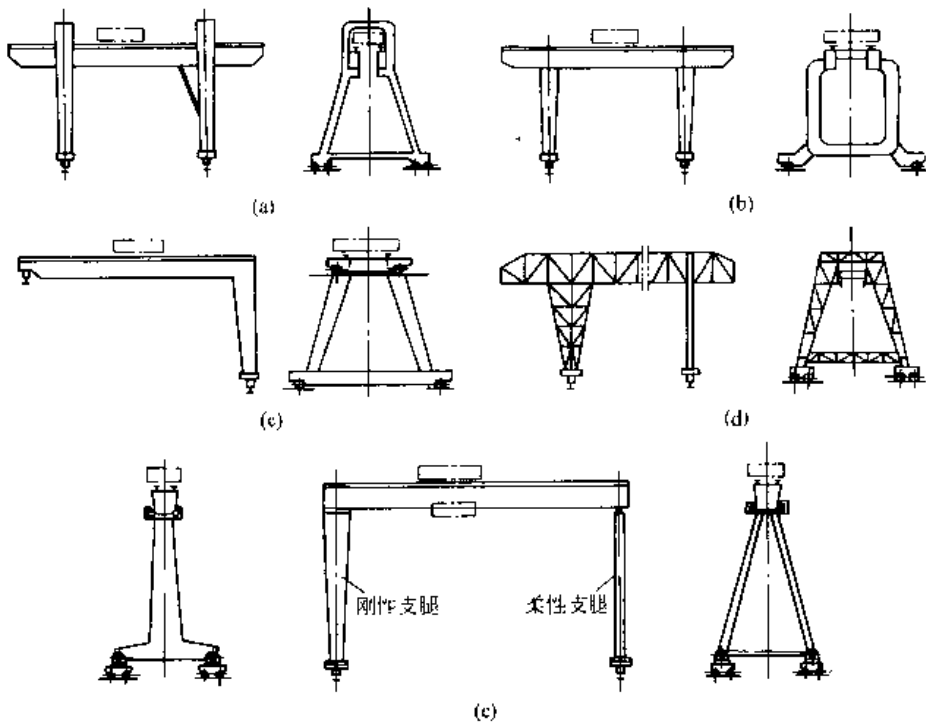


图 18-5-5 龙门起重机龙门架的常用型式

- (a) 双梁箱形式; (b) 双梁箱形 U 形支腿式; (c) 双梁箱形半龙门式;
- (d) □形截面桁架式; (e) 单梁箱形造船龙门起重机式

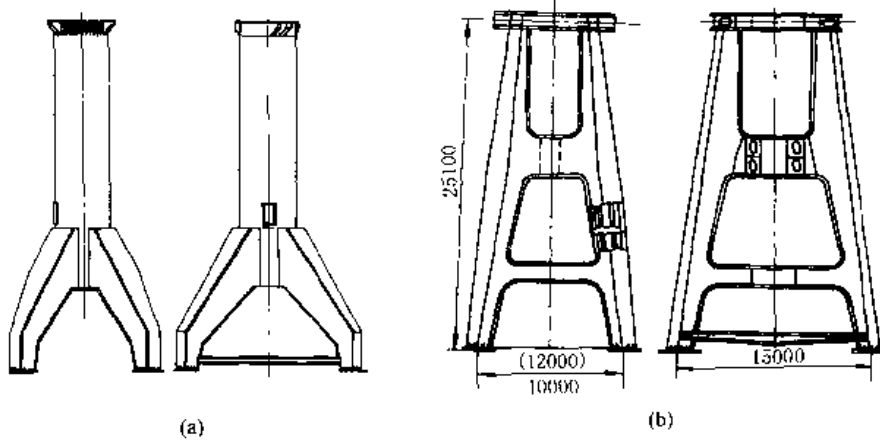


图 18-5-6 龙门起重机的门架

(a) 圆筒门架; (b)  $Q=100t$  门座起重机门架 (交叉门架)

图 18-5-7 则是  $\square$  形截面桁架式龙门架的示意图。该桁架结构的龙门架或装卸桥桥梁: 主架在跨度范围内 (两

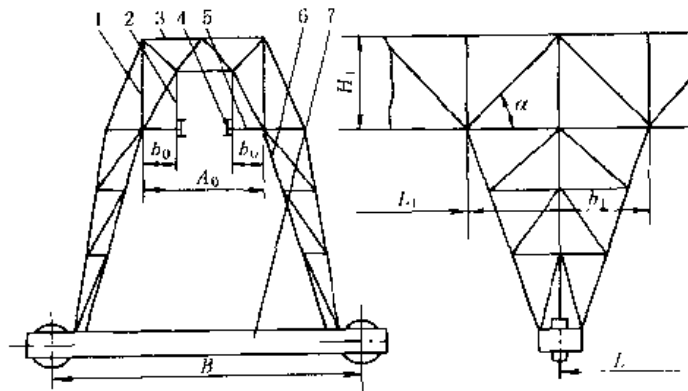


图 18-5-7  $\square$  形截面桁架式龙门架示意图

1—主桁架; 2— $\square$ 形框架; 3—上水平桁架; 4—承轨梁; 5—下水平桁架; 6—支腿; 7—支腿下横梁

表 18-5-2 各种立柱类构件的刚度比较

简 图	155		158		161		164		167		170	
	无	有	无	有	无	有	无	有	无	有	无	有
相对抗弯刚度	1	1	1.17	1.13	1.14	1.21	1.19	1.32	0.91		0.85	
单位重量的相对抗弯刚度	1	1	0.94	0.90	0.76	0.90		0.81	0.83	0.85		0.75
相对抗扭刚度	1	7.9	1.4	7.9	2.3	7.9	10	12.2	18	19.4	15	17
单位重量的相对抗扭刚度	1	7.9	1.1	6.5	1.54	5.7	7.54	9.3	10.8	12.2	14	14.6
相对抗弯动刚度	1	2.3	1.2		3.8	5.8		3.5		3.0		2.75 3.0
相对抗扭动刚度 (振型 I)	1.22				3.76	10.5				12.2		11.7
相对抗扭动刚度 (振型 II)	7.7	44			6.5			61.5	6.1	42		6.1 26.3

注: 振型 I——固频为 450~750Hz 的严重畸变扭振; 振型 II——固频为 1300Hz 的纯扭转的扭振。

支腿之间)的主桁架高度  $H_1 = \left(\frac{1}{14} \sim \frac{1}{8}\right)L$ , 在悬臂靠近支腿处的主桁架高度  $H_1 = \left(\frac{1}{5} \sim \frac{1}{3}\right)L_1$ , 对有悬臂的主梁, 其悬臂的有效长  $L_1 = \left(\frac{1}{5} \sim \frac{1}{3}\right)L$ , 此时, 两片主桁架之间的距离  $A_0$  常取为  $A_0 = \left(\frac{1}{12} \sim \frac{1}{15}\right)L$ ,  $\square$ 形面桁架的下水平桁架宽度  $b_0$  常取为  $b_0 \geq \frac{L}{35}$ , 所有斜杆的倾角取为  $\alpha = 40^\circ \sim 50^\circ$ . 轮距  $B = \left(\frac{1}{6} \sim \frac{1}{4}\right)L_0$ .

各种立柱类构件的刚度比较见表 18-5-2。

## 2 柱和架的连接

### 2.1 柱脚的设计和连接

柱脚分为有铰的或无铰的。

① 有铰柱脚 (图 18-5-8) 这类柱脚的支承环通常用锻件或铸件, 它和柱子连接处应采用筋板或补强板, 以提高局部强度和刚性。图 c 的铸造支承环宜用对接的连接, 使焊缝避开工作应力复杂的区域。

② 无铰柱脚 (图 18-5-9) 图 a、b 是需要与基体直接焊成一体的结构; 图 c、d 是靠铆钉或螺钉固定到基体上的结构。

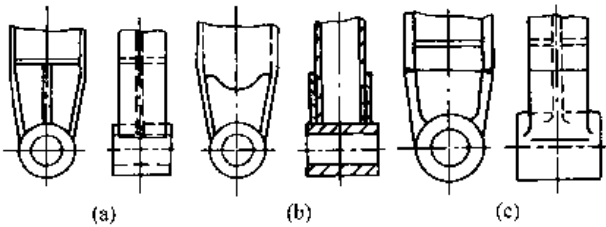


图 18-5-8 有铰柱脚

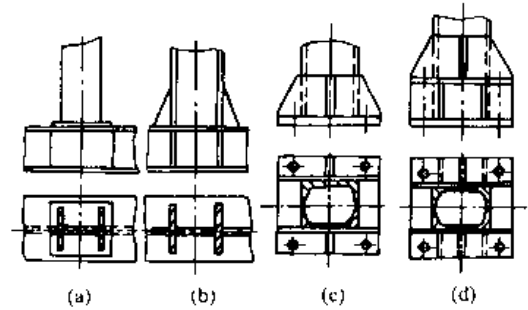


图 18-5-9 无铰柱脚

### 2.2 梁和柱的连接

梁和柱的连接有铰接和刚性连接两种。以焊接连接为主, 很少用螺钉或铆接。焊接方法可参看有关焊接规范和手册。图 18-5-10 ~ 图 18-5-13 为梁和柱用螺钉、铆钉连接或焊接的形式。

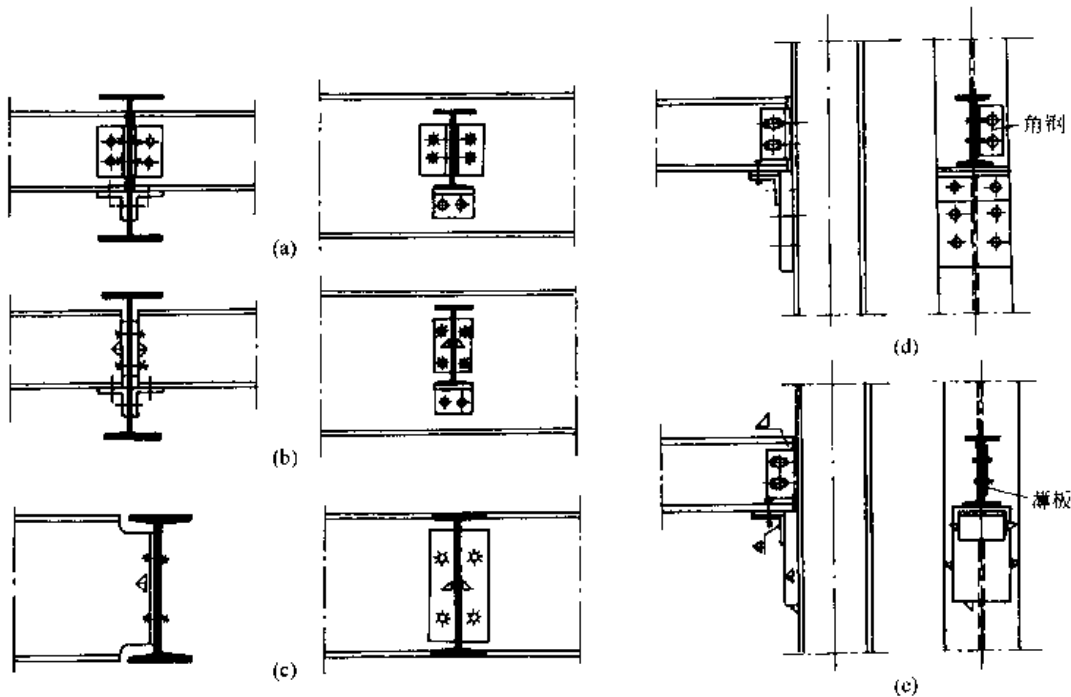


图 18-5-10 梁与梁或梁与柱的连接

如图 18-5-10a ~ c 所示的梁是用螺钉或铆钉的连接形式或有承载薄板的梁的连接形式，都属于铰接式连接，即接点的设计计算只考虑反力（剪力）而不考虑抗弯。图 d、e 是梁与柱通过角钢铆接和薄板焊接的连接。

梁与梁或柱的抗弯连接必须保证弯矩的传递。图 18-5-11 所示为越过一根大梁的抗弯的梁连接。关键是梁的翼缘必须用盖板相连，此时，大梁的腹板是可能有间隙的。图 18-5-12 则是梁的相互连接之间有支座时的螺栓连接情况。焊接连接结构可仿此设计。

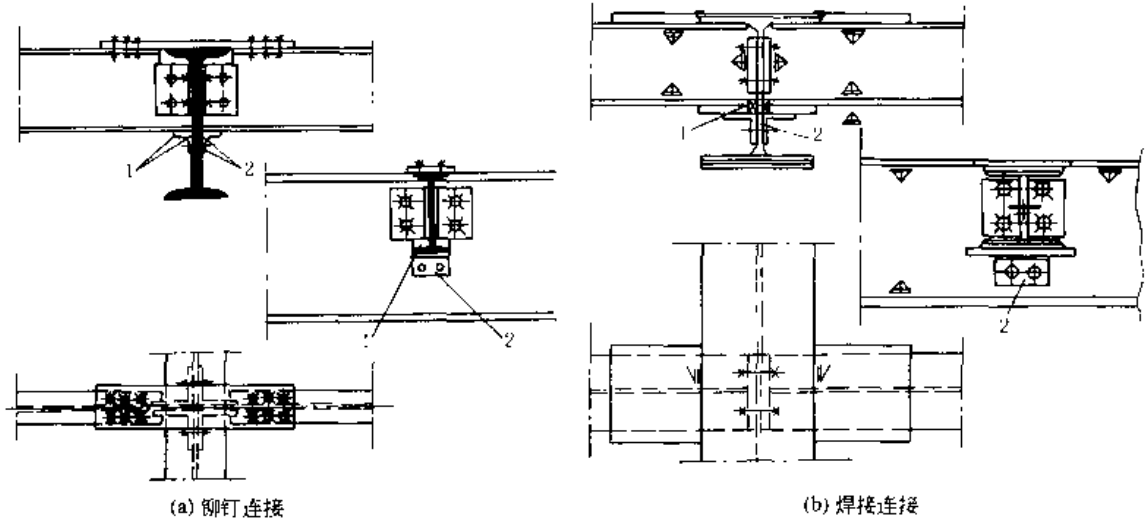


图 18-5-11 越过一根大梁的抗弯的梁连接  
1—压块；2—安装角钢

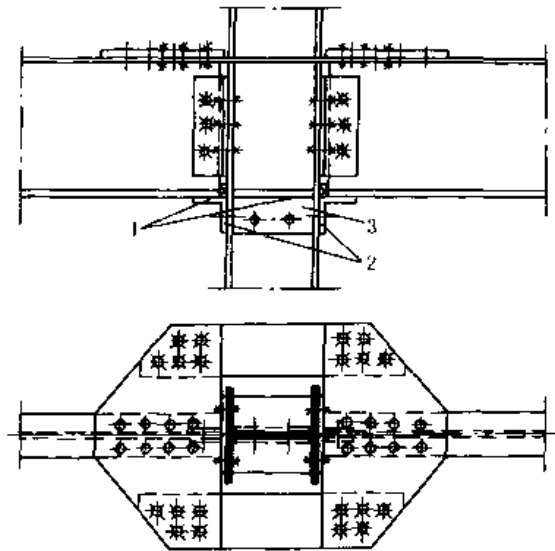


图 18-5-12 支座上通过的抗弯的梁连接  
1—压块；2—安装角钢；3—装配角钢

图 18-5-13 为在钢骨架结构中支腿与横梁的抗弯连接，是无筋板的刚架转角。这种结点结构往往要有腹板加强，因为弯矩的传递和分配往往通过它来实现。

螺栓或铆钉的最大、最小允许距离见表 18-5-3。螺钉及外筋条的数量对立柱连接处刚度的影响见表 18-5-4。



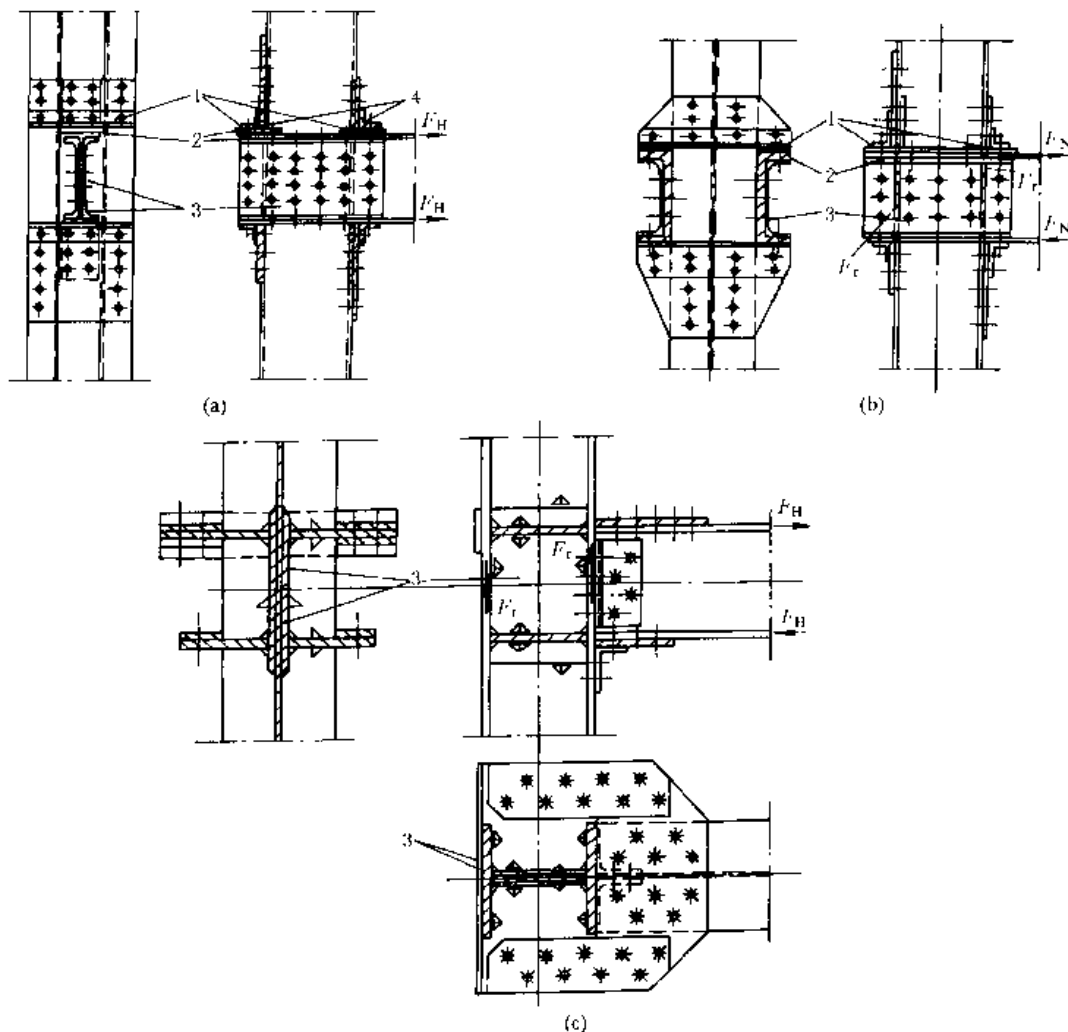


图 18-5-13 在钢骨架结构中支腿与横梁的抗弯连接（无筋板的刚架转角）

(a) 双壁支承-单壁横梁；(b) 单壁支承-双壁横梁；(c) 单壁支承-单壁横梁

1-楔；2-调整衬垫；3-配合的腹板加强；4-铣切的板端

表 18-5-3

螺栓或铆钉的最大、最小允许距离

名称	位置和方向		最大允许距离 (取两者的较小值)	最小允许距离	
中心间距	任意方向	外排	$8d_0$ 或 $12t$	$3d_0$	
		中间排	构件受压力		$12d_0$ 或 $18t$
			构件受拉力		$16d_0$ 或 $24t$
中心至构件边缘的距离	顺内力方向			$2d_0$	
	垂直内力方向	切割边		$4d_0$ 或 $8t$	
		轧制边	高强度螺栓		$1.5d_0$
			其他螺栓或铆钉		

注：1.  $d_0$  为螺栓或铆钉的孔径； $t$  为外层较薄板件的厚度。

2. 钢板边缘与刚性构件（如角钢、槽钢等）相连的螺栓或铆钉的最大间距，可按中间排的数值采用。

表 18-5-4 螺钉及外筋条的数量对立柱连接处刚度的影响

简 图					
相对抗弯刚度 (x 向)	1	1	1.4	1.37	1.37
相对抗弯刚度 (y 向)	1	1.1	1.2	1.3	1.43
相对抗扭刚度	1	1.25	1.35	1.42	1.52

### 3 稳定性计算<sup>[11]</sup>

等截面柱的变形计算见表 18-6-1 ~ 表 18-6-4。

立架或柱的计算方法和梁的计算相似，但受压杆件必须进行稳定性校核计算。对于受弯构件的梁来说，若受到轴向压力，也必须进行稳定性校核。关于梁的局部稳定性见第 3 章 1.4。关于杆的稳定性计算可参见本手册第 1 卷。

#### 3.1 不作稳定性计算的条件

当符合下列情况之一时，可不计算梁的整体稳定性：

- (1) 有铺板（各种钢筋混凝土板和钢板）密铺在梁的受压翼缘上并与其牢固相连、能阻止梁受压翼缘的侧向位移时；
- (2) 工字形截面简支梁受压翼缘的自由长度  $l_1$  与其宽度  $b_1$  之比不超过表 18-5-5 所规定的数值时。

表 18-5-5 工字形截面简支梁不需计算整体稳定性的最大  $l_1/b_1$  值

钢 号	跨中无侧向支承点的梁		跨中有侧向支承点的梁， 不论载荷作用于何处
	载荷作用在上翼缘	载荷作用在下翼缘	
Q235 钢	13	20	16
16Mn 钢、16Mnq 钢	11	17	13
15MnV 钢、15MnVq 钢	10	16	12

注：1. 其他钢号的梁不需计算整体稳定性的最大  $l_1/b_1$  值，应取 3 号钢的数值乘以  $\sqrt{325/\sigma_s}$ 。

2. 梁的支座处，应采取构造措施以防止梁端截面的扭转。

3. 对跨中无侧向支承点的梁， $l_1$  为其跨度；对跨中有侧向支承点的梁， $l_1$  为受压翼缘侧向支承点间的距离（梁的支座处视为有侧向支承）。

#### 3.2 轴心受压构件的稳定性验算公式

$$\sigma = \frac{N}{\varphi A} < \sigma_p \quad (18-5-1)$$

式中  $A$  ——构件的毛截面面积， $\text{mm}^2$ ；

$N$  ——计算轴向压力， $\text{N}$ ；

$\varphi$  ——根据结构件的最大长细比或最大的换算长细比选取的轴心受压构件稳定系数， $\varphi$  值按表 18-5-6 选取（长细比  $\lambda$  的计算见 3.3 节）。

当钢材的屈服点  $\sigma_s$  高于  $350\text{N}/\text{mm}^2$  时，可近似用构件的假想长细比  $\lambda_r$ ，按 16Mn 钢选取  $\varphi$ 。 $\lambda_r$  的计算公式如下：

$$\lambda_1 = \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s}{350}} \quad (18-5-2)$$

式中  $\sigma_s$  ——所选材料的屈服点,  $N/mm^2$ 。

表 18-5-6 轴心受压构件的稳定系数  $\varphi$  值

$\lambda$	材 料		$\lambda$	材 料	
	Q235	16Mn		Q235	16Mn
0	1.000	1.000	130	0.401	0.279
10	0.995	0.993	140	0.349	0.242
20	0.981	0.973	150	0.306	0.213
30	0.958	0.940	160	0.272	0.188
40	0.927	0.895	170	0.243	0.168
50	0.888	0.840	180	0.218	0.151
60	0.842	0.776	190	0.197	0.136
70	0.789	0.705	200	0.180	0.124
80	0.731	0.627	210	0.164	0.113
90	0.669	0.546	220	0.151	0.104
100	0.604	0.462	230	0.139	0.096
110	0.536	0.384	240	0.129	0.089
120	0.466	0.325	250	0.120	0.082

### 3.3 结构件长细比的计算

(1) 结构件的长细比按式 (18-5-3) 计算:

$$\lambda = \frac{l_0}{r} \leq \lambda_p \quad (18-5-3)$$

式中  $l_0$  ——结构件的计算长度, 其计算方法见 3.4 节, mm;

$r$  ——构件毛截面对某轴的回转半径, mm,

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (18-5-4)$$

$I$  ——结构件对某轴的毛截面惯性矩,  $mm^4$ ;

$\lambda_p$  ——结构件的许用长细比, 见表 18-5-7。

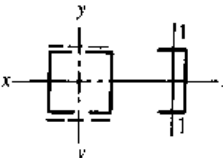
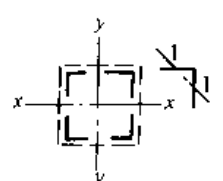
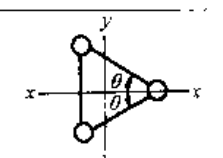
表 18-5-7 结构件许用长细比  $\lambda_p$

构 件 名 称	受拉结构件	受压结构件
主要承载结构件	对桁架的弦杆	120
	对整个结构	150
次要承载结构件 (如主桁架的其他杆、辅助桁架的弦杆等)	200	150
其他构件	350	250

(2) 当结构件为格构式的组合结构件时, 其整个结构件的换算长细比可按表 18-5-8 计算。

表 18-5-8

格构式构件换算长细比  $\lambda_0$  计算公式

构件截面形式	缀材类别	计算公式	符号意义
	缀板	$\lambda_{by} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2}$	$\lambda_y$ 整个构件对虚轴的长细比 $\lambda_1$ 单肢对 1-1 轴的长细比, 其计算长度取缀板间的净距离 (铆接构件取缀板边缘铆钉中心间的距离)
	缀条	$\lambda_{by} = \sqrt{\lambda_y^2 + 27 \frac{A}{A_1}}$	$A$ 构件横截面所截各弦杆的毛截面面积之和 $A_1$ 构件横截面所截各斜缀条的毛截面面积之和
	缀板	$\lambda_{bx} = \sqrt{\lambda_x^2 + \lambda_1^2}$ $\lambda_{by} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2}$	$\lambda_1$ 单肢对最小刚度轴 1-1 的长细比, 其计算长度取缀板间的净距离 (铆接构件取缀板边缘铆钉中心间的距离)
	缀条	$\lambda_{bx} = \sqrt{\lambda_x^2 + 40 \frac{A}{A_{1x}}}$ $\lambda_{by} = \sqrt{\lambda_y^2 + 40 \frac{A}{A_{1y}}}$	$A_{1x}$ 构件横截面所截垂直于 $xx$ 轴的平面内各斜缀条的毛截面面积之和 $A_{1y}$ 构件横截面所截垂直于 $yy$ 轴的平面内各斜缀条的毛截面面积之和
	缀条	$\lambda_{bx} = \sqrt{\lambda_x^2 + \frac{42A}{A_1(1.5 - \cos^2\theta)}}$ $\lambda_{by} = \sqrt{\lambda_y^2 + \frac{42A}{A_1 \cos^2\theta}}$	$\theta$ 缀条所在平面和 $x$ 轴的夹角

注: 1. 缀板组合结构件的单肢长细比  $\lambda_1$  不应大于 40。缀板尺寸应符合下列规定: 缀板沿柱纵向的宽度不应小于肢件轴线间距离的 2/3, 厚度不应小于该距离的 1/40, 并不小于 6mm。

2. 斜缀条与结构件轴线间倾角应保持在 40° ~ 70° 范围内。

### 3.4 结构件的计算长度

#### 3.4.1 等截面柱

(1) 等截面杆件只考虑支承影响, 受压构件计算长度按式 (18-5-5) 计算:

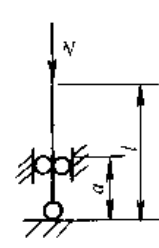
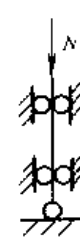
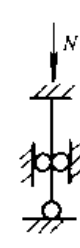
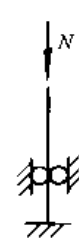
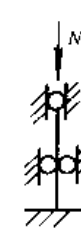

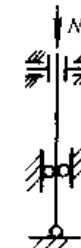
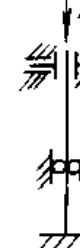
$$l_0 = \mu_1 l \tag{18-5-5}$$

式中  $l$  —— 构件的实际几何长度;

$\mu_1$  —— 与支承方式有关的 (在两个平面内不一定相同) 长度系数, 见表 18-5-9。

表 18-5-9

长度系数  $\mu_1$  值

$a/l$	构件支承方式							
								
0	2.00	0.70	0.50	2.00	0.70	0.50	1.00	1.00
0.1	1.87	0.65	0.47	1.85	0.65	0.46	0.93	0.93
0.2	1.73	0.60	0.44	1.70	0.59	0.43	0.87	0.85
0.3	1.60	0.56	0.41	1.55	0.54	0.39	0.80	0.78
0.4	1.47	0.52	0.41	1.40	0.49	0.36	0.75	0.70
0.5	1.35	0.50	0.44	1.26	0.44	0.35	0.70	0.64
0.6	1.23	0.52	0.49	1.11	0.41	0.36	0.67	0.58
0.7	1.13	0.56	0.54	0.98	0.41	0.39	0.67	0.53
0.8	1.06	0.60	0.59	0.85	0.44	0.43	0.68	0.51
0.9	1.01	0.65	0.65	0.76	0.47	0.46	0.69	0.50
1.0	1.00	0.70	0.70	0.70	0.50	0.50	0.70	0.50

(2) 作用力作用于柱的中部时的稳定系数计算见第 1 卷。

### 3.4.2 变截面受压构件

变截面受压构件计算长度按式 (18-5-6) 计算, 构件的截面惯性矩取原构件的最大截面惯性矩:

$$I_c = \mu_1 \mu_2 I \tag{18-5-6}$$

式中  $\mu_2$  ——变截面长度系数, 见表 18-5-10 ~ 表 18-5-12, 等截面时  $\mu_2 = 1.0$ 。

表 18-5-10 变截面长度系数  $\mu_2$  值

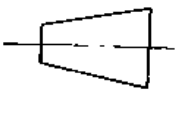
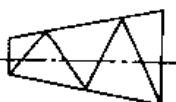
变截面形式	$I_{min}/I_{max}$	$\mu_2$	变截面形式	$I_{min}/I_{max}$	$\mu_2$
 $I_x$ 呈线性变化	0.1	1.45	 $I_x$ 呈抛物线变化	0.1	1.66
	0.2	1.35		0.2	1.45
	0.4	1.21		0.4	1.24
	0.6	1.13		0.6	1.13
	0.8	1.06		0.8	1.05

表 18-5-11 变截面长度系数  $\mu_2$  值

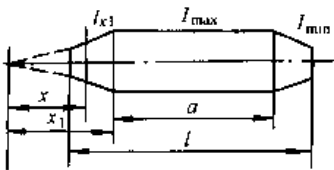


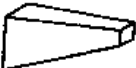
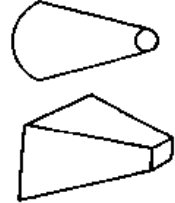
变截面形式	$\mu_2$						
	$I_{min}/I_{max}$	n	m				
			0	0.2	0.4	0.6	0.8
 $\frac{I_x}{I_{max}} = \left(\frac{x}{x_1}\right)^n \cdot m - \frac{a}{l}$	0.1	1	1.23	1.14	1.07	1.02	1.00
		2	1.35	1.22	1.10	1.03	1.00
		3	1.40	1.31	1.12	1.04	1.00
		4	1.43	1.33	1.13	1.04	1.00
n=1 	0.2	1	1.19	1.11	1.05	1.01	1.00
		2	1.25	1.15	1.07	1.02	1.00
		3	1.27	1.16	1.08	1.03	1.00
		4	1.28	1.17	1.08	1.03	1.00
n=2 	0.4	1	1.12	1.07	1.04	1.01	1.00
		2	1.14	1.08	1.04	1.01	1.00
		3	1.15	1.09	1.04	1.01	1.00
		4	1.15	1.09	1.04	1.01	1.00
n=3 	0.6	1	1.07	1.04	1.02	1.01	1.00
		2	1.08	1.05	1.02	1.01	1.00
		3	1.08	1.05	1.02	1.01	1.00
		4	1.08	1.05	1.02	1.01	1.00
n=4 	0.8	1	1.03	1.02	1.01	1.00	1.00
		2	1.03	1.02	1.01	1.00	1.00
		3	1.03	1.02	1.01	1.00	1.00
		4	1.03	1.02	1.01	1.00	1.00

表 18-5-12

变截面长度系数  $\mu_2$  值 (箱形伸缩臂)

伸缩臂几何特性	<p>(a)</p>					<p>(b)</p>					
	$\beta_2$	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5
$\beta_3$	—	—	—	—	—	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5
$\mu_2$	1.015	1.030	1.046	1.062	1.078	1.052	1.090	1.100	1.145	1.145	1.195
伸缩臂几何特性	<p>(c)</p>										
	$\beta_2$	1.3					1.6				
$\beta_3$	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	
$\beta_4$	1.3	2.5	1.3	2.54	1.34	2.5	1.3	2.5	1.39	2.5	
$\mu_2$	1.085	1.100	1.115	1.140	1.140	1.170	1.165	1.200	1.190	1.230	
$\beta_2$	1.6					1.9					2.2
$\beta_3$	2.2	2.5	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	1.3	2.5	1.3	
$\beta_4$	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	
$\mu_2$	1.240	1.278	1.270	1.310	1.205	1.235	1.245	1.275	1.280	1.315	
$\beta_2$	2.2					2.5					1.3
$\beta_3$	1.6	1.9	2.2	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	
$\beta_4$	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	
$\mu_2$	1.300	1.338	1.340	1.380	1.380	1.422	1.412	1.465	1.315	1.350	
伸缩臂几何特性	<p>(d)</p>										
	$\beta_2$	1.3					1.6				
$\beta_3$	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	
$\beta_4$	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	
$\mu_2$	1.160	1.255	1.215	1.325	1.270	1.395	1.320	1.460	1.365	1.520	
$\beta_2$	1.6					1.9					2.2
$\beta_3$	2.2	2.5	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	1.3	2.5	1.3	
$\beta_4$	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	
$\mu_2$	1.430	1.590	1.480	1.660	1.330	1.450	1.400	1.545	1.465	1.630	
$\beta_2$	2.2					2.5					1.3
$\beta_3$	1.6	1.9	2.2	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	
$\beta_4$	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	1.3	2.5	
$\mu_2$	1.490	1.645	1.560	1.730	1.630	1.820	1.690	1.900	1.485	1.625	

注: 1.  $I_i$  为第  $i$  节臂的截面平均惯性矩。  
 2. 若  $\beta$  值处在 1.3 和 2.5 之间, 可用线性插值法查得  $\mu_2$  值。  
 3. 取表中 (d) 栏中的数值时,  $\beta_5$  可为任意值。

### 3.4.3 桁架构件的计算长度

(1) 确定桁架交叉腹杆的长细比时, 在桁架平面内的计算长度应取节点中心到交叉点间的距离, 在桁架平面外的计算长度应按表 18-5-13 的规定采用。

表 18-5-13 桁架交叉腹杆在桁架平面外的计算长度

项次	杆件类别	杆件的交叉情况	桁架平面外计算长度
1	压杆	当相交的另一杆受拉, 且两杆在交叉点均不中断	$0.5l$
2		当相交的另一杆受拉, 两杆中有一杆在交叉点中断并以节点板搭接	$0.7l$
3		其他情况	$l$
4	拉杆		$l$

注: 1.  $l$  为节点中心间距 (交叉点不作为节点考虑)。

2. 当两交叉杆都受压时, 不宜有一杆中断。

3. 当确定交叉腹杆中单角钢压杆斜平面内的长细比时, 计算长度应取节点中心至交叉点间距离。

(2) 确定桁架弦杆和单系腹杆的长细比时, 其计算长度  $l_0$  应按表 18-5-14 的规定采用。

表 18-5-14 桁架弦杆和单系腹杆的计算长度  $l_0$

项次	弯曲方向	弦杆	腹杆	
			支座斜杆和支座竖杆	其他腹杆
1	在桁架平面内	$l$	$l$	$0.8l$
2	在桁架平面外	$l_1$	$l$	$l$
3	斜平面	—	$l$	$0.9l$

注: 1.  $l$  为构件的几何长度 (节点中心间距);  $l_1$  为桁架弦杆侧向支承点之间的距离。

2. 第 3 项斜平面是指与桁架平面斜交的平面, 适用于构件截面两主轴均不在桁架平面内的单角钢腹杆和双角钢十字形截面腹杆。

3. 无节点板的腹杆计算长度在任意平面内均取其等于几何长度。

如桁架弦杆侧向支承点之间的距离为节间长度的 2 倍 (图 18-5-14), 且侧向支承点之间的轴心压力有变化时, 则该弦杆在桁架平面外的计算长度应按式 (18-5-7) 确定:

$$l_0 = l_1 \left( 0.75 + 0.25 \frac{N_2}{N_1} \right) \quad (18-5-7)$$

但不小于  $0.5l_1$ 。

式中  $N_1$  ——较大的压力, 计算时取正值;

$N_2$  ——较小的压力或拉力, 计算时压力取正值, 拉力取负值。

桁架再分式腹杆体系的受压主斜杆 (图 18-5-15a) 及 K 形腹杆体系的竖杆 (图 18-5-15b) 等, 在桁架平面外的计算长度也应按式 (18-5-7) 确定 (受拉主斜杆仍取  $l_1$ ); 在桁架平面内的计算长度则取节点中心间距。

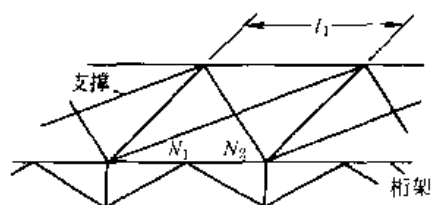


图 18-5-14 弦杆轴心压力在侧向支承点之间有变化的桁架简图

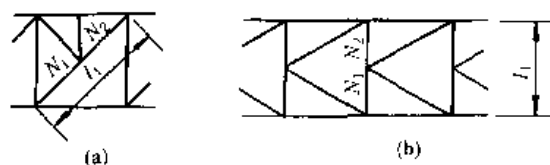


图 18-5-15 受压腹杆压力有变化的桁架简图

(a) 再分式腹杆体系的受压主斜杆;

(b) K形腹杆体系的竖杆

### 3.4.4 特殊情况

在特种情况下，例如，考虑到起重机吊臂端部有变幅拉臂钢丝绳或起升钢丝绳的有利影响，吊臂在同转平面内的计算长度还要考虑长度系数，按式（18-5-8）计算：

$$l_c = \mu_1 \mu_2 \mu_3 l \quad (18-5-8)$$

式中  $\mu_3$  ——由于拉臂钢丝绳或起升钢丝绳影响的长度系数。当吊臂由拉臂钢丝绳变幅时（图 18-5-16a），长度系数可由式 18-5-9 求得。若计算值小于 1/2 时，则  $\mu_3$  取 1/2

$$\mu_3 = 1 - \frac{A}{2B} \quad (18-5-9)$$

当吊臂由变幅油缸变幅时（图 18-5-16b），起升绳影响的长度系数可由式（18-5-10）求得：

$$\mu_3 = 1 - \frac{c}{2} \quad (18-5-10)$$

$$c = \frac{1}{\cos\alpha - a\sin\theta} \times \frac{l}{H}$$

式中  $a$  ——起升滑轮组倍率；

$l$  ——吊臂长度；

$\theta$ 、 $\alpha$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $H$  ——为几何尺寸，见图 18-5-16。

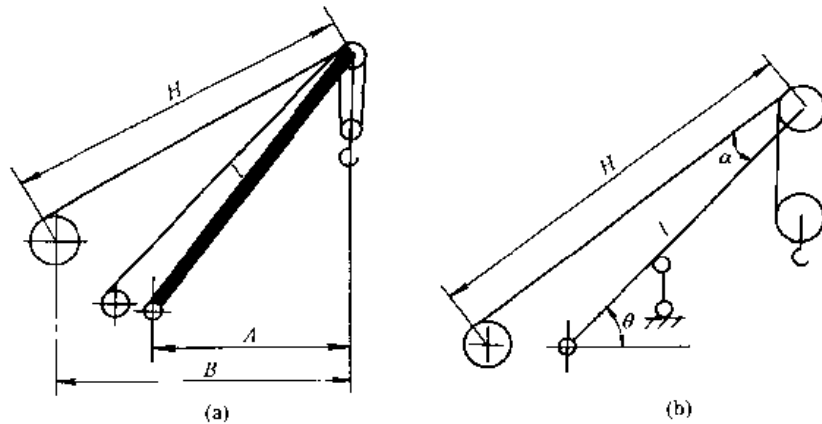


图 18-5-16

### 3.5 偏心受压构件

对于单向或双向受压与弯的构件，即构件受有轴向力及受绕强轴（ $x$ 轴）和弱轴（ $y$ 轴）的双向弯矩时，除用一般强度公式验算强度外，还需验算其稳定性。详细计算可参看 GB/T 3811—1983。

凡符合下列情况之一的受弯结构件，可不验算侧向屈曲稳定性：

(1) 箱形截面结构件，当其截面高  $H$  与两侧板间的宽度  $B$  的比值不大于 3 时，或其截面足以保证结构件的侧向刚性（如空间桁架）时；

(2) 其他截面的结构件，当有刚性较强的走台，且其支承件固定在结构件的受压翼板上，并能抵抗截面的扭转和水平位移时；

(3) 两端简支的工字形截面结构件，其受压翼缘板的自由长度  $l$  和其宽度  $b$  之比值不超过表 18-5-15 中的规定值时。

当受弯结构件不符合上述情况之一时，则必须计算结构件的侧向屈曲稳定系数，见 GB/T 3811—1983。



表 18-5-15 两端简支的工字形截面结构件不需要验算侧向屈曲稳定性的最大  $l/b$  值

$h/b$	$h/\delta_b = 100$			$h/\delta_b = 50$		
	载荷作用在上翼缘板	载荷作用在下翼缘板	跨内有侧向支承点, 不论载荷作用在何处	载荷作用在上翼缘板	载荷作用在下翼缘板	跨内有侧向支承点, 不论载荷作用在何处
2	16/13	25/21	19/16	17/14	26/22	20/17
4	15/12	23/19	17/14	16/13	24/20	18/15
6	13/11	21/17	16/13	15/12	22/18	17/14

注: 1. 表中符号意义为:

$h$  —— 结构件全高;

$l$  —— 受压翼缘的自由长度, 对跨中无侧向支承点的结构件, 即为其跨度; 对跨中有侧向支承点的结构件, 为受压翼缘侧向支承点间距;

$b$  —— 结构件受压翼缘的宽度;

$\delta_b$  —— 结构件受压翼缘的厚度。

2. 在结构件的端部支承处, 应采取构造措施以阻止其端部截面的扭转。

3. 表中分子数字用于 Q235 钢, 分母数字用于 16Mn 钢。

### 3.6 板的局部稳定性计算

对于薄板的局部稳定性和配肋板的要求, 已在梁板的加强肋板中说明, 在必须对板的局部稳定性作详细验算时, 可按本节进行计算。

(1) 压应力  $\sigma_1$ 、切应力  $\tau$  和局部压应力  $\sigma_m$  分别作用时的临界应力:

$$\sigma_{1,cr} = \chi K_\sigma \sigma_k \tag{18-5-11}$$

$$\tau_{cr} = \chi K_\tau \sigma_E \tag{18-5-12}$$

$$\sigma_{mer} = \chi K_m \sigma_b \tag{18-5-13}$$

式中  $\sigma_{1,cr}$  —— 临界压应力,  $N/mm^2$ ;

$\tau_{cr}$  —— 临界切应力,  $N/mm^2$ ;

$\sigma_{mer}$  —— 临界局部挤压应力,  $N/mm^2$ ;

$\chi$  —— 板边弹性嵌固系数; 一般可在 1 ~ 1.26 范围内选取, 当一对边受强翼板或强纵向加劲肋嵌固时取大值;

$K_\sigma, K_\tau, K_m$  —— 四边简支板的屈曲系数, 取决于板的边长比  $\alpha = a/b$  和板边载荷情况。对于用加劲肋分隔的局部区格按表 18-5-16 求得, 对于包括加劲肋在内的带肋板按表 18-5-17 求得;

$\sigma_b$  —— 欧拉应力,  $N/mm^2$ , 按式(18-5-14)计算,

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\delta}{b}\right)^2 = 19 \left(\frac{100\delta}{b}\right)^2 \tag{18-5-14}$$

$\delta$  —— 板厚, mm;

$b$  —— 区格宽或板宽, mm;

$E$  —— 材料的弹性模数,  $N/mm^2$ ;

$\nu$  —— 泊松比。

当加劲肋符合本节(4)的规定时, 只需要按局部区格计算稳定性, 否则应同时计算局部区格和带肋板两种情况的稳定性。

(2) 压应力  $\sigma_1$ 、切应力  $\tau$  和局部压应力  $\sigma_m$  同时作用时的临界复合应力按式(18-5-15)计算:

$$\sigma_{1,cr} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_m^2 - \sigma_1 \sigma_m + 3\tau^2}}{\frac{1+\psi}{4} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1,cr}}\right) + \sqrt{\left[\frac{3-\psi}{4} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1,cr}}\right) + \frac{\sigma_m}{\sigma_{mer}}\right]^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2}} \tag{18-5-15}$$

式中  $\psi$  的含义见表 18-5-16。

特殊情况:  $\tau = 0, \sigma_m = 0, \sigma_{1,cr} = \sigma_{1,cr}$ ;

$$\sigma_1 = 0, \sigma_m = 0, \sigma_{1,cr} = \sqrt{3} \tau_{cr};$$

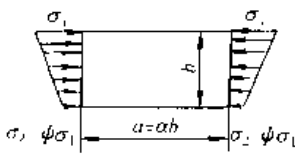
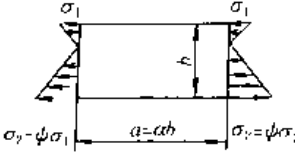
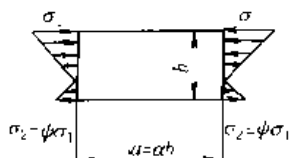
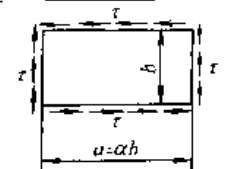
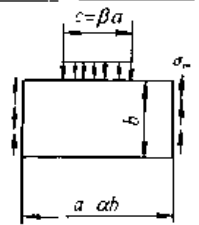
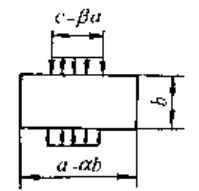
$$\tau = 0, \sigma_1 = 0, \sigma_{1,cr} = \sigma_{mer}$$

当局部压力作用于板的受拉边缘时,  $\sigma_1$  与  $\sigma_m$  不相关, 可分别取  $\sigma_m = 0$  或  $\sigma_1 = 0$  进行计算。当临界复合应力 (包括上述特殊情况) 超过  $0.75\sigma_s$  时, 应按式 (18-5-16) 求得折减临界复合应力  $\sigma_{cr}$ :

$$\sigma_{cr} = \sigma_s \left( 1 - \frac{\sigma_s}{5.3\sigma_{1,cr}} \right) \quad (18-5-16)$$

式中  $\sigma_s$  —— 材料的屈服点,  $N/mm^2$ 。

表 18-5-16 局部区格板的屈曲系数

序号	载 荷 情 况	$\alpha = a/b$	$K$
1	均匀或不均匀压缩 $0 \leq \psi < 1$ 	$\alpha \geq 1$	$K_\sigma = \frac{8.4}{\psi + 1.1}$
		$\alpha < 1$	$K_\sigma = \left( \alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^2 \frac{2.1}{\psi + 1.1}$
2	纯弯曲或以拉为主的弯曲 $\psi \leq -1$ 	$\alpha \geq \frac{2}{3}$	$K_\sigma = 23.9$
		$\alpha < \frac{2}{3}$	$K_\sigma = 15.87 + \frac{1.87}{\alpha^2} + 8.6\alpha^2$
3	以压为主的弯曲 $-1 < \psi < 0$ 		$K_\sigma = (1 + \psi) K_\sigma' - \psi K_\sigma'' + 10\psi(1 + \psi)$ $K_\sigma'$ —— $\psi = 0$ 时的屈曲系数 (序号 1) $K_\sigma''$ —— $\psi = -1$ 时的屈曲系数 (序号 2)
4	纯剪切 	$\alpha \geq 1$	$K_\tau = 5.34 + \frac{4}{\alpha^2}$
		$\alpha < 1$	$K_\tau = 4 + \frac{5.34}{\alpha^2}$
5	单边局部压缩 	$\alpha \leq 1$	$K_m = \frac{2.86}{\alpha^{1.5}} + \frac{2.65}{\alpha^2 \beta}$
		$1 < \alpha \leq 3$	$K_m = \left( 2 + \frac{0.7}{\alpha^2} \right) \left( \frac{1 + \beta}{\alpha \beta} \right)$ 注: 当 $\alpha > 3$ 时, 按 $a = 3b$ 计算 $\alpha, \beta, K_m$ 值
6	双边局部压缩 		$K_m = 0.8 K_m'$ $K_m'$ —— 按序号 5 计算的 $K_m$ 值

注: 1.  $\sigma_1$  为板边最大压应力,  $\psi = \sigma_2/\sigma_1$  为板边两端应力比;  $\sigma_1, \sigma_2$  各带自己的正负号。

2. 对有一条纵向加劲肋, 受局部压应力作用的腹板, 其上区格可参照序号 6 栏计算屈曲系数, 其下区格在确定局部应力的扩散区宽度后可参照序号 5 栏计算屈曲系数。对有两条和两条以上纵向加劲肋的情况, 也可按照上述原则进行计算。

(3) 局部稳定性许用应力及局部稳定性验算:

局部稳定性许用应力  $\sigma_{exp}$  按式 (18-5-17) 或 (18-5-18) 计算:


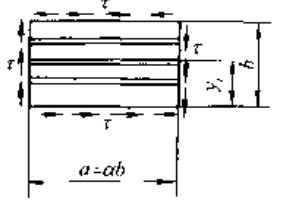
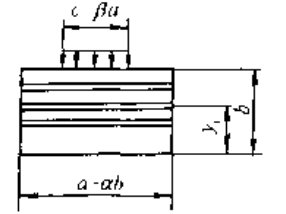
$$\text{当 } \sigma_{1,cr} \leq \sigma_p \text{ 时: } \sigma_{exp} = \frac{\sigma_{1,cr}}{n} \quad (18-5-17)$$

$$\text{当 } \sigma_{1,cr} > \sigma_p \text{ 时: } \sigma_{exp} = \frac{\sigma_p}{n} \quad (18-5-18)$$

式中  $n$  ——安全系数, 取与强度安全系数一致, 对起重机机架, 见第 2 章表 18-2-17;

$\sigma_p$  —— $0.75\sigma_s$  (假想比例极限)。

表 18-5-17 带肋板的屈曲系数

序号	载 荷 情 况	K																								
1		$K_0 = \frac{(1 + \alpha^2)^2 + r\gamma_1}{\alpha^2(1 + r\delta_\alpha)} \times \frac{2}{1 + \psi}$																								
2		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>m</math></td> <td>5</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>70</td> <td>80</td> <td>90</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td><math>K_\tau</math></td> <td>6.98</td> <td>7.7</td> <td>8.67</td> <td>9.36</td> <td>9.6</td> <td>10.4</td> <td>10.8</td> <td>11.1</td> <td>11.4</td> <td>11.7</td> <td>12</td> </tr> </table> $m = 2 \sum_{i=1}^{r-1} \sin^2 \left( \frac{\pi y_i}{b} \right) \gamma_\alpha, \text{ 加肋肋等距离平分板宽时 } 2 \sum_{i=1}^{r-1} \sin^2 \left( \frac{\pi y_i}{b} \right) = r$	$m$	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	$K_\tau$	6.98	7.7	8.67	9.36	9.6	10.4	10.8	11.1	11.4	11.7	12
$m$	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100															
$K_\tau$	6.98	7.7	8.67	9.36	9.6	10.4	10.8	11.1	11.4	11.7	12															
3		$K_m = K'_m(1 + \eta)$ <p><math>K'_m</math> ——按表 18-5-16 中的序号 5 计算的 <math>K_m</math> 值</p> $\eta = \frac{\sum_{i=1}^{r-1} \left( \sin \frac{\pi y_i}{b} - \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi y_i}{b} \right)^2}{\alpha^4 + \frac{5}{4} \alpha^2 + \frac{17}{32}} \gamma_\alpha$																								

注:  $\gamma_\alpha = \frac{EI_x}{bD}$ ,  $\delta_\alpha = \frac{A_x}{b\delta}$ ;

$I_x$  ——加肋肋截面对板中面轴线的惯性矩,  $\text{mm}^4$ ;

$A_x$  ——加肋肋截面面积,  $\text{mm}^2$ ;

$r$  ——加肋肋的分隔数;

$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}$  ( $\nu$  为材料的泊松比)。

局部稳定性按式 (18-5-19) 验算:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_m^2 - \sigma_1 \sigma_m + 3\tau^2} \leq \sigma_{exp} \quad (18-5-19)$$

(4) 起重机机架对加肋肋构造尺寸的要求:

在满足上述的板的局部稳定性的前提下, 板横向加肋肋间距  $a$  不得小于  $0.5b$ , 且不得大于  $b$  和  $2m$  两值中的大值,  $b$  为板的总宽度。

板横向加肋肋的尺寸按式 (18-5-20), (18-5-21) 确定:

$$b_1 \geq \frac{b}{30} + 40 \quad (18-5-20)$$

$$\delta_1 \geq \frac{1}{15} b_1 \quad (18-5-21)$$

式中  $b_1$  — 横向加劲肋的外伸宽度, mm;

$\delta_1$  — 横向加劲肋的厚度, mm;

$b$  — 板的总宽度, mm。

在板同时采用横向加劲肋和纵向加劲肋时, 横向加劲肋除尺寸应符合上述规定外, 还应满足式 (18-5-22) 的要求:

$$I_{x1} \geq 3 b \delta^3 \quad (18-5-22)$$

式中  $I_{x1}$  — 一横向加劲肋的截面对该板板厚中心线的惯性矩,  $\text{mm}^4$ ;

$\delta$  — 板厚, mm。

此时, 腹板纵向加劲肋应同时满足式 (18-5-23)、式 (18-5-24) 的要求:

$$I_{22} \geq \left( 2.5 - 0.45 \frac{a}{b} \right) \frac{a^2}{b} \delta^3 \quad (18-5-23)$$

$$I_{22} \geq 1.5 b \delta^3 \quad (18-5-24)$$

式中  $I_{22}$  — 一板纵向加劲肋的截面对板厚中心线的惯性矩,  $\text{mm}^4$ 。

翼缘板纵向加劲肋应满足式 (18-5-25) 的要求:

$$I_{23} \geq m \left( 0.64 + 0.09 \frac{a}{b} \right) \frac{a^2}{b} \delta^3 \quad (18-5-25)$$

式中  $I_{23}$  — 一翼缘板纵向加劲肋的截面对翼缘板板厚中心线的惯性矩,  $\text{mm}^4$ ;

$m$  — 翼缘板纵向加劲肋数。

### 3.7 圆柱壳的局部稳定性计算

受轴压或压弯联合作用的薄壁圆柱壳体, 当壳体壁厚  $\delta$  与壳体中面半径  $R$  的比值  $\frac{\delta}{R}$  不大于  $25 \frac{\sigma_s}{E}$  时, 必须计算它的局部稳定性

(1) 圆柱壳体受轴压或压弯联合作用时的临界应力:

$$\sigma_{c,cr} = 0.2 \frac{E\delta}{R} \quad (18-5-26)$$

式中  $\sigma_{c,cr}$  — 圆柱壳体受轴压或压弯联合作用时的临界应力,  $\text{N}/\text{mm}^2$ ;

当按式 (18-5-26) 算得的临界应力超过  $0.75\sigma_s$  时, 可按式 (18-5-16) 进行折减;

$R$  — 圆柱壳体中面半径, mm;

$\delta$  — 圆柱壳体壁厚, mm。

(2) 受轴压或压弯联合作用的薄壁圆柱壳体的局部稳定性验算:

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W} \leq \frac{\sigma_{c,cr}}{n} \quad (18-5-27)$$

式中  $N$  — 轴向力, N;

$M$  — 弯矩,  $\text{N} \cdot \text{mm}$ ;

$A$  — 圆柱壳的横截面净面积,  $\text{mm}^2$ ;

$W$  — 圆柱壳的横截面净截面抗弯模量,  $\text{mm}^3$ ;

$n$  — 安全系数, 取与强度安全系数一致, 对于起重机机架见第 2 章表 18-2-17。

(3) 加劲环

圆柱壳两端应设置加劲环或设置有相应作用的结构件; 当壳体长度大于  $10R$  时, 需设置中间加劲环。加劲环的间距不大于  $10R$ , 加劲环的截面惯性矩  $I_x$  应满足式 (18-5-28) 的要求:

$$I_x \geq \frac{R\delta^3}{2} \sqrt{\frac{R}{\delta}} \quad (18-5-28)$$

式中  $I_x$  — 一圆柱壳加劲环的截面惯性矩,  $\text{mm}^4$ 。

## 第 6 章 框架的设计与计算

框架的结点有铰接、刚接；有静定、超静定。带刚性连接的框架一般称刚架，受载荷作用使刚架变形后，其某些杆与杆之间的夹角仍保持不变。刚架同样有静定和超静定的。

对静定刚架的计算方法与静定梁的计算方法相同。通常先根据整体或某部分的平衡条件，求出各支座的反力及各铰接处的内力，然后再逐杆计算其内力，并绘制内力图。

图 18-6-1 为悬臂起重机的臂架结构形式，空腹式框架起重机见本篇第 1 章图 18-1-16。

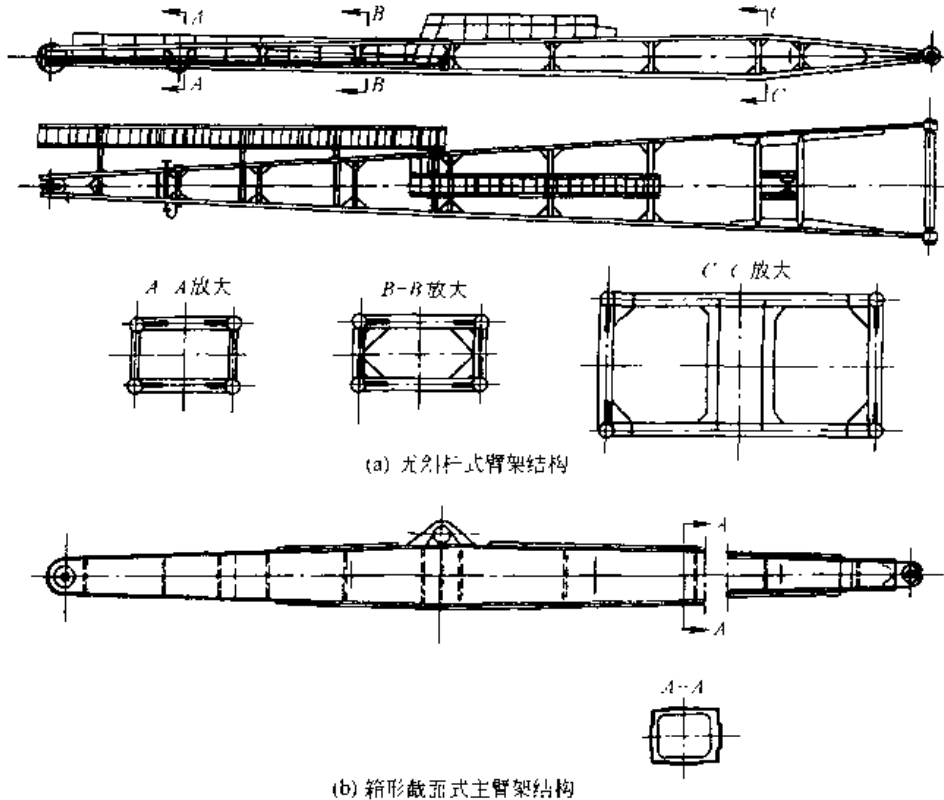


图 18-6-1 悬臂起重机臂架结构形式

### 1 刚架的结点设计

铰接框架的结点与前面几章相同，本节只介绍刚接框架结点的设计。

刚架转角或结点是要传递弯矩的。无筋板的刚架转角形式见第 5 章图 18-5-13。有弯矩翼缘的刚架转角大多如图 18-6-2 所示。外翼缘或多或少呈锐角形式(图 18-6-2b)，内翼缘为连续的曲线。这种刚架转角可理想化为弯曲很大的曲梁，并按曲梁的理论来计算。理论计算表明在受压翼缘变形失稳时，应力部分集中在腹板上，所以这些腹板必须加强。对于锐角形式的转角，有时采用图 18-6-2c 形式的设计对提高腹板的刚性较为有效。

图 18-6-3 是几种焊接形式的内翼缘为弯曲的转角和结点。图 a 是箱形断面刚架的结点，把对接缝布置在过渡圆弧之外，焊缝受力较小。图 b 是钢板和型钢焊接的刚架结点，把钢板构件的下翼缘以圆弧延伸过渡再和型钢焊接。这样制造方便，过渡平缓。图 c 是型钢焊成的刚架结点，在该处另焊上具有过渡圆弧的连接钢板，既增加结点的刚性，又减少应力集中。

多边形翼缘的刚架转角如图 18-6-4。

如果出现焊接和紧配螺栓作为连接件，则图 18-6-4a、b 中的转角必须在工厂中制成，安装拼接放在转角附近的横梁上、立柱上或两者之上。在结构 a 中，由于腹板的应力较大，故在转角中布置一块比横梁或立柱中的腹板还厚一些的腹板。图 c 是最简单的一种型式；用两工字钢对接来组成刚梁结点。为对焊方便，使用连接板，拐角

处用槽钢作筋，以提高结点的刚性。对于图 c 所示的刚架结点，采用焊接或采用螺栓连接，其焊接或螺栓连接如图 18-6-5 中 a 和 b 所示。根据此图形可以计算连接的强度。

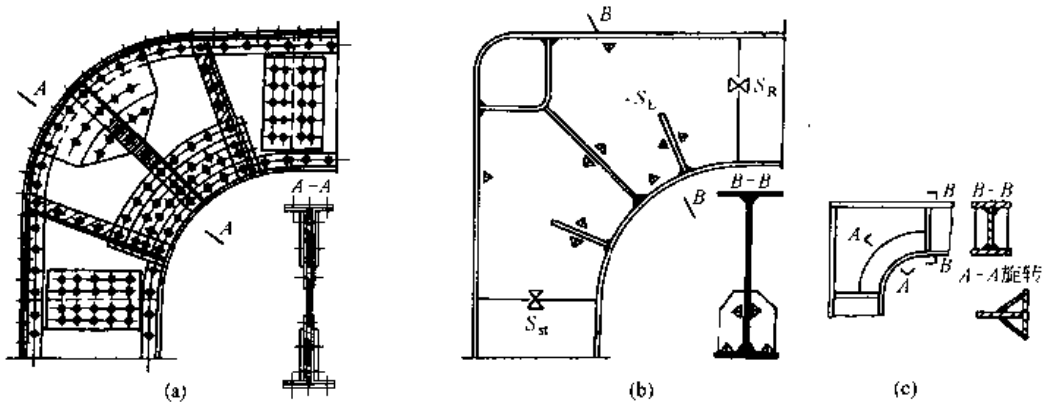


图 18-6-2 弯曲翼缘的刚架转角

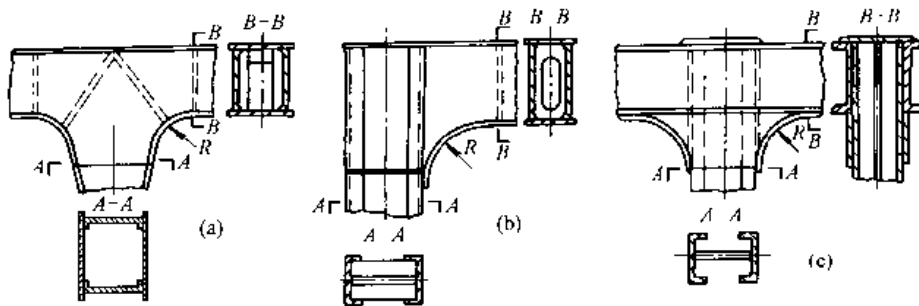


图 18-6-3

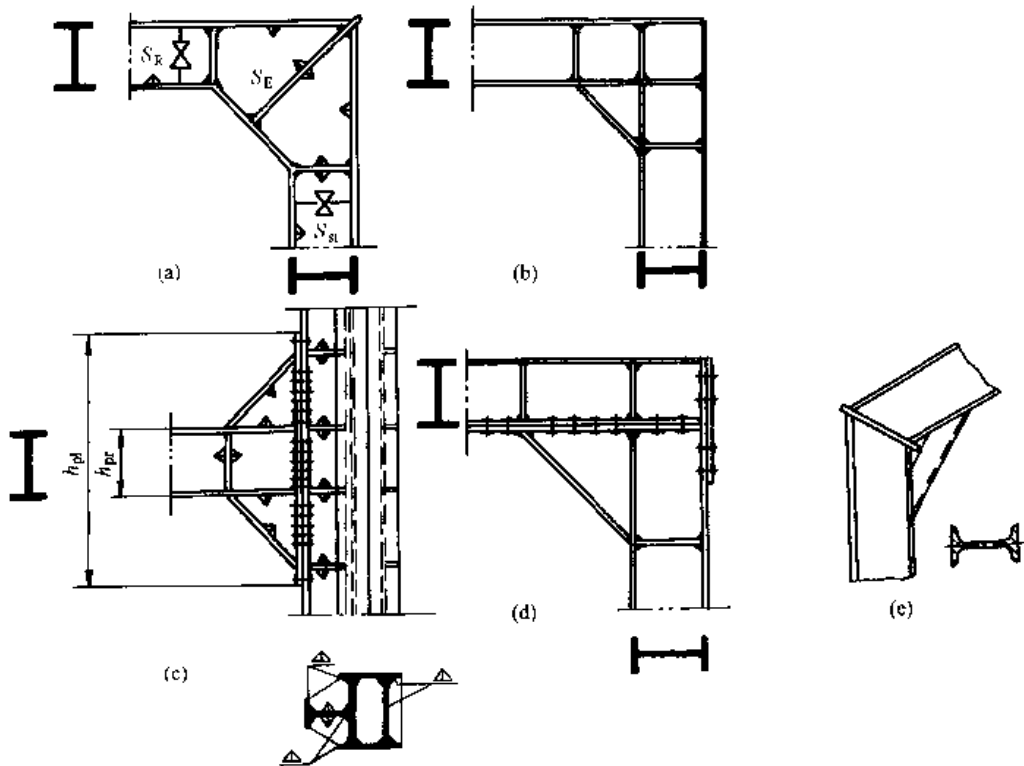


图 18-6-4

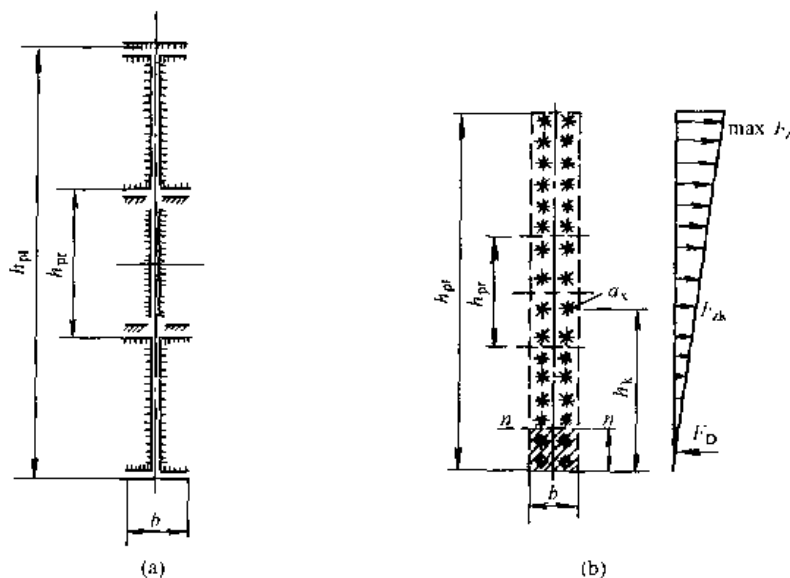


图 18-6-5

(a) 转角的焊接; (b) 转角的螺栓连接

## 2 刚架内力分析方法

超静定刚架的内力分析, 普遍使用力法和位移法, 这是最基本的方法。在结构计算中还采用弯矩分配法、卡尼法和混合法。混合法是力法和形变法的联合应用。弯矩分配法对于无侧位移的刚架, 是一个很简便的计算方法。卡尼法亦称迭代法, 也是形变法的发展, 属于渐近法的一种。鉴于后面几种方法在机械结构计算中运用较少, 本篇不作详细介绍。可参见结构力学方面的文献。下面只介绍传统计算中的基本方法, 即力法和位移法。

### 2.1 力法计算刚架

#### 2.1.1 力法的基本概念

力法是计算超静定结构的最基本的方法。力法实质上是把计算超静定结构的问题转化为计算静定结构的问题。而怎样实现这种转化, 首先要建立以下三个基本概念。

##### (1) 力法的基本未知量

由于超静定结构有多余约束, 用静力平衡方程求解杆件内力和约束反力时, 未知力数多于平衡方程数, 超出平衡方程数的未知力就是相应于多余约束的多余未知力, 一旦求得多余未知力, 就把问题转化为静定问题。

##### (2) 力法的基本结构

超静定结构的多余未知力与多余约束一一对应, 而且正是移去(撤掉或截断)多余约束才暴露出多余未知力, 然而一旦移去多余约束, 超静定结构就变成静定结构, 只不过该静定结构受有多余未知力的作用。

##### (3) 力法的基本方程

静定的基本结构毕竟不是原来的超静定结构, 而且作用在基本结构上的多余未知力单由基本结构的平衡方程仍无法求得, 但如果强令基本结构沿多余未知力方向的位移与原结构相同, 那么不但静定的基本结构与原来的超静定结构等价, 而且可以求得多余未知力。

#### 2.1.2 计算步骤<sup>[25]</sup>

综合上述, 力法是以多余内力或反力作为基本未知量, 先求出各多余力, 然后计算结构内任一截面的内力。用力法计算刚架, 从选择基本结构开始, 即从原结构上去掉多余联系, 以得到一个静定的基本结构。步骤如下。

(1) 去掉原刚架(图 18-6-6a)的多余联系, 代以相应的多余力, 使原超静定刚架变成静定的基本结构(图 18-6-6b)。所选择的基本结构应使计算力求简便。

(2) 根据基本结构在载荷及多余力的共同作用下具有与原结构相同变形的原理, 利用已知的变形条件列出力法典型方程组。对于  $n$  次超静定的结构, 由于具有  $n$  个多余联系, 而对应于每一个去掉多余联系的地方又都有一个已知的变形条件, 故可列出  $n$  个力法典型方程式, 即





式中  $M_{AB}$ 、 $M_{BA}$ ——作用于杆端的弯矩，沿顺时针方向者为正；  
 $Q_{AB}^0$ 、 $Q_{BA}^0$ —— $AB$  梁两端视为简支时的杆端剪力；剪力图见图 18-6-9b。

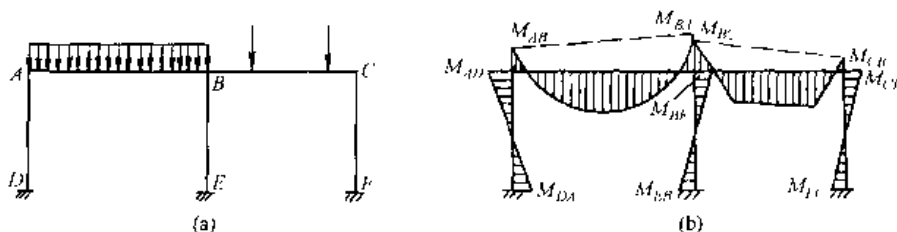


图 18-6-8

c. 轴向力图 在绘出剪力图后，将刚架的各节点分别截取出来，把作用于该节点上的载荷、轴向力及已求得的剪力都加上去，应用静力平衡条件即可求得各未知的轴向力。

轴向力图需注明正负号，通常将轴向压力作为正。轴向力图可绘在杆件的任一面。

图 18-6-8 所示的刚架，对于节点 A (图 18-6-10a)，由平衡条件得： $N_{AB} = Q_{AD}$ ， $N_{AD} = Q_{AB}$ ，轴向力图见图 18-6-10b。

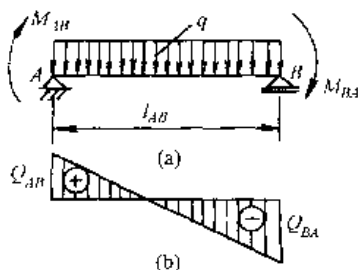


图 18-6-9

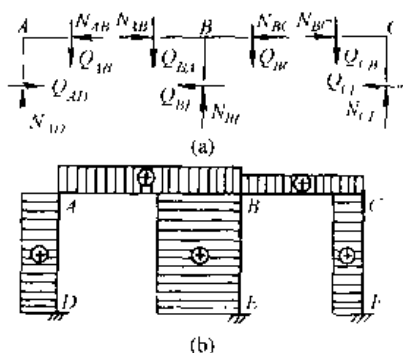


图 18-6-10

### 2.1.3 简化计算的处理

刚架常是多次超静定的结构，方法典型方程的未知数将随多余联系数目的增加而增多，计算工作量也将迅速增加。为缩短计算时间，同时也提高计算的精确度，应尽量简化计算工作。简化计算的主要手段是使力法典型方程组中尽可能多的副变位等于零。使某些副变位等于零的主要措施是合理地选择基本结构，也就是恰当地选择多余力。

(1) 利用刚架的对称性。对称刚架是指刚架的几何形状对某一几何轴对称，而且支承条件、杆件截面及弹性模量对此轴也是对称的刚架。

a. 选取对称多余力及反对称多余力。两个力在对称轴两边作用点对称、数值相等且方向也对称者称为对称力；两个力在对称轴两边作用点对称、数值相等而方向反对称者称为反对称力。图 18-6-11a 所示的刚架有一个对称轴，将其沿对称轴上横梁的中间截面切开，则  $X_1$  及  $X_3$  为对称多余力， $X_2$  为反对称多余力 (图 18-6-11b)。

对称多余力在反对称多余力方向引起的变位等于零，反对称多余力在对称多余力方向引起的变位也等于零。所以，在计算对称刚架时，如在选取的多余力当中有一部分是对称的，而另一部分是反对称的，则可简化力法典型方程组。

b. 将载荷分为对称载荷及反对称载荷，并分别计算。图 18-6-12a 所示的刚架承受的载荷可分解为对称载荷 (图 18-6-12b) 及反对称载荷 (图 18-6-12c) 两部分，分别进行计算，然后将内力图迭加。

对称载荷在基本结构上所产生的弯矩图  $M_p^s$  是对称的；反对称载荷所产生的弯矩图  $M_p^a$  则是反对称的。

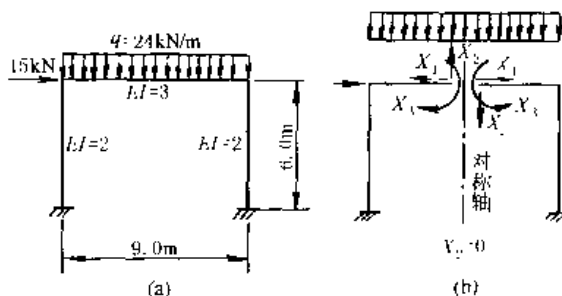


图 18-6-11

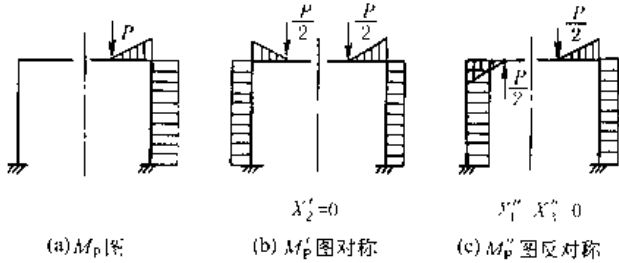


图 18-6-12

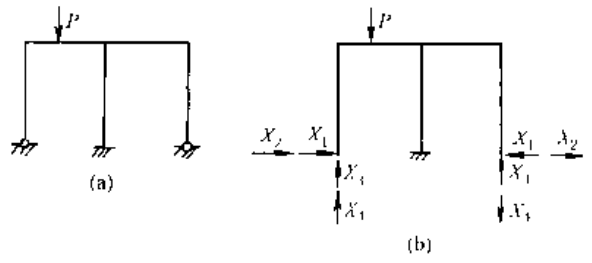


图 18-6-13

在对称载荷作用下，反对称多余力等于零；在反对称载荷作用下，对称多余力也等于零。

(2) 选择基本结构使单位弯矩图限于局部。在计算多跨刚架时，若将基本结构分为几个独立的部分，此时，单位弯矩图仅限于局部而互相分开，因而使许多副变位等于零。

(3) 使用组合多余力。组合多余力是单独的多余力的线性组合。使用组合多余力可扩大简化计算的应用范围。

a. 在多跨对称刚架中使用对称的及反对称的组合多余力。图 18-6-13a 所示的多跨对称刚架的基本结构（图 18-6-13b）中有 4 个组合多余力： $X_1$  为一对数值相等而方向相反的水平力； $X_2$  为一对数值相等而方向相同的水平力； $X_3$  为一对数值相等而方向相同的竖向力； $X_4$  为一对数值相等而方向相反的竖向力。 $X_1$  及  $X_3$  是对称多余力， $X_2$  及  $X_4$  是反对称多余力。则：

$$\delta_{12} = \delta_{14} = \delta_{23} = \delta_{34} = 0$$

力法典型方程简化为两组：

及

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{13} X_3 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{31} X_1 + \delta_{33} X_3 + \Delta_{3P} &= 0 \\ \delta_{22} X_2 + \delta_{24} X_4 + \Delta_{2P} &= 0 \\ \delta_{42} X_2 + \delta_{44} X_4 + \Delta_{4P} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

b. 还可以应用组合多余力使基本结构的单位弯矩图限于局部，请参阅结构力学。

## 2.2 位移法

位移法也称形变法，是以变形（结点的转角及独立线位移）作为基本未知量，在求出各结点的变形后，计算框架的内力。

用位移法计算刚架，有两种不同的计算方式：第一种是应用基本体系及典型方程进行计算；第二种是应用节点及截面的平衡方程进行计算。两者的表达方法不同，但原理是相通的。

### 2.2.1 角变位移方程

角变位移方程是刚架的杆端弯矩与变形的关系式。用位移法计算刚架，要直接或间接地应用角变位移方程；还有许多分析刚架的计算方法（如弯矩分配法、迭代法等）在其公式推导过程中也要运用角变位移方程。

(1) 正负号规定：

对于杆端弯矩，作用于杆端的弯矩沿顺时针方向者为正；

对于转角，节点转角（从杆轴原有位置量至杆端切线）沿顺时针方向旋转者为正；

对于线位移，线位移  $\Delta$  的方向以使 AB 杆的连线沿顺时针方向旋转者为正（图 18-6-14a 所示为正）。

(2) 两端均为固定的等截面杆件，在载荷及支座位移共同作用下（图 18-6-14a），载荷及变形的状况可分解为四个部分，如图 b、c、d、e 所示。根据迭加原理，将这四部分迭加，即得该杆件的角变位移方程：

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 4i\theta_A + 2i\theta_B - \frac{6i\Delta}{l} + \overline{M}_{AB} \\ M_{BA} &= 2i\theta_A + 4i\theta_B - \frac{6i\Delta}{l} + \overline{M}_{BA} \end{aligned} \right\} \quad (18-6-5)$$

式中  $\theta_A$ 、 $\theta_B$ ——分别为杆件 A 端和 B 端的转角；

$\Delta$ ——杆件 A、B 两端在垂直于杆轴方向的相对线位移；

$\overline{M}_{AB}$ 、 $\overline{M}_{BA}$ ——两端固定的杆件在载荷作用下，A 端和 B 端的固端弯矩；固端弯矩应包含正负号，其正负号的

规定与杆端弯矩相同；

$$i = \frac{EI}{l} \text{——杆件的单位刚度。} \quad (18-6-6)$$

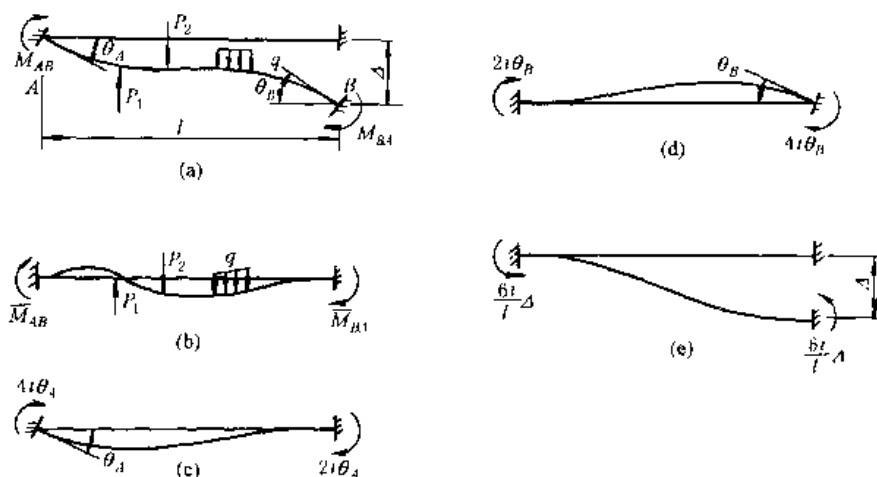


图 18-6-14

(3) 一端固定而另一端铰接的等截面杆件 (图 18-6-15) 的角变位移方程为：

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 3i\theta_A - \frac{3i\Delta}{l} + \overline{M'_{AB}} \\ M_{BA} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18-6-7)$$

式中  $\overline{M'_{AB}}$  —— A 端固定、B 端铰接的杆件在载荷作用下 A 端的固端弯矩。

常见的等截面直杆杆端弯矩和剪力表见手册第 1 篇第 1 章。一端固定另一端铰支的等截面梁及双截面梁的杆端弯矩与剪力也可从表 18-6-1 ~ 表 18-6-4 中推算出来。

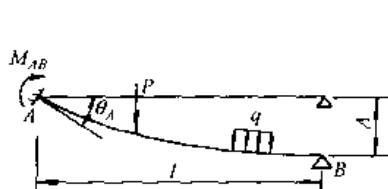


图 18-6-15

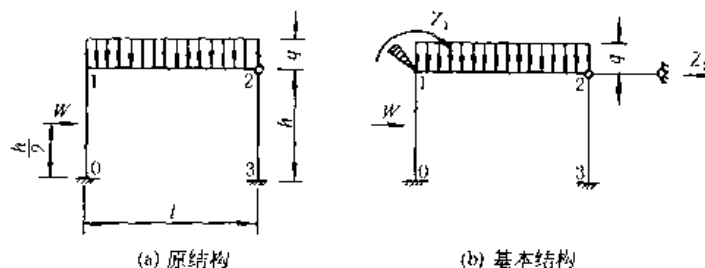


图 18-6-16

### 2.2.2 应用基本体系及典型方程计算刚架的步骤

(1) 基本结构。取刚架节点的变形 (节点的转角及独立线位移) 作为未知量。未知转角数等于刚架的刚节点数 (刚架支座为固定支座时, 其转角等于零, 属于已知数); 独立线位移数等于将刚架节点改为铰接时, 保证结构几何不变所需要增加的支承连杆数。

在刚架 (图 18-6-16a) 上增加足够而必要的附加联系 (即在刚节点处放置附加刚臂以阻止节点的旋转, 放置支承连杆以阻止节点的线位移), 使刚架变成一系列的单跨超静定梁, 这就将刚架变换成了基本结构 (图 18-6-16b)。

(2) 建立典型方程。根据基本结构在附加刚臂内所产生的总反矩及在支承连杆内所产生的总反力均等于零的条件列出变形法典型方程组。对于有  $n$  个未知变形的超静定结构, 就需要增加  $n$  个附加联系, 故可列出  $n$  个变形法典型方程, 即

$$\left. \begin{aligned} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + \dots + r_{1n}Z_n + R_{1P} &= 0 \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + \dots + r_{2n}Z_n + R_{2P} &= 0 \\ r_{31}Z_1 + r_{32}Z_2 + \dots + r_{3n}Z_n + R_{3P} &= 0 \\ \dots & \\ r_{n1}Z_1 + r_{n2}Z_2 + \dots + r_{nn}Z_n + R_{nP} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18-6-8)$$

式中  $Z_i$ ——刚架节点  $i$  的未知转角或未知线位移；

$r_{ik}$ ——由于  $Z_k = 1$  的作用，在基本结构的附加联系  $i$  内产生的反矩或反力称为系数，且  $r_{ik} = r_{ki}$ ；

$R_{ip}$ ——由于载荷  $P$  的作用，在附加联系  $i$  内产生的反矩或反力，称为自由项；反矩或反力的方向与结点发生变形（转角或线位移）的方向相同为正，方向相反则为负。

(3) 用静力法计算系数及自由项。首先分别绘出基本结构的各杆件由于载荷及单位变形所产生的弯矩图。其基本结构由载荷产生的弯矩图以  $M_p$  表示，由单位转角  $Z_1 = 1$  产生的弯矩图以  $\bar{M}_1$  表示，由单位线位移  $Z_2 = 1$  产生的弯矩图以  $\bar{M}_2$  表示。作  $\bar{M}_1$  图和  $\bar{M}_2$  图时，只要运用角变位移方程，即可知任一杆端弯矩的数值。

(4) 将求得各系数及自由项代入典型方程组(18-6-8)，即可求出各未知变形值  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ 。

(5) 绘制内力图。由叠加原理计算最终弯矩图，

$$M = \bar{M}_1 Z_1 + \bar{M}_2 Z_2 + \dots + \bar{M}_n Z_n + M_p \quad (18-6-9)$$

绘出弯矩图后，就可顺序绘出剪力图和轴向力图。

### 2.2.3 柱的柱顶反力与位移计算用表

顶部铰支等截面柱的柱顶支座反力计算公式

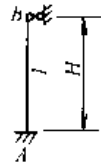


表 18-6-1

序号	变形或载荷图形	柱顶支座反力	序号	变形或载荷图形	柱顶支座反力
1		$R_B = \frac{3EI}{H^3}$	6		$R_B = -\frac{1}{8}\alpha(8-6\alpha+\alpha^3)\omega H$
2		$R_B = -\frac{3EI}{H^2}$	7		$R_B = -\frac{1}{8}(1-\alpha)^3(3+\alpha)\omega H$
3		$R_B = -\frac{3M}{2H}$	8		$R_B = -\frac{3}{8}\omega H$
4		$R_B = -\frac{3}{2}(1-\alpha^2)\frac{M}{H}$	9		$R_B = -\frac{1}{40}(1-\alpha)^3(4+\alpha)\omega H$
5		$R_B = -\frac{1}{2}(1-\alpha)^2(2+\alpha)T$			

铰支单阶柱的柱顶支座反力计算公式

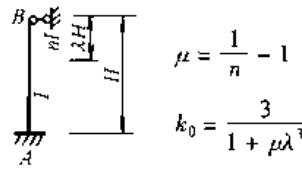


表 18-6-2

序号	变形或 载荷图形	柱顶支座反力	序号	变形或 载荷图形	柱顶支座反力
1		$R_B = k_0 \frac{EI}{H^3}$	8		$R_B = -\frac{k_0}{6} (1 - \lambda)^2 (2 + \lambda) T$
2		$R_B = -k_0 \frac{EI}{H^2}$	9		$R_B = -\frac{k_0}{6} (1 - a)^2 (2 + a) T$
3		$R_B = -\frac{k_0}{2} (1 + \mu\lambda^2) \frac{M}{H}$	10		$R_B = -\frac{k_0}{24} a [8 - 6a + a^3 + \mu(8\lambda^3 - 6\lambda^2 a + a^3)] \omega H$
4		$R_B = -\frac{k_0}{2} [1 - a^2 + \mu(\lambda^2 - a^2)] \frac{M}{H}$	11		$R_B = -\frac{k_0}{24} \lambda [8 - 6\lambda + (1 + 3\mu)\lambda^3] \omega H$
5		$R_B = -\frac{k_0}{2} (1 - \lambda^2) \frac{M}{H}$	12		$R_B = -\frac{k_0}{24} (1 - \lambda)^2 (3 + \lambda) \omega H$
6		$R_B = -\frac{k_0}{2} (1 - a^2) \frac{M}{H}$	13		$R_B = -\frac{k_0}{24} (1 - a)^2 (3 + a) \omega H$
7		$R_B = -\frac{k_0}{6} [(1 - a)^2 (2 + a) + \mu(\lambda - a)^2 (2\lambda + a)] T$	14		$R_B = -\frac{k_0}{8} (1 + \mu\lambda^2) \omega H$
			15		$R_B = -\frac{k_0}{120} (1 - a)^2 (4 + a) \omega H$

等截面柱的位移计算公式

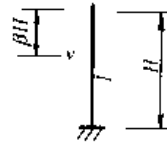


表 18-6-3

序号	载荷图形	y 点的位置	y 点的位移	序号	载荷图形	y 点的位置	y 点的位移
1		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{MH^2}{2EI}$			$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{24} \alpha (8 - 6\alpha + \alpha^3) \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta < 1$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \beta)^2 \frac{MH^2}{EI}$			$\beta < \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{24} [(1 - \beta)^2 (3 + 2\beta + \beta^2) - (1 - \alpha)^3 (3 + \alpha - 4\beta)] \frac{\omega H^4}{EI}$
2		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \alpha^2) \frac{MH^2}{EI}$	5		$\beta = \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{12} \alpha (1 - \alpha)^2 (4 - \alpha) \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta < \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \alpha) (1 + \alpha - 2\beta) \frac{MH^2}{EI}$			$\beta > \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \beta)^2 [3 + 2\beta + \beta^2 - 2(1 - \alpha)^2 - (1 + \beta - 2\alpha)^2] \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta = \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \alpha)^2 \frac{MH^2}{EI}$				
		$\beta > \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \beta)^2 \frac{MH^2}{EI}$				
3		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{TH^3}{3EI}$			$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \alpha)^3 (3 + \alpha) \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta < 1$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1 - \beta)^2 (2 + \beta) \frac{TH^3}{EI}$			$\beta < \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \alpha)^3 (3 + \alpha - 4\beta) \frac{\omega H^4}{EI}$
4		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1 - \alpha)^2 (2 + \alpha) \frac{TH^3}{EI}$	6		$\beta = \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{8} (1 - \alpha)^4 \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta < \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1 - \alpha)^2 (2 + \alpha - 3\beta) \frac{TH^3}{EI}$			$\beta > \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \beta)^2 [2(1 - \alpha)^2 + (1 + \beta - 2\alpha)^2] \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta = \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{3} (1 - \alpha)^3 \frac{TH^3}{EI}$				
		$\beta > \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1 - \beta)^2 (2 + \beta - 3\alpha) \frac{TH^3}{EI}$				
				7		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{\omega H^4}{8EI}$
						$\beta < 1$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \beta)^2 (3 + 2\beta + \beta^2) \frac{\omega H^4}{EI}$

单阶柱的位移计算公式

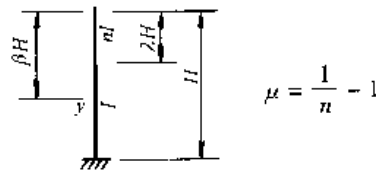


表 18-6-4

序号	载荷图形	y 点的位置	y 点的位移	序号	载荷图形	y 点的位置	y 点的位移
1		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 + \mu \lambda^2) \frac{MH^2}{EI}$			$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \alpha^2) \frac{MH^2}{EI}$
		$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} [(1 - \beta)^2 + \mu (\lambda - \beta)^2] \frac{MH^2}{EI}$			$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \alpha)(1 + \alpha - 2\beta) \frac{MH^2}{EI}$
		$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \lambda)^2 \frac{MH^2}{EI}$			$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \alpha)(1 + \alpha - 2\lambda) \frac{MH^2}{EI}$
		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \beta)^2 \frac{MH^2}{EI}$			$\lambda < \beta < \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \alpha)(1 + \alpha - 2\beta) \frac{MH^2}{EI}$
2		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{2} [1 - \alpha^2 + \mu (\lambda^2 - \alpha^2)] \frac{MH^2}{EI}$	4		$\beta = \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \alpha)^2 \frac{MH^2}{EI}$
		$\beta < \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{2} [(1 - \alpha)(1 + \alpha - 2\beta) + \mu (\lambda - \alpha)(\lambda + \alpha - 2\beta)] \frac{MH^2}{EI}$			$\beta > \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \beta)^2 \frac{MH^2}{EI}$
		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{2} [(1 - \alpha)^2 + \mu (\lambda - \alpha)^2] \frac{MH^2}{EI}$			$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{3} (1 + \mu \lambda^3) \frac{TH^3}{EI}$
		$\alpha < \beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} [(1 - \beta)^2 + \mu (\lambda - \beta)^2] \frac{MH^2}{EI}$			$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} [(1 - \beta)^2 (2 + \beta) + \mu (\lambda - \beta)^2 (2\lambda + \beta)] \frac{TH^3}{EI}$
		$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \lambda)^2 \frac{MH^2}{EI}$			$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1 - \lambda)^2 (2 + \lambda) \frac{TH^3}{EI}$
3		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \lambda^2) \frac{MH^2}{EI}$	5		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1 - \beta)^2 (2 + \beta) \frac{TH^3}{EI}$
		$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \lambda)(1 + \lambda - 2\beta) \frac{MH^2}{EI}$			$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1 - \beta)^2 (2 + \beta) \frac{TH^3}{EI}$
		$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \lambda^2) \frac{MH^2}{EI}$				
		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{2} (1 - \beta)^2 \frac{MH^2}{EI}$				

序号	载荷图形	y 点的位置	y 点的位移	序号	载荷图形	y 点的位置	y 点的位移
6		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{6} [(1-a)^2(2+a) + \mu(\lambda-a)^2(2\lambda+a)] \frac{TH^3}{EI}$	8		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-a)^2(2+a) \frac{TH^3}{EI}$
		$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} [(1-a)^2(2+a-3\beta) + \mu(\lambda-a)^2(2\lambda+a-3\beta)] \frac{TH^3}{EI}$			$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-a)^2(2+a-3\beta) \frac{TH^3}{EI}$
		$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} [(1-a)^2(2+a-3\lambda) + \mu(\lambda-a)^2(2\lambda+a-3\lambda)] \frac{TH^3}{EI}$			$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-a)^2(2+a-3\lambda) \frac{TH^3}{EI}$
		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} [(1-a)^2(2+a-3\beta) + \mu(\lambda-a)^2(2\lambda+a-3\beta)] \frac{TH^3}{EI}$			$\lambda < \beta < a$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-a)^2(2+a-3\beta) \frac{TH^3}{EI}$
		$\beta = a$	$\Delta_y = \frac{1}{3} [(1-a)^3 + \mu(\lambda-a)^3] \frac{TH^3}{EI}$			$\beta = a$	$\Delta_y = \frac{1}{3} (1-a)^3 \frac{TH^3}{EI}$
7		$a < \beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} [(1-\beta)^2(2+\beta-3a) + \mu(\lambda-\beta)^2(2\lambda+\beta-3a)] \frac{TH^3}{EI}$	9		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-\beta)^2(2+\beta-3a) \frac{TH^3}{EI}$
		$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-\lambda)^2(2+\lambda-3a) \frac{TH^3}{EI}$			$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{24} a [8-6a+a^3+\mu(8\lambda^3-6\lambda^2a+a^3)] \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-\beta)^2(2+\beta-3a) \frac{TH^3}{EI}$			$\beta < a$	$\Delta_y = \frac{1}{24} [(1-\beta)^2(3+2\beta+\beta^2) - (1-a)^3(3+a-4\beta) + \mu[(\lambda-\beta)^2(3\lambda^2+2\lambda\beta+\beta^2) - (\lambda-a)^3(3\lambda+a-4\beta)]] \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-\lambda)^2(2+\lambda) \frac{TH^3}{EI}$			$\beta = a$	$\Delta_y = \frac{1}{12} a [(1-a)^2(4-a) + \mu(\lambda-a)^2(4\lambda-a)] \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-\lambda)^2(2+\lambda-3\beta) \frac{TH^3}{EI}$			$a < \beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{12} a [(1-\beta)^2(4+2\beta-3a) + \mu(\lambda-\beta)^2(4\lambda+2\beta-3a)] \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{3} (1-\lambda)^3 \frac{TH^3}{EI}$	$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{12} a (1-\lambda)^2(4+2\lambda-3a) \frac{\omega H^4}{EI}$		
		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{6} (1-\beta)^2(2+\beta-3\lambda) \frac{TH^3}{EI}$	$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{12} a (1-\beta)^2(4+2\beta-3a) \frac{\omega H^4}{EI}$		



续表

序号	载荷图形	y 点的位置	y 点的位移	序号	载荷图形	y 点的位置	y 点的位移
10		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{24} \lambda [8 - 6\lambda + (1 + 3\mu) \lambda^3] \frac{\omega H^4}{EI}$	12		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \alpha)^3 (3 + \alpha) \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{24} [3 - \beta(4 - \beta^3) - (1 - \lambda)^3 (3 + \lambda - 4\beta) + \mu(3\lambda^4 - \beta(4\lambda^3 - \beta^3))] \frac{\omega H^4}{EI}$			$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \alpha)^3 (3 + \alpha - 4\beta) \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{12} \lambda (1 - \lambda)^2 (4 - \lambda) \frac{\omega H^4}{EI}$			$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \alpha)^3 (3 + \alpha - 4\lambda) \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{12} \lambda (1 - \beta)^2 (4 + 2\beta - 3\lambda) \frac{\omega H^4}{EI}$			$\lambda < \beta < \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \alpha)^3 (3 + \alpha - 4\beta) \frac{\omega H^4}{EI}$
							$\beta = \alpha$
11		$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \lambda)^3 (3 + \lambda) \frac{\omega H^4}{EI}$	13		$\beta > \alpha$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \beta)^2 [2(1 - \alpha)^2 + (1 + \beta - 2\alpha)^2] \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \lambda)^3 (3 + \lambda - 4\beta) \frac{\omega H^4}{EI}$			$\beta = 0$	$\Delta_y = \frac{1}{8} (1 + \mu\lambda^4) \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{8} (1 - \lambda)^4 \frac{\omega H^4}{EI}$			$\beta < \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{24} [(1 - \beta)^2 (3 + 2\beta + \beta^2) + \mu(\lambda - \beta)^2 (3\lambda^2 + 2\lambda\beta + \beta^2)] \frac{\omega H^4}{EI}$
		$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \beta)^2 [2(1 - \lambda)^2 + (1 + \beta - 2\lambda)^2] \frac{\omega H^4}{EI}$			$\beta = \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \lambda)^2 (3 + 2\lambda + \lambda^2) \frac{\omega H^4}{EI}$
			$\beta > \lambda$	$\Delta_y = \frac{1}{24} (1 - \beta)^2 (3 + 2\beta + \beta^2) \frac{\omega H^4}{EI}$			

### 2.2.4 应用结点及截面平衡方程计算刚架的步骤<sup>[19]</sup>

(1) 确定结构的结点位移未知量数。当一杆件的一端为铰接或铰支时，可利用转角位移方程写出它端的弯矩，这样可以减少一个结点转角未知量。

(2) 顺序写出各杆端弯矩的转角位移方程。在此之前，须算出承受载荷各杆的固端弯矩。写转角位移方程时，可先假定所有结点转角和位移的符号都是正号。

(3) 建立结点及截面的平衡方程。所谓结点平衡方程，即连结任一刚结点的各杆近端作用于该结点的弯矩的代数和应等于零。所谓截面平衡方程，即在刚架任一层内作一水平截面而取其上部为隔离体，则在此隔离体上各被截柱内的水平剪力与所有水平载荷的总代数和应等于零。任一竖柱下端的剪力可在其隔离体上对其上端取弯矩的平衡方程求出。

(4) 解联立方程，求出各结点位移未知量。

(5) 将求得的未知量数值及其正负号代回各转角位移方程，算出各杆端弯矩。

(6) 作出结构的弯矩图、剪力图和轴力图。

例 试绘出图 18-6-17a 所示刚架的弯矩图。

解 在此刚架中, 结点 2 为铰接点;  $\theta_0 = \theta_3 = 0$ , 只有二个未知量  $\theta_1$  及  $\Delta$ , 固端弯矩为:

$$\overline{M}_{01} = -\frac{1}{8}Pl_{01} = -\frac{1}{8} \times 2 \times 4 = -1 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{10} = 1 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{12} = -\frac{1}{8}ql_{12}^2 = -\frac{1}{8} \times 4 \times 4^2 = -8 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

转角位移方程为, 由式 (18-6-5):

$$M_{01} = 2i\theta_1 - \frac{6i\Delta}{l} + \overline{M}_{01} = 2 \times 4 \times \left(\theta_1 - \frac{3\Delta}{4}\right) - 1 = 8\left(\theta_1 - \frac{3\Delta}{4}\right) - 1 \quad (\text{kN}\cdot\text{m})$$

$$M_{10} = 4i\theta_1 - \frac{6i\Delta}{l} + \overline{M}_{10} = 2 \times 4 \times \left(2\theta_1 - \frac{3\Delta}{4}\right) + 1 = 8\left(2\theta_1 - \frac{3\Delta}{4}\right) + 1 \quad (\text{kN}\cdot\text{m})$$

端固定一端铰支按式 (18-6-7):

$$M_{12} = 3i\theta_1 + \overline{M}_{12} = 3 \times 6 \times \theta_1 - 8 = 18\theta_1 - 8 \quad (\text{kN}\cdot\text{m})$$

$$M_{21} = -\frac{3i\Delta}{l} = -\frac{3 \times 3\Delta}{4} = -\frac{9}{4}\Delta \quad (\text{kN}\cdot\text{m})$$

利用结点平衡方程  $\sum M_1 = 0$ , 即  $M_{10} + M_{12} = 0$  得:

$$34\theta_1 - 6\Delta - 7 = 0 \quad (\text{a})$$

设通过竖柱 01 及 32 的下端作一截面并考虑其上部为隔离体, 则得截面平衡方程为:

$$Q_0 + Q_3 + 2 = 0$$

代入有关数值, 则得:

$$96\theta_1 - 57\Delta + 16 = 0 \quad (\text{b})$$

式(a)和(b)联立, 求得:

$$\theta_1 = 0.364$$

$$\Delta = 0.897$$

代回到各杆端弯矩式中, 则得:

$$M_{01} = -3.46 \text{ kN}\cdot\text{m}; \quad M_{10} = 1.45 \text{ kN}\cdot\text{m}; \quad M_{12} = -1.45 \text{ kN}\cdot\text{m}; \quad M_{21} = -2.02 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

弯矩图见图 18-6-17c。

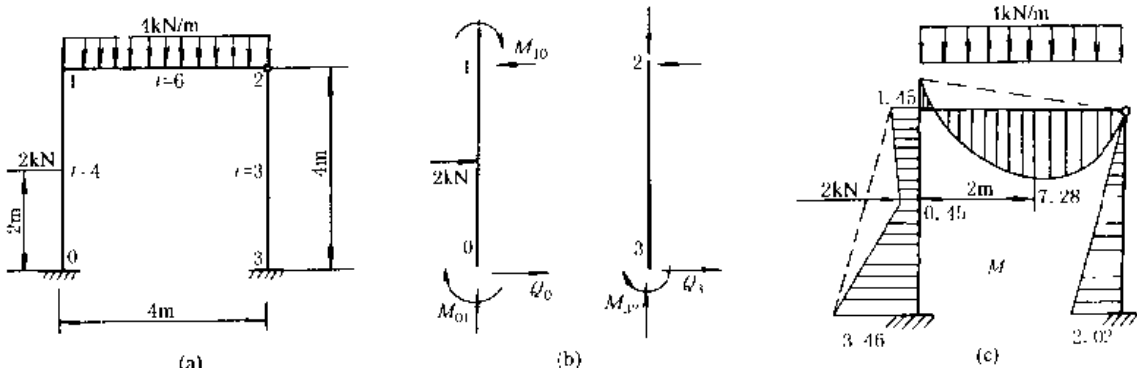


图 18-6-17

### 2.3 简化计算举例

(a) 图 18-6-18 为门座起重机的单臂架受力简图。在臂架起伏摆动平面内的载荷有：变幅绳拉力  $S_b$ ，起升绳拉力  $S_Q$ ，水平力  $F_{H1}$  和起重量  $Q$  的合力  $S$ ，臂架自重  $G$ ，风载荷  $F_f$ 。计算时，将  $F_f$  及  $G$  分配到节点上（对格子结构），或作为均布载荷（对箱形结构）在水平平面内，有货载横向摆动引起的水平力  $F_{H2}$ ，回转制动时的惯性力  $F_{gb}$ ，风载荷  $F_f$  等，这些水平载荷可以认为由臂架的上下两片水平桁架承受。在计算臂架整体稳定性时，臂架起伏摆动平面内可以认为是铰支的，螺杆或齿条与臂架的联接点作为一支撑点，在水平平面内，可认为臂架根部固接，而端部是自由端。这样可按静定计算桁架。

(b) 无斜杆式臂架内力计算属多次超静定问题，可按下简化计算：将每个节间弦杆的中点及竖杆的中点当做铰接点，从而转化为静定结构计算，如图 18-6-19。例如要求  $i$  节间的弦杆内力时，取右边部分的隔离体，在  $i$  节间上弦杆的假想铰点处作用有垂直力  $S_{1,i}$  和  $S_{2,i}$ ，在下弦杆对称点亦作用有  $S_{1,i}$  和  $S_{2,i}$ ，如图 18-6-20a。设水平外载荷为  $P$ ，则：

$$S_{1,i} = \frac{1}{2} P \tag{a}$$

$$S_{2,i} = \frac{Pl_i}{h_i} \tag{b}$$

同样可求出第  $i-1$  节间铰点处的作用力  $S_{1,i-1}$  和  $S_{2,i-1}$  竖杆上的作用力由于结构对称，外载荷  $P$  亦可分成两个  $\frac{P}{2}$ ，即  $S_{3,i-1} = \frac{P}{2}$ ，方向与  $S_{1,i}$  相反，水平力只有  $S_{3,i}$ 。

$$S_{3,i} = S_{2,i} - S_{2,i-1} \tag{c}$$

当有数个外载时，可用将各外载荷的计算结果叠加的方法来计算。

在图 18-6-20c 中，在外力  $P_i$  作用处的竖杆内具有轴向内力，其值为  $\frac{P_i}{2}$ 。

图 18-6-20d、e 分别表示两相邻节间上的弯矩和轴力分布图。

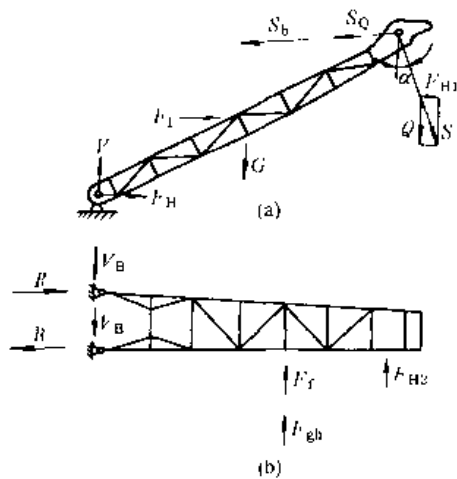


图 18-6-18 单臂架受力简图

(a) 在臂架起伏摆动的平面内；(b) 在垂直于臂架起伏摆动的平面内

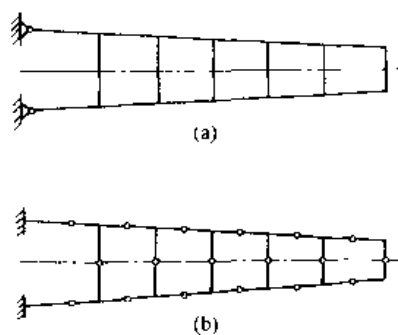


图 18-6-19 无斜杆结构臂架的简化计算

(a) 简化前的超静定结构；(b) 简化后的静定结构

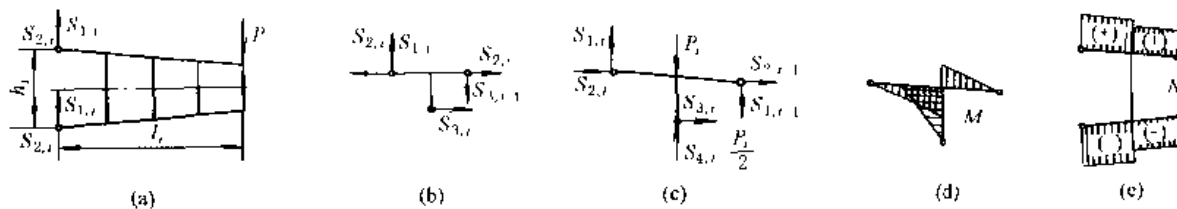


图 18-6-20 无斜杆臂架内力计算

### 3 框架的位移

框架的位移指结构在载荷作用下其截面形心所产生的线位移  $\Delta$  和截面的角位移  $\varphi$ 。除由载荷产生的位移外, 还有一些其他因素, 例如温度的改变、支座的移动、材料收缩、制造误差等, 也能使结构产生位移。

计算结构位移的目的, 主要是校核结构的刚度, 以确认其是否超过允许的变形(或挠度)。另一个目的是在超静定结构的计算中要用到位移量。

#### 3.1 位移的计算公式

在计算结构的位移时, 为了使计算简化, 常假定:

- (1) 结构的材料服从虎克定律;
- (2) 结构的变形是微小的。

满足上述假定的结构称为线性弹性体系。计算时可采用叠加原理。结构位移的计算是以虚功原理为基础的。

与桁架的位移计算公式(18-4-2)不同, 对于受载荷作用的刚架而言, 通常轴力和剪力对位移的影响远较弯矩的影响为小。因此, 在实际计算中, 常常只根据弯矩来计算刚架的位移。

##### 3.1.1 由载荷作用产生的位移

$$\Delta_{kp} = \sum \int \frac{\bar{M}_k M_p}{EI} ds \quad (18-6-10)$$

式中  $M_p$  ——由载荷  $P$  作用所产生的弯矩;

$\bar{M}_k$  ——在  $k$  处单位作用力所产生的弯矩;

$\Delta_{kp}$  ——载荷  $P$  作用在  $k$  处所产生的位移。

积分号表示沿一杆的全长求积分。总和号表示对刚架各杆的积分求代数和。积分计算通常使用图乘法。见本章 3.2 节及表 18-6-5。

例 计算图 18-6-21a 所示刚架  $C$  点的转角和垂直位移。

解 外载荷作用下的弯矩图如图 18-6-21b 所示。欲求  $C$  点截面的转角及垂直位移, 可在  $C$  点分别加上单位力偶及垂直单位集中力, 其弯矩图见图 18-6-21c、d 所示。

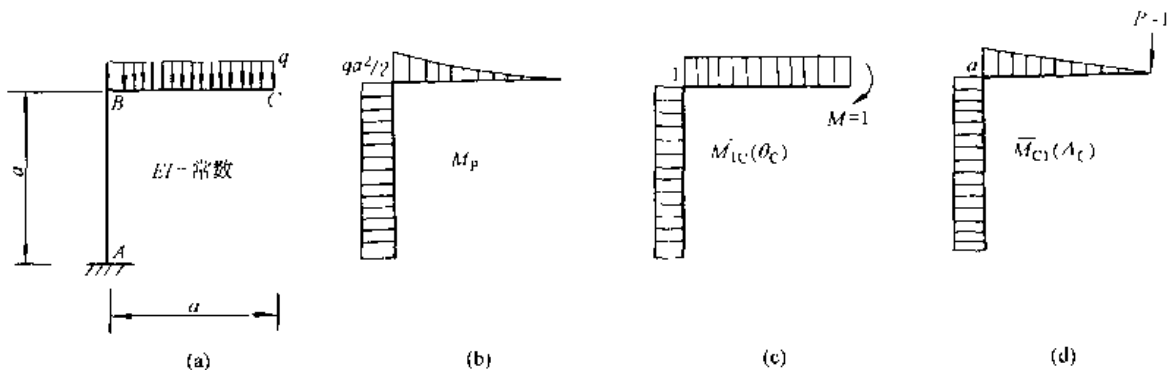


图 18-6-21

应用公式, 并用图乘法, 可求得:

$$\theta_c = \sum \int \frac{\bar{M}_{1C} M_p}{EI} ds = \frac{1}{EI} \left[ \frac{qa^2}{2} \times \frac{a}{3} \times 1 + \frac{qa^2}{2} \times a \times 1 \right] = \frac{2qa^3}{3EI}$$

$$\Delta_c = \sum \int \frac{\bar{M}_{2C} M_p}{EI} ds = \frac{1}{EI} \left[ \frac{qa^2}{2} \times \frac{a}{3} \times \frac{3}{4}a + \frac{qa^2}{2} \times a^2 \right] = \frac{5qa^4}{8EI}$$

$\theta_c$  和  $\Delta_c$  均为正号, 其方向与单位力偶和单位力的方向相同。

##### 3.1.2 由温度改变所引起的位移

静定结构由于温度改变将产生变形, 从而产生位移。若温度均匀改变, 则结构的各杆件只产生轴向变形。若温度非均匀改变, 则杆件不仅发生轴向变形, 而且还将产生弯曲变形。

计算位移的公式如下:

$$\Delta_k = \sum \int \bar{N}_k \alpha t_0 ds + \sum \int \bar{M}_k \frac{\alpha \Delta t}{h} ds = \sum \alpha t_0 \int \bar{N}_k ds + \sum \frac{\alpha \Delta t}{h} \int \bar{M}_k ds \quad (18-6-11)$$

式中  $\alpha$  ——材料的线热膨胀系数;

$\bar{N}_k$  —— $k$  处作用单位力时所产生的轴力;

$t_0$  ——轴线处温度的升高值;

$\Delta t$  ——杆件上下侧温度改变之差;

$h$  ——杆件截面高度。

应用式 (18-6-11) 时, 应注意正负号。若虚拟状态的变形与由于温度改变所引起的变形方向一致, 则取正号, 反之则取负号。

对于刚架, 在计算温度改变所引起的位移时, 一般不能略去轴向变形的影响。

如令

$$\omega_{\bar{N}} = \int \bar{N}_k ds \quad \text{为 } \bar{N} \text{ 图的面积}$$

$$\omega_{\bar{M}} = \int \bar{M}_k ds \quad \text{为 } \bar{M} \text{ 图的面积}$$

则式 (18-6-11) 可表示为:

$$\Delta_{kC} = \sum \alpha t_0 \omega_{\bar{N}} + \sum \frac{\alpha \Delta t}{h} \omega_{\bar{M}} \quad (18-6-12)$$

例 试求图 18-6-22a 所示刚架  $C$  点的水平位移。已知刚架各杆外侧温度无变化, 内侧温度上升  $10^\circ\text{C}$ , 刚架各杆的截面相同且与形心轴对称, 线热膨胀系数为  $\alpha$ 。

解 在  $C$  点沿水平方向加单位力  $P=1$ , 作出  $\bar{N}$ 、 $\bar{M}$  图, 如图 18-6-22b、c 所示。

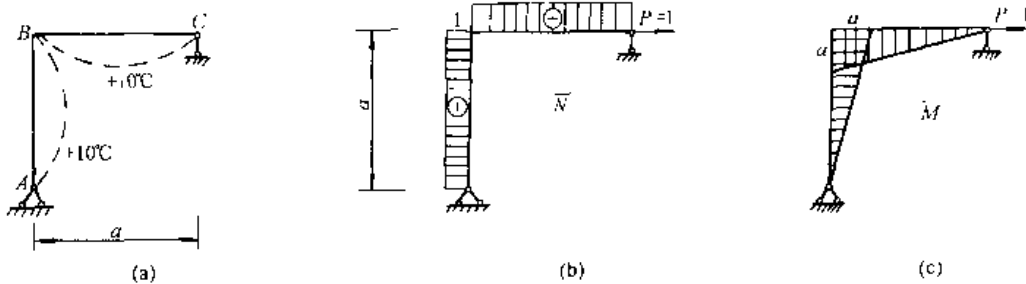


图 18-6-22

$$t_0 = \frac{1}{2}(t_1 + t_2) = 5^\circ\text{C}$$

$$\Delta t = 10 - 0 = 10^\circ\text{C}$$

$$\omega_{\bar{N}} = 2a$$

$$\omega_{\bar{M}} = a^2$$

代入(18-6-12)式

$$\Delta_C = \alpha \times 5 \times 2a + \alpha \times \frac{10}{h} \times a^2 = 10\alpha a \left( 1 + \frac{a}{h} \right)$$

所得结果为正值, 表示  $C$  点位移与单位力方向相同。

### 3.1.3 由支座移动所引起的位移

结构在载荷作用下支座产生移动, 因支座移动而使  $k$  点的位移应在式(18-6-10)的基础上加一项, 即变为式(18-6-13)。

$$\Delta_{kC} = \sum \int \frac{\bar{M}_k M_P}{EI} ds + \Delta_{kC} \quad (18-6-13)$$

$$\Delta_{kC} = - \sum \bar{R}_k C \quad (18-6-14)$$

式中  $\bar{R}_k$  —— $k$  处作用有单位力时所产生的支座反力, 其指向与支座移动  $C$  方向相同为正, 反之为负;

$C$  ——支座的位移。

在没有载荷的情况下, 仅支座移动而使  $k$  点产生的位移按式(18-6-14)计算。

## 3.2 图乘公式

在梁或平面刚架的位移计算公式(18-6-15)中略去下标, 则:

$$\Delta = \sum \int_l \frac{\overline{MM}}{EI} ds \quad (18-6-15)$$

积分是指遍布全杆件的。总和表示为所有杆件的。若杆件为直杆且  $EI$  为常数, 则有如下形式的积分:

$$\int_l \overline{MM} ds \quad (18-6-16)$$

式(18-6-16)包括两个图形, 即  $\overline{M}$  图和  $M$  图。只要有一个图形, 例如  $\overline{M}$  图(图 18-6-23a)是直线变化的, 则该积分式可以简化成为:

$$\int_l \overline{MM} ds = \Omega \bar{y} \quad (18-6-17)$$

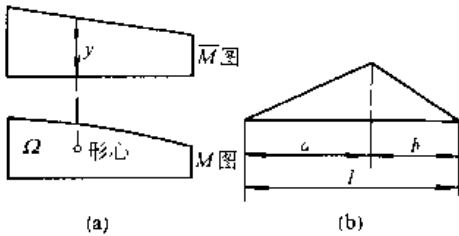


图 18-6-23

式中  $\Omega$  ——  $M$  图的面积;

$\bar{y}$  —— 对应于  $M$  图形心处, 在  $\overline{M}$  图上的纵坐标。

于是积分式(18-6-16)可以用图形相乘来代替, 简称为“图乘法”。

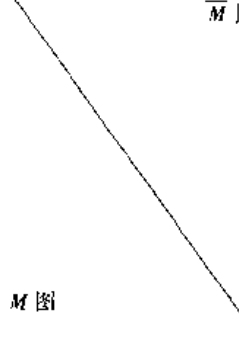
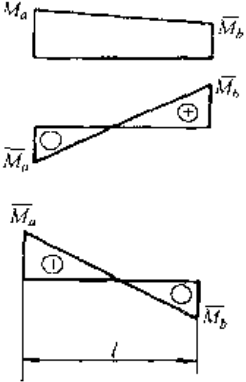
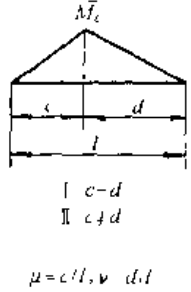
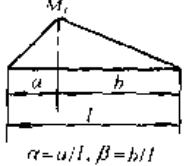
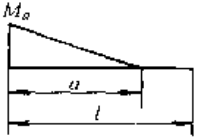
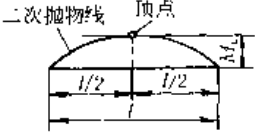
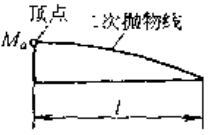
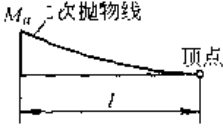
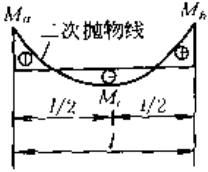
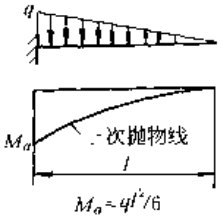
如果  $\overline{M}$  图是由几根直线组成时, 则必须将  $\overline{M}$  图分成几个直线段, 如图 18-6-23b 所示。同时, 还须将  $M$  图相应地分成几段, 分别求出各段的  $\Omega \bar{y}$  值, 然后叠加

$M$  图可以是直线的或曲线的, 如果由直线所组成, 则可以和  $\overline{M}$  图互换, 结果是相同的。

表 18-6-5 给出常用积分  $\int_l \overline{MM} ds$  的图乘公式。

表 18-6-5 积分式  $\int_l \overline{MM} ds$  的图乘公式

序号	$\overline{M}$ 图 $M$ 图	图乘公式	图乘结果
1		$\frac{l}{6} [2(\overline{M}_a M_a + \overline{M}_b M_b) + M_a M_b + \overline{M}_b M_a]$	I $\frac{l}{4} \overline{M}_c (M_a + M_b)$ II $\frac{l}{6} M_c [M_a(1+\nu) + M_b(1+\mu)]$
2	<p><math>\alpha = a/l, \beta = b/l</math></p>	$\frac{l}{2} M_c (\overline{M}_a + \overline{M}_b) \beta$	I $\frac{l}{6} \overline{M}_c M_c (3 - 4\alpha^2)$ II $\frac{l}{6} \overline{M}_c M_c (3 - \frac{\alpha^2}{\beta\alpha})$
3	<p><math>\alpha = a/l, \beta = b/l</math></p>	$\frac{l}{6} M_c (\overline{M}_a - \overline{M}_b) \beta$	I 0 II $\frac{l}{6} \overline{M}_c M_c \frac{\nu - \mu}{\beta - \alpha} (1 - \frac{\alpha^2}{\beta\nu})$

序号			
4		$\frac{l}{6} M_c [\bar{M}_a(1+\beta) + \bar{M}_b(1+\alpha)]$	<p>I 若 <math>\alpha \leq \frac{1}{2}</math>:</p> $\frac{l}{12} \bar{M}_c M_c \frac{3-4\alpha^2}{\beta}$ <p>II <math>\frac{l}{6} \bar{M}_c M_c \left[ 2 - \frac{(\mu-\alpha)^2}{\mu\beta} \right]</math></p>
5		$\frac{l}{2} M_a \left[ \bar{M}_a - \frac{a}{3} (\bar{M}_a - \bar{M}_b) \right] a$	-
6		$\frac{l}{3} M_c (\bar{M}_a + \bar{M}_b)$	<p>I <math>\frac{5l}{12} \bar{M}_c M_c</math></p>
7		$\frac{l}{12} M_a (5\bar{M}_a + 3\bar{M}_b)$	<p>I <math>\frac{17l}{48} \bar{M}_c M_a</math></p> <p>II <math>\frac{l}{12} \bar{M}_c M_a (3 - 3\nu - \nu^2)</math></p>
8		$\frac{l}{12} M_a (3\bar{M}_a + \bar{M}_b)$	<p>I <math>\frac{7l}{48} \bar{M}_c M_a</math></p> <p>II <math>\frac{l}{12} \bar{M}_c M_a (1 + \nu + \nu^2)</math></p>
9		$-\frac{l}{6} [\bar{M}_a (M_a + 2M_c) + \bar{M}_b (M_b + 2M_c)]$	<p>I <math>\frac{l}{24} \bar{M}_c (M_a + M_b + 10M_c)</math></p> <p>II <math>\frac{l}{6} \bar{M}_c [M_a \nu^2 + M_b \mu^2 + 2M_c (1 + \mu\nu)]</math></p>
10		$\frac{l}{20} M_a (4\bar{M}_a + \bar{M}_b)$	<p>I <math>\frac{3l}{32} \bar{M}_c M_a</math></p> <p>II <math>\frac{l}{20} \bar{M}_c M_a (1 + \nu) (1 + \nu^2)</math></p>

<p>序号</p> <p>M 图</p> <p>M 图</p>		<p><math>\mu = c/l, \nu = d/l</math></p>
<p>11</p> <p>三次抛物线</p> <p><math>M_a = ql^2/3</math></p>	<p><math>\frac{l}{40} M_a (11\bar{M}_a + 4\bar{M}_b)</math></p>	<p>I <math>\frac{11l}{64} \bar{M}_c M_a</math></p> <p>II <math>\frac{l}{10} \bar{M}_c M_a \left( 1 + \nu + \nu^2 - \frac{\nu^3}{4} \right)</math></p>
<p>12</p> <p>二次抛物线</p> <p><math>M_a = ql^2/6</math></p>	<p><math>\frac{l}{60} M_a (8\bar{M}_a + 7\bar{M}_b)</math></p>	<p>I <math>\frac{5l}{32} \bar{M}_c M_a</math></p> <p>II <math>\frac{l}{20} \bar{M}_c M_a (1 + \nu) \times \left( \frac{7}{3} - \nu^2 \right)</math></p>

### 3.3 空腹框架的计算公式<sup>[21]</sup>

空腹刚架（习惯称为空腹框架）的计算方法是假定上、下两杆在力的作用下有共同的变形，这和一般结构力学计算单跨对称多层刚架在水平载荷作用下的计算方法相同。由此假定，竖杆中点为拐点，并且变形后和上下节点处于同一条直线上。轴向力引起的变形与通常计算一样也是略去的。下面介绍几个计算公式。因为是应用差分方程推得的，公式中略去了某些影响较小的项，所以有可能与其他方法推得的公式稍有差别，但误差不大。

(1) 悬臂空腹桁梁（图 18-6-24）

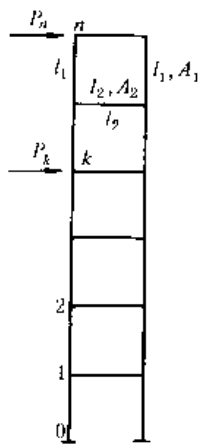


图 18-6-24

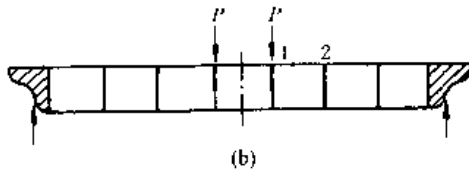
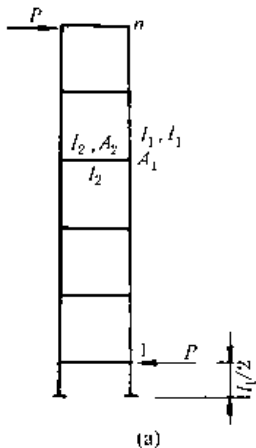


图 18-6-25

集中力  $P_n$  作用于  $n$  点时， $n$  点的挠度近似计算公式：

$$\Delta_n = \frac{P_n l_1^3}{24 EI_1} \left[ n + 2(n - 1 + 2\beta_2) \frac{l_1 l_2}{l_2 l_1} \right] \tag{18-6-18}$$



集中力作用于  $k$  点时  $n$  点的挠度

$$\Delta_k = \frac{Pl_1^3}{24EI_1} \left[ k + (2k - 3 - 4\beta_2) \frac{l_1 l_2}{I_2 l_1} \right] \quad (18-6-19)$$

其中  $\beta_2 = \alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1}$

$$\alpha = 1 + \frac{3I_2 l_1}{I_1 l_2}$$

式中  $k$  ——图中从下向上数的节间数；

$I_1$ 、 $I_2$  ——弦杆或腹杆的截面惯性矩；

$l_1$ 、 $l_2$  ——弦杆或腹杆的长度。

(2) 起重机空腹框架式梁，节间数为奇数（图 18-6-25）

图 a 为等效悬臂桁架。

挠度的计算公式为（节间数为  $2n - 1$ ）：

$$\Delta = \frac{Pl_1^3 (n-1)}{24EI_1} \left( 1 + 2 \frac{l_1 l_2}{I_2 l_1} K_1 \right) \quad (18-6-20)$$

式中  $K_1 = 1 - \frac{1}{4(n-1)}$

其他符号意义同前。

(3) 起重机空腹框架梁，节间数为偶数（图 18-6-26）

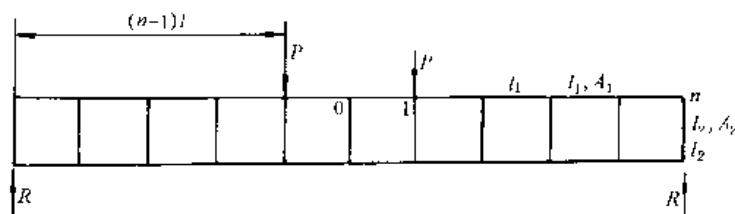


图 18-6-26

挠度的近似计算公式（节间数为  $2n$ ）：

$$\Delta = \frac{Pl_1^3}{24EI_1} (n-1) \left( 1 + 2 \frac{l_1 l_2}{I_2 l_1} \right) \quad (18-6-21)$$

符号意义同前。

## 4 等截面刚架内力计算公式

表 18-6-6 列出了铰接和固定支座的等截面单跨刚架不同载荷时的内力公式。

表 18-6-6 等截面刚架的内力计算公式

反力和内力的正负号规定如下：

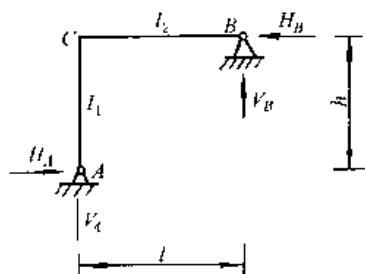
$V$  —— 支座反力，向上者为正

$I_1$ 、 $I_2$  —— 杆件的截面惯性矩

$H$  —— 支座反力，向内者为正

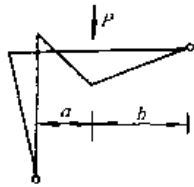
$M$  —— 刚架的弯矩，刚架内侧受拉者为正，弯矩图画受拉一面

(1)



$$K = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{h}{l}$$

$$N = K + 1$$



$$\beta = \frac{b}{l}$$

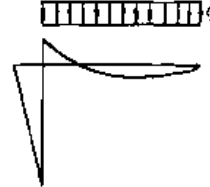
$$\omega = \beta - \beta^3$$

$$\phi = \frac{\omega}{N}$$

$$\left. \begin{matrix} V_A \\ V_B \end{matrix} \right\} = \frac{P}{2} [1 \mp (1 - 2\beta - \phi)]$$

$$H_A = H_B = \frac{Pl}{2h} \phi$$

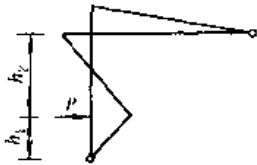
$$M_C = -\frac{Pl}{2} \phi$$



$$\left. \begin{matrix} V_A \\ V_B \end{matrix} \right\} = \frac{ql}{2} \left( 1 \pm \frac{1}{4N} \right)$$

$$H_A = H_B = \frac{ql^2}{2h} \times \frac{1}{4N}$$

$$M_C = -\frac{ql^2}{2} \times \frac{1}{4N}$$



$$\alpha = \frac{h_1}{h}$$

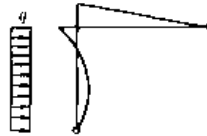
$$\omega = 3\alpha^2 - 1$$

$$\phi = \frac{K\omega}{2N}$$

$$V_A = V_B = 0$$

$$\left. \begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix} \right\} = \frac{P}{2} [2(\alpha + \phi) - 1 \mp 1]$$

$$M_C = -Ph\phi$$



$$\phi = \frac{K}{4N}$$

$$V_A = V_B = 0$$

$$\left. \begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix} \right\} = \frac{qh}{2} (\pm 1 + \phi)$$

$$M_C = -\frac{qh^2}{2} \phi$$



均匀加热

$$\phi = \frac{3EI_2\alpha_l t}{h^2 N} \left( 1 + \frac{h^2}{l^2} \right)$$

$\alpha_l$  ——线膨胀系数

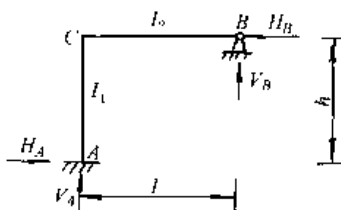
$t$  ——加热温度, °C

$$V_A = -V_B = \frac{h}{l} \phi$$

$$H_A = H_B = \phi$$

$$M_C = -h\phi$$

(2)

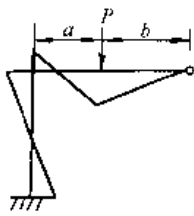


$$K_1 = \frac{I_1}{h}$$

$$K_2 = \frac{I_2}{l}$$

$$\epsilon = \frac{1}{K_1 + 0.75K_2}$$

续表



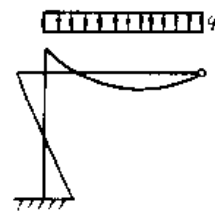
$$V_A = \frac{Pb\mu K_1}{4l^3} \left[ \frac{4l^2}{\mu K_1} + 2a(l+b) \right]$$

$$V_B = \frac{Pa\mu K_1}{4l^3} \left[ \frac{4l^2}{\mu K_1} - 2b(l+b) \right]$$

$$H_A = H_B = \frac{3Pab\mu K_1}{4hl^2} (l+b)$$

$$M_A = \frac{Pab\mu K_1}{4l^2} (l+b)$$

$$M_B = -\frac{Pab\mu K_1}{2l^2} (l+b)$$



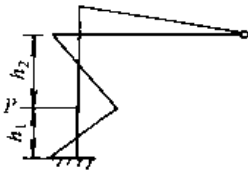
$$V_A = \frac{ql\mu}{8} (3K_2 + 5K_1)$$

$$V_B = \frac{3ql\mu}{8} (K_2 + K_1)$$

$$H_A = H_B = \frac{3ql^2\mu K_1}{16h}$$

$$M_A = \frac{ql^2\mu K_1}{16}$$

$$M_C = -\frac{ql^2\mu K_1}{8}$$



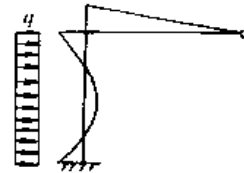
$$V_A = -V_B = \frac{3Ph_1^2 h_2 \mu K_2}{4h^2 l}$$

$$H_A = -(P - H_B)$$

$$H_B = \frac{Ph_1^2 \mu K_1}{4h^3} \left[ \frac{3K_2}{K_1} (3h_2 + h_1) + 2(3h_2 + 2h_1) \right]$$

$$M_A = -\frac{Ph_1 h_2}{h^2} \left( \frac{1}{2} h_1 \mu K_1 + h_2 \right)$$

$$M_C = -\frac{3Ph_1^2 h_2 \mu K_2}{4h^2}$$



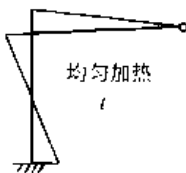
$$V_A = -V_B = \frac{qh^2 \mu K_2}{16l}$$

$$H_A = -\frac{qhy\mu}{8} (3K_2 + 5K_1)$$

$$H_B = \frac{3qhy\mu}{8} (K_2 + K_1)$$

$$M_A = -\frac{qh^2 \mu}{16} (K_2 + 2K_1)$$

$$M_C = -\frac{qh^2 \mu K_2}{16}$$



均匀加热

$\alpha_l$  —— 线膨胀系数

$t$  —— 加热温度、 $^{\circ}\text{C}$

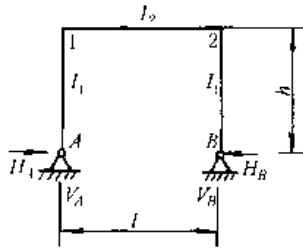
$$V_A = -V_B = \frac{3EI_1 \mu K_2}{2h^2 l^2} (3l^2 + 2h^2) \alpha_l t$$

$$H_A = H_B = \frac{3EI_1 \mu}{2h^3 l} (6K_2 l^2 + 2K_1 l^2 + 3K_2 h^2) \alpha_l t$$

$$M_A = \frac{3EI_1 \mu}{2h^2 l} (3K_2 l^2 + 2K_1 l^2 + K_2 h^2) \alpha_l t$$

$$M_C = -\frac{3EI_1 \mu K_2}{2h^2 l} (3l^2 + 2h^2) \alpha_l t$$

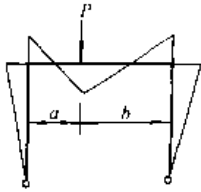
(3)



$$\lambda = \frac{l}{h}$$

$$K = \frac{h}{l} \times \frac{I_2}{I_1}$$

$$\mu = 3 + 2K$$



$$\alpha = \frac{a}{l}$$

$$\beta = \frac{b}{l}$$

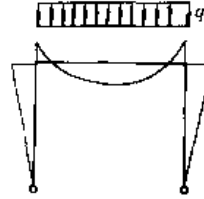
$$\omega = \alpha\beta$$

$$V_A = P\beta$$

$$V_B = P\alpha$$

$$H_A = H_B = \frac{3P}{2\mu} \lambda \omega$$

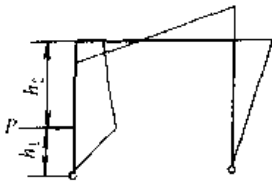
$$M_1 = M_2 = -\frac{3Pl}{2\mu} \omega$$



$$V_A = V_B = \frac{ql}{2}$$

$$H_A = H_B = \frac{ql}{4\mu}$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{ql^2}{4\mu}$$



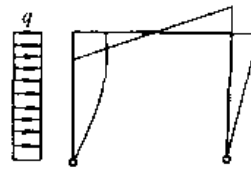
$$\alpha = \frac{h_1}{h}$$

$$\phi = \frac{1}{\mu} [3(1+K) - K\alpha^2]$$

$$V_A = -V_B = -\frac{Ph_1}{l}$$

$$\left. \begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix} \right\} = -\frac{P}{2} (1 \pm 1 - \alpha\phi)$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = \frac{Ph\alpha}{2} (1 \pm 1 - \phi)$$

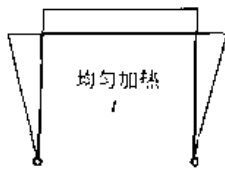


$$\phi = \frac{1}{2\mu} (6 + 5K)$$

$$-V_A = V_B = \frac{qh^2}{2l}$$

$$\left. \begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix} \right\} = -\frac{qh}{2} (1 \pm 1 - \frac{\phi}{2})$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = \frac{qh^2}{4} (1 \pm 1 - \phi)$$



均匀加热

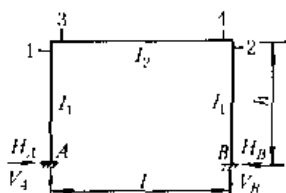
$$V_A = V_B = 0$$

$$H_A = H_B = \frac{3EI_2}{h^2\mu} \alpha t$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{3EI_2}{h\mu} \alpha t$$

$\alpha_t$  — 线膨胀系数  
t — 加热温度, °C

(4)

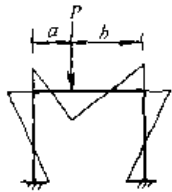


$$K = \frac{h}{l} \times \frac{I_2}{I_1}$$

$$\mu_1 = 2 + K$$

$$\mu_2 = 1 + 6K$$

续表



$$\alpha = \frac{a}{l}$$

$$\beta = \frac{b}{l}$$

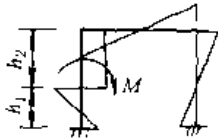
$$\omega_{R0} = \alpha\beta$$

$$\Phi = \frac{1}{\mu_2} (1 - 2\alpha)$$

$$H_A = H_B = \frac{3Pl}{2h\mu_1} \omega_{R0}$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = \frac{Pl}{2} \left( \frac{1}{\mu_1} \mp \Phi \right) \omega_{R0}$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{Pl}{2} \left( \frac{2}{\mu_1} \pm \Phi \right) \omega_{R0}$$



$$\alpha = \frac{h_1}{h} \quad \omega_{M0} = 3\alpha^2 - 1$$

$$\beta = \frac{h_2}{h} \quad \omega_{M\beta} = 3\beta^2 - 1$$

$$H_A = H_B = \frac{M}{2h} \left\{ 1 - \frac{1}{\mu_1} [K\omega_{M0} + (1+K)\omega_{M\beta}] \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = -\frac{M}{2} \left\{ \frac{1}{3\mu_1} [K\omega_{M0} + (3+2K)\omega_{M\beta}] \pm \left( 1 - \frac{6K\alpha}{\mu_2} \right) \right\}$$

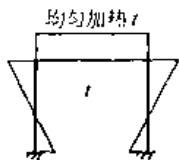
$$\left. \begin{matrix} M_3 \\ M_4 \end{matrix} \right\} = \frac{MK}{2} \left\{ \frac{1}{3\mu_1} (2\omega_{M0} + \omega_{M\beta}) \pm \frac{6\alpha}{\mu_2} \right\}$$

当  $h_1 = h$  时:

$$H_A = H_B = \frac{3M}{2h\mu_1}$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = \frac{M}{2} \left( -\frac{1}{\mu_1} \mp \frac{1}{\mu_2} \right)$$

$$\left. \begin{matrix} M_3 \\ M_4 \end{matrix} \right\} = \frac{MK}{2} \left( \frac{1}{\mu_1} \pm \frac{6}{\mu_2} \right)$$



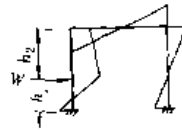
$\alpha_l$  —— 线膨胀系数  
 $t$  —— 加热温度, °C

$$\Phi = \frac{3EI_l}{h\mu_1} \alpha_l$$

$$H_A = H_B = \frac{2K+1}{hK} \Phi$$

$$M_A = M_B = \frac{K+1}{K} \Phi$$

$$M_1 = M_2 = -\Phi$$



$$\alpha = \frac{h_1}{h} \quad \omega_{R0} = \alpha\beta$$

$$\omega_{L0} = \alpha - \alpha^3$$

$$\beta = \frac{h_2}{h} \quad \omega_{R\beta} = \beta - \beta^3$$

$$\left. \begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix} \right\} = -\frac{W}{2} \left\{ 1 \pm 1 - \alpha - \frac{1}{\mu_1} [K\omega_{R0} - (1+K)\omega_{L0}] \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = -\frac{Wh}{2} \left\{ \frac{1}{\mu_1} [(1+K)\omega_{R0} - K\omega_{R0} \pm \alpha \left( 1 - \frac{3K\alpha}{\mu_2} \right)] \right\}$$

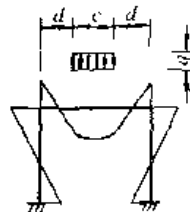
$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{Wh}{2} K\alpha^2 \left[ \frac{1}{\mu_1} (1-\alpha) \mp \frac{3}{\mu_2} \right]$$

当  $h_1 = h$  时:

$$H_A = -H_B = -\frac{W}{2}$$

$$M_A = -M_B = -\frac{3Wh}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{K}{\mu_2} \right)$$

$$M_1 = -M_2 = \frac{3WhK}{2\mu_2}$$



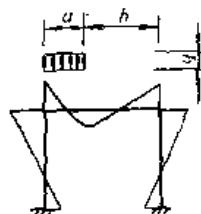
$$\gamma = \frac{c}{l}$$

$$\Phi = \frac{1}{2\mu_1} (3\gamma - \gamma^3)$$

$$H_A = H_B = \frac{ql^2}{4h} \Phi$$

$$M_A = M_B = \frac{ql^2}{12} \Phi$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{ql^2}{6} \Phi$$



$$\alpha = \frac{a}{l} \quad \omega_{R0} = \alpha - \alpha^2$$

$$\Phi = \frac{1}{\mu_1} (3\alpha^2 - 2\alpha^3)$$

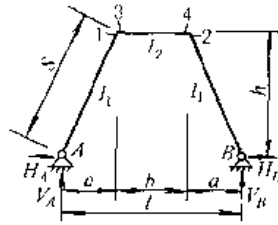
$$H_A = H_B = \frac{ql^2}{4h} \Phi$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = \frac{ql^2}{12} \left( \Phi \mp \frac{3}{\mu_2} \omega_{R0} \right)$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{ql^2}{12} \left( 2\Phi \pm \frac{3}{\mu_2} \omega_{R0} \right)$$

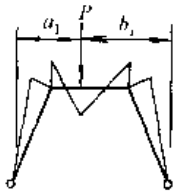
当  $a = l$  时:  $\Phi = \frac{1}{\mu_1}$

(5)



$$\lambda_1 = \frac{a}{l} \quad \lambda_2 = \frac{b}{l} \quad \lambda = \frac{l}{h}$$

$$K = \frac{b}{S} \times \frac{l_1}{l_2} \quad \mu = 1 + \frac{3K}{2}$$



$$a \leq a_1 \leq a + b$$

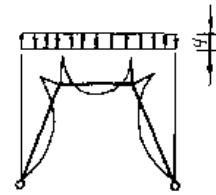
$$a = \frac{a_1}{l} \quad \omega_{b_0} = a\beta$$

$$\beta = \frac{b_1}{l}$$

$$\Phi = \frac{1}{2\mu} \left[ 2\lambda_1 + \frac{3K}{\lambda_2} (\omega_{b_0} - \lambda_1^2) \right]$$

$$V_A = P\beta; V_B = P\alpha; H_A = H_B = \frac{P}{2} \lambda \Phi$$

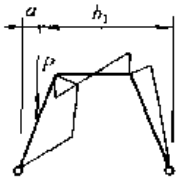
$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = \frac{Pl}{2} \{ [1 \pm (1 - 2\alpha)] \lambda_1 - \Phi \}$$



$$\Phi = \frac{1}{4\mu} [2\lambda_1(2+K) - \lambda_1^2(3+2K) + K]$$

$$V_A = V_B = \frac{ql}{2} \quad H_A = H_B = \frac{ql}{2} \lambda \Phi$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{ql^2}{8\mu} (\lambda_1^2 + K\lambda_2^2)$$



$$0 \leq a_1 \leq a$$

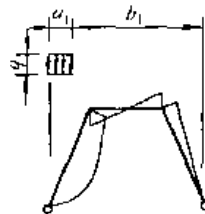
$$a = \frac{a_1}{l}$$

$$\beta = \frac{b_1}{l}$$

$$\Phi = \frac{1}{2\mu} \left[ 3(1+K) - \left( \frac{a}{\lambda_1} \right)^2 \right]$$

$$V_A = P\beta; V_B = P\alpha; H_A = H_B = \frac{P\alpha}{2} \lambda \Phi$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = \frac{Pl\alpha}{2} (1 \pm \lambda_2 - \Phi)$$



$$a = \frac{a_1}{l}$$

$$\beta = \frac{b_1}{l}$$

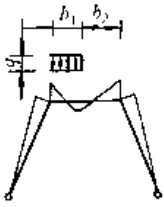
$$\Phi = \frac{1}{4\mu} \left[ 6(1+K) - \frac{a_1^2}{\lambda_1^2} \right]$$

$$V_A = \frac{qa_1}{2} (1 + \beta); V_B = \frac{qa_1\alpha}{2}$$

$$H_A = H_B = \frac{ql\alpha^2}{4} \lambda \Phi$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = \frac{ql^2\alpha^2}{4} (1 \pm \lambda_2 - \Phi)$$

$$\text{当 } a_1 = a \text{ 时: } \Phi = \frac{1}{4\mu} (5 + 6K)$$



$$\alpha = \frac{b_1}{b}$$

$$\beta = \frac{b_2}{b}$$

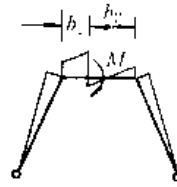
$$\Phi = \frac{1}{4\mu} [4\lambda_1 + K(6\lambda_1 + \lambda_2\alpha(3 - 2\alpha))]$$

$$\left. \begin{matrix} V_A \\ V_B \end{matrix} \right\} = \frac{qbl\alpha}{2} (1 \pm \lambda_2\beta)$$

$$H_A = H_B = \frac{qbl\alpha}{2} \lambda\Phi$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = \frac{qbl\alpha}{2} [\lambda_1(1 \pm \lambda_2\beta) - \Phi]$$

$$\text{当 } b_1 = b_2 \text{ 时: } \Phi = \frac{1}{4\mu} [4\lambda_1(1 + K) + K]$$



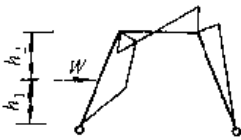
$$\alpha = \frac{b_1}{b}$$

$$\Phi = \frac{3K}{4\mu} (1 - 2\alpha)$$

$$V_A = -V_B = -\frac{M}{l}$$

$$H_A = H_B = \frac{M}{h}\Phi$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -M(\pm\lambda_1 + \Phi)$$



$$\alpha = \frac{h_1}{h}$$

$$\beta = \frac{h_2}{h}$$

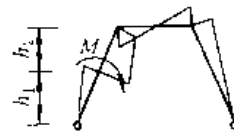
$$\Phi = \frac{\beta}{2\mu} [3(K + \beta) - \beta^2]$$

$$V_A = -V_B = -\frac{Wh_1}{l}$$

$$\left. \begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix} \right\} = -\frac{W}{2} (\Phi \pm 1)$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{Wh}{2} (\beta \mp \alpha\lambda_2 - \Phi)$$

$$\text{当 } h_1 = h_2 \text{ 时: } \Phi = 0$$



$$\alpha = \frac{h_1}{h}$$

$$\Phi = \frac{3}{2\mu} (1 + K - \alpha^2)$$

$$V_A = -V_B = -\frac{M}{l}$$

$$H_A = H_B = \frac{M}{2h}\Phi$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = \frac{M}{2} (1 \pm \lambda_2 - \Phi)$$

$$\text{当 } h_1 = h_2 \text{ 时: } \Phi = \frac{3K}{2\mu}$$

$$\text{当 } h_1 = 0 \text{ 时: } \Phi = \frac{3}{2\mu} (1 + K)$$



$\alpha_t$  线膨胀系数

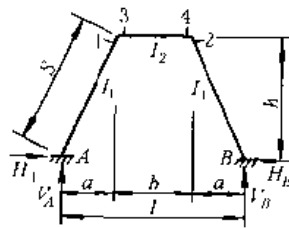
$t$  加热温度, °C

$$V_A = V_B = 0$$

$$H_A = H_B = \frac{3EI_1 t}{2Sh^2 \mu \alpha_t}$$

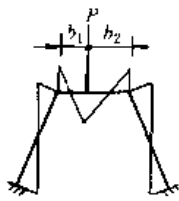
$$M_1 = M_2 = -\frac{3EI_1 t}{2Sh\mu \alpha_t}$$

(6)



$$\lambda_1 = \frac{a}{l} \quad \lambda_2 = \frac{b}{l} \quad \lambda_3 = \frac{a}{b} \quad \lambda_4 = \frac{l}{b}$$

$$K = \frac{b}{S} \times \frac{I_1}{I_2} \quad \mu_1 = 1 + 2K \quad \mu_2 = K\lambda_2^2 + 2(1 + \lambda_2 + \lambda_2^2)$$



$$\alpha = \frac{b_1}{b}$$

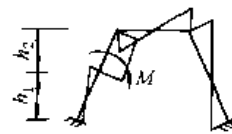
$$\omega_{R\alpha} = \alpha - \alpha^2$$

$$\Phi = \frac{1-2\alpha}{\mu_2} [K\lambda_2^2 \omega_{R\alpha} - \lambda_1(2 + \lambda_2)]$$

$$H_A = H_B = \frac{Pb}{2h} \left( \frac{3K\omega_{R\alpha}}{\mu_1} + \lambda_1 \right)$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = \frac{Pb}{2} \left\{ \frac{K\omega_{R\alpha}}{\mu_1} \mp [\lambda_1(1-2\alpha) + \lambda_2\Phi] \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{Pb}{2} \left( \frac{2K\omega_{R\alpha}}{\mu_1} \pm \Phi \right)$$



$$\alpha = \frac{h_1}{h} \quad \omega_{M\alpha} = 3\alpha^2 - 1$$

$$\beta = \frac{h_2}{h} \quad \omega_{M\beta} = 3\beta^2 - 1$$

$$\Phi = \frac{6\alpha}{\mu_2} (1 - \lambda_1 \alpha)$$

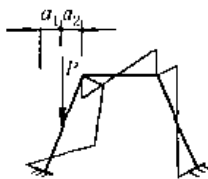
$$H_A = H_B = -\frac{M}{2h} \left\{ \frac{1}{\mu_1} [(1+K)\omega_{M\beta} + \omega_{M\alpha}] - 1 \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = -\frac{M}{2} \left\{ \frac{1}{3\mu_1} [(2+3K)\omega_{M\beta} + \omega_{M\alpha}] \pm (1 - \Phi) \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_3 \\ M_4 \end{matrix} \right\} = \frac{M}{2} \left[ \frac{1}{3\mu_1} (2\omega_{M\alpha} + \omega_{M\beta}) \pm \lambda_2 \Phi \right]$$

$$\text{当 } h_1 = h_2 \text{ 时: } \Phi = \frac{6}{\mu_2} (1 - \lambda_1)$$

$$\omega_{M\alpha} = 2; \omega_{M\beta} = -1$$



$$\alpha = \frac{a_1}{a} \quad \omega_{D\alpha} = \alpha - \alpha^3$$

$$\omega_{D\beta} = \beta - \beta^3$$

$$\beta = \frac{a_2}{a} \quad \omega_{R\alpha} = \alpha\beta$$

$$\Phi = \frac{a^2}{\mu_2} (3 - 2\lambda_1 \alpha)$$

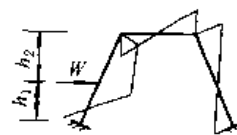
$$H_A = H_B = \frac{Pa}{2h} \left\{ \frac{1}{\mu_1} [\omega_{D\alpha} - (1+K)\omega_{D\beta}] + \alpha \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = -\frac{Pa}{2} \left\{ \frac{1}{\mu_1} [(1+K)\omega_{D\beta} - \omega_{R\alpha}] \pm (\alpha - \Phi) \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{Pa}{2} \left[ \frac{1}{\mu_1} (\omega_{D\alpha} - \omega_{R\alpha}) \mp \lambda_2 \Phi \right]$$

$$\text{当 } a_1 = a \text{ 时: } \Phi = \frac{1}{\mu_2} (3 - 2\lambda_1)$$

$$\text{当 } \alpha = 1, \beta = 0 \text{ 时: } \omega_{D\alpha} = \omega_{D\beta} = 0$$



$$\alpha = \frac{h_1}{h} \quad \omega_{D\alpha} = \alpha - \alpha^3$$

$$\omega_{D\beta} = \beta - \beta^3$$

$$\beta = \frac{h_2}{h} \quad \omega_{R\alpha} = \alpha\beta$$

$$\Phi = \frac{a^2}{\mu_2} (3 - 2\lambda_1 \alpha)$$

$$\left. \begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix} \right\} = \frac{W}{2} \left\{ \frac{1}{\mu_1} [\omega_{D\alpha} - (1+K)\omega_{D\beta}] - \beta \mp 1 \right\}$$

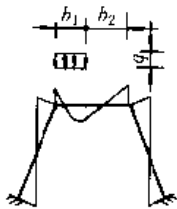
$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = -\frac{Wh}{2} \left\{ \frac{1}{\mu_1} [(1+K)\omega_{D\beta} - \omega_{R\alpha}] \pm (\alpha - \Phi) \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{Wh}{2} \left[ \frac{1}{\mu_1} (\omega_{D\alpha} - \omega_{R\alpha}) \mp \lambda_2 \Phi \right]$$

$$\text{当 } h_1 = h_2 \text{ 时: } \Phi = \frac{1}{\mu_2} (3 - 2\lambda_1)$$

$$\text{当 } \alpha = 1, \beta = 0 \text{ 时: } \omega_{D\alpha} = \omega_{D\beta} = 0$$





$$\alpha = \frac{b_1}{b}$$

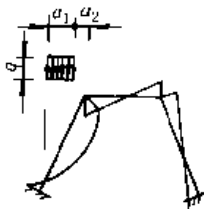
$$\Phi = \frac{\omega_{\text{top}}}{\mu_2} [K\lambda_2^2 \omega_{\text{top}} - 2\lambda_1(2 + \lambda_2)]$$

$$H_A = H_B = \frac{qb^2}{4h} \left[ \frac{K}{\mu_1} (3\alpha^2 - 2\alpha^3) + 2\lambda_3\alpha \right]$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = \frac{qb^2}{4} \left[ \frac{K}{3\mu_1} (3\alpha^2 - 2\alpha^3) \mp (2\lambda_1 \omega_{\text{top}} + \lambda_4 \Phi) \right]$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{qb^2}{4} \left[ \frac{2K}{3\mu_1} (3\alpha^2 - 2\alpha^3) \pm \Phi \right]$$

当  $b_1 = b$  时:  $\Phi = 0$



$$\alpha = \frac{a_1}{a} \quad \beta = \frac{a_2}{a}$$

$$\Phi_1 = \frac{a^3}{\mu_2} (2 - \lambda_1 \alpha) \quad \Phi_2 = \frac{1}{2} - \omega_{\text{top}}$$

$$H_A = H_B = \frac{qa^2}{4h} \left\{ \frac{1}{\mu_1} [\omega_{\text{top}} - (1 + K)\Phi_2] + \alpha^2 \right\}$$

$$\omega_{\text{top}} = \alpha^2 - \frac{1}{2} \alpha^4$$

$$\omega_{\text{top}} = \beta^2 - \frac{1}{2} \beta^4$$

$$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\} = -\frac{qa^2}{4} \left\{ \frac{1}{3\mu_1} [(2 + 3K)\Phi_2 - \omega_{\text{top}}] \pm (\alpha^2 - \Phi_1) \right\}$$

$$\left. \begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{qa^2}{4} \left[ \frac{1}{3\mu_1} (2\omega_{\text{top}} - \Phi_2) \mp \lambda_2 \Phi_1 \right]$$

当  $a_1 = a$  时:  $\Phi_1 = \frac{1}{\mu_2} (2 - \lambda_1)$   $\Phi_2 = \frac{1}{2}$   $\omega_{\text{top}} = \frac{1}{2}$   $\omega_{\text{top}} = 0$



$\alpha_l$  —— 线膨胀系数

$t$  —— 加热温度,  $^{\circ}\text{C}$

$$\Phi = \frac{3EI_1 l}{Sh\mu_1} \alpha_l t \quad H_A = H_B = \frac{2}{h} K \Phi$$

$$M_A = M_B = (1 + K)\Phi \quad M_1 = M_2 = -\Phi$$

# 第7章 整体式机架与其他机架的设计与计算

## 1 整体式机架

图 18-1-19 所示的机床立柱为—整体式机架，其计算方法虽然可以按悬臂立柱的屈曲或扭转刚度来校核，但由于作用在导轨上的是单边力，使立柱断面形状发生变形，立柱的侧壁产生屈曲，立柱的棱角不能保持直角，这种变形称为断面形状的畸变。为了尽量减少断面畸变，主要通过加强筋来提高刚度和改进导轨结构。图 18-1-19 中的板壁纵向筋主要用来提高立柱的弯曲刚度，而横向筋则可起到减少断面形状畸变的作用，它们组合后起到了阻止各段壁板的变形与振动的作用。关于纵横隔板（或筋）对于立柱刚度的影响，各种加强筋对大型焊接结构的刚度、经济等方面的影响，以及大型焊件加强筋的配置、焊接工艺等内容，可参考专门的文献。

### 1.1 有加强筋的整体式机架的筋板布置与刚度计算

#### 1.1.1 筋板的布置

(1) 筋板的布置方式对结构的刚度影响很大。如图 18-7-1 所示，图 a 的抗弯矩能力很差，图 b 较好，图 c 最好，但工艺要求复杂。一般  $\alpha$  角取为  $45^\circ \sim 55^\circ$ 。

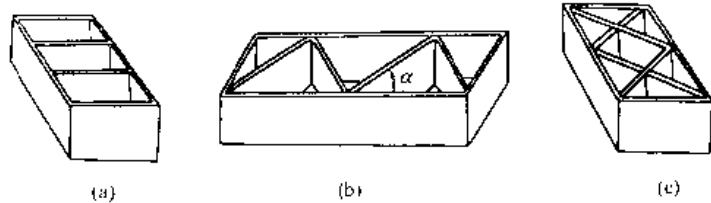


图 18-7-1 机床基础件内筋板的布置

(2) 对于大型机床的基础件以及承载较大的导轨支承壁，宜用双层板结构，如图 18-7-2 所示。按经验，焊接基础件壁板厚度可取相应铸铁基础件壁厚的  $\frac{2}{3} \sim \frac{4}{5}$ 。实例参见本篇第 1 章。

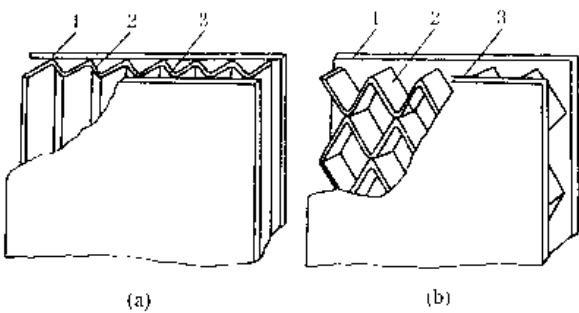


图 18-7-2 双层壁板的结构  
1—外壁板；2—筋板；3—内壁板

#### 1.1.2 筋板的刚度计算公式<sup>[2]</sup>

##### (1) 有横隔板框架的弯曲计算

① 如图 18-7-3，当横隔板厚度  $t_1$  对框架长度  $l$  的比值很小时，横隔板的数目及厚度对抵抗垂直载荷的能力是很小的。这种框架的弯曲刚度主要取决于平行中性轴的两块纵向侧板。考虑到隔板对侧壁的支承作用，刚度计算时，两块侧壁可不作为简支梁而作为两端固定梁来计算。

$$\text{垂直变形为：} \quad \Delta = \frac{Fl^3}{32Eit_1^3} \quad (18-7-1)$$

式中  $F$ —— 框架上的集中力；  
 $l$ —— 支架总长度；

其他参数见图。

② 当图 18-7-3 框架承受侧向 ( $x$  向) 载荷时，框架的刚度和横隔板数目与壁厚有关。实验表明，在横隔板尺寸给定的条件下，框架的变形随着隔板数目  $n$  的增加而减小。见实验公式 (18-7-2)：

$$\Delta_x = ax^b \quad (18-7-2)$$

式中  $a$  —— 常数， $a = 140.8$ ；

$b$  —— 常数， $b = -1.224$ ；

$$x = l/l_1 \quad (18-7-3)$$

$l_1$ ——隔板之间的距离；  
 $l$ ——框架长度。

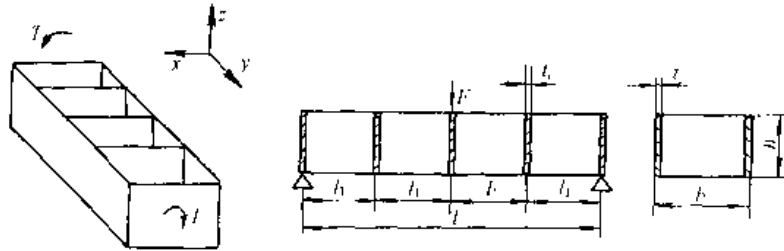


图 18-7-3 横隔板框架

(2) 横隔板底座的弯曲计算

如图 18-7-4 为带有面板的横隔板框架，可以把它看作是由两种梁组成的。即图 18-7-4b 分解为图 c、d，当隔板的数目为  $n$  时，底座的惯性矩为（以长边  $l$  为支承边时）：

$$I = nl_1 + 2I_2 \quad (18-7-4)$$

式中  $I_1$ ——图 d 梁的截面惯性矩， $mm^4$ ；

$I_2$ ——图 c 梁的截面惯性矩， $mm^4$ 。

垂直变形为：
$$\Delta = \frac{Fb^3}{192EI}$$

若以短边  $b$  为支承边时，则

垂直变形为：
$$\Delta = \frac{Fl^3}{192EI}$$

此时计算  $I$  仅考虑面板和两长边侧板组成的惯性矩。

(3) 对角筋和横隔板结构的扭转计算

① 对角筋的扭转刚度 图 18-7-5b 以两根交叉的对角筋作为分离体，则它分别承受着方向相反的作用力  $F$ ，此分离体产生如图 c 的变形  $\Delta$ ，则可按简支梁的计算公式求得：

$$\Delta = 2 \frac{Fl^3}{48EI} \quad (18-7-5)$$

式中  $l$ ——对角筋的长度；

$I$ ——对角筋的截面惯性矩。

结构所受的扭矩  $T$  为：

$$T = Fb \quad (N \cdot mm)$$

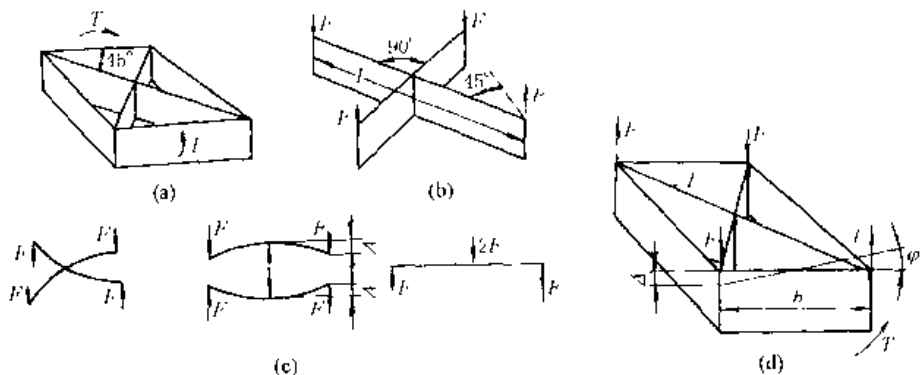


图 18-7-5 45°对角筋受力和变形分析

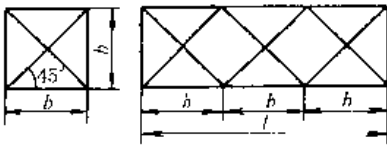
对角筋的弯曲变形而使结构产生的扭转角  $\varphi_1$  为：

第 18 章

$$\varphi_1 = \frac{2\Delta}{b}$$

以  $l = \sqrt{2}b$  及  $T$ 、 $\varphi_1$  代入式 (18-7-5)，得：

$$\varphi_1 = 0.236 \frac{Tb}{EI} \quad (\text{rad}) \quad (18-7-6)$$



(a) 单元 (b) 组合单元  
图 18-7-6 对角筋的单元组件

如果结构如图 18-7-6 所示，由  $n$  个对角筋并联，扭矩  $T$  作用于长边，则并联对角筋的总扭转角为：

$$\varphi_1 = 0.236 n \frac{Tb}{nEI} \quad (\text{rad}) \quad (18-7-7)$$

如果结构由  $n$  个对角筋串联，扭矩  $T$  作用于短边，则串联对角筋的总扭转角为：

$$\varphi_1 = 0.236 n \frac{Tb}{EI} \quad (\text{rad}) \quad (18-7-8)$$

② 侧壁的扭转刚度 设矩形侧壁高  $h$ ，厚  $t$ ，长度  $l = nb$ ，则两块侧壁的扭转角为：

$$\varphi_2 = \frac{Tnb}{2kGht^3} \quad (\text{rad}) \quad (18-7-9)$$

式中  $G$ ——材料的切变模量；

$n$ ——对角单元数；

$k$ ——矩形截面扭转常数，即扭转截面惯性矩  $I = kt^3 h$  中的常数， $k$  值如下：

$h/t$	1	1.5	2	3	4	6	8	10	$\infty$
$k$	0.141	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

③ 对角筋框架总的扭转刚度  $k$  等于对角筋和侧壁两者刚度的代数和：

$$k = \frac{T}{\varphi} = \frac{T}{\varphi_1} + \frac{T}{\varphi_2} = \frac{EI}{0.236nb} + \frac{2kGht^3}{nb}$$

则对角筋框架的扭转角为：

$$\varphi = \frac{0.236 nbT}{EI + 2 \times 0.236 kGt^3} \quad (\text{rad}) \quad (18-7-10)$$

(4) 横隔板框架的扭转刚度

如图 18-7-3，横隔板对扭转阻抗影响很小，这种框架的扭转阻抗，主要取决于两纵向侧壁，两侧壁的扭转刚度按公式 (18-7-9) 计算。

(5) 十字筋的刚度

如图 18-7-7，十字筋的惯性矩为：

$$I = \frac{(b_1 - b_2)h_1^3 + b_2h_2^3}{12} \quad (18-7-11)$$

在设计十字筋梁时应考虑与矩形梁比较：在提高强度和刚度时应使材料用得最少。一般  $b_2/b_1$  应取小一些 (0.3 以下)， $h_1/h_2$  应当适当 (一般 0.2 左右)。

(6) T形筋板 (图 18-7-8)

结构可分成许多 T形单元来计算 (如图 18-7-8b)，每个单元相当于图 18-7-4 中的 d 图。

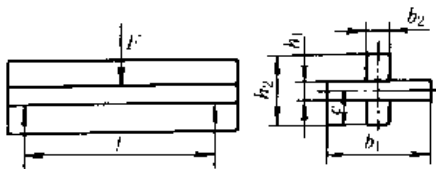


图 18-7-7 十字筋结构

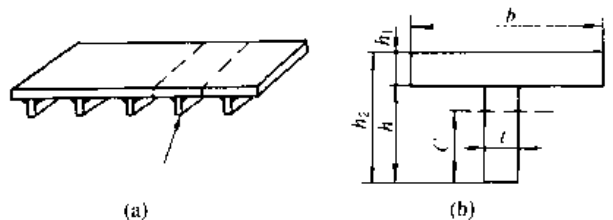


图 18-7-8 T形筋结构

同十字筋板一样，也要分析 T 形断面的参数尺寸的比例，以求得在强度和刚度都较好而材料最节约的断面。对于三角筋，可看作多 T 形筋的特例，每个不同断面都可视作高度不同的 T 形筋来计算。为了减少三角筋的应力集中，实用的三角筋应去掉锐角，如图 18-7-9。

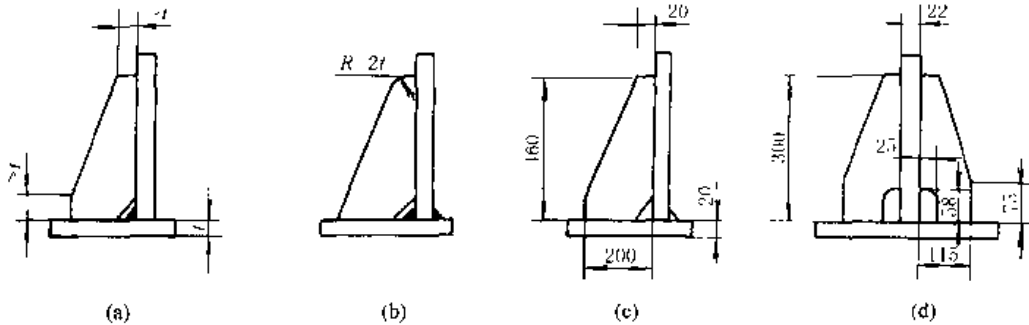


图 18-7-9 常见的实用三角筋结构

箱体或半开式结构筋条布置对静刚度和固有频率的影响见表 18-7-1。半开式及闭式断面平板类构件的筋条布置对静刚度和固有频率的影响见表 18-7-2。

## 1.2 齿轮箱箱体的设计<sup>[22]</sup>

齿轮箱箱体属箱壳式结构，箱内零件工作时，箱体所受的外力有：

- (1) 与箱壁垂直的力，如斜齿分力，止推轴承传来的力；
- (2) 位于箱壁平面内的力，如径向轴承施加的压力；
- (3) 扭矩，如径向力偏离壁板中心的作用力，长度较大的滑动轴承在轴向平面上的力偶等。

齿轮减速箱箱体的设计准则，主要是刚度。影响箱壁变形的主要因素是垂直于箱壁的力。第(2)、(3)种力对箱体的变形影响较小，可不考虑，在结构设计布置筋板时考虑即可。国外大型精密高速齿轮箱普遍改为钢板焊接结构，因此对齿轮箱的研究很重视。例如典型的齿轮箱振动频率为 1000Hz，振幅为 0.25 ~ 1.25 $\mu$ m 时，噪声约为 100dB，当壁厚增加一倍时，阻尼比增加 141%。试验表明，壁厚为 15mm 的齿轮箱，比壁厚为 5 ~ 10mm 的噪声为小。实际上，增加壁厚能降低噪声 12dB，增加加强筋同样可以减少噪声 5 ~ 12dB。

### 1.2.1 箱体刚度的计算

箱体刚度是壁板抵抗局部载荷引起变形的能力。箱体刚度的计算公式为平板刚度计算公式乘以板壁孔的影响系数  $k_0$ 。对于壁厚为  $t$  的箱板，变形量  $\delta_0$  的计算式为：

$$\delta_0 = k_0 \frac{Fa^2(1-\mu^2)}{Et^3} \quad (18-7-12)$$

考虑到板壁孔、凸台和筋条的影响，箱体变形的近似计算式为：

$$\delta = \delta_0 k_1 k_2 k_3 \quad (18-7-13)$$

式中  $F$ ——垂直于箱壁的作用力，N；

$a$ ——受力箱壁长边的一半，mm；

$t$ ——受力箱壁的厚度，mm；

$E$ ——材料弹性模量，MPa；

$\mu$ ——材料的泊松比；

$k_0$ ——着力点位置系数，见表 18-7-3；

$k_1$ ——孔和凸台对箱体刚度的影响系数，见表 18-7-5；

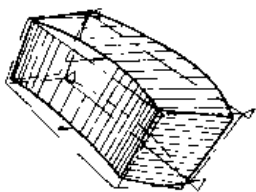
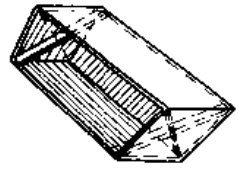
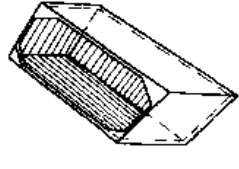
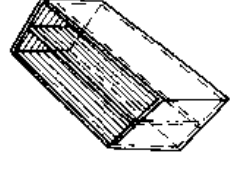
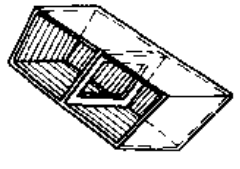
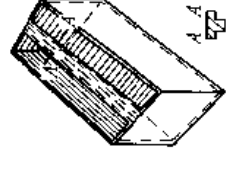
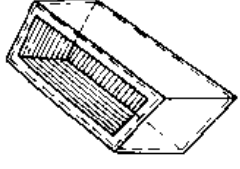
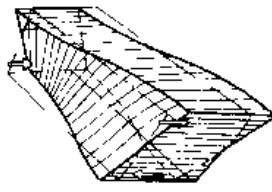
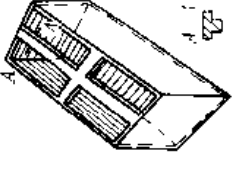
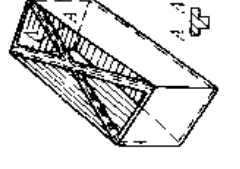
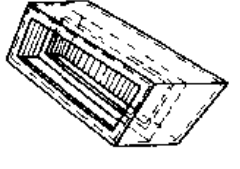
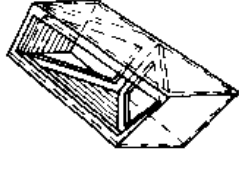
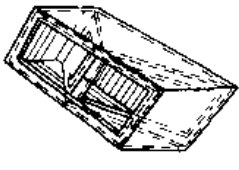
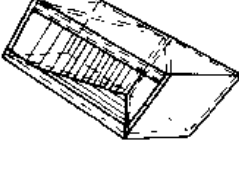
$k_2$ ——其他孔的影响系数， $k_2 = 1 + \Sigma \Delta\delta/\delta$ ， $\Delta\delta/\delta$  值（按各孔分别计算）见表 18-7-6；

$k_3$ ——筋系影响系数；对加强受力孔的凸台筋条，取 0.8 ~ 0.9；对加强整个箱体壁面的筋条，互相交叉的取 0.80 ~ 0.85，不交叉的取 0.75 ~ 0.80。

箱体刚度：

$$K_s = \frac{F}{\delta}$$

箱体或半开式结构筋条布置对静刚度和固有频率的影响

表 18-7-1		箱体或半开式结构筋条布置对静刚度和固有频率的影响							
 (a) 弯曲变形	扭转变形	相对扭转刚度 单位重量的相对扭转刚度 扭转固有频率/Hz	1 1 120	 1.3 1.2 125 1.2 1.1 204	 1.5 1.5 126 1.1 1 —	 1.4 1.2 131 1.2 1.1 198			
	弯曲变形	相对弯曲刚度 单位重量的相对弯曲刚度 弯曲固有频率/Hz	1 1 174	 1.6 1.4 138 > 23 > 21 589	 2.1 2.0 149 1.1 1.1 240	 9.9 8.3 290 1.9 1.7 323			
 (b) 扭转变形	扭转变形	相对扭转刚度 单位重量的相对扭转刚度 扭转固有频率/Hz	6.8 6.0 288	 19 16 425 2.8 2.4 513	 154 133 > 1000 1.3 1.2 298	 10.5 8.9 318 4.8 4.1 432			
	弯曲变形	相对弯曲刚度 单位重量的相对弯曲刚度 弯曲固有频率/Hz	3.3 2.8 343	 14.4 11.5 387 4.8 3.8 484	 61.9 45.2 > 1000 — — —	 199 160 > 1000 — — 350			

注: 1. 结构模型壁厚 6mm, 筋条尺寸按相同的比例尺绘出, 材料为钢板

2. 相对刚度指该模型刚度与未加筋条模型刚度的比值

表 18-7-2 半开式及闭式断面平板类构件的筋条布置对静刚度和固有频率的影响

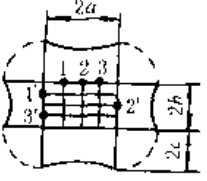
相对扭转刚度 单位重量的相对扭转刚度 扭转固有频率/Hz	1	1.2	1.3	1.4
	1 168	1.1 177	1.2 191	1.2 188
相对弯曲刚度 单位重量的相对弯曲刚度 弯曲固有频率/Hz	1 422	1.4 742	1.4 642	1.1 0.9 530
	2.6 2.1 231	1.5 192	1.7 189	3.6 2.9 276
相对扭转刚度 单位重量的相对扭转刚度 扭转固有频率/Hz	1.6 1.3 680	1.1 405	1.2 432	2.2 1.8 459
	4.7 4.1 310	6.3 367	6.9 360	8.7 6.3 429
相对弯曲刚度 单位重量的相对弯曲刚度 弯曲固有频率/Hz	1.3 1.1 632	2.2 748	1.5 633	2.2 1.6 748
	7.8 6.6 409	12.3 513	11.9 520	20 14.2 578
相对扭转刚度 单位重量的相对扭转刚度 扭转固有频率/Hz	1.1 0.9 654	1.3 530	1.1 512	2.0 1.4 760
	23.4 15.5 640	61.1 >640	22 571	92 1160
相对弯曲刚度 单位重量的相对弯曲刚度 弯曲固有频率/Hz	2.8 1.9 840	3.4 2.0 491	4.0 2.5 880	6.1 3.2 995

注：相对刚度指该模型刚度与未加筋条模型刚度的比值。

表 18-7-3

着力点位置对箱壁变形的影响系数  $k_0$

(1) 受力面的边长为  $2a \times 2b$ ，四边均与其他面交接

受力面的边长比 $a:b$		1:1									1:0.75					
箱体的尺寸比 $a:b:c$		1:1:1			1:1:0.75			1:1:0.5			1:0.76:0.75			1:0.75:0.5		
着力点的坐标		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	1'	0.18	0.24	0.18	0.20	0.28	0.20	0.21	0.31	0.21	0.13	0.18	0.13	0.13	0.20	0.13
	2'	0.24	0.35	0.24	0.28	0.44	0.28	0.31	0.50	0.31	0.21	0.30	0.21	0.22	0.33	0.22
	3'	0.18	0.24	0.18	0.20	0.28	0.20	0.21	0.31	0.21	0.13	0.18	0.13	0.13	0.20	0.13

(2) 受力面的边长为  $2a \times 2b$ ，三面与其他面交接，一面为开口

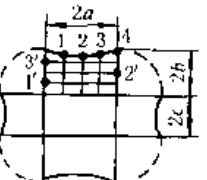
受力面的边长比 $a:b$		1:1			1:0.75						1:0.5					
箱体的尺寸比 $a:b:c$		1:1:1			1:0.75:1			1:0.75:0.75			1:0.5:1			1:0.5:0.75		
着力点的坐标		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	1'	0.16	0.25	0.16	0.15	0.20	0.15	0.15	—	0.15	0.08	0.09	0.08	0.08	—	0.08
	2'	0.30	0.48	0.30	0.29	0.45	0.29	0.28	0.42	0.28	0.19	0.28	0.19	0.18	0.27	0.18
	3'	0.43	0.70	0.43	0.39	0.62	0.39	—	0.62	—	0.34	0.51	0.34	—	0.48	—
	4'	0.95	1.40	0.95	0.77	1.16	0.77	—	0.16	—	0.62	0.92	0.62	—	0.69	—

表 18-7-4

凸合和筋条有效高度与壁厚比值 ( $H_0/t$ ) 的确定

凸台实际高度与壁厚之比 $H/t$	受力点至凸台孔中心线与受力点至箱板边缘距离的比 ( $R/a'$ )			筋条实际高度与壁厚之比 $H/t$	筋条宽度与壁厚之比 $b/t=1$ 时的 $H_0/t$
	0	0.3	0.5		
	$H_0/t$				
1.2	1.19	1.16	1.14	1.2	1.18
1.4	1.37	1.29	1.25	1.4	1.36
1.6	1.53	1.41	1.35	1.6	1.53
1.8	1.67	1.52	1.44	1.8	1.69
2.0	1.78	1.62	1.50	2.0	1.83
2.2	1.88	1.69	1.55	2.2	1.96
2.4	1.96	1.76	1.60	2.4	2.08
4.0	2.15	1.90	1.70		
10.0	2.25	2.00	1.75		

注:  $R$ ——凸台孔中心线至受力点 (或受力孔的中心线) 的距离。

$a'$ ——受力点 (或受力孔的中心线) 至箱板边缘 (靠近凸台孔的一侧) 的距离。



表 18-7-5

孔和凸台对箱体刚度的影响系数  $k_1$ 

$D/d$	$H_0/t$	$D^2/(2a \times 2b)$								
		0.01	0.02	0.03	0.05	0.07	0.10	0.13	0.16	
1.2	1.4	1.0								
	1.5	0.98	0.97	0.95	0.93	0.91	0.88	0.86	0.38	
	1.6	0.95	0.93	0.91	0.88	0.85	0.81	0.77	0.75	
	1.8	0.91	0.86	0.83	0.78	0.74	0.69	0.65	0.62	
	2.0	0.86	0.80	0.77	0.71	0.67	0.61	0.57	0.53	
1.6	3.0	0.79	0.71	0.65	0.56	0.50	0.43	0.37	0.33	
	1.1	1.0								
	1.2	0.98	0.97	0.95	0.93	0.91	0.88	0.86	0.83	
	1.4	0.91	0.88	0.85	0.80	0.76	0.72	0.66	0.65	
	1.6	0.87	0.82	0.77	0.71	0.66	0.60	0.55	0.51	
1.6	2.0	0.82	0.75	0.70	0.62	0.56	0.49	0.43	0.38	
	3.0	0.78	0.70	0.63	0.54	0.47	0.38	0.32	0.27	
对 无 凸 台 的 孔										
$d^2/(2a \times 2b)$		0.05			0.01			$\geq 0.015$		
$k_1$		1.1			1.15			1.2		

注： $D$ ——凸台直径； $d$ ——孔径； $2a$ ——箱体受力面的长边长度； $2b$ ——受力面的短边长度； $H_0/t$ ——凸台有效高度与箱壁厚度之比，见表 18-7-4。

### 1.2.2 箱体刚度的影响因素

#### (1) 着力点位置的影响

着力点位置对箱壁变形的影响系数  $k_0$  见表 18-7-3。表中插图 of 箱体五个板壁的展开图，图中直线为两个面的交界边，弧线为开口边。

#### (2) 孔和凸台的影响

孔和凸台对箱体刚度的影响，虽随孔的中心线至板边（近侧）距离  $r$  与边长之半  $a$  的比值 ( $r/a$ ) 的减小而加大，但在  $r/a > 1$  的情况下其影响比较小，可忽略不计。而在  $r/a \leq 1$  的条件下，必须考虑孔和凸台对箱体刚度的影响系数  $k_1$ 。

在查  $k_1$  时，应按表 18-7-4 确定凸台的有效高度  $H_0$  与箱体壁厚  $t$  的比  $H_0/t$ 。 $H_0$  的值决定于凸台实际高度  $H$  与  $a'/a$  的比值。 $\Delta\delta/\delta$  值，以同样的方法查阅表 18-7-6。

表 18-7-6

确定系数  $k_2$  的  $\Delta\delta/\delta$  的值

(1) 当  $H_0/t$  较大时， $\Delta\delta/\delta$  取负值

$D/d$	$H_0/t$	$D^2/(2a \times 2b)$				
		0.01	0.02	0.04	0.07	0.10
1.2	1.4	0				
	1.6	0.02 ~ 0.01	0.03 ~ 0.02	0.05 ~ 0.03	0.07 ~ 0.04	0.09 ~ 0.05
	1.8	0.06 ~ 0.03	0.08 ~ 0.04	0.11 ~ 0.06	0.16 ~ 0.08	0.19 ~ 0.10
	2.0	0.08 ~ 0.04	0.11 ~ 0.06	0.16 ~ 0.09	0.21 ~ 0.13	0.26 ~ 0.17
	3.0	0.12 ~ 0.07	0.18 ~ 0.10	0.25 ~ 0.15	0.34 ~ 0.20	0.41 ~ 0.24
1.6	1.2	0				
	1.4	0.06 ~ 0.04	0.08 ~ 0.05	0.11 ~ 0.07	0.14 ~ 0.10	0.16 ~ 0.12
	1.6	0.09 ~ 0.05	0.12 ~ 0.07	0.17 ~ 0.10	0.22 ~ 0.13	0.27 ~ 0.16
	2.0	0.12 ~ 0.07	0.17 ~ 0.09	0.23 ~ 0.13	0.31 ~ 0.18	0.37 ~ 0.21
	3.0	0.14 ~ 0.08	0.20 ~ 0.12	0.29 ~ 0.17	0.38 ~ 0.23	0.35 ~ 0.28

(2) 当  $H_0/t$  较小时,  $\Delta\delta/\delta$  取正值

D/d	$H_0/t$	$D^2/(2a \times 2b)$				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1.2	1.1	0.06 ~ 0.03	0.11 ~ 0.05	0.14 ~ 0.08	0.18 ~ 0.11	0.21 ~ 0.13
1.6	1.2	0.07 ~ 0.03	0.11 ~ 0.05	0.13 ~ 0.07	0.13 ~ 0.08	0.14 ~ 0.09
	1.0	0.08 ~ 0.03	0.14 ~ 0.06	0.22 ~ 0.10	0.30 ~ 0.13	0.37 ~ 0.17

注: R——所计算的凸台孔中心到受力孔中心的距离; a'——受力孔中心至靠近所计算凸台孔一侧的板边距离。当  $R/a' = 0.3$  时, 表中数据取大值; 当  $R/a' = 0.5$  时, 取小值; 当  $R/a' = 0.7$ 、 $H_0/t = 3$  时,  $\Delta\delta/\delta = -0.1$

(3) 孔对箱体刚度的综合影响

通过模型试验所得的板壁孔对箱体刚度影响的数据如表 18-7-7 和表 18-7-8 所示。

表 18-7-7 箱体高度、顶部开孔面积对刚度的影响

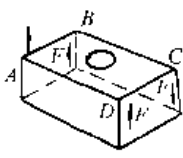
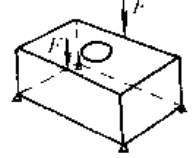
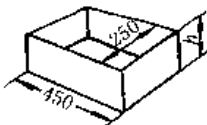
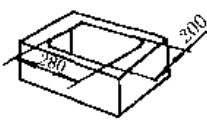
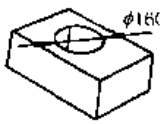
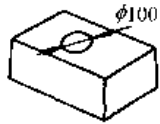
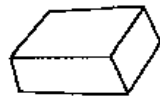
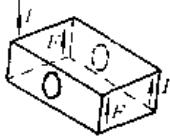
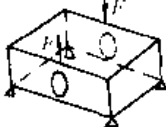
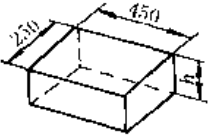
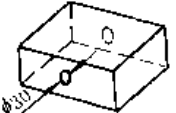



箱体加载简图	扭转: 箱体两端加力偶, 测量 A 点相对于由 B、C、D 三点决定 的平面的位移		弯曲: 箱体两侧壁中部加 载; 在加载处测量 箱壁位移		箱体高度 h = 210mm											
					箱体高度 h = 210mm				箱体高度 h = 140mm				箱体高度 h = 43mm			
					扭转		弯曲		扭转		弯曲		扭转		弯曲	
箱体模型结构简图 (模型壁厚 6mm)	顶部开口 面积的百 分比/%	相对刚 度比	固有频 率 /Hz	相对刚 度比	固有频 率 /Hz	相对刚 度比	固有频 率 /Hz	相对刚 度比	固有频 率 /Hz	相对刚 度比	固有频 率 /Hz	相对刚 度比	固有频 率 /Hz			
	100	0.005	118	0.44	350	0.007	142	0.50	446	0.015	177	0.40	428			
	50	0.08	368	0.57	295	0.08	452	0.65	560	0.07	347	0.60	458			
	18	0.74	1390	0.80	350	0.78	1460	0.80	580	0.63	965	0.82	462			
	7	0.97	412	0.83	412	0.93	522	0.85	522	0.90	970	0.89	482			
	0	1.0	419	1.0	419	1.0	495	1.0	495	1.0	1030	1.0	459			

表 18-7-8

箱体两侧壁孔面积对刚度的影响

箱体加载简图	扭转		弯曲			
						
	箱体高度 $h = 210\text{mm}$					
箱体模型结构简图 (箱体壁厚 6mm)	侧壁孔面积 的百分比 /%	相对刚度比		侧壁孔面积 的百分比 /%	相对刚度比	
		扭 转	弯 曲		扭 转	弯 曲
	0	1	1	0	1	1
	0.75	0.91	0.84	1.1	0.98	0.97
	3	0.86	0.60	4.5	0.95	0.93
	12	0.77	0.44	18	0.43	0.33
	27	0.23	0.10	35	0.06	0.04

① 箱体侧壁孔接近矩形，长边 180mm，短边 120mm。

从表中看到：

① 箱体开孔的面积小于板壁面积的 10% 时，不会显著地降低箱体的刚度。当孔的面积大于 10% 时，随着孔的面积加大，刚度急剧降低；

② 孔的面积达到 30% 左右时，扭转刚度下降到只有 20% ~ 10%，扭转固有频率下降了  $\frac{2}{3}$  ~  $\frac{1}{2}$ ；

③ 箱体孔位于侧壁（在弯曲平面内）时，对箱体抗弯刚度的影响比顶壁孔大。因此，孔的位置尽量不要摆在受载大的部位上。

不同尺寸双层壁与单层平板的静刚度和固有频率对比见表 18-7-9。

### 1.2.3 车床主轴箱刚度计算举例

例 试计算车床主轴箱体刚度。图 18-7-10 为车床主轴箱的计算简图。已知主轴孔 I 的最大轴向力  $F = 3000\text{N}$ ，箱体尺寸： $2a:2b:2c = 550:360:560$ ，材料为铸铁， $E = 1 \times 10^5 \text{MPa}$ 。

解 (1) 先确定无孔箱壁的变形量  $\delta$

由  $a = 275\text{mm}$ ， $t = 10\text{mm}$ ， $2a:2b:2c = 1:0.6:1$

箱体受力面的边长比： $2a:2b = 1:0.6$

着力点坐标为  $x = 0.5a$ ， $y = 1.1b$ （相当于 1、2' 点）

查表 18-7-3，受力面边长比  $a:b = 1:0.75$  时，

$$x = 0.5a, y = 1.0b, \text{ 为 } 1、2' \text{ 点, } k_0 = 0.29$$

$$x = 0.5a, y = 1.5b, \text{ 为 } 1、3' \text{ 点, } k_0 = 0.39$$

表 18-7-9

不同尺寸双层壁与单层平板的静刚度和固有频率的对比

双层壁和单层平板的尺寸				扭 转			弯 曲				
				相对刚度	单位重量的相对刚度	固有频率 /Hz	相对刚度		单位重量的相对刚度		固有频率 /Hz
							x-x	y-y	x-x	y-y	
单层平板		1	1	84	1	1	1	1	148		
双层壁	$t = 3\text{mm}$ $b = 1\text{mm}$	$h$	20	18	15	300	8.6	27	7.2	23	366
			30	25	20	362	13	41	10	33	425
			40	29	23	318	13	62	10	50	340
			50	34	25	383	14	136	10	102	419
	$h = 40\text{mm}$ $b = 1\text{mm}$	$t$	1	—	16	389	7.0	26	3.2	12	—
			2	25	25	405	12	36	11	36	468
			3	29	23	318	13	62	10	50	340
			4	37	23	373	16	65	9.9	40	401
	$h = 40\text{mm}$ $t = 3\text{mm}$	$b$	1.5	5.2	4.9	168	2.7	32	2.4	29	200
			1	29	23	318	13	62	50	10	340
			2	67	43	520	43	179	28	116	705

当  $x = 0.5a$ ,  $y = 1.1b$  时,  $k_0 = \frac{0.39 - 0.29}{0.5} \times 0.1 + 0.29 = 0.31$

受力面边长比  $a:b = 1:0.5$  时,

1、2'点,  $k_0 = 0.19$

1、3'点,  $k_0 = 0.34$

当  $x = 0.5a$ ,  $y = 1.1b$  时,  $k_0 = \frac{0.34 - 0.19}{0.5} \times 0.1 + 0.19 = 0.22$

所以  $a:b = 1:0.75$  时,  $k_0 = 0.31$ ;  $a:b = 1:0.5$  时,  $k_0 = 0.22$

则  $a:b = 1:0.6$  时,  $k_0 = \frac{0.31 - 0.22}{0.75 - 0.5} \times (0.6 - 0.5) + 0.22 = 0.26$

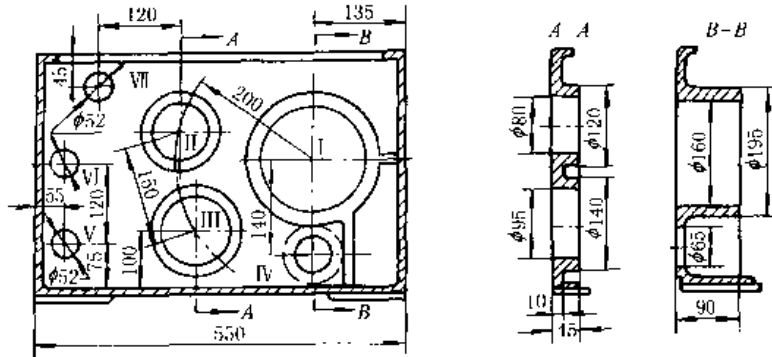


图 18-7-10 车床主轴箱前壁结构计算简图

将已知值代入式 (18-7-12), 无孔箱壁在  $F = 3000\text{N}$  垂直力作用下的变形量  $\delta_0$  为:

$$\delta_0 = k_0 \frac{F a^2 (1 - \mu^2)}{E t^3}$$

$$= 0.26 \times \frac{3000 \times 275^2 (1 - 0.09)}{1 \times 10^5 \times 10^3} = 0.54 \text{mm}$$

(2) 确定修正系数  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$

孔 I: 已知  $H/t = 90/10 = 9$ ,  $R/a' = 0$ , 由表 18-7-4 查得  $H_w/t = 2.2$ 。

已知  $D^2/(2a \times 2b) = 195^2/(550 \times 360) = 0.19$ ,  $D/d = 195/160 = 1.2$ , 由表 18-7-5 查得(用插入法延伸):  $k_1 = 0.45$ 。

孔 II: 已知  $H/t = 40/10 = 4$ ;  $R/a' = 200/415 = 0.48$ , 其中  $a'$  为孔 I 中心至靠近孔 II 的左箱壁距离;  $H_w/t = 1.7$ ;  $D^2/(2a \times 2b) = 120^2/(550 \times 360) = 0.073$ ;  $D/d = 120/80 = 1.5$ ;

从表 18-7-6 中得:  $\Delta\delta/\delta = -0.15$ 。

孔 III: 同孔 II 计算程序, 得  $\Delta\delta/\delta = -0.18$ 。

孔 IV:  $\Delta\delta/\delta = +0.02$ 。

孔 V、孔 VI: 已知  $D^2/(2a \times 2b) = 52^2/(550 \times 360) = 0.0135$ ,  $R/a' = 360/415 = 0.87$ , 取  $\Delta\delta/\delta = 0.01$ 。

孔 VII: 因距开口边缘较近, 故不计其影响。

因此, 修正系数  $k_2$  值为:

$$k_2 = 1 + \sum \Delta\delta/\delta = 1 - 0.15 - 0.18 + 0.02 + 2 \times 0.01 = 0.71$$

取修正系数  $k_3$  为 0.9。

(3) 计算有孔箱壁的变形量  $\delta$

$$\delta = \delta_0 k_1 k_2 k_3 = 0.54 \times 0.45 \times 0.71 \times 0.9 = 0.155 \text{mm}$$

$$\text{箱体刚度 } K_1 = \frac{P}{\delta} = \frac{3000}{0.155 \times 10^3} = 19.4 \text{N}/\mu\text{m}$$

(4) 箱体刚度验算

根据车床刚度要求, 取车床刚度  $K \geq 20 \text{N}/\mu\text{m}$ ; 主轴箱变形在综合位移中所占比例  $\epsilon = 10\% \sim 15\%$ , 取  $\epsilon = 0.15$ , 主轴箱的最小刚度值为:

$$K_1 \geq K \frac{1}{\epsilon} = 20 \times \frac{1}{0.15} = 130 \text{N}/\mu\text{m}$$

显然, 主轴箱结构刚度不足, 应当适当增加壁厚和筋条。

## 2 轧钢机机架设计与计算<sup>[23]</sup>

### 2.1 轧钢机机架型式与结构

轧钢机机架主要由上、下横梁及左右两立柱组成。在轧制过程中, 金属作用于轧辊的全部压力和水平方向的张力、铸锭或板坯的惯性冲击以及轧辊平衡装置所产生的作用力, 最后都为机架所承受。机架受力后产生的变形, 将直接影响到板材和带材的轧制精度, 因此, 在设计中既要满足强度要求, 又要保证足够的刚度。

轧机机架的型式有闭口式和开口式两种。闭口式为一封闭的刚架, 多用于初轧机、板轧机等。开口式机架的上盖可以拆卸, 特别是中小型型钢轧机大多采用开口式机架。常用的开口式机架的型式见图 18-7-11。

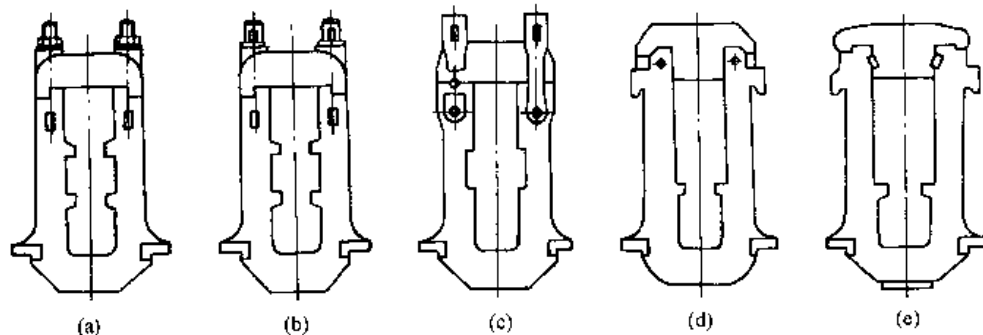


图 18-7-11 型钢轧机常用开式机架的型式

(a) 螺栓连接的; (b) 立销-斜楔连接的; (c) 套环-斜楔连接的; (d) 横销-斜楔连接的; (e) 斜楔连接的

机架立柱断面的形状一般采用抗弯能力较大的长方形或工字形(图 18-7-12a、b), 由于它们的刚度较大, 最好用在较宽的机架上(如二辊轧机), 尤其是受水平力很大的机架。在较宽的闭式机架上, 这种断面也可以显著

地减小横梁承受的弯曲力矩。

在高且窄的机架（如四辊轧机）以及承受水平力不大的机架上，采用正方形（图 18-7-12c）或长边较短的矩形断面，对于机架的强度和重量来讲是比较合理的，这种断面惯性矩较小，故作用于立柱全长上的弯曲力矩变小。由于立柱长度较大，因此立柱上所能节省的材料将超过横梁上稍增加的材料。

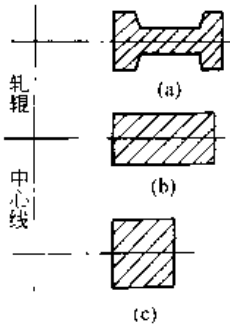


图 18-7-12 机架立柱的各种断面

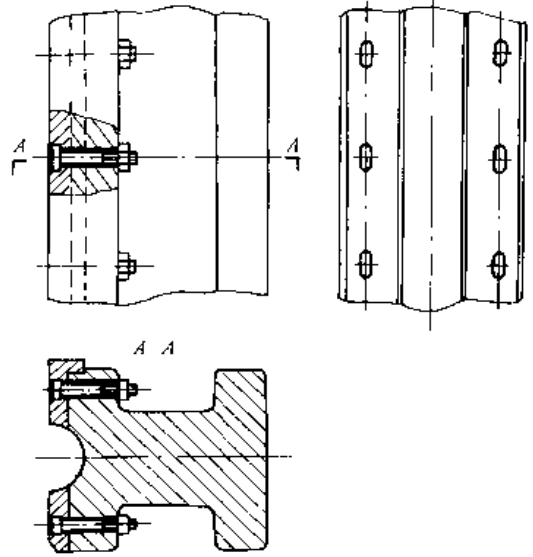


图 18-7-13 T字形断面机架的滑板固定方式简图

从固定滑板的方式来看，采用工字形断面较方便，这时可以用螺栓把滑板固定在翼缘上，（图 18-7-13）。若采用矩形断面，则滑板必须用螺钉来固定，这时要在窗口表面加工螺孔，而加工螺孔较困难，更换滑板也较麻烦。

设计机架应注意的其他问题，请参考专门文献。

图 18-7-14 为 2300 型中板轧机的机架实例。

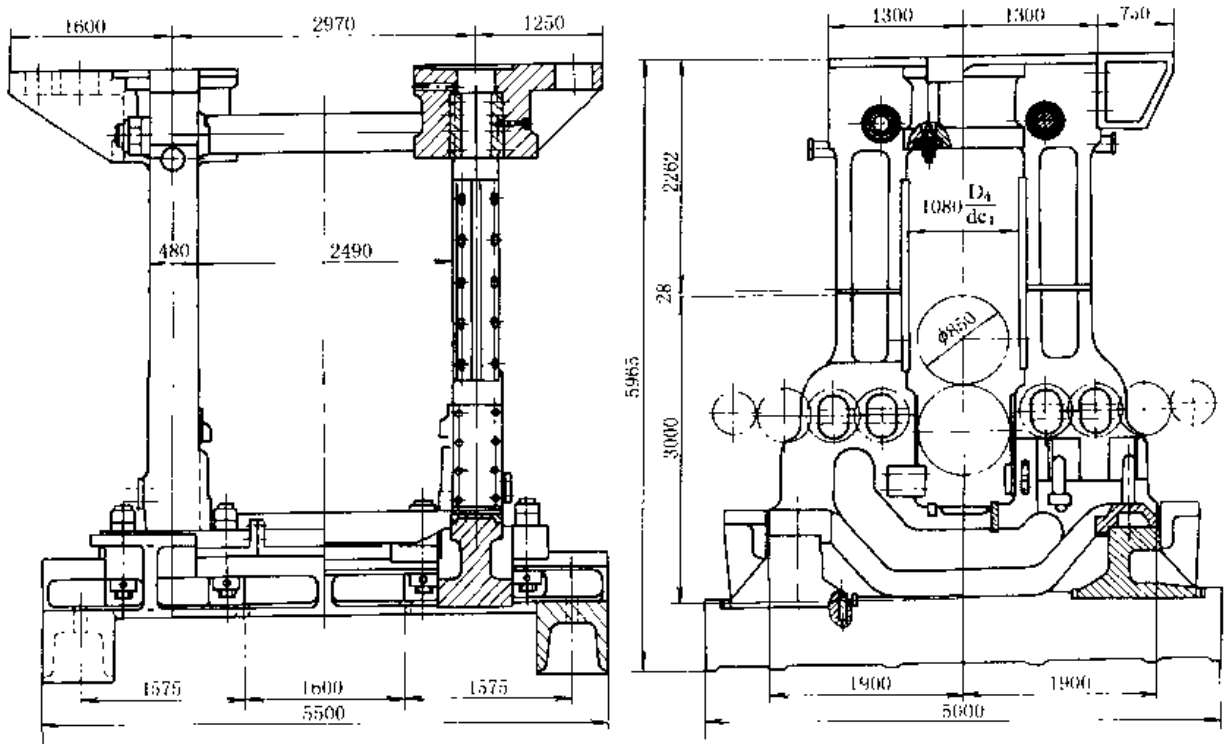


图 18-7-14 2300 中板粗轧机座工作机架

## 2.2 机架设计与验算的必要数据

包括轧制压力及工艺参数；机架各部分（若干个断面）的初步尺寸；机架受力——轧制力作用在轧辊上的位置，即轧件在某一道次的孔型位置，机架上所受的力  $P$  就是轧辊颈上所受的力。

对于初轧机与型钢轧机（图 18-7-15）

$$P = R_1 = \left(1 - \frac{a}{b}\right) Y$$

式中  $R_1$ ——辊颈上所受的力，N；

$Y$ ——最大轧制力，N；

$a$ ——最大轧制力所在的孔型位置距机架中心线间的距离，cm；

$b$ ——两机架的中心线间距离，cm。

对于钢板轧机、带钢轧机等，两机架所受的力相等，即

$$P = \frac{Y}{2}$$

## 2.3 机座的倾翻计算及受力计算

当根据工艺要求确定机架尺寸、结构形状之后，首先要进行工作机座的倾翻计算及机座的受力计算

(1) 作用在机座上的总倾翻力矩  $M_q$

$$M_c = M_{q1} + M_{q2} + M_{q3} \quad (18-7-14)$$

式中  $M_{q1}$ ——传动装置加于机座上的倾翻力矩；

$M_{q2}$ ——轧件运动不均时产生的惯性倾翻力矩（轧件咬入期间产生）；

$M_{q3}$ ——外力作用产生的倾翻力矩（如进行张力轧制时）。

①  $M_{q1}$  的计算 以二辊轧机（图 18-7-16）为例。

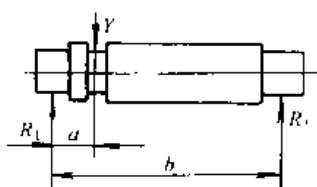


图 18-7-15 轧辊受力简图

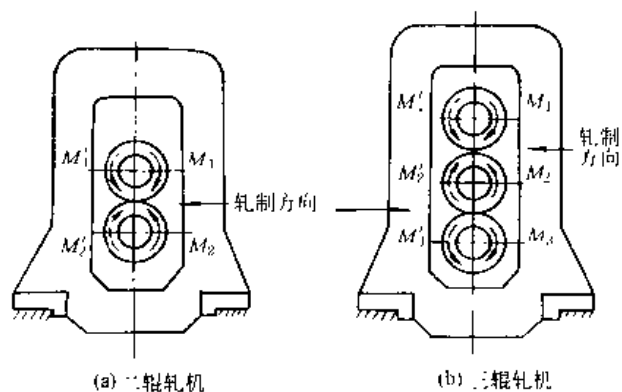


图 18-7-16 传到轧辊上的力矩

用  $M_1$  及  $M_2$  表示从传动装置方面传到轧辊上的力矩，而用  $M_1'$  及  $M_2'$  表示后面的机座（在横列式轧机上）的轧辊传到这一架轧辊上的反力矩。设力矩沿顺时针方向为正，在二辊轧机上由传动装置加于机座上的力矩为：

$$M_{q1} = M_1 - M_2 - M_1' + M_2' \quad (18-7-15)$$

若轧制仅在一架轧机上进行，则

$$M_{q1} = M_1 - M_2 \quad (18-7-16)$$

从式（18-7-16）可知，由传动装置加于机座上的倾翻力矩仅在转动上、下轧辊的力矩不等时才发生。在通常情况下， $M_1 = M_2$ ，此时  $M_{q1} = 0$ 。

在二辊叠轧薄板轧机上，传动装置仅带动下轧辊，上轧辊是从动的，靠轧件与轧辊之间的摩擦带动，在这种轧机上

$$M_{q1} = M_{zx} \quad (18-7-17)$$

式中  $M_{zx}$ ——轧制力矩。

这种情况在二辊轧机发生事故时也同样产生，这时两个轧辊之一与齿轮机座连接的轴套或接轴因损坏而折

断，由于主电机未能及时关闭，轧制还靠轧机和传动装置中转动部分的惯性而继续进行着，虽然时间很短，但是不可避免的。

②  $M_{q2}$  的计算 在可逆式轧机以及除连续式轧机以外的所有其他轧机上，在轧件咬入期间，因运动不均会发生惯性力，该惯性力作用在工作机座上就成为惯性倾翻力矩（图 18-7-17），

设  $R$  为惯性力； $Q$  为轧件重量； $g$  为重力加速度； $a$  为轧件的加速度； $c$  为轧制中心线至轨座间的距离。则惯性倾翻力矩为：

$$M_{q2} = Rc$$

或

$$M_{q2} = \frac{Q}{g}ac \quad (18-7-18)$$

当轧件加速运动时，机座将力图对着轧件移动的方向倾侧；而当减速运动时，则机座将顺着轧件移动的方向倾侧。

轧件在咬入期间的最大惯性力为：

$$R_{max} = \frac{2M_{za}}{D} \quad (18-7-19)$$

式中  $D$  — 轧辊直径。

所以轧件在咬入期因运动不均而产生的最大惯性倾翻力矩为：

$$M_{q2max} = \frac{2M_{za}c}{D} \quad (18-7-20)$$

③  $M_{q3}$  的计算 由图 18-7-17 得知，外力  $T$  能以下列各种型式出现：在冷轧机及连轧机上为轧机的张力；在自动轧管机及周期式轧管机上则为顶头给的反作用力；轧件在前进运动中突然遇到的事故阻力。由于上述外力的作用而发生力图倾侧工作机座的倾翻力矩为：

$$M_{q3} = Tc \quad (18-7-21)$$

外力  $T$  可以根据轧机的型式以及它们所作的工作确定，但其最大值可由下式求得：

$$T_{max} = \frac{2M_{za}}{D} \quad (18-7-22)$$

将上式代入公式（18-7-21），则得由于外力的作用而产生的最大倾翻力矩：

$$M_{q3max} = \frac{2M_{za}c}{D} \quad (18-7-23)$$

## (2) 工作机座支座上力的计算

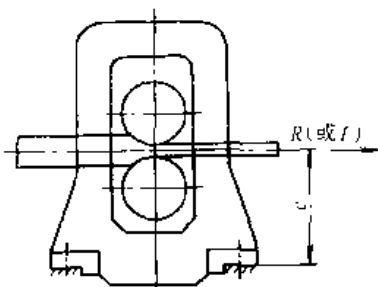


图 18-7-17 工作机座上的倾翻力矩

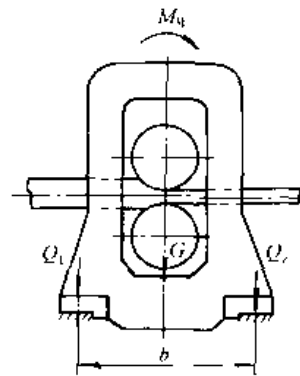


图 18-7-18 工作机座支座上的力

由图 18-7-18 可知，在倾翻力矩的作用下，工作机座的两个机架力图从其两边支座中的一个上离开。这时固定机架与轨座以及轨座与地基的螺栓显然承受拉紧力  $Q_1$ ，其值可按式（18-7-24）确定：

$$Q_1 = \frac{M_q}{b} - \frac{G}{2} \quad (18-7-24)$$

式中  $b$  — 支座间的距离；

$G$  — 工作机座的重量。

同时两个机架将紧压到另一个支座上的力等于：



$$Q_2 = \frac{M_3}{b} + \frac{C}{2} \quad (18-7-25)$$

## 2.4 闭口式机架的强度计算

为了简化计算，作如下假设。

① 每片机架（牌坊）只在上下横梁的中间断面处受有垂直力  $P$ ，且此两力大小相等、方向相反，并作用在同一直线上，即机架的外载是对称的。这时机架没有倾翻力矩，机架脚不受力。

② 严格地说，由于轧制速度的变化和咬入时的冲击引起的惯性力，或在张力轧制时，轧制力的方向都不是垂直的。不过水平分力的数值一般都比较小（约为垂直分力的 3% ~ 4%），因而可以忽略不计；只有当水平分力较大时，才应考虑水平分力的影响。

③ 上、下横梁和立柱的交界处（拐角处）是刚性的（一般机架拐角处的刚性都是比较大的），即机架变形后，拐角仍保持不变。

根据上述假设条件，可将每片牌坊看成一个外载和几何尺寸都是相对垂直中心线对称的由中性轴线组成的弹性框架。

下面分别按照不同的机架牌坊形式来确定由垂直力  $P$  产生的静不定力矩  $M_2$ 。

(1) 小圆角形框架（图 18-7-19）

作用于立柱全长上显然不变的力矩  $M_2$  为：

$$M_2 = \frac{\frac{1}{16} \left( \frac{l_1^2}{I_1} + \frac{l_2^2}{I_3} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{r_1 l_1}{I_1} + \frac{r_3 l_3}{I_3} \right) + 0.29 \left( \frac{r_1^2}{I_{r1}} + \frac{r_3^2}{I_{r3}} \right) P}{\frac{1}{2} \left( \frac{l_1}{I_1} + \frac{l_3}{I_3} \right) + \frac{\pi}{2} \left( \frac{r_1}{I_{r1}} + \frac{r_3}{I_{r3}} \right) + \frac{l_2}{I_2}} \quad (18-7-26)$$

式中  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  —— 上横梁、立柱和下横梁直线段部分的长度（按中性轴线计算）；

$I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ 、 $I_{r1}$ 、 $I_{r3}$  —— 上横梁、立柱、下横梁以及上、下横梁小圆角处的惯性矩；

$r_1$ 、 $r_3$  —— 上、下横梁小圆角半径。

当  $r_1 = r_3$ 、 $l_1 = l_3$  时

$$M_2 = \frac{\left( \frac{l_1^2}{8} + \frac{l_1 r_1}{2} \right) I_{np} + \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) r_1^2 I_{nr}}{l_1 I_{np} + \pi r_1 I_{nr} + \frac{2l_2}{I_2}} P \quad (18-7-27)$$

式中  $I_{np} = \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_3}$

$I_{nr} = \frac{1}{I_{r1}} + \frac{1}{I_{r3}}$

在上、下横梁上仅受到弯曲，最大弯曲力矩（ $M_1$  和  $M_3$ ）发生在横梁的正中间，其值为：

$$M_1 = \frac{P}{2} \left( \frac{l_1}{2} + r_1 \right) - M_2$$

$$M_3 = \frac{P}{2} \left( \frac{l_3}{2} + r_3 \right) - M_2$$

(2) 直角形框架（图 18-7-20）

$$M_2 = \frac{P l_1^2}{8} \times \frac{I_{np}}{l_1 I_{np} + \frac{2l_2}{I_2}} \quad (18-7-28)$$

式中  $I_{np} = \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_3}$

$l_1$ 、 $l_2$  —— 横梁与立柱的长度（按中性轴线计算）

$$M_1 = \frac{P l_1}{4} - M_2$$

(3) 圆弧形框架（图 18-7-21）

$$M_2 = Pr \frac{\frac{\pi}{2} - 1}{\pi + \frac{2l_2}{rI_2 I_{sp}}} \quad (18-7-29)$$

式中  $l_{np} = \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_3}$

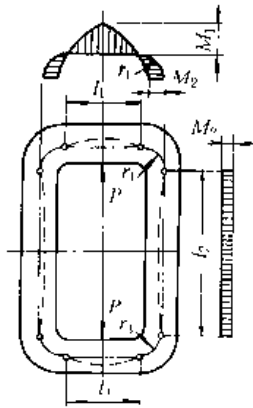


图 18-7-19 小圆角形框架

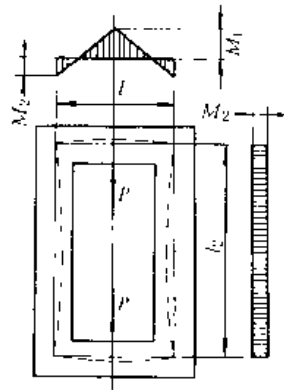


图 18-7-20 直角形框架

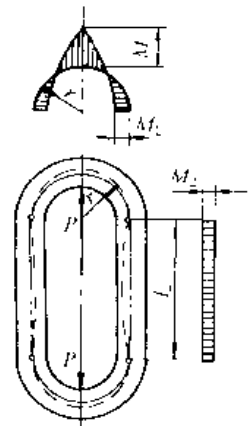


图 18-7-21 圆弧形框架

(4) 机架中的应力

在每一立柱中作用有一个拉力  $\frac{P}{2}$  和弯曲力矩  $M_2$ ，在靠机架窗口一边立柱表面上的最大（拉伸）应力为：

$$\sigma_{\max 2} = \frac{P}{2F_2} + \frac{M_2}{W_2} \quad (18-7-30)$$

式中  $F_2$ 、 $W_2$  —— 机架立柱断面面积和断面系数。

作用在上、下横梁中的最大弯曲力矩 ( $M_1$  和  $M_3$ ) 按弹性框架的形式决定，这时横梁上的应力为：

$$\text{上横梁 } \sigma_{\max 1} = \frac{M_1}{W_1} \quad (18-7-31)$$

$$\text{下横梁 } \sigma_{\max 3} = \frac{M_3}{W_3}$$

式中  $W_1$ 、 $W_3$  —— 上、下横梁的断面系数。

### 2.5 闭口式机架的变形（延伸）计算

机架在垂直方向的延伸变形  $f$  由两部分组成，即立柱变形与横梁变形。而横梁变形又由弯曲力矩及垂直力作用所引起的变形与由剪切力作用所引起的变形两部分所组成。故机架在垂直方向的总变形为：

$$f = f_1 + f_2 + f_2' + f_3 + f_3' \quad (18-7-32)$$

式中  $f_1$  —— 在立柱上由于垂直力的作用所引起的变形；

$f_2(f_2')$  —— 在上（或下）横梁上由于弯曲力矩及垂直力的作用所引起的变形；

$f_3(f_3')$  —— 在上（或下）横梁上由于剪切力的作用所引起的变形。

对于图 18-7-19 ~ 图 18-7-21 所示三种弹性框架，上、下横梁形状相等，故  $f_2 = f_2'$ ， $f_3 = f_3'$

立柱变形

$$f_1 = \frac{Pl_2}{2EF_2} \quad (18-7-33)$$

忽略水平力对机架垂直方向变形的作用，则上、下横梁的变形可按下列三种基本形状的弹性框架进行研究（下列所有计算仅指上横梁的变形，一个机架的横梁变形为上、下两根横梁变形的和）。

(1) 小圆角形上横梁

$$f_2 = \frac{Pr_1^3}{EI_{r1}} \left( \frac{3\pi}{8} - 1 \right) - \frac{M_2 r_1^2}{EI_{r1}} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) + \frac{Pl_1}{4EI_1} \left( r_1^2 + \frac{r_1 l_1}{2} + \frac{l_1^2}{12} \right) - \frac{M_2 l_1}{2EI_1} \left( r_1 + \frac{l_1}{4} \right) + \frac{P\pi r_1}{8EF_{r1}} \quad (18-7-34)$$

$$f_3 = \frac{KPr_1\pi}{8GF_{r1}} + \frac{KPl_1}{4GF_1} \quad (18-7-35)$$

式中  $F_1$  ——上横梁断面面积;

$F_{r1}$  ——上横梁小圆角处的断面面积;

$K$  ——横梁的断面形状系数, 对于矩形断面,  $K=1.2$ ;

$E$  ——弹性模量;

$G$  ——剪切模量。

式 (18-7-34) 中的第五项为由垂直力的作用所引起的变形。

(2) 直角形上横梁

$$f_2 = \frac{Pl_1^3}{48EI_1} - \frac{M_2 l_1^2}{8EI_1} \quad (18-7-36)$$

$$f_3 = \frac{KPl_1}{4GF_1} \quad (18-7-37)$$

(3) 圆弧形上横梁

$$f_2 = \frac{Pr^3}{EI_1} \left( \frac{3\pi}{8} - 1 \right) - \frac{M_2 r^2}{EI_1} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) + \frac{P\pi r}{8EF_1} \quad (18-7-38)$$

$$f_3 = \frac{KPr\pi}{8GF_1} \quad (18-7-39)$$

式 (18-7-38) 中的第三项为由垂直力的作用所引起的变形。

上述各式均按卡氏定理求得, 有关各公式中的符号解释, 参见图 18-7-19 ~ 图 18-7-21。

机架的形状对机架的变形是有很大关系的, 圆弧形框架变形最大, 小圆角形次之, 直角形框架的变形比上述两种框架的变形较小。

## 2.6 二辊开式机架的强度计算

在轧制过程中, 设轧辊上受有垂直力  $P$ , 当力  $P$  作用在下横梁时, 机架立柱的上部显然会向机架窗口的内侧变形, 通常机盖带有外止口, 立柱的上端带有内止口, 所以机盖将不阻碍立柱向内变形。当立柱向机架内侧弯折变形后, 将夹紧上辊轴承座 (轴承座与机架窗口间一般采用转动配合), 如图 18-7-22 所示, 作用在下横梁中的弯曲力矩为:

$$M_1 = \frac{Px}{2} - Tc \quad (18-7-40)$$

其最大弯曲力矩将发生在下横梁的中间, 即当  $x = \frac{l_1}{2}$  时。

机架立柱将同时在拉伸及弯曲下工作, 立柱中的弯曲力矩为:

$$M_2 = T(c - y) \quad (18-7-41)$$

总的最大应力显然在立柱中的内表面上, 并等于

$$\sigma_{\max} = \frac{M_2}{W_2} + \frac{P}{2F_2} \quad (18-7-42)$$

力  $T$  可根据两个立柱在力  $T$  作用点的弯曲变形  $f$  等于轴承座和机架立柱间的空隙  $\Delta$  这一条件来决定, 即

$$2f = \Delta$$

根据“面矩法”的规则, 得到

$$\Delta = \frac{1}{EI_1} \left( \frac{Pl_1^2 c}{8} - Tc^2 l_1 \right) - \frac{2Tc^3}{3EI_2}$$

解上述方程式, 得

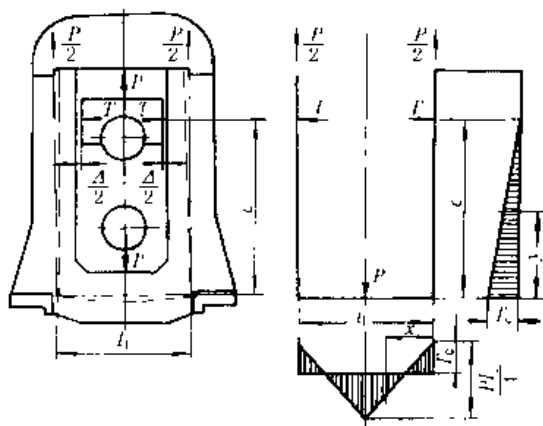


图 18-7-22 作用在二辊开式机架上的力及弯矩

$$T = \frac{\frac{Pl_1^2}{8} - \frac{\Delta EI_1}{c}}{c \left( l_1 + \frac{2cI_1}{3I_2} \right)} \quad (18-7-43)$$

式中  $T$  ——立柱向内变形时轴承座作用于立柱上的反作用力；

$P$  ——作用于一片机架上的轧制压力；

$\Delta$  ——轴承座和机架立柱间的空隙；

$l_1$  ——下横梁长度，按立柱中性轴线间的距离计算；

$I_1$ 、 $I_2$  ——下横梁与立柱的惯性矩。

若按式 (18-7-43) 计算所得的力  $T$  是负值，也就是  $f < \frac{\Delta}{2}$ ，即实际上“ $T$ ”力不存在。但考虑到轴承座和机架立柱间的空隙是固定不变的，所以机架的立柱应该按力  $T$  为最大的条件，即  $\Delta = 0$  来计算。相反，机架横梁则应按  $T = 0$  的条件来计算。

## 2.7 斜楔连接的三辊开式机架的强度计算

用斜楔连接的开式轧机 (图 18-7-11e)，即所谓半闭口式轧机，其机架和机盖的连接方式与一般开式轧机不同，在轧制时机架的受力情况与封闭式轧机接近，从而大大地降低了机架中的应力，提高了机架的强度。这种结构的机架既缩减了机架的断面尺寸和重量，还能承受较大的轧制压力。

用斜楔连接的开式轧机有如下优点：

(1) 机盖的弹跳值小。因为在一般的开式轧机上，如立销-斜楔连接的开式机架 (图 18-7-11b)，轧钢时从机盖到机架传递压力的零件至少有三个 (机盖-斜楔-立销-横销-机架)，并且都比较纤细，易于变形。反之，在斜楔连接的开式机架上，只有一对紧固用的斜楔。由于连接件的数量较少，不仅使零件变形量的总值降低，并且也减少了零件接触面的数目，从而减少了接触面间的弹性间隙，这一切都归结到机盖弹跳值的降低。机盖愈稳固，上辊也愈稳固，这就保证了轧制质量不会有波动。

(2) 连接件简单而坚固。在立销-斜楔连接的开式轧机上，其连接零件往往由于机架尺寸的限制，不能获得应有的强度，并且它们受着容易破坏零件的剪应力和拉应力，因而成为机架上的薄弱环节。但用斜楔连接的开式机架，其紧固斜楔的尺寸几乎不受限制，且承受不能造成破坏的压应力。

(3) 机架具有较高的强度。如立销-斜楔连接的开式机架，机盖和机架用立销来连接，它只能传递铅垂的作用力，却无力防止机架立柱在水平方向的挠曲，因此立柱的受力情况和自由挠曲的悬臂梁相似 (见图 18-7-23a)。但在斜楔连接的开式机架上，当打紧楔铁后，机架立柱端部被斜楔及机盖门从两侧将它紧紧挤住，再无横向变形的余地。无论在中上辊间或中下辊间轧制，或立柱受到什么方向的偏心载荷，立柱总能从斜楔或机盖门上得到支持，故这种轧机立柱上的受力情况相当于一端固定而另一端铰接的梁 (图 18-7-23b)，从而大大地降低了机架上的应变和内应力。

用斜楔连接的开式轧机的作用力随着轧件在中上辊间轧制或中下辊间轧制而有所不同，应分别进行计算。这里只介绍在中上辊间轧制时，机架的受力分析如图 18-7-24 所示，图中符号意义如下：

$P$  ——作用于一片牌坊上的轧制力；

$X$  ——机盖门的反作用力；由于机盖门与机架接触面的倾斜度甚小，故机盖门的反作用力的铅垂分力可略去不计，而把它视作水平分力；

$Y'$  ——斜楔作用力  $F'$  的铅垂分力，

$$Y' = \frac{P}{2}$$

$X'$  ——力  $F'$  的水平分力，

$$X' = Y' \tan \theta = mY'$$

$\theta$  ——斜楔倾斜角。

机架的变形可根据“面矩法”的规则求得：

设立柱上  $A$  点处的总变形为  $f$  (指一个立柱)，则

$$f = f_1 + f_2 \quad (18-7-44)$$

式中  $f_1$  ——在外载作用下，因机架下横梁的挠曲致使立柱倾侧而产生的变形；

$f_2$  ——在外载作用下，立柱本身因挠曲所产生的变形。

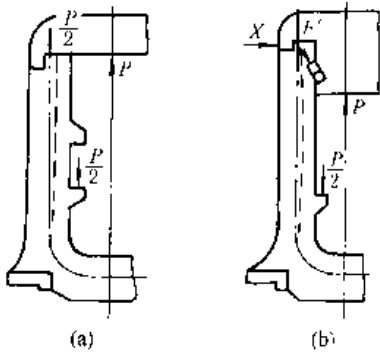


图 18-7-23 中上辊间轧制时机架的变形

(a) 立销-斜楔连接的开式机架；(b) 斜楔连接的开式机架

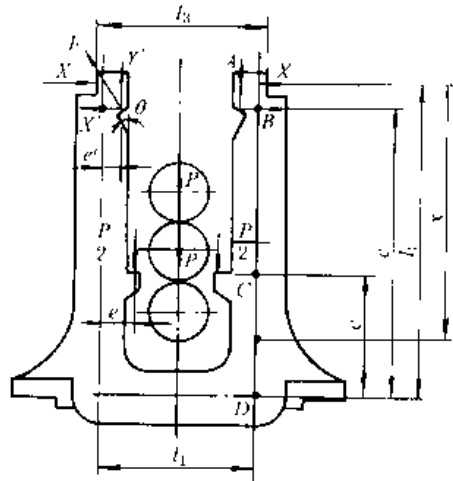


图 18-7-24 中上辊间轧制时斜楔式三辊开式机架的受力情况

作用于下横梁全长上的弯矩不变，并等于外加力矩  $M_D$ ，如图 18-7-25 所示。

$$M_D = Xl_2 + \frac{P}{2}(e - e') - X'e' \tag{18-7-45}$$

在外载  $M_D$  的作用下，机架下横梁因挠曲致使立柱倾侧而产生的变形为：

$$f_1 = \theta_D l_2 = \frac{1}{EI_1} \left[ \frac{X}{2} l_1 l_2^2 + \frac{P}{4} (e - e') l_1 l_2 - \frac{X'}{2} e' l_1 l_2 \right] \tag{18-7-46}$$

根据立柱上的作用力（图 18-7-24），立柱本身因挠曲所产生的变形为：

$$f_2 = \frac{1}{EI_2} \left[ \frac{1}{3} X l_2^3 + \frac{1}{2} P e c \left( l_2 - \frac{c}{2} \right) - \frac{1}{2} X' e' c^2 \left( l_2 - \frac{c'}{3} \right) - \frac{1}{2} P e' c' \left( l_2 - \frac{c'}{2} \right) \right] \tag{18-7-47}$$

上述公式中“负号”的意义是表示挠度由内向外来量度。

若已知机架立柱与机盖间的空隙，则

$$-2f = \Delta + \Delta l = \Delta + \frac{Xl_1}{EF_3} \tag{18-7-48}$$

式中  $\Delta$  ——立柱和机盖间原始间隙的两倍；

$\Delta l$  ——机盖的拉伸变形。

在这种用斜楔紧固的轧机上，立柱被斜楔和机盖楔紧后，虽不存在间隙，但在打紧斜楔以前，机盖和立柱端部之间总是存在着配合间隙  $\Delta$  的。只是打紧了斜楔后，立柱端因挠曲而抵在机盖内上，间隙才消失。因此，应当考虑到这时即使不在轧钢，立柱端上已存在着原始的挠度，并且在机架内部产生初应力。

待轧钢时，斜楔以  $F'$  力作用在立柱端上，它除了维持原始挠度以外，并使立柱以  $X$  力推挤机盖内，使机盖产生拉伸变形  $\Delta l$ ，立柱端也相应地向外挠曲，故机架立柱的总变形为  $f = \Delta + \Delta l$ 。

将式 (18-7-46) 及式 (18-7-47) 代入式 (18-7-44)，并和式 (18-7-48) 联立，即可解得：

$$X = \frac{\frac{P}{I_1} \left\{ \frac{I_1}{I_2} \left[ c'e' \left( l_2 - \frac{c'}{2} \right) - ce \left( l_2 - \frac{c}{2} \right) + \frac{mc'^2}{2} \left( l_2 - \frac{c'}{3} \right) \right] + \frac{l_1 l_2}{2} (e' - c + c'm) \right\} - E\Delta}{\frac{l_3}{F_3} + \frac{l_1 l_2^2}{I_1} + \frac{2}{3} \times \frac{l_2^3}{I_2}} \tag{18-7-49}$$

这种轧机在中上辊间轧制时，作用于机架上的弯矩分布如图 18-7-26 所示。

立柱上的危险断面不外乎  $B$ 、 $C$ 、 $D$  等点。 $B$  点由于存在着斜楔槽，故该点可能成为机架的最危险断面。

$B$  截面上仅受到  $X$  及  $Y$  两力的弯矩，其值为：

$$M_B = X(l_2 - c') - \frac{P}{2} e'$$

故 B 截面上弯和拉的合成应力为：

$$\sigma_B = \frac{M_B}{W_B} + \frac{P}{2F_B} \leq R_b$$

式中  $F_B$  —— B 点的横截面积；  
 $W_B$  —— B 点的断面系数。

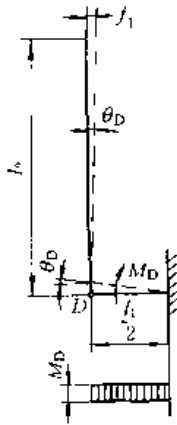


图 18-7-25 下横梁受力变形图及弯矩图

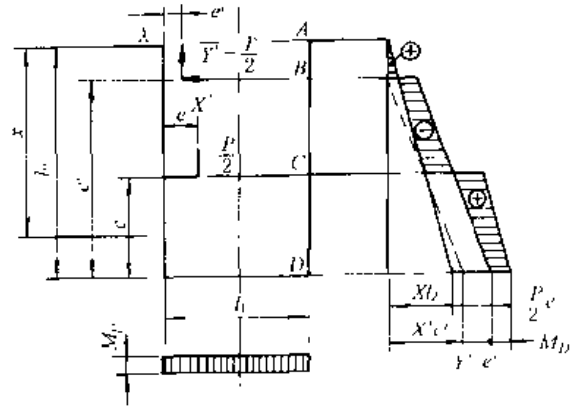


图 18-7-26 中上辊间轧制时作用于机架上的弯矩分布

立柱上其他各点的弯矩，可按下述普遍式求得：

$$M_x = Xx + \frac{P}{2}(e - e') - X'(x + e' - l_2) \quad (18-7-50)$$

式中  $M_x$  —— 立柱上距端部 A 点为  $x$  处的任一截面上的弯矩。

### 3 桅杆缆绳结构

对于用纤绳的桅杆结构，其计算方法和压杆的基本区别是要考虑到如下一些因素。

(1) 桅杆杆身按纤绳节点处有弹性支承的连续压弯杆件计算，并应考虑纤绳在杆身节点处的偏心弯矩和杆身刚度的折减系数  $\psi$ 。

$$\psi = \frac{l}{i \lambda_0} \quad (18-7-51)$$

式中  $l$  —— 杆身支座间的几何长度；  
 $i$  —— 杆身截面的回转半径；  
 $\lambda_0$  —— 杆身支座间的换算长细比。

(2) 纤绳按一端连接于杆身的抛物线计算。

活动的纤绳，如起重机、卷扬机中的钢丝绳应按有关规定进行选择计算。

对于固定的纤绳，在最大静拉力作用下，其强度安全系数一般不得小于 2.5。采用 1×7 型钢丝绳时其安全系数不得小于 2.0。这里采用钢丝绳的破断拉力为钢丝总破断拉力与调整系数  $\varphi_1$  的乘积。按钢丝绳型式不同， $\varphi_1$  约为 0.8~0.86。即

$$N \leq \varphi_1 \sigma_1 A / n \quad (18-7-52)$$

式中  $N$  —— 纤绳最大静拉力，N；  
 $\sigma_1$  —— 钢丝的破断强度，N/mm<sup>2</sup>；  
 $A$  —— 钢丝绳钢丝的总截面积，mm<sup>2</sup>；  
 $n$  —— 安全系数；  
 $\varphi_1$  —— 钢丝缠绕成钢丝绳后总强度的调整系数，约 0.8~0.86。

钢丝绳的初拉力宜在 0.10~0.25kN/mm<sup>2</sup> 范围内选用。

(3) 固定钢丝绳端锚固的安全系数为 2。

## 4 钢丝绳机架

### 4.1 概 述

这种机架与前面所述的各种机架最大的区别是非刚性的，而是柔性的。利用钢丝绳的张紧作为机架来承受机件的运转和载荷。由于机架是柔性的，其上安置的零部件所受到的动载荷明显降低，因而大大延长了这些构件的使用寿命。目前，在国外地下矿山和露天矿山中，采用带钢丝绳机架和铰接悬挂的挠性或刚性托辊组的带式输送机已广泛地得到应用。美国的煤矿有90%的工作面和平巷输送机装有钢丝绳机架和铰接悬挂托辊组。英国新建的煤矿井下运煤的带式输送机均使用钢丝绳机架。波兰制造的带有三节铰接式悬挂托辊组和钢丝绳机架的输送机，带宽为1400mm、1600mm和2250mm，带速为3.22~5.24m/s，生产率为3950~19000t/h。我国煤矿也已使用钢丝绳机架的带式输送机，有的煤矿直接利用井下的坑道支柱作为支腿，将钢丝绳直接架设于坑木立柱旁，安装极为方便。

钢丝绳机架的带式输送机的优点，除上述的动载荷小、机件使用期限长之外，还有如下三点：这种机架能保证输送机的运行可靠、稳定，在水平式倾斜的运输条件下能做到不散落物料；最为突出的是这种机架不用调心托辊组，因为它有自动调心对中的作用，甚至物料在输送带上堆积偏心的情况下，输送带也能在运行时对中；另外由于槽形加深和采取更高的带速，使输送机的运量也提高。

这种机架的计算方法尚无规范可查，下面提供的是参考有关资料建议的计算方法。

### 4.2 输送机钢丝绳机架的静力计算<sup>[24]</sup>

图18-7-27为悬挂有三个托辊组的钢丝绳机架。计算目的在于：确定输送带正常运行时钢丝绳所需的拉力；根据计算拉力选择钢丝绳；确定钢丝绳的预紧力。根据柔性力学的原理，在受力分析过程中可先不考虑钢丝绳的弹性变形；两点用拉力拉紧的柔线，在垂直载荷作用下，其变形量可看作是简支梁在相同载荷作用下所产生的弯矩除以绳中水平拉力，即

$$y = \frac{\sum M}{H} \quad (18-7-53)$$

式中  $H$  —— 绳中水平拉力，N；

$y$  —— 绳中任意点的垂度，mm；

$\sum M$  —— 绳上载荷按相同跨度的简支梁在该点产生的弯矩，N·mm。

由于钢丝绳机架的钢丝绳跨度都不大，计算时可忽略钢丝绳的重量及因其重力而产生的挠度，设钢丝绳上托辊组的载荷（包括托辊组重量及所运物料总重所产生的重力载荷）为  $P$  (N)，钢丝绳内的张力（由于钢丝绳张得紧，通常以水平拉力代替钢丝绳中的拉力）为  $H$ 。则钢丝绳由于静载荷作用而允许产生的挠度与钢丝绳跨度之比为：

$$m = \frac{y_{\max}}{l} \quad (18-7-54)$$

式中  $y_{\max}$  —— 钢丝绳允许产生的最大垂度，mm；

$l$  —— 钢丝绳两相邻支架的间距，mm。

令  $l_c$  为托辊间距。通常，绳支架间距为托辊间距的整数倍。即  $l = nl$ ， $n$  为每跨的托辊组数。一般规定取  $m = 0.01 \sim 0.02$ 。在固定式的大运量输送机中， $m$  可以加大到 0.04 或更大。但此时为保证物料输送面的直线性，各托辊组的悬挂装置应做成可适当调整或有不同悬挂高度。

#### 4.2.1 钢丝绳的拉力

(1) 钢丝绳的拉力由式 (18-7-55) 决定。机架两侧各一根钢丝绳，每根钢丝绳的拉力为：

$$H = \frac{K_1 P}{8m} \quad (18-7-55)$$

根据表 18-7-10，选择钢丝绳的拉力系数  $K_1$ 。

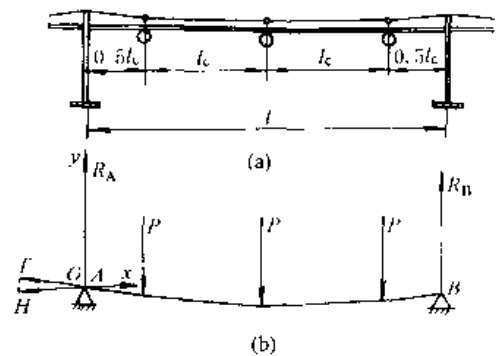


图 18-7-27

(a) 钢丝绳机架的等效简图；

(b) 作用在钢丝绳上的力

表 18-7-10

$K_1$  的数值

每绳跨内的托辊组数 $n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$K_1$ 值	1	1	1.7	2	2.6	3	3.6	4

实际选用的钢丝绳拉力  $H_1$  应较  $H$  为大, 即

$$H_1 = KH \quad (18-7-56)$$

式中  $K$  ——考虑钢丝绳两侧会水平移近的系数, 目的是使钢丝绳的张力增大。当采用三节托辊组和侧托辊倾角为  $20^\circ$  时,  $K = 2$ ; 侧托辊倾角为  $30^\circ$  时,  $K = 1.5$ 。

根据选用的钢丝绳拉力  $H_1$  选择钢丝绳。所选钢丝绳的破断力应满足如下要求。

$$T \geq nK_0(H_1 + \Delta H) \quad (18-7-57)$$

式中  $T$  ——所选钢丝绳的破断力, N;

$n$  ——钢丝绳的安全系数, 2.5 ~ 3.0;

$K_0$  ——考虑温度变化的影响系数; 如在设计中已计算到温度的变化引起钢丝绳张力的变化, 可不再考虑; 此时, 应按钢丝绳两端固定的情况, 计算温度下降影响张力的增大值; 如在设计中未计算温度的变化引起的张力增大, 可取如下系数: 当温度未低于  $-10^\circ\text{C}$  时,  $K_0 = 1$ ; 当温度为  $-10 \sim -15^\circ\text{C}$  时, 取  $K_0 = 1.15$ ; 当温度下降到  $-25^\circ\text{C}$  时, 取  $K_0 = 1.2$ ; 当温度下降到  $-40^\circ\text{C}$  时, 取  $K_0 = 1.25$ ;

$\Delta H$  ——输送机运转时所产生的水平力; 此力为输送带和物料运动时带动托辊组运动而由托辊组阻力引起的, 在粗略计算中此项可以略去。

(2) 对于倾斜的输送机, 上述公式同样可用, 式中水平力  $H_1$  则代表钢丝绳的张力。

#### 4.2.2 钢丝绳的预张力

在钢丝绳机架安装时, 钢丝绳上是没有载荷的, 钢丝绳的预张紧力  $H_0$  必须正好保证在载荷作用时能达到  $H_1$ 。用式 (18-7-58) 计算  $H_0$ 。

表 18-7-11

$K_2$  的数值

跨间托辊组数	1	2	3	4	5	6	7	8
$K_2$	3	6	11	18	27	38	51	66

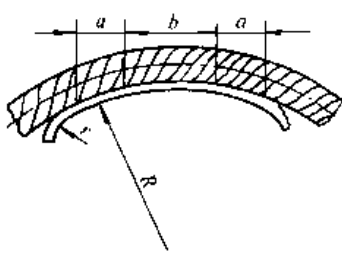


图 18-7-28

$$H_0 = H_1 - K_2 \frac{EF}{96} \times \frac{P^2}{H_1^2} \quad (18-7-58)$$

式中  $E$  ——每根钢丝绳的弹性模量,  $\text{N}/\text{mm}^2$ ;

$F$  ——每根钢丝绳的截面积,  $\text{mm}^2$ ;

$K_2$  ——计算系数, 按表 18-7-11。

说明: 由于新钢丝绳受拉力后变形很大, 在安装时最好预先要有预伸长, 否则在以后运转过程中要调整张力, 以免松弛。

#### 4.2.3 钢丝绳鞍座尺寸

支腿上承载钢丝绳的鞍座如图 18-7-28 所示, 建议采取下列尺寸:

$$R_{\min} = (4 \sim 6)d; a_{\min} = (0.2 \sim 0.3)R$$

$$r = 10 \sim 20\text{mm}$$

式中  $d$  ——钢丝绳直径, mm。

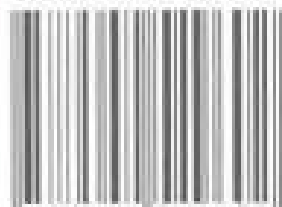
### 参 考 文 献

- 1 李廉锟, 结构力学, 北京: 高等教育出版社, 1983
- 2 清华大学建筑工程系, 结构力学, 北京: 中国建筑工业出版社, 1974
- 3 《机械工程手册》编委会, 机械工程手册, 第一版, 北京: 机械工业出版社, 1982
- 4 《机械工程手册》编委会, 机械工程手册, 第二版, 北京: 机械工业出版社, 1977



- 5 M.舍费尔等.起重运输机械设计基础.北京:机械工业出版社,1991
- 6 巴拉特等.缆索起重机.北京:机械工业出版社,1959
- 7 张铨.带式输送机的原理和应用.贵阳:贵州出版社,1980
- 8 周振喜,曲昭嘉.管道支架设计手册.北京:中国建筑工业出版社,1998
- 9 GB 150—1998 钢制压力容器
- 10 JB 4710—1992 钢制塔式容器
- 11 GB/T 3811—1983 起重机设计规范
- 12 GBJ 9—1987 建筑结构荷载规范
- 13 GBJ 135—1990 高耸结构设计规范
- 14 GYJ 1—1984 钢塔桅结构设计规范
- 15 HG/T 22812—1998 化工矿山非标设备设计规范
- 16 成大先主编.机械设计手册.第三版.北京:化学工业出版社,1993
- 17 GBJ 17—1988 钢结构设计规范
- 18 GB/T 17116.1—1997 ~ GB/T 17116.3—1997 管道支吊架
- 19 袁文伯主编.工程力学手册.北京:煤炭工业出版社,1988
- 20 蔡学熙.皮带转载机悬臂桁架的挠度计算.矿山机械,1979,(4)
- 21 蔡学熙.差分方程法推求起重机空腹桁架的挠度公式.物料搬运学会起重机金属结构专题学术报告会论文,1982
- 22 叶瑞汶.机床大件焊接结构设计.北京:机械工业出版社,1986
- 23 马鞍山钢铁设计院等.中小型轧钢机械设计与计算.北京:冶金工业出版社,1979
- 24 蔡学熙.钢绳机架的设计计算的理论依据.化工矿山技术,1994,(3)
- 25 《建筑结构静力计算手册》编写组.建筑结构静力计算手册.北京:中国建筑工业出版社,1975
- 26 罗邦富等.钢结构设计手册.北京:中国建筑工业出版社,1989

ISBN 7-5025-4960-9



9 787502 549602 >

ISBN 7-5025-4960-9/TH · 167 定价: 36.00元