

7H111

557356

042

实用机构学

沈世德 等编著



中国纺织出版社

内 容 提 要

本书以机构实现传递和变换运动的功能为线索,用图解算法为主要工具,辅以实例,系统阐述了平面机构中一些实用的课题。内容包括机构系统学,运动几何学,平面连杆机构分析,传动机构综合,引导机构综合,凸轮机构的运动规律,凸轮机构分析和设计,步进运动机构和组合机构等 10 章。

本书可作为高等院校机械专业研究生和本科生的教材,也可供从事机械设计和研究的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

实用机构学/沈世德等编著. —北京:中国纺织出版社, 1997

ISBN 7-5064-1217-9/TS · 1069

I. 实… II. 沈… III. 机构学-基本知识 IV. TH112

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 02615 号

中国纺织出版社出版发行

北京东直门南大街 4 号

邮政编码:100027 电话:010-64168226

燕文印刷厂印刷 各地新华书店经销

1997 年 5 月第一版 1997 年 5 月第一次印刷

◆ 开本:787×1092 1/16 印张 17

字数:413 千字 印数:1—3000

定价:26.00 元

前 言

机构学是机械科学和机械工程的一个重要分支,兼有很强的理论性和应用性。由于机械化和自动化的迅猛发展,机构学的地位日益提高。可以认为,现代化的机器就是机构与电脑的组合体,机构是执行部件。

现代机器要求高精度、高速、自动灵巧,所以机构学研究有下列内容:对基本机构如连杆机构、凸轮机构的系统深入研究和优化应用;各种新型机构,特别是组合机构的研究和应用;由于消化引进机器的需要而发展的机构分析;以满足人们十分多样要求为宗旨的创新设计;现代化机器对执行件动作的高精度要求。

针对上述情况,作者参考大量外国,尤其是德国机构学的文献,结合自身多年科技成果,选用众多纺织机械、轻工机械方面的实例,所以本书在反映当今机构学水平的同时,十分注意理论与实用相结合,分析与设计相结合。第一章机构系统学以机构实现传递和变换运动为主线,概要描述机构学完成任务的多样性和工作范围的局限性,引导工程技术人员对机构学的实用范围作全面了解。在以后各章中,又进一步把机构分为传动机构和引导机构,前者传递运动,后者引导构件,进行详细的研讨。本书凸轮机构的运动规律一章在详尽讨论各种边界条件下的运动方程后,提出通用运动方程,为凸轮机构 CAD 提供了重要手段;凸轮机构分析和设计一章把重点放在分析上,举出作者消化引进机器上凸轮机构的实例,具有很强实用性。第九章单独叙述步进机构,因为这类机构已成为自动机械中的关键部分。

在机构学中,一直使用图解法和解析法两种。由于计算机的应用,人们一般推崇解析法。但本书认为,图解法形象直观,易为工程技术人员掌握;而且若把图形转化为解析法,可以得到精确解;最后,图解时可以抓住机构的一些特殊位置和特殊点,以巧妙的构思,实现解析法不易解决的优化问题。本书第五章中把主动件等速摆动传递为从动件另一种等速摆动或移动以取代齿轮啮合和齿轮齿条啮合就是一例。所以在方法上,本书更强调图解解析法,并辅以解析法。

由于机构本身和能解决的问题的多样性和复杂性,在一本书中要列出万能性的分析和设计方法是不可能的,所以在列出能解决某一类运动传递或变换的多种机构后,只选择其中一两种作直至工程实用的剖析,工程技术人员可以举一反三来解决遇到的个别问题。

全书共包括机构系统学,运动几何学,平面连杆机构分析,传动机构综合,引导机构综合,凸轮机构的运动规律,凸轮机构分析与设计,步进运动机构和组合机构等 10 章。沈世德统筹全书并撰写 7 个章节,洪小南撰写第五章,吴努撰写第九章,曹清林撰写第十章,许尚贤教授主审。

本书可作为高等院校机械设计专业研究生和本科生的参考书或教材,也可供从事机械设计和研究的工程技术人员参考。国内以德语文献为主要参考文献的机构学方面的专著尚不多见,加之列举了大量实例,所以具有学术探讨和实用两方面的价值。

作 者

目 录

绪论	(1)
一、基本概念	(1)
二、机构学的任务	(3)
三、机构学的发展	(3)
四、系统设计方法学与机构学	(3)
第一章 机构系统学	(5)
一、机构的型及其应用	(5)
二、传动机构系统学	(12)
三、引导机构系统学	(15)
第二章 运动几何学(一)	(22)
一、位置分析	(22)
二、类速度和类加速度	(25)
三、旋转类速度矢量矢端曲线及其应用	(31)
四、速度瞬心及其应用	(34)
五、确定传动比	(41)
六、数值微分法求速度和加速度	(46)
七、高级平面连杆机构解析法运动分析	(50)
第三章 运动几何学(二)	(55)
一、转折圆	(55)
二、曲率中心和曲率半径	(58)
三、伯比利尔极点切线法及其应用	(62)
四、曲率半径和曲率中心的数值解法	(70)
五、稳曲率点曲线及其应用	(71)
第四章 平面连杆机构分析	(75)
一、概述	(75)
二、传动角	(75)
三、平面四杆机构	(76)
四、多杆机构	(89)
五、引导机构	(92)
六、连杆机构误差分析	(94)
第五章 传动机构综合	(101)
一、概述	(101)
二、目标函数和判定	(102)
三、图解法设计	(102)
四、解析法设计	(117)

五、转动转变为往复运动机构的设计	(118)
六、六杆机构的应用和设计	(126)
第六章 引导机构综合	(130)
一、概述	(130)
二、刚体引导综合	(130)
三、点引导综合	(138)
第七章 凸轮机构的运动规律和方程	(150)
一、概述	(150)
二、凸轮机构的运动规律和相应方程	(150)
三、通用三角函数无量纲运动规律和方程	(174)
第八章 凸轮机构的分析和设计	(181)
一、概述	(181)
二、凸轮机构的设计	(181)
三、凸轮机构分析	(195)
四、凸轮为从动件的凸轮机构	(199)
五、凸轮机构结构设计和制造要点	(199)
第九章 步进运动机构	(205)
一、概述	(205)
二、停歇式机构	(206)
三、进退式机构	(224)
第十章 组合机构	(233)
一、概述	(233)
二、组合机构的结构分析	(234)
三、组合机构的运动分析与综合	(242)
参考文献	(263)

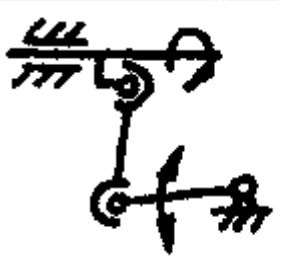

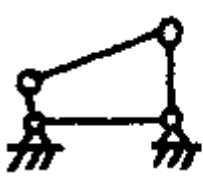
绪 论

一、基本概念

在机器或仪表中,存在着大量用以变换刚体机械运动的装置。不涉及这些装置的具体用途,而研究它们所共有的运动和动力特性以及相应的设计方法,称为机构学。所以机构可以定义为“把一个或 n 个刚体的机械运动转变为其他刚体的指定的机械运动的系统,系统内各运动单元(构件)通过相互间的活动连接作确定的相对运动”。为使构件间的相对运动确定,机构中必须有一个相对运动的参照物体,称为机架,否则只能称为运动链,因此,机构与运动链的区别在于有无机架。为了实现不同构件间机械运动的传递和变换,机构必须由 3 件或 3 件以上的构件组成。由此可见,传递和变换机械运动是机构的主要特征,以电动机为例,其转子和支承转子的轴承不能构成机构,因为没有机械运动的传递或变换。

在机器和仪表中存在着各种各样的机构,为便于分析和应用,应对其分类。按照机构中传递和变换运动的特征分类,可分为连杆机构、凸轮机构、齿轮机构、螺旋机构和挠性件机构等,如果液体和气体等参与了运动的传递和变换,则称为液压机构或气动机构,以上统称混合机构,以区别由多种刚体机构组合而成的组合机构。也可按机构中各构件相对运动的情况分类,如相对运动在一系列平行平面中时称为平面机构,否则称为空间机构;机构中各转动副的轴线汇交于一点时,称为球面机构。见表 1。

表 1 按机构中各构件相对运动情况分类

名 称	特 征	示 例
空间机构	转动轴交错,运动轨迹位于不平行的平面上或一般空间曲面上	
球面机构	所有的转动轴汇交于一点,运动轨迹位于同心球面上	
平面机构	所有的转动轴平行,运动轨迹位于平行平面上	

本书按照传递和变换运动的目的分类,把机构分成传动机构和引导机构。采用这种分类法,可使设计人员在解决同一个运动学问题时,拓开思路,在众多的方案中根据实际需要选定较优

的方案。

图 1 是传动机构的框图,其输入输出参数一般为简单形式的运动量,如定点转动、移动或螺旋运动等。机构通过传动构件实现运动的变换,所以称为传动机构。在图 1 中,输入参数是主动构件的角位移(或线位移) φ ,输出参数是从动构件的角位移(或线位移) ψ 。它们间的关系可以是线性的,即 $\psi = K\varphi$ 。例如齿轮机构,从运动学的观点来看,这是很简单的。因此,这里只研究输入与输出量之间有非线性关系的机构,如连杆机构、凸轮机构以及它们的变异。图 2 是一个典型的传动机构。



图 1 传动机构框图

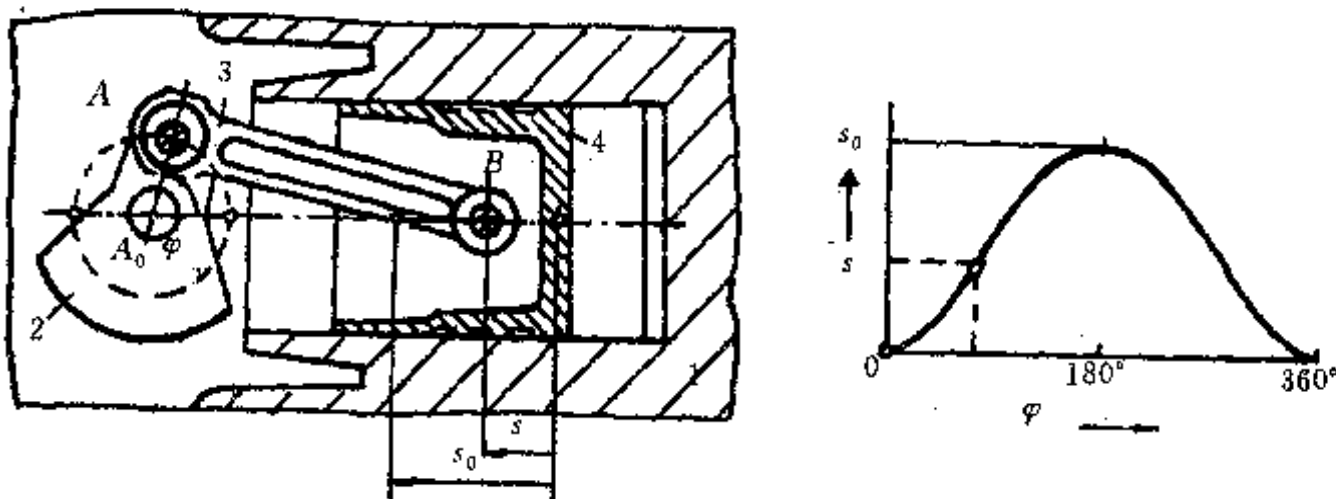


图 2 活塞式压气机及其传动函数

引导机构的功能是引导刚体作复杂运动以满足工程的需要。此时,主动件、从动件的说法没有多大意义,而把运动构件按功能区分为引导构件和被引导构件。引导机构又可细分为两类:一类是引导刚体某指定点通过一定的轨迹,称为点的引导,图 3 为搅拌机筒图,连杆上的 C 点应按指定轨迹运动,使混合效果良好,这个机构实现了点的引导;另一类是引导刚体通过一系列指定的位置,在平面运动时,刚体总可以用一条线段表示,所以可简称为线的引导,图 4 为汽车库大门,为实现线引导的机构,在关门时,它应占据几个位置,使之不与停在车库内的汽车相碰,而在全开启时,门应停留在接近天花板的上方,不致堵塞车库外马路上的交通。显然,线引导不同于点引导,应分别加以讨论。

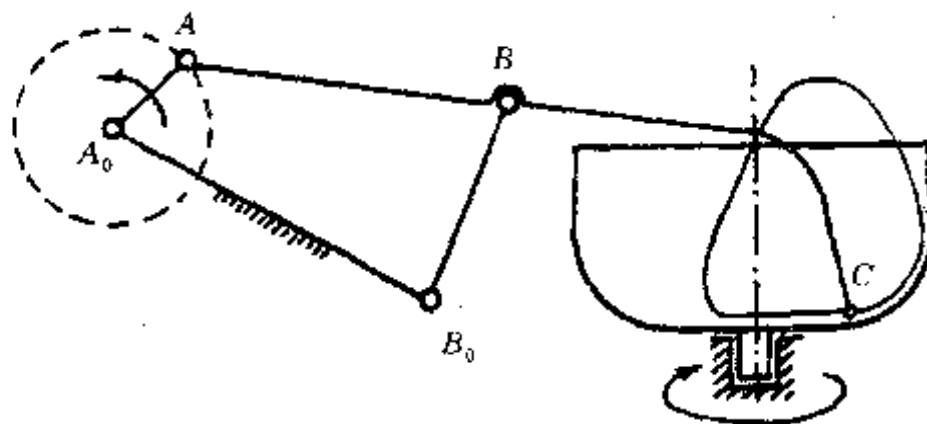


图 3 搅拌机

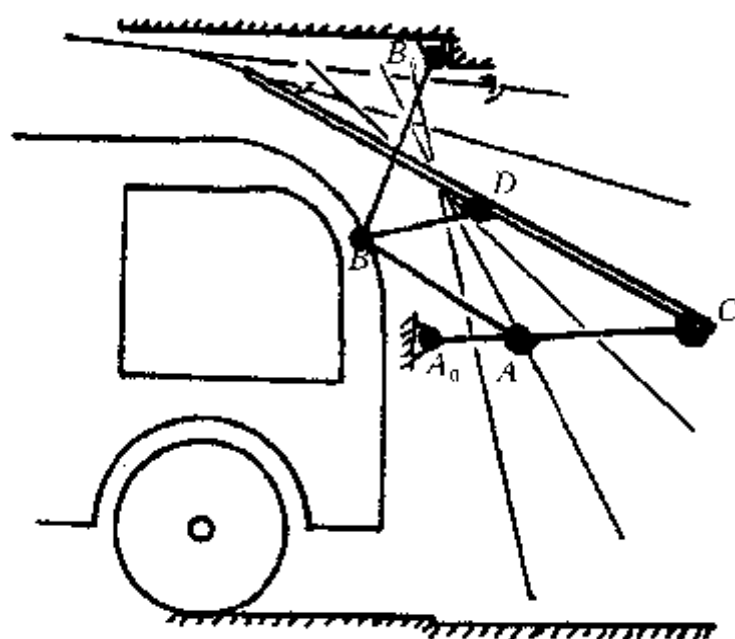


图4 汽车库大门

二、机构学的任务

机构学是广义的机械工业的产物，其目的是作为一种指导性理论，在透彻分析现有机器和机构的基础上，提供准则或参考，促进新机器和机构的发明创造。所以按照工程实际所提出的课题，机构学的基本问题分成两类，即机构分析与机构综合(设计)。前者是根据已知的机构运动简图，分析其运动和动力特性；机构综合是根据要求的运动和动力特性，设计出相应的机构运动简图。机构综合是机构学研究的主要目的，它包括两方面，首先是型的综合，即研究构件和运动副的种类、数目和相互间排列组合关系的合理性；选定型之后，还应进行尺度综合，即确定实现预定运动机构构件应有的形状和尺寸。分析是综合的基础，必须系统、深入地分析已有的各种机构，掌握它们实现运动变换的规律和范围，才能较好地设计出新的机器和机构。

三、机构学的发展

自从德国学者勒洛(F·Reuleaux)在1875年发表第一本机构学著作《机械运动学》以来，机构学在方法上向着几何法和解析法两方向发展，在内容上存在着理论与实用脱节的现象，发展比较缓慢。但近年来机构学又有了迅猛发展，这是由三方面原因造成的。第一是由于电、液装置的广泛使用，代替了机器和仪表中的复杂机构，使得基本机构如四连杆机构、凸轮机构等得到进一步深化的研究；第二是由于现代技术的一些前沿领域，如机械手、自动调节装置、医疗仿生机构(如假肢、心脏按摩器等)和柔性加工系统等都需要高效能、高精度的机构，使机构学理论与实际有了在更高层次结合的必要性；第三是在方法上，系统设计方法学的兴起为机构分析和综合提供了有力的手段，而计算机的广泛使用，使精巧又简便的几何法同精确而深刻的解析法得以结合，一些以前只有理论意义的方法被引入了工程设计中。撰写本书的目的就是在这种新的趋势下，作一次理论与实践相结合的尝试。在研究理论时，尽量使方法和叙述工程化，并辅以大量的工程实例；在方法上，以几何法为主，渗透入现代设计方法学和计算机计算。机构学的内容十分庞大，限于篇幅，这里只涉及机构的运动特性而不论及其动力特性。

机构学的上述特点可用图5概括表示。

四、系统设计方法学与机构学

70年代末，德语地区国家开始探讨系统设计方法学，目前已发展为一种重要的设计理论和方法。所谓系统，是指“特定功能的，相互有机联系而又相互制约的一种有序整体”。系统通过输入输出信号与外界联系，系统所起的实质性作用是转换。因此，输入、输出和变换是系统的三要

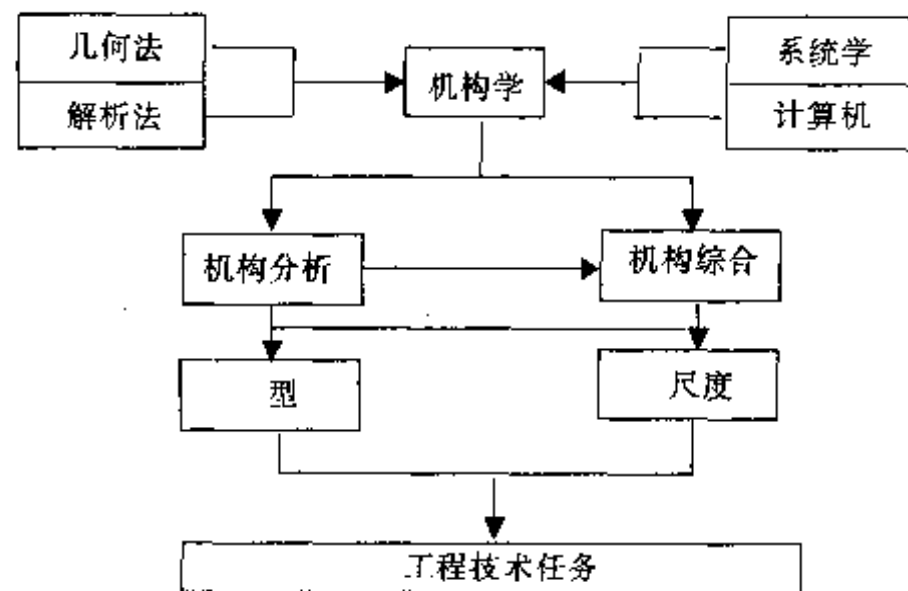


图 5 机构学的内容

素。由系统的这些特点可以看出，机构是一种十分简明的系统，在众多的系统设计方法学的专著中，经常引用机构作为例子，例如应用哪些机构所具有的功能，可以实现运动方向的变化或运动量的转换等，也就是说，系统学的核心——功能系统，如比例、传递、变向、振荡、调控、滞延和微积分等，都可以在机构中找到实例。机构有力地支持了系统设计方法学的发展，系统设计方法学也推动了对机构研究的进一步深入。本书将把机构和它能实现的功能定量化地联系起来，并运用化总功能为子功能，集子功能为总功能这种正递顺序的方法，结合实际中出现的课题，对机构进行系统的研究。

系统设计方法学在研究设计进程时特别强调方案设计，即产品功能原理的设计。方案原理图往往以机构运动简图、液压系统图和电路图等表达。由此可见，机构学研究的内容正好涉及到设计的核心部分。同时，本书在叙述时按机构所能完成的运动功能进行分类，与系统设计方法学又相一致。所以，本书是工程技术人员进行产品方案原理设计的有益参考文献。书中引用的众多实例也可说明这一点。

第一章 机构系统学

进行机构分析和综合时,首先涉及到型的分析和综合。所谓型是指组成机构的构件的数量,运动副的种类、数量和排列关系,运动副在运动学意义上的相互替代。当机构的型确定后,设计人员才能进一步考虑机构的尺度。

对机构的型和尺度用系统学的观点进行研究,用系统分析的结果去指导综合,必可取得理想的技术效果。现以实现运动变换,即把转动变为移动为例来说明。分析现有的各种机构,在抽象为运动链的基础上可得出多种型的方案,如曲柄滑块机构、导杆机构和凸轮机构等。设计人员根据这些型的方案进行对比优选,实现型优化。接着分析现有机构的尺度对传动函数的影响,确定一定的目标,实施尺度方面的优化。机构系统学从整体上叙述了型和尺度的问题,使设计人员在分析、综合前对机构学能解决的问题和范围有正确的认识,避免无益的劳动。

一、机构的型及其应用

(一) 构件和运动副

机构中,能视为一个整体相对于其他部分运动的组成单元,即运动单元称为构件。构件间相互接触的活动联接称为运动副。凡相同的几何要素,例如球与球、圆柱与圆柱、棱柱与棱柱的内接触以及面与面等组成运动副,它们的接触为面接触,称为低副。表 1-1 中列出 6 种常用的低副,并且表示了运动副的约束下,组成运动副的构件间相对运动的可能性,例如球面副允许有三个转动自由度。凡不同的几何要素的接触为线接触或点接触时,称为高副,例如铁轨与滚动轮子的接触,齿轮齿的啮合等。高副种类很多,要系统说明比较困难,所以当高副出现时可单独处理。高副具有构件间运动灵活、多样化的优点。低副构件间接触应力小、耐磨,且都是由一些适宜加工的几何形状组成。

(二) 型的组成和自由度

研究机构的型,是为实现型综合提供尽可能多而全的可行方案,开阔设计人员的眼界。

机构的型是由构件的数目 n (包括机架), 运动副的数目 g , 每个运动副的特性, 即该副所提供的运动约束数 u_i , 运动副与构件的相互排列以及机构所具有的运动公共约束数 s 组成。称 f 为机构的自由度, 则

$$f = (6 - s)(n - 1) - \sum_{i=1}^g (u_i - s) \quad (1-1)$$

自由度 f 实际上表示机构实现运动变换时输入参数的个数。如 $f=1$, 表示有一个输入参数(一个主动件); 若 $f=2$, 则机构可具有两个输入参数(两个主动件)。公式(1-1)适合于各种情况。图 1-1 为空间连杆机构, 由图中所示的数值可计算出机构自由度为 2, 其中构件 2 绕自身轴线的旋转为局部自由度。图 1-2 和图 1-3 分别为球面机构与平面连杆机构。可以看出, 由于约束的缘故, 前者的构件只能沿球面运动丧失了三个移动自由度; 后者的构件只能作平面运动, 所以都有 $s=3$ 。图 1-4 为斜面机构, 构件只能在一个平面内移动, $s=4$ 。图 1-5 为开式的机械手机构,

表 1-1 常用低副的种类

名称	符号	简图	自由度 f	转动	移动	螺旋	约束数 u
球面副			3	3	—	—	3
平面副			3	1	2	—	3
转移副			2	1	1	—	4
转动副			1	1	—	—	5
移动副			1	—	1	—	5
螺旋副			1	—	—	1	5

具有 6 个自由度, 图上已画出了 6 个相互独立的旋转输入运动, 最后确定了爪部的运动, 即输出运动。

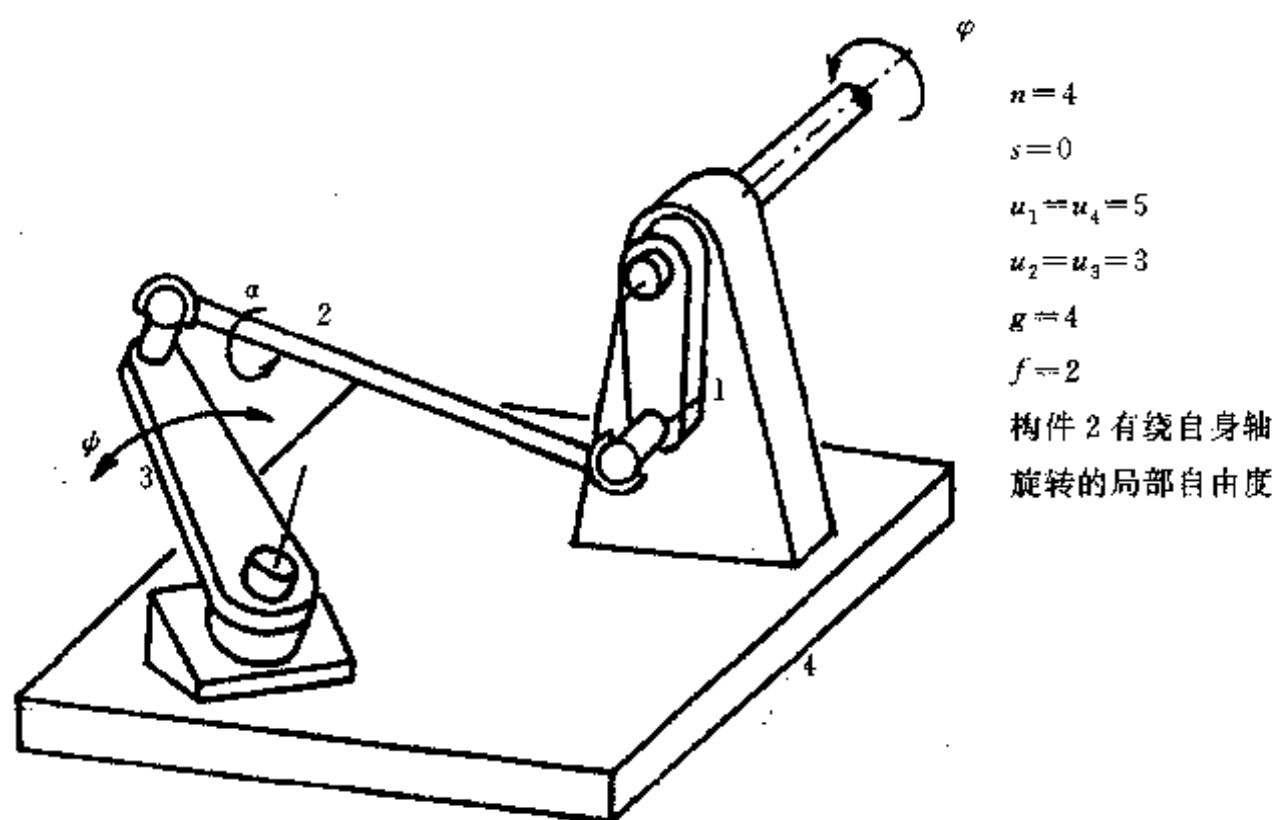


图 1-1 空间机构

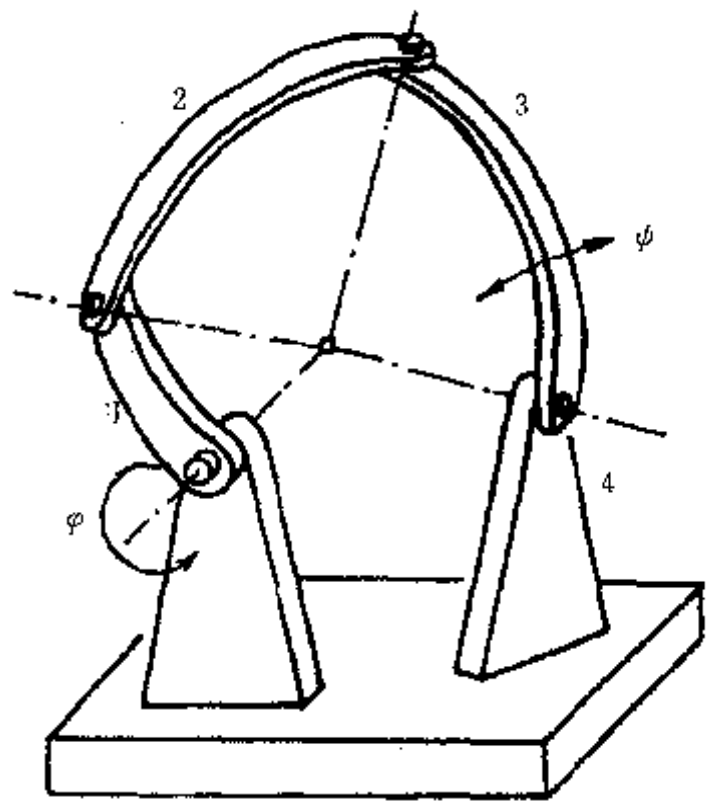


图 1-2 球面机构

$$\begin{aligned} n &= 4 \\ s &= 3 \\ u_i &= 5 \\ g &= 4 \\ f &= 1 \end{aligned}$$

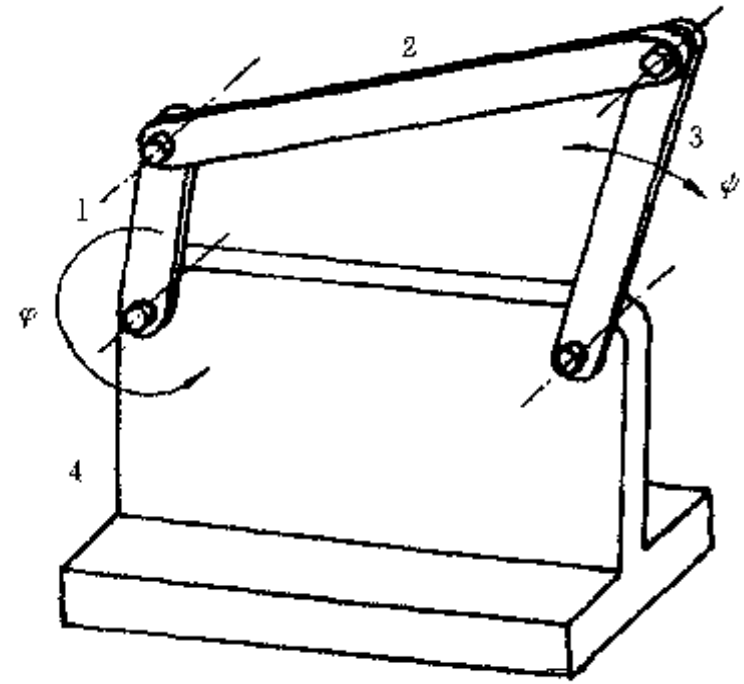


图 1-3 平面机构

$$\begin{aligned} n &= 4 \\ s &= 3 \\ u_i &= 5 \\ g &= 4 \\ f &= 1 \end{aligned}$$

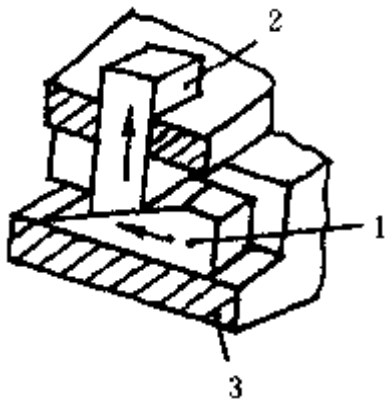


图 1-4 纯由移动副组成的平面机构

$$\begin{aligned} n &= 3 \\ s &= 4 \\ u_i &= 5 \\ g &= 3 \\ f &= 1 \end{aligned}$$

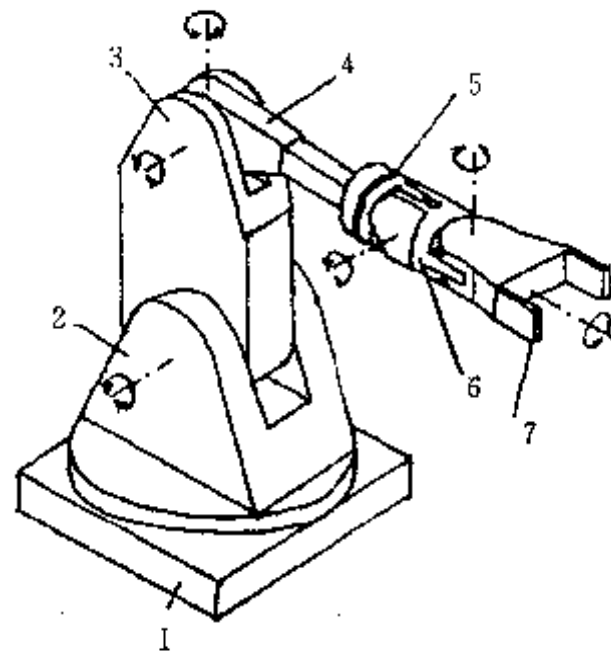


图 1-5 机械手

$$\begin{aligned} n &= 7 \\ s &= 0 \\ u_i &= 5 \\ g &= 6 \\ f &= 6 \end{aligned}$$

下面进一步探讨平面机构的型。平面机构一般有 3 个公共约束,有的文献中也称之为三族机构。若把机构中的转动和移动副的个数用 g_n 表示,而其他高副的个数用 g_h 表示,公式(1-1)蜕变为

$$f = 3n - 3 - 2g_n - g_h \quad (1-2)$$

因为平面机构中的高副可由低副代替,所以在此仅研究具有低副的机构。

当自由度 $f=1$ 时,公式(1-2)可改写为

$$g_n = \frac{3}{2}n - 2 \quad (1-3)$$

令 n 个构件中,具有 i 个运动副的构件数为 $n_i, i=2, 3, 4, \dots$ ($i=1$ 只出现在开环中,这里不讨论),则

$$n_2 + n_3 + \dots + n_i = n \quad (1-4)$$

$$2n_2 + 3n_3 + \dots + in_i = 2g_n \quad (1-5)$$

另外,多环运动链中独立的运动链环数为

$$L = g_n - n + 1 \quad (1-6)$$

将式(1-6)代入式(1-3)得

$$g_n - 3L = 1 \quad (1-7)$$

因为 n 、 g_n 和 L 都是正整数,由式(1-3)和式(1-7)得出下列数表是可行解:

$n=(2)$	4	6	8	10...
$g_n=(1)$	4	7	10	13...
$L=(0)$	1	2	3	4...

在对机构进行运动分析时,独立运动链环数 L 对正确寻找独立的矢量环具有指导意义。

当 $n=2$ 、 $g_n=1$ 和 $L=0$ 时,相当于电动机的转子和它的支承,不属于机构的范围。

当 $n=4$ 和 $g_n=4$ 时,相应的运动链如图 1-6 所示。而其中的第Ⅱ型不是机构。在确定了机架后,可得一种机构,即基本的四连杆机构。

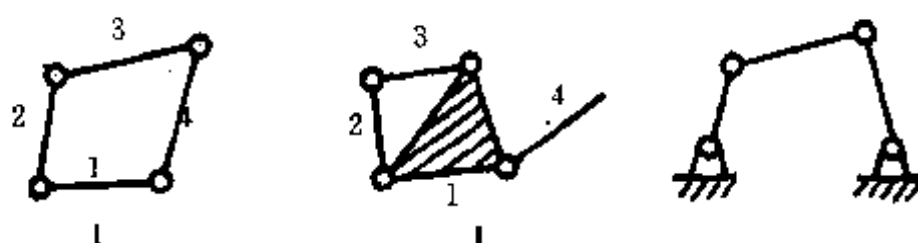


图 1-6 基本运动链及其机构

当 $n=6$ 时,由式(1-3)和式(1-7)可分别得出 $g_n=7$ 和 $L=2$ 。另外,由式(1-4)和式(1-5)得出

$$n_2 + n_3 + \dots + n_i = 6 \quad (1-8)$$

$$2n_2 + 3n_3 + \dots + in_i = 14 \quad (1-9)$$

式(1-8)和式(1-9)合并后有

$$n_3 + 2n_4 + \dots + (i-2)n_i = 2 \quad (1-10)$$

由式(1-10)可以判定,构件数 $n=6$ 时,运动链中各构件具有的运动副的类型有两种可能性,即 $n_3=2$ 和 $n_2=4$, $n_4=1$ 和 $n_2=5$ 。

当 $n_3=2$ 和 $n_2=4$ 时,意味着 6 个构件中必有 2 个构件都占有 3 个运动副。按照这 2 个 3 副构件相邻接或不邻接加以区分,可分别组成瓦特式运动链和斯蒂文森式运动链,如图 1-7 所示。在瓦特式运动链中,构件 1 和 2 等价,而构件 3 和 4,5 和 6 等价,当采用不同的构件作为机架时,可组成两种机构。第一种机构中三副构件 1 或 2 作为机架,第二种机构中两副构件 3 至 6 之中任一构件为机架。斯蒂文森运动链当采用不同构件为机架时,可构成三种机构。瓦特机构主要适合于传动机构,斯蒂文森机构较多地用作引导机构或引导和传动机构的组合。

其实,六构件运动链可用一个 2 级组加到图 1-6 所示的基本四构件运动链上构成。当 2 级组上的 2 个铰接点分别加到相邻构件上去,为瓦特式运动链;当 2 级组上的 2 个铰接点分别加到相对的构件上去,为斯蒂文森式运动链。

当 $n_4=1$ 和 $n_2=5$ 时,意味着 6 个构件中有一个构件占有 4 个运动副,为四副构件,如图 1-7

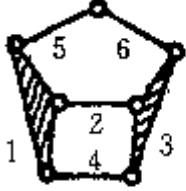
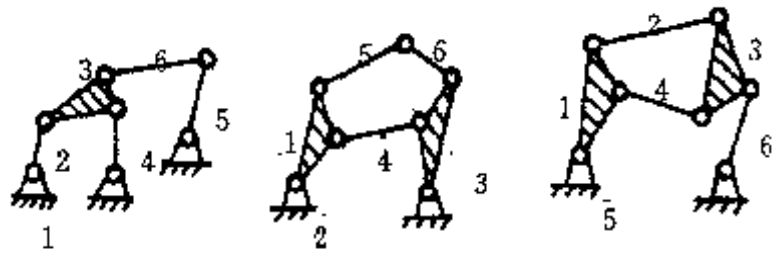
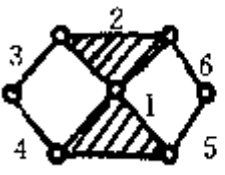
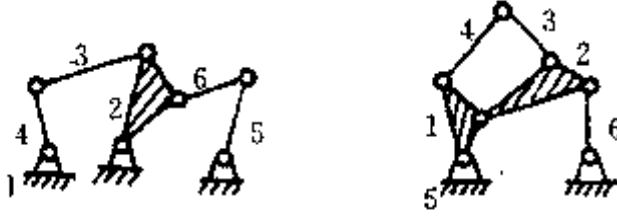
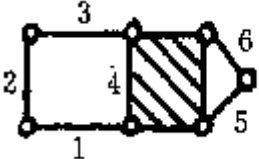
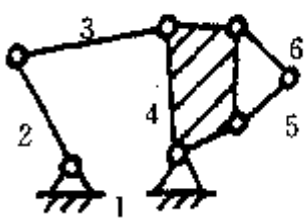
组成	运动链	机构
$n_3=2$ $n_2=4$	斯蒂文森运动链 	
	瓦特运动链 	
$n_4=1$ $n_2=5$		

图 1-7 $n=6$ 的运动链与机构

所示。这意味着把一个 2 级组加到基本四构件运动链中的一个构件上去,这 3 个构件组成了不能相互运动的桁架,而整个运动链与基本四构件运动链等价,这就不具有运动学方面分类的意义。

在图 1-7 中所示的运动链都含有 3 个封闭的环,但其中只有 2 个环是独立的,第 3 个环是 2 个独立环叠合而成。这一点在进行机构的运动和受力分析时很重要。

当 $n=8$ 和 $g_r=10$ 时,把 n 和 g_r 值代入式(1-4)和式(1-5)并消去 n_2 项,有

$$n_3 + 2n_4 + 3n_5 + 4n_6 + \dots + (i-2)n_i = 4 \quad (1-11)$$

表 1-2 列出 5 个方案,都可得到正整数的解。对每一种方案进一步分析可知,只有方案 1、2 和 5 可构成有意义的运动链,图 1-8 为三类 16 件形式的运动链。

表 1-2 $n=8$ 时运动链组成方案

方案数	运动链组成				
	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
1	4	4	0	0	0
2	6	0	2	0	0
3	6	1	0	1	0
4	7	0	0	0	1
5	5	2	1	0	0

如再取不同构件为机架,机构的型大大超过 16 种。当 $n=10$ 时,可找到 235 种不同的运动链,由于实用价值不大,这里不讨论。

$n_2=4 \quad n_3=4 \quad n_4=0$			$n_2=5 \quad n_3=2 \quad n_4=1$		$n_2=6 \quad n_3=0 \quad n_4=2$

图 1-8 八杆运动链

自由度数为 2 的平面机构也经常使用。由式(1-2)和 $f=2$ 可写出它们的组成公式为

$$g_n = \frac{3}{2}n - \frac{5}{2} \quad (1-12)$$

其可行解为 $n=5, 7, 9, \dots$, 而 $g_n=5, 8, 11, \dots$ 。

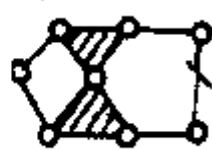
当 $n=5$ 时可组成一种运动链,机构有一种型,如图 1-9 所示。

当 $n=7$ 时,可看成在瓦特运动链和斯蒂文森运动链上附加一个带有 2 个低副的构件而组成的运动链。在图 1-10 中斜线部分表示附加的构件。取不同的构件为机架,图 1-10(a)运动链可



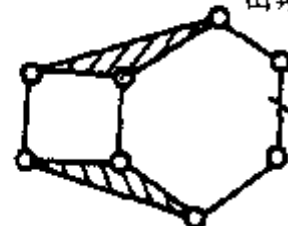
图 1-9 $n=5$ 的运动链和机构

由瓦特运动链演变

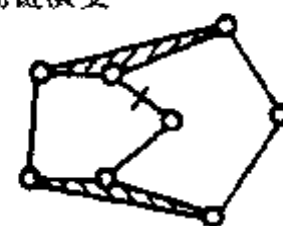


(a)

由斯蒂文森运动链演变



(b)



(c)

图 1-10 $n=7, f=2$ 的运动链

得出 4 种机构,由(b)运动链可得 4 种机构,由(c)运动链可得 3 种机构,共计 11 种机构。

(三)运动副的替换

以平面四杆运动链为例阐明运动副替换对机构型的作用。图 1-6 中的运动副都是转动副,但实际上在平面机构中,除了转动副(D)以外,还经常用到移动副(S),滚动副(W)(即两构件间作无滑动的纯滚动)以及滚滑副(G)。按照系统学的观点,用其他运动副去置换转动副,可得到图 1-11 所示运动副的替换表。

DD	DS	SS	DW	SW	WW	G	
							DD
							DS
							SS
							DW
							SW
							WW
							G

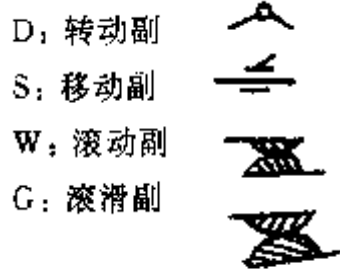


图 1-11 运动副的替换

首先用移动副逐个替代四个转动副,得到图 1-11 中第二、三列的运动链。滚动副、转动副和移动副有相同的自由度($f=1$),因此,用滚动副分别代替第一、二、三列中运动链的转动副和移动副,得到第四、五、六列运动链。滚滑副为构件在平面运动中提供了 2 个自由度,所以当运动链中存在一个滚滑副时,构件数相应减少 1,由此替换出的运动链即为第七列。图 1-11 中第一行第二列的运动链有一个移动副,在确定机架后可组成曲柄滑块机构。第三行第三列为只有移动副的运动链,已蜕变成公用约束数为 4 或称为 4 族机构,其自由度数为 2。第一行第七列的运动链表示一个摆动从动件凸轮机构,第二行第七列为移动从动件凸轮机构。纯由滚滑副组成的运动链在第七行第七列,因构件为 2 而少于 3,不能组成机构。在图 1-11 所示 27 种运动链中,若取不同构件为机架,可得到数目庞大的机构的型。此图还可推广到空间四杆机构,而这种系统分析的方法可应用于更复杂的机构系统,发掘出众多的设计方案。

为了便于识别带有各种运动副的运动链,可以图 1-11 所标行与列的代号来表示运动链。如第一行第一列的四杆运动链代号为 DDDD,第二行第二列的运动链为 DSDS,而第一行第七列为 DDG。

图 1-12 为图 1-11 中 DDWW 运动链的应用实例。图 1-12(a)为细纱机中的平衡凸轮机构,主动凸轮 2 摆动时通过钢带 3 传动轮 4,使轮 4 作摆动。由于钢带与凸轮 2 和传动轮 4 的运动为

无滑动的纯滚动, 所以为 DDWW 运动链。图中在传动轮 4 上装有弹簧, 可使机构在任何状态下保持钢带平直, 以便可靠地传递运动。图 1-12(b) 中主动轮 2 的摆动使滚柱 3 发生纯滚动, 所以滚柱 3 的中心运动时始终在变动。滚柱 3 以纯滚动的方式带动件 4 作摆动。另有一套加压装置, 使得滚柱 3 紧贴在主动轮 2 和件 4 上, 可靠地实现纯滚动。

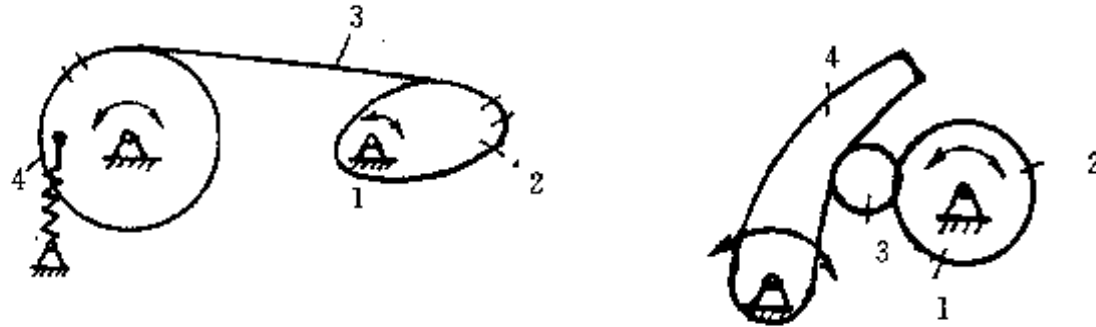


图 1-12 DDWW 运动链生成的机构

(a) 细纱机中的平衡凸轮机构 (b) 电动打字机内的机构

从图 1-11 还可以看出, 四杆运动链其实是一个庞大的族, 深入分析这一基本运动链, 是目前为止还未穷尽的一项任务。

(四) 应用举例

机构的型的数目十分巨大, 这既为选型造成困难, 又为选择理想方案提供了可能性。

图 1-13 为某一机械装置, 主动件 2 以转动副与机架 1 相联并作摆动, 从动件 3 在机架上作往复摆动。现在要确定传动方案, 把主动件 2 的摆动转变为从动件 3 的移动。为了全面概括一切可行方案, 以供分析比较, 可采用系统方法, 如图 1-14 所示, 列出实现上述运动变换的所有可能性, 设计人员可在广阔的范围内择优确定方案。

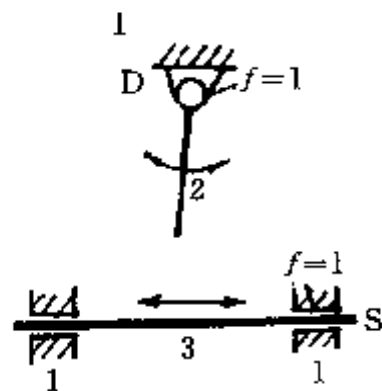


图 1-13 需要实现的运动变换

二、传动机构系统学

研究传动机构有两方面的工作。一是研究那些适合作传动机构的型, 当其构件尺度变化时, 传动运动也变化, 从而对每一种机构建立深刻的认识; 另一项工作是要为指定的运动变换提供可靠的型, 即方案。设计人员在综合掌握这两方面的知识后, 自然可以得心应手地进行设计。一般的设计过程是首先根据工作任务确定变换运动或传递动力的要求, 然后选择方案, 最后使方案具体化, 即确定完成工作任务的主要尺寸。下面根据这种思路来研究传动机构。

(一) 传动函数及其机构

传动机构中进行的运动变换可用传动函数表达。图 1-15 中用 φ 表示主动角位移, 用 ψ 表示从动角位移, 用 s 表示从动线位移。图中列出了六种工程常用且机构能够实现的传动函数线图。

图中第一行主、从动运动保持严格的线性关系, 实现这一传动函数的齿轮机构等在工程中

被广泛应用,由于齿形皮带的出现,皮带轮机构在许多场合替代了齿轮机构,既能做到严格的线性传动,又具有两轮中心距大的优点。



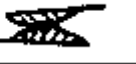

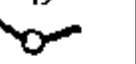

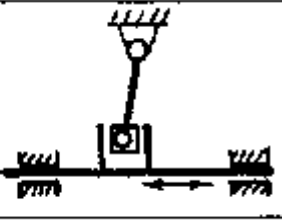
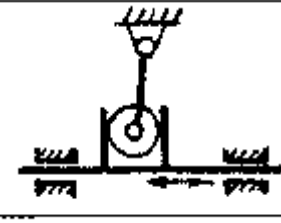
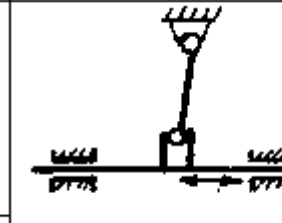

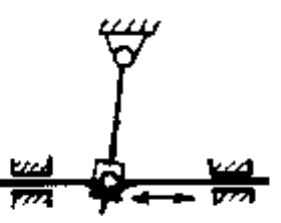
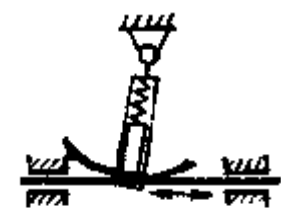
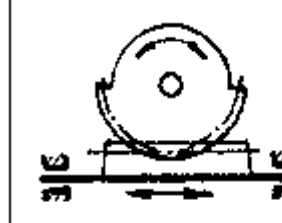

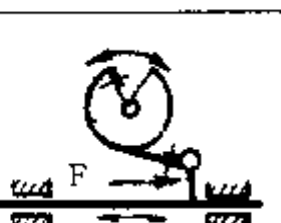
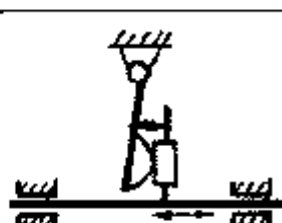
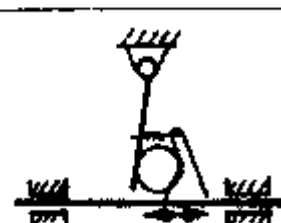
运动副	D 	S 	W 	$G(f=2)$ 
D 				
S 		不可行		
W 				

图 1-14 运动方案系统表达

第二行为非匀速单向传动机构。双曲柄机构应用于惯性筛,而叶片泵、回转泵和转动式发动机中均采用转动导杆机构。在图示的皮带轮机构中,主动轮是一个偏心轮,为了保持皮带张紧,附加一个张紧轮。

第三行为非匀速带回程传动,其中曲柄摇杆机构和曲柄滑块机构得到广泛应用。以曲柄滑块机构为例,曲柄主动时用于空气压缩机中,滑块主动时用于汽车发动机和雨伞中。

在各种自动机中要求把主动轴的转动转变为从动轴的步进式转动,这就是图中第四行要解决的任务。除槽轮机构外,平行凸轮分度机构具有良好的性能。

有些机械要求从动件处于极限位置或中间某位置时作一定时间的停歇,如织布机的打纬机构,要求在穿纬线的过程中,箱座脚在一个极限位置静止不动,图中第五行就概括了其传动函数和相应机构。

第六行为具有瞬时后退的单向传动函数,在印刷机械的送纸机构中应用。

图 1-15 几乎列出了机构能实现的全部传动函数,这说明机构性能有局限性,设计人员不应有过高期望。同时图中并没有列出所有相对应的机构,若进一步拓宽,系统化,就可拓宽设计人员的眼界,成为指导机构设计的有用目录。

图 1-15 中除了含有一个螺旋机构外,其余都为平面机构。若输入与输出的运动参数不能在一个平面坐标系中表达,则应采用空间机构。几乎每一种平面机构都可找到同名的空间机构,如平面曲柄摇杆机构和空间曲柄摇杆机构,平面凸轮机构和空间凸轮机构,故图 1-15 可推广应用到空间机构中。

(二) 传动函数与机构尺度

除了型以外,机构的尺度也使机构所能表达的传动函数有很大的局限性,弄清两者的关系才能避免设计中的盲目性和不可行性。

传动函数	特征	$\varphi-\psi$	例
	匀速传动		
	非匀速单向传动		
	非匀速带回程传动		
	非匀速单方向带停歇传动		
	非匀速带回程和停歇传动		
	非匀速带瞬时后退单向传动		

图 1-15 按输出的运动形式对传动机构进行分类

图 1-16(a)提出了把主动件的转动转变为从动件的往复摆动,根据工作要求,当主动件转动 $\varphi_0 = \frac{3\pi}{4}$ 时,从动件应与主动件同向摆动 $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$ 。首先,确定采用曲柄摇杆机构,如图 1-16(c)所示。但涉及到机构具体尺度时,上述运动要求无法实现。图 1-16(b)中画出两条根据连杆机构的特点而改进的传动函数曲线。一条曲线表示保持 $\varphi_0 = \frac{3\pi}{4}$ 不变而调整 ψ_0 , 使 $\psi_0 < \frac{\pi}{2}$; 另一条曲线表示保持 $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$ 不变而加大 φ_0 , 使 $\varphi_0 = \pi$ 。后面要述及, 曲柄摇杆机构能胜任这两条曲线。如果上述工作要求不能改变,就只能放弃曲柄摇杆机构而采用较复杂的六杆机构或其他机构。

机构的复杂性还在于当采用不同构件为机架时,传动函数可能发生质的变化。以图 1-17 所示具有四个转动副的平面运动链为例,当构件的长度满足关系式

$$l_{\min} + l_{\max} < \frac{\sum_{i=1}^4 l_i}{2} \quad (1-13)$$

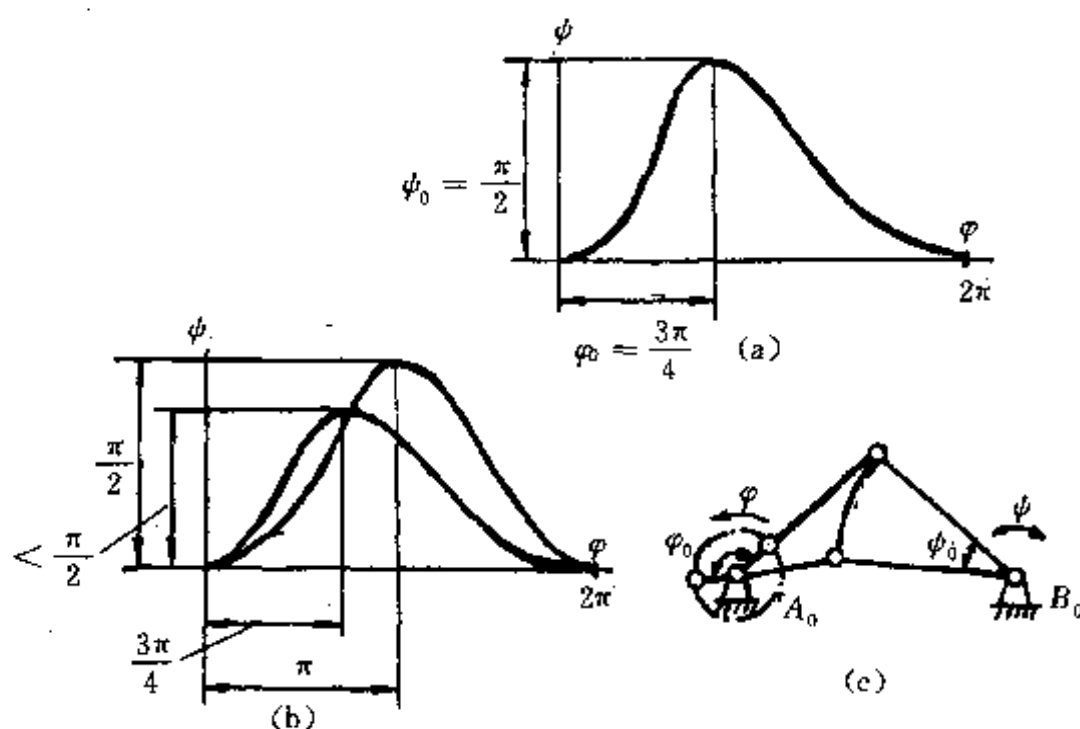


图 1-16 传动函数与机构

运动链存在曲柄，最短构件 l_{\min} 能与相邻构件作整周的相对转动，在表示运动链的简图中用只带一个箭头的圆弧表示。按照曲柄所处的地位，该运动链可演变为三种机构，即曲柄摇杆，双曲柄和双摇杆机构。机构所对应的传动函数已发生了质的变化，曲柄摇杆机构的输出为摆动；双曲柄机构的输出为非匀速单向转动；双摇杆机构的输出函数为环形，主动件已不能作整周回转，且对应于每一个主动件的转角 φ ，有两个从动件的转角 φ 值。

当有下列条件：

$$l_{\min} + l_{\max} > \frac{\sum_{i=1}^4 l_i}{2} \text{ 和 } l_{\max} < \frac{\sum_{i=1}^4 l_i}{2} \quad (1-14)$$

则为纯双摇杆机构。按照最长构件 l_{\max} 所处的地位不同，可形成双内摇杆、双外摇杆或内外摇杆机构。图 1-17 中所示为双内摇杆机构。

当 $l_{\min} + l_{\max} < \frac{\sum_{i=1}^4 l_i}{2}$ 时，组成的四连杆机构在某些位置运动不确定，当输入运动确定时，输出运动有两种可能性。当采用这类连杆机构时，就要采取措施克服这一现象。但工程中常采用这类机构在某一区间内运动，既避免了某些特殊位置，又得到一些特殊的性能。

(三) 传动函数与凸轮机构

凸轮机构主要用作传动机构，几乎所有的传动要求都可由凸轮机构或凸轮机构与其他机构的组合来完成。

三、引导机构系统学

对构件或构件上某一点的运动有指定要求是工程技术中经常遇到的问题。由于机器空间位置的可能性或技术上的特殊要求，一些简单运动如沿圆周、沿直线运动，不能简单地通过绕定轴转动或沿直线导轨的移动来解决。为了深化这方面的知识，列举两个例子。图 1-18 是一种构思

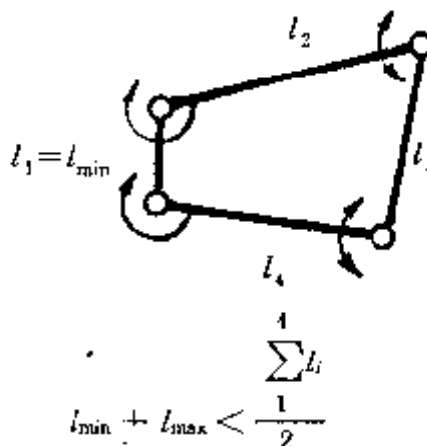
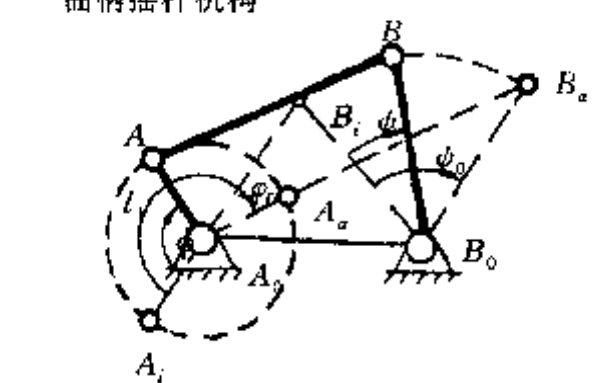
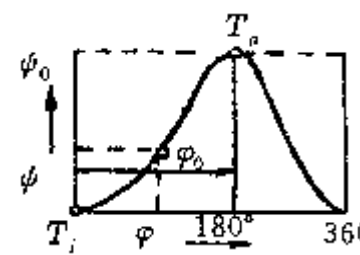
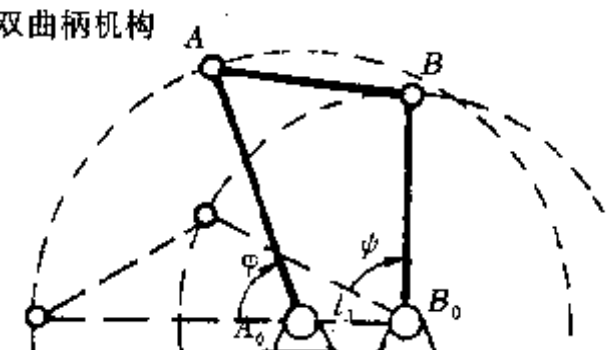
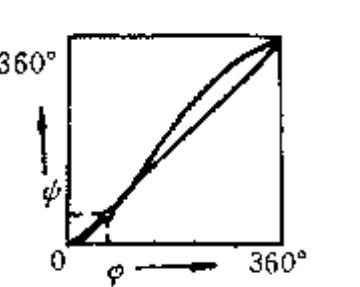
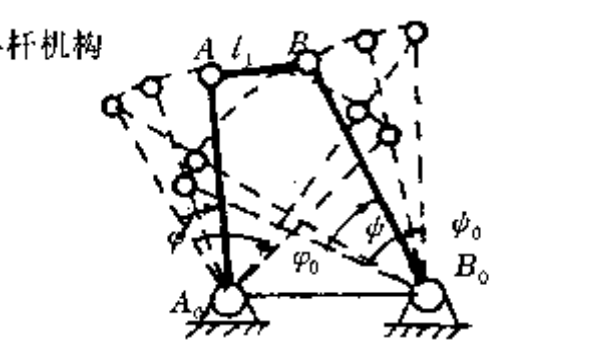
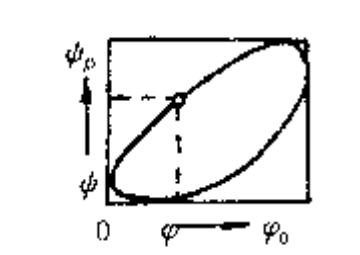
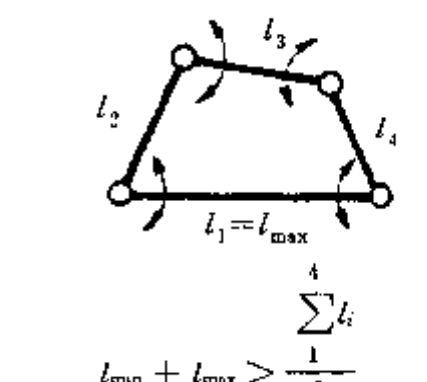
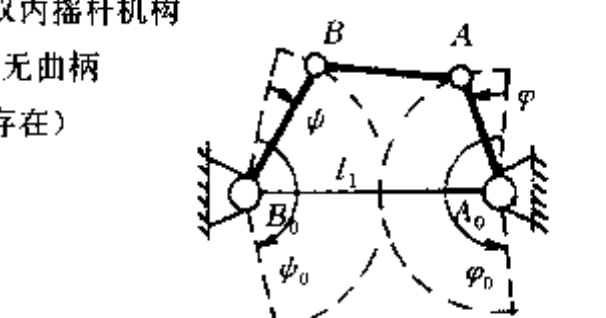
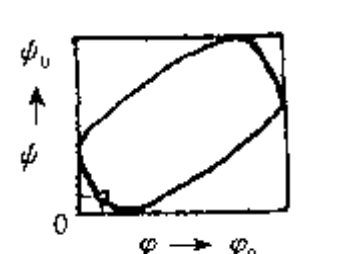
运动链	运动简图	传动函数
 $l_{\min} + l_{\max} < \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 l_i$	<p>曲柄摇杆机构</p> 	
	<p>双曲柄机构</p> 	
	<p>双摇杆机构</p> 	
 $l_{\min} + l_{\max} > \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 l_i$	<p>双内摇杆机构 (无曲柄存在)</p> 	

图 1-17 四连杆机构和传动函数

新颖的压缩机和活塞式发动机。按照传统的设计,工作时活塞与气缸间存在着变化的摩擦力,且摩擦偏向一侧。为了克服这一缺点,附加了一个作直线引导的引导机构,如图 1-18(a)所示,在曲柄 A_0A 旋转时, D 点的运动轨迹近似直线,活塞与汽缸的摩擦很小,图 1-18(b)是其结构图。图 1-19 是锯机的运动简图,如果采用导轨来控制锯片的运动,锯切过程产生的粉尘会使导轨迅速磨损,而且导轨的位置给操作造成不便。图 1-19 中采用多杆连杆机构,使锯片既作直线运动,又能解决上述问题。

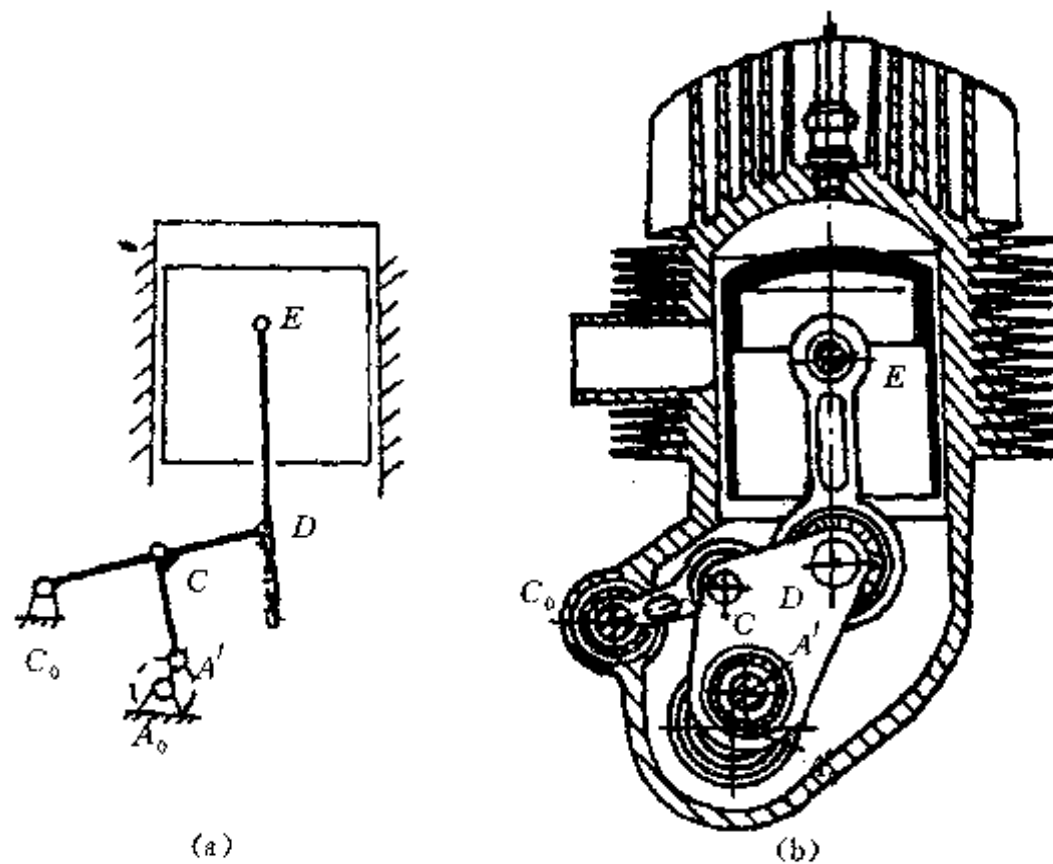


图 1-18 压缩机直线运动机构

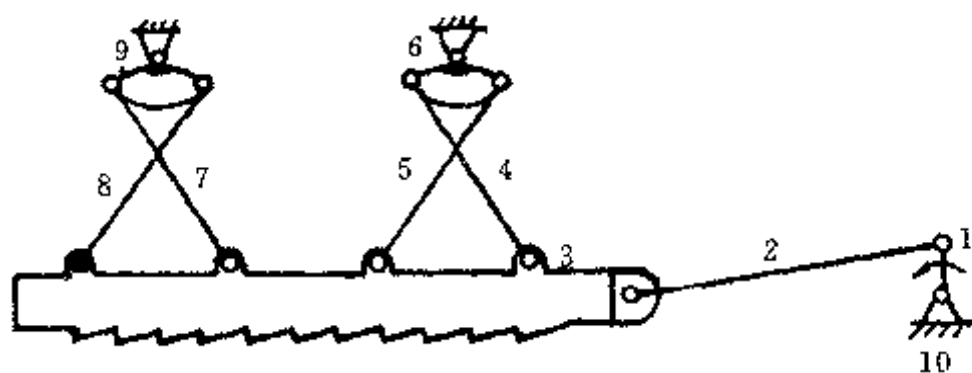


图 1-19 锯石机直线平动机构

(一) 引导机构分类

由于对空间引导机构的研究还不成熟,所以在图 1-20 中只列出平面引导机构的分类。引导机构主要是连杆机构和连杆机构与其他机构的组合。连杆曲线的复杂多样,使连杆机构特别适用于引导机构。但四连杆机构的连杆曲线有其局限性,只能实现点、线引导时的近似吻合或在几个点或位的精确引导。若要精确进行一般引导,需采用组合机构。图 1-20 中第一行的第 2 个例子即为连杆—凸轮组合机构,可以根据 K_C 曲线来设计凸轮廓线,当曲柄与固结其上的凸轮一起转动时, C 点精确再现 K_C 曲线。

(二) 铰接四连杆机构的连杆曲线

连杆曲线复杂多变,不易掌握。在确定了应引导的曲线后,就应该判定是否可以用连杆曲线去复演它,为此可借助平面铰接四连杆机构连杆曲线的图谱。但即使有图谱,要找到合意的曲线还要依靠工程技术人员对连杆曲线的深入了解和足够的耐心。这里从系统学的方法出发,对铰接四连杆机构的连杆曲线进行探讨,使用的方法可以推广到整个平面四杆机构的范围。

图 1-21 为平面铰接四连杆机构,连杆上 C 点的位置由长度 $AC=m$ 和 $BC=n$ 确定。在图示的直角坐标系中, C 点所描述的连杆曲线 K_C 可以坐标值 x_C 和 y_C 表达。


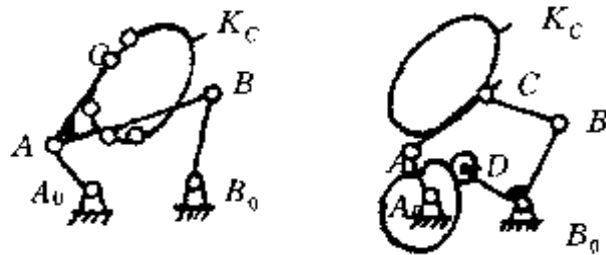
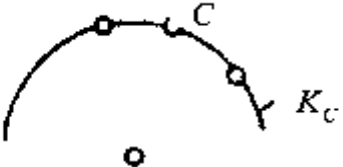
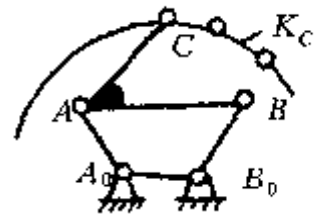
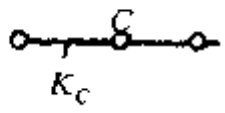
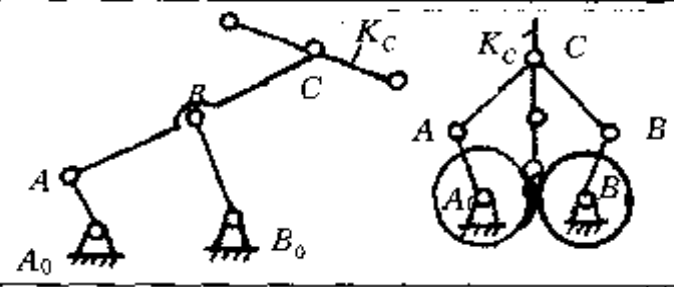
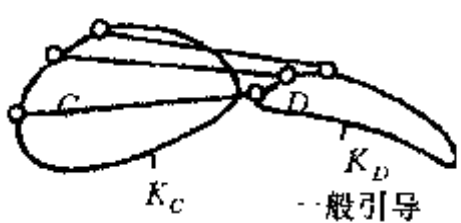
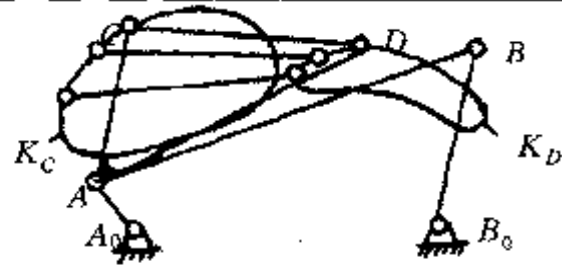
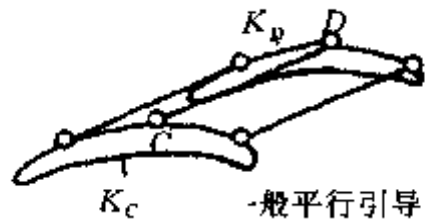
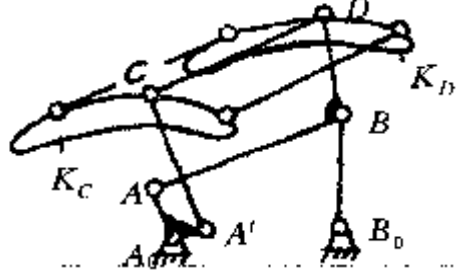

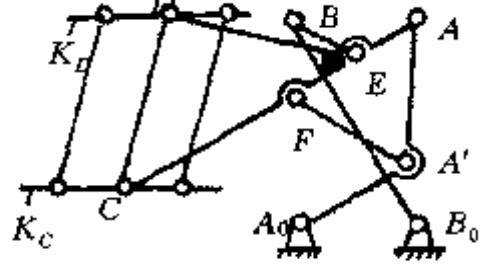
	特 征	例 子
点 引 导	 一般引导	
	 圆弧引导	
	 直线引导	
线 引 导	 一般引导	
	 一般平行引导	
	 直线平行引导	

图 1-20 平面引导机构分类

$$x_A = x_C - m \cdot \cos \lambda \quad ; \quad y_A = y_C - m \cdot \sin \lambda \quad (1-15)$$

$$x_B = x_C - n \cdot \cos(\lambda + \gamma) \quad ; \quad y_B = y_C - n \cdot \sin(\lambda + \gamma) \quad (1-16)$$

此外,还有

$$x_A^2 + y_A^2 = l_1^2; (x_B - l_4)^2 + y_B^2 = l_3^2 \quad (1-17)$$

把式(1-15)和式(1-16)代入式(1-17),取消 A 点和 B 点的坐标值,可以得出

$$2mx_C \cos \lambda + 2my_C \sin \lambda = x_C^2 + y_C^2 + m^2 - l_1^2 \quad (1-18)$$

$$2n(x_C - l_4) \cos(\lambda + \gamma) + 2ny_C \sin(\lambda + \gamma) = (x_C - l_4)^2 + y_C^2 + n^2 - l_3^2 \quad (1-19)$$

在式(1-18)和式(1-19)中取消 λ 角,可以写出连杆曲线的方程:

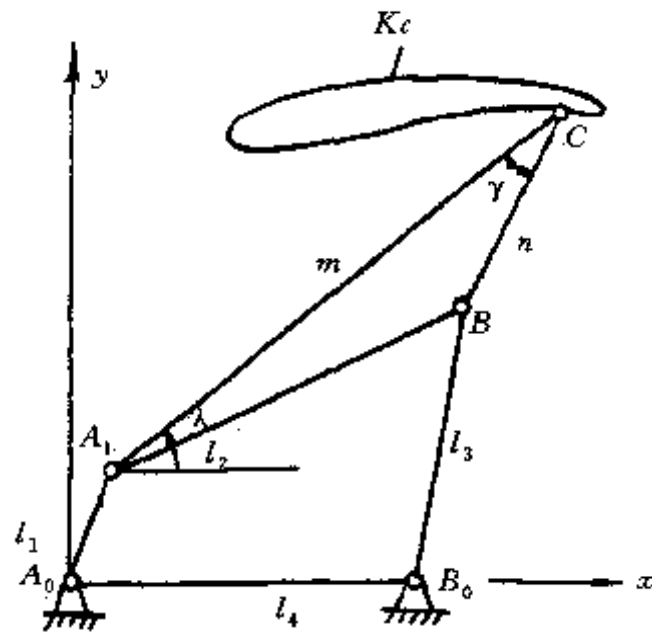


图 1-21 连杆曲线方程的确定

$$n^2[(x_c - l_4)^2 + y_c^2] (x_c^2 + y_c^2 + m^2 - l_1^2)^2 - 2mn[(x_c^2 + y_c^2 - x_cl_4) \cos\gamma + y_cl_4 \sin\gamma] (x_c^2 + y_c^2 + m^2 - l_1^2) [(x_c - l_4)^2 + y_c^2 + n^2 - l_3^2] + m^2(x_c^2 + y_c^2) [(x_c - l_4)^2 + y_c^2 + n^2 - l_3^2]^2 - 4m^2n^2 [(x_c^2 + y_c^2 - x_cl_4) \sin\gamma - y_cl_4 \cos\gamma]^2 = 0 \quad (1-20)$$

式(1-20)是一个 6 阶方程,许多学者已经对它进行了深入的研究,获得卓有成效的结果。但对工程技术人员来说,与其费精力钻研这个方程,不如了解方程所表达的曲线形状。图 1-22 表示平面铰接四连杆机构的六种类型和其相应的连杆曲线。可以看出,当机构存在曲柄时,连杆曲线有两个分支,在曲柄摇杆机构中已表明了产生两个分支的原因,即当曲柄处于某位置时,摇杆可处于两个位置,这两个分支的曲线合在一起,与式(1-20)相一致。但在工程实际中,考虑到运动的连续性,所以只能使用其中的一支曲线。对不存在曲柄的机构,只存在着一支曲线,它们是由式(1-20)所表达的所谓六阶曲线。

(三)对称连杆曲线

图 1-22 中列举的六种机构已经代表了整个平面铰接四连杆机构,但随着构件尺度的变化,连杆曲线也变化。变化太多,自然影响它的使用。为此,进一步探讨其中的对称连杆曲线,搞清它所有的类型,指出找到各类曲线的构件尺度,才能进一步在工程技术中推广使用连杆曲线。

实际中,一般希望机构具有曲柄。图 1-23 所示的机构中,设机架 $A_0B_0=1$ 为单位长,曲柄 $A_0A=l_1$, $AB=BB_0=l_2$ 。能画出对称曲线的连杆上的 C 点应具备 $BC=l_2$ 的条件,即以 B 为圆心, l_2 为半径作圆,该圆为所有的 C 点的集合(证明见图 4-19)。图中已画出了从 C_1 到 C_7 各点所描绘的对称曲线。为表达 C 点的位置,在连杆 AB 上建立原点在 A 点的极坐标,以 α 表示极角,如图 1-23 上 C_6 点的极角为 α_6 , C 点描述的曲线具有对称轴。过 B_0 点作机架 A_0B_0 的垂线,从垂线出发,按 α 角的转向偏转的 η 线即为连杆曲线的对称轴。

系统研究对称连杆曲线,可以分成图 1-24 所示的 8 类曲线。其中:

第 1 类曲线具有一个尖点,具有内凹尖点的曲线由双曲柄机构产生。

第 2 类曲线具有两个尖点。

第 3 类曲线为 8 字形,且在结点处,曲线平直;内凹的 8 字形曲线由双曲柄机构产生。

第 4 类曲线在对称轴处自身贴合。

第 5 类曲线在与对称轴相交的一点处有平直段。

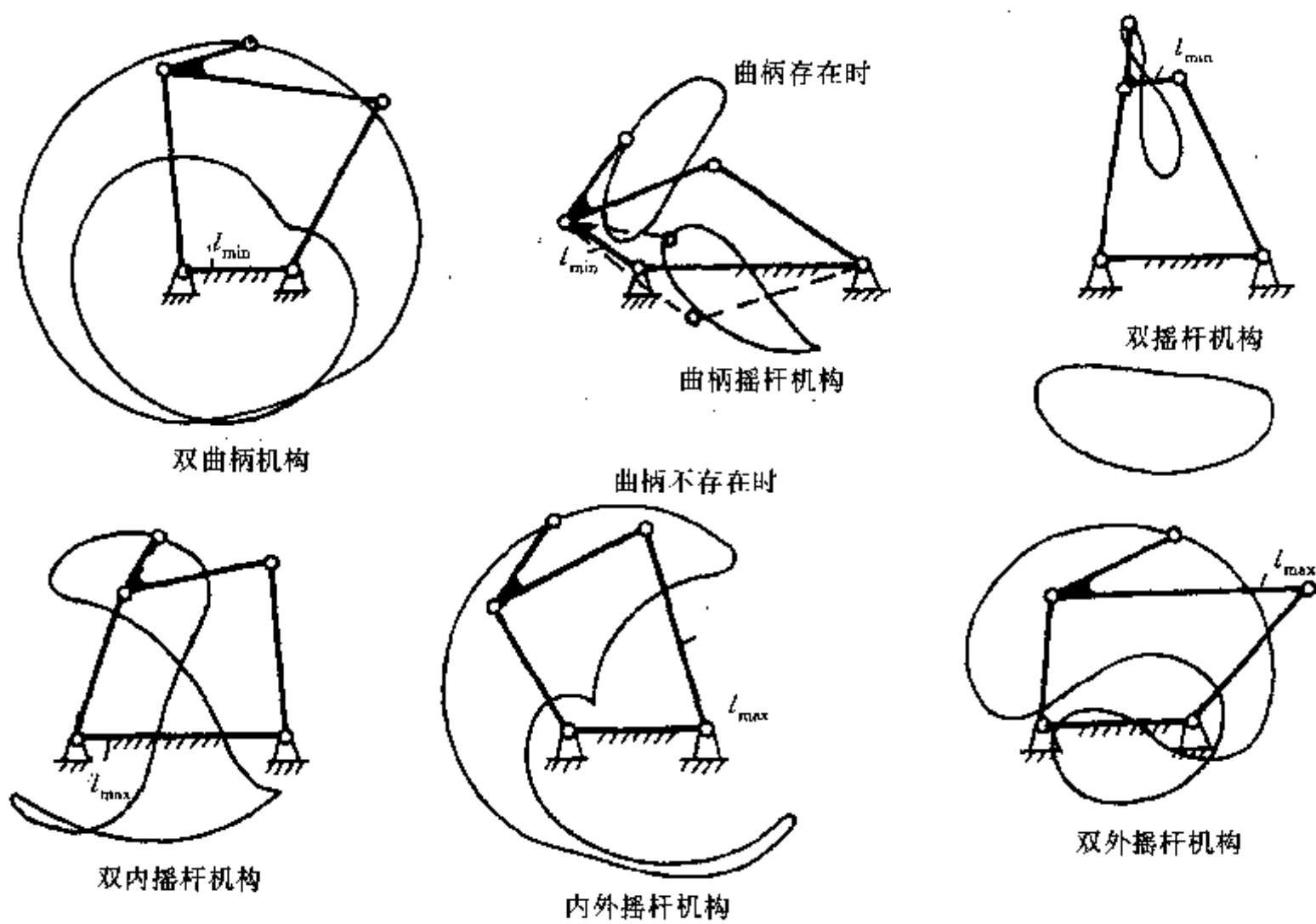


图 1-22 四铰链机构连杆曲线类型

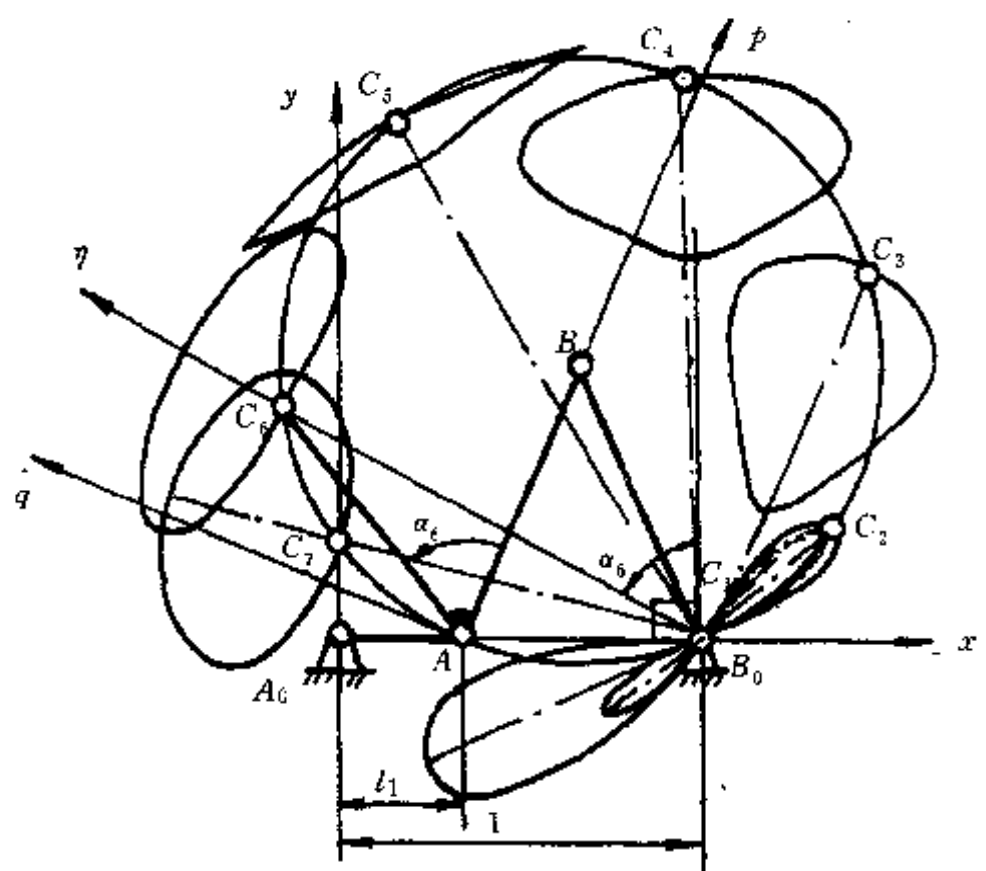


图 1-23 对称连杆曲线

第 6 类曲线在与对称轴相交的两点处都有平直段。

第 7 类曲线在对称轴相交的两点处都有相同的曲率半径。

第 8 类曲线具有 V 字形。

从图 1-23 可以看出，当机构的构件尺度 l_1 和 l_2 值给定时，为找到能画出图 1-24 所示曲线的特殊点 C ，只要知道 α 值即可。图 1-25 为实现这一目的的图表，图中曲线标号为连杆曲线的

编号,与图 1-24 一致。当取 α 值不在已有的标记线上时,与 α 值相应的连杆点 C 描绘出具有混合特性的中间形式的曲线。

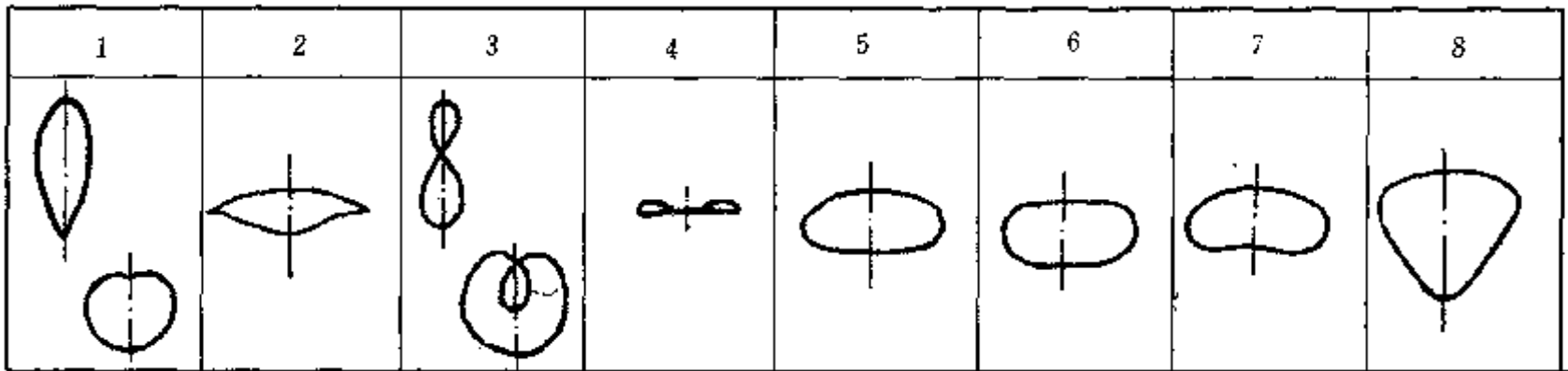


图 1-24 对称连杆曲线分类

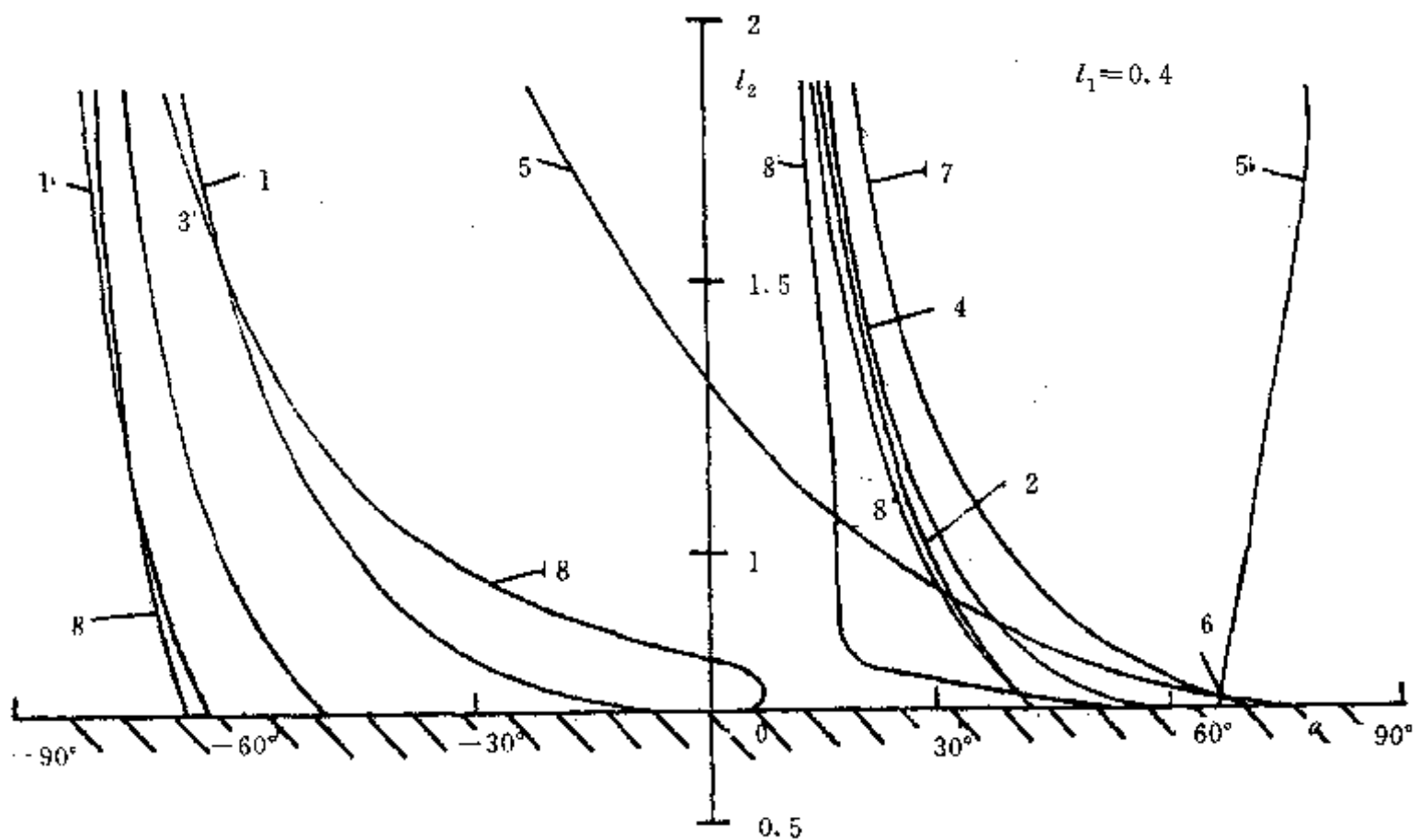


图 1-25 连杆点的确定

在图 1-25 中,具有阴影线的部分因不存在曲柄而舍弃。图 1-25 是按机架长度为 1,曲柄长度 $l_1=0.4$ 绘制的。如果要画出第 5 类曲线,而又选定 $l_2=1.5$,则 $\alpha=-8.3^\circ$ 或 $\alpha=75^\circ$ 。如果要画出第 1 类,即具有一个尖点的曲线,图上表明对应每一个 l_2 值可得出两个 α 值,也就是说也有两个方案。

通过系统分析研究的方法,把连杆曲线进行了上述精细的分类,并可以简单得出应具有的尺度,这就可以促进对称连杆曲线的应用。在第六章将举例说明如何用它来解决具体的工程问题。

第二章 运动几何学(一)

机构可实现传动和引导两种功能,为此就要分析构件上的点和构件的运动特性。涉及到点的运动特性时,要分析点的位置、运动的速度和加速度以及点的轨迹的曲率半径等特性值。构件的运动可看成是一条线段的运动,除了要分析线段上一个点的运动外,还应研究线段方向的变化,相应的运动特性值为角位移、角速度与角加速度。这里只谈及平面机构的问题。

在传统的观念里,机构的位置、速度和加速度等表征运动特性的力学量都与时间有关。同一机构,当高速或低速运动时,上述力学量肯定不相同;而不同机构,反而可能在不同运转场合中具有相同的速度与加速度,机构的真实特性就被掩盖起来。这里,突破传统概念,在把机构的位置看成与时间无关的要素时,采用与时间无关的类速度和类加速度来研究机构的运动特性。这样处理不仅能真正反映机构的特性,并且能更好地与工程技术中提出的工作任务相吻合。

研究运动几何学,可用几何法和解析法。由于计算机的应用,解析法日益受到人们的重视。但几何法更便于工程技术人员使用,方法简明,概念明确,且有一定精度。用几何法取得的结果可用于检查、核对用程序计算出来的数值,这在程序调试时十分重要。有时几何法取得的数值还可作为机构优化设计程序的初始值,所以几何法仍是机构研究的重要方法。几何法又可分为图解法和几何计算法,前者由作图得出结果;后者把作图求解的过程转化为相应的代数公式,并借助计算机得出精确的结果。本书试图在方法上不拘一格,尽量采用那些在工程技术中有实用意义的简便的方法。

一、位置分析

一个机构可由构件和运动副组成一个或几个开式或封闭的回路,在有的文献中称为环。对大部分常用机构来说,如果把运动副视为环中的结点,而用矢量表示环,就成为矢量开环或闭环。图 2-1(a)为图 1-5 所示机械手手部的矢量开环,环的末端 D 点表示手上腕部的位置,是反映机械手工作范围的重要参数。图 2-1(b)表示一种夹具,在分析和设计时,首先不必考虑夹具中各零件的实际尺寸,而仅根据图示的矢量闭环来研究其夹紧能力和防松效果。

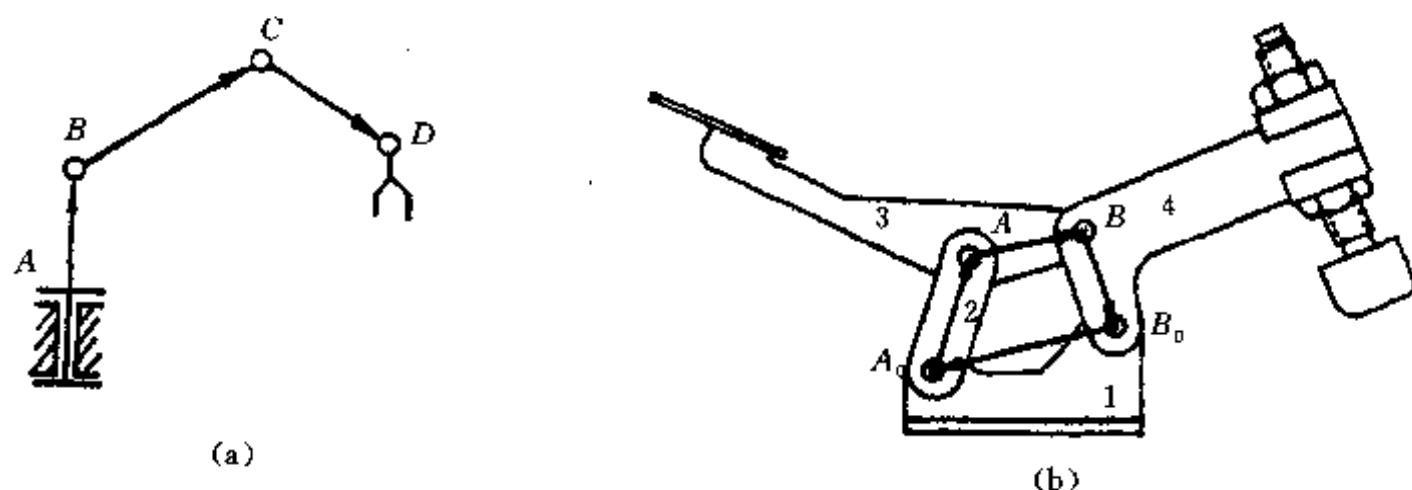


图 2-1 矢量开环和闭环

开环主要出现在机械手等装置中。这里讨论常用的闭环,如图 2-1(b)所示。每个矢量包含方向和大小两个量,把闭环中的矢量投影到 x 、 y 轴上,可写成两个投影方程,即求解两个未知量。图 2-2 所示为由首尾相接的 3 个矢量组成的最简单、最基本的闭环。为了使闭环方程有解,只能含有 2 个未知量。设矢量 L_1 已知,其他 2 个矢量所含有的 4 个量中只可有 2 个为未知,表 2-1 中列出了有解的 4 种可能性和相应的解的个数。

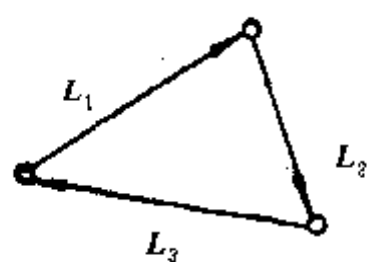


图 2-2 三矢量闭环

表 2-1 三矢量闭环有解的可能性

序号	L_1	L_2		L_3		解的个数
		方向	大小	方向	大小	
1	已	√	√	?	?	1
2		√	?	√	?	1
3	知	?	√	?	√	2
4		?	√	√	?	2

图 2-3 列出用几何法对四种不同的情况求解。以带一个箭头的线段表示已知矢量,带两个箭头的线表示只知道方向不知道大小的矢量,而以定长线表示只知道大小不知道方向的矢量。对于第 3 种情况,在两个解中求出的未知矢量对称于已知矢量,而第 4 种情况不具有这个特点。

序号	1	2	3	4
已知				
解				

图 2-3 用几何法解矢量闭环

利用图 2-3 中表示的方法,可求解各种机构的位置问题。在图 2-4(a)中,若已知该四连杆机构各构件的长度 l_1 、 l_2 、 l_3 和 l_4 , 又给定连架杆 A_0A 的位置角 φ , 可求出连杆 BA 和另一连架杆 BB_0 的位置。首先 $\triangle A_0AB_0$ 可看成是一个三矢量闭环, 由于机架 B_0A_0 固定不动而矢量 A_0A 已确定, 这属于第 1 种情况, 用编号①表示, 可求出矢量 AB_0 。而 $\triangle ABB_0$ 的三矢量闭环属于第 3 种情况, 有两解, 图 2-4 中分别用实线和虚线表示。在实际作图时, 应根据连杆 AB 和连架杆 BB_0 运动的连贯性来确定哪一个解是合理的, 也就是说, 当杆 A_0A 取几个相邻位置时, 杆 AB 、 BB_0 也应占据几个相接近的位置而不发生跳跃。图 2-4(b) 为偏置的曲柄滑块机构, 为方便求解, 画

出了辅助点 E 。△ A_0AE 属于第 1 种情况, △ EAB 属于第 4 种情况, 有两解, 应根据滑块 B 运动的连续性取一个合理的解。图 2-4(c) 为多杆机构, 用连杆 AB 上的 C 点驱动从动件 DD_0 作一定要求的运动。在主动件 AA_0 的位置给定后, 可按图上标注的序号, 从主动件所在的三角形出发, 逐级画出所有的三角形, 直至从动件 DD_0 。

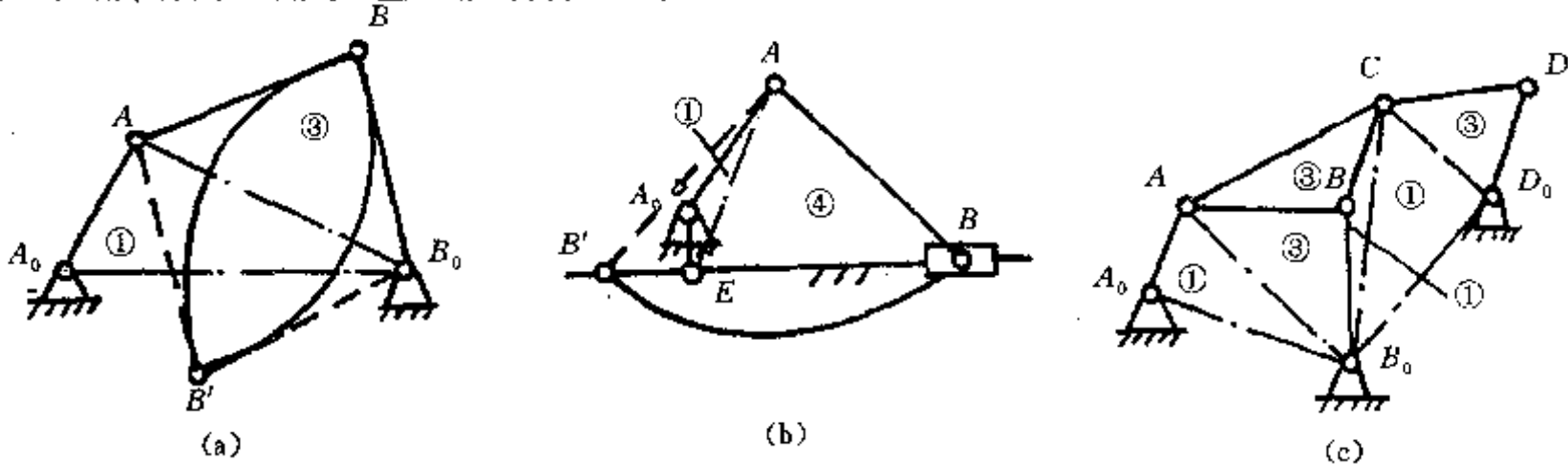


图 2-4 机构位置的求解

这种化整为零, 逐级解决机构位置问题的方法特别适合用计算机求解。对于表 2-1 所列出的四种情况, 可分别写出求解的公式并编写简单的子程序。在解决图 2-4(c) 所示的多杆机构的位置问题时, 只要把机构划分成三角形, 对每个三角形调用相应的子程序即可。这比目前许多文献中采用的整体求解办法要简便得多。下面列出解决四种情况所需要的方程。

首先, 用复数矢量来表示三角形矢量闭环。矢量的长度分别为 l_1, l_2 和 l_3 , 矢量的幅角分别以 θ_1, θ_2 和 θ_3 表示。矢量闭环方程为

$$l_1 e^{i\theta_1} + l_2 e^{i\theta_2} + l_3 e^{i\theta_3} = 0 \quad (2-1)$$

若取它们的实部和虚部, 则有

$$\begin{cases} l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos\theta_2 + l_3 \cos\theta_3 = 0 & (2-2) \\ l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin\theta_2 + l_3 \sin\theta_3 = 0 & (2-3) \end{cases}$$

对于第 1 种情况:

已知的量为 $l_1, \theta_1, l_2, \theta_2$, 待定量为

$$\theta_3 = \arctan \frac{l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin\theta_2}{l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos\theta_2} + [1 - \text{sgn}(l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos\theta_2)] \frac{\pi}{2} \quad (2-4)$$

$$l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)} \quad (2-5)$$

式(2-4)中的符号 sgn 表示符号函数, 这是一般计算机高级语言(如 BASIC 和 Pascal)里都具有的。 sgn 的含义可举例说明, 如 $\text{sgn}(-10) = -1$ 而 $\text{sgn}(10) = 1$, 即只取它所表达的数值的正负号。由于在计算机中, 把反正切函数只定义在第一和第四象限, 而 θ_3 的值可能在第二和第三象限, 所以在式(2-4)中除反正切值之外, 还加上了第二项。

对于第二种情况:

已知量为 $l_1, \theta_1, \theta_2, \theta_3$, 待定量为

$$l_2 = -l_1 \frac{\sin(\theta_1 - \theta_3)}{\sin(\theta_2 - \theta_3)} \quad (2-6)$$

$$l_3 = -l_1 \frac{\sin(\theta_1 - \theta_3)}{\sin(\theta_2 - \theta_3)} \quad (2-7)$$

对于第三种情况:

已知的量为 l_1, θ_1, l_2, l_3 , 为求待定量, 式(2-2)和式(2-3)可改写成下列形式:

$$l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2 = -l_3 \cos \theta_3 \quad (2-8)$$

由式(2-6)可以得出未知量 θ_2 的表达式, 并进一步考虑到 $\sin(\theta_3 - \theta_2) = \sin(\pi - \theta_3 + \theta_2)$, 则

$$\theta_2 = \theta_3 - \arcsin \frac{l_1 \sin(\theta_1 - \theta_3)}{l_2} \quad (2-9)$$

$$\theta_2 = \theta_3 + \arcsin \frac{l_1 \sin(\theta_1 - \theta_3)}{l_2} - \pi \quad (2-10)$$

式(2-1)除以 $e^{i\theta_3}$ 并取其实际部,

$$l_3 = -l_1 \cos(\theta_1 - \theta_3) - l_2 \cos(\theta_2 - \theta_3) \quad (2-11)$$

式(2-10)中的反正弦运算也应换成反正切运算, 以利于上机。把式中的反正弦写成 $\theta = \arcsin \frac{A}{B}$, 则可变换成 $\theta = \arctan \frac{A}{\sqrt{B^2 - A^2}}$ 。还可以看出, 当 $|B| < |A|$ 时, 问题无解。

以铰接四连杆机构为例说明具体应用。在图 2-5 所示的机构中, 构件的尺寸 l_1, l_2, l_3, l_4, m 和 n 都已知, 且 A_0A 为曲柄。要求出当曲柄旋转一周时, 摇杆 BB_0 的摇动规律和连杆上 C 点画出的曲线。为此, 给定曲柄 AA_0 任意一个转角 φ 。首先在 $\triangle AA_0B_0$ 中, 按第 1 种情况的公式求出矢量 AB_0 ; 然后在 $\triangle BB_0A$ 中, 按第 3 种情况求解, 在图示坐标系中, 摇杆的摆角只可能在 0 到 π 的范围内, 从而可以确定一个合理解; 再在 $\triangle ABC$ 中使用第 3 种情况的公式得出矢量 AC 。最后在 $\triangle AA_0C$ 中按第 1 种情况处理, 并注意现在矢量并不组成首尾相接的闭环, 即现在为 $A_0C = A_0A + AC$, 可得出 C 点的坐标值。这样, 分别属于传动(摇杆的摆动)和引导(连杆点的轨迹)的问题都可以解决。

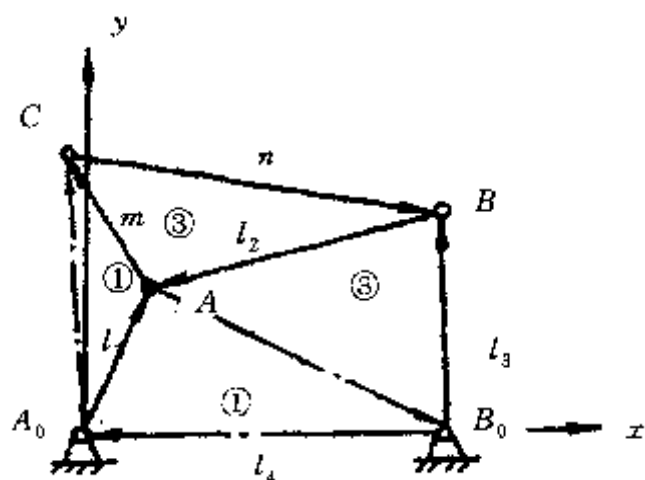


图 2-5 用矢量计算法求解四连杆机构

二、类速度和类加速度

(一) 基本概念

对于一个机构来说, 其输入量 x 和输出量 y 总可以写成 $y = y(x)$ 的形式, 这种函数关系是由机构的组成和尺度所决定的。为了知道速度和加速度值, 只要把上述函数对时间 t 求导

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = y' \cdot \dot{x} \quad (2-12)$$

$$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d(y' \cdot \dot{x})}{dt} = y' \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2y}{dx^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = y' \cdot \ddot{x} + y'' \cdot \dot{x}^2 \quad (2-13)$$

把 $y' = \frac{dy}{dx}$ 称为类速度, 常用 w 表示。 $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ 称为类加速度, 常用 b 表示。它们也只与机构有关, 而反映了机构的运动特性。若需要知道机构的速度和加速度, 只需用 \dot{x} 和 \ddot{x} 乘类速度和类加速度即可。所以, 研究类速度和类加速度具有普遍的意义。

为了进一步简化问题, 提出旋转类速度矢量概念。如图 2-6(a) 为等速旋转的曲柄, 曲柄长为 l_1 , 转速为 ω_1 。显见, 曲柄上 A 点的速度为 v_A , 则 $v_A = l_1 \omega_1$, 其指向如图所示。而相应的类速度 $w_A = l_1$, 是与时间无关并等于曲柄长的矢量。若把矢量 w 绕曲柄的转向转 90° , 成为旋转速度矢量 \vec{w} , \vec{w} 正好与曲柄 AA_0 相重合。这一特性, 在图解法求解类速度和类加速度问题时特别有用。

还要指出, 曲柄 A 点的加速度 $a_A = l_1 \omega_1^2$, 指向为由 A 点指向 A_0 点。现在应用类加速度的概念, b_A 矢量的指向与 a_A 相同, 且 $b_A = l_1$ 。

现在, 曲柄上的线段 A_0A 既表示了 A 点的位置, 又表示了 A 点的旋转类速度和类加速度。

在油压装置里, 滑块往往受油压的驱动作等速移动, 如图 2-6(b) 所示。 v_A 表示了滑块的移动速度; 而 w_A 作为类速度具有单位长度, 相应地其旋转类速度 \vec{w}_A 也具有单位长度。

由此可见, 在作类速度和类加速度分析时, 应认为主动件作等速运动。

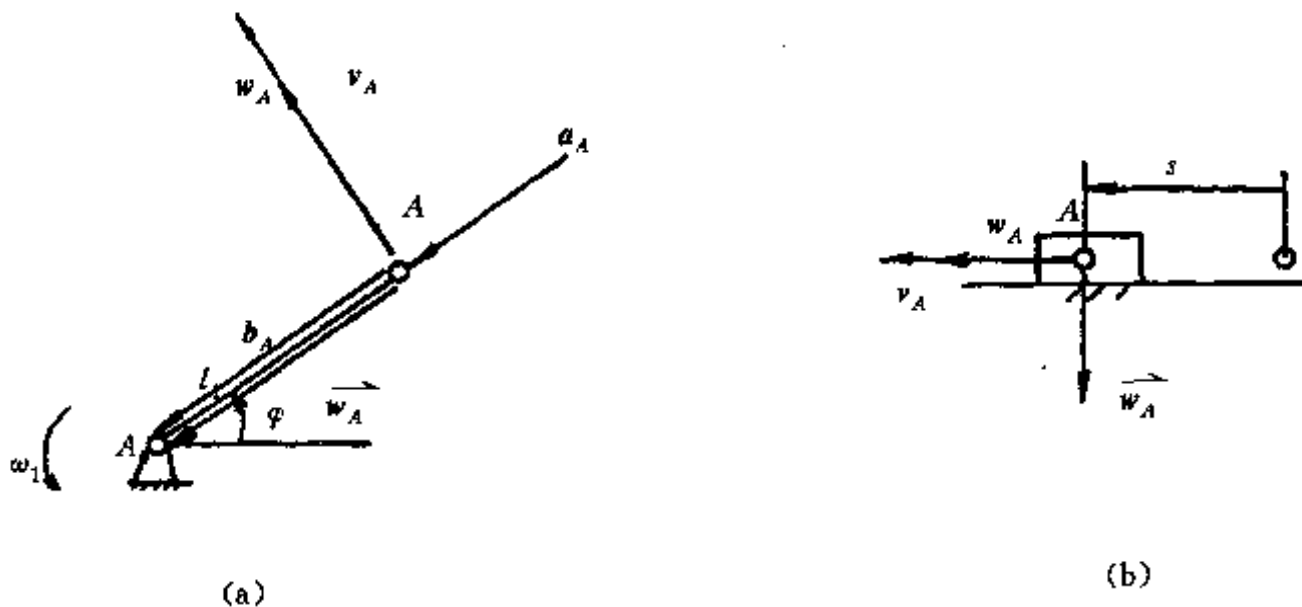


图 2-6 旋转类速度和类加速度矢量

(二) 类速度分析

类速度分析可归纳为 2 种基本类型。其一是分析同一刚体上不同点之间的类速度关系, 其二是分析不同刚体上重合点之间的类速度关系。

首先使用旋转类速度矢量和同一刚体上旋转类速度矢量始末端多边形相似的原理, 分析同一刚体上不同点之间的类速度关系。

设一刚体作平面运动, 如图 2-7(a) 所示。刚体上任两点 A 和 B 的类速度有下述关系:

$$w_B = w_A + w_{BA}$$

令上述类速度矢量同方向转 90° , 矢量方程仍应成立, 即

$$\vec{w}_B = \vec{w}_A + \vec{w}_{BA} \quad (2-14)$$

\vec{w}_{BA} 必定与 AB 连线平行, 所以 \vec{w}_A 和 \vec{w}_B 矢量的末端 A' 和 B' 的连线也与 AB 连线平行, 这就是旋转类速度矢量法。

若要进一步求出刚体上C点的类速度 w_C , 只需画出 $\triangle A'B'C'$, 其各边与 $\triangle ABC$ 的各对应边相平行, CC' 就是C点的旋转类速度矢量 \vec{w}_C 。再将 \vec{w}_C 向回转 90° , 即为 w_C , 如图 2-7(b) 所示。可以看出, 旋转类速度矢量末端所形成的图形 $A'B'C'$ 与始端所形成的图形 ABC 相似, 这就是旋转类速度矢量始末端多边形相似原理。

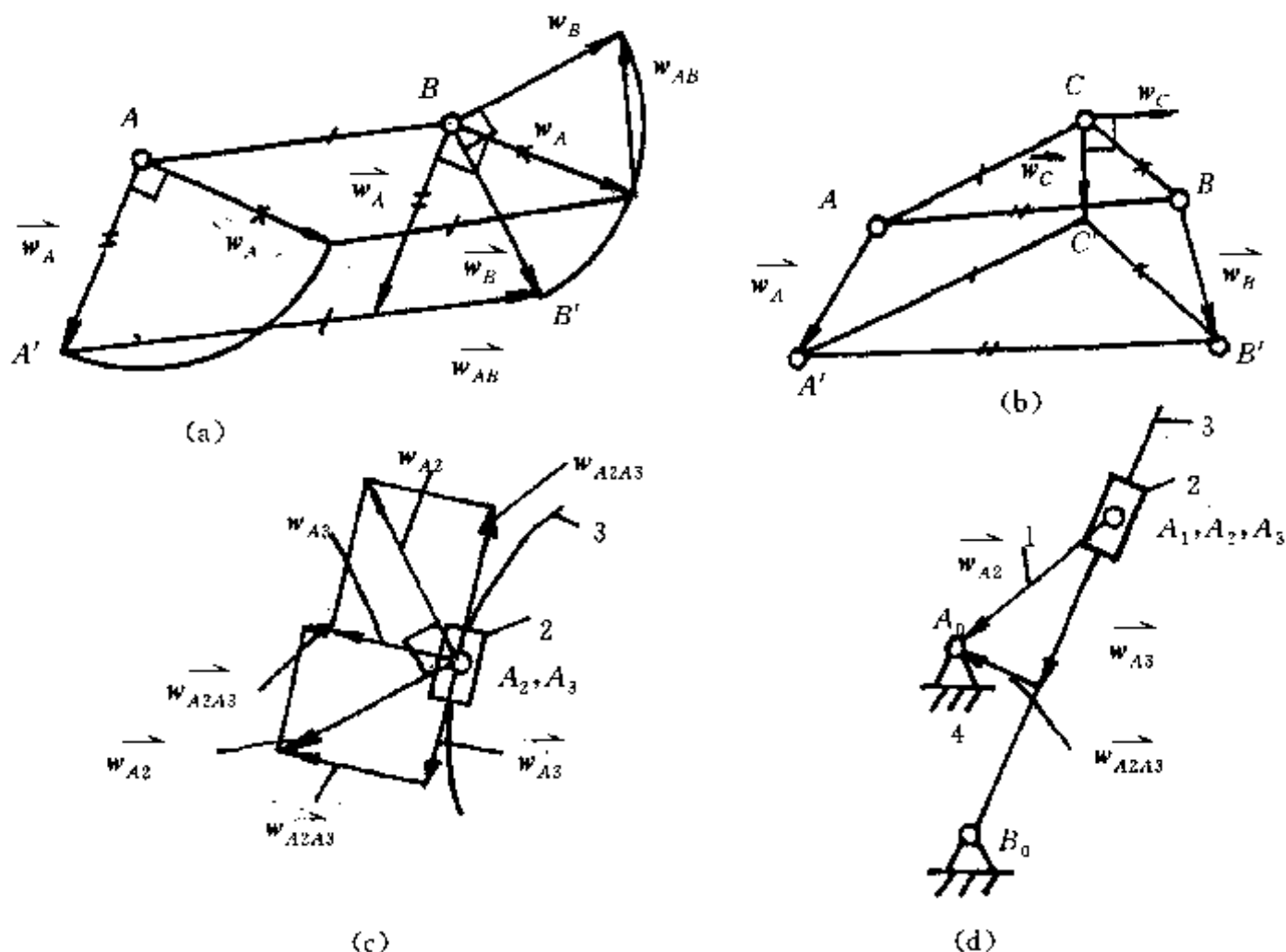


图 2-7 旋转类速度矢量图解法

图 2-7(c) 表示构件 2 可在构件 3 的弧形导轨上滑行, A_2 和 A_3 点分别属于构件 2 和构件 3, 但它们重合在一起。按点的复合运动的原理,

$$w_{A_2} = w_{A_3} + w_{A_2A_3}$$

其中 w_{A_2} 是 A_2 点的类速度, w_{A_3} 是 A_3 点的类速度, $w_{A_2A_3}$ 是 A_2 点相对 A_3 点的运动类速度。

使整个矢量图转动 90° , 得到旋转类速度矢量, 显然

$$\vec{w}_{A_2} = \vec{w}_{A_3} + \vec{w}_{A_2A_3} \quad (2-15)$$

构成矢量多边形。

图 2-7(d) 表示对曲柄导杆机构进行类速度分析的图解法。由于 A_1 与 A_2 是同一点, 有 $\vec{w}_{A_1} = \vec{w}_{A_2}$, 所以利用式(2-15), 由 A_0 点出发作导杆的垂线, 就可得出 \vec{w}_{A_3} 和 $\vec{w}_{A_2A_3}$, 很简便地完成了类速度分析。

下面举例说明如何解决实际问题。

图 2-8 为食品工业中使用的推料装置的机构运动简图。 $AA_0 = 300\text{mm}$ 是曲柄, 旋转角速度为常数 $\omega = 2\pi / S$ 。其余的尺寸为 $A_0B_0 = 600\text{mm}$, $AB = BB_0 = 500\text{mm}$, $AC = BC = 270\text{mm}$, $CD = 700\text{mm}$ 。由 C 点的运动来驱动滑块 D 作有间歇的推料运动。为了了解推料过程物体运动的平稳性, 必须求出滑块 D 运动的速度 v_D 。现求当 $\varphi = 60^\circ$ 时的 v_D 。

解: 取比例尺 $\mu_l = \frac{1}{10}$, 按比例画出机构的位置图, 见图 2-8。在方程 $\vec{w}_B = \vec{w}_A + \vec{w}_{BA}$ 中, \vec{w}_A 的

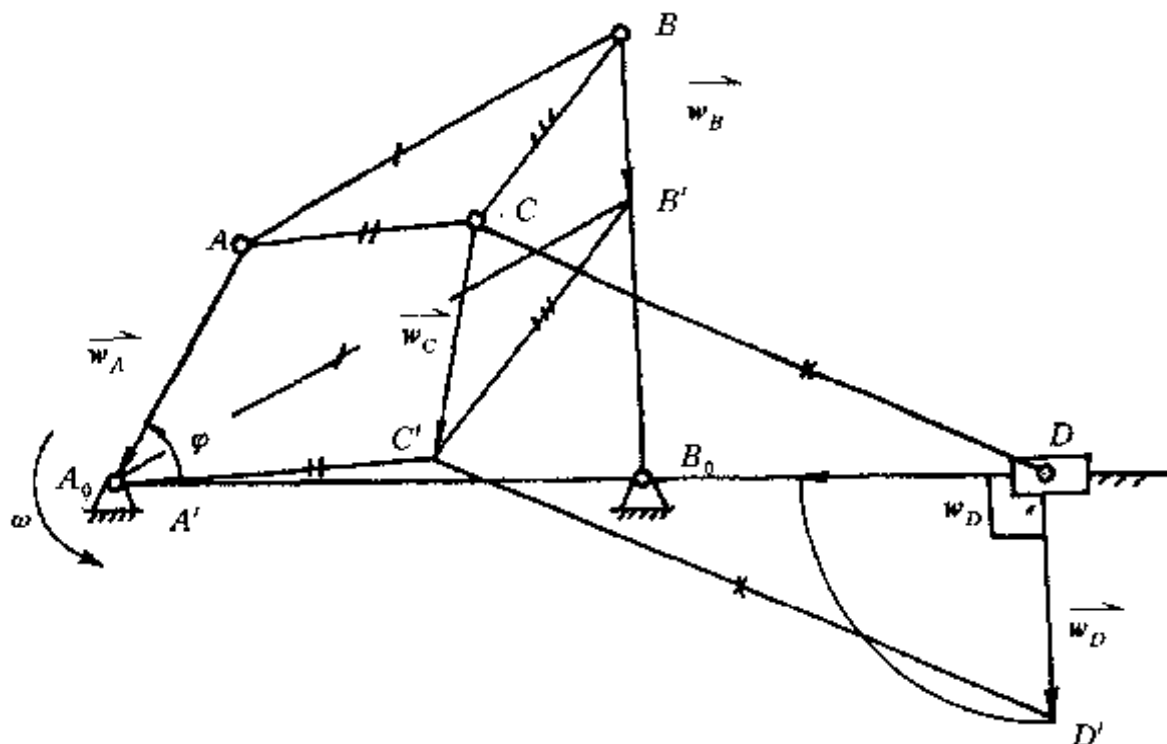


图 2-8 推料装置速度分析

大小,方向均已知, \vec{w}_B 、 \vec{w}_{BA} 的方向已知,而大小未知。因此,由该矢量方程可求出 \vec{w}_B 、 \vec{w}_{BA} 的大小。如图所示, $A' = A_0$, 作 $A'B' \parallel AB$, 得 B' 点, $BB' = \vec{w}_B$ 。再作 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 得到 C' 点, 矢量 CC' 即 \vec{w}_C 。又在 $\vec{w}_D = \vec{w}_C + \vec{w}_{DC}$ 中, \vec{w}_C 的大小, 方向已求出, \vec{w}_D 的方向垂直于滑块的运动方向, \vec{w}_{DC} 的方向与 CD 平行, 因此, 由该方程可求出 \vec{w}_D 、 \vec{w}_{DC} 的大小, 即过 C 点作 CD 的平行线, 过 D 点作滑块运动方向的垂线, 两者交于 D' 点, 矢量 DD' 就是 D 点的旋转类速度 \vec{w}_D 。从图上量出 $DD' = 27.5\text{mm}$, 考虑到比例尺, $w_D = 275\text{mm}$ 。而 D 点的实际运动速度 $v_D = w_D \cdot \omega = 275 \cdot 2 \times 2\pi = 1728\text{mm/s}$ 。将 \vec{w}_D 沿 ω 的反方向回转 90° , 即得 v_D 的方向如图 2-8 所示。

(三) 类加速度分析

在已知同一刚体上不同点之间的相对运动类速度后, 才可进行相对运动类加速度的分析。设作平面运动的刚体上 B 点相对于 A 点的相对运动类速度为 w_{BA} , 可用图 2-9 所示的方法, 图解求出 B 点相对于 A 点的类法向加速度。在图 2-9(a) 中, 以 AB 为直径作半圆, 再以 B 点为圆心, 以 w_{BA} 长为半径作弧与半圆交于 C 点。自 C 点向 AB 线作垂线, 垂足为 B'' , 矢量 BB'' 就是 B 点相对于 A 点的类法向加速度。在直角三角形 ABC 中, CB'' 是斜边 AB 上的高, 所以有 $BC^2 = BB'' \cdot BA$, 也就是说 $w_{BA}^2 = BB'' \cdot BA$, $BB'' = \frac{w_{BA}^2}{BA}$ 。下面再进一步说明 BB'' 就是 b_{BA_n} 。 B 点相对 A 点的法向加速度 $a_{BA_n} = BA \cdot \omega_{BA}^2 = BA \cdot \left(\frac{v_{BA}}{BA}\right)^2 = \frac{v_{BA}^2}{BA}$, 又 $v_{BA} = w_{BA} \cdot \omega$, 所以 $a_{BA_n} = \frac{w_{BA}^2}{BA} \cdot \omega^2$, 即 $b_{BA_n} = \frac{w_{BA}^2}{BA}$ 。这也说明 BB'' 就是 b_{BA_n} 。如果 w_{BA} 长超过 BA , 可以用图 2-9(b) 所示的方法作图。而 BB'' 仍代表类法向加速度 b_{BA_n} 。要注意法向加速度总是由 B 点指向 A 点。

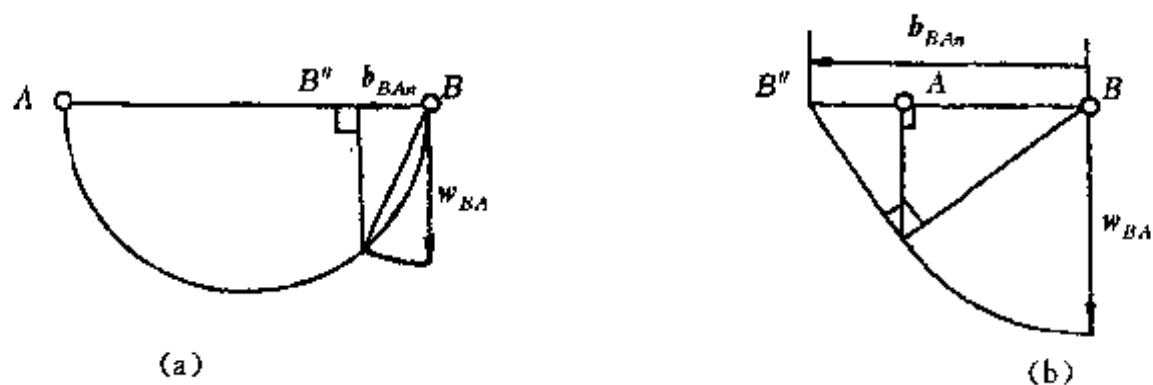


图 2-9 直角三角形法求相对运动类加速度

下面进一步研究不同刚体上重合点之间的类加速度关系。当两构件组成移动副时,若作为参照的构件作旋转运动,另一构件在参照构件上运动时会产生哥氏加速度。如图 2-10 所示,两构件作平面运动, ω_1 的向量垂直于运动平面,构件 1 上点 A 的旋转类速度为 \vec{w}_A ,指向由点 A 指向点 A_0 ,构件 2 上点 B 与构件 1 上 A 点重合,其相对于构件 1 的旋转类速度矢量为 \vec{w}_{BA} ,哥氏加速度 $a_{BAK} = 2\omega_1 \cdot v_{AB} = 2 \frac{v_A}{A_0A} \cdot v_{BA} = 2 \frac{\omega_1 \cdot \omega}{A_0A} \cdot w_{BA} \cdot \omega = 2 \frac{\omega_1}{A_0A} \cdot w_{BA} \cdot \omega^2$, 则类哥氏加速度为

$$b_{BAK} = 2 \cdot \frac{\omega_A}{A_0A} \cdot w_{BA}$$

b_{BAK} 的指向应与 w_{BA} 绕 ω 转向转 90° 相一致。

根据旋转类速度矢量很容易求出类哥氏加速度。首先 \vec{w}_{BA} 为 w_{BA} 绕 ω_1 所表示的转向转 90° 而得出,所以 \vec{w}_{BA} 的指向就表示了类哥氏加速度的指向。延长 \vec{w}_{BA} 到 $2\vec{w}_{BA}$,得到点 B' ,过 \vec{w}_A 的端点作 A_0B' 的平行线与 $2\vec{w}_{BA}$ 矢量交于 B'' 。 BB'' 就是类哥氏加速度。根据图 2-10 所显示的相似三角形,可以得出:

$$\frac{2w_{BA}}{A_0A} = \frac{b_{BAK}}{w_A}, b_{BAK} = 2 \cdot \frac{\omega_A}{A_0A} \cdot w_{BA}$$

这就证明了上述图解法是正确的。

用图解法作类加速度分析时,有一特点值得重视。设如图 2-11 所示,已知一构件上两个点 A 和 B 的类加速度,若要求另一点 C 的类加速度 b_C ,只须作 $\triangle A''B''C''$ 与 $\triangle ABC$ 相似,矢量 CC'' 就是 C 点的类加速度 b_C 。

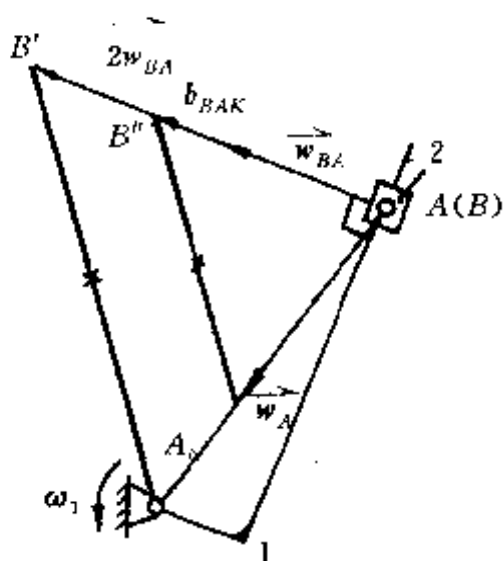


图 2-10 哥氏加速度

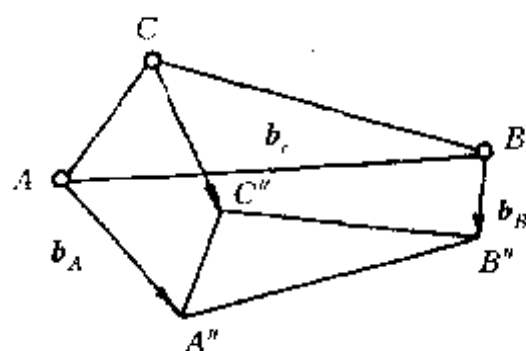


图 2-11 加速度相似图

上述特点可表述为:同一构件上各点加速度(或类加速度)矢量的始、末端组成一个图形,与原机构图形相似。

例 2-1 图 2-12 为一织布机中的打纬机构。摇杆 BB_0 上的箱座打击纬线,使之形成织物。显然,要进行机构的速度与加速度分析,才能真正确定打击力的大小。设 $l_0 = A_0B_0 = 840\text{mm}$, $l_1 = A_0A = 350\text{mm}$, $l_2 = AB = 700\text{mm}$, $l_3 = BB_0 = 700\text{mm}$, $\omega_1 = 2\pi\text{rad/s}$ 。求当曲柄转角 $\varphi = 90^\circ$ 时,摇杆上点 B 的速度 v_B 和加速度 a_B 。

解:如图 2-12(b)所示:

(1)取长度比例尺 $\mu_l = \frac{1}{10}$,画出机构运动简图。

(2)速度图解:使用旋转类速度矢量。作 A_0B' 平行于 AB ,得 $w_B = BB'$ 。由图上量出 BB' 为

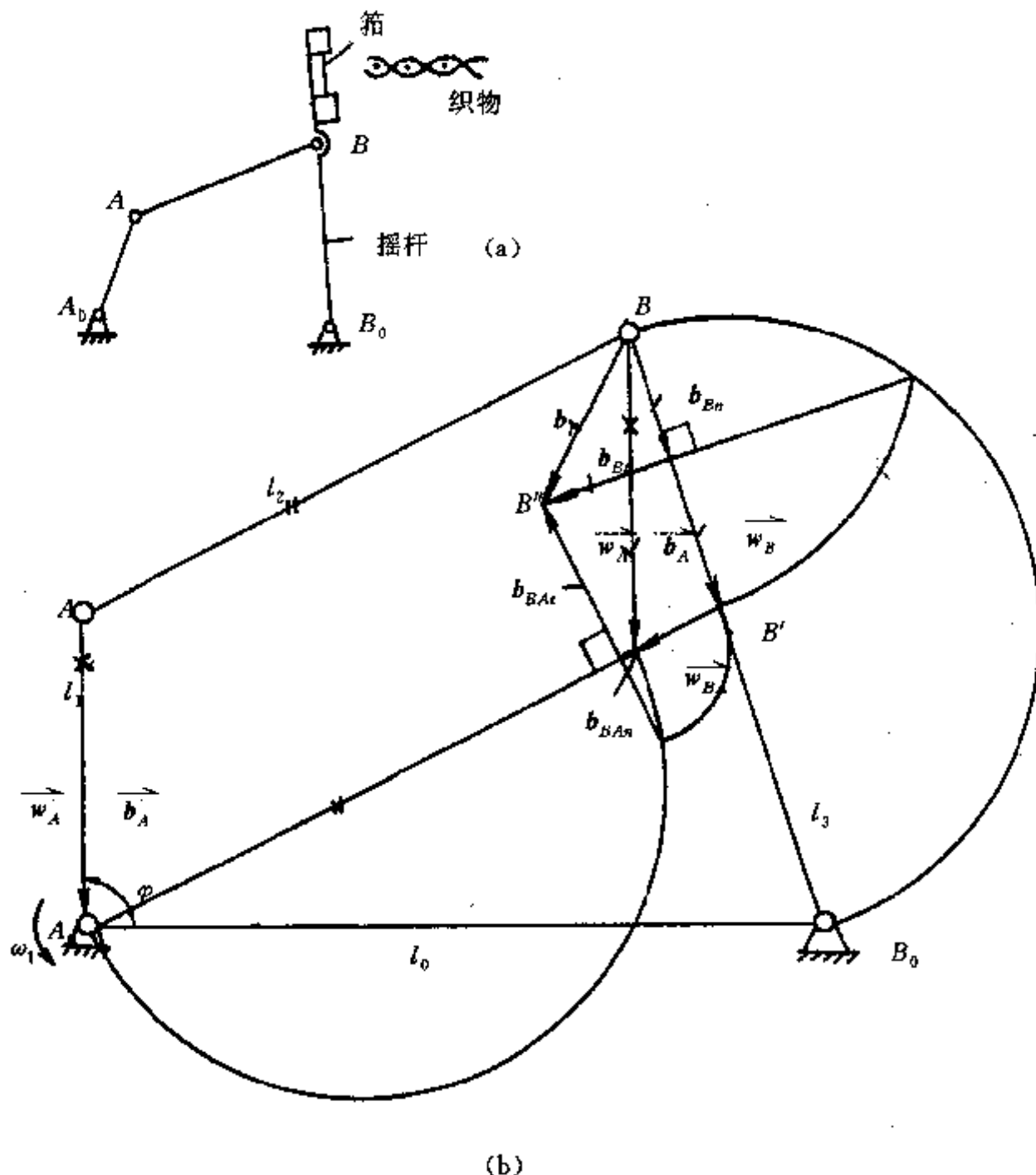


图 2-12 打纬机构运动分析

33mm, 按比例尺折算 $w_B = 330\text{mm}$, 而 $v_B = w_B \cdot \omega_1 = 330 \cdot 2\pi = 2070\text{mm/s}$ 。

(3) 加速度图解: 使用类加速度的概念。由理论力学知道,

$$b_B = b_{Bn} + b_{Bt} = b_A + b_{BA_n} + b_{BA_t}$$

其中 n 表示法向加速度, t 表示切向加速度。

用本章所叙述的直角三角形法画出 b_{Bn} 和 b_{BA_n} , 再过它们的端点分别作垂线, 两条垂线的交点为 B'' 。 BB'' 就是 B 点的类加速度矢量。图上 BB'' 长 22mm, 考虑到比例尺, $b_B = 220\text{mm}$, 所以有 $a_B = b_B \cdot \omega_1^2 = 220 \cdot (2\pi)^2 = 8690\text{mm/s}^2$ 。

例 2-2 图 2-13 是牛头刨床和插床中常用的导杆机构。设曲柄 $A_0A = 250\text{mm}$, 机架长 $A_0B_0 = 500\text{mm}$ 。求当曲柄转速 $\omega_1 = 5\text{rad/s}$ 时, $\varphi = 120^\circ$ 摇杆 3 摆动的角速度 ω_3 和角加速度 α_3 。

解: 如图 2-13 所示, 为叙述方便, 画出 (a) 和 (b) 图。

(1) 作机构的运动简图, 长度比例尺为 $\mu_l = \frac{1}{10}$ 。由图上量出, 摇杆 3 上 $BB_0 = 67\text{mm}$ 。

(2) 作加速度分析: 采用旋转类速度方法, 在直角三角形 A_0BB' 中, $AA_0 = BA_0 = \vec{w}_A$, $BB' = \vec{w}_B$, $B'A = \vec{w}_{AB}$ 。由图上量出 $BB' = 20\text{mm}$ 。

$$\omega_3 = \frac{v_B}{BB_0} = \frac{\omega_1 \cdot w_B}{BB_0} = \frac{\omega_1 \cdot 20}{67} = 1.49\text{rad/s}$$

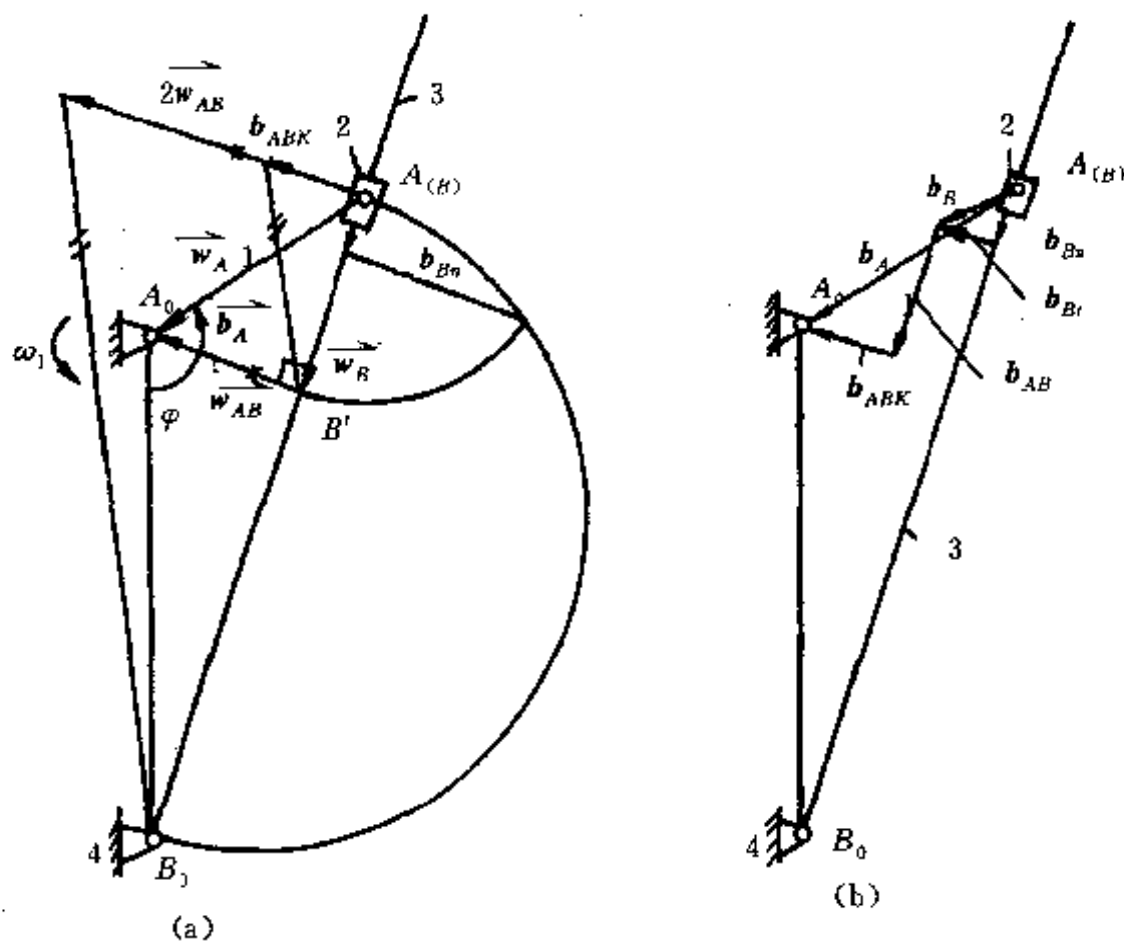


图 2-13 导杆机构的运动图解法

方向为将 \vec{w}_B 逆 ω_1 回转 90° , 逆时针方向。

(3) 作加速度分析: 首先在图 2-13(a) 中图解求出类加速度矢量 b_{B_0} 和 b_{ABK} 。根据理论力学, 有

$$b_A = b_{B_0} + b_{B_0} + b_{AB} + b_{ABK}$$

b_{B_0} 和 b_{ABK} 的大小和方向都已求出; b_A 矢量总是等于 AA_0 ; 而 b_{B_0} 和 b_{AB} 的方向已知, 大小不知道。在图 2-13(b) 中排出了上述矢量方程的矢量环。由图上量 $b_{B_0} = 6\text{mm}$ 。

$$\alpha_3 = \frac{a_{B_0}}{BB_0} = \frac{\omega_1^2 \cdot b_{B_0}}{BB_0} = \frac{5^2 \times 6}{67} = 2.24 \text{ rad/s}^2$$

三、旋转类速度矢量矢端曲线及其应用

(一) 旋转类速度矢量矢端曲线

经常需要对机构运动的全过程进行运动分析。以图 2-14 所示曲柄摇杆机构为例, 要了解摇杆上 B 点的运动类速度, 可置曲柄在多个位置而逐一画出 \vec{w}_B 矢量, \vec{w}_B 矢端的曲线称为旋转类速度矢量矢端曲线, 它反映了点 B 运动的类速度的大小和变化情况。从图中可见, 摇杆摆角为 ψ 。而在曲柄与摇杆同向转动过程中, 曲柄相应转角 φ_H 大于反向过程中的转角 φ_r 。图中 \vec{w}_{B1} 和 \vec{w}_{B2} 表示点 B 处于同一位置, 但曲柄处于两个不同位置的 B 点的旋转类速度矢量, 摇杆与曲柄同向运动时的类速度 w_{B1} 小于反向运动时的 w_{B2} , 机构有急回特性。

(二) 法线法确定加速度

旋转类速度矢量矢端曲线反映了类速度变化的情况, 可从曲线图图解求出点 B 运动的类加速度。

在图 2-15(a) 中, 点 A 运动的轨迹已知, 点 A 在三个不同位置 A_{i-1} 、 A_i 和 A_{i+1} 的类速度矢量也已知。把三个不同位置上的类速度矢量按顺、逆时针方向各转 90° , 可得出两条旋转类速度矢量矢端曲线。为了求位置 A_i 时的类加速度, 只要从 \vec{w}_{A_i} 矢量的端部作矢端曲线的法线, 两条法线的交点为 A_i'' , $A_i A_i''$ 就是位置 A_i 时点 A 的类加速度矢量(证明见后)。为了较准确地画出曲线的法线, 可采用图 2-15(b) 所示的三圆法, 即在位置 A_i 处画出一个较小的圆, 再如图示画出相同半

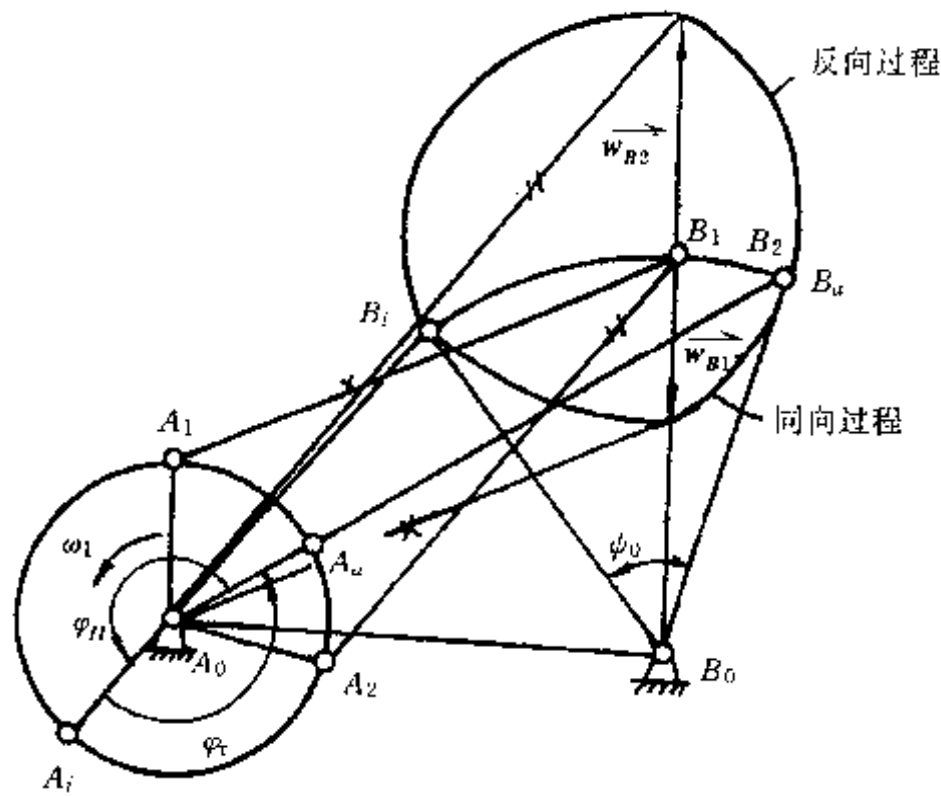


图 2-14 旋转类速度矢量矢端曲线

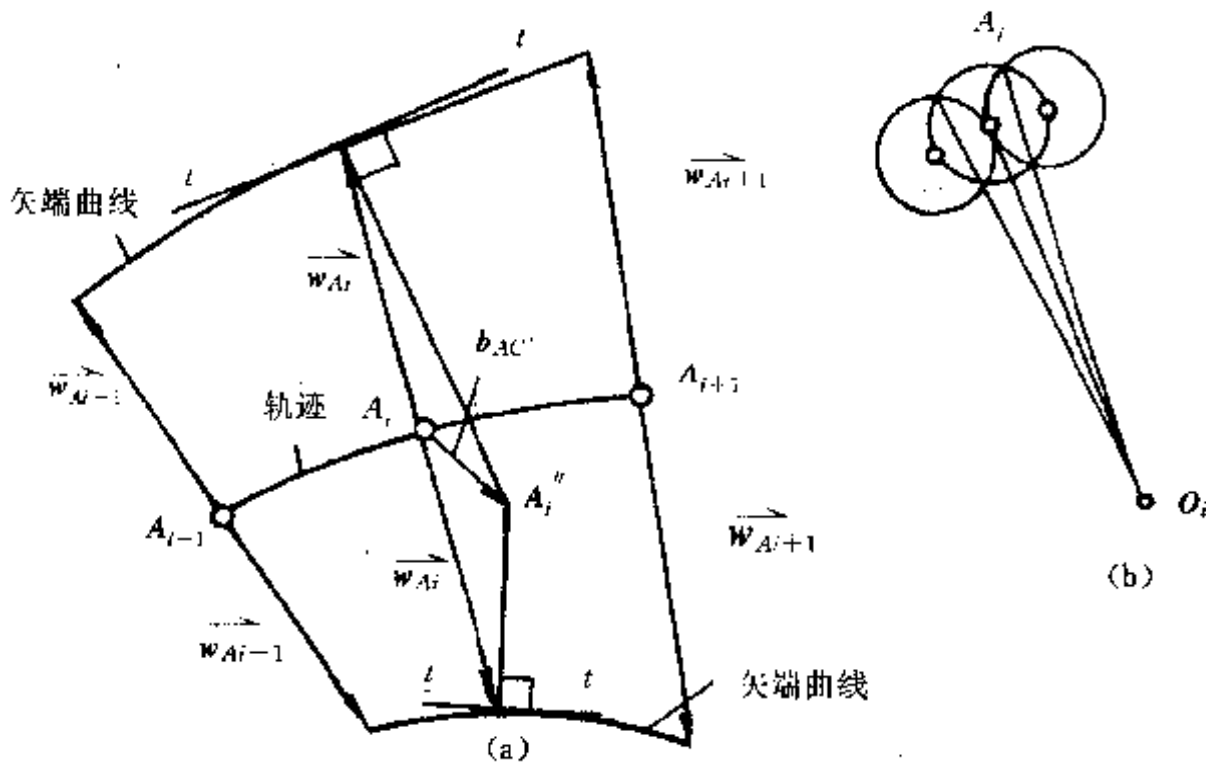


图 2-15 法线法确定加速度

径的其他两个小圆，利用圆与圆交点的连线，可得出 A_i 的近似曲率中心 O_i ， $A_i O_i$ 就是曲线的法线。

用这种方法确定加速度，特别适用于已经对机构多个位置的运动速度进行了图解分析的情况。当机构复杂，杆件数多，存在哥氏类加速度等时，利用这种方法，可直接由类速度矢量确定类加速度矢量，免除了求类加速度的逐级推导，免除分析哥氏类加速度的大小和方向。

例 2-3 对图 2-12 所示的打纬机构，作出机构运动全过程的类速度分析，并说明用法线求 B 点类加速度的过程。

解：如图 2-16 所示，作出摇杆与曲柄同向或反向旋转时点 B 的旋转类速度矢量矢端曲线共四根，每两根为一组。为求出当曲柄处于 1 和 2 位置时点 B 的类加速度，采用法线法。在图中 $B_1 B_1'' = b_{B1}$ ， $B_2 B_2'' = b_{B2}$ 。若要求出点 B 的实际加速度，则 $a_{B1} = b_{B1} \cdot \omega_1^2$ ， $a_{B2} = b_{B2} \cdot \omega_1^2$ 。

例 2-4 在图 2-17 中，由一个偏置的导杆机构驱动连杆 CD 和摇杆 DD_0 ，使摇杆实现大摆角的输出。试确定曲柄在某一位置时点 D 的类速度和类加速度。

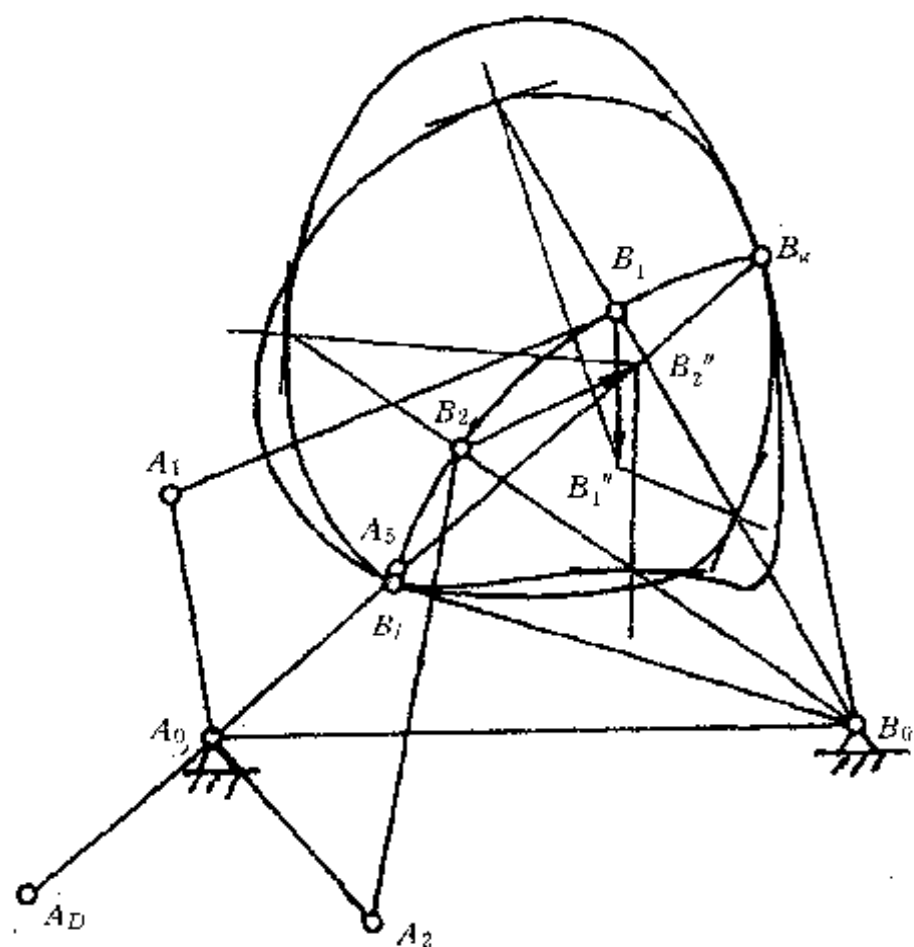


图 2-16 法线法分析打纬机构的类加速度

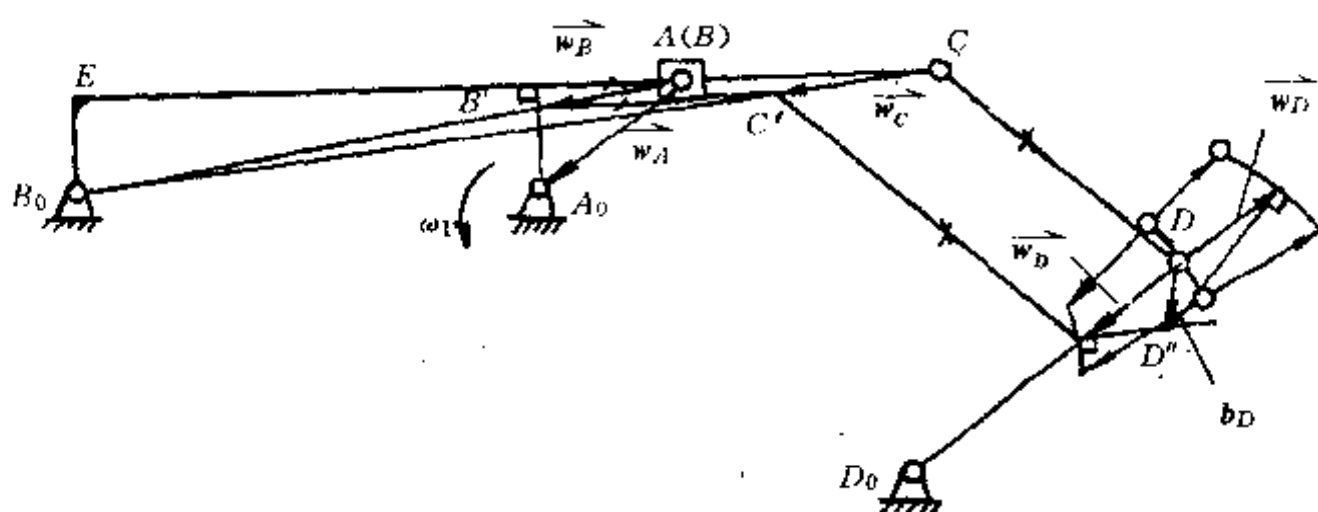


图 2-17 多杆机构运动分析

解：

(1) 作类速度分析：作 $\triangle A_0AB'$ 与 BB_0 交于 B' 点，其中 A_0B' 垂直于 CE ， AB' 表示点 B 的旋转类速度。用同一构件上旋转类速度始末端组成相似图形的原理画出 \vec{w}_C ，再进一步画出 \vec{w}_D 。为知道摇杆的转向，可令 \vec{w}_D 回退旋转到 \vec{w}_D' 方向，可知摇杆在该位置时作逆时针摆动。若要求 v_D ，即点 D 的实际类速度，则 $v_D = \omega_1 \cdot w_D$ 。

(2) 求类加速度：把 \vec{w}_D 矢量在另一指向上画出。再令曲柄转两个小角度，进行类速度图解。图上已画出了与点 D 所在位置邻近时的类速度。作 \vec{w}_D 端点的矢端曲线的法线，得交点 D'' ， DD'' 为点 D 的类加速度 b_D 。

使用这种方法有时会遇到特殊情况，即旋转类速度矢量矢端点作的两条矢端曲线的法线可能重合。若法线方向与点轨迹线相垂直，说明此时点作匀速运动，它只有法向类加速度，在已知点运动轨迹曲率半径的情况下，可用前述的直角三角形法求解。若法线方向与点轨迹相切，说明点的运动仅有切向类加速度，只能利用相对运动图解法，借助于旋转速度矢量和求相对运动类加速度的直角三角形法，从原动件开始，逐级图解求出。

下面证明法线法的正确性。为了说明方法的普遍性，说明时使用速度和加速度的概念。

如图 2-18 所示, 设平面中的点 A 的位置以复数矢量 R 表示, $R = re^{i\theta}$, r 表示模而 θ 表示幅角。 R 的导数 \dot{R} 为点 A 的速度。作 \dot{R} 的顺、逆时针 90° 旋转矢量, 按照复数运算的规则, 应分别为 $i\dot{R}$ 和 $-i\dot{R}$, 其中 i 表示虚数, 其矢端为点 A' 和 B' 。现在点 A' 的位置可用 $R + i\dot{R}$ 来表示, 其导数 $\dot{R} + i\ddot{R}$ 必然与矢端曲线相切。将 $\dot{R} + i\ddot{R}$ 回转 90° 得矢量 $-i(\dot{R} + i\ddot{R})$, 其端点为 A'' 。在三角形

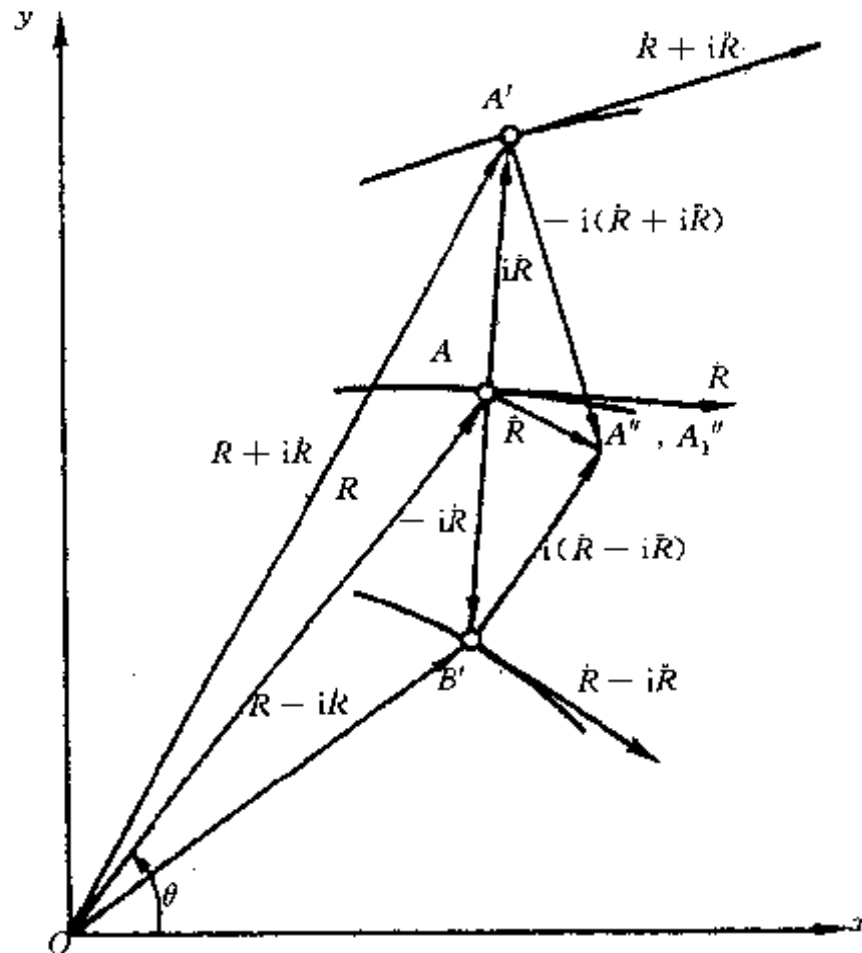


图 2-18 法线法的证明

$AA''A'$ 中, 有

$$AA'' = AA' + A'A'' = i\dot{R} - i(\dot{R} + i\ddot{R}) = \ddot{R}$$

这说明 AA'' 为点 A 的加速度矢量。

点 B 的位置为 $R - i\dot{R}$, 其对时间的导数为 $\dot{R} - i\ddot{R}$, 将其回转 90° , 得矢量 $i(\dot{R} - i\ddot{R})$ 和矢端 A''_1 , 同样有

$$AA''_1 = AB' + B'A''_1 = -i\dot{R} + i(\dot{R} - i\ddot{R}) = \ddot{R}$$

所以 A'' 和 A''_1 重合, 也就证明矢端曲线上点 A 和 B 作的法线的交点 A'' 为点 A 加速度矢量的端点。

四、速度瞬心及其应用

(一) 单自由度机构速度瞬心的确定

平面机构中一个构件对另一构件的相对运动可看成在该瞬时绕某确定点转动, 这个点称为速度瞬心。构件 x 相对构件 y (或反之) 的运动的瞬心用符号 xy 表示。在特殊情况下, 相对运动可以是定点转动, 速度瞬心与连接两构件的转动副相重合; 相对运动也可能是移动, 速度瞬心位于相对移动的垂直方向上, 在无限远处, 以 xy_∞ 表示。

平面上三个相互运动的构件 x 、 y 和 z 可组成三个速度瞬心 xy 、 yz 和 zx , 这三个瞬心应位于一条直线上, 称为三心定理。

一个机构由 n 个构件组成, 则速度瞬心的数目为

$$x = \binom{n}{2} = \frac{n}{2}(n-1) \quad (2-16)$$

可以写成瞬心矩阵的形式。以 $n=5$ 为例,它的瞬心矩阵为

12				
13	23			
14	24	34		
15	25	35	45	

要注意,瞬心 12 与瞬心 21 是同一点,而符号 11、22 等不代表瞬心而毫无意义。

为了找出机构上所有的速度瞬心,可利用瞬心多边形法。如图 2-19 所示,首先对机构中所有构件编号,按构件数画出多边形的顶点,每个顶点代表一个构件。对已知的瞬心 xy ,用顶点 x 和 y 间的一个粗实线表示。为了寻找未知的瞬心(例如瞬心 13),要找出包含它的一个四边形,若四边形的四条边都已知,见图 2-19(b),则认为四边形的各要素都确定,从而可画出四边形的对角边,即要求的瞬心。在图中,由顶点 1、2、3、4 组成的四边形的四条边都已知为粗实线,则对角边 13 和 24 都可以画出,它们表示了构件 1 和 3,构件 2 和 4 之间的瞬心。在瞬心多边形上求出的瞬心,可在图 2-19(a)所示的机构位置图上用三心定理求出。

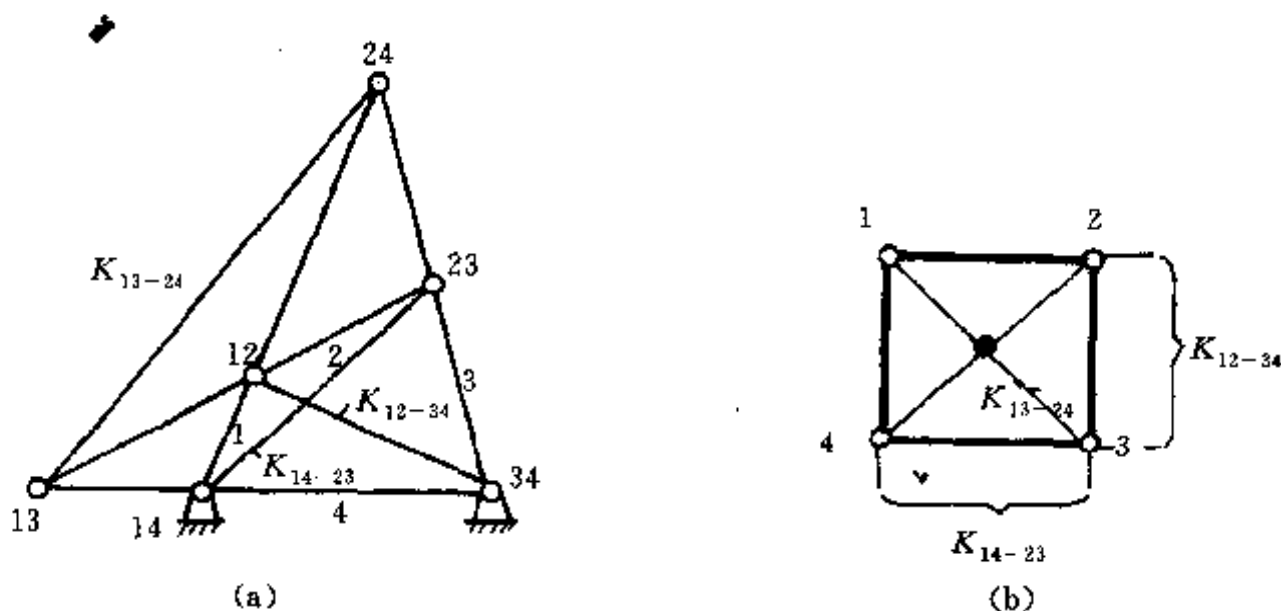


图 2-19 速度瞬心与瞬心多边形

在机构位置图上,数字编号不同的瞬心间连线,称为共线轴,例如图 2-19(a)中所示的共线轴 K_{13-24} 是表示了瞬心 13 和 24 间的连线。位置图上的线在瞬心多边形上应以点表示,(b) 图中 13 和 24 线的交点就是共线轴 K_{13-24} 。对于图 2-19 所示的四杆机构,有三根共线轴,即机构中每四个构件(1、2、3、4)可组成三根共线轴 K_{12-34} 、 K_{13-24} 和 K_{14-23} 。若机构有 n 个构件,共线轴的数目为

$$k = 3 \binom{n}{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{8} \quad (2-17)$$

共线轴在研究机构的传动比,确定转折圆等方面都很有用,这一点在后面论及。

例 2-5 图 2-20 为自动织机的引纬机构简图。滑杆 5 上的 E 点牵引纬线进入经线之间,形成织物。若已知 $A_0A=250\text{mm}$, $C_0C=600\text{mm}$, $CB=350\text{mm}$, $BD=600\text{mm}$, $A_0C_0=710\text{mm}$, $AB=1225\text{mm}$, $\alpha=340\text{mm}$, $\varphi_1=60^\circ$, 曲柄转速 $n_1=125\text{r/min}$ 为常数。试求 v_B 、 v_C 和 v_D 。

解:见图 2-21。

(1) 以长度比例尺 $\mu_l = \frac{1}{10}$ 作出机构的位置图。

(2) 作类速度分析:点 B 在构件 2 上相对点 A 运动,须知道点 B 运动的方向,才能进行相对运动图解法。作瞬心多边形如图 2-21(b)。凡与运动副有关,可直接判定的瞬心都用粗实线表

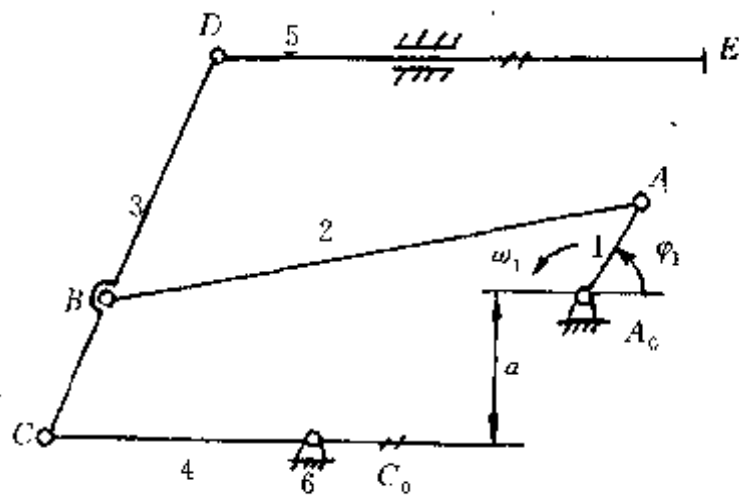


图 2-20 织机引纬机构

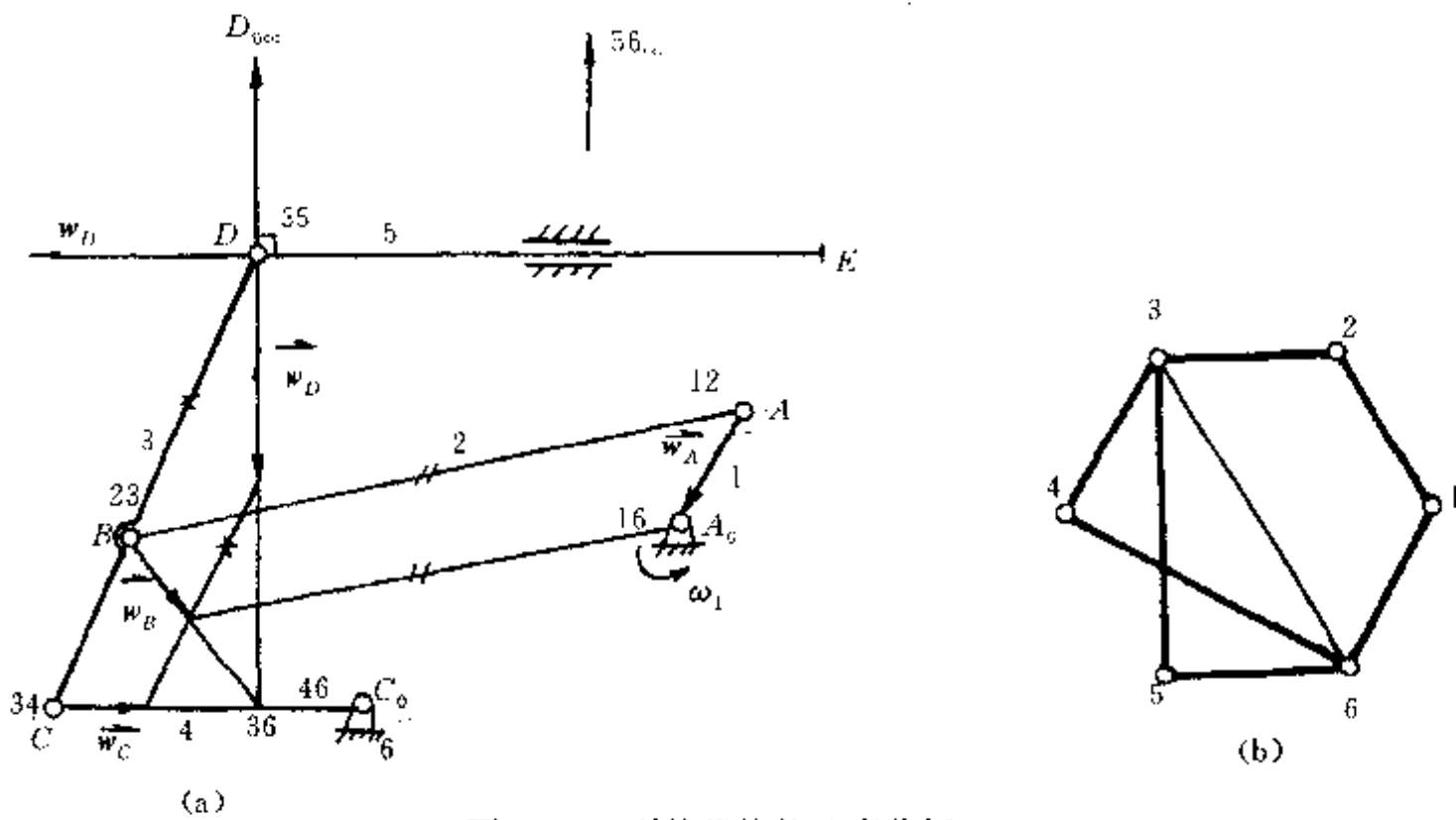


图 2-21 引纬机构的速度分析

示。为知道点 B 的运动方向, 要求出包含了点 B 的构件 3 相对于机架 6 的瞬心 36。在瞬心多边形中, 四边形 3456 的四条边为粗实线, 所以其对边 36 和 45 可以得出, 根据需要, 只求 36。在位置图上, 瞬心 35 和 56 的连线与瞬心 34 和 46 的连线交于一点, 这个点就是瞬心 36。可以看出如下规律:

$$36 \begin{cases} 3x & 6x \\ 3y & 6y \end{cases}$$

在图示瞬时, 构件 3 绕瞬心 36 转动, 点 B 的旋转类速度方向应在点 B 与瞬心 36 的连线上。按照旋转类速度矢量作图法, 可求出 \vec{w}_B, \vec{w}_C 和 \vec{w}_D , 考虑到长度比例尺的关系, $w_B = 200\text{mm}$,

$w_C = 180\text{mm}, w_D = 440\text{mm}$ 。

$$v_B = w_B \cdot \omega_1 = 200 \cdot \frac{2\pi \cdot 150}{60} = 2620\text{mm/s}$$

$$v_C = w_C \cdot \omega_1 = 2358\text{mm/s}$$

$$v_D = w_D \cdot \omega_1 = 5764\text{mm/s}$$

令 \vec{w}_D 回转 90° , 得 w_D 矢量, 表示滑杆运动的方向, 图 2-21(a) 中已表明。

(二) 二自由度机构速度瞬心的确定及其应用

工程中常使用二自由度平面连杆机构，对其速度瞬心的分析比单自由度机构复杂，这主要是由于机构有两个输入运动。下面根据运动链的形式，分闭环和开环予以讨论。

首先讨论闭环。如图 2-22 所示，平面五连杆机构 A_0ACBB_0 ，设构件 1 和构件 4 主动， ω_{15} 和 ω_{45} 为其相对机架旋转角速度，并有 $\omega_{45} = n\omega_{15}$ ， $n \neq 0$ 。分析机构在图示位置的所有瞬心。

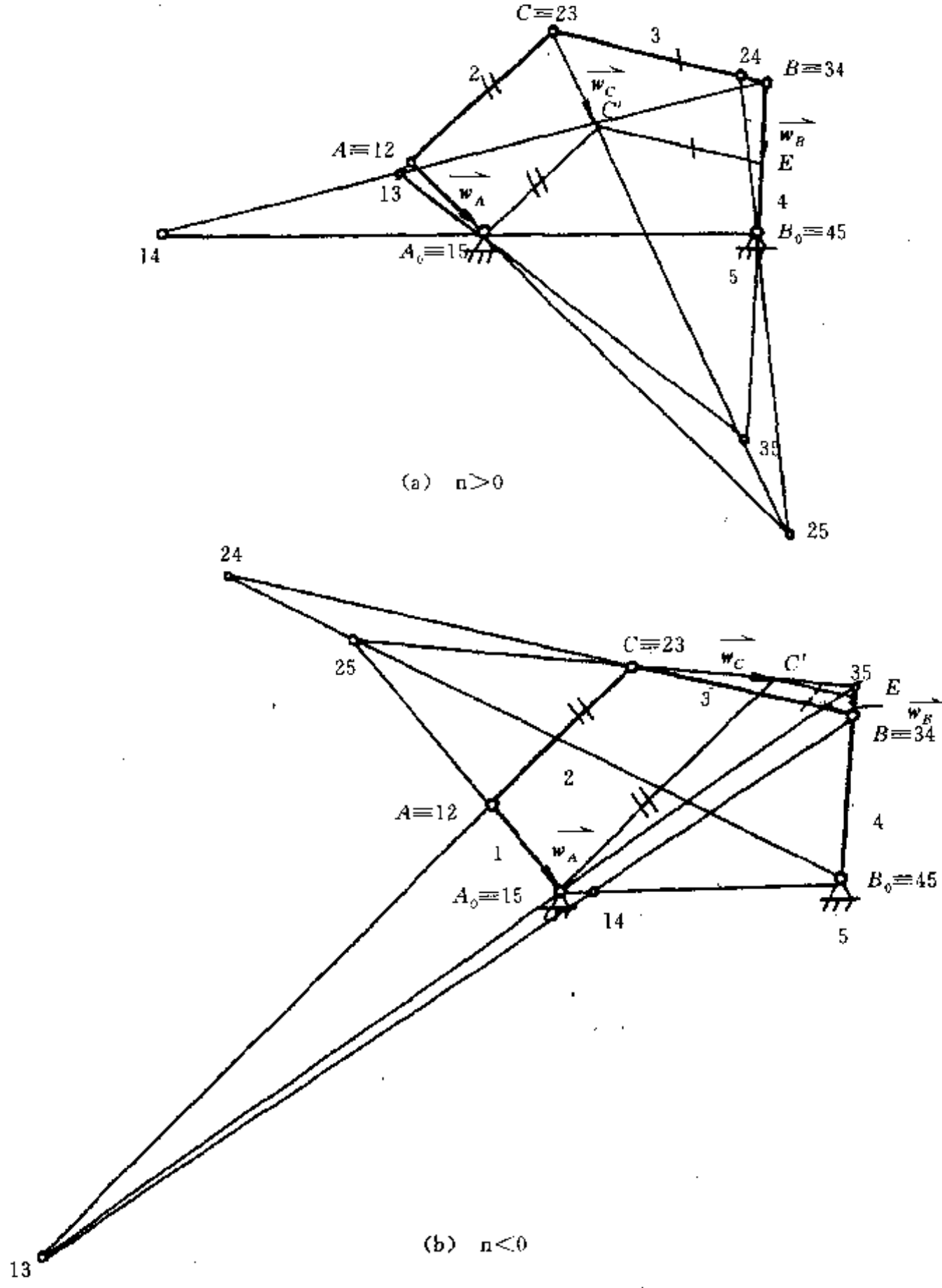


图 2-22 平面五连杆机构速度瞬心分析

瞬心多边形如图 2-23 所示，粗实线表示可直接通过观察法得出，其余瞬心不能直接通过三心定理求解，必须借助以下方法。

根据旋转类速度矢量有

$$\vec{w}_C = \vec{w}_A + \vec{w}_{CA} \quad (2-18)$$

$$\vec{w}_C = \vec{w}_B + \vec{w}_{CB} \quad (2-19)$$

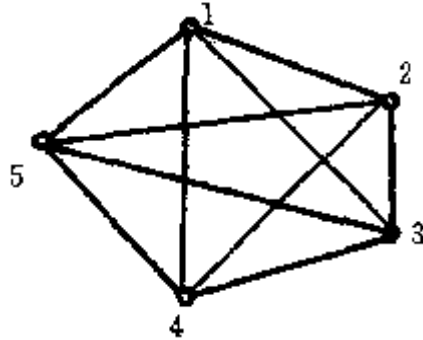


图 2-23 平面五连杆机构瞬心多边形

两式相等,即

$$\vec{w}_A + \vec{w}_{CA} = \vec{w}_B + \vec{w}_{CB} \quad (2-20)$$

由式(2-20)可定出 \vec{w}_C , 即 C 点的旋转类速度矢量方向, C 点同时属于构件 2、3, 构件 2、3 的绝对瞬心 25 和 35 必在 \vec{w}_C 线上。再结合三心定理可定出瞬心 25、35 的位置。作图步骤如下。

$n > 0$ 时, 见图 2-22(a)。

(1) 在有向线段 AA_0 上作矢量 $\vec{w}_A = AA_0$; 在有向线段 BB_0 上取 E 点, 使 $BE = nBB_0$, BE 即为矢量 \vec{w}_B 。

(2) 过 A_0 点作 AC 平行线, 过 E 点作 BC 平行线, 得交点 C' , CC' 即为矢量 \vec{w}_C 。

(3) CC' 与 AA_0 之交点为 25, 与 BB_0 之交点为 35, 其余瞬心由三心定理结合图 2-23 求出。

$n < 0$ 时, 见图 2-22(b)。

在有向线段 BB_0 的反方向上取 E 点, 使 $BE = |n| \cdot BB_0$, 其余步骤同上, 求得的瞬心如图 2-22(b) 所示。

此方法可推广到更高级的二自由度平面连杆机构, 如七杆、九杆机构等。

下面讨论开环。

在机械手中往往采用开环机构。图 2-24 即为一关节式机械手的机构简图。设 $\omega_{32} = n\omega_{21}$, $n \neq$

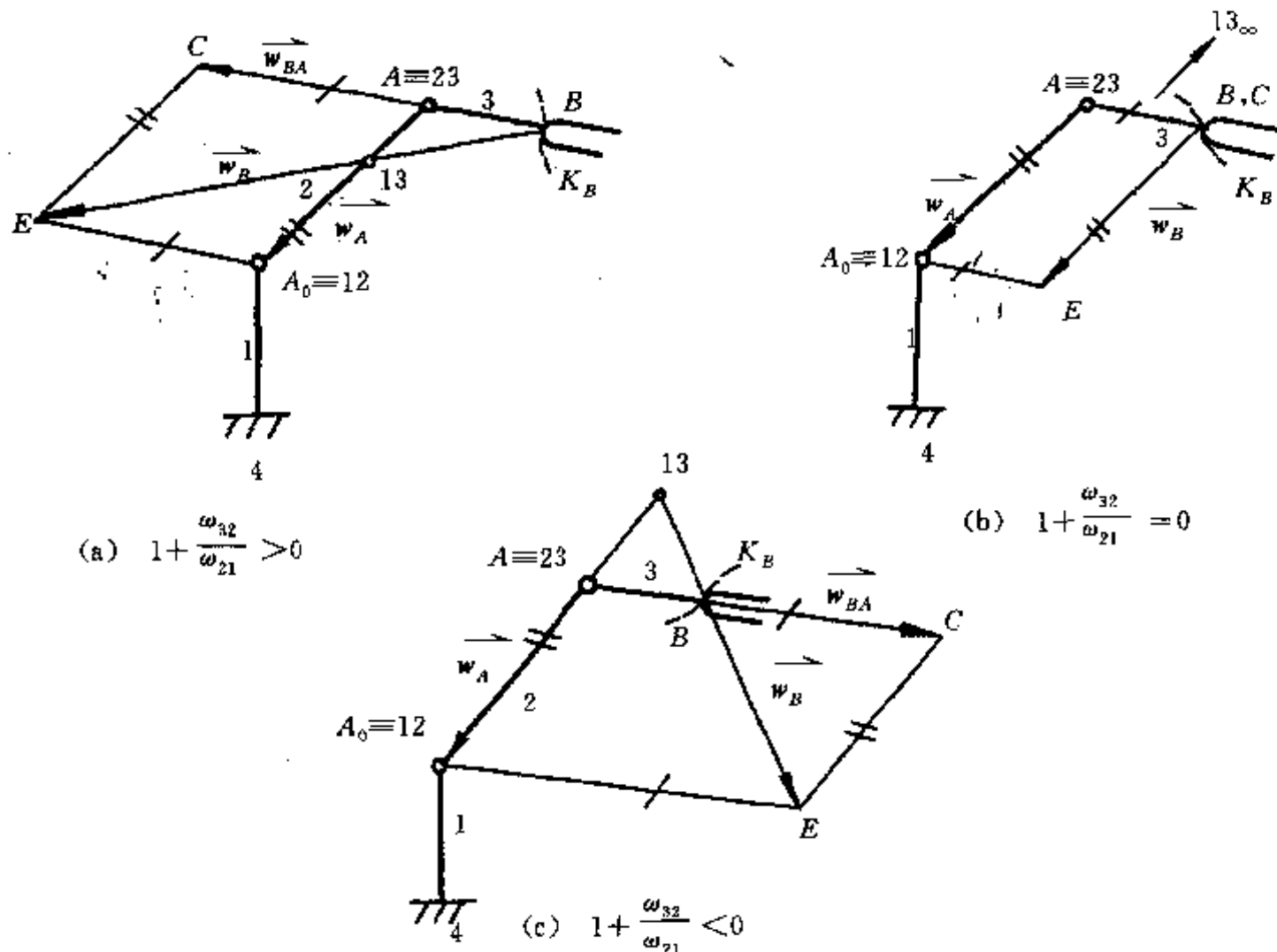


图 2-24 关节式机械手机构的速度瞬心分析

0, 分析在图示位置机构所有的瞬心。

速度瞬心多边形见图 2-25, 瞬心 13 不能直接由三心定理求解, 须由下述方法解决。

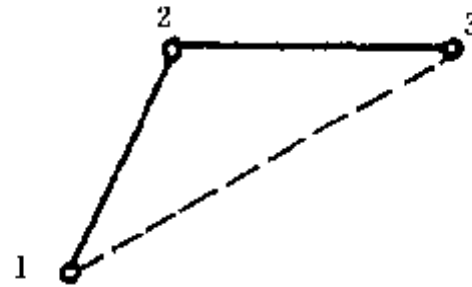


图 2-25 关节式机械手机构的瞬心多边形

构件 3 上 B 点对 A 点的相对速度为

$$v_{BA} = BA \cdot \omega_{31}$$

另外, 设 A 点的旋转类速度矢量 \vec{w}_A 为单位矢量, 则 B 点对 A 点的相对速度可写成

$$v_{BA} = w_{BA} \cdot \omega_{21}$$

式中 w_{BA} 为 B 点相对于 A 点的旋转类速度矢量 \vec{w}_{BA} 的大小。由于 \vec{w}_{BA} 在 AB 线上, 因此, 可设 $w_{BA} = BC$, C 在 AB 上的位置确定如下。

由式(2-17)、式(2-18)有

$$BA \cdot \omega_{31} = w_{BA} \cdot \omega_{21} \quad (2-21)$$

而 $\omega_{31} = \omega_{32} + \omega_{21}$, $w_{BC} = BC$, 代入式(2-21)得

$$BC = \left(1 + \frac{\omega_{32}}{\omega_{21}}\right) \cdot BA \quad (2-22)$$

由式(2-22)通过作图法可定出 C 点位置, 即 \vec{w}_{BA} 可求。对 A、B 点有

$$\vec{w}_B = \vec{w}_A + \vec{w}_{BA}$$

式中 \vec{w}_A 、 \vec{w}_{BA} 大小、方向均已求得, 则 \vec{w}_B 可求。B 点所在构件 3 的绝对瞬心必在 \vec{w}_B 方向上, 从而可得到 13 的位置。图中 K_B 为 B 点的运动轨迹, 在该瞬时轨迹切线与 \vec{w}_B 矢量垂直。

需要注意的是, 式(2-20)中的 BC、BA 均为有向线段。当 $1 + \frac{\omega_{32}}{\omega_{21}} > 0$ 时, BC 与 BA 同向; 当 $1 + \frac{\omega_{32}}{\omega_{21}} = 0$ 时, $BC = 0$, B 点与 C 点重合; 当 $1 + \frac{\omega_{32}}{\omega_{21}} < 0$ 时, BC 与 BA 反向。作图步骤如图 2-24 所示。

下面举例说明上述方法的应用。

例 2-6 图 2-26(a) 为一种机械手的示意图。两连架杆与机架铰接并分别由步进电机驱动, 从而控制机械手爪部 K 点的运动。已知 $A_0B_0 = 200\text{mm}$, $A_0A = 620\text{mm}$, $AC = 275\text{mm}$, $B_0B = 270\text{mm}$, $BC = 815\text{mm}$, $AK = 930\text{mm}$, $CK = 660\text{mm}$, A_0B_0 垂直于工作台面。当 $\angle A_0B_0B = 105^\circ$ 和 $\angle B_0A_0A = 165^\circ$ 时, 要求 K 点的运动方向与工作台面垂线间的夹角 $\alpha = 26^\circ$, 试确定该位置两连架杆的转速之比 n_{15}/n_{45} 。

作出该机械手的机构简图, 如图 2-26(b) 所示, 为一闭环平面五连杆机构。

在图 2-26(b) 中, 过 K 点作 v_K 垂线, 与 AA_0 延长线交点即为 25。根据前述方法, 过 A_0 作 AC 平行线, 与 25C 延长线交于 C' 点; 过 C' 点作 BC 平行线, 与 B_0B 延长线交于 E 点, $\vec{w}_B = \vec{BE}$ 与 BB_0 方向相反, 说明 n_{45} 与 n_{15} 异向, 即在该问题中 $n < 0$ 。

由 $BE = |n| \cdot BB_0$, 则 $\frac{n_{15}}{n_{45}} = \frac{\omega_{15}}{\omega_{45}} = \frac{1}{n} = \frac{BB_0}{BE}$, 由图 2-26(b) 量得 $BE = -455\text{mm}$, 故 $\frac{n_{15}}{n_{45}} = -0.593$ 。

另外, 由 v_K 方向可判定 n_{25} 为逆时针方向, 通过 A 点速度可判定 n_{15} 为顺时针方向。 n_{45} 与 n_{15} 转向相反, 即逆时针方向。

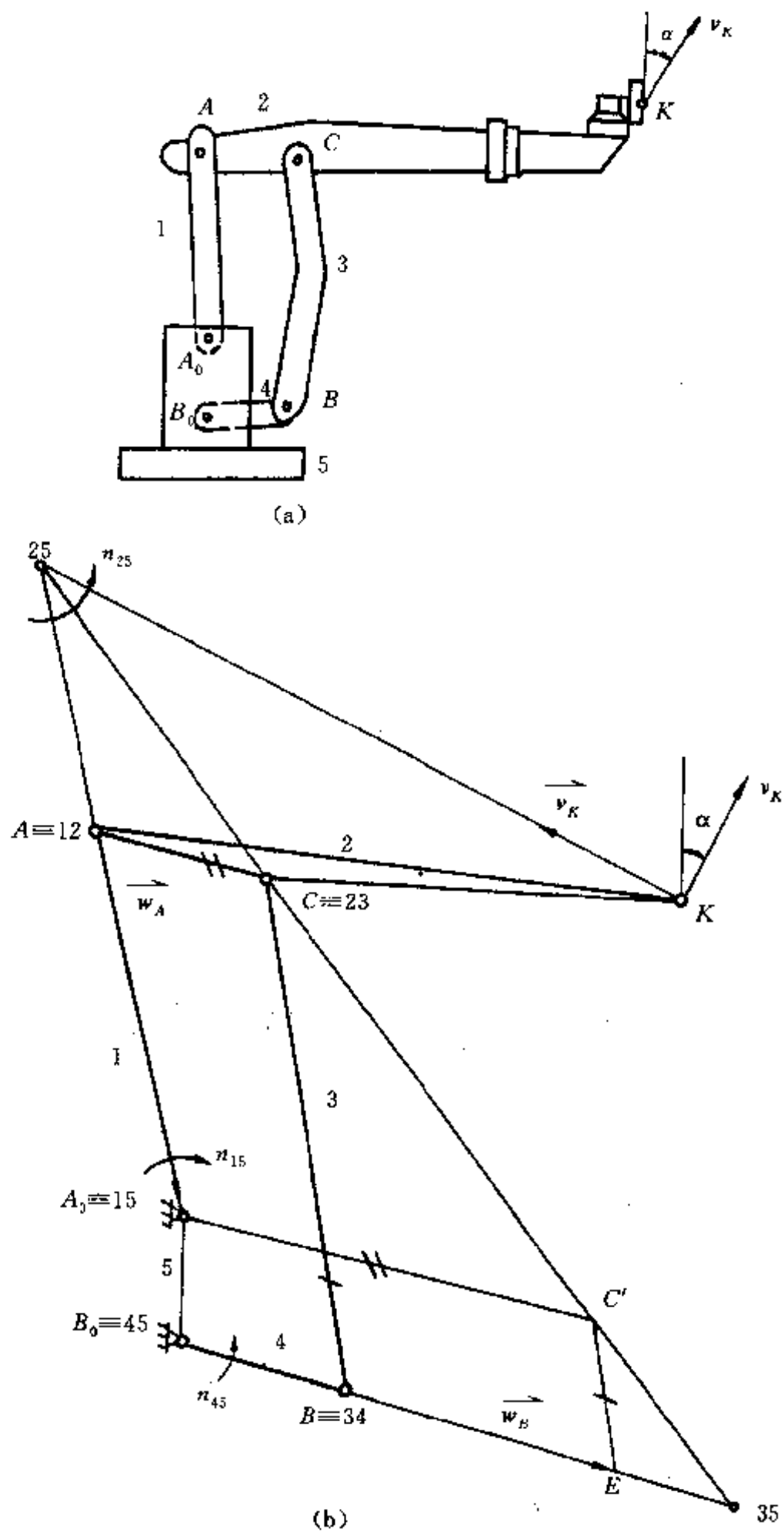


图 2-26 闭式链机械手运动分析

例 2-7 图 2-27(a)为一关节式机械手示意图。构件 1 和 2 分别由步进电机驱动。通过控制两步进电机转速，从而保证 B 点的运动方向。已知 $AA_0=120\text{mm}$ ， $AB=60\text{mm}$ 。当 $\angle BAA_0=150^\circ$ ， $\angle AA_0F=140^\circ$ 时，要求 B 点的运动方向与工作台面垂线之间的夹角 $\alpha=30^\circ$ ，试确定该位置两步进电机的转速之比 n_{21}/n_{13} 。

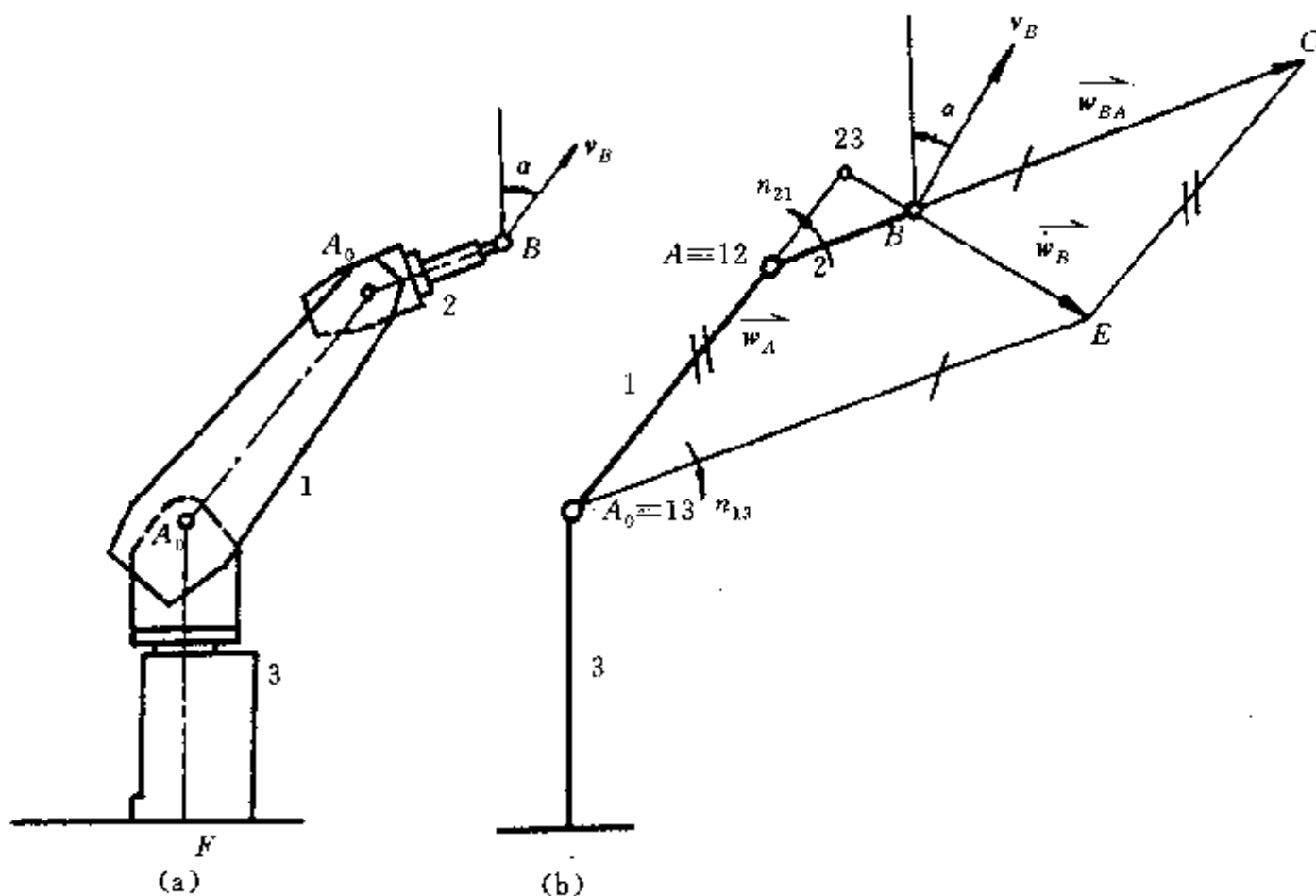


图 2-27 开式链机械手运动分析

作出该机械手的机构简图，如图 2-27(b) 所示，为一开式链机构。过 B 点作 v_B 垂线，与 A_0A 延长线交点即为 23。由前述方法，过 A_0 作 AB 平行线与 23B 交于 E 点；过 E 点作 A_0A 平行线与 AB 交于 C 点。C 点位于 BA 的反方向上，说明 $1 + \frac{\omega_{21}}{\omega_{13}} < 0$ 。由式(2-20)得， $1 + \frac{\omega_{21}}{\omega_{13}} = -\left|\frac{BC}{BA}\right|$ ，由图 2-27(b) 量得 $BC=160\text{mm}$ ，因此， $\frac{n_{21}}{n_{13}} = -3.666$ 。

另外，由 v_B 方向可判定 n_{23} 为逆时针方向，通过 A 点判断 n_{13} 为顺时针， n_{21} 与 n_{13} 转向相反，即逆时针方向。

五、确定传动比

在工程上大量使用传动机构把输入的旋转运动转变为输出的旋转运动。输入运动转速 $n_{\text{主}}$ 与输出运动转速 $n_{\text{从}}$ 之比称为传动比 i 。在表示转速即角速度时，用 ω_{xy} ，表明构件 x 对构件 y 转动的角速度。显然有 $\omega_{xy} = -\omega_{yx}$ 。根据上述定义，可写出传动比 $i_{11-21} = \frac{\omega_{41}}{\omega_{21}}$ ，称为简单传动比，其中两个角速度都是相对同一构件而言；而 $i_{34-21} = \frac{\omega_{34}}{\omega_{21}}$ 称为对角传动比，其中角速度是由两对构件间的相对运动组成。

传动比与机构的运动快慢无关，而仅取决于机构的几何参数。例如一对齿轮的传动比为常数而不论它们转得快或慢，相对运动的角速度总是绕相对运动的速度瞬心，所以利用速度瞬心可方便地解决传动比的问题。

(一) 简单传动比的确定

简单传动比只涉及机构中的 3 个构件, 可组成三个速度瞬心, 按三心定理, 它们必在一条直线上。瞬心间的有向线段称为瞬心距, 如图 2-28 所示, 可计算出传动比

$$i_{34-14} = \frac{\omega_{34}}{\omega_{14}} = \frac{\overline{13 \ 14}}{\overline{13 \ 34}} = \frac{g_{14}}{g_{34}}$$

ω_{34} 中的标注为 34, 而把代表它的瞬心距 $\overline{13 \ 14}$ 中的共同数字 1 去掉, 剩下的也是 34。利用标注的这个关系可迅速找出正确的瞬心距。现在上式中有向线段 $\overline{13 \ 14}$ 和 $\overline{13 \ 34}$ 在图 2-28(a) 中同方向, 即 i_{34-14} 为正, ω_{14} 与 ω_{34} 转向相同; 而在图 2-28(b) 中为负。在图 2-28(c) 中 $\overline{13 \ 14}$ 长度为零, 所以 $\omega_{34} = 0$ 。为了图解时方便, 可作有向线段 g_{14} 和 g_{34} , 平行, 传动比等于这两根有向线段的比值, 而 g_{34} 为常量, 所以只要量出 g_{14} 就表示了传动比。取曲柄 1 的不同位置, 画出一系列 g_{14} 线段, 就可得知 i_{34-14} 随曲柄转动变化的规律。

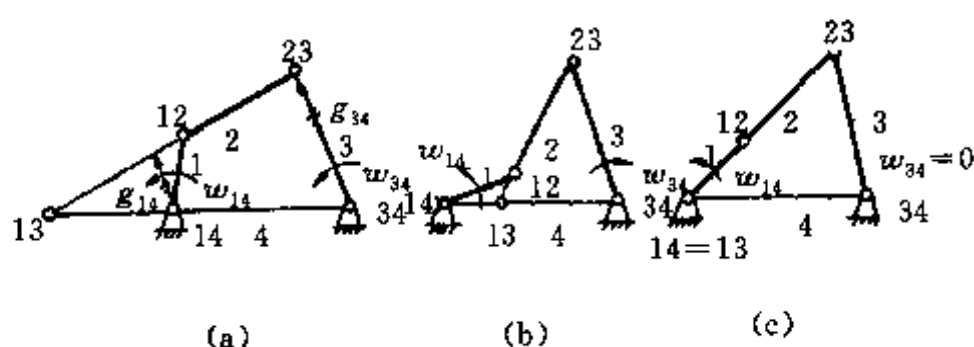


图 2-28 曲柄摇杆机构中的简单传动比

图 2-29 举出了两种凸轮机构。在图(a)中, 凸轮推动摇杆摆动。

$$i_{23-13} = \frac{\omega_{23}}{\omega_{13}} = \frac{\overline{12 \ 13}}{\overline{12 \ 23}}$$

在图示位置时, 瞬心距 $\overline{12 \ 13}$ 与 $\overline{12 \ 23}$ 方向相同, 所以 ω_{23} 与 ω_{13} 转向相同。

图 2-29(b) 为在仪表和轻工机械中常采用的凸轮机构, 利用钢带 4 作传动件。瞬心距 $\overline{12 \ 13}$ 与 $\overline{12 \ 23}$ 反向, ω_{23} 与 ω_{13} 转向相反。

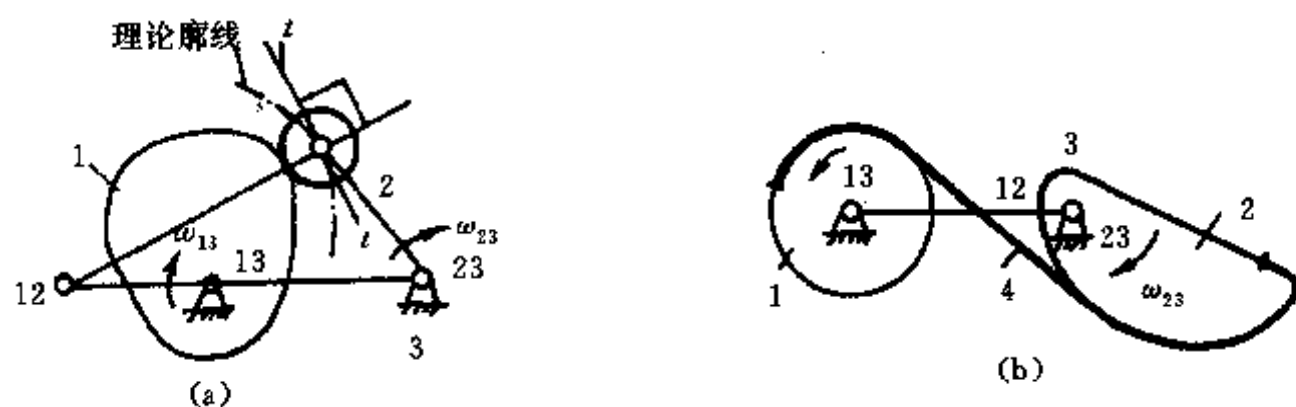


图 2-29 传动比的确定

在图 2-30 的 6 杆机构中, 要确定传动比 i_{56-16} 。构件 1 和 5 安装在机架 6 的同一个转动副上,

$$i_{56-16} = \frac{\omega_{56}}{\omega_{16}} = \frac{\overline{15 \ 16}}{\overline{15 \ 56}} = \frac{0}{0}$$

为了得到 i_{56-16} 的值, 可增加某构件的角速度到上述方程中去, 该角速度包含有 ω_{56} 和 ω_{16} 中的公共标注 6, 这里选用 ω_{26} 。上式可改写成

$$i_{56-16} = \frac{\omega_{56}}{\omega_{26}} \cdot \frac{\omega_{26}}{\omega_{16}} = \frac{\overline{25\ 26}}{\overline{25\ 56}} \cdot \frac{\overline{12\ 16}}{\overline{12\ 26}}$$

式中需要瞬心 25 与 26。由图 2-30(b) 所示的瞬心多边形可以看出, 可由四边形 1245 找出瞬心 25, 由四边形 1236 找出瞬心 26, 图中用细实线表示。而位置图(a)上可按上述关系找出瞬心 25 和 26。由位置还可以看出, 瞬心距 25 16 与 25 26 同向, 但 12 16 与 12 26 反向, 所以输出角速度 ω_{56} 与输入角速度 ω_{16} 反向。

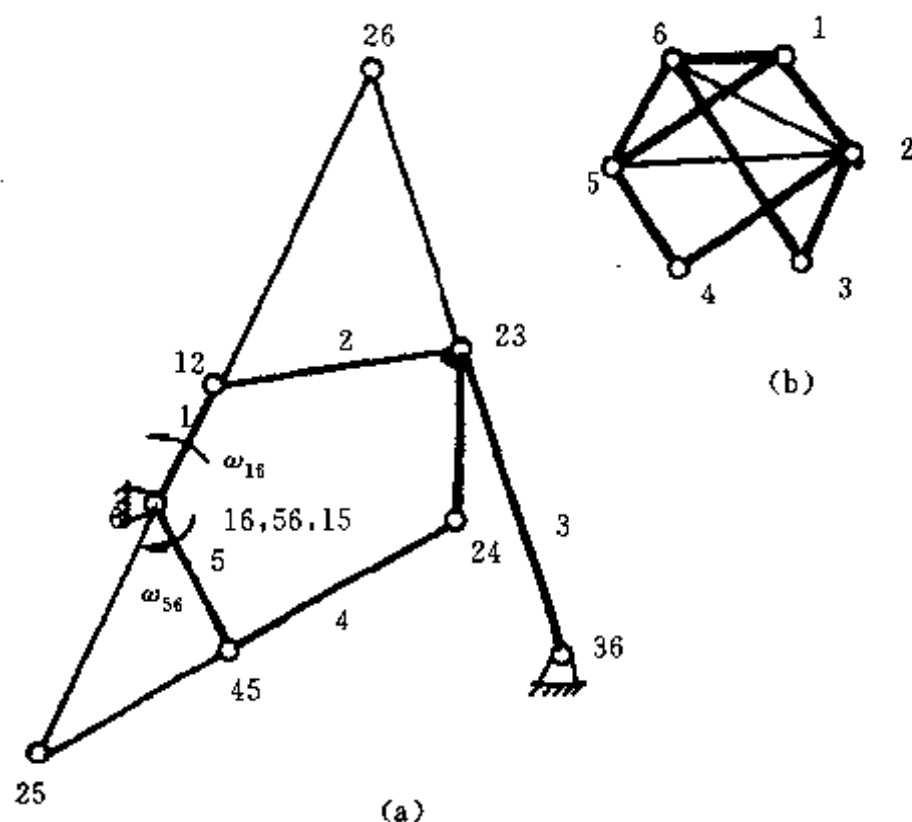


图 2-30 当瞬心重合时传动比的确定

(二) 对角传动比的确定

用图 2-31 所示的四杆机构来说明确定对角传动比的方法。设要确定

$$i_{23-14} = \frac{\omega_{23}}{\omega_{14}}$$

传动比可表示为两个有向的瞬心距之比, 它们分别从瞬心 14 和 23 出发。为找到终止点, 要利用共线轴。

$$\left. \begin{array}{l} \omega_{23} \\ \parallel \\ \omega_{14} \end{array} \right\} K_{12-34}$$

瞬心 14 和 23 的连线与共线轴 K_{12-34} 交于 R 点, 见图 2-31(a), 有

$$i_{23-14} = \frac{\omega_{23}}{\omega_{14}} = \frac{\overline{14R}}{\overline{23R}}$$

因为 $\overline{14R}$ 与 $\overline{23R}$ 反向, ω_{23} 与 ω_{14} 反向。

上述方法可用梅内劳斯定理证明, 这里从略。

若要求出

$$i_{32-14} = \frac{\omega_{32}}{\omega_{14}}$$

可先得出相关的共线轴为

$$\left. \begin{matrix} \omega_{32} \\ \parallel \\ \omega_{14} \end{matrix} \right\} K_{13-24}$$

瞬心 14 与 23 的连线与 K_{13-24} 的交点为 5, 见图 2-31(b),

$$i_{32-14} = \frac{\omega_{32}}{\omega_{14}} = \frac{\overline{14S}}{\overline{23S}}$$

注意到 $\omega_{23} = -\omega_{32}$, 可以得出

$$i_{23-14} = -i_{32-14} = \frac{\overline{14R}}{\overline{23R}} = -\frac{\overline{14S}}{\overline{23S}}$$

在上式中瞬心距 $14R$ 容易找到, 而 $14S$ 不容易找到, 因为共线轴 K_{12-34} 可在机构位置图立即画出, 而共线轴 K_{13-24} 不能立即画出, 所以在求对角传动比时要选择较好的标注配合(上例中标注配合 12-34 比 13-24 好)。另外, 只有当构件数大于、等于 4 才会出现对角传动比的问题。

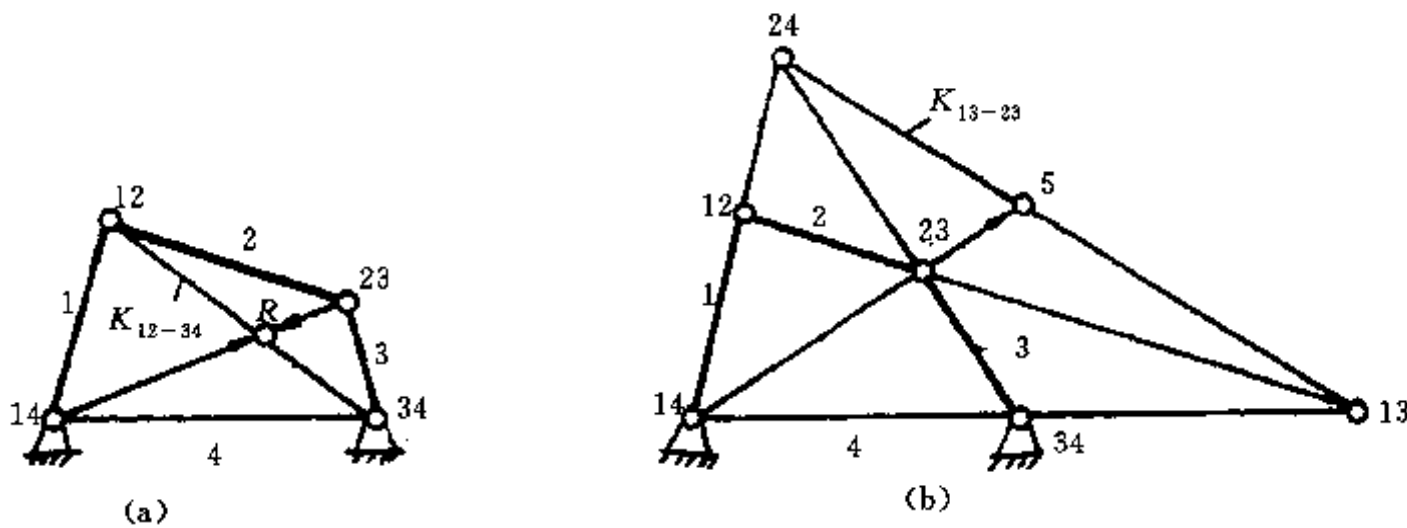


图 2-31 在四杆机构中确定对角传动比

现举应用实例。

例 2-8 图 2-32(a) 为三齿轮四连杆组合机构, 主动曲柄 1 上固结有齿轮以 ω_{16} 匀速转动, 从动齿轮 5 可作多种形式的输出运动以满足工程技术的需要。现求在图示位置时, 从动齿轮 5 的角速度 ω_{56} 。此外, 还要求出齿轮 4 相对摇杆 3 的角速度 ω_{43} , 以供设计齿轮 4 和相应的销轴使用。

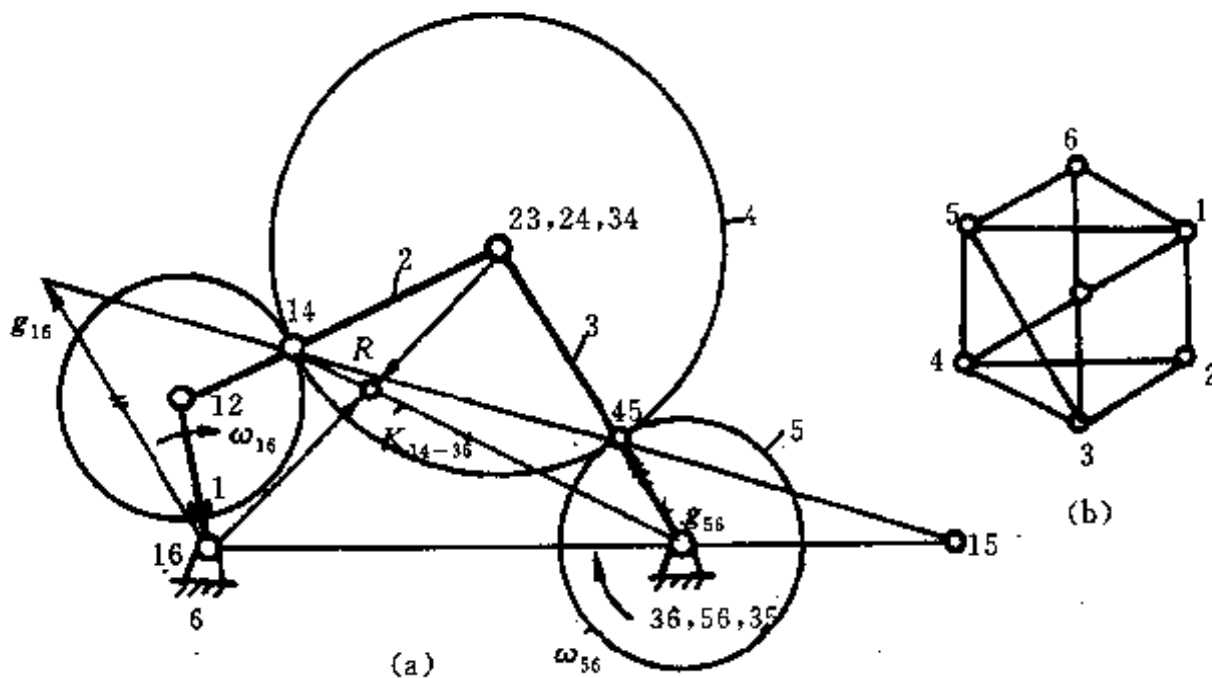


图 2-32 三齿轮四杆组合机构

解:

(1) 在图 2-32(a) 中根据构件与运动副的关系, 找到一系列速度瞬心, 在图 2-32(b) 中已用粗实线表示了立即可找到的瞬心。

$$(2) \quad i_{56-16} = \frac{\omega_{56}}{\omega_{16}} = \frac{\overline{15\ 16}}{\overline{15\ 56}}$$

在上式中, 需要知道 3 个瞬心 15、16 和 56 的位置。瞬心 16 和 56 已知, 瞬心 15 未知, 在图 (b) 上应为 1、5 点的连线, 它可由四边形 1456 得出。在图 (a) 上利用三心定理, 由瞬心 14 和 45 的连线与瞬心 16 和 56 的连线的交点得出 15。

为了便于研究曲柄 1 处于不同位置时的 ω_{56} 值, 在图 (a) 中还画出有向线段 g_{16} 平行于 g_{56} 。

$$\frac{\omega_{56}}{\omega_{16}} = \frac{\overline{15\ 16}}{\overline{15\ 56}} = \frac{g_{16}}{g_{56}}$$

因为 g_{56} 的长度不变, 所以只要量出 g_{16} 即可表示传动比的大小, 又当 g_{16} 与 g_{56} 反向时, 表示 ω_{56} 与 ω_{16} 方向相反。

$$(3) \quad i_{43-16} = \frac{\omega_{43}}{\omega_{16}} = \frac{16R}{34R}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega_{43} \\ \omega_{16} \end{array} \right\} K_{14-36}$$

借助于共线轴 K_{14-36} 与瞬心 16 和 34 的连线可得出点 R , 即两条线段的交点。

$$\omega_{43} = \omega_{16} \cdot \frac{16R}{34R}$$

在图示位置, 因为 $16R$ 与 $34R$ 反向, 所以 ω_{43} 为负值。

(三) 简单传动比的极值

对于非匀速传动机构, 传动比随位置的变化而变化, 它必存在极值。对于简单传动比, 可利用下列方法, 判断出简单传动比为极值时机构的位置。

在图 2-33 所示四连杆机构中, 当共线轴 K_{13-24} 垂直于连杆 2 时, 简单传动比 i_{34-14} 出现极值。这种条件可称为正交条件。图中 (a) 和 (b) 分别表示传动比 i_{34-14} 取正、负极值时机构的位置。

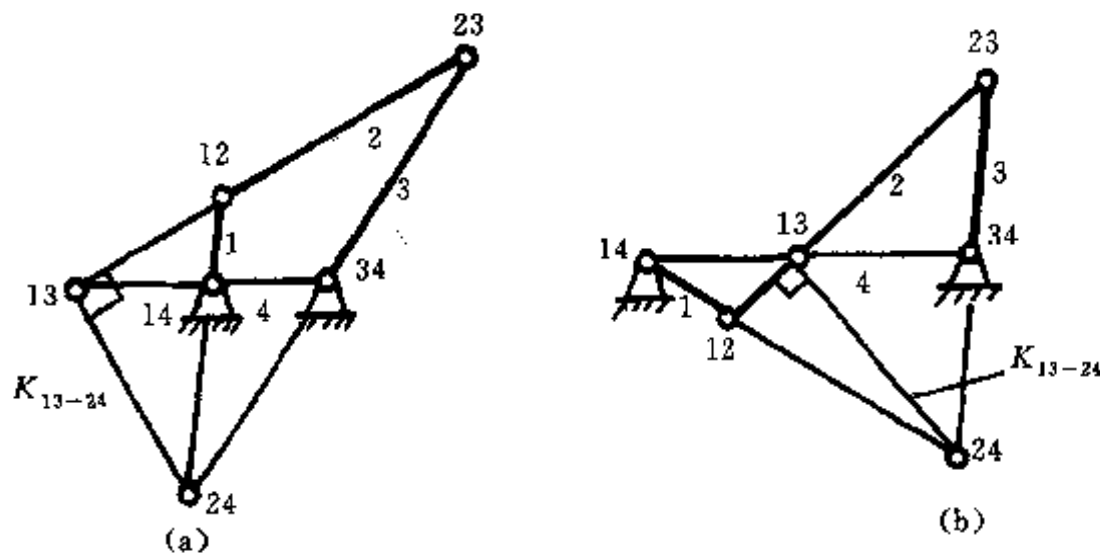


图 2-33 简单传动比为极值时机构的位置

在传动比 i_{34-14} 的标注中不含有数字 2, 而当 K_{13-24} 垂直于标注数为 2 的构件时, 传动比有极值。可以类推, 当要得知传动比 i_{24-41} 的极值时, 只要找出 K_{13-24} 垂直于构件 3 的机构位置即可。证明如下。

在图 2-34 所示的四杆机构中,其简单传动比

$$i_{34-14} = \frac{\omega_{34}}{\omega_{14}} = \frac{\overline{13\ 14}}{\overline{13\ 34}} = \frac{\overline{13\ 14}}{\overline{13\ 14} + \overline{14\ 34}} = \frac{r_{34}}{r_{34} + l_4}$$

其中 $r_{34} = \overline{13\ 14}$ 和 $l_4 = \overline{14\ 34}$ 为机架长。

$$\frac{di_{34-14}}{d\varphi} = \frac{dr_{34}}{d\varphi} \cdot \frac{l_4}{(r_{34} + l_4)^2}$$

若 $\frac{dr_{34}}{d\varphi} = 0$, 则传动比 i_{34-14} 有极值。为了求出 $\frac{dr_{34}}{d\varphi}$, 在图 2-34 中附加了一个双滑块组, 滑块 5 套在连杆 2 上, 滑块 6 可沿机架方向作移动, 两者用铰销在 H 点铰接起来, 点 H 与瞬心 13 正好重合。现在 $A_0H = r_{34}$, 当曲柄 1 转动时, 滑块 6 的移动类速度 ω_{H6} 正好表示了 $\frac{dr_{34}}{d\varphi}$ 。点 H 同时是构件 2、5 和 6 上的点。按照构件间相互运动的关系, 其类速度有下列关系:

$$\omega_{H5} = \omega_{H6} = \omega_{H2} = \omega_{H5H2}$$

其中 ω_{H5} 、 ω_{H6} 、和 ω_{H2} 分别是构件 5、6 和 2 上点 H 的类速度, ω_{H5H2} 是构件 5 相对构件 2 运动的类速度。

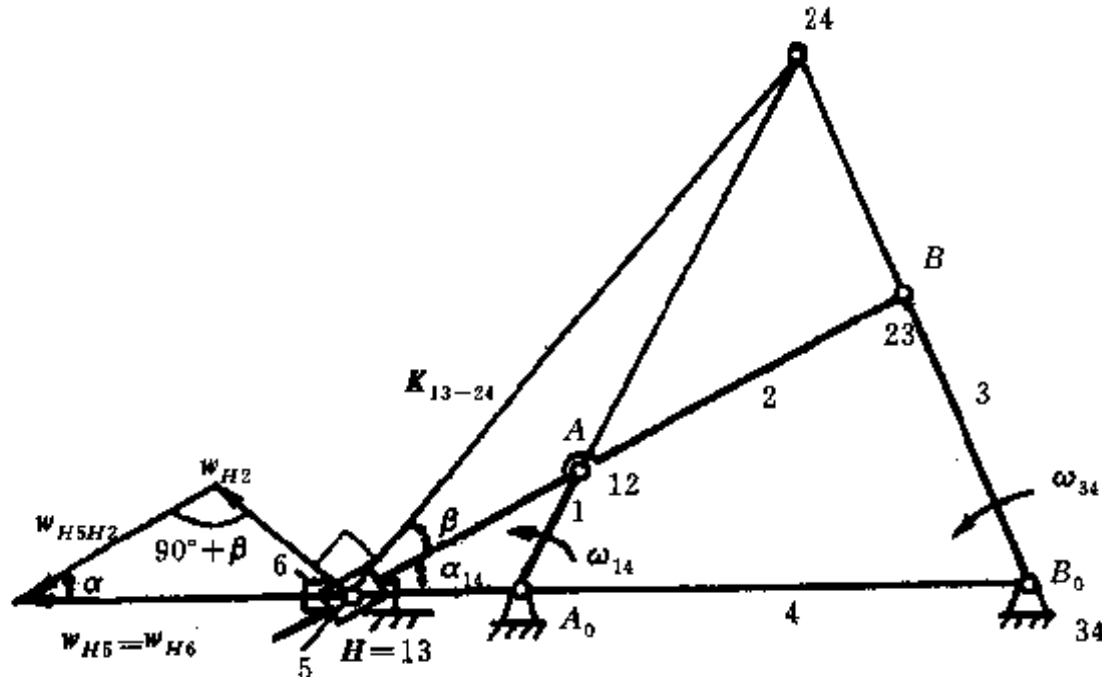


图 2-34 简单传动比的变化

$$\omega_{H6} = \frac{\omega_{H2} \cdot \cos\beta}{\sin\alpha}$$

当 $\beta = 90^\circ$ 时, ω_{H6} 为零, 即 $\frac{dr_{34}}{d\varphi} = 0$ 。这就说明, 当 K_{13-24} 垂直于连杆 2 时, 传动比 i_{34-14} 得到极值。

六、数值微分法求速度和加速度

在用解析法进行机构的速度和加速度分析时, 按传统要把机构的位置方程对时间求导, 求导一次为机构的速度方程, 求导二次为机构的加速度方程。在机构位置分析已经完成的前提下, 可按速度和加速度方程求解。具体方法在绝大多数机构学的著作中都可以找到, 当机构中构件数量较大时, 有时是比较麻烦的。

综合机构所能完成的传动和引导两大任务, 机构作为一个系统, 其输入和输出参数一般为点的线位移和构件的角位移, 可写成 $y=f(x)$ 的形式。当进行了机构的位置分析时, 可确定输入量为 x_i 时的输出量 y_i 。当计算时, 取输入量的变化 $(x_i - x_{i-1})$ 很小时, 输出量随时间的变化率

即速度 v_i , 用差分近似代替微分, 可得

$$v_i = \frac{dy_i}{dt_i} = \frac{dy_i}{dx_i} \cdot \frac{dx_i}{dt_i} \approx \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} \cdot \frac{\Delta x_i}{\Delta t_i} = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} = y' \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad (2-23)$$

其中 $\frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = y'$ 可由位置分析时已得到的数值计算而得; $\frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}$ 是输入量随时间的变化

率, 为已知。例如对匀速转动的曲柄主动件来说, 为角速度 ω 。位置分析一般使用计算机, 所以 $(x_i - x_{i-1})$ 的值可取得足够小, 从而 v_i 值的精度可以保证。在求出时间 t_{i-1} 和 t_i 时的速度 v_{i-1} 和 v_i 后, 再按差分法求加速度

$$a_i = \frac{d^2 y_i}{dt_i^2} = \frac{v_i - v_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} = v' \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad (2-24)$$

图 2-35 为机构位置、速度和加速度分析的计算机程序框图。

可以看出, 用这里介绍的方法计算速度和加速度可以不用速度和加速度方程。这种方法也可以推广到空间机构。

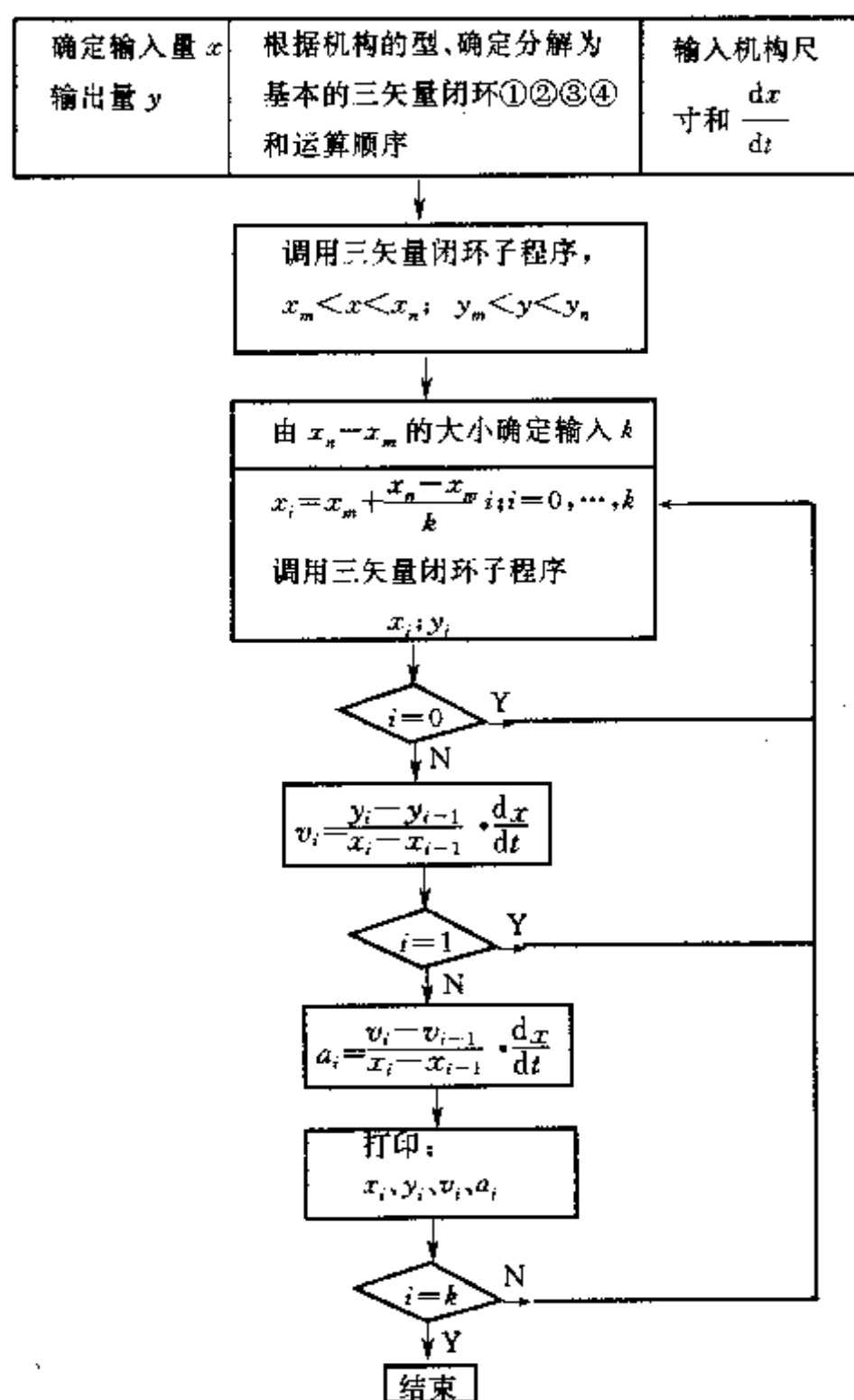


图 2-35 计算框图

为了方便上机计算,在应用微分数值算法时,自变量 x 应取一系列间隔相等的值,即 $x_i = x_0 + h, (i=0, 1, 2, \dots)$, 其中 $h = x_i - x_{i-1}$ 为常数,称为步长,相应的函数值为 $y_i = f(x_i) = f(x_0 + h_i)$ 。

为了满足计算精度的要求,用数值算法求出 y'_i 的值可采用不同的函数值点数。

前面叙述的为二点公式,即

$$y'_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{1}{h} (y_i - y_{i-1}) \quad (2-25)$$

常用的还有三点公式

$$y'_i = \frac{1}{2h} (y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (2-26)$$

四点公式

$$y'_i = \frac{1}{6h} (-2y_{i-1} - 3y_i - 6y_{i+1} - y_{i+2}) \quad (2-27)$$

五点公式

$$y'_i = \frac{1}{12h} (y_{i-2} - 8y_{i-1} + 8y_{i+1} - y_{i+2}) \quad (2-28)$$

例 2-9 如图 2-36 所示的牛头刨床机构,已知 $l_1 = 120\text{mm}, l_2 = 315\text{mm}, h = 616\text{mm}$, 主动曲柄顺时针方向回转,角速度 $\omega = 3.5\text{rad/s}$ 。试求刨刀的位移 s 、速度 v 和加速度 a 。

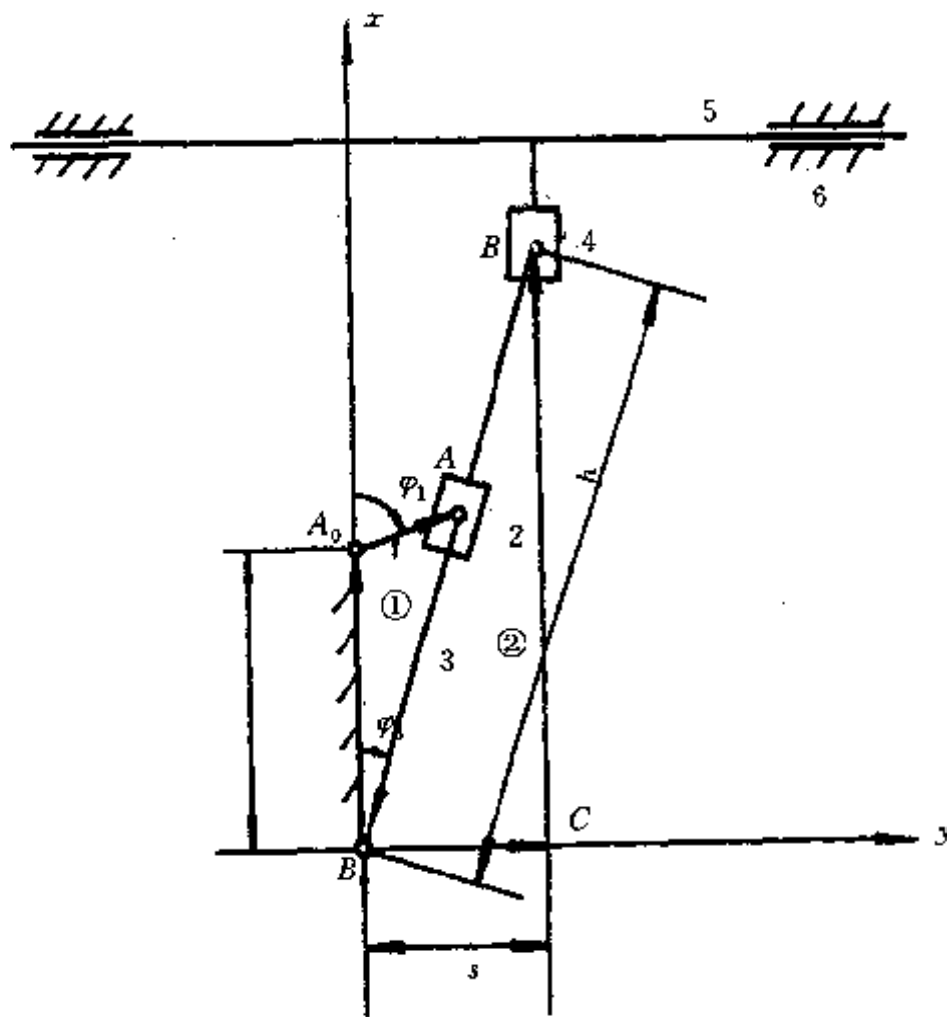


图 2-36 牛头刨床机构

解: 建立如图 2-36 所示的直角坐标系。将该问题分解成两个矢量三角形,三角形 A_0AB_0 属于第 1 种情况,三角形 B_0BC 属于第 2 种情况。调用本章一、中相应的子程序可求出位移 s 。求出位移 s 后,用数值微分法求速度 v 和加速度 a ,计算结果列于表 2-2。

表 2-2 牛头刨床刨刀的位移、速度及加速度

$\varphi/^\circ$	s/mm	$v/\text{mm/s}$	$a/\text{mm/s}^2$
0	0	533.8432	0
10	29.59813	530.5856	-118.2403
20	58.83281	520.7457	-235.4204
30	87.33493	504.1663	-359.9722
40	114.7226	480.5574	-491.7916
50	140.5929	449.4517	-631.1998
60	164.5104	410.1083	-789.5291
70	185.9896	361.4499	-968.1255
80	204.4722	301.9041	-1181.579
90	219.293	229.1568	-1444.59
100	229.6341	139.9849	-1777.805
110	234.4655	29.97205	-2199.638
120	232.4804	-106.4094	-2728.134
130	222.054	-274.7912	-3344.384
140	201.3056	-477.9145	-3950.867
150	168.4303	-708.8085	-4282.726
160	122.5164	-940.5319	-3897.979
170	64.85586	-1121.143	-2407.377
180	0	-1190.647	0

注 当 $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ 时, s, v 和 a 的正负号与表中相对应值相反。

例 2-10 经编机中传动沉降片的平面八杆机构如图 2-37 所示。在图示坐标系中给定机构尺寸(单位: mm)为: $B_{0x}=110, B_{0y}=125, C_{0x}=20, C_{0y}=164.5, D_{0x}=176, D_{0y}=430, l_1=20, l_2=150, l_3=50, l_4=60, l_5=20, l_6=254, l_7=180$ 。主动曲柄 1 匀速回转, 角度 $\omega=20\text{rad/s}$ 。试求从动

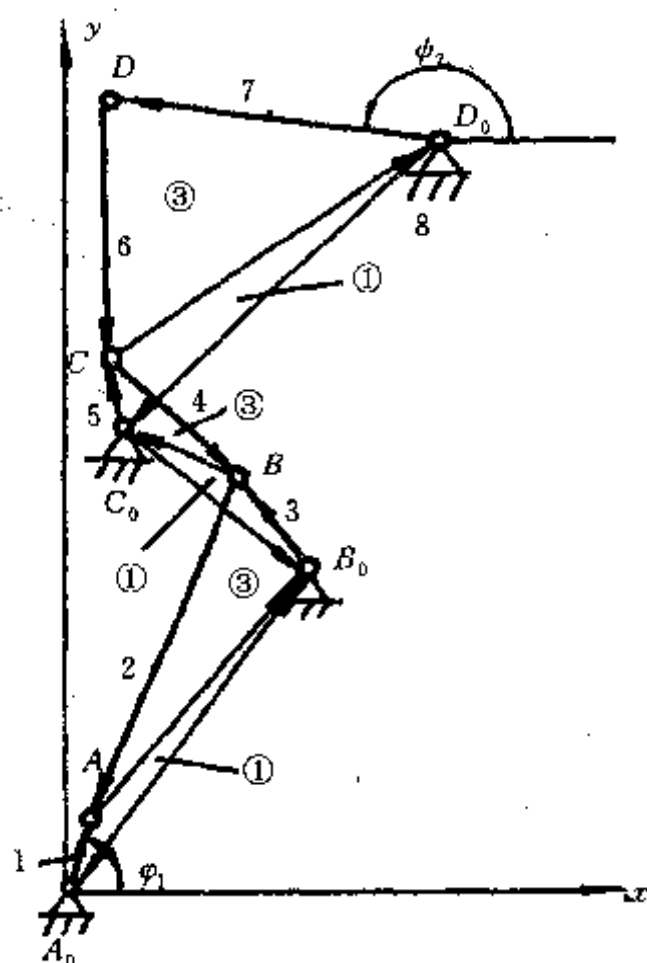


图 2-37 经编机中的平面八杆机构

件 7 的角位移 ψ_7 、角速度 ω_7 、角加速度 ϵ_7 。

解：将机构划分成图示的矢量三角形，其中矢量三角形 A_0AB_0 、 B_0BC 、 C_0CD_0 属于本章一、中讨论的第 1 种情况，矢量三角形 AB_0B 、 BC_0C 、 CD_0D 属于第 3 种情况，调用相应的子程序，求得 ψ_7 角，再用数值微分法求得角速度 ω_7 和角加速度 ϵ_7 ，计算结果示于表 2-3 中。

表 2-3 经编机平面八杆机构中从动件 7 的角位移、角速度及角加速度

$\varphi/^\circ$	$\psi_7/^\circ$	$\omega_7/\text{rad/s}$	$\epsilon_7/\text{rad/s}^2$
0	177.6431	-8.565057E-02	15.34057
10	177.6247	-3.96151E-03	4.696092
20	177.628	9.972076E-03	-3.391341
30	177.6313	2.322264E-03	-7.782682
40	177.6309	-3.141887E-03	-3.3130728
50	177.6291	-3.278491E-03	.1565365
60	177.6279	-1.229434E-03	.2348046
70	177.6278	1.09283E-03	.3130729
80	177.6288	3.005284E-03	.1565363
90	177.6306	3.415095E-03	-1.1565365
100	177.6315	-9.562265E-04	-9.9392184
...
260	182.5505	-7.707471	-39.36891
270	182.1171	-1.01401	-30.83769
280	181.5491	-1.243914	-21.52377
290	180.8872	-1.388304	-11.27056
300	180.1771	-1.43393	1.017562
310	179.4715	-1.368224	14.24491
320	178.8287	-1.183672	27.62866
330	178.3046	-8.989895	36.3947
340	177.9372	-5.696378	37.25568
350	177.7288	-2.768959	28.48963
360	177.6431	-8.565057E-02	15.34057

七、高级平面连杆机构解析法运动分析

(一) 杆组

一般机构中连架杆为主动件，而铰接在机架上的连架杆有一个自由度，故单自由度平面连杆机构可视为由连架杆和自由度为零的杆组组合而成。由式(1-2)可知，考虑到杆组中不含有机架，杆组的组成应有下列公式：

$$0 = 3n - 2g_n \quad (2-29)$$

在图 2-38 中，由 2 个构件和 3 个转动副构成 I 级组，由 4 个构件和 6 个转动副可分别构成 II 级组和 IV 级组。组的级别是以杆组中存在的多边形中边数最多的数命名的，如 IV 级组中存在三边形和四边形，称 IV 级杆组。杆组中所有的转动副都可以用移动副替代，所以 I 级杆组有 5 种型，II 和 IV 级杆组的型更多。更高级的杆组基本无实用价值。

主动连架杆与 II 和 IV 级杆组组合成机构的实例可见图 2-39(a)和(b)。

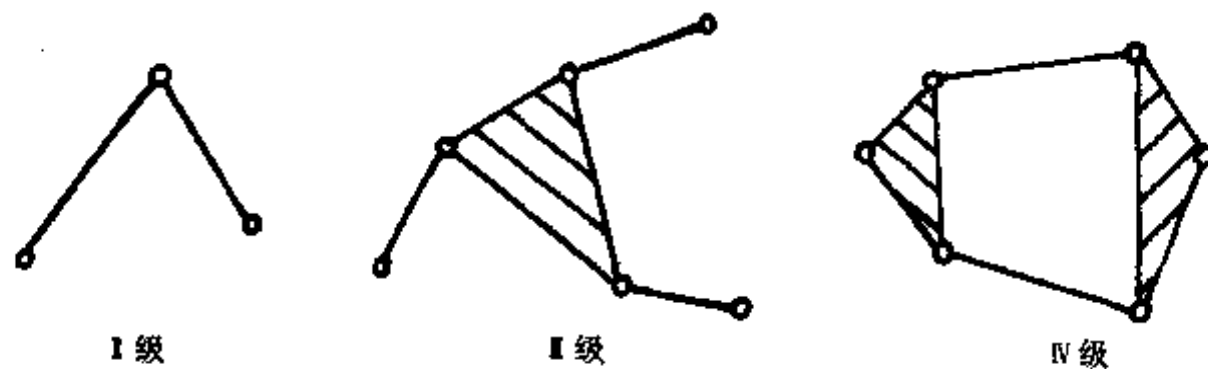


图 2-38 基本杆组

前述的机构运动分析方法只适用于 II 级杆组组成的机构。当机构中含有 III 和 IV 级杆组时，机构位置分析较困难，当用图解法时必须试凑，精度很低，下面介绍计算法。

(二) 闭环位移方程

高级平面连杆机构含有 III 级或 III 级以上的基本杆组。图 2-39(a) 所示机构含有 III 级基本杆组，图 2-39(b) 所示机构含有 IV 级基本杆组，而图 2-39(c) 为与机构相对应的斯蒂文森运动链。

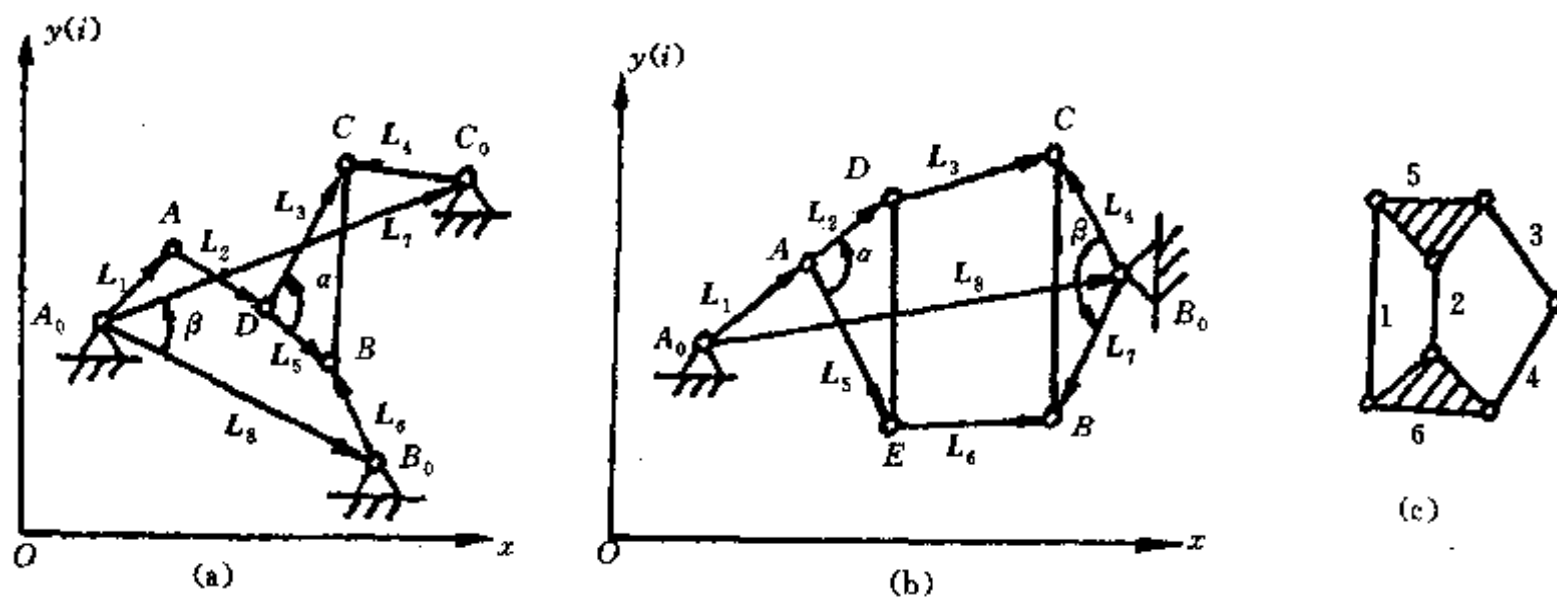


图 2-39 III、IV 级连杆机构的矢量闭环和运动链

根据第一章机构结构分析，图 2-39(c) 所示运动链应含有两个独立的矢量闭环。由构件 1—5—2—6, 2—5—3—4—6 和 1—5—3—4—6 三个闭环，其中只有两个是独立的，第三个闭环是前两个环的叠合。

以 L_j 记作矢量， l_j 表示矢量的模， φ_j 表示矢量的幅角，所以复数矢量 $L_j = l_j e^{i\varphi_j}$ 。每个闭环可写成一个复数矢量闭环方程。对于图示的含有 III 级基本组的机构，相应的 3 个闭环方程为

$$L_1 + L_2 + L_3 - L_7 - L_4 = 0$$

$$l_1 e^{i\varphi_1} + l_2 e^{i\varphi_2} + l_3 e^{i\varphi_3} - l_7 e^{i\varphi_7} - l_4 e^{i\varphi_4} = 0 \quad (2-30)$$

$$L_1 + L_2 + L_5 - L_8 - L_6 = 0$$

$$l_1 e^{i\varphi_1} + l_2 e^{i\varphi_2} + l_5 e^{i\varphi_5} - l_8 e^{i\varphi_8} - l_6 e^{i\varphi_6} = 0 \quad (2-31)$$

$$L_7 + L_4 - L_3 + L_5 - L_6 - L_8 = 0$$

$$l_7 e^{i(\varphi_7 + \beta)} + l_4 e^{i\varphi_4} + l_5 e^{i\varphi_5} - l_3 e^{i(\varphi_3 + \alpha)} - l_6 e^{i\varphi_6} - l_8 e^{i\varphi_8} = 0 \quad (2-32)$$

L_1 为主动件， L_7 和 L_8 表示机架的矢量固定不变，所以在式 (2-30) 中含有未知量 φ_2 、 φ_3 和 φ_4 ，在式 (2-31) 中含有未知量 φ_2 、 φ_5 和 φ_6 。一个矢量方程只能求解 2 个未知量，在上述两式联立

求解时,考虑到 $\varphi_3 = \varphi_5 + \alpha$ (α 是由构件尺寸决定的角度),就能解出有关量 $\varphi_2, \varphi_3(\varphi_5), \varphi_4$ 和 φ_6 。这是一个非线性方程组,不可能得到解的直接表达式,可利用下面叙述的变换主动件和机架法作数值解。

具有 IV 级基本杆组的机构如图 2-39(b)所示,也可写出 3 个闭环方程。

$$L_1 + L_2 + L_3 - L_4 - L_8 = 0$$

$$\text{即 } l_1 e^{i\varphi_1} + l_2 e^{i\varphi_2} + l_3 e^{i\varphi_3} - l_4 e^{i\varphi_4} - l_8 e^{i\varphi_8} = 0 \quad (2-33)$$

$$L_1 + L_5 + L_6 - L_7 - L_8 = 0$$

$$\text{即 } l_1 e^{i\varphi_1} + l_5 e^{i\varphi_5} + l_6 e^{i\varphi_6} - l_7 e^{i\varphi_7} - l_8 e^{i\varphi_8} = 0 \quad (2-34)$$

$$L_2 + L_3 - L_4 + L_7 - L_6 - L_5 = 0$$

$$\text{即 } l_2 e^{i(\varphi_5 + \alpha)} + l_3 e^{i\varphi_3} + l_7 e^{i(\varphi_4 + \beta)} - l_4 e^{i\varphi_4} - l_6 e^{i\varphi_6} - l_5 e^{i\varphi_5} = 0 \quad (2-35)$$

如同处理具有 II 级基本杆组的机构时一样,取含有主动件转角 φ_1 的闭环方程式 (2-33) 4), 每个方程中包含有 3 个未知量,考虑到补充方程 $\varphi_2 = \varphi_5 + \alpha$ 和 $\varphi_7 = \varphi_4 + \beta$, 方程联立可出 $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4(\varphi_7)$ 和 φ_6 。

求出位移后,可按本章六、中数值微分法求速度和加速度。

当机构中出现移动副时,只要用线位移代替相应的角位移量即可。

(三) 变换主动件和机架法

用变换主动件法求解 II 级机构。如图 2-39(a)所示,假设 L_1 为输出量, L_4 为输入量(即主动件),该机构就与图 2-4(c)一样。可先计算 BB_0C_0C 组成的闭环,为基本的四连杆机构。在利用构件 BCD 的尺寸计算出 φ_3 和 φ_6 的值,再利用式(2-30)解出另外 2 个未知量 φ_1 和 φ_2 。如此计算时每个闭环中只含有 2 个未知量,把复数矢量方程按实部和虚部分开写,再联立求解,这样得出的结果是精确解。

计算时把假设主动件的摆角 φ_4 的范围作 n 等分,对应于 $\varphi_{41}, \varphi_{42}, \dots, \varphi_{4n}$ 计算出来的 $\varphi_{11}, \varphi_{12}, \dots, \varphi_{1n}$ 值一般说不会是等分的,而人们习惯于根据机构实际主动件摆角 φ_1 的等分值来表达相应的从动件摆角值,这是求 $y = y(x)$ 的反函数 $x = x(y)$ 的问题,可采用均差插值多项式解决。设 $y = y(x)$ 在 $(n+1)$ 个点 x_0, x_1, \dots, x_n 时的值为 y_0, y_1, \dots, y_n 。确定 y 值的区域并等分,等分后的 $y_k \approx \frac{y_{i-1} + y_{i+1}}{2}$, 取点 $(i-1), i, (i+1)$ 作插值计算求出与 y_k 对应的 x_k 值。

$$x_k = x_{i-1} + \frac{y_k - y_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} (x_i - x_{i-1}) + \frac{(y_k - y_{i-1})(y_k - y_i)}{y_{i+1} - y_{i-1}} \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1} - y_i} \frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} \right) \quad (2-36)$$

对于 N 级机构,仅变换主动件还不够,还应变换机架。对图 2-39(b)所示的机构,固定 B_0BC 为机架而释放机架支点 A_0 ,再取 L_3 (或 L_6)为主动件,变换后的机构与图 2-4(c)一样。把式(2-33)、式(2-34)、式(2-35)都除 $e^{i\varphi_1}$,在新的方程里要求解的未知量为 $\Phi_1 = \varphi_1 - \varphi_4, \Phi_5 = \varphi_5 - \varphi_4, \Phi_6 = \varphi_6 - \varphi_4$ 和 $\Phi_8 = \varphi_8 - \varphi_4$ 。主动件的转角为 $\Phi_3 = \varphi_3 - \varphi_4$,机架对新坐标的倾斜角 $\Phi_4 = \varphi_4 - \varphi_4 = 0$ 。在得出计算结果后,再变换回 L_8 为机架,此时有 $\varphi_4 = \varphi_8 - \Phi_8, \varphi_1 = \Phi_1 + (\varphi_8 - \Phi_8), \varphi_5 = \Phi_5 + (\varphi_8 - \Phi_8), \varphi_6 = \Phi_6 + (\varphi_8 - \Phi_8)$ 和 $\varphi_8 = \Phi_8 + (\varphi_8 - \Phi_8) = \varphi_8$ 。因为角度量已全部计算出来,要表达出连杆曲线很容易,这里从略。

综上所述,当进行机构位移分析时,可先不考虑机构中含有何种基本杆组,而考察该机构所属的运动链。如果运动链中具有 4 个构件组成的封闭环,就可以从该环为起点,用一个矢量方程可求解 2 个未知量的方法计算之,然后再计算另外的只包含 2 个未知量的环,最后再变换回到机构实际主动件和机架。所有的六杆机构都可用此方法求解。绝大部分八杆机构中也包含有 4 个构件组成的闭环,此方法也适用。

例 2-11 图 2-40 所示为一薄膜式液体泵主传动机构。已知 $l_1=l'_1=55, l_1''=75, l_2=l_3=l_4=115, l_4'=l_4''=150, l_5=275, l_6=350$, 单位为 mm。设构件 1 主动,分析构件 5 的角位移、角速度和角加速度。

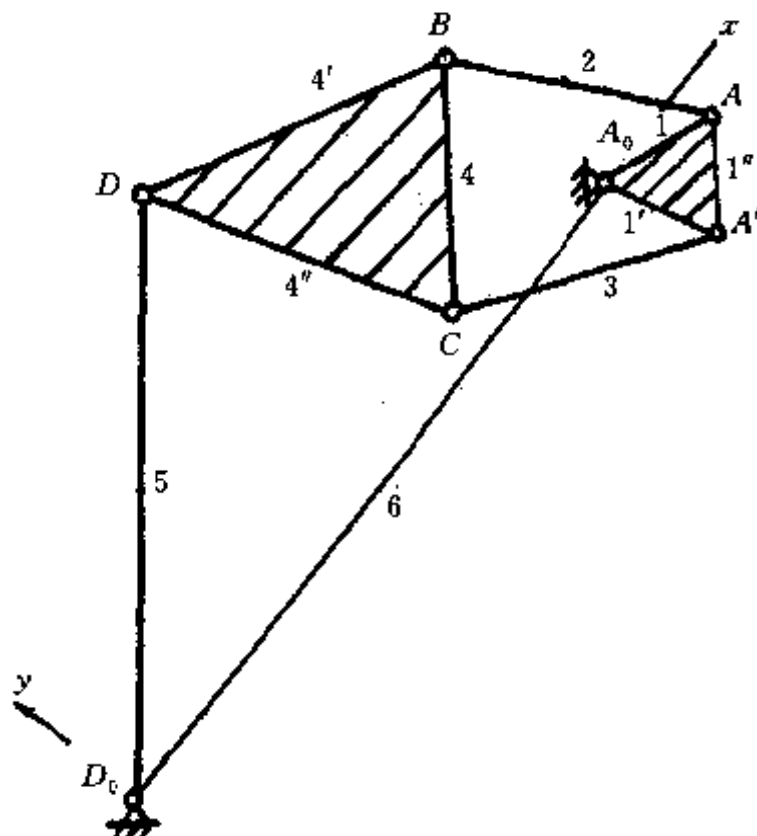
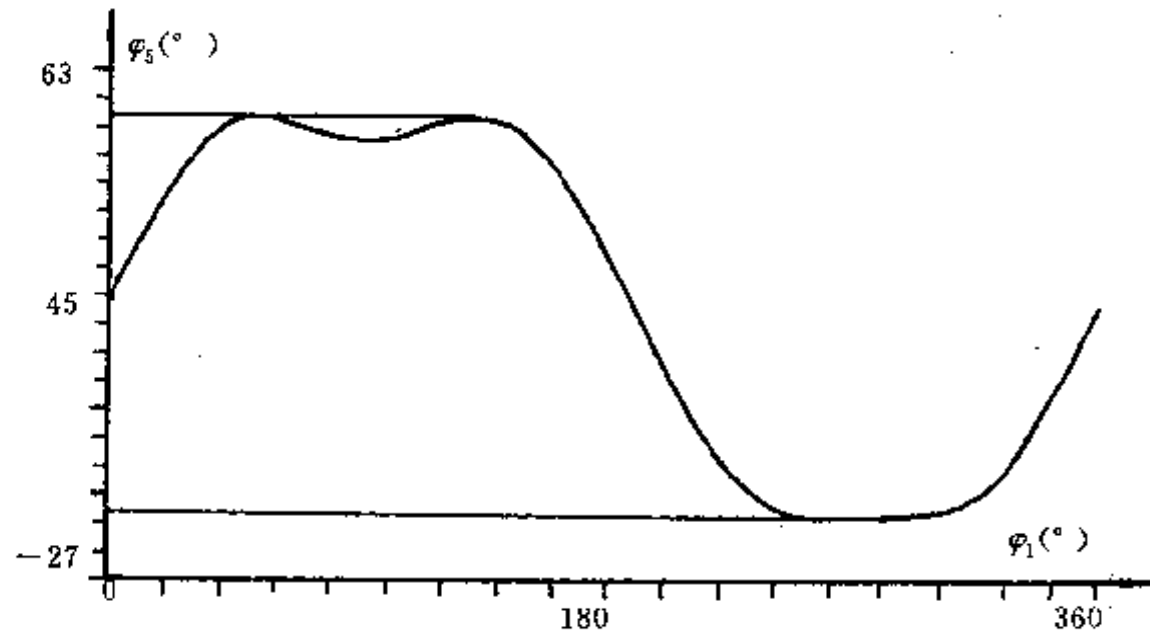


图 2-40 薄膜式液体泵主传动机构

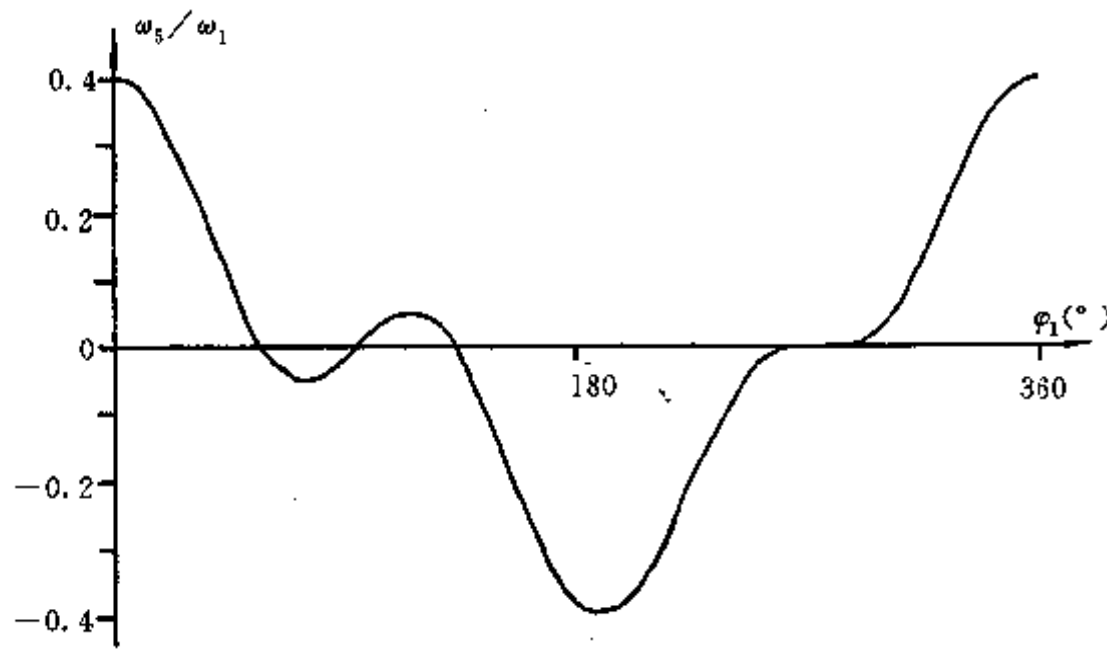
解:建立图示坐标系 xD_0y 。该机构为含有 IV 级杆组的平面六杆机构。按前述介绍的变换机架和主动件法,可分析得出构件 5 的角位移、角速度和角加速度,见表 2-4 及图 2-41。

表 2-4 薄膜式液体泵主传动机构中构件 5 的角位移、角速度和角加速度

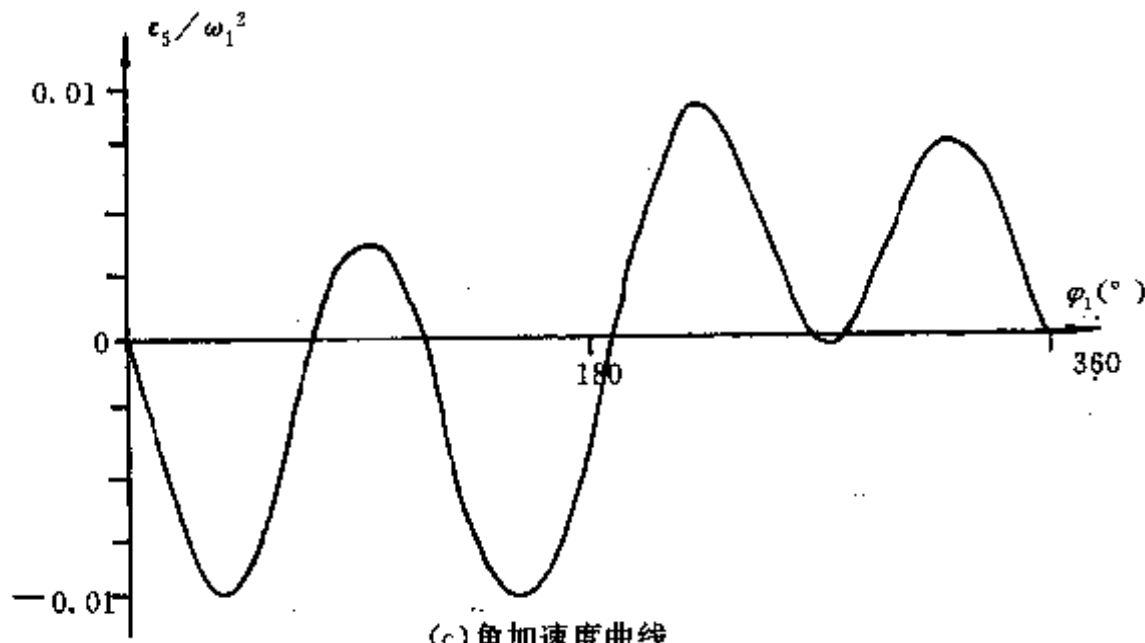
$\varphi/^\circ$	$\psi_5/^\circ$	$\omega_5/\text{rad/s}$	$\epsilon_5/\text{rad/s}^2$
0	319.8715	.1018372	3.433228E-05
10	320.8755	9.706879E-02	-1.00708E-03
20	321.78	.0821228	-1.947403E-03
30	322.4924	.0592804	-2.536774E-03
40	322.9551	3.318787E-02	-2.573013E-03
50	323.1641	9.552002E-03	-2.063751E-03
...
310	316.3515	2.413178E-02	1.737595E-03
320	316.6862	4.342652E-02	2.073288E-03
330	317.225	6.430054E-02	2.040863E-03
340	317.9657	8.315277E-02	1.663208E-03
350	318.8708	9.661102E-02	9.727478E-04
360	319.8715	.1018372	3.433228E-05



(a) 角位移曲线



(b) 角速度曲线



(c) 角加速度曲线

图 2-41 薄膜式液体泵主传动机构中构件 5 的运动线图

第三章 运动几何学(二)

在机构中经常要研究构件上的点运动时的曲率半径,例如图 3-1(a) 为打包机构和压草机构的示意图,连杆上的 C 点带动连杆 CD 和摇杆 DD_0 ,使摇杆 DD_0 的输出运动有一定停歇,为此 C 点在图示位置运动的曲率半径应与 CD 长相同。图 3-1(b) 是机械手中的夹持器机构或织布机中的投梭机构示意图,当摇杆 BB_0 作为主动件摆动时,连杆上的 C 点应作近似直线移动,实现所谓直线引导。此外,在高副机构中要研究构件工作部分的曲线形状,例如图 3-1(c) 为两轮齿相互啮合传动示意图,要分析啮合时两轮齿齿面的曲率半径,以保证传动平稳,曲率半径与机构的型、尺度和位置有关,所以可撇开时间因素加以讨论。

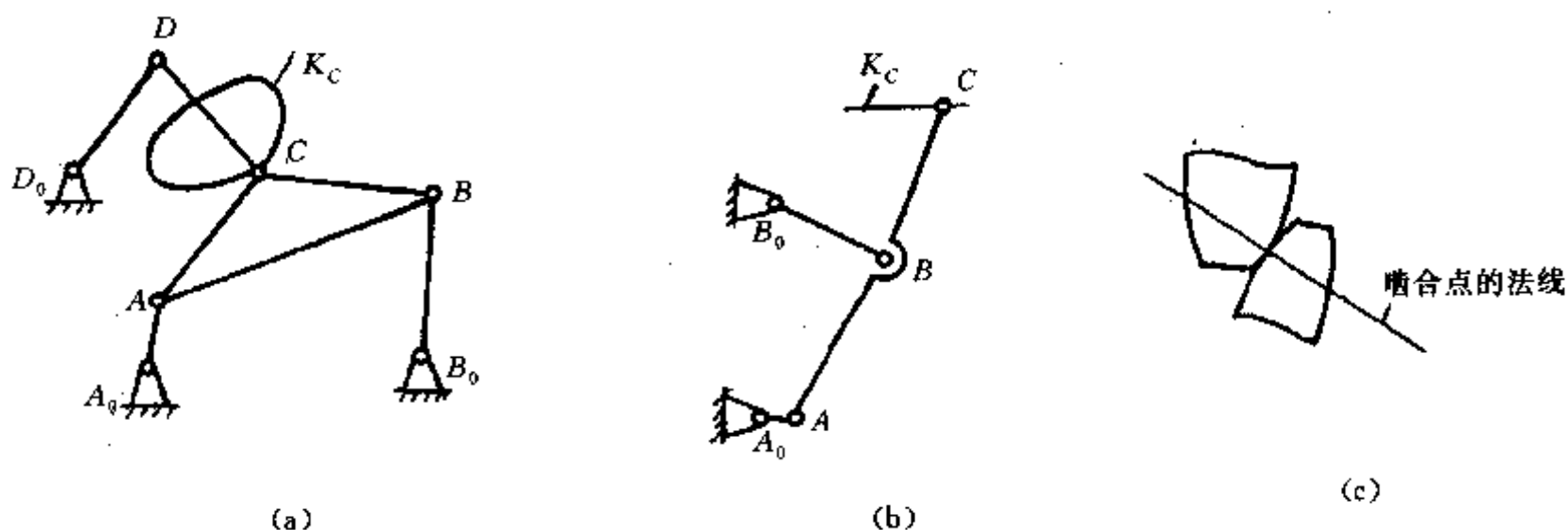


图 3-1 涉及曲率半径的应用机构举例

一、转折圆

设一构件在另一构件上作无滑动的滚动,它们相互间的滚动线分别称为动瞬心线和定瞬心线,因为它们的接触点 P 在瞬时没有速度,是两构件间的速度瞬心,如图 3-2(a) 所示。 O 点为动瞬心线上 P 点的曲率中心,曲率半径为 r ; O' 点为定瞬心线上 P 点的曲率中心,曲率半径为 R 。因为两条曲线相互作纯滚动,它们接触点的两曲率中心互为共轭的曲率中心,即在该瞬时,运动构件上 O 点的运动轨迹为绕静止构件 O' 点的圆弧;相反,若运动和静止关系变换, O' 点的运动轨迹即是绕 O 点的圆弧。这一特点很容易用一个圆在另一个圆上的滚动,其圆心所描出的迹线来说明。

运动构件上各点在该瞬时具有不同的运动曲率半径,其中有一些点,它们的轨迹在该瞬时具有无限大的曲率半径,这些点的集合是一个圆,称为转折圆或转向圆。下面证明这个圆的存在并计算其大小。

在瞬心 P 点建立自然坐标系,即 $t-n$ 坐标系, t 线为 P 点处动瞬心线和定瞬心线的公切线, n 线为 t 线的垂线。 t 线的指向无关紧要, n 线以指向转折圆为正,如图 3-2(b) 所示。

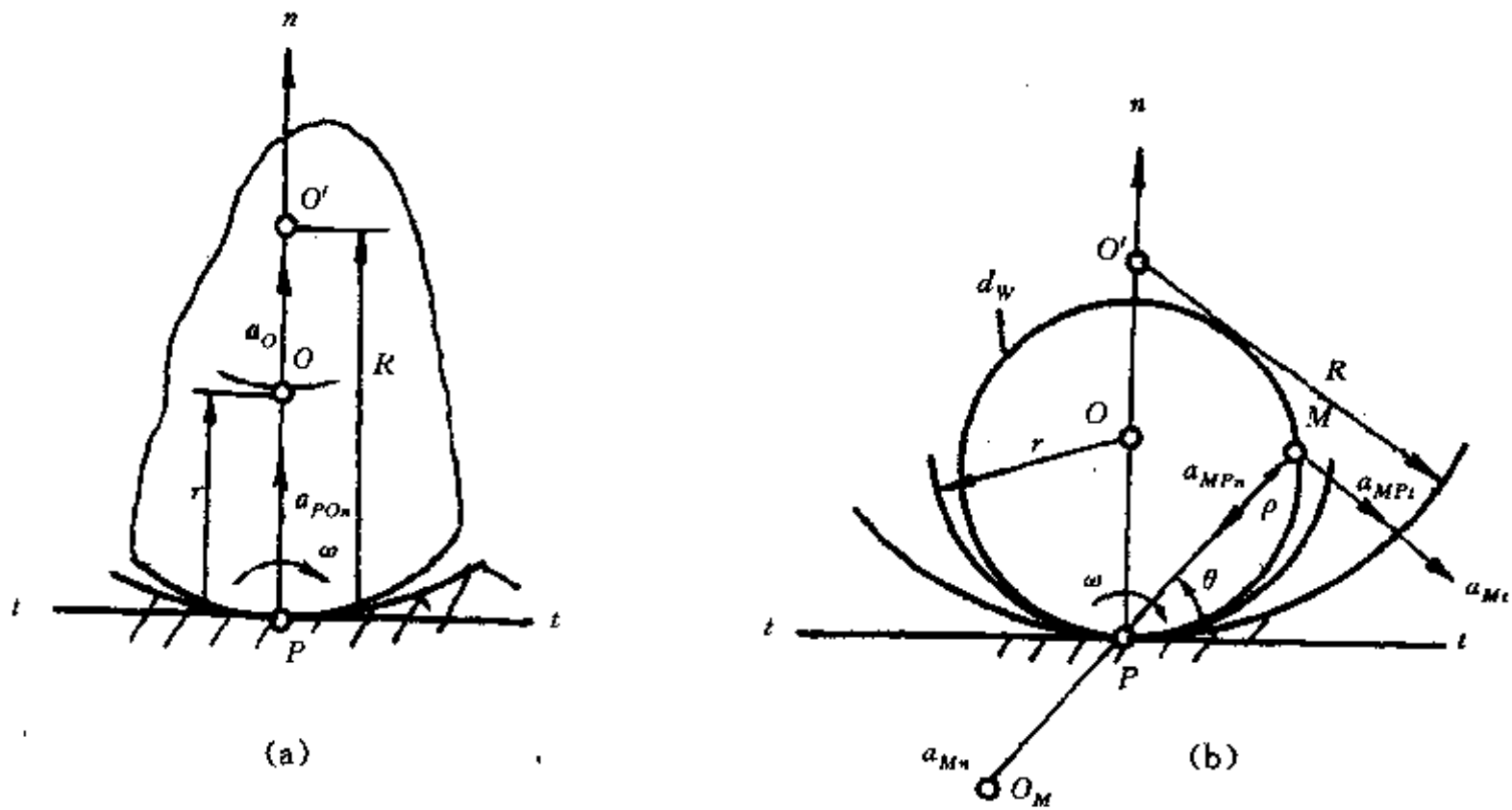


图 3-2 两构件的纯滚动以及转折圆

设图 3-2(b)上运动构件的 M 点在该瞬时运动的曲率半径为无穷大。 M 点在自然坐标系中的位置可用极径 ρ 和极角 θ 表示。 M 点的运动轨迹与运动构件的运动速度无关, 所以为了简化求解过程, 可设运动构件以角速度 ω 匀速滚动。 M 点瞬时绕 P 点转动, 若法向加速度 a_{MP_n} 为零, 根据理论力学, 可断定 M 点的轨迹具有无限大的曲率半径。

在图 3-2(a)中先求 P 点的加速度 a_P :

$$a_P = a_O + a_{PO_n} + a_{PO_t}$$

因为动构件上的 O 点瞬时轨迹以 O' 点为曲率中心, a_O 的指向如图, 其大小为

$$a_O = \frac{v_O^2}{R-r} = \frac{\omega^2 r^2}{R-r}$$

又因为动构件上与 P 点重合的点运动方向沿着 n 线, 则

$$a_{PO_t} = 0$$

$$a_{PO_n} = \frac{v_{PO}^2}{r} = \frac{v_O^2}{r} = \omega^2 r$$

所以可得出:

$$a_P = a_O + a_{PO_n} = \omega^2 \frac{Rr}{R-r} \quad (3-1)$$

方向由 P 点指向 O 点。

图 3-2(b)为求 M 点的加速度 a_M ,

$$a_M = a_{M_n} + a_{M_t} = a_P + a_{MP_n} + a_{MP_t}$$

这里 a_{M_n} 由 M 点指向它的曲率中心 O_M , a_{M_t} 与 M 点的轨迹线相切。按照设想, M 点应为瞬时无法向加速度的点, 即 $a_{M_n} = 0$, 也就是说 a_P , a_{MP_n} 和 a_{MP_t} 在 MO_M 线上的投影和应为零, 即

$$a_P \sin \theta = a_{MP_n} = \frac{v_M^2}{\rho} \omega^2 \rho \quad (3-2)$$

把式(3-1)代入式(3-2)得

$$\rho = \frac{Rr}{R-r} \cdot \sin\theta \quad (3-3)$$

在以 P 点为原点, t 和 n 线为坐标的系统中, 式 (3-3) 表示一个直径 $d_w = \frac{Rr}{R-r}$ 的圆, 该圆称为转折圆 d_w 。

图 3-3 表示瞬心副中两瞬心线曲率中心相互关系的一切可能情况。在图 3-3(a) 中, 根据以 P 点为原点的 $t-n$ 坐标系, 动瞬心线曲率半径 r 为正, 定瞬心线曲率半径 R 为负。转折圆的直径

$$d_w = \frac{-R \cdot r}{-R-r} = \frac{Rr}{R+r} = \frac{r}{1+\frac{r}{R}} < r$$

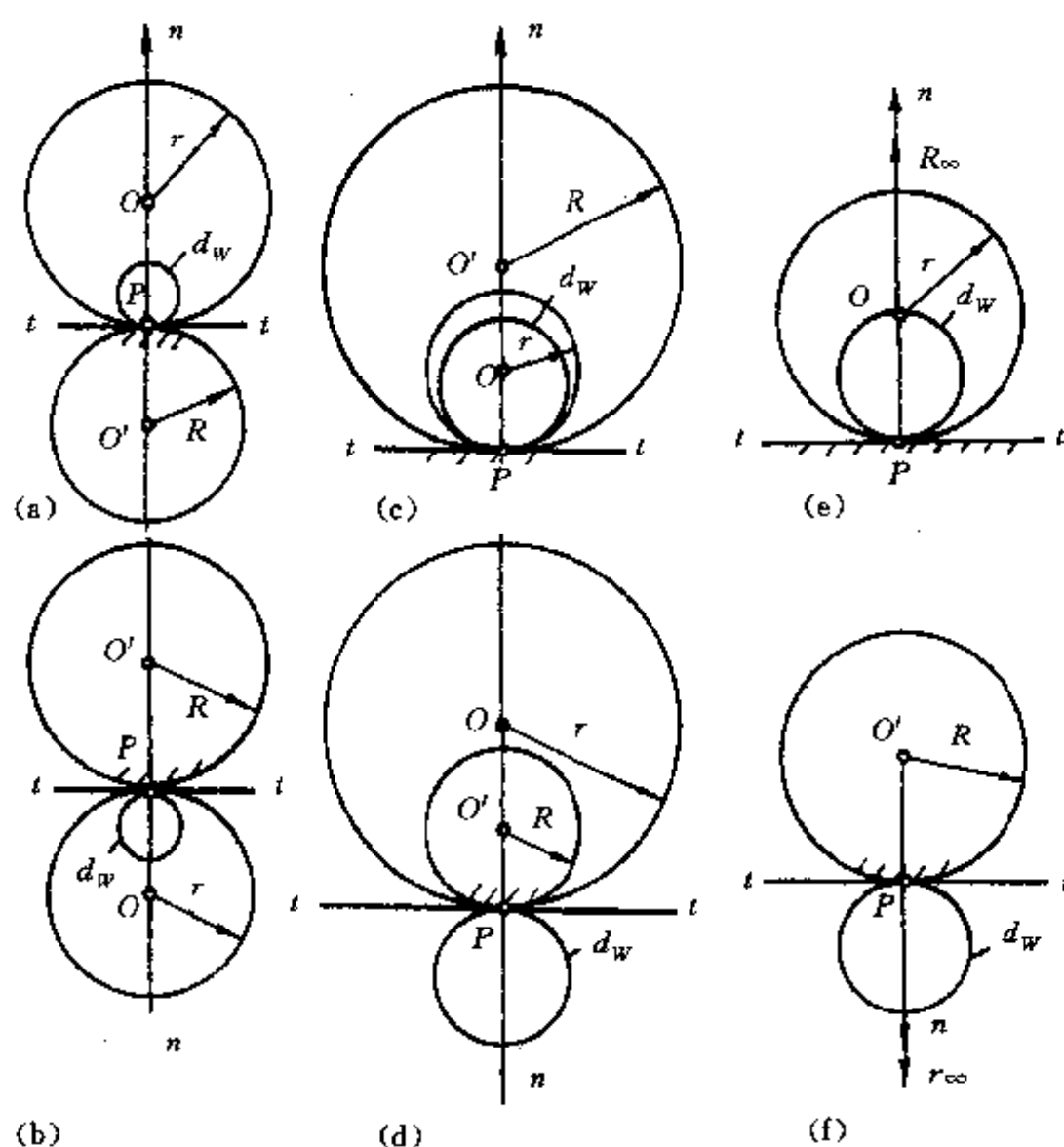


图 3-3 瞬心线与转折圆的类型

在图 3-3(b) 中, 瞬心线间的动、定关系正好与图 3-3(a) 中相反, $d_w = \frac{Rr}{R+r}$, 转折圆直径 d_w 小于 r , 但仍在动瞬心线一侧。在图 3-3(c) 和 (d) 中, 动、定瞬心线的曲率半径指向相同, 在图 (c) 中

$$d_w = \frac{Rr}{R-r} = \frac{r}{1-\frac{r}{R}} > r$$

而在图 (d) 中, 为了使得转折圆总在 n 线的正方向一侧而建立坐标, 因此,

$$d_w = \frac{(-R) \cdot (-r)}{(-R) - (-r)} = \frac{Rr}{r-R}$$

这里 $r > R$, 所以 d_w 为正值。

图 3-3(e)和(f)为一条瞬心线且为直线,其曲率半径为无限大。在情况(e)时 $d_w=r$;在情况(f)时, $d_w=R$ 。

二、曲率中心和曲率半径

(一) 欧拉—萨瓦里定理

设动构件相对静止构件以角速度 ω 作纯滚动,动构件上的转折圆可以根据瞬心线的曲率确定。现求动构件上任一点 A 瞬时的轨迹曲率中心和曲率半径,如图 3-4 所示。

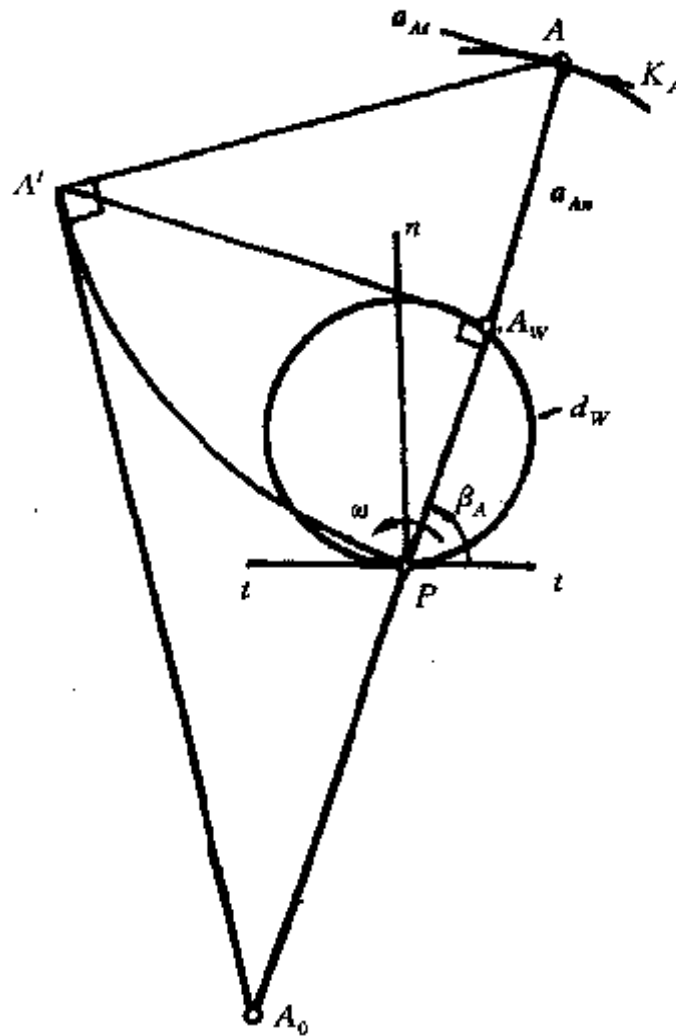


图 3-4 求曲率中心和曲率半径

因为 P 点为动构件的运动速度瞬心, A 点运动的曲率中心 A_0 必在 AP 线上, 曲率半径为 A_0A , 若计算 A 点运动的加速度, 按 A 点的绝对运动考虑:

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_{A_n} + \mathbf{a}_{A_t} \quad (3-4)$$

其中 \mathbf{a}_{A_n} 为法向加速度, 应沿 AP 线方向, 其大小为

$$a_{A_n} = \frac{v_A^2}{AA_0} = \frac{\omega^2 \cdot AP^2}{AA_0}$$

从另一角度考虑, 可看成 A 点相对 A_w 点运动来计算 A 点的加速度, A_w 点为 AP 线与转折圆的交点。

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_{A_w} + \mathbf{a}_{AA_w_n} + \mathbf{a}_{AA_w_t} \quad (3-5)$$

其中 $\mathbf{a}_{AA_w_n}$ 为 A 点对 A_w 点的法向加速度,

$$a_{AA_w_n} = \frac{v_{AA_w}^2}{AA_w} = \frac{\omega^2 \cdot AA_w^2}{AA_w} = \omega^2 \cdot AA_w$$

由式(3-4)和式(3-5)可得

$$\mathbf{a}_{A_n} + \mathbf{a}_{A_t} = \mathbf{a}_{A_w} + \mathbf{a}_{AA_w_n} + \mathbf{a}_{AA_w_t} \quad (3-6)$$

前已论述, A_w 点只有切向加速度而无法向加速度, 所以由式(3-6)可知:

$$a_{An} = \frac{\omega^2 AP^2}{AA_0} = a_{AA_wn} = \omega^2 \cdot AA_w$$

即

$$AP^2 = AA_0 \cdot AA_w \quad (3-7)$$

式(3-7)就是欧拉—萨瓦里定理的一种实用上很方便的表达形式。

在使用式(3-7)时, 要注意公式中所有的线段都是由 A 点为起点的有向线段。由于公式中左边一项总为正值, 可以判定 A_w 点与 A_0 点应位于 A 点的同侧, 这一特性在判断 A 点轨迹的凸、凹方向时特别有用。

用图解法很容易根据公式(3-7)来确定 A 点的曲率中心 A_0 和曲率半径 AA_0 。在图 3-4 中, 以 A 点为圆心、 AP 为半径作弧, 与过 A_w 点的 AP 线垂线相交于 A' 点, 再作直角三角形 $AA'A_0$, 注意到 A_w 和 A_0 点在 A 点的同侧, A_0 点为 A 点轨迹瞬时曲率中心。从 P 点出发, 看 A 点的轨迹, 为凹形曲线 K_A 。

图 3-5(a)为 A 点处于转折圆内时的情况, 从 P 点出发观察, A 点的轨迹为凸形曲线 K_A 。在图 3-5(b)中, A 点位于转折圆的另一侧。以 AA_w 为直径作半圆, 再以 A 点为圆心、 AP 为半径作弧, 两者的交点为 A' 。 A' 点在 AP 线上的垂足 A_0 即为 A 点轨迹的曲率中心。从 P 点出发看 A 点的轨迹也是凹形曲线。

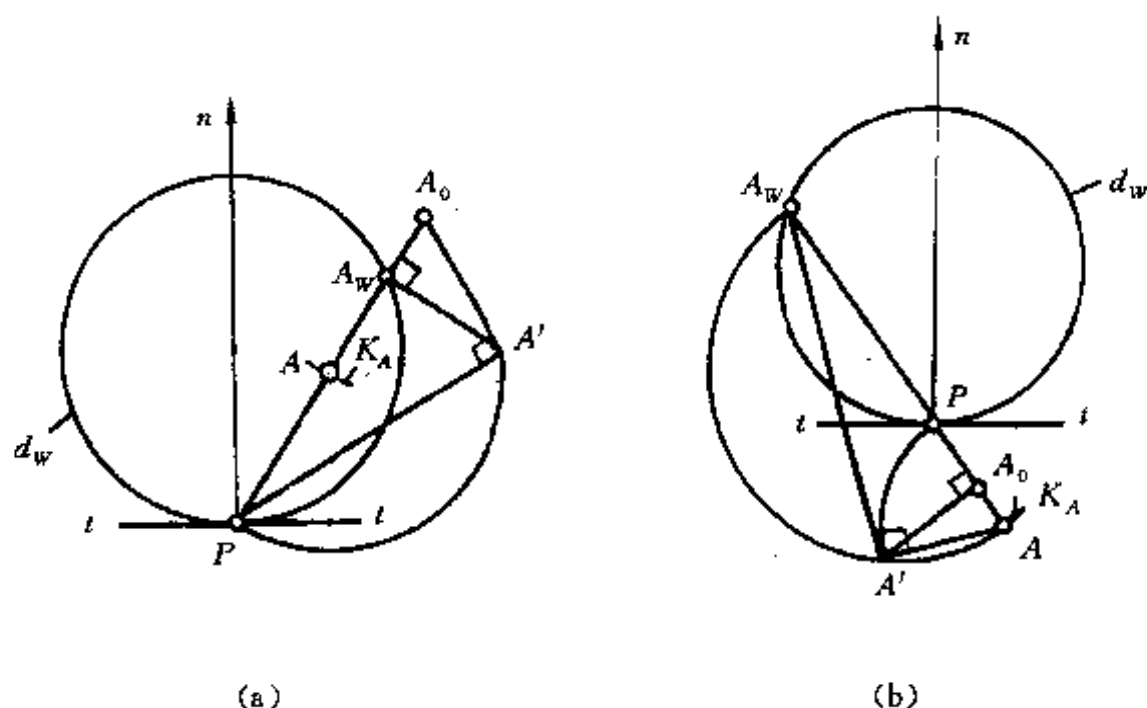


图 3-5 确定曲率中心的方法

由上述分析可以看出, 转折圆把动构件划分成三个部分, 如图 3-6 所示。 A 点位于转折圆内, 从 P 点出发观察, 有凸形运动轨迹; B 点位于转折圆上, 轨迹曲率半径无穷大, 即轨迹平直; C 、 D 点位于转折圆外, 有凹形轨迹。三部分的交点为与 P 点重合的 Q 点。动构件上的 Q 点画出带尖点的轨迹, 可以把 Q 点看成为奇异点。

欧拉—萨瓦里定理的另一种表达形式为

$$\left(\frac{1}{PA} - \frac{1}{PA_0} \right) \sin \beta_A = \frac{1}{d_w} \quad (3-8)$$

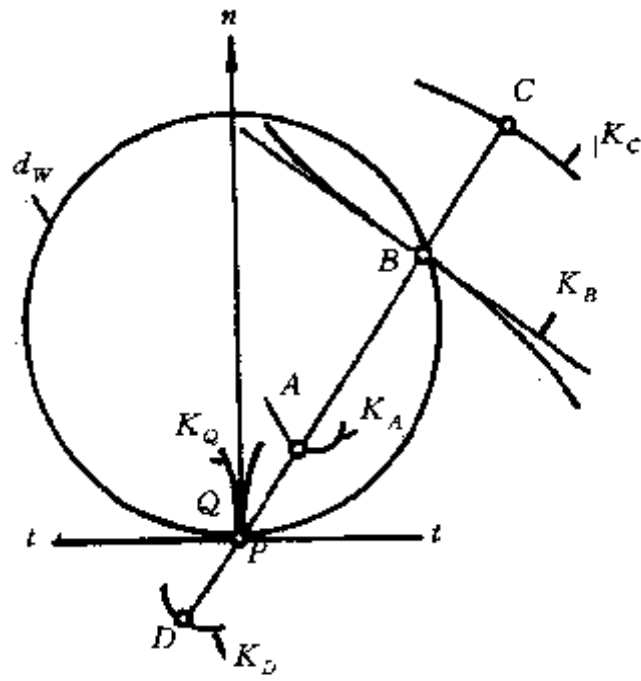


图 3-6 构件上不同点的轨迹形状

其中 β_A 为 AA_0 线与 t 线之间的夹角, 如图 3-4 所示, d_w 为转折圆的直径。

(二) 应用举例

例 3-1 在设计摆线齿轮的摆线齿廓时, 要计算廓线的曲率半径。设节圆 O' 半径为 R , 滚圆 O 半径为 r , 滚圆在节圆上作纯滚动, 滚圆上的 A 点在平面上展出一条外摆线, 见图 3-7, 求摆线的曲率中心和曲率半径。

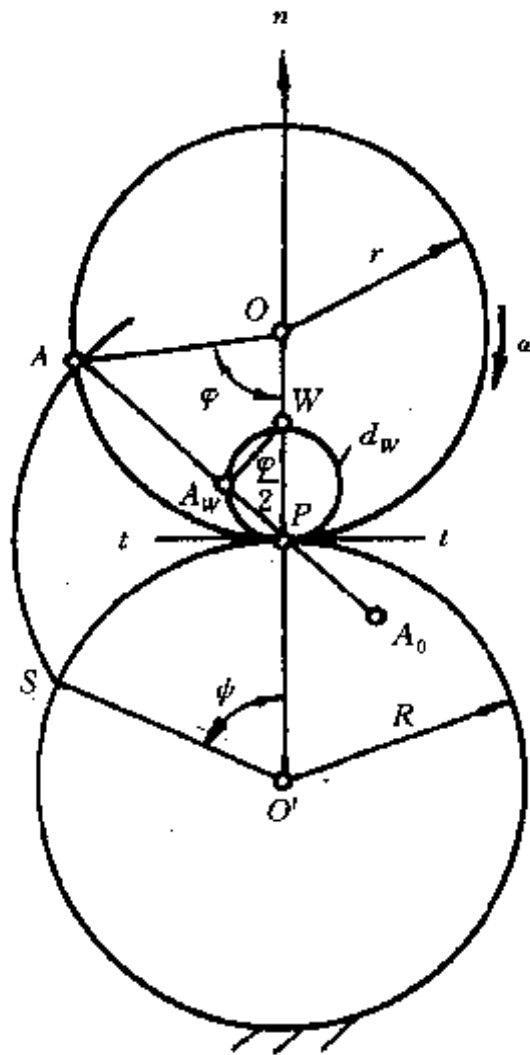


图 3-7 摆线的曲率中心和曲率半径

解: 在图 3-7 中, 滚圆 O 滚动了任意角 φ , 滚圆上的 A 点从 S 点起, 展开了一条外摆线。按照纯滚动的条件, 有

$$r\varphi = R\psi$$

φ 和 ψ 角确定了 A 点离开摆线起始点 S 的方位, 从而建立以瞬心 P 为原点的 $t-n$ 坐标系。

$$d_w = \frac{R \cdot r}{R + r} \text{ [由图 3-3(a) 得出]}$$

$$AP = 2r \cdot \sin \frac{\varphi}{2}; \quad A_w P = d_w \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$$

由公式(3-7)可得, 曲率半径 AA_0 为

$$AA_0 = \frac{AP^2}{AA_w} = \frac{AP^2}{(AP - A_w P)} = \frac{4r^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{(2r - d_w) \sin \frac{\varphi}{2}}$$

即

$$AA_0 = \frac{4r(R+r)}{R+2r} \sin \frac{\varphi}{2}$$

例 3-2 求渐开线廓线的曲率中心和曲率半径。

解: 直线 AB 在半径为 R 的基圆 O' 上纯滚动, 直线上的一点 A 展出一条渐开线, 见图 3-8。按照图 3-3(f), 可以画出 $t-n$ 坐标系和转折圆 d_w 。

由公式(3-7)可知, 应有

$$AP^2 = AA_w \cdot AA_0$$

但这里 $AA_w = AP$, 所以曲率半径 $AA_0 = AP$, 而曲率中心 A_0 点与 P 点重合, 这是渐开线的重要特性。渐开线的这一特性导致渐开线齿轮的定传动比特性。

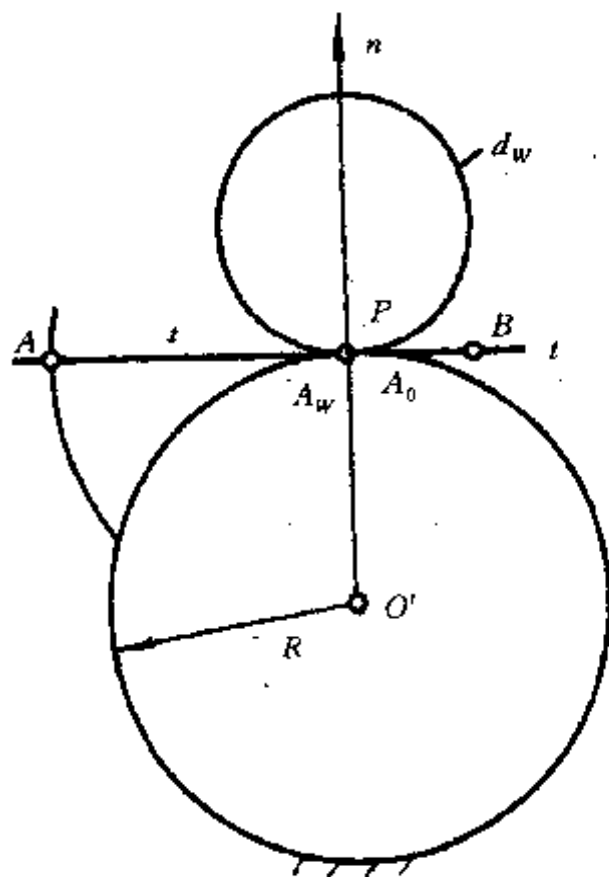


图 3-8 渐开线的曲率中心和曲率半径

例 3-3 图 3-9 为行星齿轮机构, 系杆 OO' 带动外齿轮(半径为 r) 在内齿轮(半径为 R) 上作纯滚动。外齿轮称为行星轮, 既自转又绕 O' 公转。行星轮上任一点画出的轨迹称为旋轮线。

在图 3-9 中, 取 $R=3r$ 。当 A 点在行星轮的节圆上时, A 点的轨迹为摆线, 而且 A 点又三次与瞬心 P 重合, 所以旋轮线由三段摆线带三个尖点组成, 如图 3-9(a) 所示。按照图 3-3(c), 本图

中行星轮的转折圆直径 $d_w = 1.5r$ 。若 A 点落在转折圆上, 并为 PO 线上的一点, A 点运动在系杆转一周中有三次近似为直线, A 点的旋轮线为尖角圆钝了的等边三角形, 如图 3-9(b) 所示, 可用于加工截面为三角形的轴类零件, 作无键连接之用。

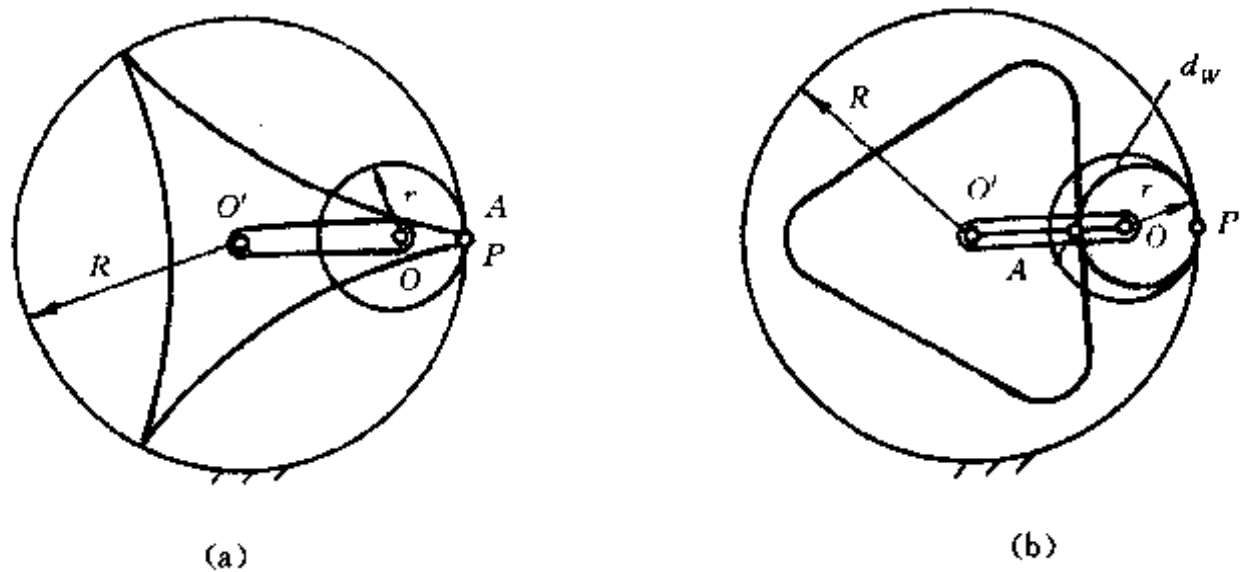


图 3-9 行星齿轮机构的旋轮线

三、伯比利尔极点切线法及其应用

(一)问题的提出

如图 3-10 所示, 若一个作平面复杂运动的构件上两个点 (如 A 点和 B 点) 的运动轨迹已知, 即 A 点和 B 点运动的曲率中心 A_0 点和 B_0 点已知, 则构件的运动轨迹即确定。由 AA_0 线与 BB_0 线的交点可确定构件运动的瞬心 P , 再由公式 (3-8) 可得出:

$$\left(\frac{1}{PA} - \frac{1}{PA_0}\right) \sin\beta_A = \left(\frac{1}{PB} - \frac{1}{PB_0}\right) \sin\beta_B = \frac{1}{d_w}$$

而 $\beta_B = \beta_A + \beta_{AB}$, 上式可进一步写成:

$$\left(\frac{1}{PA} - \frac{1}{PA_0}\right) \sin\beta_A = \left(\frac{1}{PB} - \frac{1}{PB_0}\right) \sin(\beta_A + \beta_{AB})$$

在这个式子中, 只包含有未知量 β_A , 可通过计算求出 β_A , 从而确定以 P 点为原点的 $t-n$ 坐标系, 并进一步确定转折圆的大小。有了 $t-n$ 坐标系和转折圆 d_w , 就可以确定构件上任一点在该瞬时运动的轨迹及其曲率中心。但根据公式 (3-8) (即欧拉—萨瓦里定理) 进行计算不方便, 而伯比利尔极点切线法可用简明的图解方法解决这一问题。

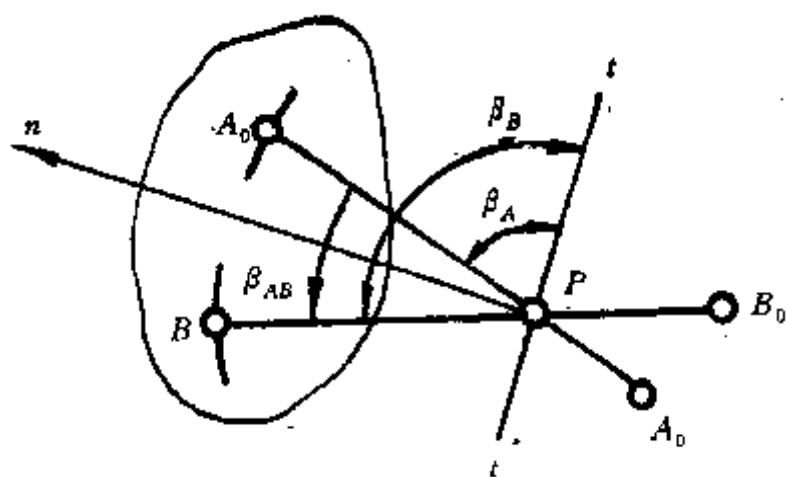


图 3-10 平面运动机构的 $t-n$ 坐标系

(二)伯比利尔极点切线法

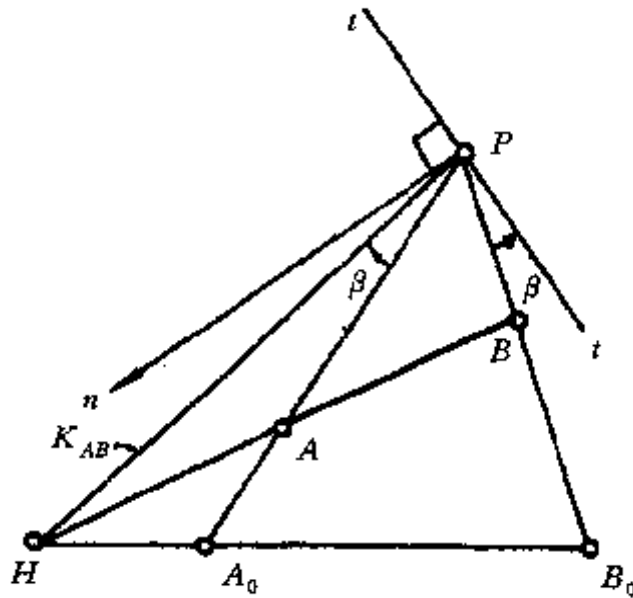


图 3-11 伯比利尔极点切线法

图 3-11 中构件 AB 作平面运动, A 点和 B 点运动的曲率中心为 A_0 点和 B_0 点。 AA_0 线与 BB_0 线的交点为瞬心 P , AB 与 A_0B_0 线的交点称为辅助点 H , PH 线称为共线轴 K_{AB} 。 AP 线与共线轴 K_{AB} 间的夹角为 β 。 若从 BP 线起, 作一个相反方向的 β 角, Pt 线就是 $t-n$ 坐标系中的 t 轴, 换言之, Pt 线就是此时转折圆的切线。 还可以作 Pn 线垂直于 Pt 线, Pn 线就是转折圆直径的方向线。 从 P 点出发观察, 图中 A 点和 B 点都有凸的运动轨迹, 转折圆应位于 Pt 线的左侧, 所以 Pn 线为由 P 点向左边指向。 上述图解法确定 Pt 线称为伯比利尔极点切线法[●]。

作者提出一种简明的证明如下:

图 3-12 中, 已知构件上 A 点和 B 点以及它们的曲率中心 A_0 点和 B_0 点。 由此可确定瞬心 P 和辅助点 H , PH 线为共线轴 K_{AB} 。 过 P 点作 A_0B_0 线的平行线与 AB 线交于 Q 点, 过 Q 点作共线轴 K_{AB} 的平行线分别交 PB_0 和 PA_0 线于 B_w 和 A_w 点。

因为 $\triangle BPH \sim \triangle BB_wQ$, 故

$$\frac{BP}{BB_w} = \frac{BH}{BQ}$$

又因为 $\triangle BPQ \sim \triangle BB_0H$, 故

$$\frac{BB_0}{BP} = \frac{BH}{BQ}, \text{ 所以可知}$$

$$\frac{BP}{BB_w} = \frac{BB_0}{BP}, \text{ 即 } BP^2 = BB_0 \cdot BB_w$$

对照公式 (3-7), 可以确定 B_w 为转折圆上的一点。 同理可以确定 A_w 也是转折圆上的一点。 过 P, A_w 和 B_w 三个点作一个圆, 这个圆就是转折圆。

PA 线与共线轴 K_{AB} 的夹角为 β 。 以 PB 线为起始线, 作一个反方向的 β 角。 从图中可以看出, $\angle PA_wB_w = \angle B_wPt = \beta$ 。 而 $\angle PA_wB_w$ 为弧 $\widehat{PB_w}$ 上的圆周角, 所以 Pt 线为弧 $\widehat{PB_w}$ 的切线。

(三)在平面四铰链机构中的应用

●伯比利尔(Bobillier)极点切线法的严格证明见符斯(Fuhs, W)的“Bobillier's Construction Via three-Pole theorem”一文中[Mechanism and Machine Theory 13(1978)]。

例 3-4 连杆上 C 点瞬时运动曲率中心的确定。

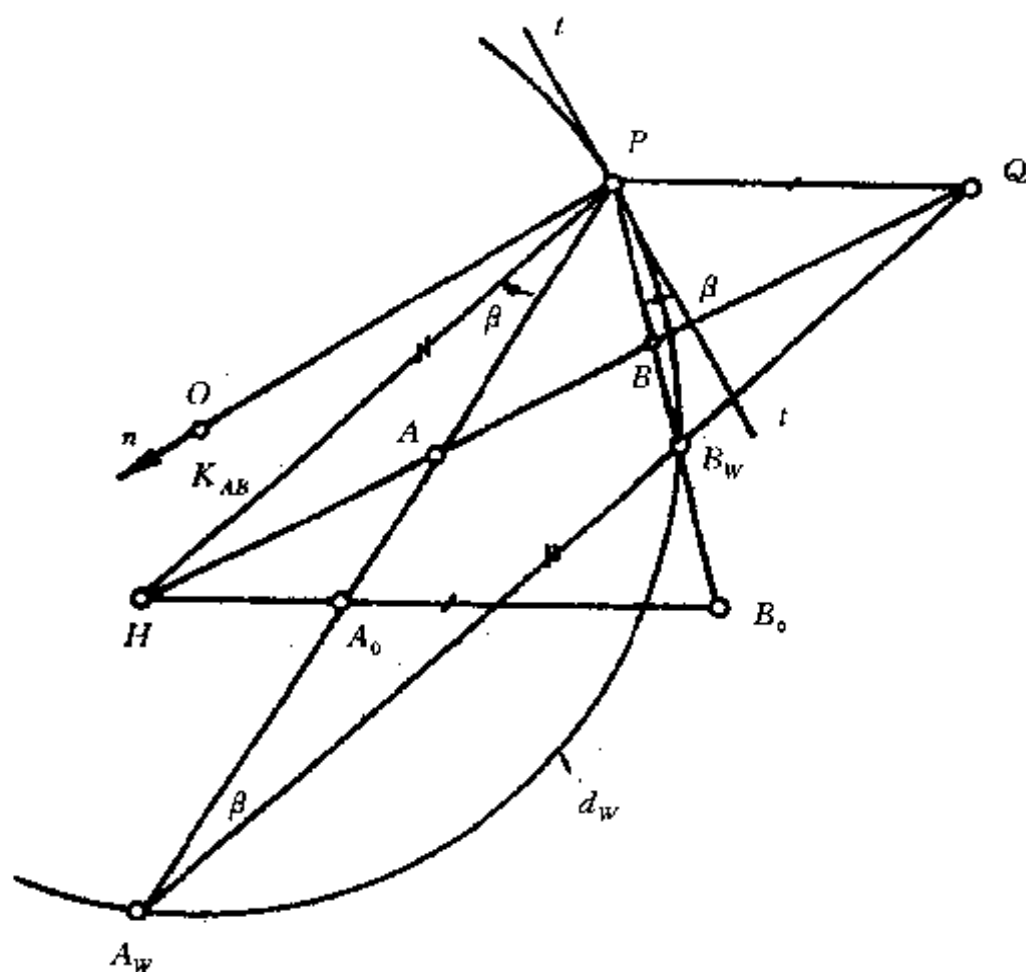


图 3-12 伯比利尔法的证明

解：图 3-13 为平面四铰链机构，连杆上的 C 点可描述出连杆曲线，现在机构处于某一般位置，可用图解法来确定 C 点连杆曲线的曲率中心和曲率半径。

首先，找出连杆 2 的速度瞬心 P_{24} ，因为连杆上 A 点和 B 点的轨迹情况已明确，其曲率中心分别为 A_0 点和 B_0 点，所以可求出辅助点 H_{AB} 。 $P_{24}A$ 线与共线轴 K_{AB} 的夹角为 β ， $P_{24}B$ 与 t 线的夹角也应为 β ，但方向相反，这就是伯比利尔法，由此可画出 $t-n$ 坐标系中的 t 线。对连杆 2 来说，以 P_{24} 为原点的 t 线以及 B 点和 B_0 点可完全确定连杆 2 的运动情况，换言之，转折圆已确定。

在进一步要求 C 点的曲率中心 C_0 时，不必画出转折圆，只要作共线轴 K_{BC} ，使得 $P_{24}C$ 线与 K_{BC} 的夹角也为 β ，但是 $P_{24}B$ 与 t 所夹的 β 角方向相反。 K_{BC} 线与 BC 线的交点为辅助点 H_{BC} 。 $H_{BC}B_0$ 线与 $P_{24}C$ 线的交点为 C_0 ， C_0 就是 C 点轨迹的曲率中心。

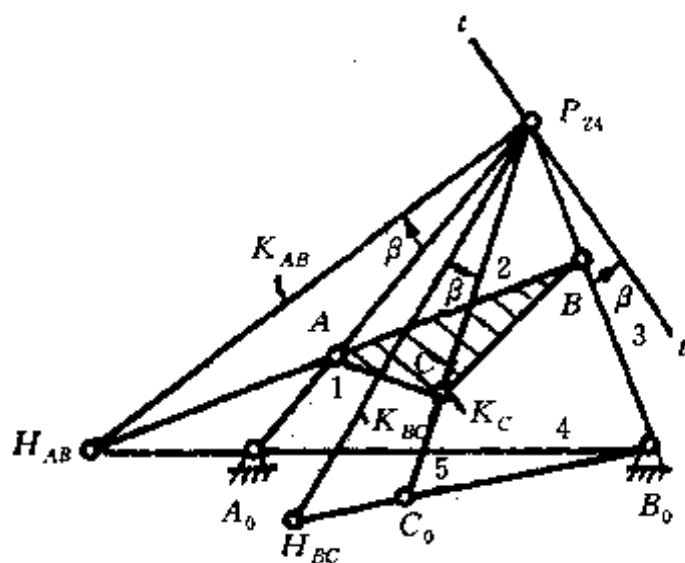


图 3-13 连杆曲线曲率半径的图解法

可以认为, A_0ABB_0 为一个四铰链机构, 而 C_0CBB_0 为另一个四铰链机构, 它们占有的公用构件为机架 1、连杆 2 和连架杆 3。按照机构的自由度计算, 该两机构的组合自由度数为零。但由于几何相容性, 即两机构上的连杆具有完全相同的转折圆, A 点或 C 点处的连架杆仅构成一个虚约束, 所以总的机构自由度数为 1。图中连杆 C 点的曲线 K_C 恰好具有曲率中心为 C_0 点, 就说明了这种几何相容性。

平面四铰链机构的连杆曲线已得到广泛的应用, 下面详尽讨论机构处于不同位置时连杆曲线曲率中心的求解。

除了图 3-13 已表示的机构一般位置外, 图 3-14 给出机构的三种特殊位置。在图 3-14(a) 中, 连架杆 1 与机架 4 叠合, 所以共线轴 K_{AB} 与机架线 A_0B_0 重合。转折圆的切线(即 t 线)与另一连架杆 BB_0 重合, 此时必须利用以 P_{24} 为原点的 t 线以及 A 点和 A_0 点来确定连杆 2 上 C 点轨迹的曲率中心 C_0 。分别从 $P_{24}A$ 和 $P_{24}C$ 线出发, 画出方向相反的两个 β 角, 可得出 K_{AC} 线。 AC 线与 K_{AC} 线的交点为 H_{AC} , $P_{24}C$ 线与 $H_{AC}A_0$ 线的交点为 C_0 点。在图 3-14(b) 中 K_{AB} 线与连架杆 AB 重合, $P_{24}A_0$ 线与共线轴 K_{AB} 的夹角为零, 说明 t 线与 $P_{24}B_0$ 线的夹角也为零, 即 t 线与 $P_{24}B_0$ 线重合。为找到 K_{AC} 线, 可如图作两个反向的 β 角, 然后用类似图 3-14(a) 中的作图法求出 C_0 点。图 3-14(c) 是一种更特殊的位置, 此时两连架杆 1 和 3 相互平行。这种情况在常用的曲柄摇杆机构中, 当曲柄转动整周的过程中会遇到两次。在该瞬时, 连杆 2 的速度瞬心 P_{24} 在无限远处。 K_{AB} 线与 $P_{24}A$ 线平行, β 角已蜕变为一段距离。过 B 点作反方向的距离 β , 按 P_{24} 的指向, 得出 t 线。为画出 K_{BC} 线, 由 C 点出发, 再画出反方向的距离 β , 作指向 P_{24} 的直线为 K_{BC} 线, K_{BC} 线与 BC 线的交点为辅助点 H_{BC} , $H_{BC}B_0$ 线与 $P_{24}C$ 线的交点为 C_0 。因 P_{24} 在无限远处, $P_{24}C$ 线应平行于 BB_0 和 AA_0 线。

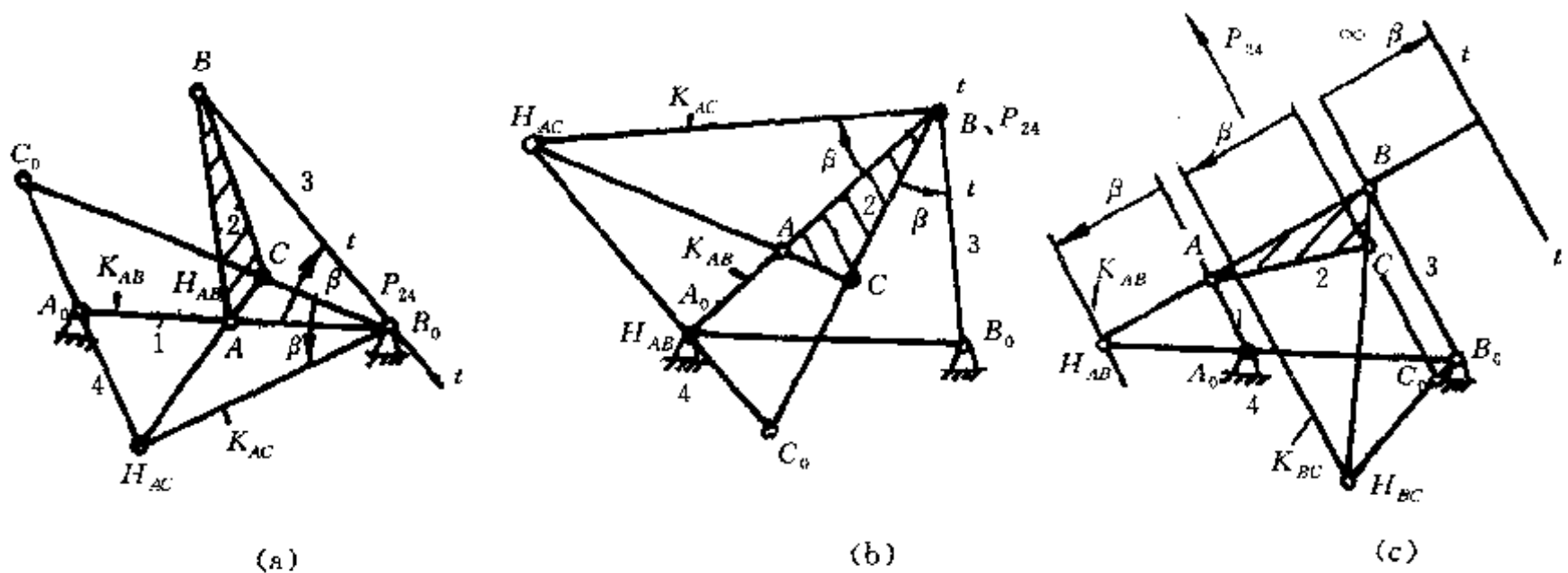


图 3-14 四连杆机构的三种特殊位置

例 3-5 分析和改进织布机的投梭机构。

在图 3-15 中, 织布机的梭子 5 受投梭棒 2 的打击, 在梭道 4 中由一侧飞向另一侧。梭道 4 和其支承一起固结在织机的下轴上, 该轴由图中没有注明的机构带动, 可作垂直于图示平面的摆动。

投梭棒 2 由构件 1 和 3 带动, 而这两个构件通过铰链与机架 4 相连。投梭棒的运动应满足下列要求, 固结在投梭棒端部的皮结有一个内锥形, 内锥形尖底打击梭尖过程中应作近似的水

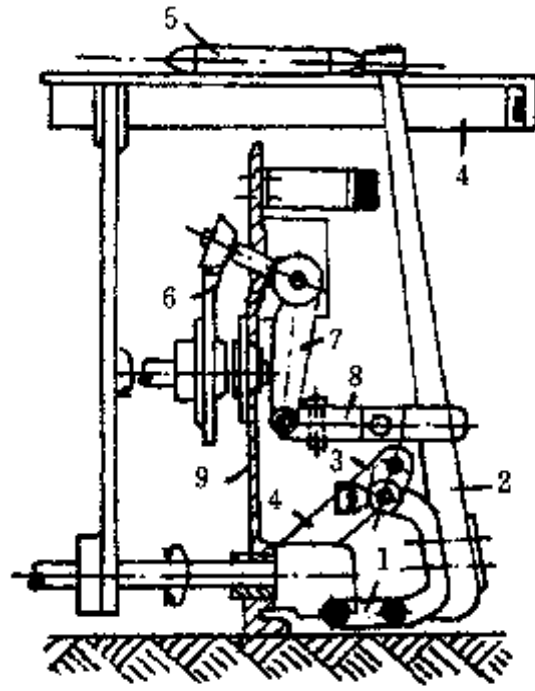


图 3-15 织机的投梭机构

平直线运动,以减少梭子受横向力的作用而跳动。

通过空间摆动从动件,凸轮机构把凸轮 6 的运动传递给摆动从动件 7,并继续带动滑套在投梭棒上的拉带 8,从而把运动传递到投梭棒 2 上。

已知引导投梭棒运动的平面四铰链机构的运动简图(见图 3-16)。求:

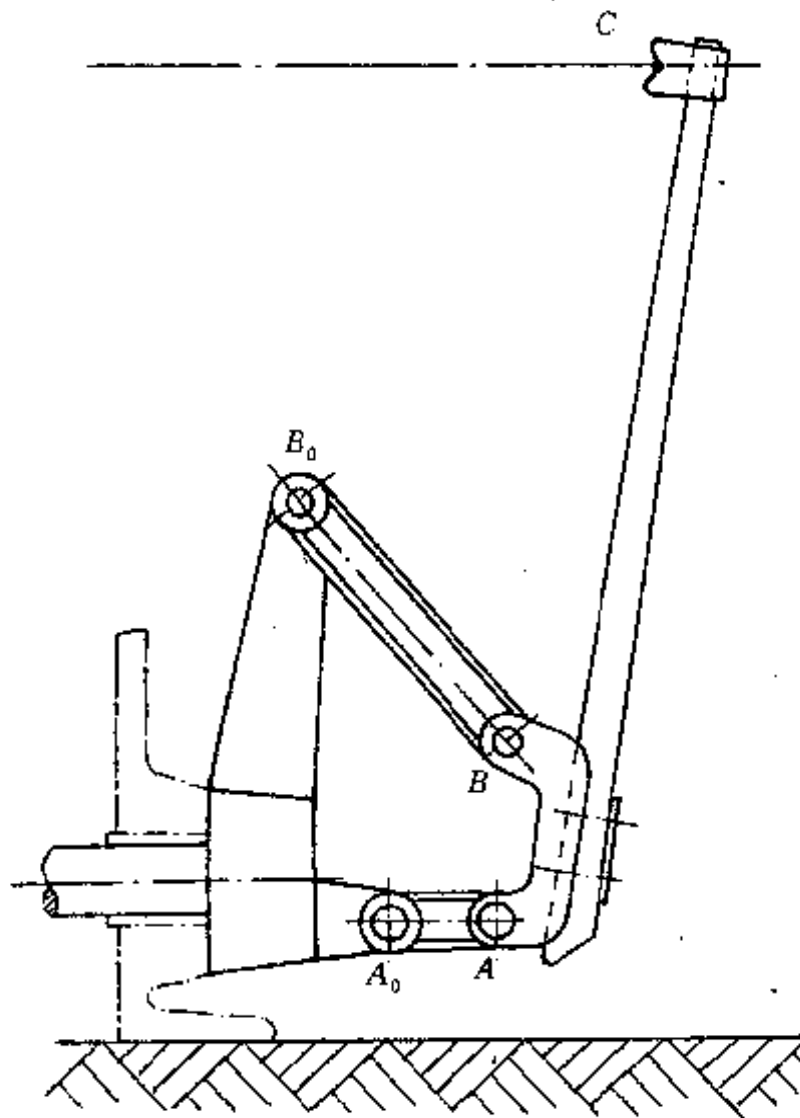


图 3-16 投梭机构运动简图

- (1) 评定在图示位置时连杆上 C 点的运动方向和轨迹的曲率半径。
- (2) 为了对 C 点实现直线引导,即使得图示位置时 C 点的轨迹有无限大的曲率半径,应对

上述机构的尺度作调整,具体方法是:

①保持机架 A_0B_0 和连架杆 B_0B 不变,在投梭棒寻找合适的 A' 代替 A 点;

②连架杆 A_0A 和投梭棒上的 A 点以及 B 点不变,在机架上 B' 点重新打轴销孔代替 B_0 点,以实现指定目的;

(3)比较上述两修改方案,分析其优劣。

解:这是求解平面四铰链机构连杆曲线曲率半径的问题,图 3-16 已表明机构处于一般位置,所以可用图 3-13 中所示的方法。

(1)确定原设计中 C 点的曲率半径 ρ_c :见图 3-17(a),两连架杆 A_0A 和 B_0B 延长线的交点为瞬心 P_{24} 。 C 点的运动迹线的切线应与 PC 线垂直,可以看出,切线 t_c 为水平线,与梭子运动方向一致。

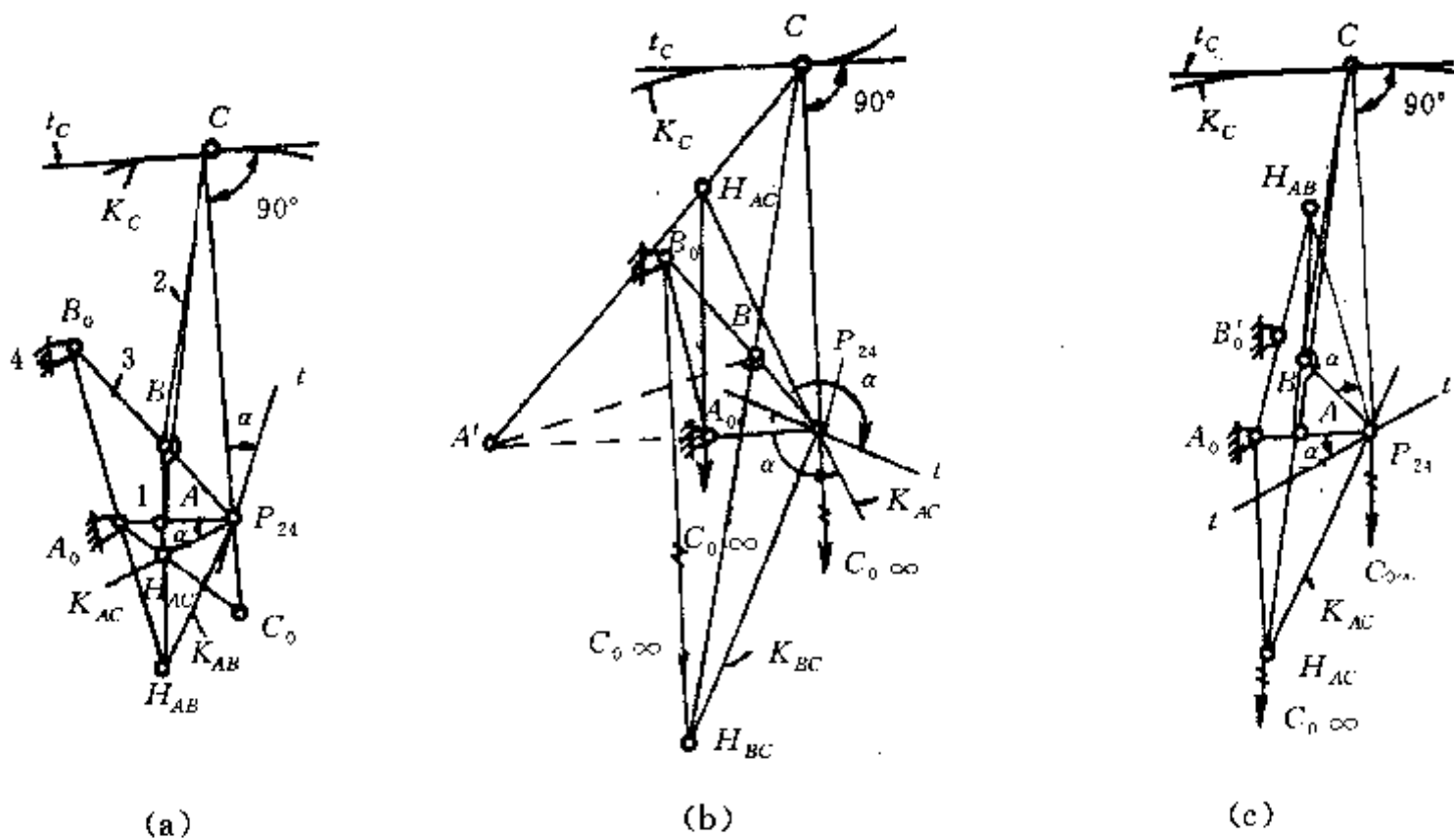


图 3-17 投梭机构直线投梭的方案确定

通过连杆 2 上的 A 点和 B 点以及相应的曲率中心 A_0 和 B_0 点,根据伯比利尔极点切线法可画出连杆上转折圆的切线 t 线,这条 t 线当然也适用于连杆 2 上的 A 点和 C 点这一对组合。再次使用伯比利尔法, $P_{24}C$ 线与 t 线的夹角为 α ,则 $P_{24}A$ 线与 K_{AC} 线的夹角为反方向的 α 角,这就确定了共线轴 K_{AC} 。进一步可求出 C_0 点。

C 点轨迹该瞬时的曲率半径可在图上量出, $\rho_c = CC_0 = 1560\text{mm}$ 。

(2)改进方案,使 C 点沿近似直线运动:若要使曲率中心 C_0 处于无限远处,应使 C 点正好落在转折圆上,瞬时轨迹是直线或者是拐点。

①寻找 A' 点代替 A 点:见图 3-17(b),现在 C_0 、 C 、 B_0 、 B 和 A_0 点已知,要找出 A' 点。

首先要建立以 P_{24} 为原点的 $t-n$ 坐标系。 BC 线与 B_0C_0 线的交点为辅助点 H_{BC} 。 $H_{BC}P_{24}$ 线为共线轴 K_{BC} 。由 $P_{24}B$ 和 $P_{24}C$ 线出发的两个方向相反的 β 角决定了 t 线。随后,由 $P_{24}C$ 和 $P_{24}A_0$ 线出发的反方向 β 角决定了 K_{AC} 线。 K_{AC} 线与 A_0C_0 线的交点为辅助点 H_{AC} 。 $P_{24}A_0$ 线与 CH_{AC} 线的交点为 A' 。

根据作图可以量出, $l_1' = A_0A' = 755\text{mm}$ 。

②寻找 B_0' 点代替 B_0 点; 见图 3-17(c), C_0 、 C 、 A_0 、 A 和 B 点已给定, 要找出 B_0' 点代替 B_0 点, 以改善 C 点的运动轨迹。

先由 C_0 、 C 和 A_0 、 A 点作图确定 $t-n$ 坐标系。 $P_{24}A$ 线与 t 线的夹角 α 应等于 $P_{24}B$ 线与 K_{AB} 线的夹角, 但方向相反, 这样就可以画出 K_{AB} 线。最后可得到 B_0' 点。

其结果为 $l_3' = B_0'B = 110\text{mm}$ 。

(3) 方案比较:

对于第一方案, 由图可以看出, C 点正处于轨迹的拐点上, 该段轨迹不够平直, 且 A' 的位置不佳, 在方案实施和机器改造上有困难。

而第二方案中 C 点的轨迹很平直, B_0' 点的位置接近 B_0 点, 只要对机器作较小的更动即可实现, 所以第二方案可取。

(四) 在曲柄滑块机构中的应用

例 3-6 确定曲柄滑块机构连杆曲线的曲率中心和曲率半径。

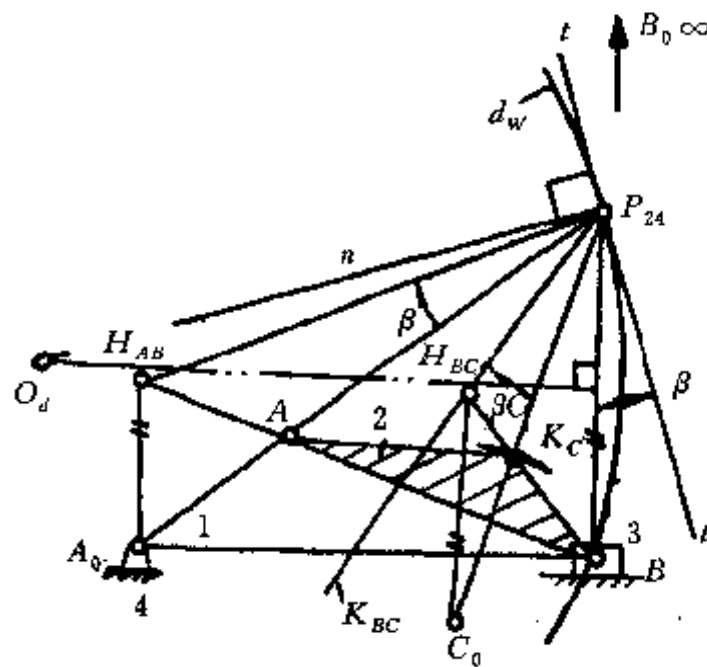


图 3-18 曲柄滑块机构的连杆曲线的曲率中心

在图 3-18 所示的曲柄滑块机构中, 要求出连杆上 C 点的曲率中心 C_0 , 首先要确定连杆 2 的绝对运动速度瞬心 P_{24} 和 $t-n$ 坐标系。 B 点作直线运动, 其曲率中心 B_0 可视为在滑块导路的垂线上, 并在无限远处。 A_0A 线与 B_0B 线的交点为瞬心 P_{24} 。过 A_0 点作导路的垂线表示 A_0B_0 线, 该线与 AB 线的交点为 H_{AB} 。根据由 AP_{24} 和 BP_{24} 出发的 β 角确定 t 线。 A 点是绕 A_0 点旋转的, 从 P_{24} 出发观察, A 点的轨迹为凸形, 所以 n 线的指向为由右向左, 这样就建立了 P_{24} 为原点的 $t-n$ 坐标系。其实在这种机构中连杆上的 B 点走直线, B 点一定在转折圆上。作 BP_{24} 的中垂线, 它与 n 线的交点为转折圆圆心 O_a , BO_a 为转折圆半径, 图上画出了一段转折圆的弧 d_w 。

由 $P_{24}C$ 出发作与 $P_{24}B$ 处的 β 角反向的 β 角, 得 K_{BC} 线, K_{BC} 与 BC 的交点为 H_{BC} , 过 H_{BC} 点作导路的垂线 (即作 H_{BC} 与 B_0 的连线), 与 $P_{24}C$ 线的交点为 C_0 , C_0 就是 C 点运动轨迹在该瞬时的曲率中心。

还必须研究曲柄滑块机构的两个特殊位置, 如图 3-19 所示。

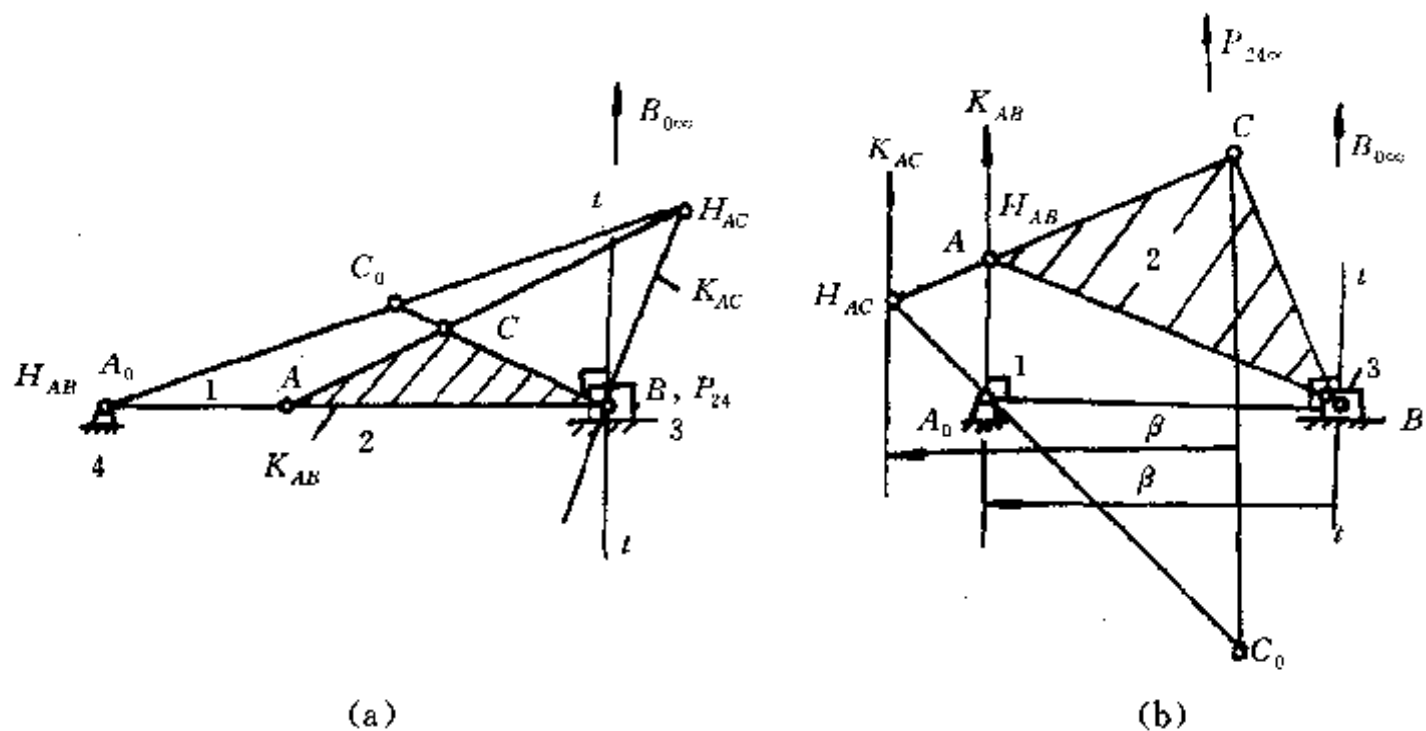


图 3-19 曲柄滑块机构的特殊位置

在图 3-19(a)中,曲柄 1 转到与滑块 3 的导路重合,此时 P_{24} 与 B 点重合,点 H_{AB} 与 A_0 点重合,结果 t 线与 BB_0 线重合,此时,应利用 A 点和 C 点的关系确定 K_{AC} 线而不是 K_{BC} 线,因为 $P_{24}A$ 线与 t 线垂直, $P_{24}C$ 线应与 K_{AC} 线垂直,这样即可画出 K_{AC} 线,并进一步画出 C_0 点,即 C 点的曲率中心。

图 3-19(b)为另一种特殊情况,曲柄 1 的位置与导路垂直, P_{24} 点在无限远处, t 线与 BB_0 线重合,此时, $P_{24}A$ 线与 t 线的夹角 β 蜕变为一段距离。从 $P_{24}C$ 线出发,量取反方向的距离 β ,可以画出 K_{AC} 线。 K_{AC} 与 AC 线的交点为 H_{AC} ,最后即得出 C_0 点。

曲柄导杆机构亦可作类似的图解分析,这里从略。

例 3-7 图 3-20(a)是一种双动滑块曲柄压机的示意图,其中滑块 B 完成冲裁工作,滑块 D 在冲裁过程中压住板料,以保证冲裁质量。图 3-20(b)是压力机的运动简图,连杆 AB 上的 C 点画出连杆曲线 K_C 。设计时,应确定构件 CD 的合理长度,使 CD 长正好等于 K_C 曲线下面一点的曲率半径。当曲柄 A_0A 转到下死点及其附近时,滑块 D 作短时的停顿,使滑块 D 对板料的压力不发生大的波动。现设曲柄 $A_0A=50\text{mm}$,连杆 $AB=200\text{mm}$, $AC=80\text{mm}$,求另一连杆 CD 应为多少,才能满足这一要求?

解:首先用伯比利尔极点切线法确定机构在下死点位置的 P 点和 $t-n$ 坐标系。在图 3-20(c)中,已表示 P 点与 B 点重合, n 线与 C, A_0, A, B 四点在一条直线上,如果画出转折圆(图上没有画出),则 PA 线与转折圆的交点 A_w 与 PC 线与转折圆的交点 C_w 重合。

为了求出 C_0 点,在这种特殊情况下可应用公式(3-7)。

$$AP^2 = AA_w \cdot AA_0$$

代入有关数值为

$$200^2 = AA_w \cdot 50$$

$$AA_w = \frac{200^2}{50} = 800\text{mm}$$

$$CC_w = AA_w - AC = 800 - 80 = 720\text{mm}$$

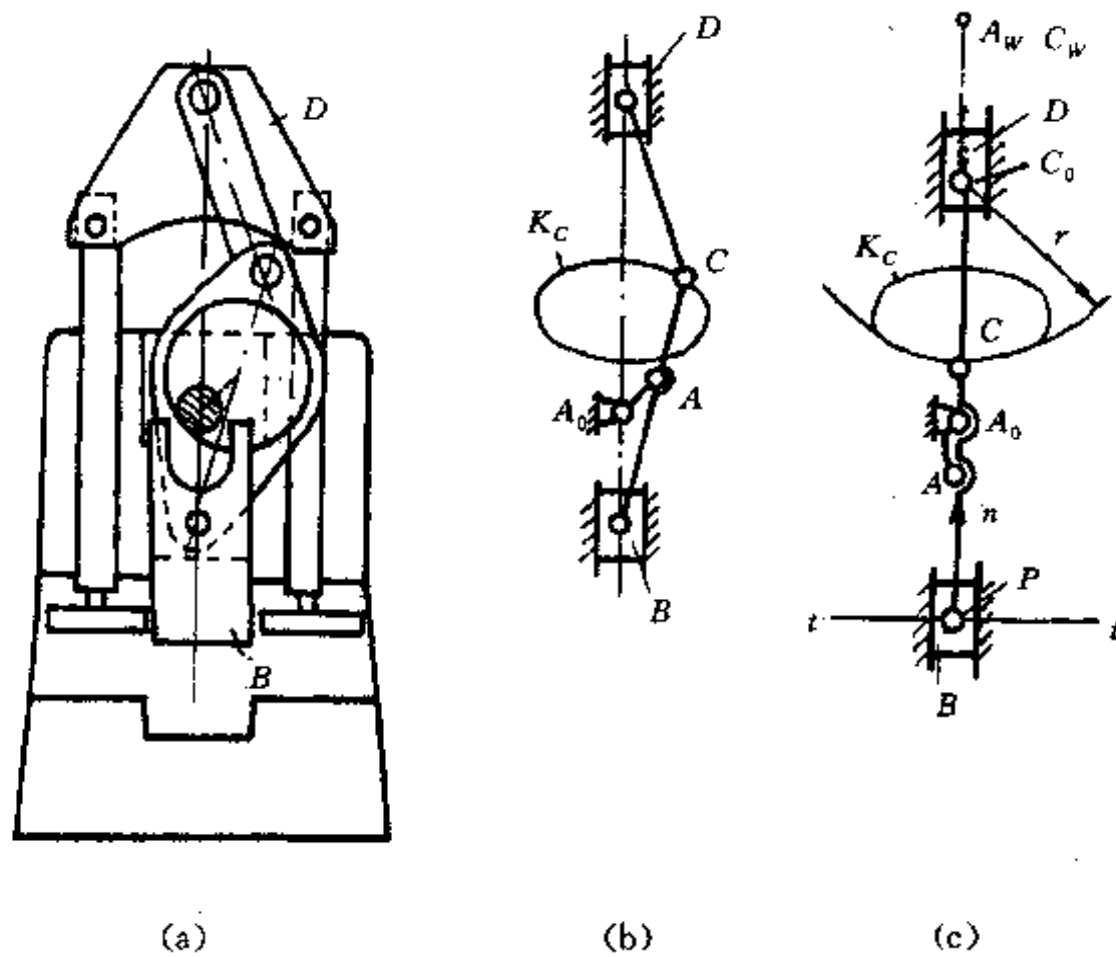


图 3-20 有双动滑块的曲柄压机

再次应用公式(3-7),

$$CC_0 = \frac{CP^2}{CC_w} = \frac{280^2}{720} = 108.9\text{mm}$$

所以应设计 $r = CD = 108.9\text{mm}$ 。

四、曲率半径和曲率中心的数值解法

机构中的曲线往往很复杂,如连杆曲线、凸轮廓线和齿轮传动中的啮合齿线等,这些曲线有的无法用方程的形式表达,如一般凸轮廓线;有的虽然可以用方程表达,但要用解析法写出其曲

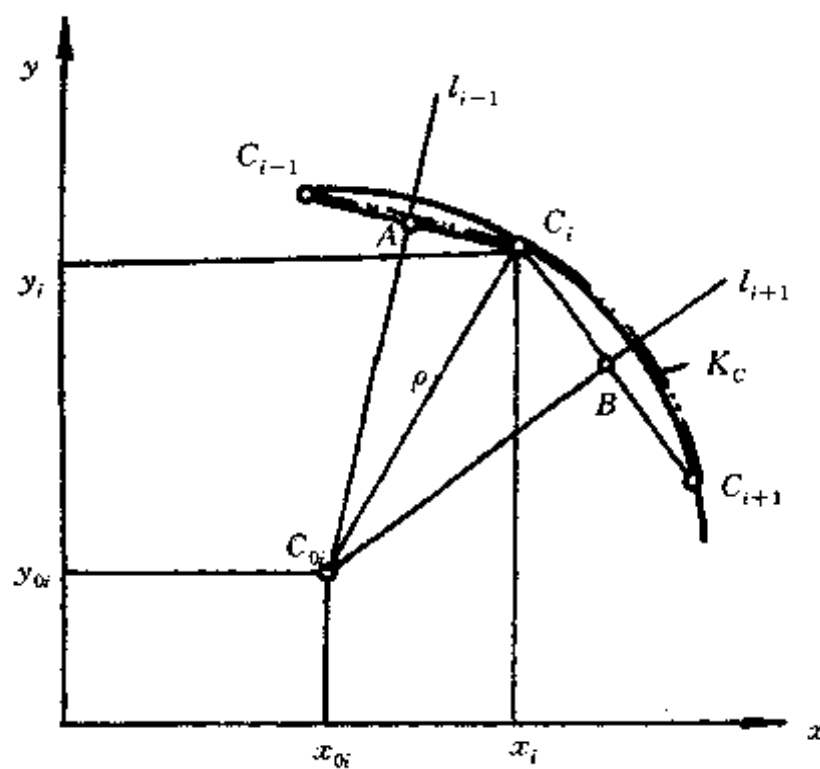


图 3-21 曲率的数值解法

率方程几乎是不可能的,如连杆曲线。在已知曲线的情况下,可以根据曲线上各点的坐标,用数值解法求出曲线上各点的曲率半径和曲率中心。由于计算机的应用,数值解法的精度可以保证。

这里只讨论平面问题。设平面曲线 K_c 已知,在图 3-21 中用双点划线表示。曲线上 3 个相近点 C_{i-1} 、 C_i 和 C_{i+1} 的曲线可用过该 3 点的圆弧来近似,并认为该圆弧的曲率中心 C_0 是实际曲线 C_i 点的曲率中心,而圆弧的半径 ρ 为 C_i 点的曲率半径。当曲线上 3 个点取得很接近时,这种近似引起的误差很小,可以满足工程上对曲率计算精度的要求。

在坐标系中, C_i 点的坐标用 x_i 和 y_i 表示,而用 x_{i-1} 和 y_{i-1} 表示 C_{i-1} 的位置,线段 $C_{i-1}C_i$ 中点 A 的坐标为

$$\begin{cases} x_A = \frac{x_i + x_{i-1}}{2} \\ y_A = \frac{y_i + y_{i-1}}{2} \end{cases} \quad (3-9)$$

用点斜式表示 $C_{i-1}C_i$ 中垂线 l_{i-1} ,

$$y - y_A = -\frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}(x - x_A)$$

$$\text{即} \quad x(x_i - x_{i-1}) + y(y_i - y_{i-1}) = x_A(x_i - x_{i-1}) + y_A(y_i - y_{i-1}) \quad (3-10)$$

把式(3-9)代入式(3-10)得

$$x(x_i - x_{i-1}) + y(y_i - y_{i-1}) = \frac{1}{2} [(x_i^2 + y_i^2) - (x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2)] \quad (3-11)$$

同理可以写出线段 C_iC_{i+1} 中点 B 的坐标

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \\ y_B = \frac{y_{i+1} + y_i}{2} \end{cases} \quad (3-12)$$

C_iC_{i+1} 中垂线 l_{i+1} 的方程为

$$x(x_{i+1} - x_i) + y(y_{i+1} - y_i) = \frac{1}{2} [(x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2) - (x_i^2 + y_i^2)] \quad (3-13)$$

C_0 点为 l_{i-1} 和 l_{i+1} 线的交点, C_0 的坐标 x_0 和 y_0 可用下列矩阵式表示:

$$\begin{bmatrix} (x_i - x_{i-1})(y_i - y_{i-1}) \\ (x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (x_i^2 + y_i^2) - (x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2) \\ (x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2) - (x_i^2 + y_i^2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (x_i - x_{i-1})(y_i - y_{i-1}) \\ (x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (x_i^2 + y_i^2) - (x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2) \\ (x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2) - (x_i^2 + y_i^2) \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

曲率半径 ρ_i 可写成

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \quad (3-15)$$

五、稳曲率点曲线及其应用

(一) 两条曲线的接触状态和稳曲率点

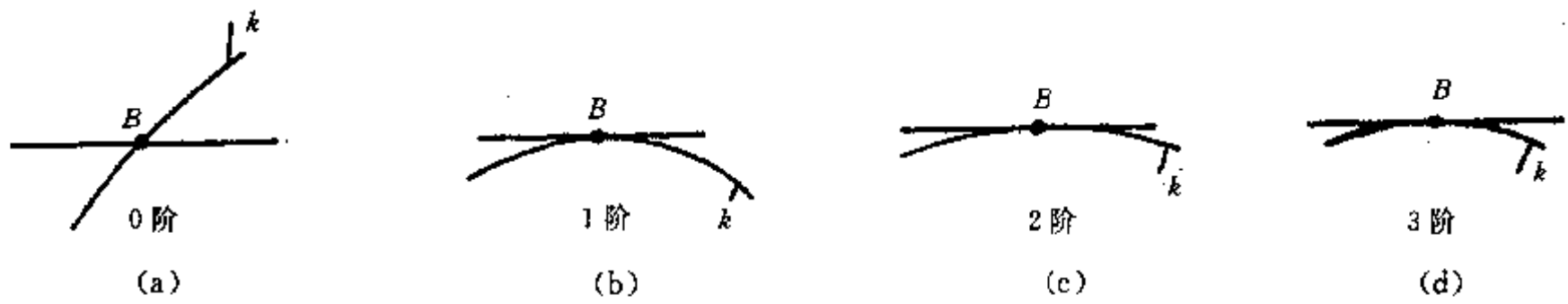


图 3-22 两条曲线的接触状态

在机构运动过程中，构件上一点画出一条轨迹，这条动轨迹与平面上的一条固定的曲线间发生接触，可以产生图 3-22 所示的四种状态。设固定曲线为一条直线；在图 3-22(a)中，动轨迹 k 与直线在 B 点相交，说明两条线在 B 点有相同的坐标值，可称为 0 阶一致，即原函数在 B 点一致。图 3-22(b)显示 k 曲线与直线相切，即两条线在 B 点有相同的斜率或 1 阶导数一致，称为 1 阶一致。图 3-22(c)表示两条线在 B 点不仅接触、相切，并且有相同的曲率半径，两条线在 B 点的密切程度提高了。由于曲率半径与 2 阶导数有关，故这种接触状态称为 2 阶一致。以前述转折圆为例，连杆处于转折圆上的点都走出曲率半径为无限大的线，可以实现近似的直线引导。

图 3-22(d)即显示所谓 3 阶接触。两条线在 B 点原函数、1 阶、2 阶和 3 阶导数都相同，称两条线为 3 阶一致。在机构中，往往寻求直线或圆引导，要求引导点的轨迹越逼近直线或圆越好，即要求引导点轨迹曲率的变化为零。图 3-22(d)中 k 曲线在 B 点处曲率半径为无限大，且曲率半径瞬时不变，称 B 点为稳曲率点。

在一个运动构件上，凡点运动时曲率半径瞬时不变的点统称为稳曲率点。一个绕固定点转动的构件，其上任一点都走出圆轨迹，所以都是稳曲率点。但作平面任意运动的连杆则不然，下面探讨之。

(二) 稳曲率点曲线

以铰接四连杆机构为例，如图 3-23(a)所示，首先用伯比利尔极点切线法画出机构处于某位置的 $t-n$ 坐标系。从速度瞬心 P 点观察，连杆上 A 和 B 点画出凸形线，所以可以判定转折圆在 $t-t$ 线的上方， n 线正方向向上。

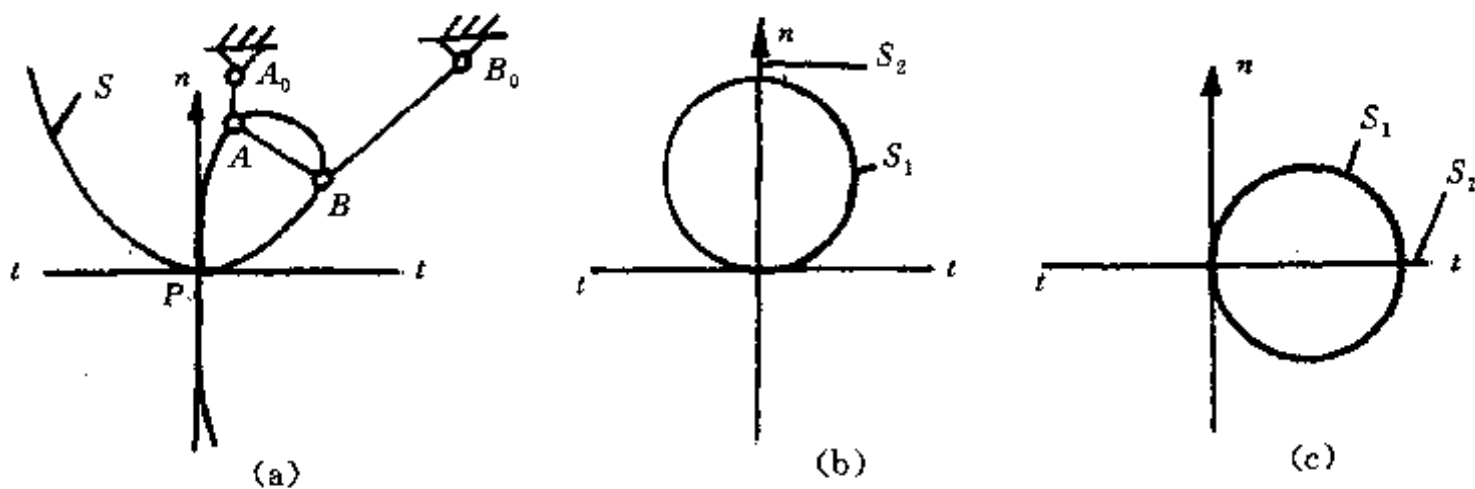


图 3-23 稳曲率点曲线

现在分析连杆 AB 上稳曲率点的集合。点 A 和 B 的轨迹为圆弧，曲率半径的变化为零，属于稳曲率点。连杆上与 P 重合的点可画出带尖点的曲线，在尖点处曲线曲率半径为零，且处于极值，即曲率半径瞬时不变，故 P 点也属于稳曲率点。通过这 3 个点，已可大致画出稳曲率点的集合为 S 线，称为稳曲率点曲线。一般情况下， S 线必两次过 P 点且与 t, n 线相切。

随机构尺度和位置的不同，稳曲率点曲线发生变化。图 3-23(b) 表示稳曲率点曲线蜕变为圆心在 n 线上的圆 S_1 和与 n 线重合的 S_2 直线。图 3-23(c) 表示稳曲率点曲线蜕变为圆心在 t 线上的圆 S_1 和与 t 线重合的 S_2 线。由于一般形状的 S 线不易求出，所以两种特殊形态的 S 线反而在工程中得到应用。

(三) 机构特殊位置时的稳曲率点曲线和应用

图 3-24(a) 表示四连杆机构曲柄 A_0A 转到与机架重叠的位置。参照图 3-14(a) 画出 $t-n$ 坐标系，并进一步画出 d_w 转折圆。由于 B_d 是连杆和摇杆的共同点， B_d 轨迹为圆弧，是稳曲率点，所以判断出稳曲率点曲线蜕变为图 3-23(c) 的情况， S_2 线与 t 线重合。过 P 和 A_d 两点作 n 线相切的圆为 S_1 线， S_1 圆和 S_2 直线构成稳曲率点曲线， S_1 圆与 d_w 转折圆交于 k 点。 k 点属于 d_w 圆，轨迹在 k 点处曲率半径为无限大； k 点又属于 S_1 圆，为稳曲率点，瞬时曲率半径不变。所以 k 点处的轨迹与直线十分逼近。

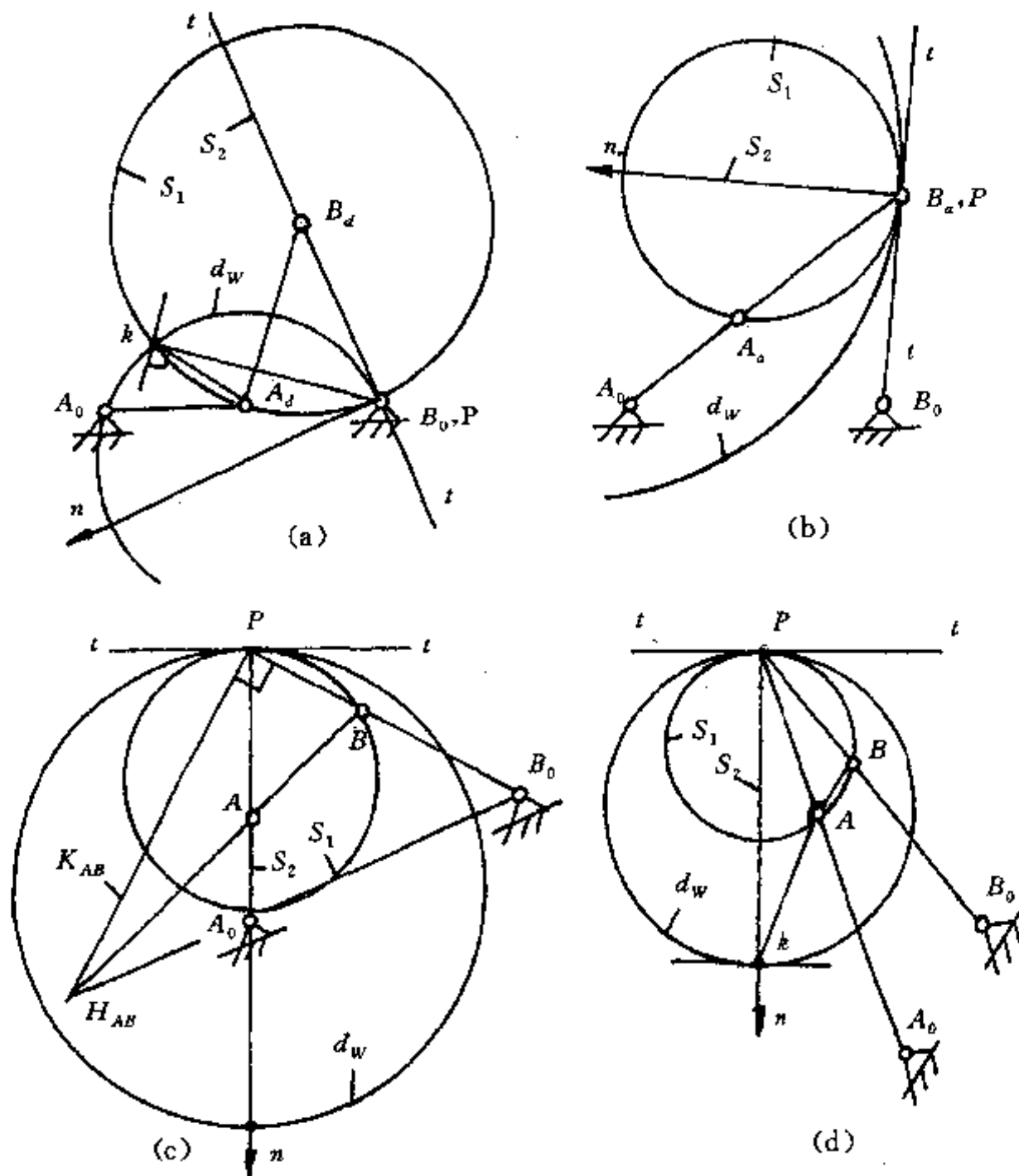


图 3-24 机构特殊位置时的稳曲率点曲线

图 3-24(b)是曲柄转动与连杆成一直线的位置,参照图 3-14(b)画出 $t-n$ 坐标系,并进一步画出 d_w 转折圆。现在, S_2 线与 n 线重合, S_1 圆过 A_0 和 P 点并与 t 线相切。 d_w 圆与 S_2 直线之间有一个交点(图中未画出),该点轨迹有良好的直线性。

图 3-24(c)是另一种特殊情况,图中画出共线轴 K_{AB} 和相对运动速度瞬心 H_{AB} 。当 $\angle H_{AB}PB = 90^\circ$ 时, n 线与连架杆 AA_0 重合,稳曲率点 A 将在 n 线上,即 S_2 线与 n 线重合。 S_1 圆应过 B 点并与 t 线相切。 d_w 转折圆与 S_2 点也有一个交点 k , k 点轨迹有良好直线性。

图 3-24(d)为工程实用的例子,机构处于连杆与机架平行的位置, S_2 线与 n 线重合, S_1 圆过 A 和 B 点且与 t 线相切。 d_w 转折圆与 S_2 线相交于 k 点。由于设计时注意了机架位置,使得此时 k 点的轨迹不仅是良好的近似直线,且水平。若 k 点处安装钩 2 吊动物体,即可作水平运动而避免物体不必要的上下波动,这就是码头起重吊车的设计构思。

图 3-24 中的 k 点称为鲍尔(Ball)点,可用类似方法分析曲柄滑块机构。

第四章 平面连杆机构分析

一、概述

平面连杆机构是由四个或四个以上构件通过转动或移动副连接而成的机构，所有构件在平行平面内运动。作为传动机构和引导机构，由于加工制造简单、寿命长，且机构特性丰富多变，故在工程中得到广泛应用，但由于其特性难以掌握，给机构综合造成困难，又限制了它的推广使用。本章的目的是系统地分析平面连杆机构，为后面章节的连杆机构综合打下良好基础。又因为近年来在机械产品中大量应用电技术，以前依靠复杂机构完成的工作现在只需要简单连杆机构即能胜任，所以有必要深入分析最基本的连杆机构——平面四连杆机构。

二、传动角

如图 4-1 所示，连杆机构中从动件 4 与驱动从动件的连杆 3 之间有相对运动瞬心 P_{34} ，该瞬心的绝对运动方向 v 与连杆对从动件施力方向 F_{34} 之间的夹角 α 称为压力角，压力角 α 总取锐角。传动角 μ 与压力角 α 互为余角，即 $\alpha + \mu = 90^\circ$ 。

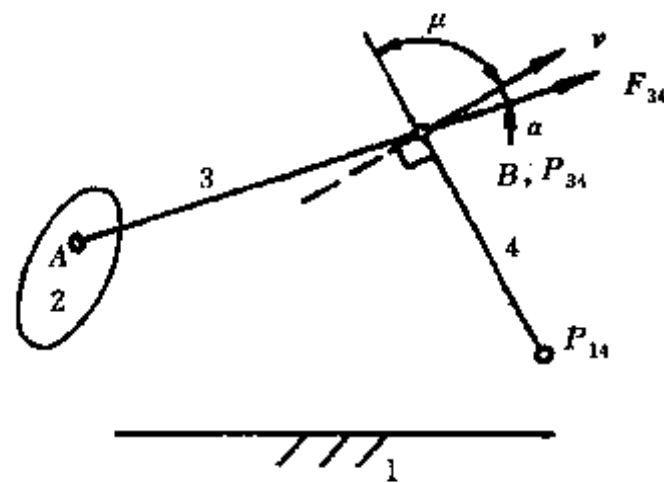


图 4-1 传动角的定义

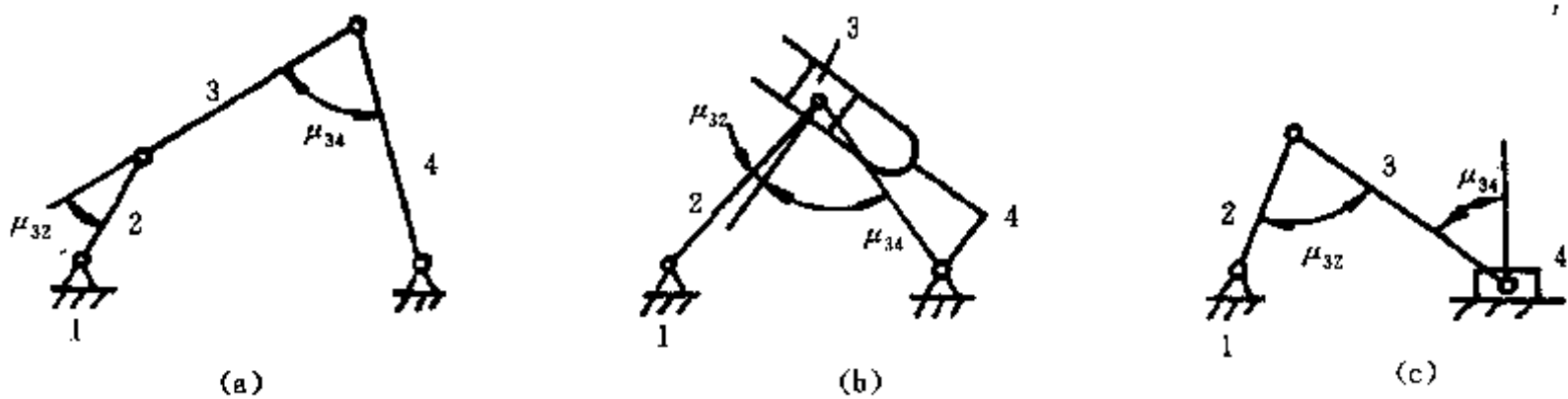


图 4-2 四杆机构的传动角

图 4-2 为常见四杆机构的传动角，其中 μ_{34} 表示构件 4 为从动件时的传动角， μ_{32} 表示构件 2 为从动件时的传动角。可见，传动角随从动件不同而不同。传动角还与机构的位置有关。当 $\mu=90^\circ$ 时，从动件的运动方向与受力方向一致，传动效果最好；当 $\mu=0$ 时，从动件的运动方向与受力方向垂直，作用力不可能推动从动件运动，此时发生自锁现象。为了保证运动的可靠性，要求 $\mu_{\min} > [\mu]$ ，对于一般运动， $[\mu]=30^\circ$ ，情况恶劣时，取 $[\mu]=40^\circ$ 。

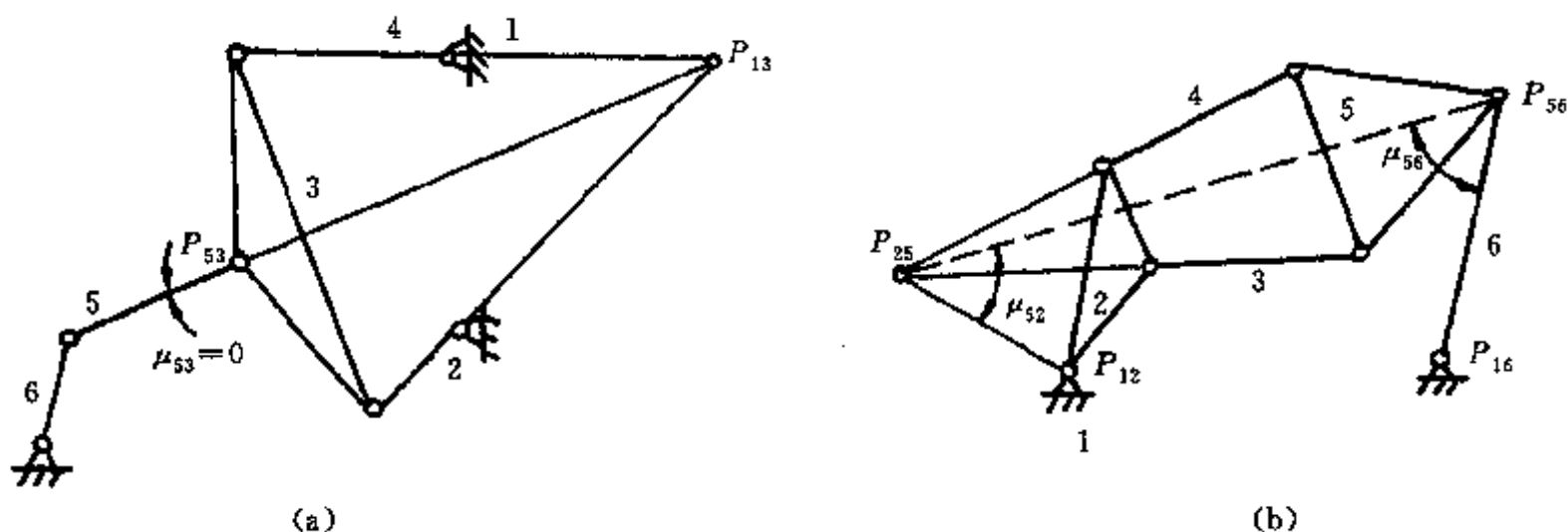


图 4-3 多杆机构的传动角

(a)六杆机构的传动角,构件 6 为主动件 (b)六杆机构的传动角

图 4-3 为多杆机构。在图 4-3(a)中，从动件 3 与连杆 5 的瞬心为 P_{53} ，而 P_{53} 作为构件 3 上的一点应绕绝对瞬心 P_{13} 转动，所以在图示位置，传动角 $\mu=0$ 而机构发生自锁。图 4-3(b) 为另一种复杂的六杆机构，当构件 2 为主动，构件 6 为从动时， P_{56} 点的受力应在构件 3 和 4 的交点 P_{25} 与 P_{56} 的连线上，所以如图 4-3(b) 所示标出 μ_{56} 。若构件 2 为从动件，瞬心 P_{25} 的受力方向过 P_{25} 与 P_{56} 的连线， P_{25} 作为从动件 2 上的一点，绕瞬心 P_{12} 转动，根据传动角的定义，也可标出 μ_{52} 。

传动角是机构学中一个比较重要的概念，以后在凸轮机构中还会经常用到。

三、平面四杆机构

(一) 类型

平面四杆机构由四个构件通过四个转动副或移动副组成。以 D 表示转动副，S 表示移动副，共可组成图 4-4 所示六种相应的运动链。

DDDD	DDDS	DDSS	DSDS	DSSS	SSSS

图 4-4 四构件运动链的种类

DDDD、DDDS、DDSS 和 DS DS 四种运动链只要指定任一构件为机架，就可成为自由度为 1 的机构，后面要详加讨论。DSSS 和 SSSS 运动链中，每种运动链都包含两个或两个以上只具有

移动副的构件,它们的存在限制了其他构件在平面内转动的可能性,运动链的公共约束为4,即4族机构,它们组成的机构有2个自由度。以SSSS为例,可取消一个构件而变成自由度为1的纯移动副组成的斜面机构。后两种运动链及其相应机构在此不讨论。

每个运动链取不同的构件为机架可组成四个机构。按照工程实际,还应进一步按运动能力进行分类。

有回转能力的:机构中有一个以上构件可相对它的相邻构件作整周转动。

项 目	运 动 简 图	传 动 函 数
(a) 曲柄摇杆机构 $l_1 = l_{\min}$		
(b) 双曲柄机构 $l_4 = l_{\min}$		
(c) 双摇杆机构 $l_2 = l_{\min}$		

图 4-5 存在曲柄的四铰链机构

只有摆动运动的：机构中任一构件不可相对它的相邻构件作整周转动。

有运动不确定的：机构至少有两个位置，任一构件作确定运动时另一构件运动不确定，换言之，有两种运动的可能性。

(二) DDDD 机构及其传动特性

DDDD 机构亦称为四铰链机构，应用极广泛。在图 4-4 中，运动链用四个构件长度表示出来，设最长构件为 l_{\max} ，最短构件为 l_{\min} ，四构件长度之和为 $\sum_1^4 l_i$ ，根据 Grashof 定理，可进行下列分类：

$$\text{有回转能力:} \quad l_{\min} + l_{\max} < \sum_1^4 l_i / 2 \quad (4-1)$$

$$\text{无回转能力:} \quad l_{\min} + l_{\max} > \sum_1^4 l_i / 2 \quad (4-2)$$

$$\text{运动不确定:} \quad l_{\min} + l_{\max} = \sum_1^4 l_i / 2 \quad (4-3)$$

1. 有回转能力的 因为有回转能力，机构中存在能作整周回转的曲柄，应用广泛。按照 l_{\min} 所处位置的不同，如图 4-5 所示，又可分为三种机构：

当曲柄 l_1 最短时，为曲柄摇杆机构，如图 4-5(a) 所示。曲柄 1 的转动转化为摇杆 3 的摆动。当曲柄转动到与连杆成一直线位置时，摇杆摆动到外极限位置 B_a ，当曲柄转到与连杆叠合位置时，摇杆摆动到内极限位置 B_i 。摇杆摆动范围 ψ_0 为：

$$\psi_0 = \arccos \frac{l_3^2 + l_4^2 - (l_1 + l_2)^2}{2l_3l_4} - \arccos \frac{l_3^2 + l_4^2 - (l_1 - l_2)^2}{2l_3l_4} \quad (4-4)$$

摇杆摆动 ψ_0 角而曲柄同向转动 φ_0 角，

$$\varphi_0 = 180^\circ \pm \arccos \frac{l_2^2 + l_4^2 - 2\left(l_3 \sin \frac{\psi_0}{2}\right)^2}{l_2^2 - l_1^2} \quad (4-5)$$

在工程技术中，又把 $\varphi_0 = 180^\circ$ 的机构称为无偏置曲柄摇杆机构，此时

$$l_1 = l_3 \sin \frac{\psi_0}{2} \quad (4-6)$$

$$l_1^2 + l_4^2 = l_2^2 + l_3^2 \quad (4-7)$$

根据式(4-6)和式(4-7)来设计机构简单易行。无偏置机构的图形特点为极限位置点 B_a 、 B_i 、 A_a 、 A_i 在一条直线上。若 $\varphi_0 < 180^\circ$ ，称为负偏置，此时 A_a 、 A_i 点在 B_a 、 B_i 连线远离机架的一侧，式(4-5)中取负号，且有 $l_1^2 + l_4^2 > l_2^2 + l_3^2$ 。若 $\varphi_0 > 180^\circ$ 称为正偏置， A_a 、 A_i 点在 B_a 、 B_i 连线靠近机架的一侧，式(4-5)中取正号，且有 $l_1^2 + l_4^2 < l_2^2 + l_3^2$ 。在图 4-5(a)中表示三种不同的 φ - ψ 传动曲线。

还应分析曲柄摇杆机构的传动角。当曲柄主动时，传动角 μ 即为图 4-5(a)中的 $\angle ABB_0$ 。可以看出，当曲柄转动到与机架成一直线的 A_i 位置或与机架叠合的 A_a 位置时， μ 角出现极值。

$$\mu_s = \arccos \frac{|l_2^2 + l_3^2 - (l_1 + l_4)^2|}{2l_2l_3} \quad (4-8)$$

$$\mu_d = \arccos \frac{|l_2^2 + l_3^2 - (l_1 - l_4)^2|}{2l_2l_3} \quad (4-9)$$

而 μ_{\min} 为 μ_s 和 μ_d 中的较小值。当为无偏置时, $\mu_{\min} = \mu_s = \mu_d$ 。可以认为无偏置机构是一种传动条件较好的机构。

当摇杆为主动件时, 如缝纫机的踏板为主动带动机头旋转, $\mu = \angle A_0AB$ 。当曲柄处于 A_2 和 A_1 位置时 $\mu = 0$, 机构发生自锁。为了保证连续运动, 必须采取其他措施, 如依靠惯性越过这些死点。

可以看出, 在分析曲柄摇杆机构时, 要特别注意下标为 a, i, s, d 的四个特殊位置。

还要指出, 因为摇杆只可能在机架的一侧摆动, 所以

$$\psi_0 \leq \pi \quad (4-10)$$

又机构的偏置程度有一定限制, 即

$$90^\circ + \frac{\psi_0}{2} \leq \varphi_0 \leq 270^\circ + \frac{\psi_0}{2} \quad (4-11)$$

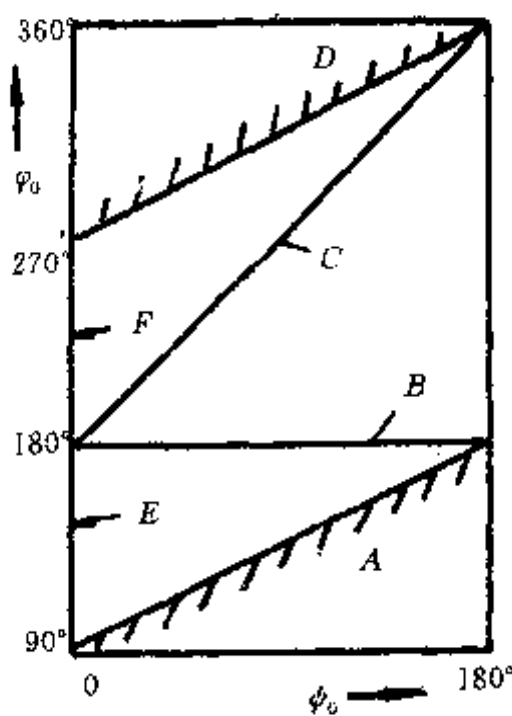


图 4-6 $\varphi_0 - \psi_0$ 的可行域

由图 4-6 可以看出, $\varphi_0 - \psi_0$ 的可行域为 A、D 线所围无阴影线的范围内, 这样就可避免设计时的盲目性。B 线表示无偏置时 $\varphi_0 - \psi_0$ 关系。

当机架 l_4 为最短构件时, 可得到图 4-5(b) 所示双曲柄机构。主动曲柄 l_1 的等速转动转化为从动曲柄 l_3 的不等速转动, 但两者转向一致。从动曲柄转动的不均匀程度可用其转角相对主动曲柄转角的超前(或落后)来表示。当连杆 l_2 处于双曲柄不交叉而平行于机架时, 主、从动曲柄有相同的转速, 为 p 位置; 当双曲柄交叉而连杆又平行机架时, 主、从动曲柄再次有相同的转速, 为 k 位置, 从几何关系可以看出

$$\varphi_p = \arccos \frac{l_1^2 + (l_2 - l_4)^2 - l_3^2}{2l_1(l_2 - l_4)} \quad (4-12)$$

$$\psi_p = \arccos \frac{l_1^2 - l_3^2 - (l_2 - l_4)^2}{2l_3(l_2 - l_4)} \quad (4-13)$$

$$\varphi_k = 180^\circ + \arccos \frac{l_1^2 + (l_2 + l_4)^2 - l_3^2}{2l_1(l_2 + l_4)} \quad (4-14)$$

$$\psi_k = 180^\circ + \arccos \frac{l_1^2 - l_3^2 - (l_2 + l_4)^2}{2l_3(l_2 + l_4)} \quad (4-15)$$

超前量用 δ 表示

$$\delta = \psi_0 - \varphi_0 = (\psi_k - \psi_p) - (\varphi_k - \varphi_p) \quad (4-16)$$

在图 4-5(b) 的 $\varphi-\psi$ 图中, 过 p, k 两点作 45° 斜线, 即可得出 δ 值, 显然, δ 值不能过大。在工程中有时利用双曲柄机构作为初级机构带动下一级四杆机构或槽轮机构工作, 此时一般是利用双曲柄机构存在超前量 δ , 所以应根据上述公式进行分析计算。

当主动曲柄转到与机架成一直线或叠合时, 机构的传动角 μ 得极值, 可用式 (4-8) 和式 (4-9) 计算。

总之, 分析双曲柄机构时应注意 s, d, p, k 四个特殊位置。

当连杆 l_2 最短时, 得到图 4-5(c) 所示双摇机构, 其传动函数为双值函数, 即当构件 l_1 主动时, 每个主动摆角 φ 对应有两个从动摆角 ψ 值, 反之亦然。图 4-5(c) 中以 a, i 表示主动件 l_1 与连杆成一直线或叠合位置, 以 a', i' 表示从动件 l_3 与连杆成一直线或叠合位置。可以看出, $\varphi_0 < 180^\circ$ 和 $\psi_0 < 180^\circ$ 。当构件 l_1 为主动时, 在 a' 和 i' 位置, 机构传动角 $\mu = 0$ 。在应用双摇机构时, 往往选

项 目	运 动 简 图	传 动 函 数
(a) 双内摇杆机构 $l_4 = l_{\max}$		
(b) 双外摇杆机构 $l_2 = l_{\max}$		
(c) 内外摇杆机构 $l_1 = l_{\max}$		

图 4-7 纯摆动四铰链机构

择传动函数曲线中 $a'a$ 之间或 ii' 之间的一段。

2. 无回转能力的 除了机构应满足式(4-2)外,还应满足

$$l_{\max} < \frac{\sum l_i}{2} \quad (4-17)$$

根据 l_{\max} 所处位置的不同,可以组成三种纯双摇机构,如图 4-7 所示。

纯摆动机构的一个特点是任一连架杆即摇杆的摆角 $> 180^\circ$ 。此外在 $\varphi-\psi$ 图上可以看出,调整机构的尺寸,可使 $\varphi-\psi$ 曲线近似为直线,可以用这样的四杆机构代替齿轮机构,实现主、从动件小摆角范围内的等速传动。

双外摇机构常作为汽车转向机构,图 4-8 为起居拖车天窗采用双内摇机构的例子,图中表示天窗的三种工作状态。

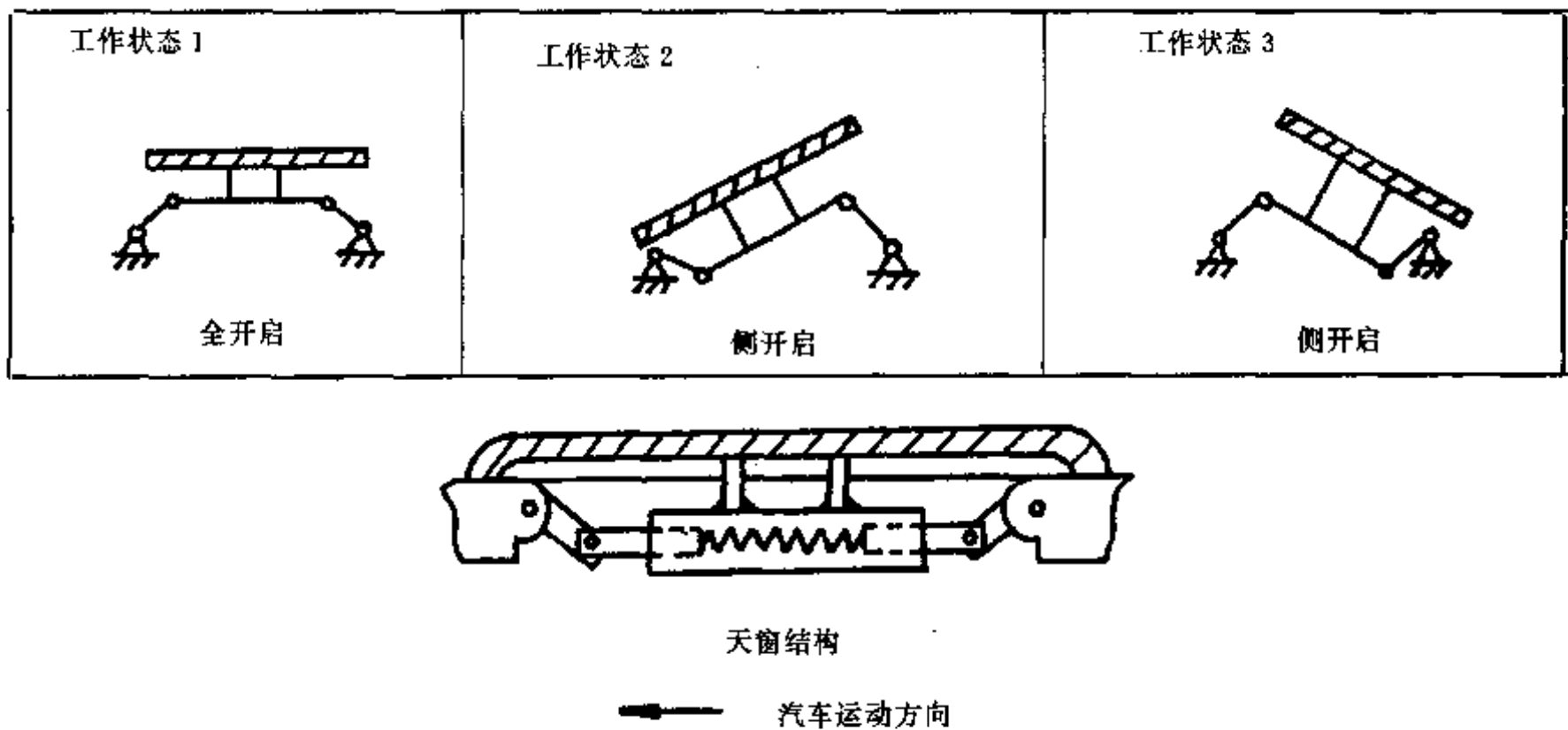


图 4-8 起居拖车天窗及其工作状态

3. 运动不确定的 这类机构的共同特点是四构件和四个铰链能两次处于一条直线上,此时,无论任一构件作为主动件,其他构件的运动总存在两种相反方向的可能性。为了保证从动件的运动在这些位置不突然换向,要采用特别措施,图 4-9 为其一览表。

平行四边形机构是一种常用机构,可以简便地把主动曲柄的运动传递到从动曲柄上,是连杆机构中少有的等速传动机构。为克服特殊位置时从动件运动的不确定,可利用从动件的惯性或增加附加杆组,如图 4-10 所示。在图 4-10 中,轮 A, B, C 以相同的转速同方向转动。

反平行四边形机构有两种可能性。若曲柄为最短构件,则主、从动曲柄转向相反;若曲柄为最长构件,则主、从动曲柄转向相同。其传动比很容易计算出来。以异向反平行四边形为例,设

$AP_{13} = x, B_0P_{13} = y, i_{13} = -\frac{y}{x}, x + y = l_{\max}$, 因为 $\triangle ABB_0 \cong \triangle A_0B_0A$, 有

$$AP_{13} = y$$

$$l_1^2 + x^2 - 2l_1x\cos\varphi = AP_{13}^2 = y^2$$

项 目	运 动 简 图	传 动 函 数
平行四边形机构 $l_1 = l_3 = l_{\min}$ $l_2 = l_4 = l_{\max}$		
反平行四边形机构(异向) $l_1 = l_3 = l_{\min}$ $l_2 = l_4 = l_{\max}$		
反平行四边形机构(同向) $l_1 = l_3 = l_{\max}$ $l_2 = l_4 = l_{\min}$		
特殊曲柄摇杆机构 $l_1 = l_{\min}$ 而且 ① $l_1 + l_2 = l_3 + l_4$ 或 ② $l_1 + l_3 = l_2 + l_4$ 或 ③ $l_1 + l_4 = l_2 + l_3$		
特殊双曲柄机构 $l_4 = l_{\min}$ 而且 ① $l_4 + l_1 = l_2 + l_3$ 或 ② $l_4 + l_2 = l_1 + l_3$ 或 ③ $l_4 + l_3 = l_1 + l_2$		

图 4-9 运动不确定位置存在的四铰链机构

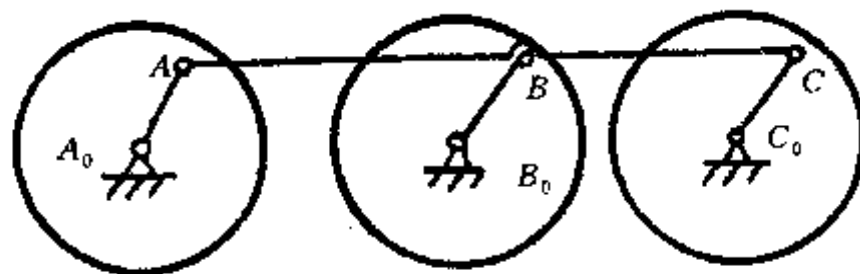


图 4-10 利用附加杆组克服运动不确定

结果为

$$i_{13} = - \frac{l_{\max} - l_{\min}}{l_{\max} + l_{\min} - 2l_{\max}l_{\min}\cos\varphi} \quad (4-18)$$

可以利用它来代替椭圆齿轮机构。

同向反平行四边形机构的传动比可以同理导出。此外该机构中的瞬心点 P_{24} 画出一个椭圆，因为 $A_0P_{24} + B_0P_{24} = l_{\max}$ 。椭圆长轴半径为 $\frac{l_{\max}}{2}$ ，短轴半径为 $\frac{\sqrt{l_{\max}^2 - l_{\min}^2}}{2}$ 。可以利用这一特性制成调节方便的椭圆仪。

特殊曲柄摇杆机构中从动件的摆角可在机架的两侧，可看成是一般曲柄摇杆机构与内外摇机构的组合。

特殊双曲柄机构的重要特点是当主动曲柄转动两周时从动曲柄才转动一周。

后两种机构按照图 4-9 中有关几何尺寸的关系还可进一步细分为三类，这里不再详述。

(三) DDDS 机构及其传动特性

在 DDDS 机构中存在一个移动副，是另一种应用广泛的四杆机构。典型的应用如活塞式压

项 目	运 动 简 图	传 动 函 数
$l_1 = l_{\min}$ (a) 曲柄滑块机构		
(b) 曲柄摆动导杆机构		
$l_4 = l_{\min}$ (c) 曲柄转动导杆机构		
$l_2 = l_{\min}$ (d) 摇杆滑块机构		

图 4-11 存在曲柄的带一个移动副四杆机构

缩机、发动机、各种油缸和气缸传动的机构等。设长的构件长度为 l_{\max} ，另一杆长度必为 l_{\min} ，还有一个重要尺度为偏心距 e 。根据 Grahof 定理，可分类如下：

$$(1) \text{有回转能力} \quad l_{\min} + e < \frac{l_{\max} + l_{\min} + e}{2} \quad (4-19)$$

$$(2) \text{无回转能力} \quad l_{\min} + e > \frac{l_{\max} + l_{\min} + e}{2} \quad (4-20)$$

$$(3) \text{运动不确定} \quad l_{\min} + e = \frac{l_{\max} + l_{\min} + e}{2} \quad (4-21)$$

1. 有回转能力的 如同四铰链机构，应以最短构件所处的位置进一步分为图 4-11 所示的四类机构。

图 4-11(a)为曲柄滑块机构，应该注意机构简图上带下标 a, i, d, s 的位置。曲柄 l_1 主动时，滑块的行程为

$$s_0 = \sqrt{(l_{\max} + l_{\min})^2 - e^2} - \sqrt{(l_{\max} - l_{\min})^2 - e^2} \quad (4-22)$$

可从 $\triangle A_0B_iB_a$ 看出，

$$s_0 \geq A_0B_a - A_0B_i = 2l_1 \quad (4-23)$$

当偏距 $e=0$ 时， $s_0=2l_1$ ，因而说明偏距 e 越大，曲柄 l_1 不变时行程 s_0 越大，且由于偏距 e 的存在，有

$$\varphi_0 = 180^\circ \pm \left(\arccos \frac{e}{l_2 + l_1} - \arccos \frac{e}{l_2 - l_1} \right) \quad (4-24)$$

上式中虽出现 \pm 符号，但机构无正、负偏置之区分，这个关系在图 4-6 中以 E, F 线表示。

用下标 d, s 的位置计算曲柄主动时的极限传动角，可以看出

$$\mu_{\min} = \arccos \frac{l_1 + e}{l_2} \quad (4-25)$$

图 4-11(b)为曲柄摆动导杆机构，不管是否存在偏距 e ，总有

$$\varphi_0 = \psi_0 + 180^\circ \quad (4-26)$$

在图 4-6 中以 C 线表示这一关系。此机构还有一重要特点是当曲柄主动时，机构传动角为 90° 。

图 4-11(c)为曲柄转动导杆机构。曲柄或导杆都可作为主动件， φ 和 ψ 有下列关系：

$$\tan \psi = \frac{l_1 \sin \varphi}{l_1 + l_2 \cos \varphi} \quad (4-27)$$

进一步可得

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{l_1 \cos \varphi \cos(\varphi - \psi)}{l_1 + l_2 \cos \varphi} \quad (4-28)$$

图 4-11(d)为摇杆滑块机构。从图可知：

$$\varphi_0 = 2 \arcsin \frac{l_2}{l_1} \quad (4-29)$$

通常的雨伞就是一个摇杆滑块机构，滑块主动，如果在设计中做到 $l_2 < l_1$ ，在遇到大风时，雨伞就不会被吹成喇叭形。

2. 完全摆动和移动 见图 4-12。对摆动导杆机构，若 $l_1 > l_2$ ，可得到另一种类型，这类机构也很实用。图 4-13 为油压驱动装置，油缸推动活塞 A 由 A_1 位置移动到 A_2 位置，从动件摆角为 ψ_0 。

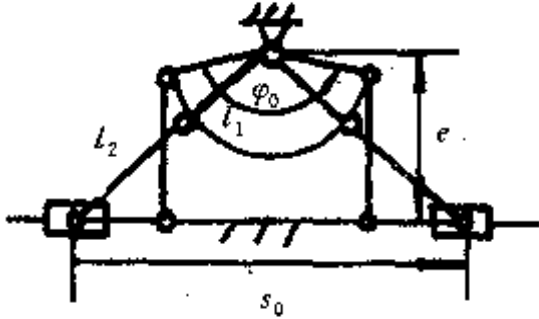
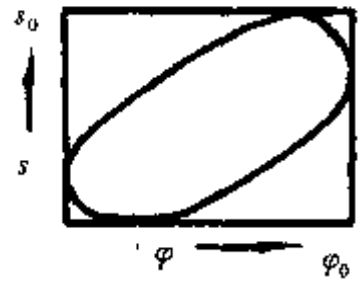
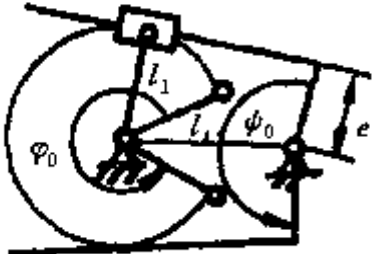
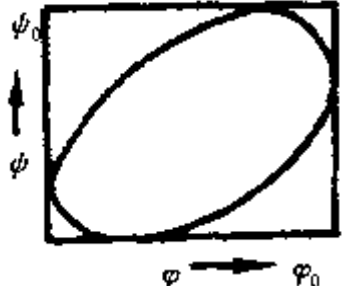
项 目	运 动 简 图	传 动 函 数
(a) 摇杆滑块机构		
(b) 摆动导杆机构 $l_1 < l_4$		

图 4-12 不存在曲柄的带一个移动副的四杆机构

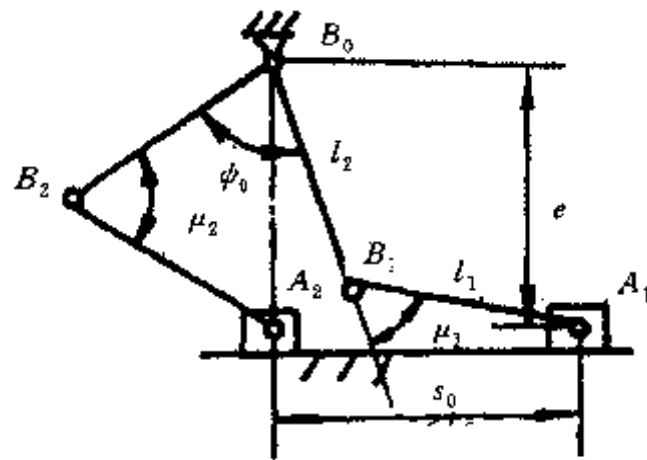


图 4-13 油压驱动装置

为了保证良好传动性能,可设计成传动角 $\mu_1 = \mu_2$,而在工作过程中传动角 $\mu > \mu_1$ 。这种机构可在一定的 s_0 时,得到较大的从动件摆角 ψ_0 ,设计时可取 $l_1 = l_2$ 。 l_1, s_0 和 e 之间有下列关系:

$$l_1 = \frac{\sqrt{2s_0^2 + 3e^2}}{2} \quad (4-30)$$

$$\mu_1 = \mu_2 = 2 \arcsin \frac{e}{\sqrt{2s_0^2 + 3e^2}} \quad (4-31)$$

3. 运动不确定的 $e=0, l_{\min} = l_{\max}$ 的带一个移动副的机构得到广泛应用。

图 4-14(a) 所示机构有许多工程上感兴趣的特点。滑块行程 $s = 2l_1(1 - \cos\varphi)$ 是简谐运动,若取 $AC = l_1 = l_2$, C 点的运动轨迹为直线。若在 C 点放滑块和导路,取消曲柄 l_1 后即变成著名的卡当机构,用作椭圆仪。连杆 AB 上的任一点的运动轨迹为椭圆。

图 4-14(b) 为曲柄导杆机构,曲柄转两周导杆才转动一周,当然还要依靠构件的惯性或附加装置才能真正实现。

(四) DDSS 机构及其传动特性

项 目	运 动 简 图	传 动 函 数
(a) $l_1 = l_2$ 等长 构件曲柄滑块机构		
(b) $l_1 = l_4$ 等长 构件曲柄导杆机构		

图 4-14 等长构件带一个移动副的四杆机构

项 目	运 动 简 图	传 动 函 数
l_1 为转动副构件 正弦机构		
l_2 为转动副构件 卡当机构		
l_4 为转动副构件 双转块机构		

图 4-15 只有一个转动副构件的四杆机构

如图 4-15 所示,这里只有一个构件带有两个转动副,这一构件可能为连架杆、连杆或机架,从而产生三种不同的机构。

正弦机构的传动函数为 $s = l_1(1 - \cos\varphi)$ 。可用于解算装置中,在纺机中也有应用。

卡当机构中的传动函数为圆，连杆 l_2 上任一点的运动轨迹为椭圆，这一构件可与图 4-14 (a) 的机构相互替代，常作为椭圆仪。

双转块机构的传动函数是一条 45° 的斜线，亦即主动、从动转块同步转动。利用这一特性成为十字滑块联轴节，可实现两个不同心轴之间的等速传动。

(五) DSDS 机构及其传动特性

每一构件都是由转动副加移动副组成，如图 4-4 所示，应用偏距 e_1 和 e_2 反映机构的特点。图 4-16 列出只有一个偏距的简单情况，传动函数为 $s = e \tan \varphi$ ，故称为正切机构。

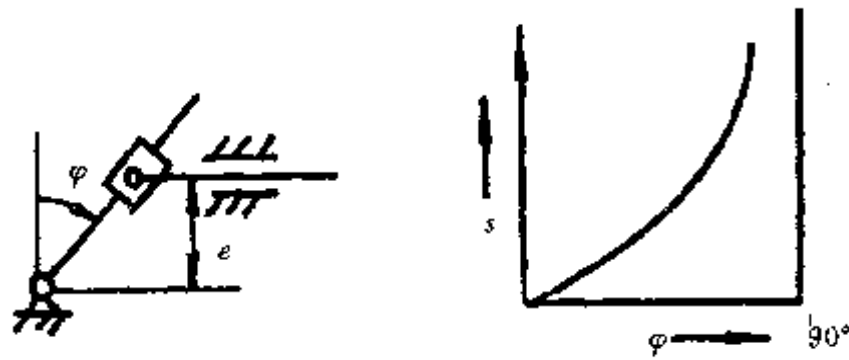


图 4-16 全转移副构件的四杆机构

(六) 连杆曲线与 Roberts 定理

在第一章中已用式 (1-20) 表示了一般四杆机构的连杆曲线方程，图 1-22 为典型的平面四杆机构的连杆曲线。

对连杆曲线应用 Roberts 定理具有重要的意义。根据定理，一条四连杆机构的连杆曲线可由三个不同的机构来实现。

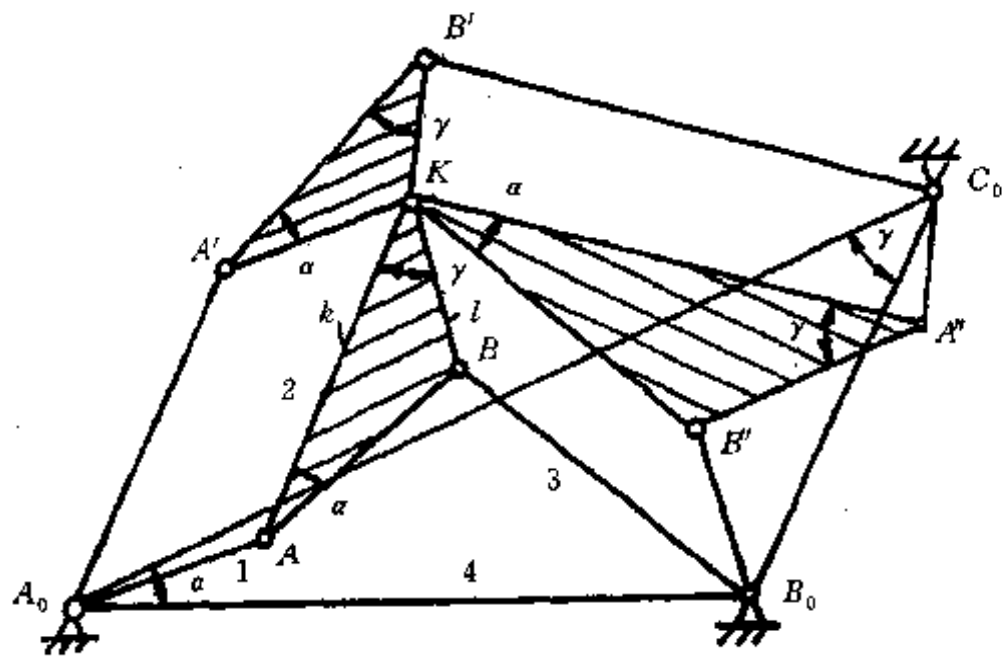


图 4-17 三个同族机构 (Roberts 定理)

在图 4-17 中，四铰链机构 A_0ABB_0 的连杆上 K 点可描绘出一条连杆曲线。作 $\triangle A_0B_0C_0 \sim \triangle ABK$ ，得到 C_0 点。作 $A_0A' \parallel AK$ ， $A'K \parallel A_0A$ 得到 A' 。作 $\triangle A'KB' \sim \triangle ABK$ 得到 B' 。由 $A_0A'B'C_0$ 组成的四铰链机构，连杆 $A'B'$ 上的 K 点描绘出完全相同的曲线。同理还可得出 $B_0B''A''C_0$ 组成的四铰链机构。现在有三个同族机构 A_0ABB_0-K ， $A_0A'B'C_0-K$ 和 $B_0A''B''C_0-K$ ，三个机构上

外,第一个机构的三个构件次序为 1、2、3;第二个为 2、1、3;第三个为 1、3、2。所以只要原构件符合 Grashof 定理存在作周转构件(此周转构件可以是连杆),总可以找到具有曲柄的同族机构。

例 4-1 图 4-19(a)为一双摇机构。 $l_1=l_3, k=l$ 。机构符合 Grashof 定理,即连杆 l_2 可作整周回转。因为机构尺寸的对称性, K 点必定画出对称连杆曲线。要找出能画出相同连杆曲线而又有曲柄的四铰链机构。

图 4-19(b)为辅助三角形。可以得出:

$$A_0A' = l_1' = l_2 \cdot \frac{k}{l_2}, A'B = l_2' = l_1 \frac{k}{l_2}, BC_0 = l_3 \cdot \frac{k}{l_2}, l_1' = l_4 \frac{k}{l_2}$$

在新的机构中 $l_1' = l_2 \cdot \frac{k}{l_2} = l_{\min}'$ 为最短构件,它可作为曲柄整周回转。

又在新机构的连杆三角形中可以看出, $l_2' = l', k' = l_1$ 。

在图 4-19(a)中画上了 A_0ABB_0 的同族机构 $A_0A'B'C_0$ 。连杆曲线的对称轴与 A_0C_0 垂线间的夹角为 α 。图 4-19(c)把新机构放正后重新画出。

通过上述分析,可以直接作出能画对称连杆曲线的曲柄摇杆机构。作曲柄摇杆机构,使得 $l_2=l_3$ 。以 B 为圆心 l_2 为半径作圆,若连杆点 K 为圆上的一点,它必描出对称连杆曲线,其对称轴由 α 角决定。图 4-19(c)中两个 α 角的转向一致。

由于对称连杆曲线设计计算较方便,且具有对称性,故应用很广泛,如用以驱动槽轮机构,带动一个二级组来实现摆动从动件的暂时停顿等。

对一个滑块的四杆机构也存在着同族机构,这在工程技术中很有用。图 4-20 为曲柄滑块机构及其同族机构,仍可用式(4-32)求解:

$$l_1' = l_2 \frac{k}{l_2}, l_2' = l_1 \frac{k}{l_2}, e' = e \frac{k}{l_2}$$

如果原机构 $l_1 > l_2$,因而 l_1 不能作为曲柄,则同族机构必有 $l_1' < l_2'$, l_1' 可以作为曲柄。两个机构的连杆点 K 画出同一连杆曲线。

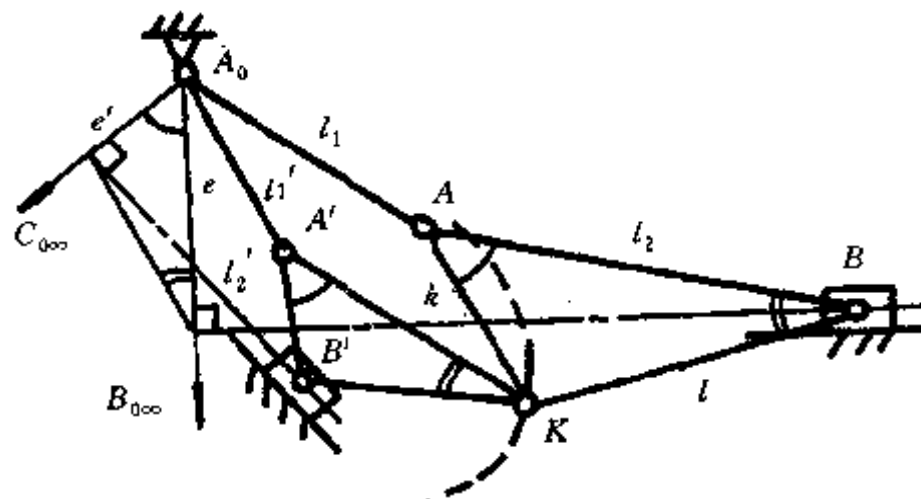


图 4-20 二个同族机构(滑块机构)

带导杆的机构不存在同族机构。

四、多杆机构

(一)具有两个自由度的五杆机构

对五杆机构的研究不够深入。由于机构有两个自由度而必须有两个输入,所以机构的连杆

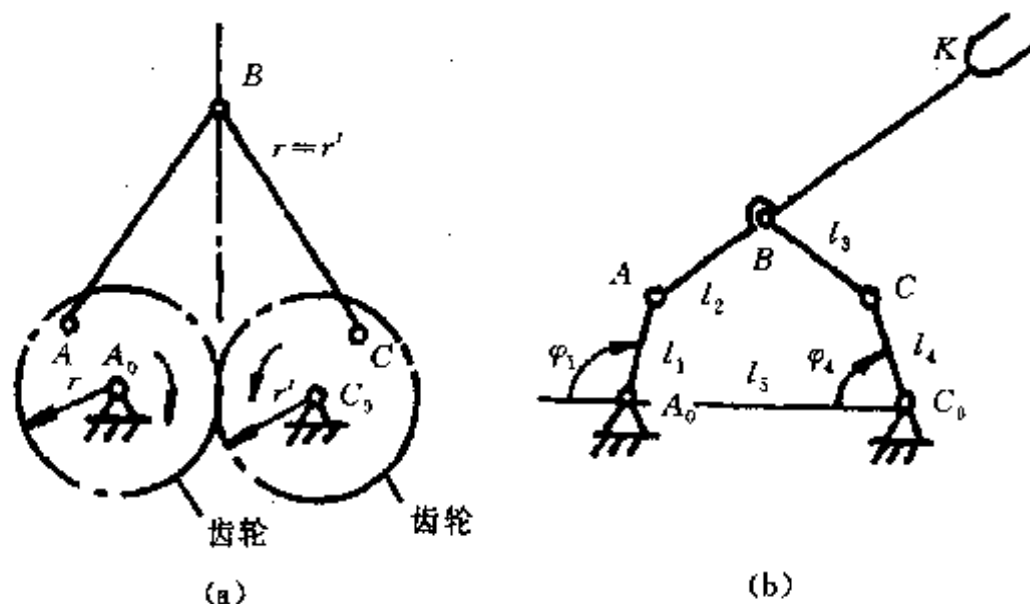


图 4-21 五杆机构的应用

曲线变化极大,图 4-21 表示两个实用的例子。图(a)为直线机构, B 点的轨迹为直线,两个主动曲柄 A_0A 和 C_0C 通过一对相同大小的齿轮啮合作反方向转动。(b) 为一种简易机械手的示意图,分别驱动曲柄 A_0A 和 C_0C ,可使手部 K 点到达指定位置。此方案的好处是驱动部分在机架上,减轻了手部的重量。爪运动的驱动可置于 A 点,减轻了爪部悬臂的重量。由于五杆机构可变因素太多,在机构尺寸上常取 $l_1=l_4$ 和 $l_2=l_3$ 。为了保证曲柄能整周回转,要求 $l_1 < \frac{l_5}{2}$, $l_1 + \frac{l_5}{2} < l_2$ 。根据 φ_1 和 φ_4 的值,可计算出 K 点的坐标,称为正过程。但在实用时,常要根据 K 点的坐标来推算 φ_1 和 φ_4 的值,称为逆过程。逆过程一般比正过程难度大。逆过程运算时,首先根据 K 点的坐标定出 A_0AB 的两种位置,如图 4-22 所示,再考虑 C_0CB 可能出现的两种位置,所以问题可能有四解。例如在 $A_0A_1B_1$ 位置时,可有 $C_0C_{11}B_1$ 和 $C_0C_{12}B_1$ 两解,在 $A_0A_2B_2$ 位置时,可有 $C_0C_{21}B_2$ 和 $C_0C_{22}B_2$ 两解。应根据机构运动的连续性和选取较优的传动特性来选定一解。

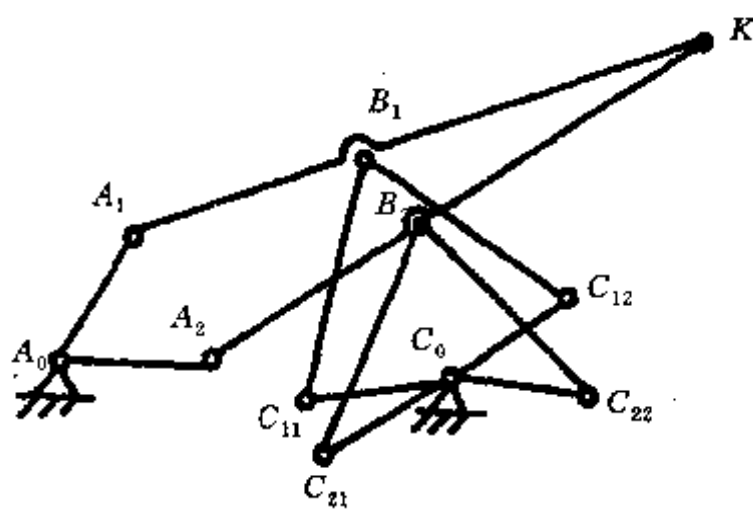
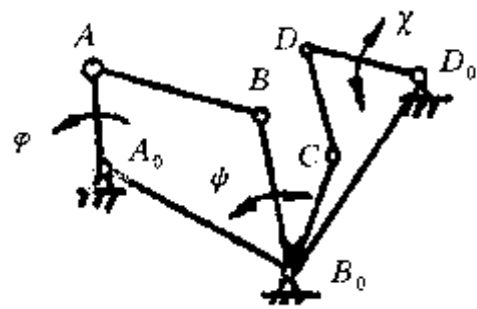


图 4-22 简易机械手逆过程时的四种解

(二) 六杆机构及其传动特性

具有一个自由度的六杆机构可实现四杆机构无法实现的运动要求。但由于机构组成的复杂性,到目前为止还不能进行象四杆机构那样的系统分析。如图 1-7 所示,六杆机构可以有 5 种型,这里仅选择最常用的两种加以分析。

图 4-23 是由瓦特运动链得来的六杆机构,这种机构可看成是 A_0ABB_0 初级四杆机构与 B_0CDD_0 次级四杆机构的串联。 $\angle BB_0C$ 是把两个四杆机构串联起来的角,称为楔定角 α 。图中



两级四连杆机构串联

①初级 A_0ABB_0

②次级 B_0CDD_0

机构传动函数	初级①和次级②的传动函数
	<p>① ϕ_1 初级输入 ϕ_1 初级输出 初级: 双曲柄机构</p>
	<p>② ϕ_1 次级输入 ϕ_1 次级输出 $X = \phi_1$ 次级: 双曲柄机构</p>
	<p>② X 次级输出 次级: 曲柄摇杆机构</p>
	<p>① ϕ_1 初级输入 ϕ_1 初级输出 初级: 曲柄摇杆机构</p>
	<p>② X 次级输出 次级: 曲柄摇杆机构</p>
	<p>② X 次级输出 次级: 曲柄摇杆机构</p>
	<p>② X 次级输出 次级: 曲柄摇杆机构</p>
	<p>② X 次级输出 次级: 双内摇杆机构</p>

图 4-23 瓦特六杆机构的传动函数

φ_1 和 ψ_1 是初级传动函数, φ_2 和 ψ_2 是次级传动函数。以初级曲柄摇杆机构串联次级曲柄摇杆机构为例, 在第一种串联时, 取合适的 α 角, 使得两条传动函数曲线的峰值几乎在一条垂线上, 得出的 $\varphi_2 - 2\chi$ 曲线中, 在曲柄转角 φ_R 的范围内摇杆 DD_0 几乎静止不动, 这样的六杆机构已被新型喷气织机采用作为打纬连杆机构, 取得良好效果。在第二种串联时, 由于 α 角变化, 两条传动函数曲线在不同的区段再次串联, 现在曲柄转 2π 角度时, 从动件摆动有二次峰值。而第三种串联时, 从动件摆动二次峰值大小基本相等。

这样的六杆机构在工程中一般用以实现两种要求, 其一是从动件的运动带有较长时间的停顿, 如作为推料机构; 其二是从动件实现大摆角, 可达到 210° , 如图 4-24 所示。

在实用时, 还要分析两级机构各自的传动角 μ_B 和 μ_D 的大小, 应具有 $\mu_{Bmin} > [\mu], \mu_{Dmin} > [\mu]$ 。

斯蒂文森机构有三种基本的型, 图 4-25 为其中常用的一种。初级四杆机构 A_0ABB_0 的连杆

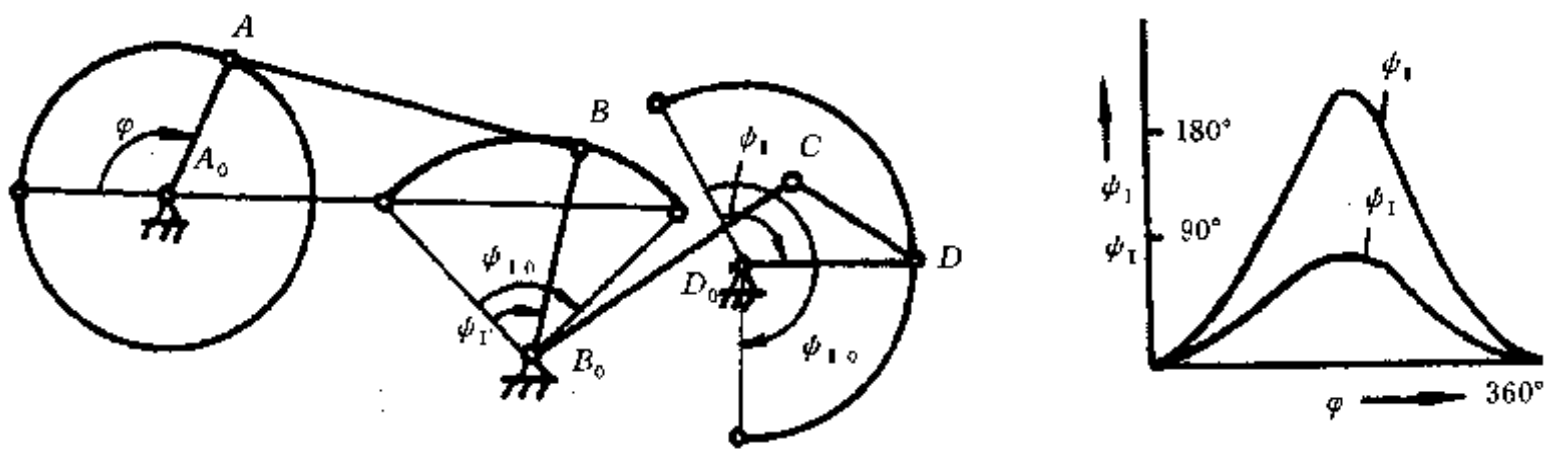


图 4-24 瓦特机构实现从动件大摆角

上的 C 点画出一条连杆曲线 K_C , 用曲线 K_C 驱动两级杆组 CDD_0 , 得到从动件 DD_0 的输出运动。由于 K_C 线的形状不同, 两级杆组 CD, DD_0 的长度不同, 机架点 D_0 的位置可变, 使得 $\varphi - \psi_1(x)$ 的传动曲线形式十分丰富。以图中第一种为例, 选取 CD 长度与 K_C 曲线上某处的曲率半径相同, 得出的传动曲线使从动件在一个极限位置有较长时间的停顿, 可按第三章求出曲线的曲率半径。从图上看, 从动件可以实现在一个极限位置、两个极限位置和中间位置的长时间停顿。还可以放大主动件的运动, 当主动件转一周时, 从动件转动两周, 见图 4-25 中例 6。

图 4-25 中所采用的连杆曲线 K_C 都可以为对称连杆曲线, 对它的研究比一般连杆曲线系统和深入, 在第六章中将详细讨论。

六杆机构的组成中也可以有移动副, 其分析方式与上面叙述类似, 从略。

五、引导机构

引导机构可分为点引导和线引导。

(一) 点引导机构

一般都是以四杆机构来实现点的引导。能够达到指定目的的引导机构不一定存在曲线, 这时可附加两级组形成曲柄。图 4-26 为两个很实用的例子。(a) 为一种森林用锯, 由双摇机构连杆上的 D 点带动锯片往复运动, D 点的运动轨迹为直线, 为了能用转动曲柄带动它, 附加两级组 C_0CF , 其中 C_0C 为曲柄。(b) 为石油工业中的抽油机简图, 抽油活塞杆由 D 点带动, 在四杆机构 A_0ABB_0 中, 连杆点 D 运动轨迹为直线, 满足要求, 但两连架杆 A_0A 和 B_0B 都只作摆动, 所以加上两级组 C_0CB, CC_0 作为曲柄由电动机带动。

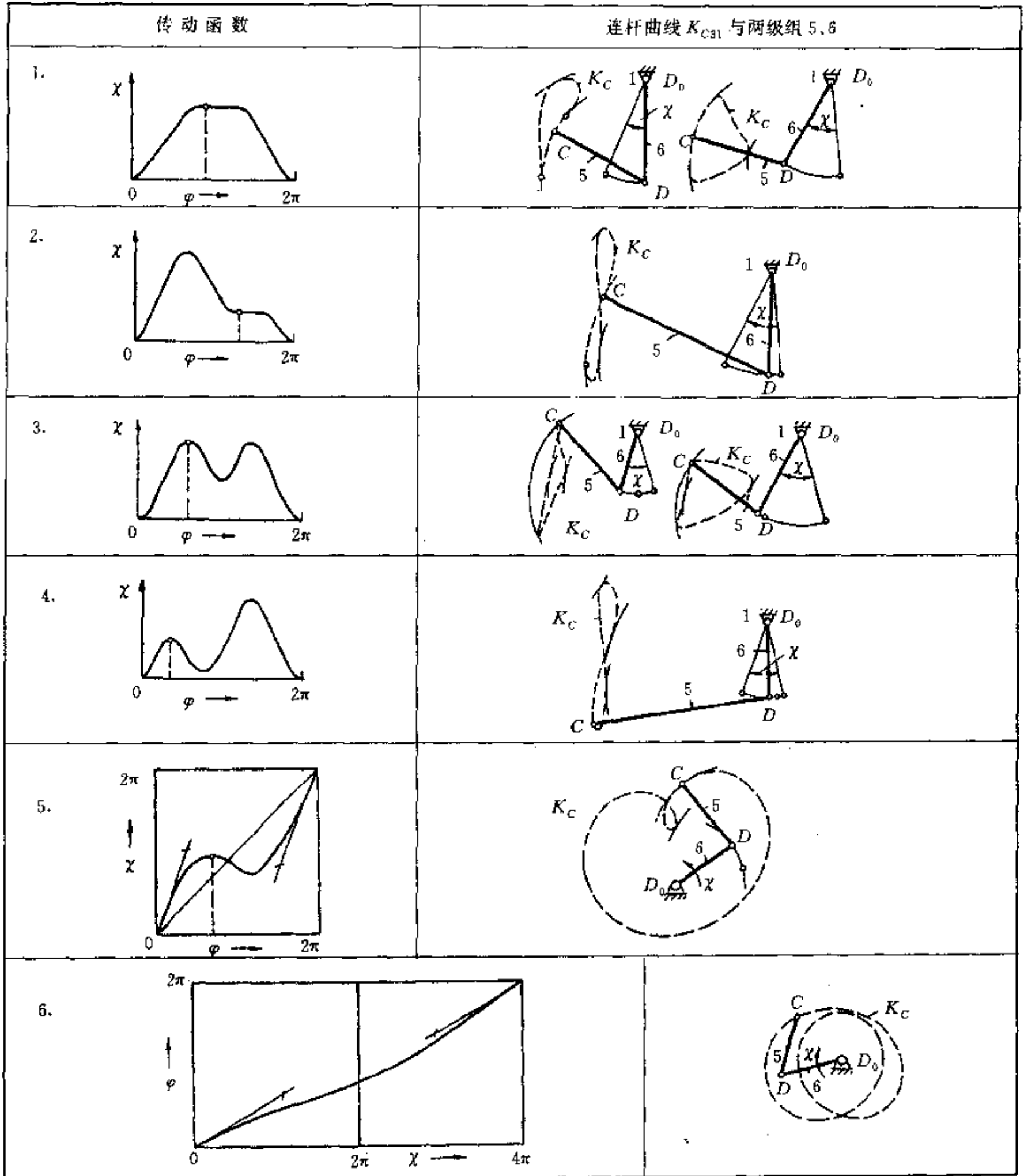
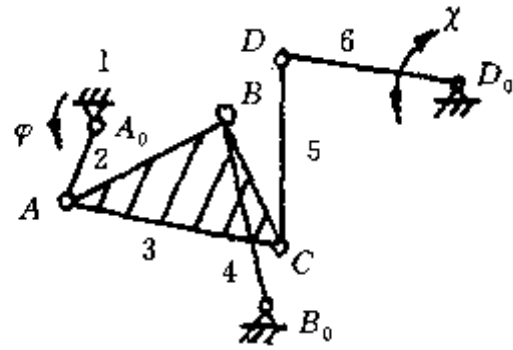


图 4-25 斯蒂文森六杆机构的传动函数

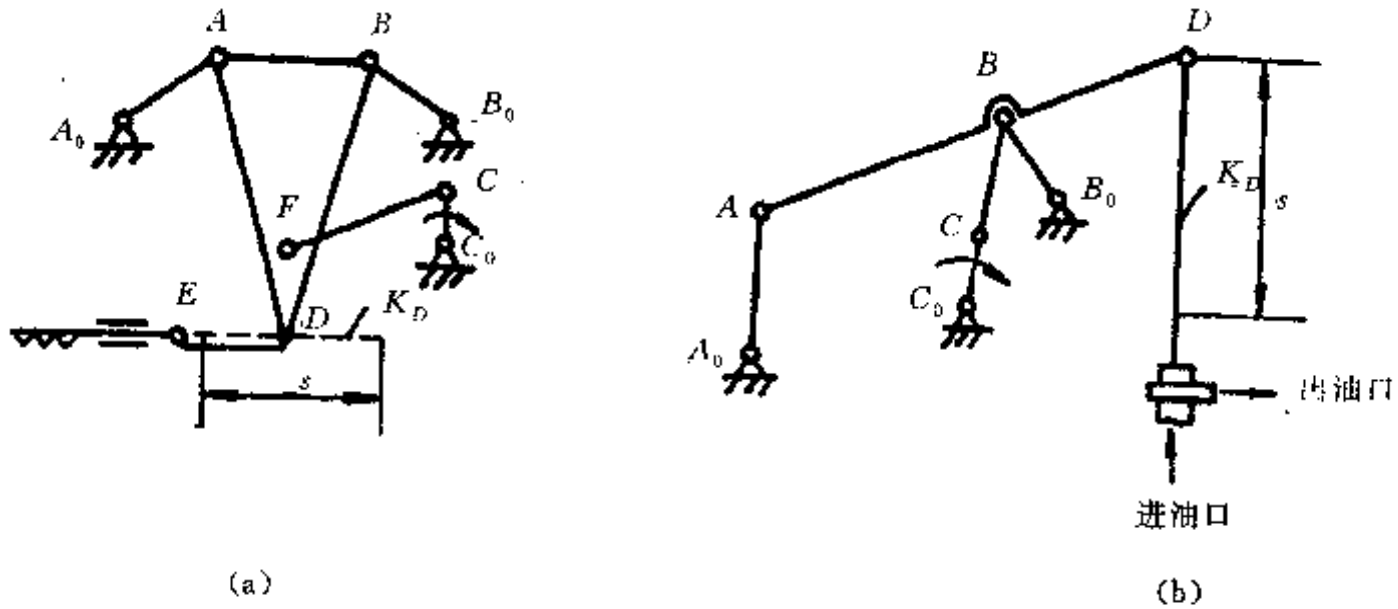


图 4-26 点引导机构

(二) 线引导机构

由图 1-20 可知,经常会遇到一般平行引导的问题。图 4-27(a)为两个相同尺度的四杆机构并联来实现平行引导,为了减少构件,可采用图 (b) 的办法。图 (c) 也是常见的方法,图中连杆 DD' 在平面内作平行移动,而机架的连线也与 DD' 线平行,在设计时要注意这一点。

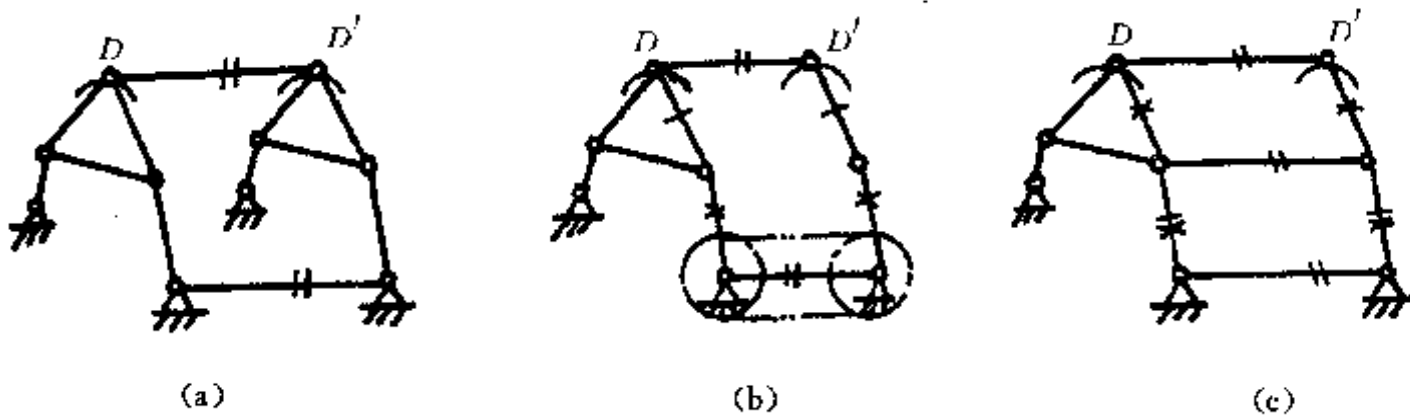


图 4-27 平行引导的方法

还可以用瓦特机构的第二型作平行引导机构,此时构件数为 6,较少,只是设计时比较困难一些。图 4-28 为升降平台,重物置于平台 E 上,转动摇杆 A_0A ,平台上升或下降,并且平台始终保持水平。

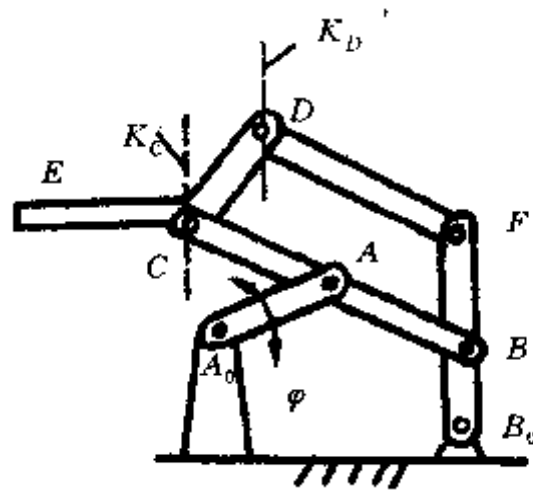


图 4-28 升降平台(瓦特机构作平行引导)

六、连杆机构误差分析

(一) 概述

构件制造时必有加工精度问题,公差越小,加工费用越贵。公差的选择应根据机构运动精度要求来确定。连杆机构的误差主要是由构件的长度(构件上运动副之间的距离)误差和运动副间隙组成。连杆机构的运动副为转动副或移动副,制造精度容易保证,而要计算运动副间隙对机构运动精度的影响是相当困难的,这里只研究构件长度误差对机构运动,特别是机构位置精度的影响,从而根据机构位置精度的要求来制订构件的制造公差。

各构件的误差对机构位置的影响各不相同,所以应按照各误差对运动影响的大小来确定相应的公差。误差分析可用图解法或解析法进行。用图解法时,必须根据机构运动的不同位置作图,才能了解各构件误差对机构位置的影响,费时很多,所以宜用解析法。

(二)传动机构误差分析

传动机构的输出角 ψ 是构件几何尺寸和输入角 φ 的函数。在计算 ψ 角(当然也可以是位移 s)时,定构件几何尺寸为常数而 φ 为自变量。在作误差分析时,可把构件的长度看作独立变量。若机构自由度为 f ,具有两个运动副的构件为 n_2 个,三个运动副的构件为 n_3 个,四个运动副的构件为 n_4 个,则可计算出独立变量数 z ,

$$z = f + n_2 + 3n_3 + 5n_4 \quad (4-34)$$

以 l_1, l_2, \dots, l_n 表示构件的长度,传动函数可写成 $\psi = \psi(\varphi, l_1, l_2, \dots, l_n)$ 。在误差 $\Delta\varphi$ 和 Δl_i 值很

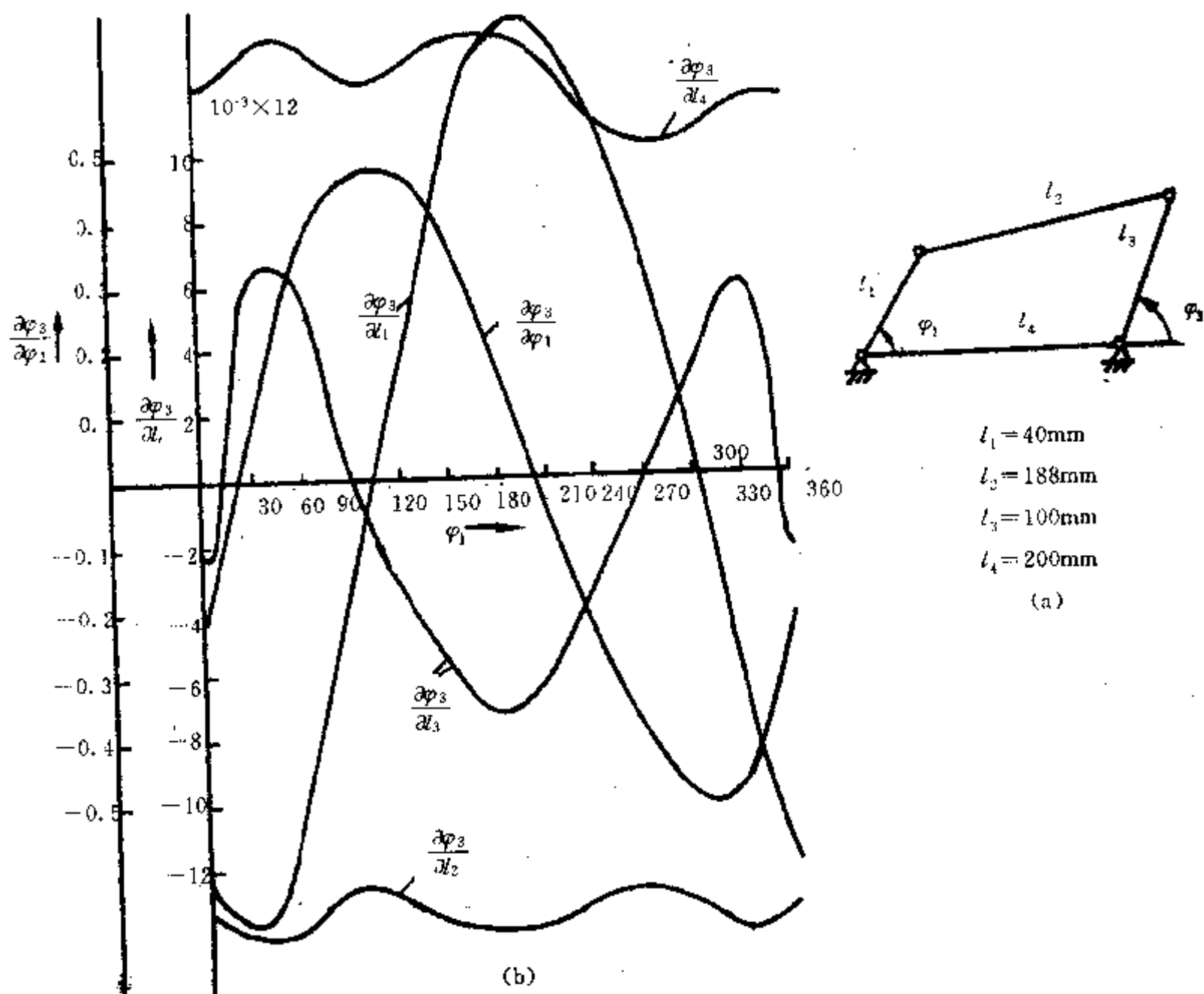


图 4-29 四连杆机构误差分析

小时,把上述函数按泰勒级数展开并忽略二阶导数以上的项,得出下面误差计算公式:

$$\Delta\psi = \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\Delta\varphi + \frac{\partial\psi}{\partial l_1}\Delta l_1 + \frac{\partial\psi}{\partial l_2}\Delta l_2 + \dots + \frac{\partial\psi}{\partial l_n}\Delta l_n \quad (4-35)$$

对于连杆机构,采用复数矢量法进行误差分析很有效。下面举例说明。

图 4-29(a)为四连杆机构。连架杆 l_1 为主动件,连架杆 l_3 为从动件,其复数矢量方程为

$$l_1 e^{i\varphi_1} + l_2 e^{i\varphi_2} = l_3 e^{i\varphi_3} + l_4 \quad (4-36)$$

输出角 φ_3 的误差可写成 $\Delta\varphi_3$,

$$\Delta\varphi_3 = \frac{\partial\varphi_3}{\partial\varphi_1}\Delta\varphi_1 + \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_1}\Delta l_1 + \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_2}\Delta l_2 + \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_3}\Delta l_3 + \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_4}\Delta l_4 \quad (4-37)$$

在研究误差 Δl_1 造成输出角 φ_3 的误差时,可认为 φ_1, l_2, l_3, l_4 为定值, Δl_1 不仅造成转角 φ_3 , 而且造成 φ_2 的误差,用求偏导数的方法由式(4-36)得出,

$$e^{i\varphi_1} + l_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial l_1} e^{i\varphi_2} = i l_3 \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_1} e^{i\varphi_3}$$

上式两边除以 $e^{i\varphi_2}$ 并取实部,

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = -l_3 \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_1} \sin(\varphi_3 - \varphi_2)$$

即
$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial l_1} = -\frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4-38)$$

利用类似的方法可得出

$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial\varphi_1} = \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4-39)$$

$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial l_2} = -\frac{1}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4-40)$$

$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial l_3} = \frac{\cos(\varphi_3 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4-41)$$

$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial l_4} = \frac{\cos\varphi_2}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4-42)$$

把误差值和各相应的偏导数值代入式(4-37),即可得出输出角 ψ 的误差。图 4-29(b)表示各个偏导数随主动件转角 φ_1 变化的情况,从图中可以看出, $\frac{\partial\varphi_3}{\partial l_1}$ 和 $\frac{\partial\varphi_3}{\partial l_3}$ 随 φ_1 的变化强烈变化,为了避免输出角误差随 φ_1 值波动, l_1 和 l_3 的公差 δl_1 和 δl_3 应取较小值。而 $\frac{\partial\varphi_3}{\partial l_2}$ 和 $\frac{\partial\varphi_3}{\partial l_4}$ 的值变动幅度不大,且各为正负, δl_2 和 δl_4 可取较大值且均为正值,因 l_2 和 l_4 的长度变化对输出角 φ_3 的影响可以相互抵销。

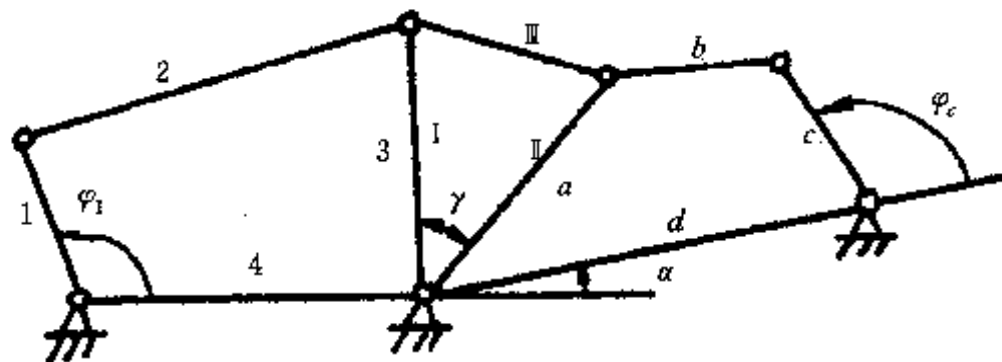


图 4-30 六杆机构误差分析

在本章四、(二)中已阐明了六杆机构在生产中的广泛应用,有必要讨论其误差计算。

在图 4-30 所示的六杆机构中,初级四杆机构中的连架杆 1 的转动带动了楔定板的摆动。楔定板具有三个转动副,按照式 (4-34),它应有 3 个长度尺寸 l_1 、 l_1 、 l_1 在随后的误差计算中作为独立变量,影响次级四杆机构中杆 c 的输出角 φ_c 。因为楔定板分别属于两个四杆机构,所以有 $l_3=l_1$ 和 $l_4=l_2$ 。对于这样一个复杂机构的误差分析应采用逐步法。

首先,可以根据式 (4-37) 到式 (4-42) 计算出 $\Delta\varphi_3$ 。还要计算楔定板的楔定角 γ 的误差,

$$\Delta\gamma = \frac{\partial\gamma}{\partial l_1} \Delta l_1 + \frac{\partial\gamma}{\partial l_1} \Delta l_1 + \frac{\partial\gamma}{\partial l_1} \Delta l_1 \quad (4-43)$$

由表示楔定角的三角公式 $\cos\gamma = \frac{l_1^2 + l_1^2 - l_1^2}{2l_1 \cdot l_1}$ 分别对独立变量 l_1 、 l_1 和 l_1 求偏导数,可得,

$$\frac{\partial\gamma}{\partial l_1} = \frac{l_1 \cos\gamma - l_1}{l_1 l_1 \sin\gamma} \quad (4-44)$$

$$\frac{\partial\gamma}{\partial l_1} = \frac{l_1 \cos\gamma - l_1}{l_1 l_1 \sin\gamma} \quad (4-45)$$

$$\frac{\partial\gamma}{\partial l_1} = \frac{l_1}{l_1 l_1 \sin\gamma} \quad (4-46)$$

这样一来,次级四杆机构上构件 a 的角位移误差为

$$\Delta\varphi_a = \Delta\varphi_3 + \Delta\gamma \quad (4-47)$$

再次使用式 (4-37) 计算输出杆 c 的角位移误差,

$$\Delta\varphi_c = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \Delta\varphi_a + \frac{\partial\varphi_c}{\partial l_a} \Delta l_a + \frac{\partial\varphi_c}{\partial l_b} \Delta l_b + \frac{\partial\varphi_c}{\partial l_c} \Delta l_c + \frac{\partial\varphi_c}{\partial l_d} \Delta l_d \quad (4-48)$$

其中各项偏导数 $\frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a}$, $\frac{\partial\varphi_c}{\partial l_a}$, \dots , $\frac{\partial\varphi_c}{\partial l_d}$ 可按式 (4-38) 到式 (4-42) 求出。

下面列出各项误差对输出角的影响。

$$\Delta\varphi_c = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial\varphi_1} \Delta\varphi_1 + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_i} \Delta l_i + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial\gamma}{\partial l_i} \Delta l_i \right) + \sum_{i=a}^d \frac{\partial\varphi_c}{\partial l_i} \Delta l_i \quad (4-49)$$

而

$$\frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_1} = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \cdot \frac{\partial\varphi_3}{\partial\varphi_1} \quad (4-49a)$$

$$\frac{\partial\varphi_c}{\partial l_1} = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \cdot \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_1} \quad (4-49b)$$

$$\frac{\partial\varphi_c}{\partial l_2} = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \cdot \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_2} \quad (4-49c)$$

$$\frac{\partial\varphi_c}{\partial l_3} = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \cdot \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_3} + \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \cdot \frac{\partial\gamma}{\partial l_1} \quad (4-49d)$$

上式等号右端出现两项是因为 $l_3=l_1$ 的缘故。

$$\frac{\partial\varphi_c}{\partial l_4} = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \cdot \frac{\partial\varphi_3}{\partial l_4} \quad (4-49e)$$

$$\frac{\partial\varphi_c}{\partial l_1} = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \cdot \frac{\partial\gamma}{\partial l_1} \quad (4-49f)$$

$$\frac{\partial\varphi_c}{\partial l_a} = \frac{\partial\varphi_c}{\partial\varphi_a} \cdot \frac{\partial\gamma}{\partial l_1} + \frac{\partial\varphi_c}{\partial l_c} \quad (4-49g)$$

因为 $l_4 = l_5$, 所以上式等号右端出现两项。

误差公式可简略地写为

$$\Delta \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi_1} \Delta \varphi_1 + \sum_{i=l_1}^d \frac{\partial \varphi}{\partial l_i} \Delta l_i \quad i = l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7, l_8 \quad (4-49h)$$

图 4-31 到图 4-33 为计算机画出的部分误差曲线。

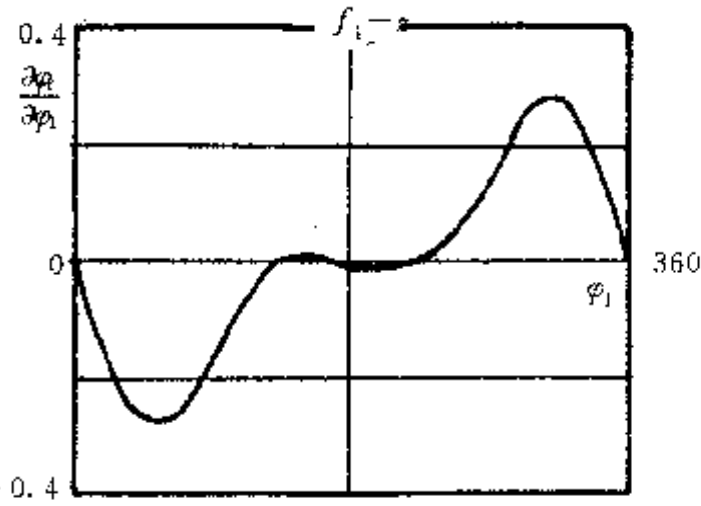


图 4-31 $\frac{\partial \varphi}{\partial \varphi_1}$ 偏导曲线

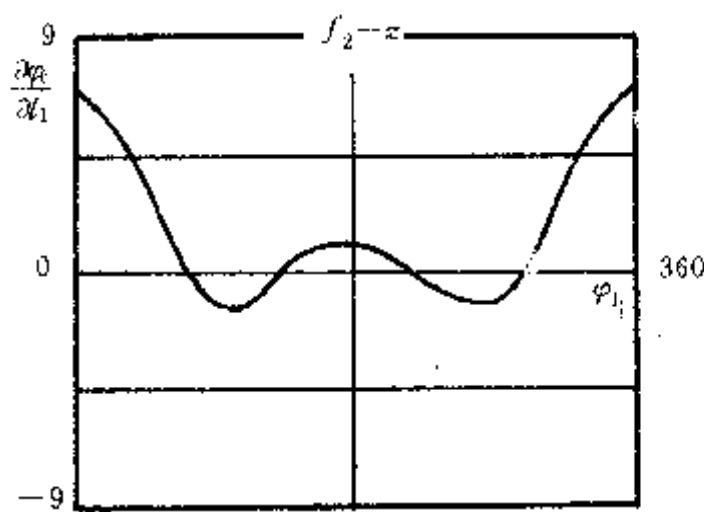


图 4-32 $\frac{\partial \varphi}{\partial l_1}$ 偏导曲线

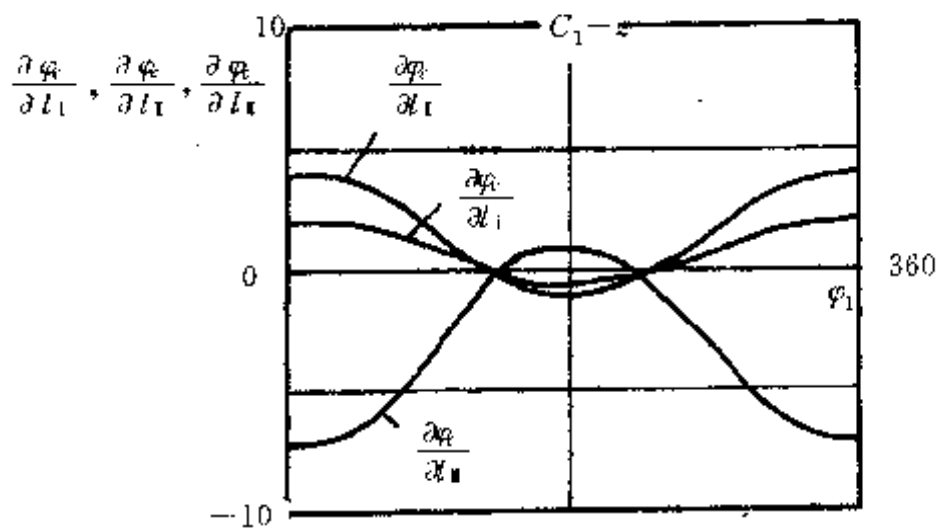


图 4-33 $\frac{\partial \varphi}{\partial l_1}, \frac{\partial \varphi}{\partial l_2}, \frac{\partial \varphi}{\partial l_3}$ 偏导曲线

(三) 引导机构误差分析

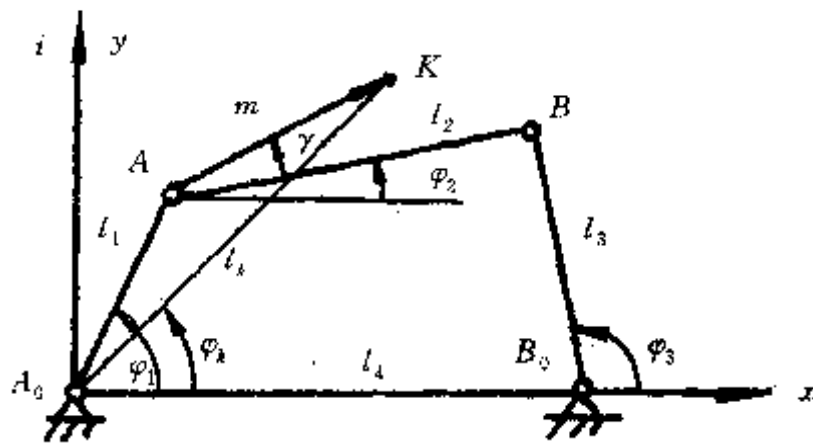


图 4-34 连杆上 K 点的坐标

连杆上 K 点的坐标在复数平面里可以矢量 l_k 表示。

$$l_k = l_4 e^{i\varphi_k} = l_1 e^{i\varphi_1} + m e^{i(\varphi_2 + \gamma)}$$

由于机构中各构件长度误差和输入转角 φ_1 的误差会造成 l_k 矢量向径和幅角两方面的误差, 可以用 K 点 x 方向的误差 Δx_k 和 y 方向的误差 Δy_k 表示, 即

$$\Delta l_k = l_1 i e^{i\varphi_1} \Delta\varphi_1 + e^{i\varphi_1} \Delta l_1 + e^{i(\varphi_2 + \gamma)} \Delta m + m i e^{i(\varphi_2 + \gamma)} (\Delta\varphi_2 + \Delta\gamma)$$

$$\Delta x_k = l_1 \sin\varphi_1 \Delta\varphi_1 + \cos\varphi_1 \Delta l_1 + \cos(\varphi_2 + \gamma) \Delta m - m \sin(\varphi_2 + \gamma) (\Delta\varphi_2 + \Delta\gamma) \quad (4-50)$$

$$\Delta y_k = l_1 \cos\varphi_1 \Delta\varphi_1 + \sin\varphi_1 \Delta l_1 + \sin(\varphi_2 + \gamma) \Delta m + m \cos(\varphi_2 + \gamma) (\Delta\varphi_2 + \Delta\gamma) \quad (4-51)$$

其中:

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\partial\varphi_2}{\partial\varphi_1} \Delta\varphi_1 - \sum_{i=1}^4 \frac{\partial\varphi_2}{\partial l_i} \Delta l_i \quad (4-52)$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial\varphi_1} = - \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \quad (4-53)$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial l_1} = \frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \quad (4-54)$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial l_2} = \frac{\cos(\varphi_2 - \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \quad (4-55)$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial l_3} = \frac{-1}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \quad (4-56)$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial l_4} = \frac{-\cos\varphi_3}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \quad (4-57)$$

同样可利用计算机画出在曲柄 A_0A 转一周时, 各长度误差和角度误差对 K 点位置的影响, 从而有选择性地确定相应的公差。

(四) 公差的确定

设构件的长度公差为 δl_i , 由于长度公差造成输参数 ψ 的偏差的极限值 $\delta\psi$ 为

$$\delta\psi = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial\psi}{\partial l_i} \right)^2 \left(\frac{\delta l_i}{2} \right)^2}$$

在设计构件时, 往往希望长度公差取相同的精度等级, 亦即长度越大, 公差越大, 但相对公差值基本保持不变。设取 $\delta l_1 = s$, 则按照上述原则 $\delta l_i = \frac{l_i}{l_1} s$ 。 $\delta\psi$ 值应小于许可值 $[\delta\psi]$,

$$\delta\psi = \frac{s}{2} \sqrt{\sum \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial l_i} \right)^2 \left(\frac{l_i}{l_1} \right)^2 \right]} \leq [\delta\psi]$$

$$s \leq \frac{2[\delta\psi]}{\sqrt{\sum \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial l_i} \right)^2 \left(\frac{l_i}{l_1} \right)^2 \right]}} \quad (4-58)$$

在已知机构几何尺寸和在指定位置输出量许可偏差的情况下,用式(4-58)可以计算出相应构件 l_1 的公差并推算出其他各几何尺寸的公差。

为了提高机构运动精度,下列原则可供参考:

(1)运动链要短,即造成误差的项目要少。工程上广泛采用四连杆机构进行近似直线引导,而不采用多杆机构精确直线引导就是基于这一原因。

(2)机构中高速级的精度可稍低,低速级的精度应稍高。因为高速级的运动误差在减速后会缩小,这一点对齿轮机构尤其适合。但设计时要慎重,因为高速级精度低时可能带来振动、冲击、噪声、动载荷等不利因素。

(3)应分析机构中各项尺寸对机构运动的影响。机构输出量对有的尺寸变化不敏感,就可以适当放宽对这些尺寸的精度要求,以降低制造成本。

(4)尽量采用单向传动,以消除反向传动时运动副间隙造成的空程误差。

(5)合理设计机构,使机构运动过程中传动角大且变化小,以提高效率和减少构件的弹性变形。

(6)在组装机构时选配。如图 4-29 所示,四连杆机构中 l_2 和 l_4 的偏差造成摇杆 l_3 的输出摆角偏差正好相反。适当选配 l_2 和 l_4 ,使两者有几乎相同的偏差,它们对输出摆角的影响可相互抵消。

(五)连杆的调节

连杆长度的调节是为了达到两个目的:一是在不更换构件的情况下改变传动函数或连杆曲线,另一是可调节连杆长度以弥补连杆制造过程中造成的长度偏差。图 4-35 为四种常见的调节形式,其中(a)适用于空间或平面机构;(c)是利用偏心轴销对连杆长度作微调;(d)是一种最简单的形式,但可靠性略差;(b)较可靠但结构比(d)复杂。

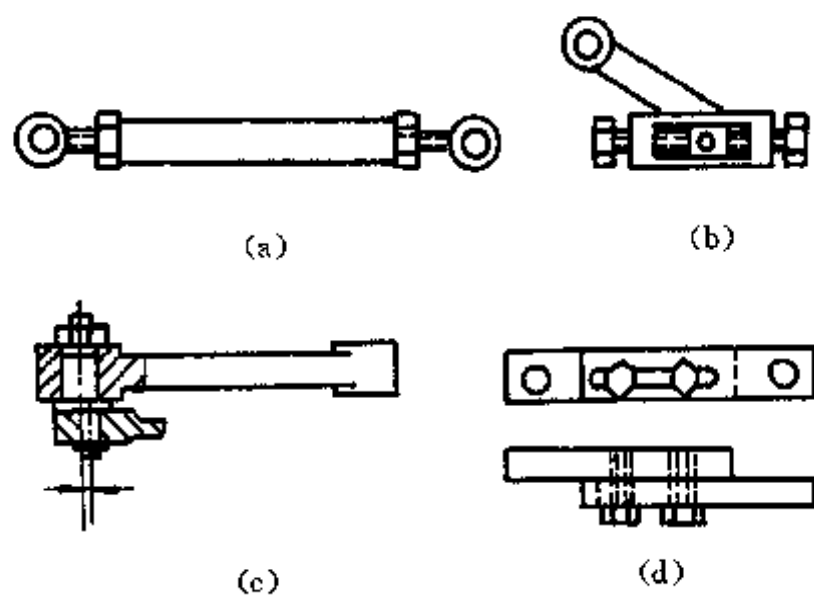


图 4-35 连杆调节

第五章 传动机构综合

一、概述

所谓传动机构是要求连杆机构的主动构件的转角(或位移)与从动构件的转角(或位移)或角速度(角加速度)保持某种指定关系。

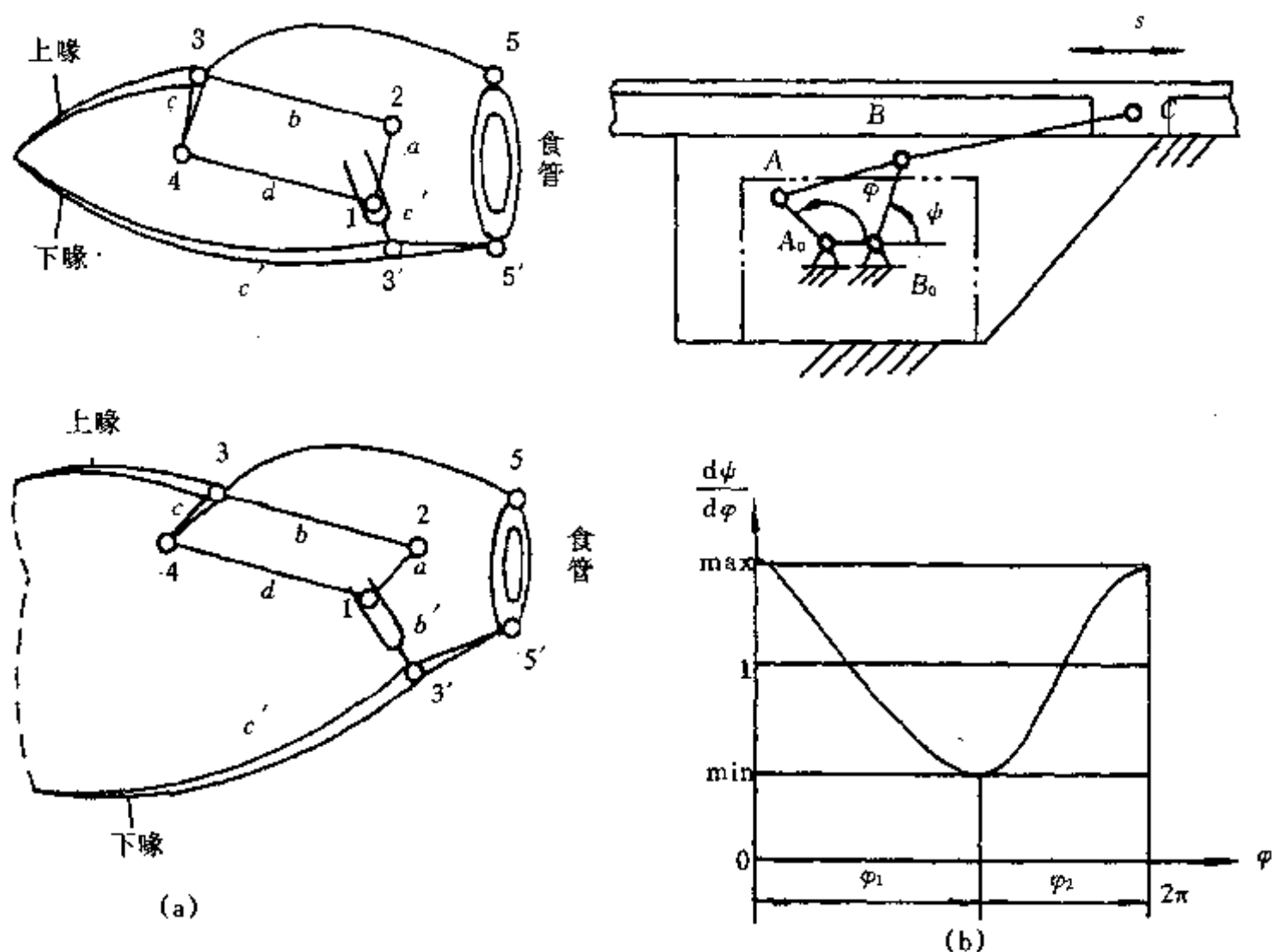


图 5-1 传动机构的应用

图 5-1(a)为鸟在吞食时嘴部的运动情况。点 2、3、3'可视为机架固定不动,当上喙 c 转动向上开启时,通过四连杆机构带动导杆 b' 摆动, b' 的摆动使下喙 c' 向下转动配合上喙形成嘴的开启状态,同时又使 5' 点向上收缩了颈部。而在嘴闭合时颈部张开,使食物进入食管。连架杆 c 和导杆 b' 的转角关系十分重要。图 5-1(b) 为惯性筛,利用双曲柄机构来带动筛子作往复运动。在杆 A_0A 作等速转动时, B_0B 杆作不等速转动,造成角速度的剧烈变化。再用 BC 杆带动筛子,筛子运动加速度变化大,筛分效果显著。可见,这里更注重研究 $\varphi - \frac{d\psi}{d\varphi}$ 的关系。

为了进行各类传动机构的综合与设计,应首先按工作要求建立目标函数如 $\varphi - \psi$, $\varphi - \frac{d\psi}{d\varphi}$ 和 $\varphi - \frac{d^2\psi}{d\varphi^2}$, 它们可以是连续的曲线或离散点。但由于连杆机构的局限性,一般说传动机构只能

近似满足目标函数的要求。

二、目标函数和判定

实现 $\varphi - \psi$ 关系是传动机构综合的主要任务。一般 $\varphi - \psi$ 由离散的坐标点给定。当给定 $\varphi_1 - \psi_1, \varphi_2 - \psi_2, \dots, \varphi_5 - \psi_5$ 共 5 组数值时设计四连杆机构或者有解, 或者无解。如有解是属于哪一类型的机构, 应在事先作判定。比较目标函数和在第四章中叙述的各种传动函数图, 可以作出大致的判定。

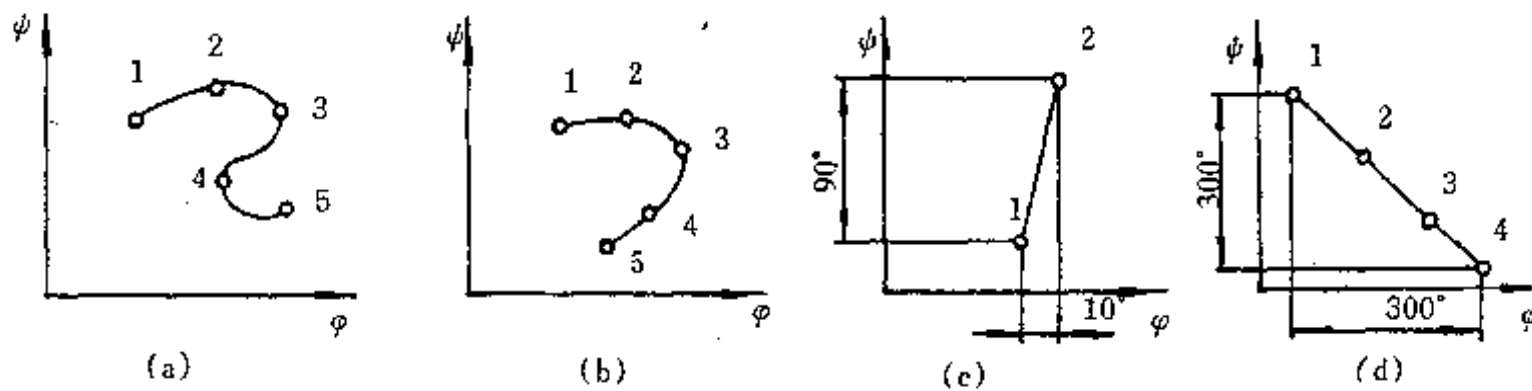


图 5-2 目标函数的判定
(a)无解 (b)有解 (c)有解, 不合理 (d)无解

图 5-2(a)、(b)给出 $\varphi - \psi$ 的 5 组数值, 因为图(a)中由点 1 到点 5 连成的曲线无法在四连杆机构分析中找到, 所以该问题无解。而图(b)中的 $\varphi - \psi$ 曲线与双摇杆机构的相应曲线类似, 初步判定有解。

图 5-2(c)要求当主动杆转动 10° 时从动杆转动 90° , 亦即角位移放大至 9 倍。用四连杆机构实现这一要求很困难, 应采用多杆机构对输出角逐级放大或采用其他机构, 例如齿轮机构。能够实现主、从动杆整周反向转动的四连杆机构较少, 且转角无法保证大范围内的线性关系, 所以图 5-2(d)中提出的任务也无法由连杆机构来实现。

本章以后各节在研究按目标函数设计机构时, 尽量指出设计的局限性即对目标函数的限制, 以免设计时的盲目性。

三、图解法设计

(一) 两位置问题

因为机构的输入、输出运动可为转动或移动, 所以可分成转—转, 转—移, 移—转和移—移四种输入和输出组合。

首先讨论输入和输出都为角位移的情况, 即转—转组合。

此问题可用四铰链机构解决, 如图 5-3(a)所示, 要求主、从动件同向转动。任取机架 A_0B_0 , 任选连架杆 A_0A 长度, 按 φ_1 和 φ_{12} 的大小, 确定 A 点的两个位置 A_1 和 A_2 点。一般应取 $A_0A < A_0B_0$ 。又设以机构在位置 1 为基准, 使得 B_0B_2 绕 B_0 点转到与 B_0B_1 重合, 而 A_2 点也反转 $-\varphi_{12}$ 角到达 A_2' 点。连杆上的 B_1 点必在 A_1 和 A_2' 的垂直平分线 a_{12}' 上。可过 B_0 点作 a_{12}' 线的垂线, 与 a_{12}' 线的交点即为 B_1 。机构在位置 1 时的传动角 $\mu_1 = \angle A_1B_1B_0$, 而在位置 2 时的传动角 $\mu_2 = 180^\circ - \angle A_2B_2B_0$ 。但 $\angle A_2B_2B_0 = \angle A_2'B_1B_0$, 又 $\angle A_2'B_1B_0 + \angle A_1B_1B_0 = 180^\circ$, 所以有 $\mu_1 = \mu_2$ 。还可以注意到 $\angle A_1B_1B_0$ 为锐角而 $\angle A_2B_2B_0$ 为钝角, 所以在机构由位置 1 运动到位置 2 的过程中, 传动角 $\mu > \mu_1 = \mu_2$, 对传动有利。

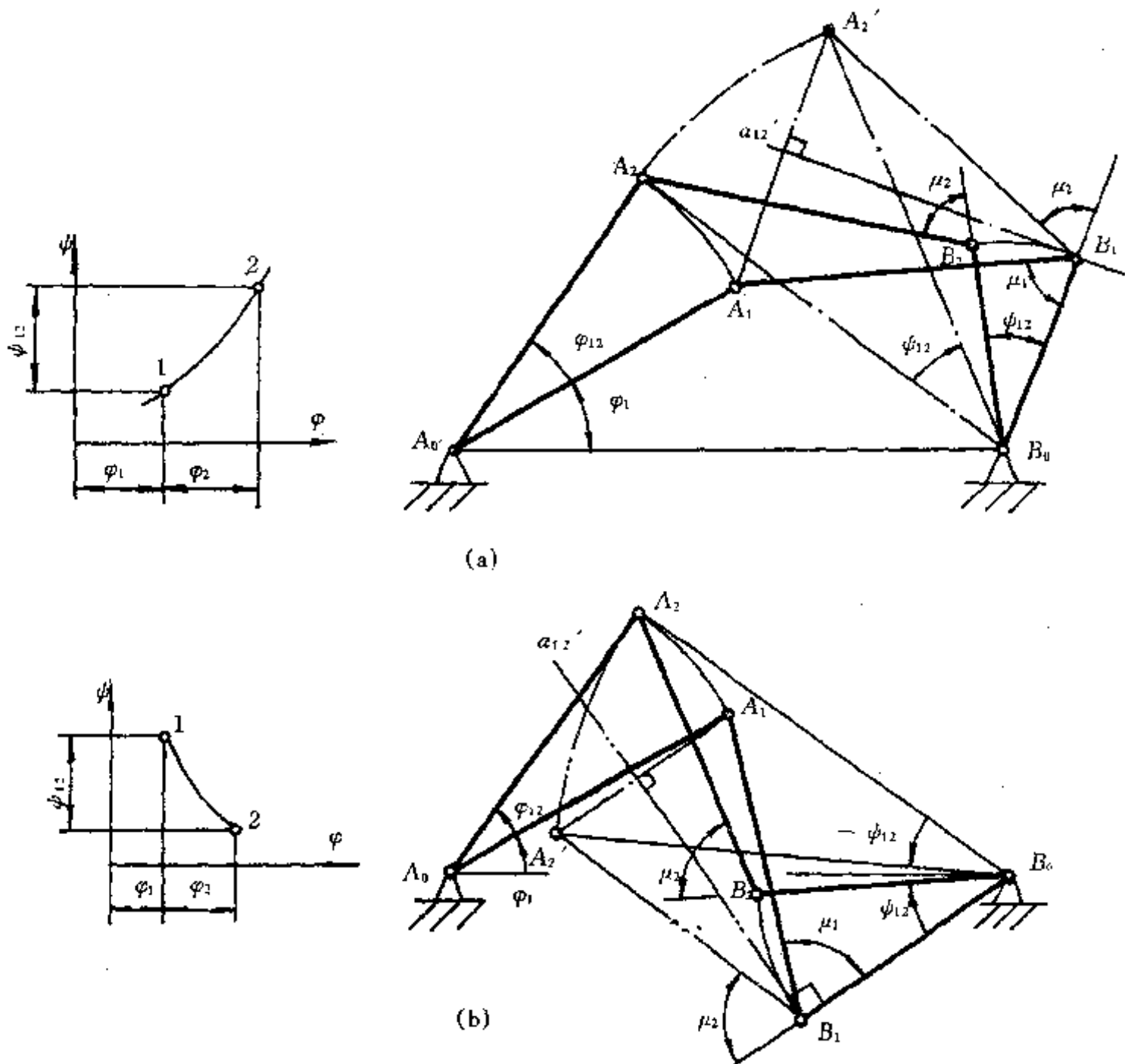


图 5-3 转—转两位置设计

图 5-3(b)为主、从动件反向转动时的情况。作图过程与图 5-3(a)相同。

还可以采用导杆机构来实现这一传动要求。

转—移两位置设计在工程技术中经常见到。图 5-4 中连架杆 A_0A 的摆动可由其他机构带动, A_0A 的运动又带动滑块 B 移动, 滑块 B 可以是插床中的插头或织机中的综框等。在给定 φ_{12} 和 s_{12} 值后, 按以下方法作图设计。

在图 5-4 中, 作等腰三角形 $A_0A_1A_2$, 使 $A_1A_2 = s_{12}$, $\angle A_1A_0A_2 = \varphi_{12}$ 。再作 φ_{12} 的角平分线得 A_m 和 O 点, 滑块的导路应为 A_mO 的中垂线, 再合理选取连杆的长度 AB , 即完成该机构的设计。用这种方法设计的机构, 当机构处于位置 1, m 和 2 时, 有相同的传动角, 即 $\mu_1 = \mu_m = \mu_2$; 而且当 A_0A 摆动一半到 A_0A_m 位置时, 滑块也正好移动一半到 B_m 位置, 传动平稳, $\varphi-s$ 几乎成线性关系。

图解设计也可以根据几何关系算出,

$$A_0A = \frac{s_{12}}{\sin \frac{\varphi_{12}}{2}} \quad (5-1)$$

$$e = \frac{A_0A}{2} \left(1 + \cos \frac{\varphi_{12}}{2} \right) \quad (5-2)$$

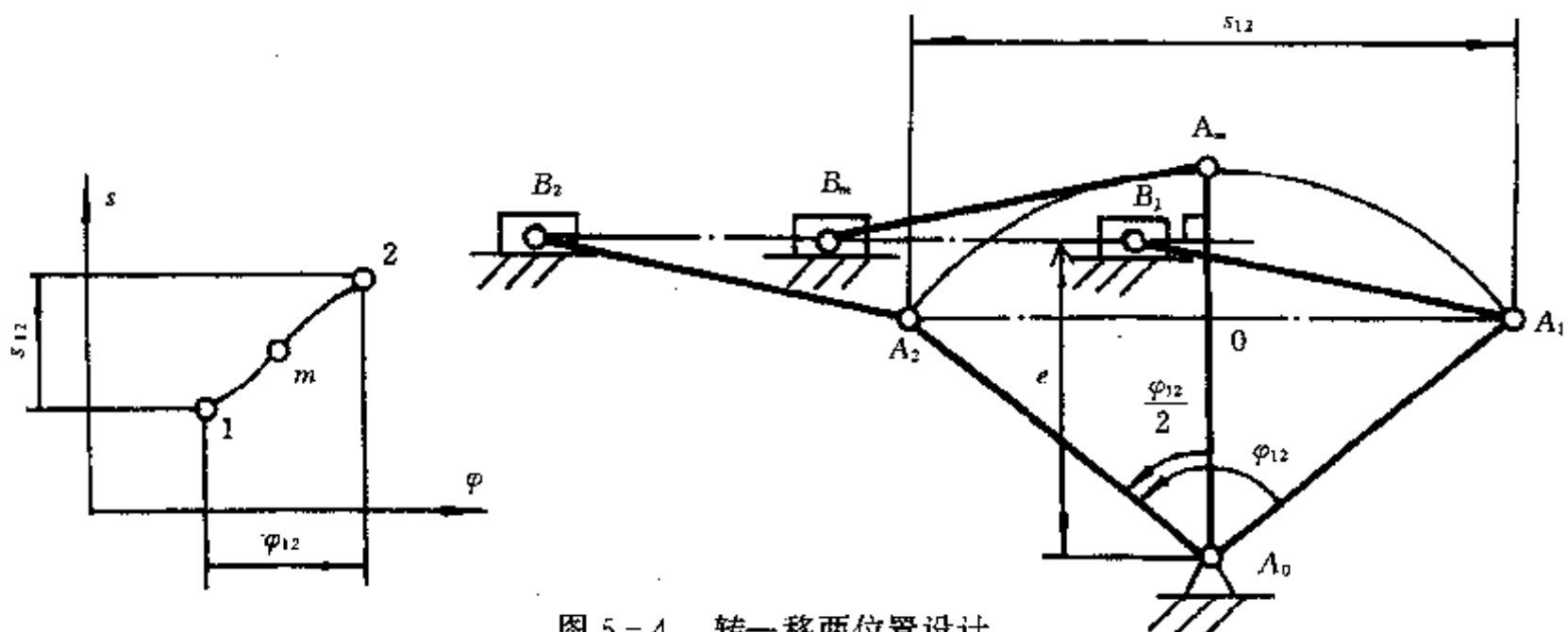


图 5-4 转—移两位置设计

若给定了机构许可传动角 $[\mu]$, 则

$$AB \geq \frac{A_0 A (1 - \cos \frac{\varphi_{12}}{2})}{2 \cos [\mu]} \quad (5-3)$$

用移动的滑块带动连架杆摆动可用于许多液压、气动装置中, 为保证在传动过程中的最小传动角尽可能大, 可按下列作图法进行。

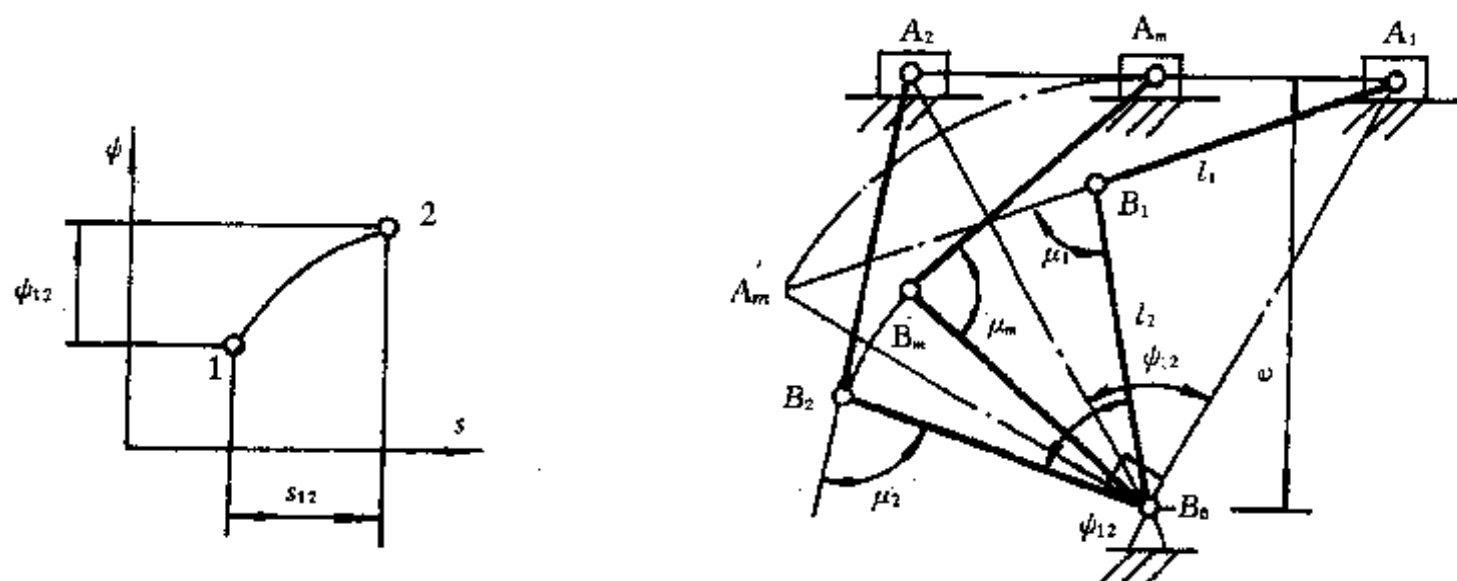


图 5-5 移—转两位置设计($\varphi_{12} < 76.345^\circ$)

如图 5-5 所示, 由给定的 s_{12} 和 φ_{12} 值画出等腰三角形 $A_1 B_0 A_2$ 。 A_m 为其底边 $A_1 A_2$ 的中点。过 B_0 点作 $A_1 B_0$ 的垂线, 再以 B_0 为圆心, $B_0 A_m$ 长为半径作弧, 两者的交点为 A_m' 。线段 $A_1 A_m'$ 的中点即为 B_1 点。从几何关系可以看出, 滑块由 A_1 点经过 A_m 点移动到 A_2 点, 连架杆摆动位置为 $B_1 B_0$, $B_m B_0$ 和 $B_2 B_0$, 由 $\triangle A_1 B_1 B_0 \cong \triangle A_2 B_2 B_0$, $\triangle A_m B_m B_0 \cong \triangle A_m' B_1 B_0$ 可证明三个位置时的传动角相等, 即 $\mu_1 = \mu_m = \mu_2$, 而且为传动过程中的最小值, 这个最小值又是在满足 s_{12} 和 φ_{12} 值时的极大值。图解结果可用计算式表述如下:

$$e = \frac{s_{12}}{2 \tan \frac{\varphi_{12}}{2}} \quad (5-4)$$

连杆长 l_1 与摇杆长 l_2 相等,

$$l_1 = l_2 = \frac{s_{12}}{4 \sin \frac{\psi_{12}}{2}} \sqrt{1 + \cos^2 \frac{\psi_{12}}{2}} \quad (5-5)$$

按图 5-5 设计时, 若 $\psi_{12} = 76.345^\circ$, 即 $\tan \frac{\psi_{12}}{2} = \cos \frac{\psi_{12}}{2} = 0.786$, 机构运动到位置 2 时连杆 A_2B_2 垂直于滑块的导路, 为极限状态。若 $\psi_{12} > 76.345^\circ$, 滑块还向左运动, 摇杆会反向摆动, 显然与要求的 $s-\psi$ 关系不符。所以当 $\psi_{12} > 76.345^\circ$ 时, 应按图 5-6 进行设计, 设计要点是, 机构在起始位置 1 和中间位置 m 时有相同的传动角 $\mu_1 = \mu_m$, 且在末位置 2 时 $\mu_2 > \mu_1$ 。在末位置 2 时还要求连杆 A_2B_2 垂直于导路。

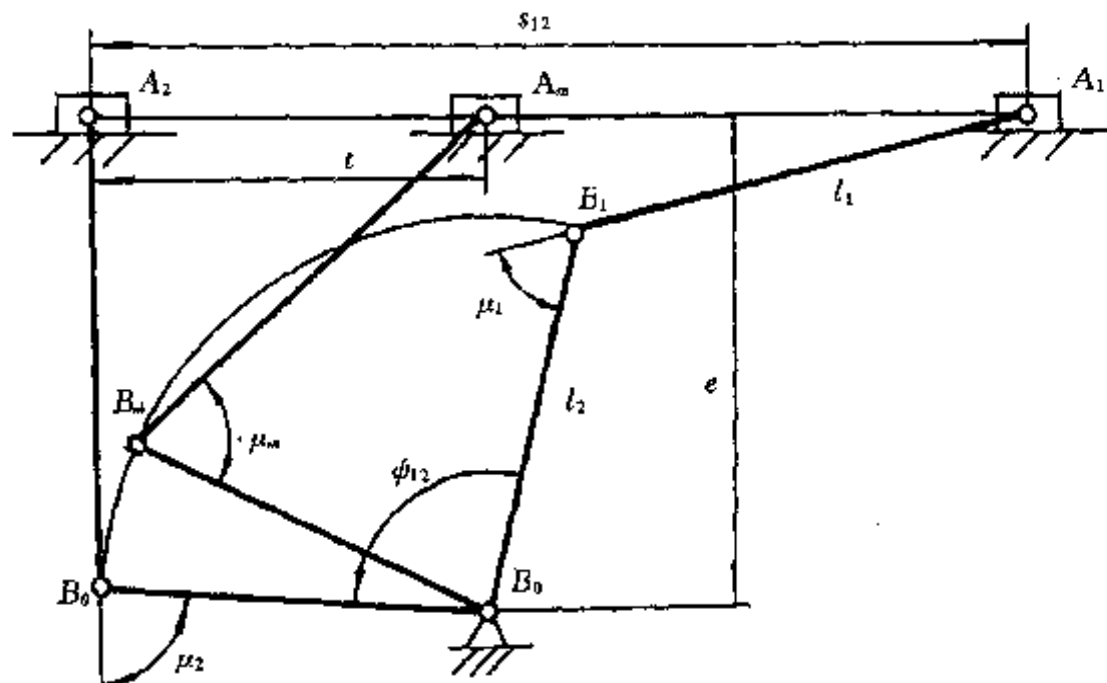


图 5-6 移—转两位置设计 ($\psi_{12} \geq 76.345^\circ$)

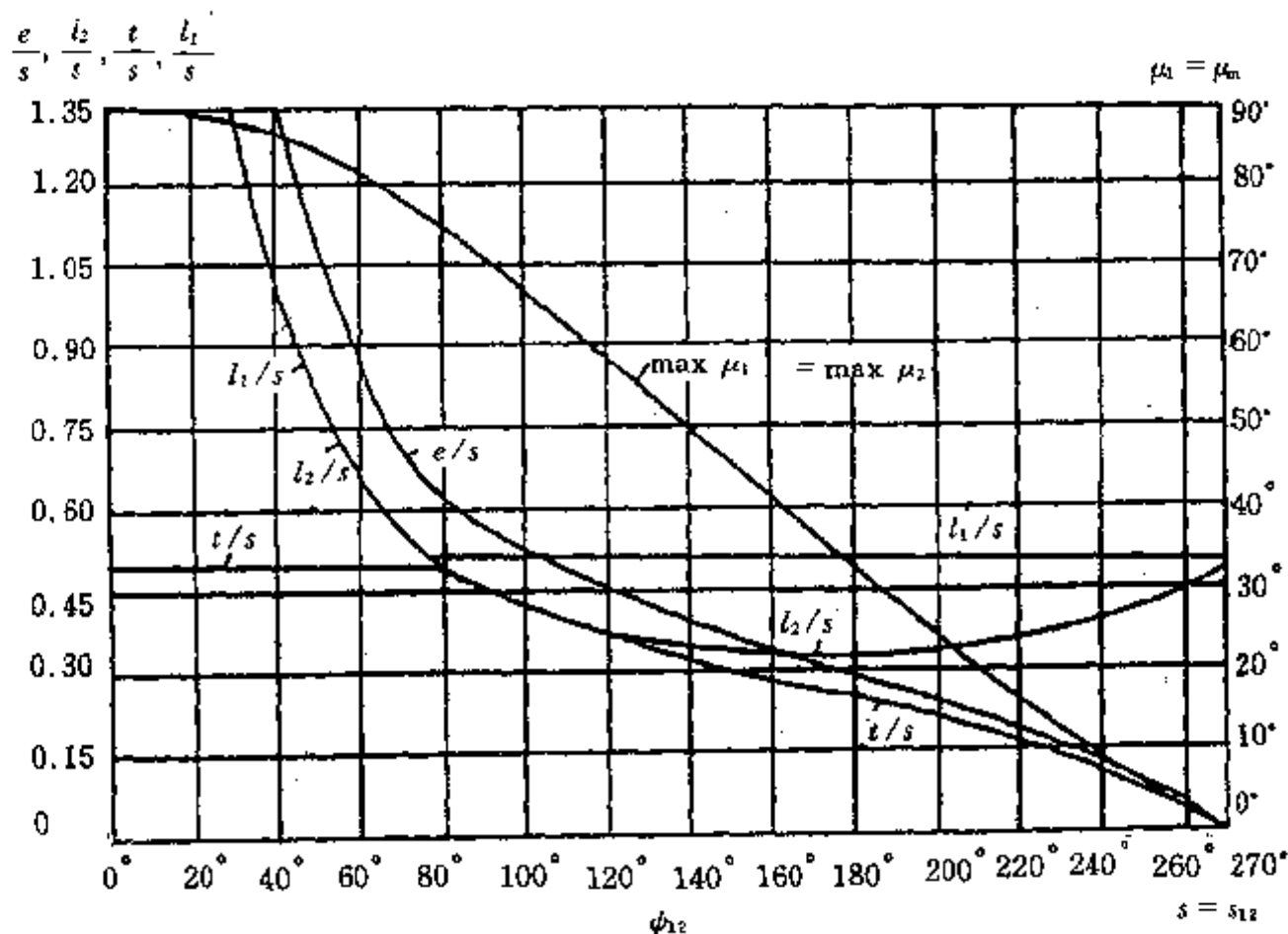


图 5-7 移—转两位置设计的较佳方案参数图

为设计方便, 图 5-7 给出确定机构几何参数的曲线图, 适用于 $\psi_{12} < 270^\circ$ 的所有情况。

例 5-1 设一工程机械用固定的油缸带动摆杆摆动, 摆动角 ψ_{12} 分别为 60° 和 120° , 确定机构主要尺寸。

解: 根据图 5-7 确定机构主要尺寸。设油缸中活塞位移量 $s_{12} = s$ 为单位量, 由图查出: 当 $\psi_{12} = 60^\circ$ 时, $l_1 = l_2 = 0.66s_{12}$, $e = 0.87s_{12}$, $t = 0.5s_{12}$, $\mu_1 = \mu_2 = 82^\circ$ 。参照图 5-5, 可画出机构简图。

当 $\psi_{12} = 120^\circ$ 时, $l_1 = 0.52s_{12}$, $l_2 = 0.38s_{12}$, $t = 0.38s_{12}$, $\mu_1 = \mu_2 = 58^\circ$ 。参照图 5-6, 同样可画出机构简图, 用图解法确定 B_0 点位置。在 $\Delta A_1 B_1 B_0$ 中, l_1 , l_2 和 $\angle A_1 B_1 B_0$ 已知, 可求出 $A_1 B_0$ 长, 在 $\Delta A_m B_m B_0$ 中可得出 $A_m B_0$ 长。以 A_1 为圆心 $A_1 B_0$ 长为半径画弧, 以 A_m 为圆心 $A_m B_0$ 长为半径画弧, 两条弧的交点就是 B_0 点。

为了实现移动与移动间的运动转换, 工程中常采用图 5-8(a) 所示的斜面, 其位移关系为

$$\frac{h}{\sin \alpha} = \frac{s}{\sin(\gamma - \alpha)} \quad (5-6)$$

一般两个斜楔之间的夹角 γ 已给定, 比如说 $\gamma = 90^\circ$, 可根据要求的 $s-h$ 关系计算出 α 角,

$$\alpha = \arctan \frac{h \sin \gamma}{s + h \cos \gamma} \quad (5-7)$$

在用斜面时, 两个斜楔的移动量成线性关系, 适用于夹具装置或微调装置中。

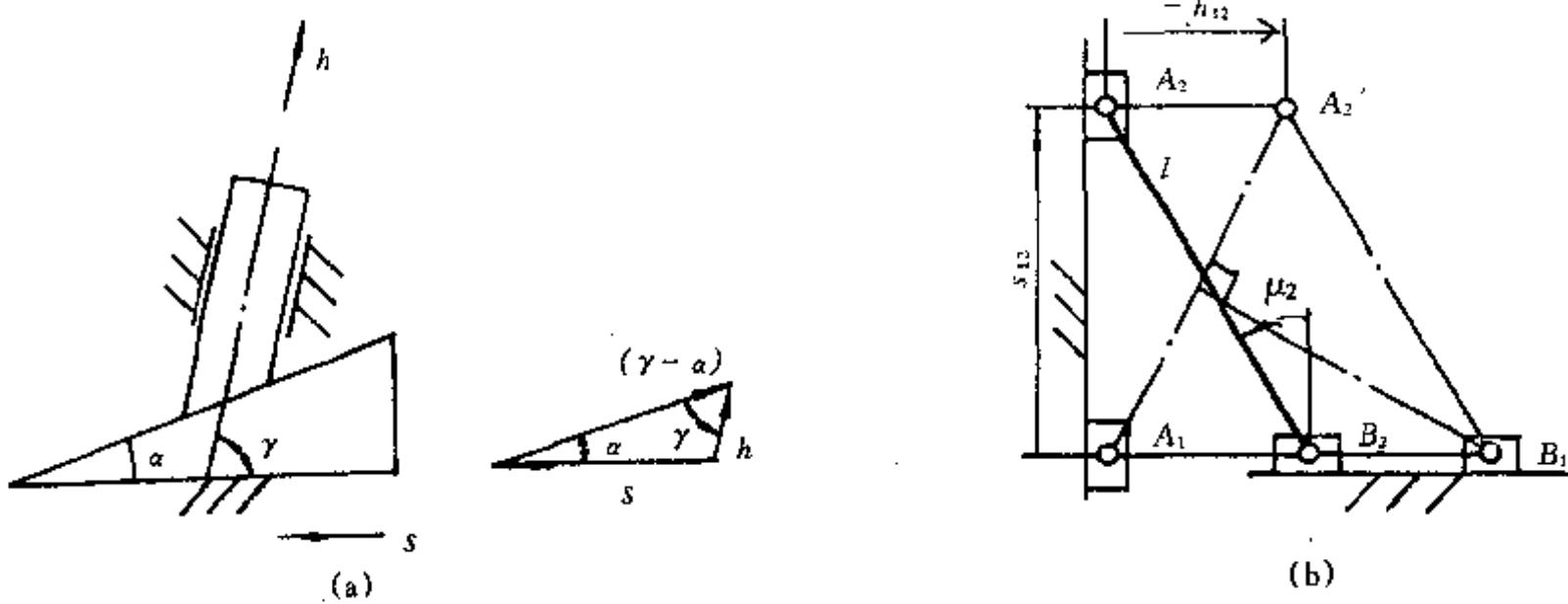


图 5-8 移—移两位置设计

还可用图 5-8(b) 所示双滑块机构实现移—移两位置传动设计。按选定的导路作 $A_1 A_2 = s_{12}$, 再按从动滑块运动的选定导路方向作 $-h_{12}$ 得点 A_2' , B_1 点可在 $A_1 A_2'$ 的垂直平分线上任选, 一般可过 A_1 点作从动滑块的导路, 与上述垂直平分线的交点定为 B_1 。当机构从始位置 1 向末位置 2 移动时, 有 $\mu_1 = 90^\circ$; 而当两导路互相垂直时, $A_1 B_2 = l - h_{12}$, 在 $\Delta A_2 B_2 A_1$ 中, $l^2 = s_{12}^2 + A_1 B_2^2$, 得出

$$l = \frac{h_{12}^2 + s_{12}^2}{2h_{12}} \quad (5-8)$$

$$\mu_2 = \arccos \frac{2h_{12} s_{12}}{h_{12}^2 + s_{12}^2} \quad (5-9)$$

传动角由最大值 90° 逐渐变小, 是一种较佳的设计方案。但要注意, 一般要求移动副时 $[\mu] = 40^\circ$, 即要求

$$h_{12} \leq \frac{s_{12}(1 - \sin[\mu])}{\cos[\mu]} = 0.47s_{12} \quad (5-10)$$

(二) 三位置问题

用实例说明解决三位置问题的过程。

例 5.2 设已知 $\varphi_1 = -75^\circ$, $\varphi_{12} = 30^\circ$, $\varphi_{13} = 60^\circ$, $\psi_{12} = 40^\circ$, $\psi_{13} = 90^\circ$, 机架长 $A_0B_0 = 30\text{mm}$, 设计四铰链机构来实现转—转三位置的运动要求。

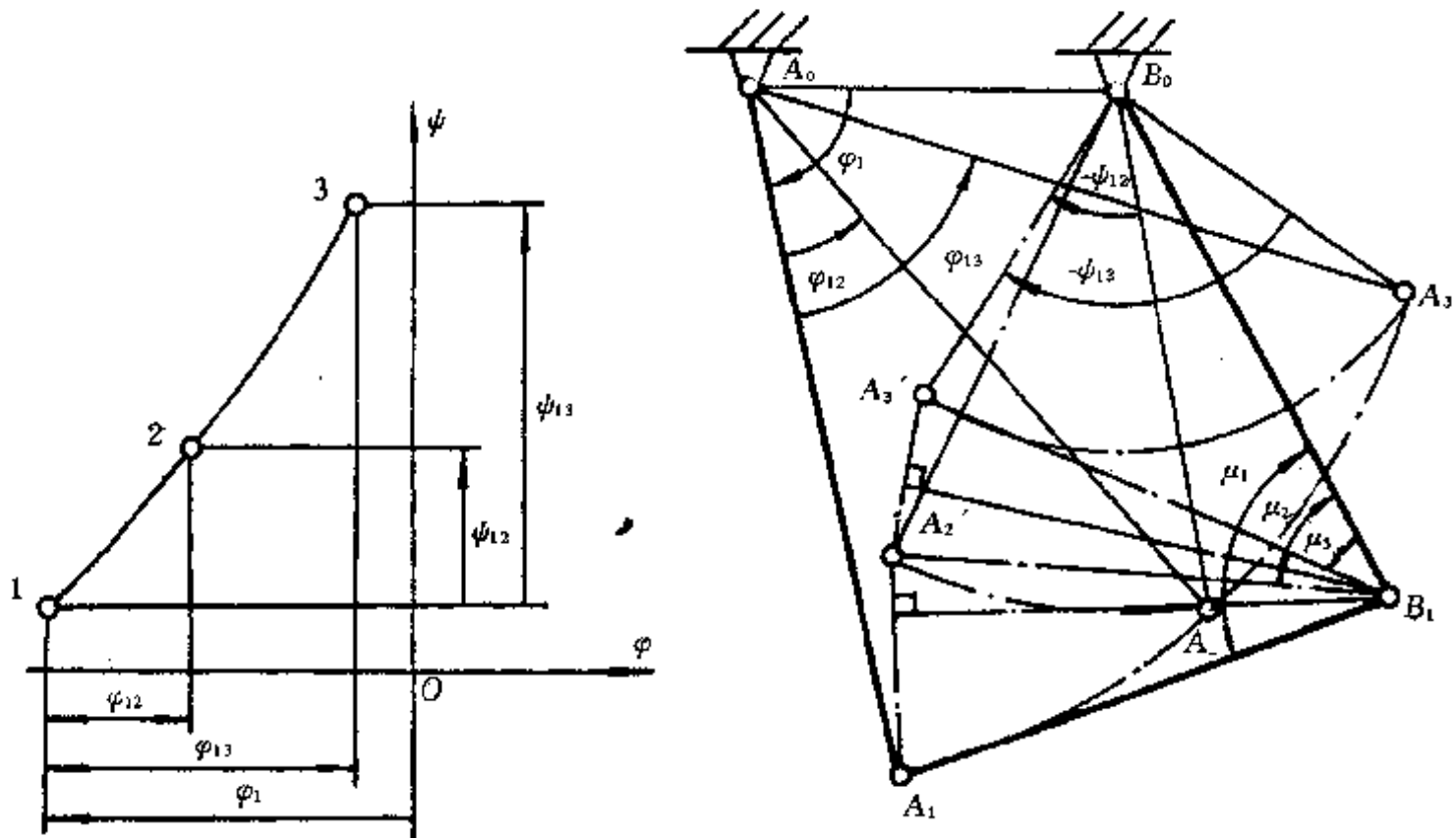


图 5-9 转—转三位置设计

解: 如图 5-9 所示, 先任选 $A_0A = 2A_0B_0 = 60\text{mm}$, 再根据 φ_1 , φ_{12} 和 φ_{13} 值画出点 A_1 , A_2 和 A_3 。采用反转法来设计, 以位置 1 为基准, A_2 点绕 B_0 点反转 $-\psi_{12}$ 角得 A_2' 点, A_3 点绕 B_0 点反转 $-\psi_{13}$ 角得 A_3' 点。由 A_1 、 A_2' 和 A_3' 三点组成的圆的圆心即为连架杆上的 B_1 点。连接 A_1B_1 、 B_1B_0 , 即得到处于 1 位置的四铰链机构。在图中还标出了机构处于 3 个位置的传动角 μ_1 、 μ_2 和 μ_3 , 因为 μ_3 为最小, 应保证 $\mu_3 \geq [\mu] = 30^\circ$ 。如果设计结果不满意, 可调整 A_0A 值再次设计。

可用导杆机构来实现 φ — ψ 三对对应值的设计要求, 如图 5-10 所示。任选 A_0B_0 为机架, 按 φ_{23} 和 ψ_{23} 的转动方向作出 A_2 和 A_3 点, A_2 和 A_3 点以 A_0B_0 为轴线对称分布。根据连架杆 A_0A_2 的长度, 绕 A_0 转 φ_{21} 角得到 A_1 点, 使 A_1 点绕 B_0 点反转 $-\psi_{21}$ 角, 得 A_1^2 点, A_2 和 A_1^2 的连线就是导杆, 由于该连线不经过 B_0 点, 所以导杆有偏心。

(三) 四位置问题

在许多文献中, 把四位置问题转化为连杆在平面中占据四个位置, 用布尔梅斯特曲线法求解, 但比较困难, 工程上不实用。本书介绍一种简明的图解法, 称为降点反转法。

前已述及, 三位置问题可用反转法求解, 如把四位置问题降为三位置问题, 就可用反转法

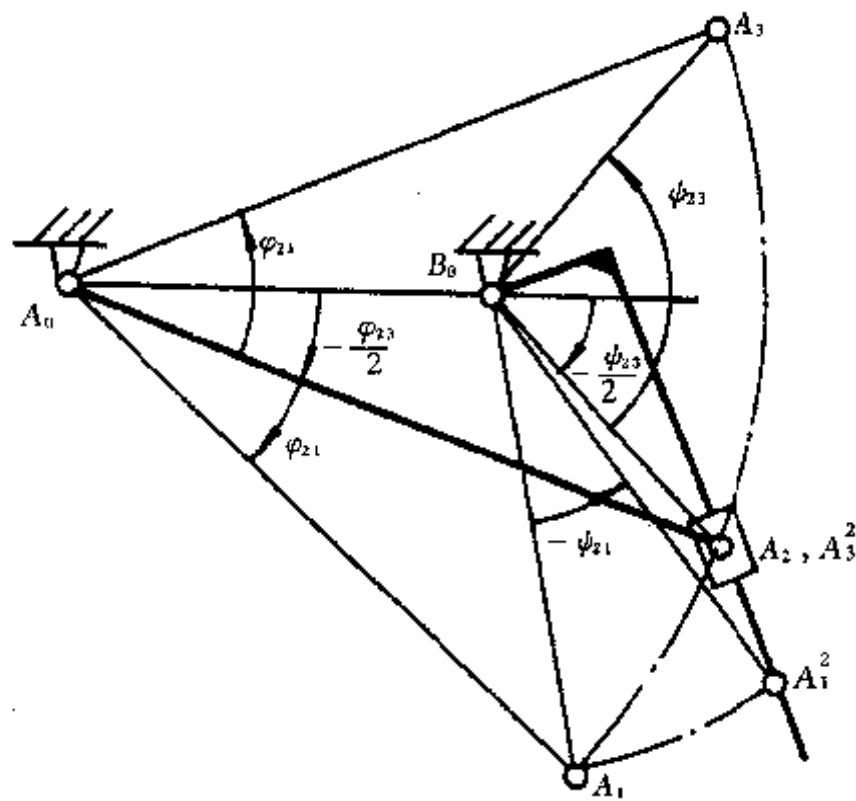
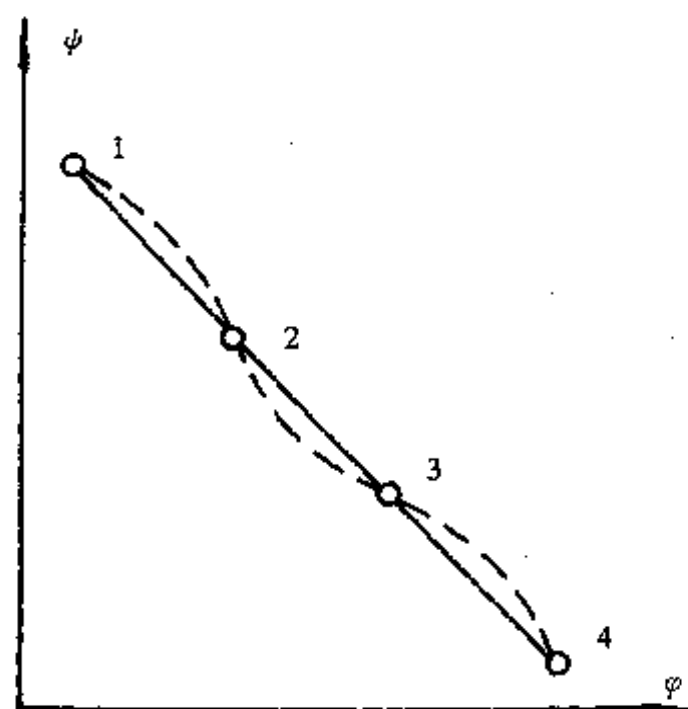


图 5-10 导杆机构实现转—转三位置要求

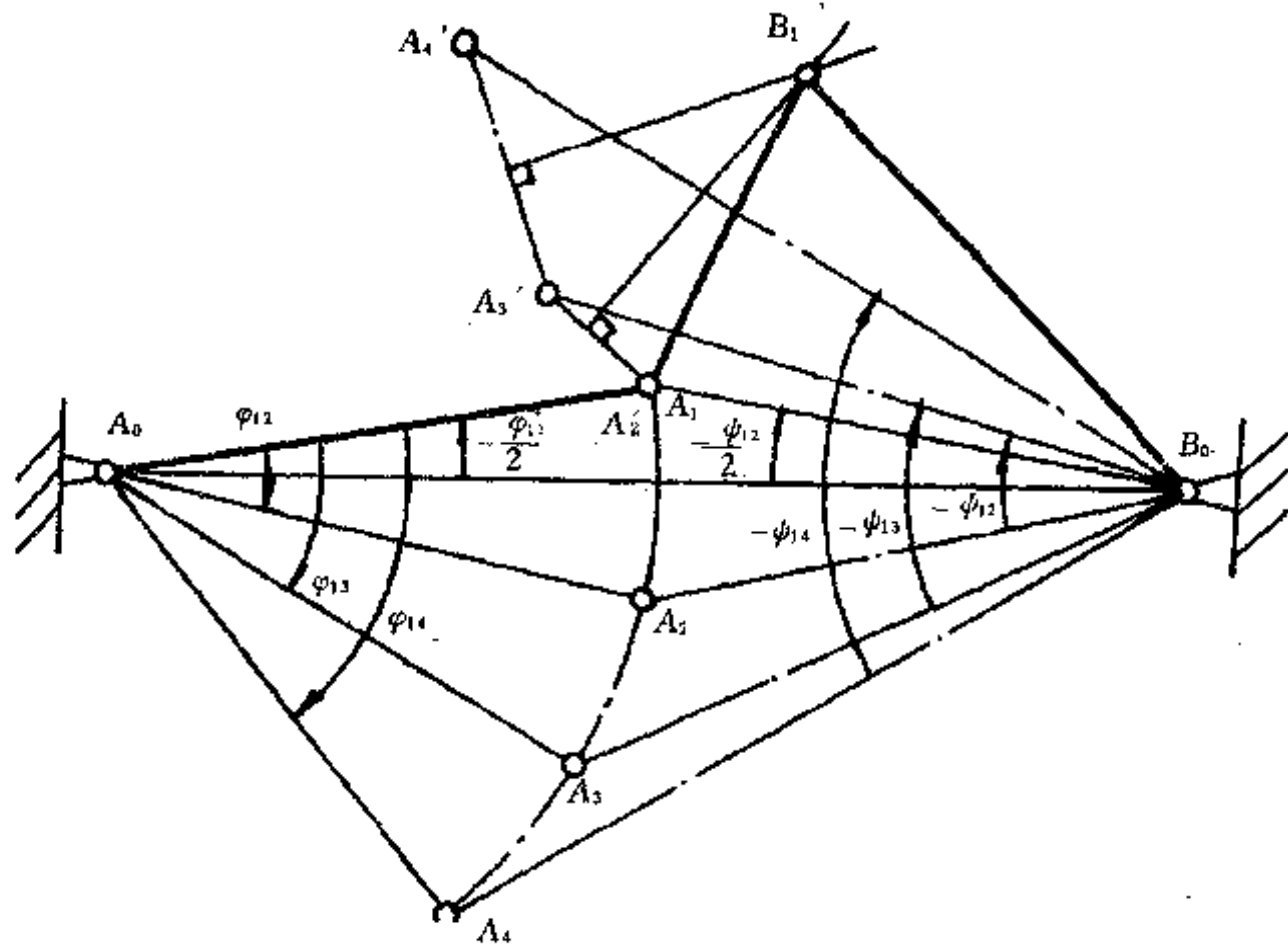
求解。

经常要求两构件在一定的角度范围内作定传动比的反向转动，例如仪表指针上的齿轮受另一齿轮的驱动作一定角度内的摆动，所以人们会直接想到用齿轮机构实现这一要求。但在对传动精度要求较低的情况下，可用图 5-11 所示的方法设计四连杆机构来代替。

如图 5-11(a)所示，设要求 $\varphi_{12} = \varphi_{23} = \varphi_{34} = 20^\circ$ ， $\psi_{12} = \psi_{23} = \psi_{34} = 20^\circ$ ，按图 5-11(b)设计机构。任取机架 A_0 和 B_0 点，作 $-\frac{\varphi_{12}}{2}$ 和 $-\frac{\psi_{12}}{2}$ 角得到 A_1 点，确定了连架杆 A_0A_1 的长度。 A_1 点绕 A_0 点转动，按 φ_{12} 、 φ_{13} 和 φ_{14} 值得出 A_2 、 A_3 和 A_4 点，使 A_2 、 A_3 和 A_4 点绕 B_0 分别反转 $-\psi_{12}$ 、 $-\psi_{13}$ 和 $-\psi_{14}$ 角成为 A_2' 、 A_3' 和 A_4' 点。 A_2' 与 A_1 点必重合，现在以位置 1 为基准反转后有 A_1 (即 A_2')、 A_3' 和 A_4' 点为三个点而不是四个点，称为降点反转法。过三点作圆的圆心为连杆上的另一点 B_1 ， A_0 、 A_1 、 B_1 、 B_0 构成了四连杆机构，它们处于位置 1。在图(a)上夸大地用虚线画出了该机构的 $\varphi - \psi$ 曲线，与第四章中四连杆机构传动曲线(图 4-7)比较，可知应为双内摆



(a)



(b)

图 5-11 转—转四位置设计

机构, 本设计结果得到了验证。

还要指出, 图中用 $-\frac{\varphi_{12}}{2}$ 和 $-\frac{\psi_{12}}{2}$ 角作图得 A_1 点, 也可以用 $-\frac{\varphi_{13}}{2}$ 和 $-\frac{\psi_{13}}{2}$ 或 $-\frac{\varphi_{14}}{2}$ 和 $-\frac{\psi_{14}}{2}$ 角作图得 A_1 点, 还可取 $-\frac{\varphi_{23}}{2}$ 和 $-\frac{\psi_{23}}{2}$ 角作图得 A_2 点, 以位置 2 为基准反转作图等。所以用此方法作图对同一问题共有 6 解, 有较大的选择余地。

转—移四位置设计见图 5-12。作三角形 $A_1A_2A_0$, 使 $A_1A_2 = s_{12}$ 和 $\angle A_1A_0A_2 = \varphi_{12}$, 从而确定了连架杆 A_0A 的长度。A 点绕 A_0 点转动, 得出 A_3 和 A_4 点。因为降点是考虑使 A_2' 与 A_1 点重合, 所以导路垂直于 $\angle A_1A_0A_2$ 的平分线 a_{12} 。使 A_2 、 A_3 和 A_4 反向移动距离 $-s_{12}$ 、 $-s_{13}$ 和 $-s_{14}$, 得到 A_2' 点与 A_1 重合, 还有 A_3' 和 A_4' 点。 A_1 、 A_3' 和 A_4' 组成的圆弧的圆心为连杆上的

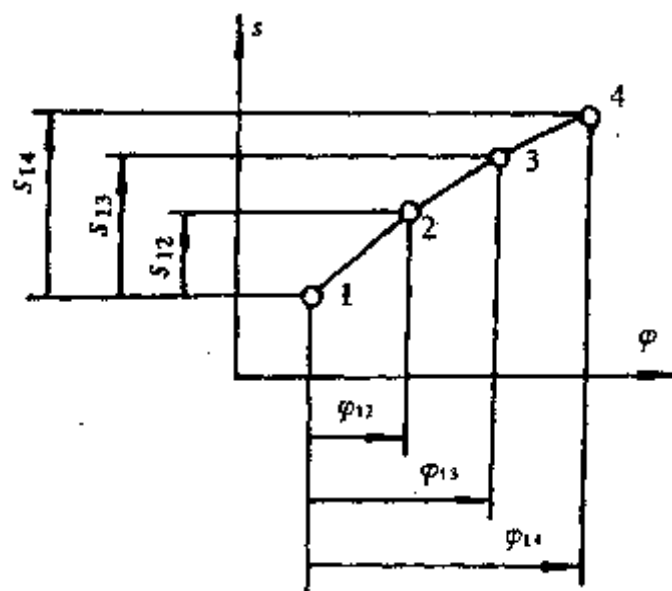


图 5-12

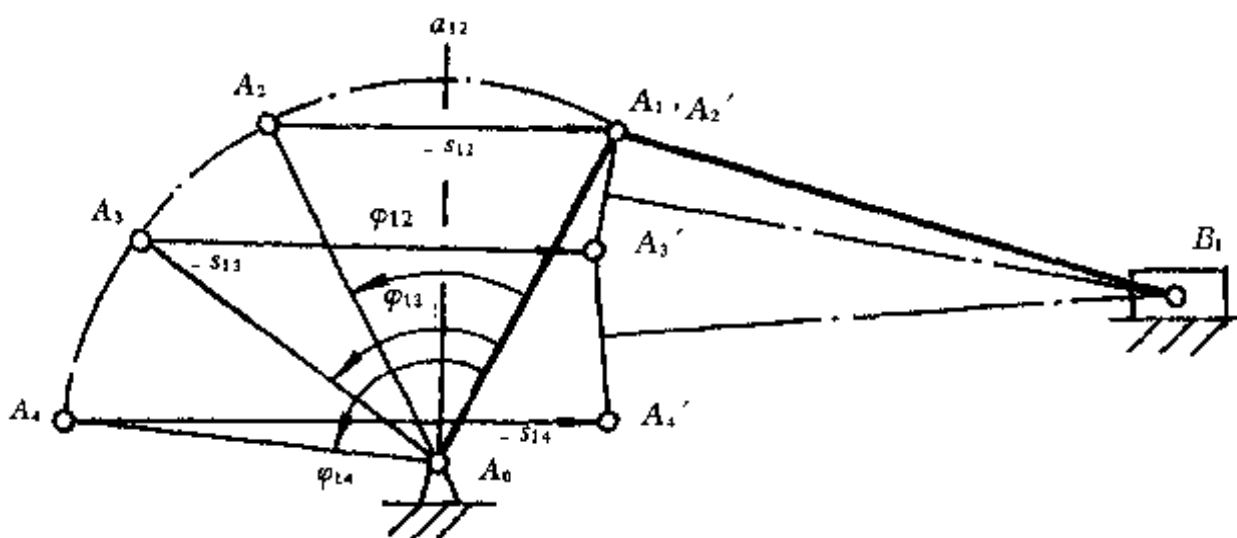


图 5-12 转—移四位置设计

B_1 点。

五位置问题应根据 $\varphi - \psi$ 的五对对应值组成判定, 有时有解, 有时无解, 且图解设计很困难, 这里不叙述。一般五位置以上的问题无解, 除非巧遇, $\varphi - \psi$ 的多对对应值正好与某机构相一致。

(四) 实现近似的定传动比

以图 5-13 所示织机综框运动来说明实现近似定传动比要求。现代织机综框很宽, 要超过织物的门幅, 为保证综框垂直上下移动, 采用图 5-13 所示机构。两连架杆在相同的角度范围 ($\varphi_{12} = \psi_{12}$) 应作等速转动, 即传动比 $\frac{d\psi}{d\varphi} = 1$ 为定值。带动综框移动的连杆 DC 和 EF 作对称分布, 综框上下移动时连杆对其横向推力相互抵消, 运动平稳。

齿轮机构在一定范围内的摆动可用(三)中所述方法求解四连杆机构来代替。但如用本节的

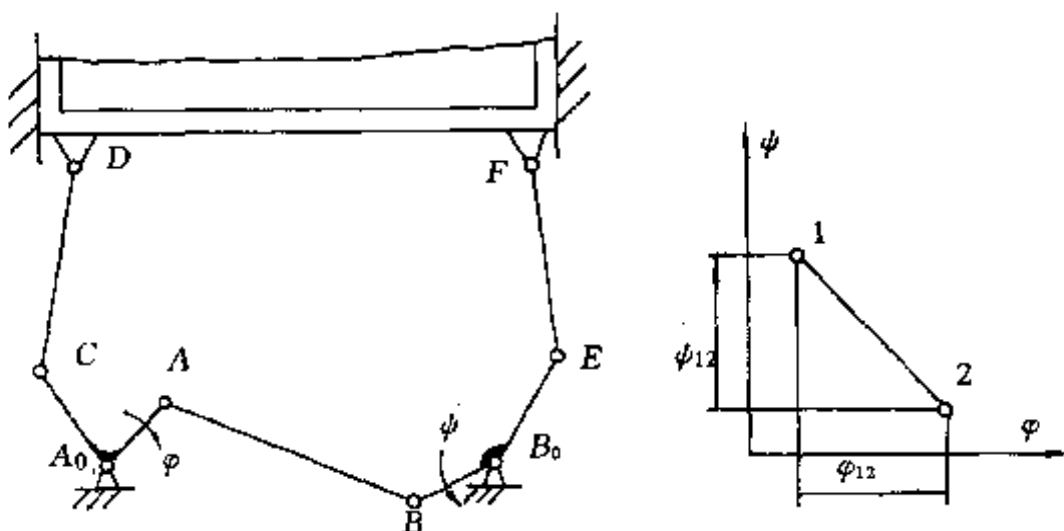


图 5-13 织机综框运动的要求

办法提出要求, 则替代后的效果更好。

图 5-14(a) 提出了 $\varphi - \psi$ 传动的定传动比要求。因为 $\varphi_{12} = 50^\circ$, $\psi_{12} = 75^\circ$, 所以传动比 $i = -\frac{50}{75} = -\frac{2}{3}$, i 带有负号是因为 φ 和 ψ 方向相反。如图 5-14(b) 所示, 任取机架 A_0B_0 , 连架杆 1 和 3 之间相对运动瞬心 P_{13} 可根据 $i = -\frac{2}{3}$ 在瞬心 P_{14} 和 P_{34} 的连线上确定, $i = \frac{P_{13}P_{34}}{P_{13}P_{14}}$, 所以 $P_{14}P_{13} = \gamma = \frac{3}{5}A_0B_0$ 。在机架上作 $-\frac{\varphi_{12}}{2}$ 和 $-\frac{\psi_{12}}{2}$ 角得交点 P , 作线段 PP_{13} 的中垂线, 该中

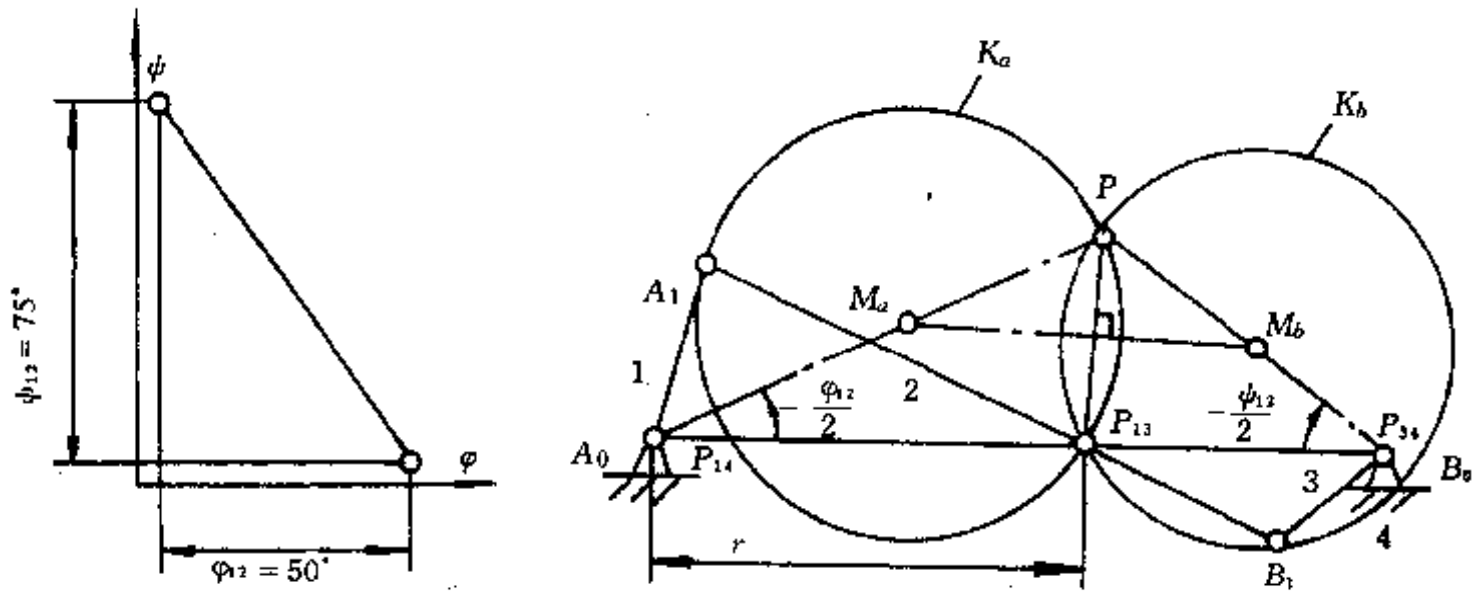


图 5-14 实现近似定传动比的设计

垂线与 A_0P 线的交点为 M_a ，与 B_0P 线的交点为 M_b 。分别以 M_aP 和 M_bP 为半径作圆，圆 K_a 是连架杆上 A_1 点的集合， K_b 是连架杆上 B_1 点的集合。在 K_a 圆上任取一点为 A_1 ，连接 A_1P_{13} 并延长，与 K_b 圆的交点就是 B_1 。 $A_0A_1B_1B_0$ 就是四连杆机构处于 1 位置。因为 A_1 点可在 K_a 圆上任选，所以有无穷多解，可以根据其他条件，如机构运动的空间、传动角的大小等来选择某个解。如果单纯从保证定传动比出发，应选择使 $\frac{B_0B}{A_0A} \approx |i|$ 。

用此方法设计四连杆机构来实现近似定传动比传动十分简便，而且效果很好。图 5-15 为

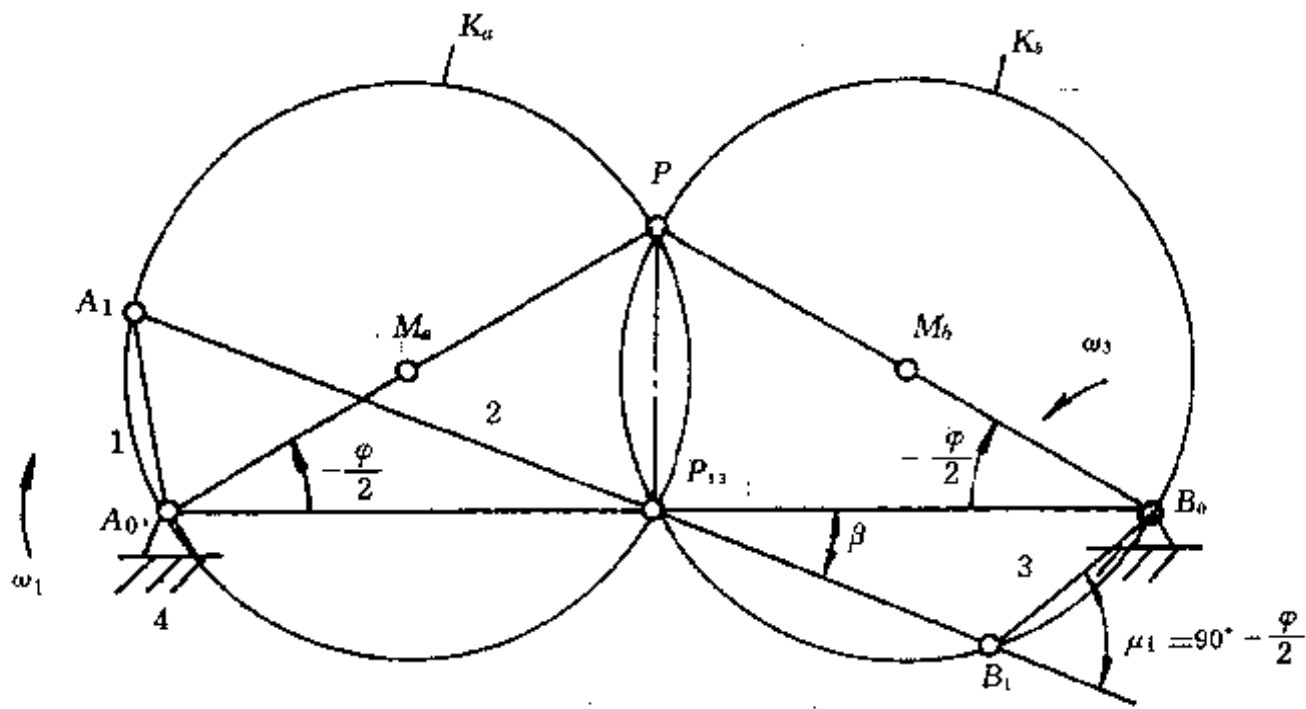


图 5-15 近似实现定传动比 $i = -1$

近似实现定传动比 $i = -1$ 的图解法，可适用于图 5-13 织机综框运动的控制。因 $i = -1$ ，所以有 $-\psi_{12} = \varphi_{12} = \varphi$ 。取 1 位置时连杆与机架间的夹角 β 为辅助计算角，图解结果可简明表达为

$$AB = A_0B_0 \cdot \cos\beta \quad (5-11)$$

$$A_0A = B_0B = \frac{A_0B_0 \sin\beta}{2\cos\frac{\varphi}{2}} \quad (5-12)$$

因为 $\angle A_0A_1P_{13} = \angle A_0PP_{13}$ ，所以有

$$\varphi_1 = 90^\circ + \frac{\varphi}{2} - \beta \quad (5-13)$$

同理

$$\psi_1 = 90^\circ - \frac{\varphi}{2} - \beta \quad (5-14)$$

此机构在位置 1 和 2 时传动角相等, 即 $\mu_1 = \mu_2 = 90^\circ - \frac{\varphi}{2}$, 在运动过程中总有 $\mu > \mu_1$, 所以传动效果较好。

由于只是近似实现定传动比 $i = -1$, 还必须了解从动杆转角与主动杆转角之间的偏差, 其偏差最大值为 Δ_{\max}

$$\Delta_{\max} = 2 \arccos \frac{(1 + \cos^2 \frac{\varphi}{2}) \sin \beta}{2 \cos \frac{\varphi}{2}} + 2\beta - 180^\circ \quad (5-15)$$

计算表明, 当 φ 和 β 值取得较小时, Δ_{\max} 值也较小。偏差最大发生在当主动杆转角略大于 $\frac{\varphi}{2}$ 的时候。

例如: 织机要求在 $\varphi = 30^\circ$ 范围内保持定传动比 $i = -1$ 。取 $\beta = 15^\circ$, 则有 $AB = 0.966A_0B_0$, $A_0A = B_0B = 0.134A_0B_0$, $\Delta_{\max} = -0.018^\circ$, 近似的程度相当高。

利用图解解析法设计机构实现近似的定传动比还有一种特殊的情况, 即借助四连杆机构实现摇杆的等速摆动与滑块的近似等速移动之间的相互转换。

齿轮齿条机构在工程中应用很广, 图 5-16(a) 所示的自动机床进刀装置中的齿轮齿条机

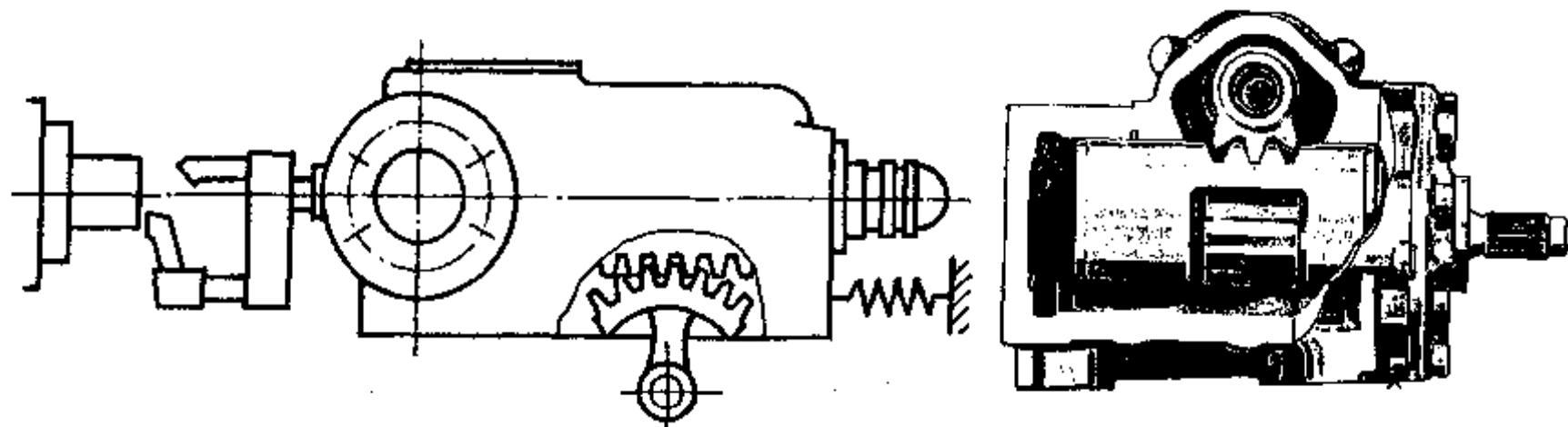


图 5-16 齿轮齿条传动机构

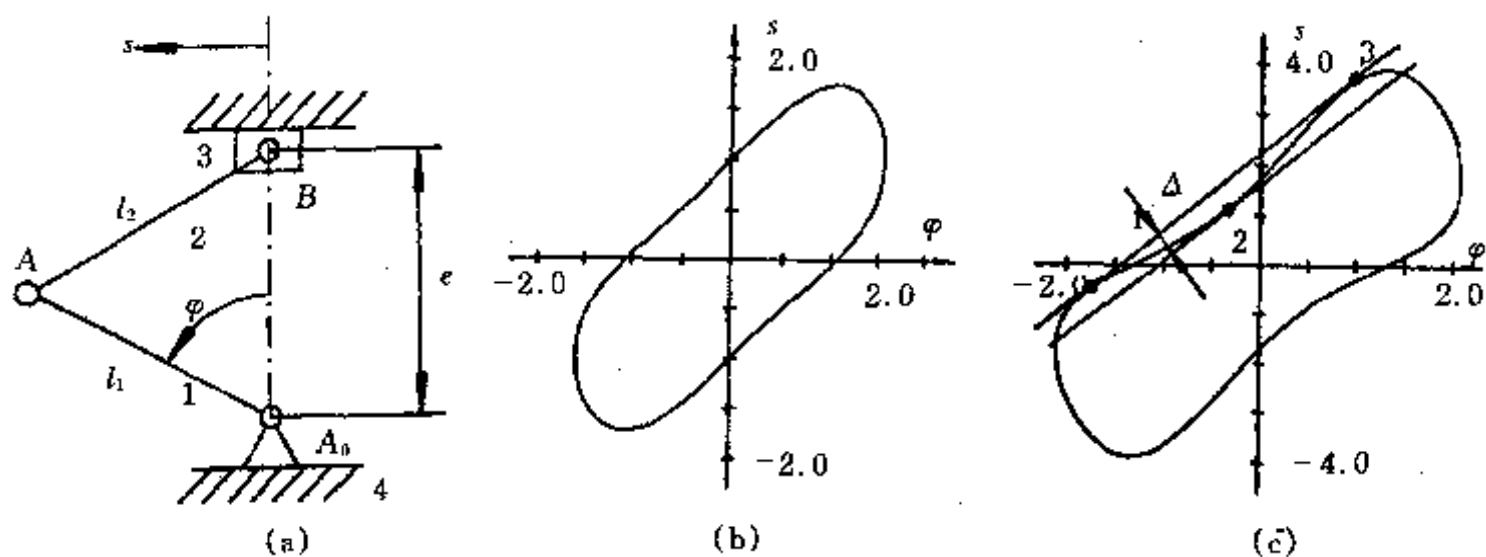


图 5-17 摇杆滑块机构及其运动线图

构, 将齿轮在一定范围内的等速摆动转变成从动齿条的等速往复移动, 实现机床的进刀运动。而图 5-16(b) 所示奔驰汽车滚珠丝杠伺服转向器又要求把齿条的移动转变为齿轮的摆动, 实现转向操作。在允许近似等速运动与等速运动之间偏差大的前提下, 可用近似等速摇杆滑块机构替代齿轮齿条机构, 以节约空间和成本。

首先要判别摇杆滑块机构的传动函数, 以明确能否实现上述要求。图 5-17(a) 为连架杆 1 不能作整周回转, 即不存在曲柄的摇杆滑块机构。设 l_1 为连架杆长, l_2 为连杆长, e 为铰链中心 A_0 对导路的偏置距离, 不存在曲柄的条件为

$$l_1 + e > l_2 \quad (5-16)$$

机构能运动的条件为

$$e < l_1 + l_2 \quad (5-17)$$

机构传动的函数为

$$s = l_1 \sin \varphi \pm \sqrt{l_2^2 - (e - l_1 \cos \varphi)^2} \quad (5-18)$$

其中

$$\varphi \in \pm \arccos \frac{e - l_2}{l_1}$$

图 5-17(b) 和图 5-17(c) 是根据式 (5-18) 画出的机构运动线图, 当偏距 e 值不变时, 随着 l_1 和 l_2 值的变化, 传动曲线形状也发生变化。图 5-17(b) 为 $e = 1.0, l_1 = 1.0$ 和 $l_2 = 1.0$ 时的曲线, 其中的一段显得相当平直; 图 5-17(c) 为 $e = 1, l_1 = 2.0$ 和 $l_2 = 2.0$ 时的曲线, 曲线在标有 1、2 和 3 的三点处有相同的斜率。若能设计出机构, 使得在该范围的平均斜率也与上述相等, 即

$$\frac{ds}{d\varphi(1)} = \frac{ds}{d\varphi(2)} = \frac{ds}{d\varphi(3)} = \frac{s_3 - s_1}{\varphi_3 - \varphi_1} = \frac{s_{13}}{\varphi_{13}} \quad (5-19)$$

则摇杆滑块机构就能近似实现摆角 φ 与位移 s 之间的等速传动。问题是必须找到机构的上述三个特殊位置。

从图 5-17(c) 还可以看出, 在 2 点处曲线与表示等速传动的直线间有最大绝对偏差 Δ , 并由此计算出最大相对偏差 δ 。

$$\Delta = \frac{s_{13}}{\varphi_{13}} \times \varphi_{12} - s_{12} \quad (5-20)$$

$$\delta = \frac{\Delta}{s_{12}} = \frac{\varphi_{12}}{\varphi_{13}} - \frac{s_{12}}{s_{13}} \quad (5-21)$$

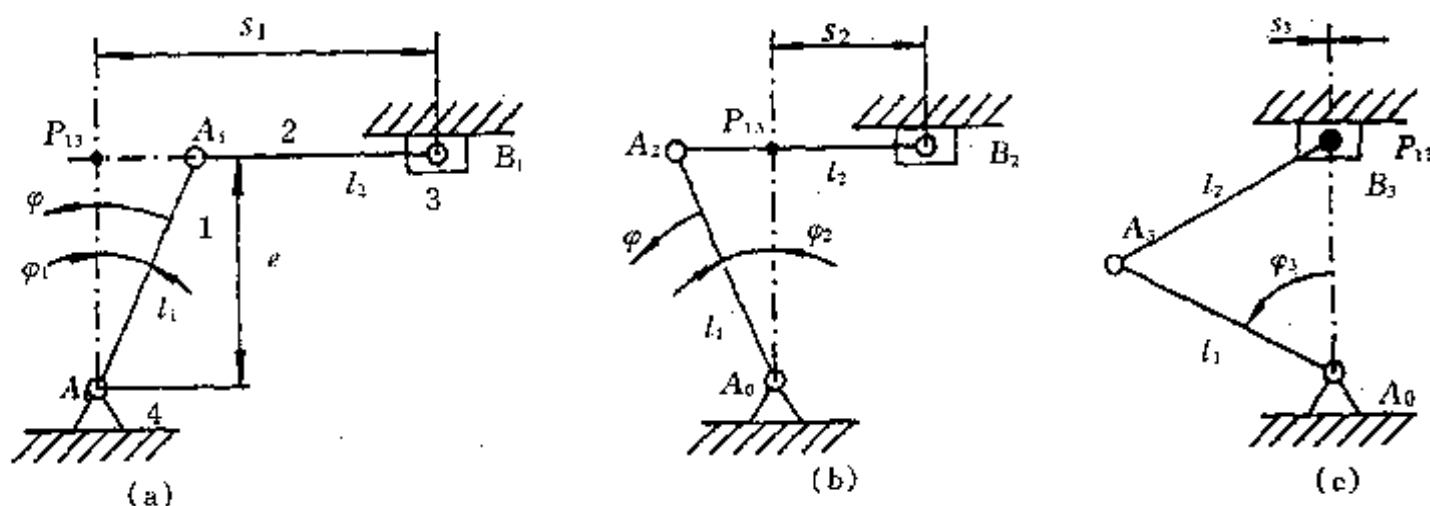


图 5-18 近似等速机构的三个特殊位置

图 5-18(a)为实现近似等速传动的第一个特殊位置, 连杆 2 与滑块 3 的导路相重合, 按照三心定理, 得出构件 1 和 3 之间的相对速度瞬心 P_{13} , 从而得出滑块移动速度与摇杆摆动角速度的关系:

$$v_1 = e \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{亦即} \quad \frac{ds_1}{d\varphi_1} = e \quad (5-22)$$

按照图 5-17 所示的坐标, 还有

$$s_1 = -\left[\sqrt{l_1^2 - e^2} + l_2\right] \quad (5-23)$$

$$\varphi_1 = -\arccos \frac{e}{l_1} \quad (5-24)$$

当摇杆向左摆动到图 5-18(b) 所示位置时, 连杆 2 再次与导路重合, 根据此时瞬心 P_{13} 的位置, 有

$$\frac{ds_2}{d\varphi_2} = e \quad (5-25)$$

$$s_2 = \sqrt{l_1^2 - e^2} - l_2 \quad (5-26)$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{e}{l_1} \quad (5-27)$$

摆动杆继续向左摆动, 见图 5-18(c), 滑块上的铰链中心 B_3 点正好在 A_0 点对导路作的垂线上, 成为第 3 个特殊位置。此时瞬心 P_{13} 与 B_3 点重合, 有

$$\frac{ds_3}{d\varphi_3} = e \quad (5-28)$$

$$s_3 = 0 \quad (5-29)$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{l_1^2 + e^2 - l_2^2}{2l_1e} \quad (5-30)$$

在得出机构 3 个位置的有关计算式后, 可以定出机构的工作范围,

$$\varphi_{13} = \varphi_3 - \varphi_1 = \arccos \frac{l_1^2 + e^2 - l_2^2}{2l_1e} + \arccos \frac{e}{l_1} \quad (5-31)$$

$$\varphi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\arccos \frac{e}{l_1} \quad (5-32)$$

$$s_{13} = s_3 - s_1 = \sqrt{l_1^2 - e^2} + l_2 \quad (5-33)$$

$$s_{12} = s_2 - s_1 = 2\sqrt{l_1^2 - e^2} \quad (5-34)$$

同时, 机构尺度必须满足式(5-19)表示的约束条件, 即

$$e \left(\arccos \frac{l_1^2 + e^2 - l_2^2}{2l_1e} + \arccos \frac{e}{l_1} \right) = \sqrt{l_1^2 - e^2} + l_2 \quad (5-35)$$

为便于实用, 令 $e=1$ 为单位长。按式(5-17), 取 $l_1 > 1$ 为某值, 可由式(5-35)计算出 l_2 , 再由式(5-31)和式(5-33)得出 φ_{13} 和 s_{13} 值, 由式(5-21)得出 δ 值。图 5-19 为相应的曲线图。

工程中, 有三类问题要解决:

1. 已知摇杆摆动范围 φ_{13} , 求滑块近似等速运动下的最大位移、机构相应尺寸 e 、 l_1 和 l_2 。

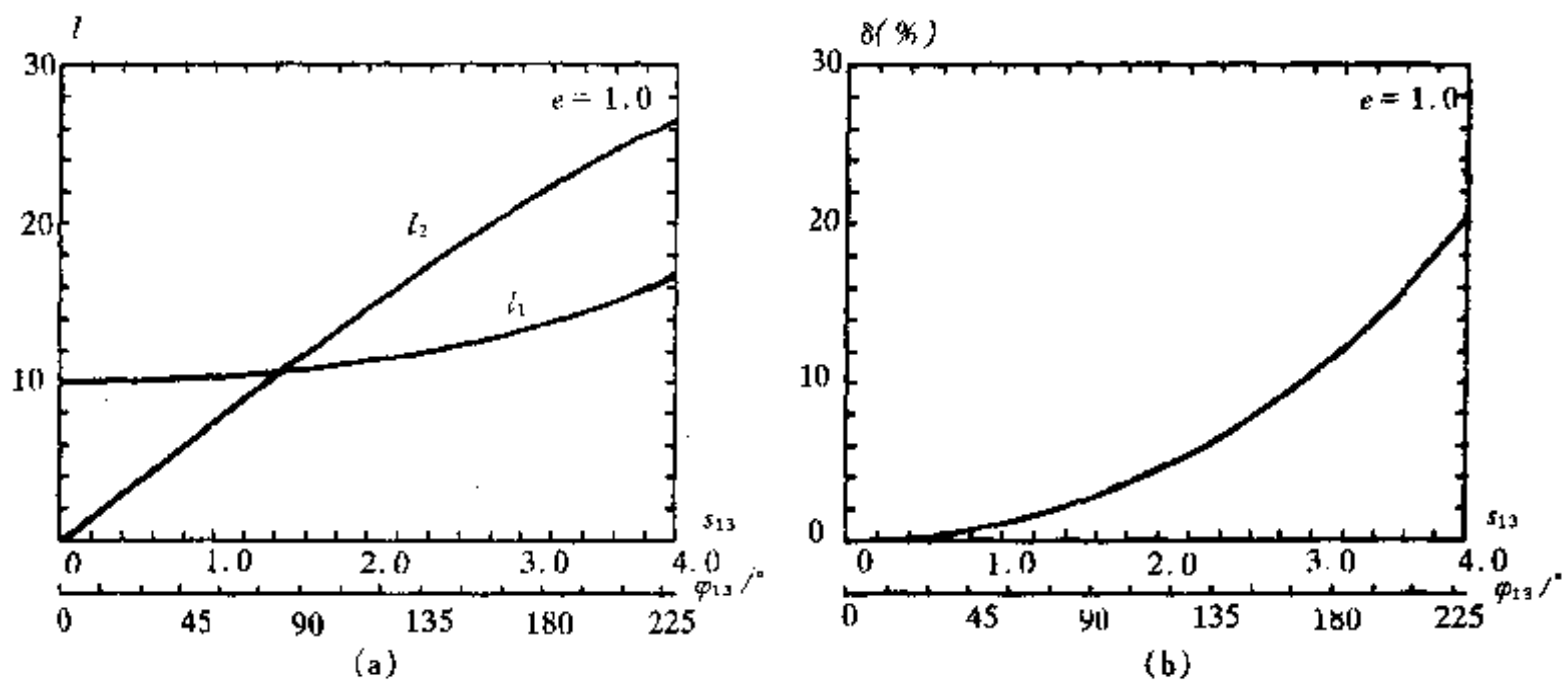


图 5-19 机构尺寸和传动偏差线图

当机构要求不高时,可由图 5-19 查出相应的值,当机构精度要求高时,先由图 5-19(a) 查出 l_1 , 然后由式(5-35)和式(5-33)计算出 l_2 和 s_{13} , 由式(5-21)得出 δ 值, 检验是否满足设计要求。

例如: 图 5-16(b) 所示汽车滚珠丝杠伺服转向器中的扇形齿轮摆动角为 $\varphi_{13} = 84^\circ$, 查图 5-19 有: $s_{13} = 1.47$, $e = 1.0$, $l_1 = 1.07$, $l_2 = 1.09$, $\delta = 2.6\%$, 相应的近似等速摇杆滑块机构如图 5-20 所示。

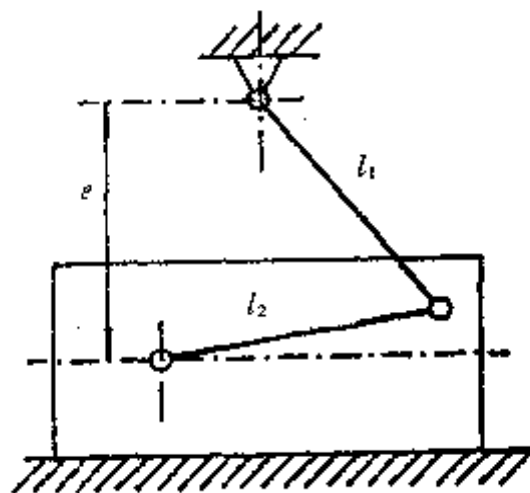


图 5-20 近似等速摇杆滑块机构简图

2. 已知滑块位移范围 s_{13} , 求 φ_{13} 和机构其他尺寸。

先由许用的相对偏差 δ 值, 根据图 5-19(b) 定长 s_{13} , 则 $e = 1$, 与问题 1 类似, 要求不高时, 采用查图法; 要求高时, 根据查出的 l_1 计算出其他值。

例如: 已知 $\bar{s}_{13} = 120\text{mm}$, $\bar{e} = 80\text{mm}$, 则 $\frac{\bar{s}_{13}}{\bar{e}} = 1.5$, 查图 5-19 有: $l_1 = 1.075$, $l_2 = 1.123$, $\varphi_{13} = 86^\circ$, $\delta = 2.5\%$ 。机构实际尺寸为 $s_{13} = 120\text{mm}$, $e = 80\text{mm}$, $l_1 = 86\text{mm}$, $l_2 = 89.84\text{mm}$ 。

3. 已知 φ_{13} 和 \bar{s}_{13} , 求机构。根据问题 1. 的办法, 由 φ_{13} 值得出相应的 s_{13} 、 l_1 、 l_2 和 $e = 1$ 。真实的机构尺寸即可按 $\frac{\bar{s}_{13}}{s_{13}}$ 的比例缩小或放大。

例如: $\varphi_{13} = 90^\circ$ 和 $\bar{s}_{13} = 120\text{mm}$, 查图 5-19 有: $s_{13} = 1.57$, $e = 120 \div 1.57 = 76.4\text{mm}$, $l_1 = 1.08 \times 76.4 = 82.5\text{mm}$, $l_2 = 1.09 \times 76.4 = 83.3\text{mm}$, 对应的相对偏差 δ 为 2.6%。

由于机构特性的限制, 摇杆滑块机构只能在有限范围内实现近似等速传动, 且摇杆摆动的范围越大, 非线性传动的偏差也越大, 见图 5-19(b)。

还要指出, 本机构在其运动范围内的传动角值也是比较好的。当摇杆主动或滑块主动时, 最小传动角均发生在图 5-18(c)所示位置。摇杆主动时, 最小传动角用 $\mu_{23\min}$ 表示:

$$\mu_{23\min} = \angle A_0 B_3 A_3 = \arccos \frac{e - l_1 \cos \varphi_3}{l_2} \quad (5-36)$$

滑块主动时, 最小传动角用 $\mu_{12\min}$ 表示:

$$\mu_{12\min} = \angle B_3 A_3 A_0 = 180^\circ - \varphi_3 - \arccos \frac{e - l_1 \cos \varphi_3}{l_2} \quad (5-37)$$

当 $e=1$ 为单位长时, 根据机构的尺度约束条件确定 l_1 和 l_2 , 可作出摇杆主动时最小传动角 $\mu_{23\min}$ 线图[图 5-21(a)]和滑块主动时最小传动角 $\mu_{12\min}$ 线图[图 5-21(b)]。

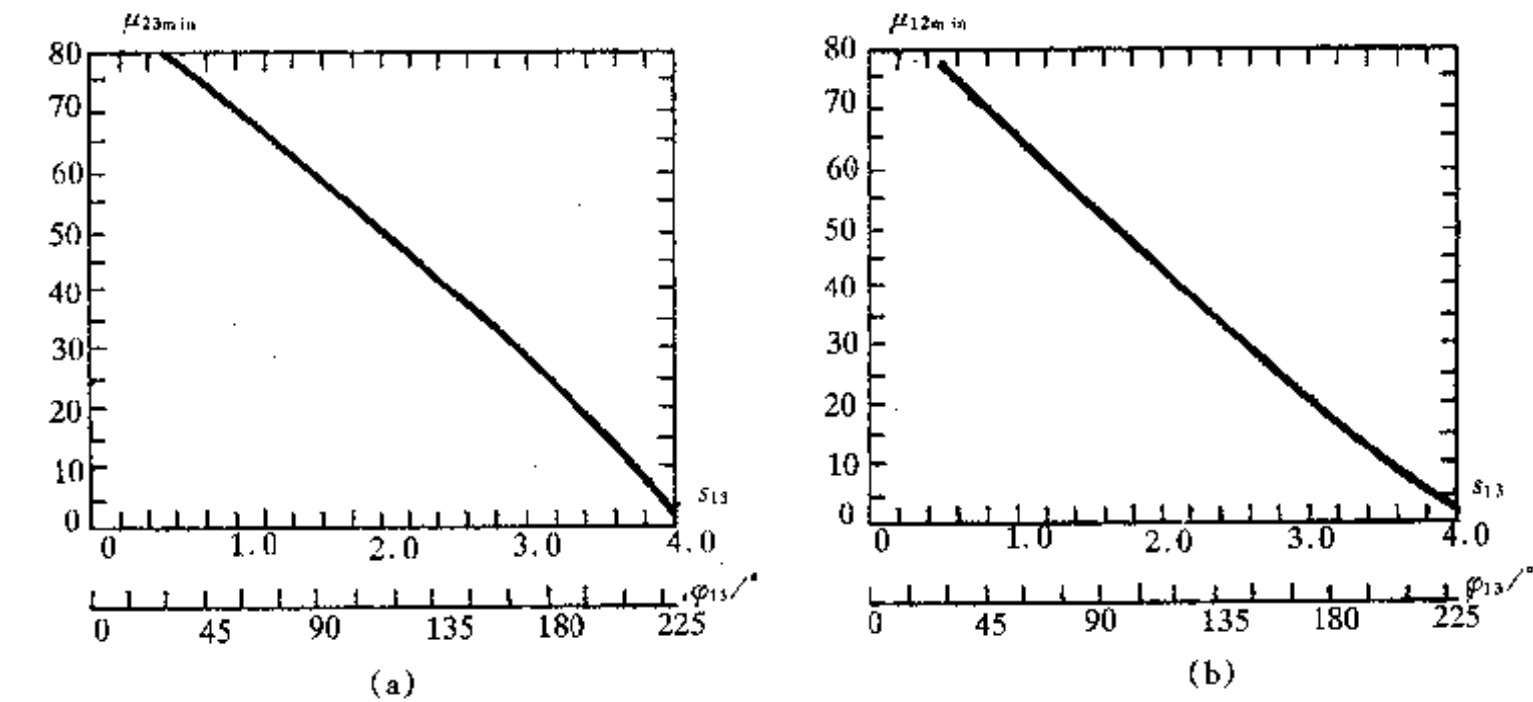


图 5-21 最小传动角线图

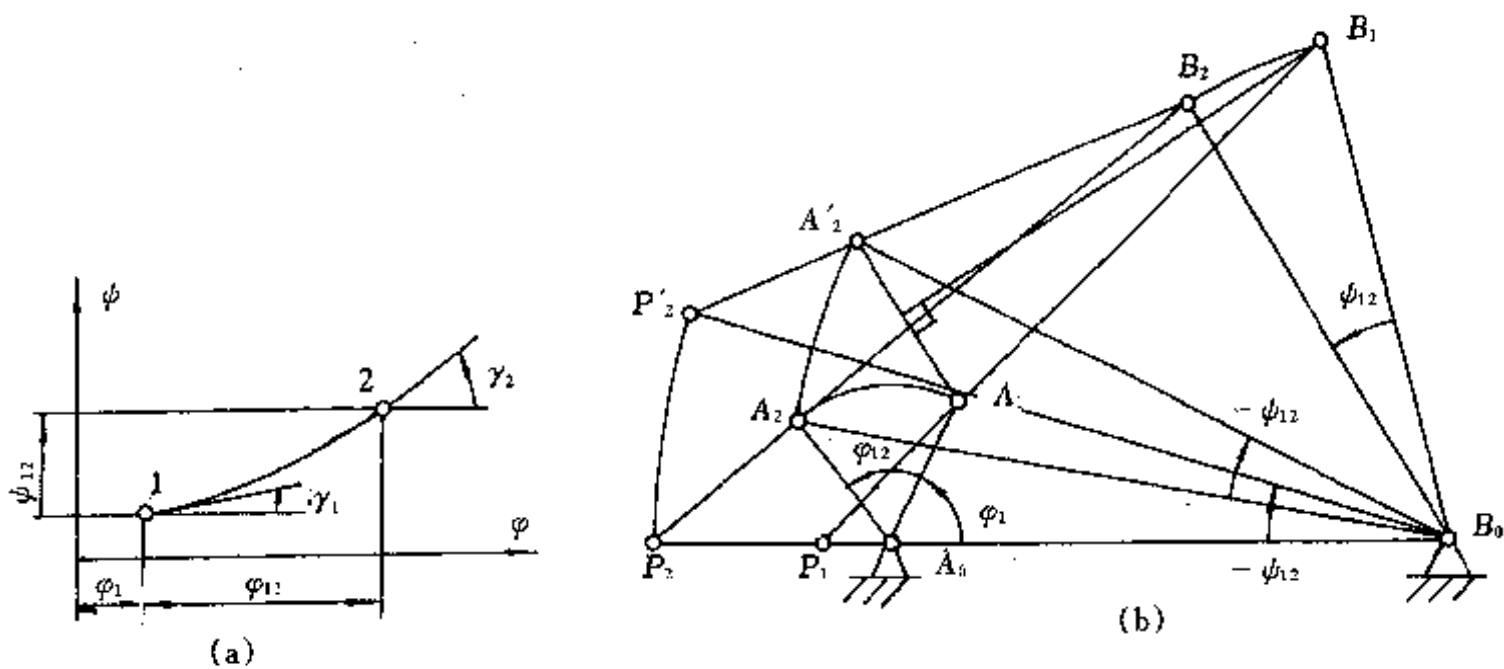


图 5-22 有速度要求的传动机构设计

(五) 传动函数含有一阶导数

前已述及, 对传动机构的要求除了 $\varphi - \psi$ 关系外, 还可能要求一定的 $\varphi - \frac{d\psi}{d\varphi}$ 关系。图

5-22(a)表示这一要求。除了 φ_1 , φ_{12} 和 ψ_{12} 已给定外, 还要求机构在 1 位置时从动件的角位移 $\frac{d\psi_1}{d\varphi_1} = \tan\gamma_1$, 2 位置时 $\frac{d\psi_2}{d\varphi_2} = \tan\gamma_2$ 。

可借助布尔梅斯特曲线来解决这一问题, 但布尔梅斯特曲线求解困难, 且很难精确。这里介绍作者构思的反转法。如图 5-22(b) 所示, 任取机架 A_0B_0 和连架杆 A_0A 长, 根据 φ_1 和 φ_{12} 的值找出 A_1 和 A_2 点。在 A_0B_0 线上找出机构 1 位置时两连架杆间相对运动速度瞬心 P_1 和 2 位置时的 P_2 , 要使得 $\frac{P_1A_0}{P_1B_0} = \frac{d\psi_1}{d\varphi_1} = \tan\gamma_1$, $\frac{P_2A_0}{P_2B_0} = \frac{d\psi_2}{d\varphi_2} = \tan\gamma_2$ 。要注意从 P_1 和 P_2 出发计量线段, 即为有向线段。当 $\frac{d\psi}{d\varphi}$ 值为正时, 瞬心 P 落在 A_0B_0 线段的外侧, $\frac{d\psi}{d\varphi}$ 值为负时, P 点在 A_0B_0 线段上。使 $\triangle B_0P_2A_2$ 绕 B_0 点反转 ψ_{12} 角到 $B_0P_2'A_2'$ 位置。 P_1A_1 线与 $P_2'A_2'$ 线的交点就是连杆上的 B_1 点。 $A_0A_1B_1B_0$ 组成了机构的 1 位置。图中还画出了 $A_0A_2B_2B_0$ 即机构的 2 位置, 可以看出, 反转法是正确的, 且十分简洁。

四、解析法设计

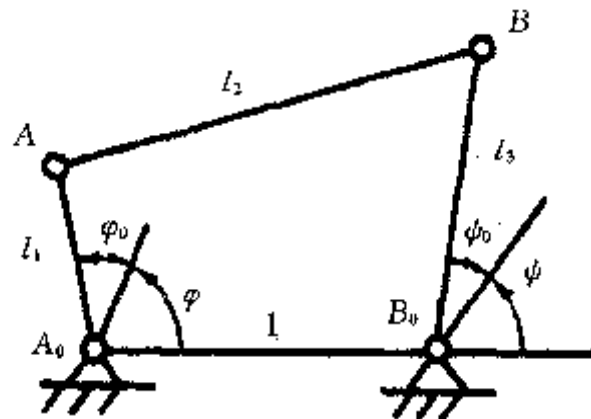


图 5-23 解析法设计四铰链机构

这里只叙述四铰链机构的设计, 其他机构可类推。

设机架长 $A_0B_0 = 1$ 为单位长, 图 5-23 表明主动角 φ 和从动角 ψ 的度量方法, 机构各几何尺寸间具有下列关系:

$$F(\varphi, \psi) = l_1^2 - l_2^2 + l_3^2 + 1 - 2l_1 \cos(\varphi_0 + \varphi) + 2l_3 \cos(\psi_0 + \psi) - 2l_1 l_3 \cos[(\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi)] = 0 \quad (5-38)$$

上式求导可得

$$\psi'(\varphi, \psi) = \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{l_1 \sin(\varphi_0 + \varphi) + l_1 l_3 \sin[(\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi)]}{l_3 \sin(\psi_0 + \psi) + l_1 l_3 \sin[(\varphi_0 + \varphi) - (\psi_0 + \psi)]} \quad (5-39)$$

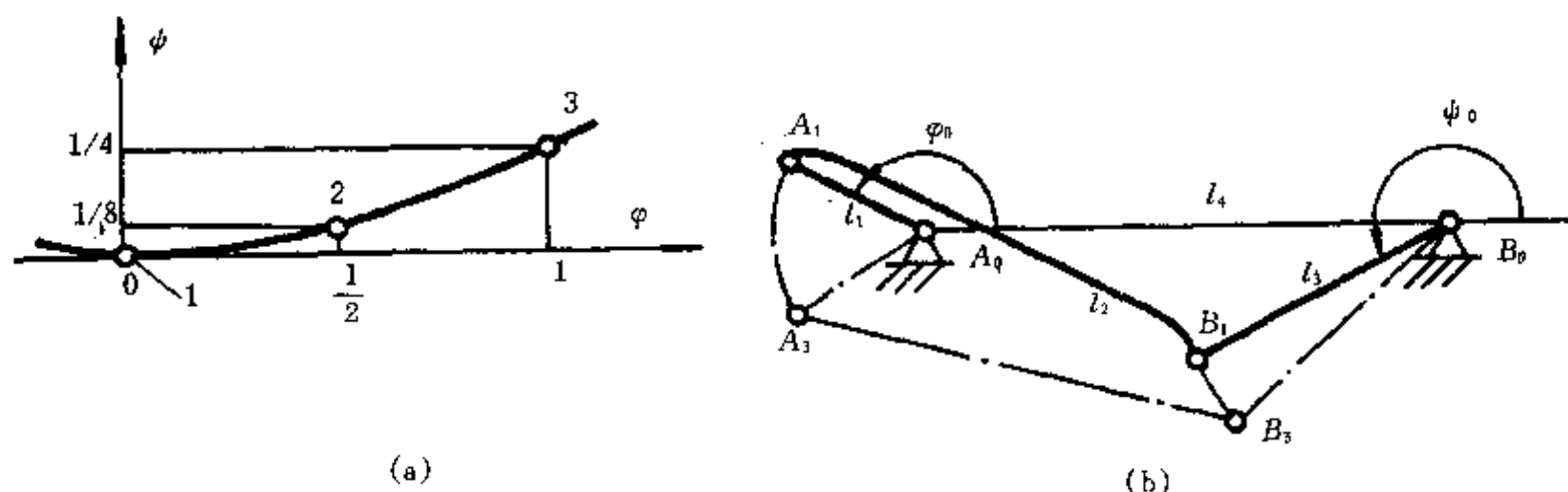
如果现在有 φ_i 和 ψ_i 的五组对应值, 即 $i = 1, 2, 3, 4, 5$, 代入公式(5-38)得

$$F(\varphi_i, \psi_i) = l_1^2 - l_2^2 + l_3^2 + 1 - 2l_1 \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + 2l_3 \cos(\psi_0 + \psi_i) - 2l_1 l_3 \cos[(\varphi_0 + \varphi_i) - (\psi_0 + \psi_i)] = 0 \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (5-40)$$

式(5-40)表示由 5 个方程组成的非线性方程组, 可利用计算机编程求解出 5 个未知量 l_1 , l_2 , l_3 , φ_0 和 ψ_0 。若无解, 则说明已给定的 φ_i 和 ψ_i 五组对应值不合理, 应调整 φ_i 和 ψ_i 值。如果 $i = 1, 2, 3$, 为三位置问题, 可令 $\varphi_0 - \psi_0 = 0$, 式(5-40)变为线性方程组, 求解很方便。

现举例说明。用曲柄摇杆机构的传动函数 $\psi = \psi(\varphi)$ 来近似实现函数关系 $\psi = \varphi^2/4$ 。主动角

φ 的工作范围为 $0 \leq \varphi \leq 1$ (弧度)。把这一函数关系写成离散 φ 和 ψ 数组的形式。 $\varphi_1 = 0, \psi_1 = 0$; $\varphi_2 = 28.648^\circ, \psi_2 = 3.581^\circ$; $\varphi_3 = 57.296^\circ, \psi_3 = 14.324^\circ$ 。为了保证近似效果良好, 再加上速度条件 $\psi_1'(\varphi_1) = 0$ 。图 5-24(a) 为传动函数线图。根据上述条件, 可用式(5-38)和式(5-39)写出由四个方程组成的联立方程组。设 φ_0 给定, 以 $\varphi_0 = 148.5^\circ + 2k, k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, 代入联立方程组, 用计算机编程求解, 可得解的结果, 见图 5-24(c)。可以看出, 选用第四组值较理想, 此时的机构最小传动角 $\mu_{\min} = 47.6^\circ$, 为六组中的最大值。图 5-24(b) 为按第四组数据画出的机构。



φ_0	ψ_0	l_1	l_2	l_3	μ_{\min}
148.5°	225.94°	0.385	1.121	0.535	14.1°
150.5°	221.69°	0.353	1.056	0.520	28.3°
152.5°	215.46°	0.323	0.975	0.518	41.2°
154.5°	206.46°	0.295	0.863	0.545	47.6°
156.5°	195.34°	0.270	0.692	0.636	34.0°
158.5°	184.77°	0.251	0.440	0.828	19.3°

注 $l_4 = 1$ 为单位长。

(c)

图 5-24 解析法设计四连杆机构

从上例可以得到启发, 连杆机构设计时虽然可以根据给定的 5 个条件写出 5 组联立方程求解, 为了保证机构运动必须满足的其他条件, 如应有 $\mu_{\min} > [\mu]$, 给定的条件一般应少于 5, 这样在设计时可得到无穷多解, 再在其中选择满意的解。

五、转动转变为往复运动机构的设计

活塞式空压机、牛头刨的进给装置、插齿机、织机打纬机构等, 都是要求把旋转运动转变为往复运动的机械装置, 所以有必要研究简单四杆机构满足这一要求的设计方法。又因为往复运动可以是摆动或者移动, 所以宜分开讨论。

(一) 转动—往复移动的机构设计

曲柄滑块机构能实现转动—往复移动这一运动转变。

图 5-25(b) 为偏置距为 e 的曲柄滑块机构, 可看成是摇杆上的固定铰链中心 B_0 在无穷远处的曲柄摇杆机构。曲柄 A_0A 和连杆 AB 成一线的 a 位置以及它们叠合的 i 位置决定了滑

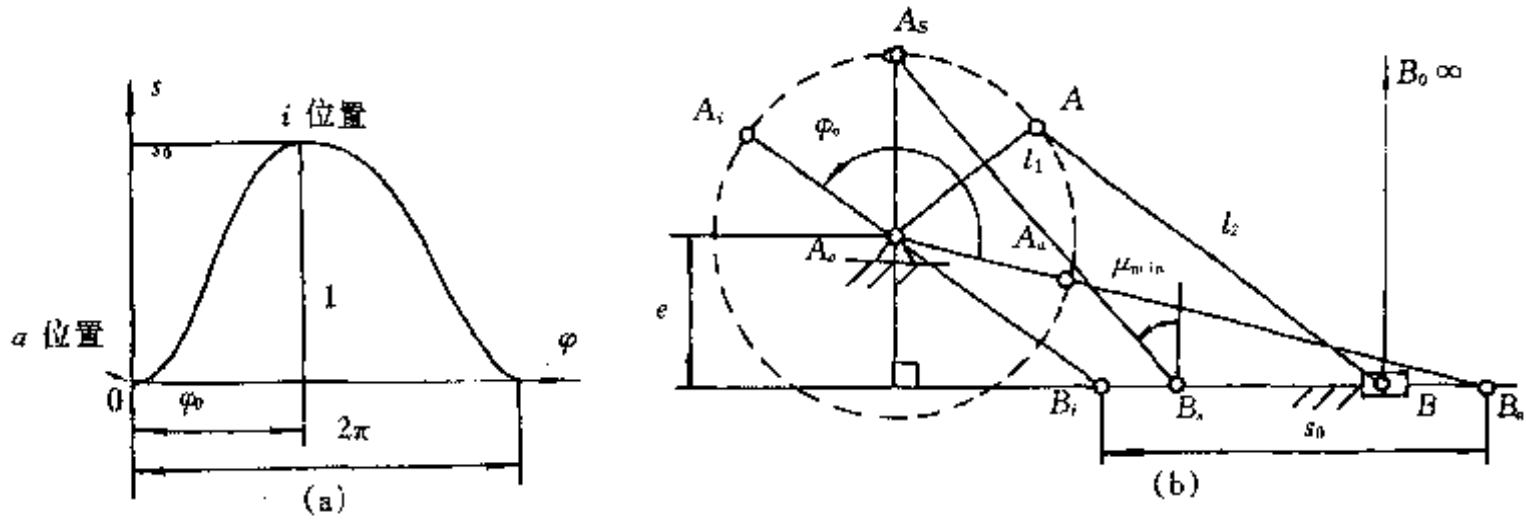


图 5-25 曲柄滑块机构和传动函数

块的位移 s_0 , 而相应地曲柄由 A_0A_0 转到 A_0A_1 的转角为 φ_0 , $\varphi_0 \leq 180^\circ$ 。当曲柄转到 A_0A_1 位置时, 机构有最小传动角 μ_{\min} 。以滑块处于外极限位置 B_0 为起点画出机构传动函数图, 见图 5-25 (a)。由于曲柄上 A 点在 A_1 附近所画轨迹与 A_1 点绕 B_1 点的圆弧较一致, 而在 A_0 点附近的情况正好相反, 可以断定 $\varphi-s$ 传动曲线在 i 位置比在 a 位置平缓。

工程中最常见的设计问题是按给定的 s_0 和 φ_0 , 再外加给定 $\lambda = \frac{l_1}{l_2}$ 或要求 μ_{\min} 为最大, 来设计机构。

1. 已知 s_0 , φ_0 和 $\lambda = \frac{l_1}{l_2}$, 设计机构 见图 5-26, 在线段长 s_0 上作顶角为 $2\theta = 2(180^\circ - \varphi_0)$ 的等腰三角形, 以三角形的顶点 O_1 为圆心, $O_1B_1 = O_1B_2$ 长为半径作圆 K_0 , 圆 K_0 是一切可能的 A_0 点的集合, 如图示 $\angle B_1A_0B_2 = \theta$ 满足设计要求。又取 $\frac{B_1C_1}{B_2C_1} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}$, $\frac{B_1C_2}{B_2C_2} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}$ 在 B_1B_2 连线及其延长线上得到 C_1 和 C_2 点。以 C_1C_2 为直径作圆 K_1 , 圆 K_1 上任一点 A_0 到 B_1 和 B_2 点线段长之比 $\frac{A_0B_1}{A_0B_2} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}$, 满足设计要求, 所以圆 K_1 也是所有 A_0 点的集合。圆 K_0 和 K_1 的交点为要寻找的 A_0 点。现在曲柄长 $l_1 = \frac{1}{2}(A_0B_0 - A_0B_1)$, 连杆长 $l_2 = \frac{1}{2}(A_0B_2 + A_0B_1)$ 。还要如图 5-25(b) 所示画出曲柄转到与 B_0B 平行的 A_1 位置, 量出的 $\mu_{\min} \geq [\mu]$, $[\mu] = 40^\circ$, 以检验机构能否顺利运动。

图解结果可用计算式表达。对 $\triangle A_0B_1B_2$ 作运算, 可得出,

$$l_2 = \frac{s_0}{\sqrt{2[(1-\cos\theta) + \lambda^2(1+\cos\theta)]}} \quad (5-41)$$

$$l_1 = \frac{\lambda s_0}{\sqrt{2[(1-\cos\theta) + \lambda^2(1+\cos\theta)]}} \quad (5-42)$$

$$e = \frac{(l_2^2 - l_1^2) \sin\theta}{s_0} \quad (5-43)$$

其中

$$\theta = 180^\circ - \varphi_0 \quad (5-44)$$

2. 已知 s_0 , φ_0 , 要求 μ_{\min} 为最大, 设计机构 这是一种工程中常采用的设计要求, 大的 μ_{\min} 值可以保证良好的传动。图 5-26 中已表明圆 K_0 是满足指定条件 s_0 和 φ_0 值的 A_0 点的集合, 但当在 K_0 上取不同的 A_0 点时, 最小传动角 μ_{\min} 必不同, 现以偏距 e 为参考值写出 μ_{\min} 的

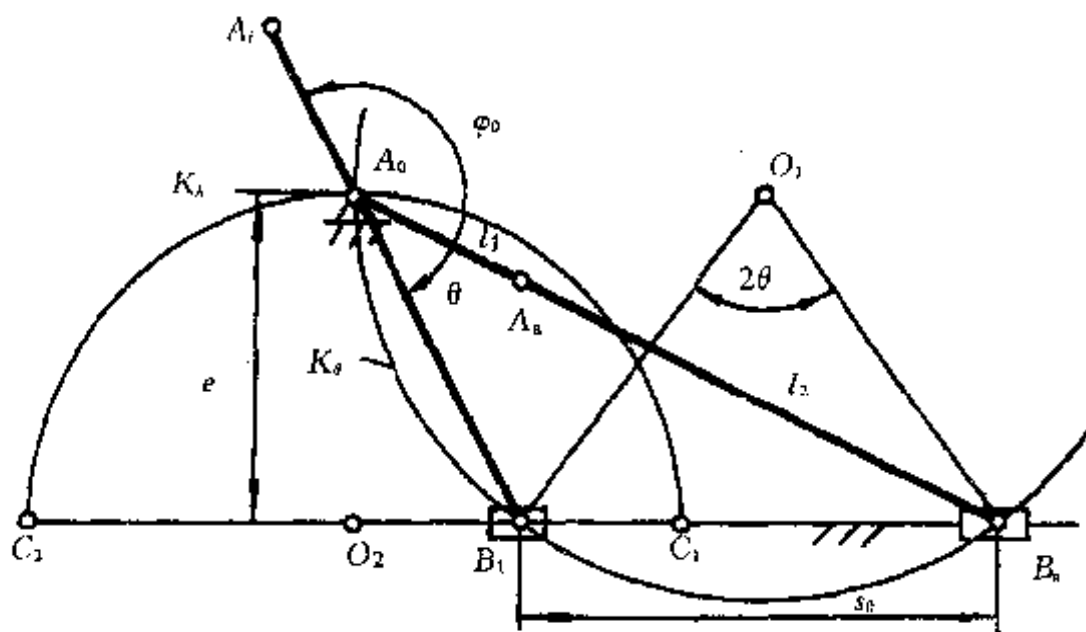


图 5-26 按 s_0, φ_0, λ 设计曲柄滑块机构

表达式。设 e 值给定, 根据几何关系可得

$$l_1 = \frac{s_0 \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos \frac{\theta}{2}} \quad (5-45)$$

$$l_2 = \frac{s_0 \sin \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \quad (5-46)$$

$$\mu_{\min} = \frac{e \sin \theta + s \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\theta}{2}}{s \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \quad (5-47)$$

其中
$$\cos \alpha = \cos \theta - \frac{2e \sin \theta}{s} \quad (5-48)$$

由公式(5-47)可知, μ_{\min} 是 φ_0, s_0 和 e 的函数。图 5-27 表示它们之间的相互关系, 图中虚线表示当 φ_0 取某值可得到的最大 μ_{\min} , 相应机构的偏距对位移的比值 $\frac{e}{s_0}$ 由横坐标得出。为了工程实用的方便, 图 5-28 表示在满足 μ_{\min} 为最大时曲柄滑块机构几何尺寸关系。

还要说明, 当 $\varphi < 180^\circ$ 时, 滑块往复所占有的曲柄转角不相等。以插床为例, 使滑枕(滑块)的工作行程较慢而回程较快, 就是利用这一特点。

例 5-3 设计曲柄滑块机构, 要求 $s_0 = 200\text{mm}$, $\varphi_0 = 160^\circ$, 且 μ_{\min} 为最大。

解: 由图 5-28 查出, 当 $\varphi_0 = 160^\circ$ 时, $\max \mu_{\min} = 43 \frac{l_1}{s_0} = 0.47 \frac{l_2}{s_0} = 1.15 \frac{e}{s_0} = 0.38$,

$\lambda = \frac{l_1}{l_2} = 0.41$ 。所以该曲柄滑块机构的曲柄长 $l_1 = 94\text{mm}$ 。连杆长 $l_2 = 230\text{mm}$, 滑块行程 $s_0 = 200\text{mm}$, $\mu_{\min} = 43^\circ$ 。作为作图时的参考尺寸有偏距 $e = 76\text{mm}$, $\lambda = 0.41$ 。

(二) 转动—摆动的机构设计

曲柄摇杆机构和曲柄转动导杆机构能实现这一设计要求。

图 5-29 为曲柄摇杆机构, 要特别注意当曲柄转到与连杆成一直线和重叠的 A_2, A_1 位置,

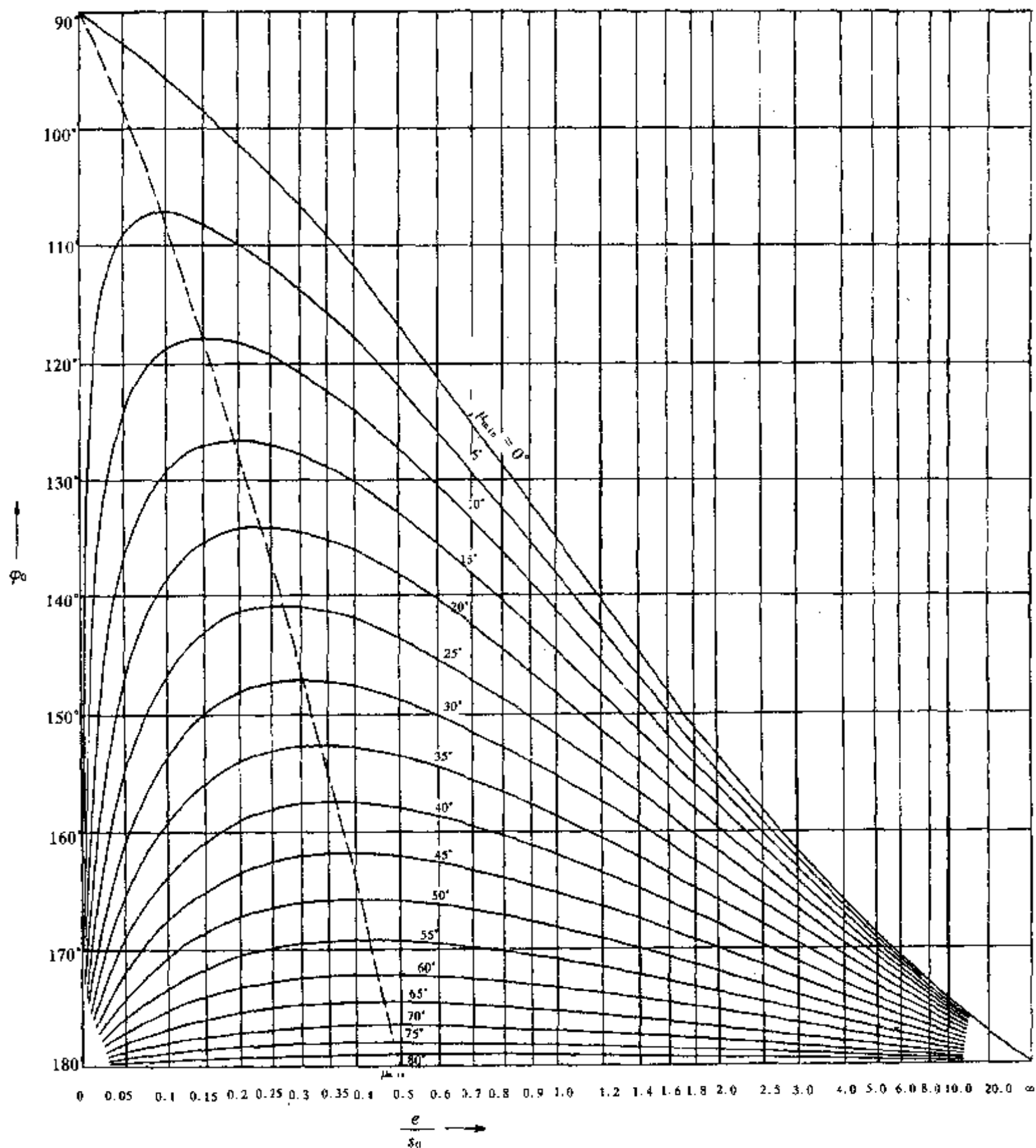


图 5-27 曲柄滑块机构最小传动角与 φ_0 和 $\frac{e}{s_0}$ 的关系

相应的 B_2 和 B_1 位置决定了摇杆的摆角范围 ψ_0 。曲柄转角 φ 和摇杆摆角 ψ 由 A_2 和 B_2 位置同向旋转起算。当 $\varphi_0 > 180^\circ$ 时, 相当于急回系数大于 1, 称为正偏置; 当 $\varphi = 180^\circ$ 时, 相当于急回系数为 1, 称无偏置; 当 $\varphi < 180^\circ$ 时, 急回系数小于 1, 为负偏置。设计时要注意, φ_0 和 ψ_0 值受一定限制, 只能在图 5-30 所示范围内选取。图 5-29(a) 表示, 传动函数曲线在 i 位置处较 a 位置处平缓, 曲柄 A_0A 的长度越接近连杆 AB , 这一特点越明显, 可以形成摇杆在 B_1 位置附近的近似停顿。一些喷气织机的打纬机构就具有这一特点。

还要注意曲柄转到 A_2 (与机架 A_0B_0 重叠) 和 A_1 (与机架 A_0B_0 伸展成一直线) 位置时, 传

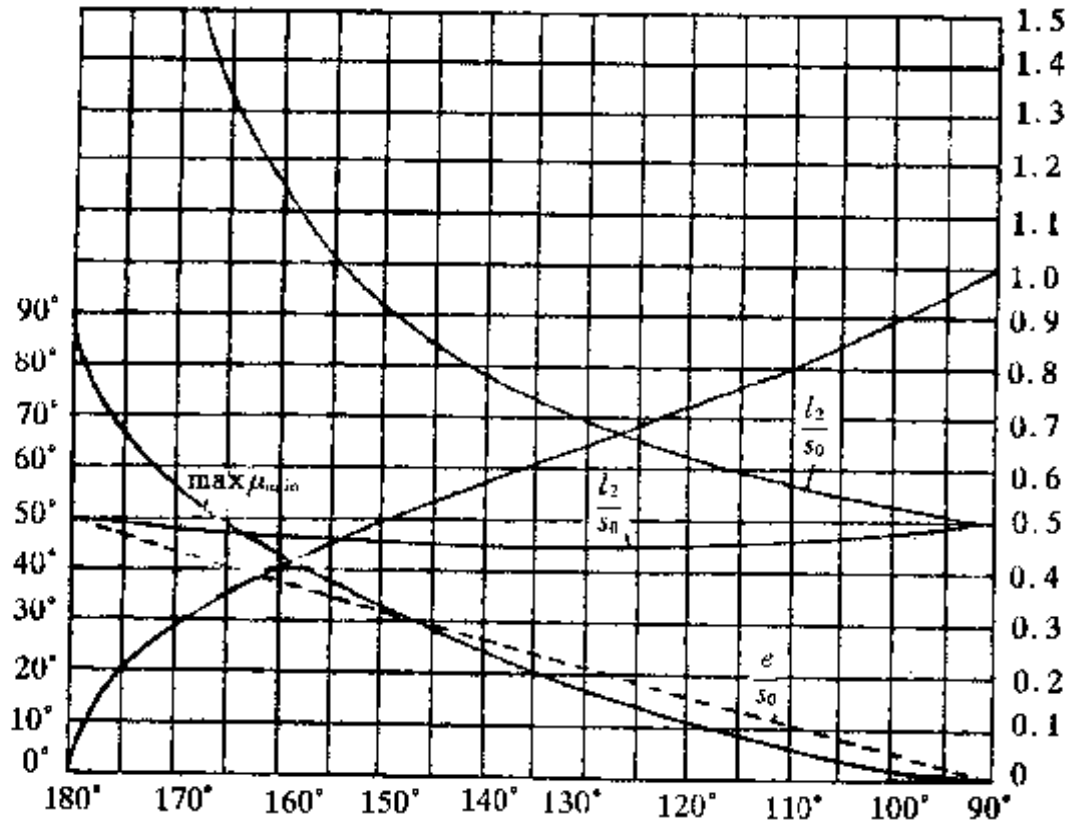


图 5-28 最小传动角为最大的曲柄滑块机构尺寸

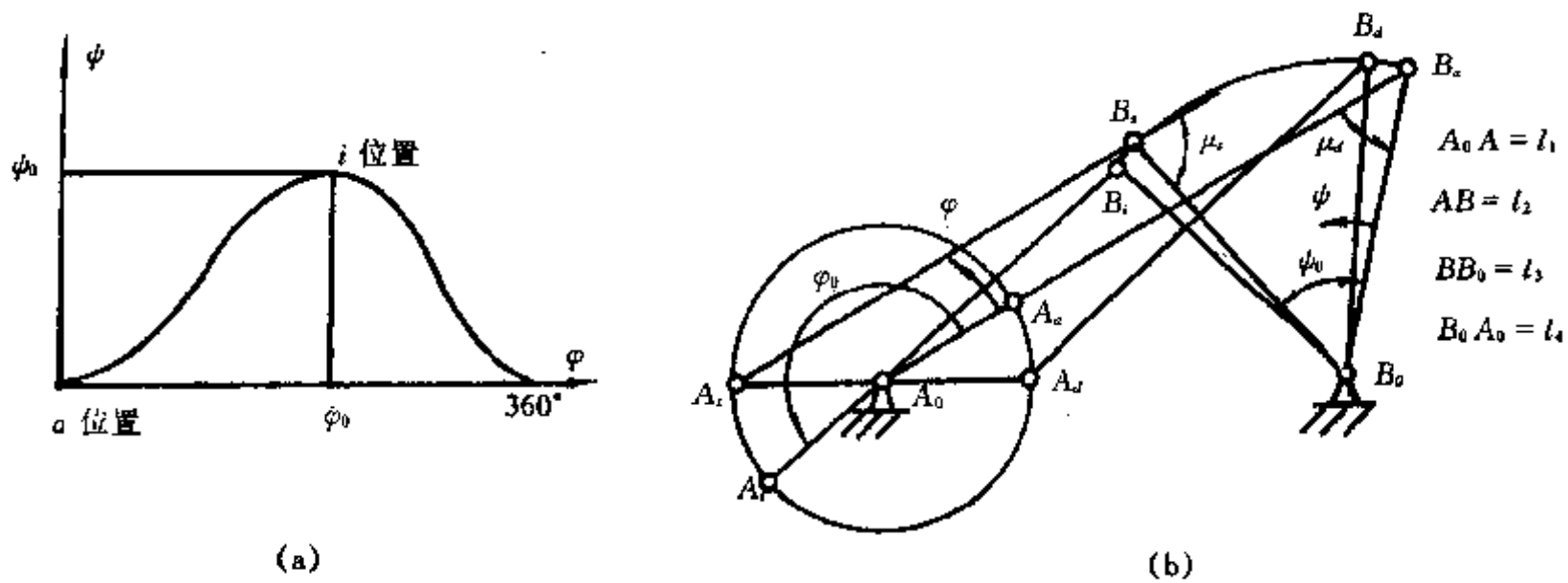


图 5-29 曲柄摇杆机构实现转动—摆动

动角 μ_d 和 μ_s 为极值。当机构为正偏置时, μ_d 为最小值; 无偏置时 $\mu_d = \mu_s$; 负偏置时 μ_s 为最小值。

常见的设计任务为给定 φ_0 和 ψ_0 来设计曲柄摇杆机构, 使其最小传动角尽可能大。

首先根据图 5-30 查阅所给 φ_0 和 ψ_0 值是否在许可范围内, 还可查出相应的最大的最小传动角值 $\max \mu_{\min}$, 应有 $\max \mu_{\min} \geq [\mu]$ 。例如 $\psi_0 = 60^\circ$ 和 $\varphi_0 = 210^\circ$ 时, $\max \mu_{\min} = 45^\circ > [\mu]$, 说明原始数据合理。

如图 5-31 所示, 任选单位长为 l_3 , 作等腰三角形 $B_1 B_0 B_2$, 其顶角为 ψ_0 。设 $\theta = |\varphi_0 - 180^\circ|$, 过 B_1 和 B_2 点作圆, 使弦 $B_1 B_2$ 所对圆周角为 θ , 当 $\varphi_0 > 180^\circ$ 时该圆圆心在 B_0 点一侧, 当 $\varphi_0 < 180^\circ$ 时, 圆心在 B_0 点的相反侧, 这个圆称为 K_θ 圆。 K_θ 是所有 A_0 点的集合。但在 K_θ 上任取 A_0 点, 所得的最小传动角不相同, 其中必有一个为最大值, 亦即由 φ_0 和 ψ_0 值在图 4-30 查出的 $\max \mu_{\min}$ 。再次根据 φ_0 和 ψ_0 在图 4-30 上查出 φ_1 值。过 B_0 、 B_2 两点作圆, 使弦 $B_0 B_2$ 所对圆周角为 φ_1 , 称为 K_{φ_1} 圆。 K_{φ_1} 圆与 K_θ 圆的交点即为符合 $\max \mu_{\min}$ 的机架点。根据

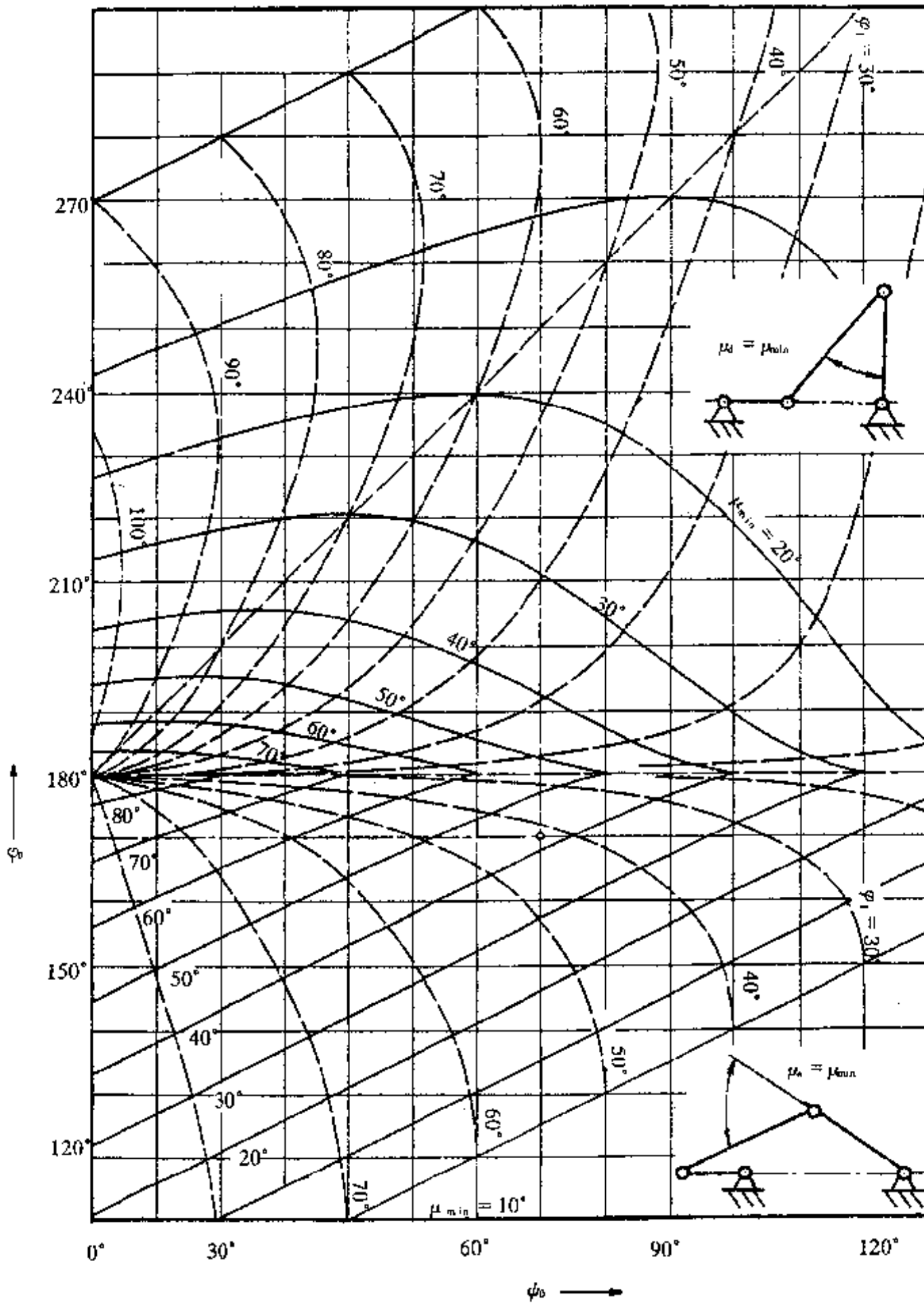


图 5-30 曲柄摇杆机构的 $\max \mu_{\min}$ 和辅助角 φ_1

$l_1 = \frac{A_0 B_a - A_0 B_i}{2}$ 和 $l_2 = \frac{A_0 B_a + A_0 B_i}{2}$ 可算出曲柄和连杆长。机架长 l_4 由图上量出。整个机构尺寸可按比例缩小或放大。

对图 5-30 的应用作两点补充。当 $\varphi_0 = 180^\circ$ 时, 按图查出 $\max \mu_{\min} = 90^\circ - \frac{\varphi_0}{2}$ 和 $\varphi_1 = 0^\circ$, 按图 5-31 所示作图法无法求解。这是由于当出现 $\max \mu_{\min} = 90^\circ - \frac{\varphi_0}{2}$ 时, l_2 和 l_4 为无穷大, 显然不合实际。建议此时取 $l_1 = l_3 \sin \frac{\varphi_0}{2}$, $l_2 = l_3$, $l_4 = l_3 \sqrt{1 + \cos^2 \frac{\varphi_0}{2}}$ 。此时 $\mu_{\min} = \mu_d = \mu_s = \arccos(\sin$

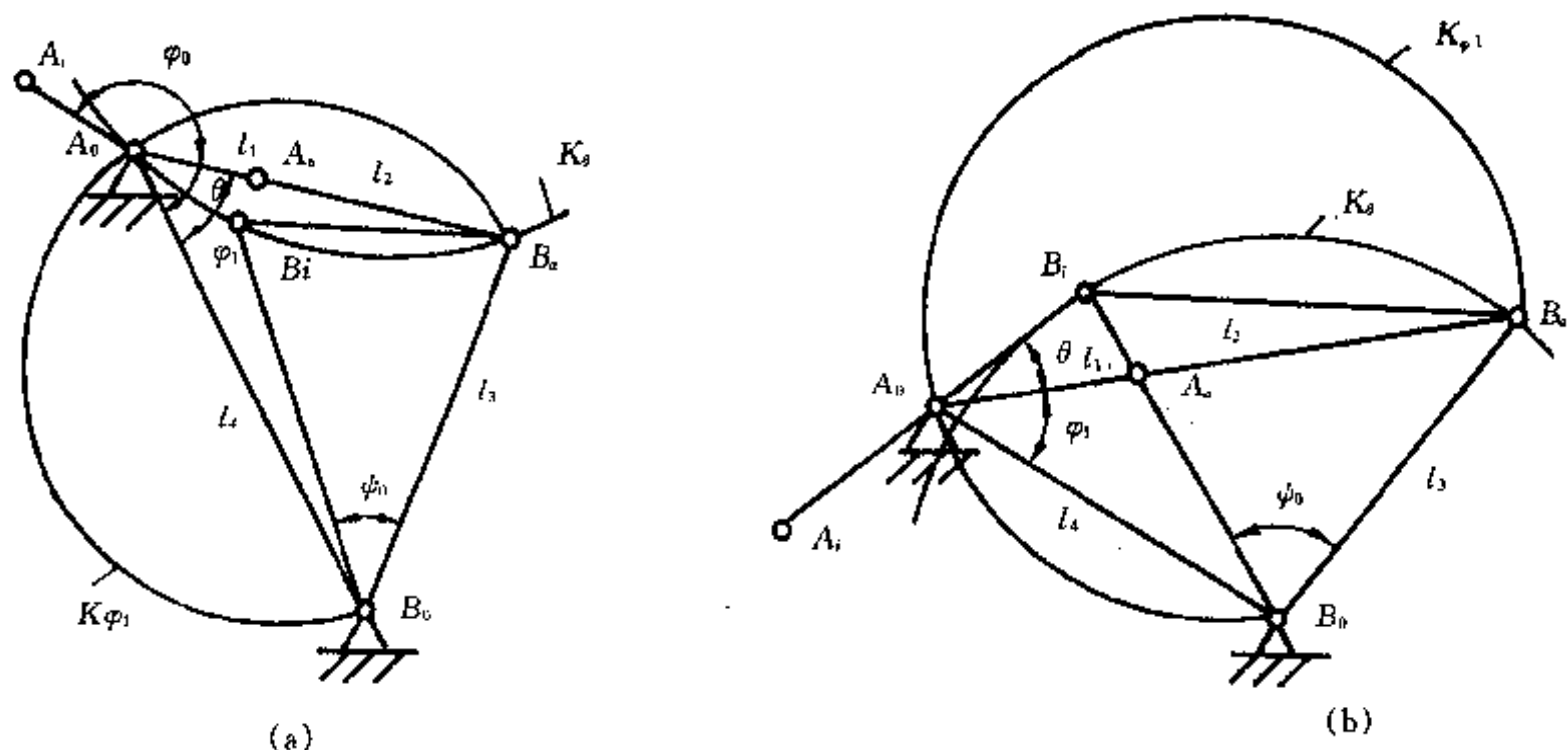


图 5-31 按 $\psi_0 - \varphi_0$ 设计曲柄摇杆机构

(a) $\varphi_0 < 180^\circ$ (b) $\varphi_0 > 180^\circ$

$\frac{\psi_0}{2} \sqrt{1 + \cos^2 \frac{\psi_0}{2}}$)。这种无偏置机构各构件几何尺寸有特殊关系, 即

$$l_1^2 + l_4^2 = l_2^2 + l_3^2 \quad (5-49)$$

式(5-49)还在凸轮机构中得到应用。

当 $\varphi_0 = 180^\circ + \psi_0$ 时, 因为总有 $\varphi_1 = 90^\circ - \frac{\psi_0}{2}$, 图 5-31 的作图法也无效, 因为在图中 K_{φ_2} 圆与 K_{φ_1} 重叠。机构尺寸有下列特殊关系:

$$l_1^2 + l_3^2 = l_2^2 + l_4^2 \quad (5-50)$$

经过运算可以得出, $l_1 = \frac{l_3 \sin \frac{\psi_0}{2}}{\sqrt{1 + \sin \frac{\psi_0}{2}}}$, $l_2 = l_3 \sqrt{\sin \frac{\psi_0}{2}}$, $l_4 = \frac{l_3}{\sqrt{1 + \sin \frac{\psi_0}{2}}}$ 时有 $\max \mu_{\min}$,

$$\max \mu_{\min} = \arccos \frac{2 \sqrt{\sin \frac{\psi_0}{2}}}{1 + \sin \frac{\psi_0}{2}}。$$

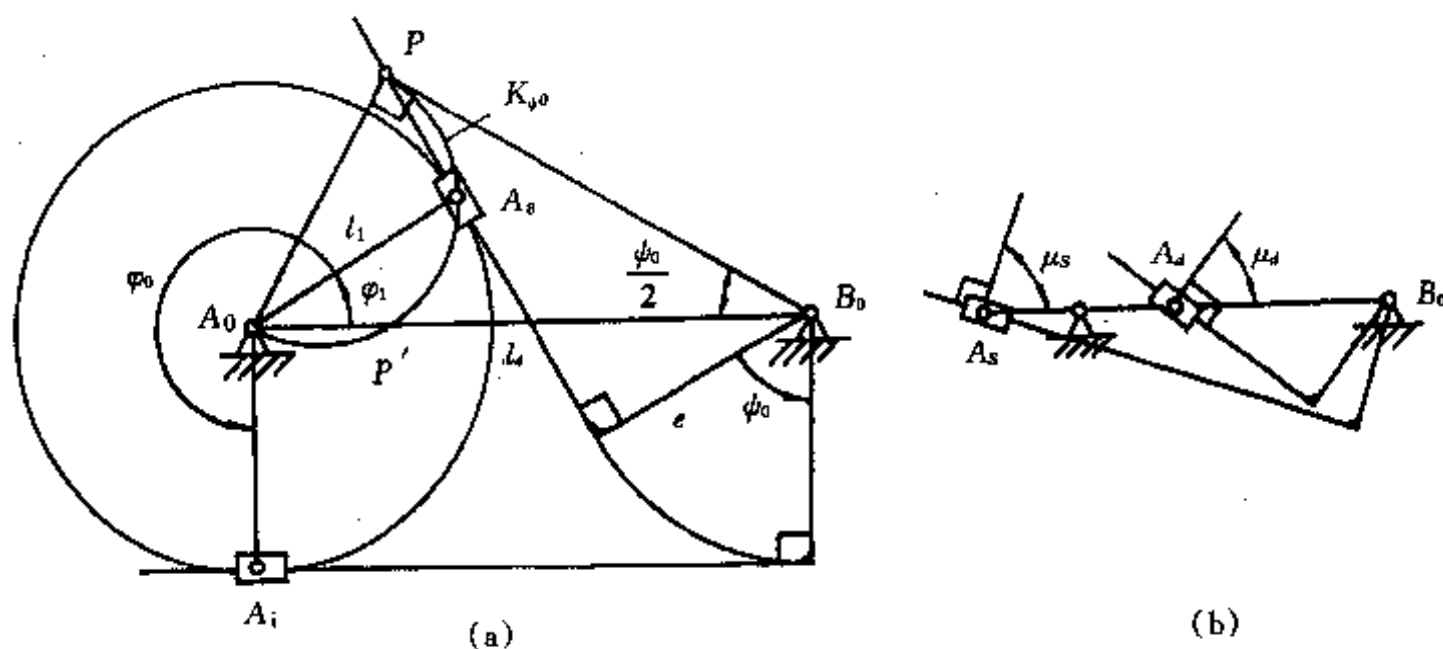


图 5-32 按 $\varphi_0 = 180^\circ + \psi_0$ 设计曲柄导杆机构

下面不经证明介绍实现 $\varphi_0 = 180^\circ + \psi_0$ 的曲柄导杆机构的设计。图 5-32(a), 作 $\Delta A_0 P B_0$, 使得 $A_0 B_0 = l_4$ 单位长, $\angle A_0 B_0 P = \frac{\psi_0}{2}$ 。以 $A_0 P$ 为直径作 K_{ψ_0} 圆, 该圆上 PP' 弧为所有可能的 A_s

点的集合。由选定的 φ_1 角作图确定 A_a 点。P 和 A_a 点的连线为该位置时的导杆方向，导杆有偏心距 e 。当 A 点由 A_a 位置出发转过 φ_0 角到达 A_i 时，导杆相应转过 ψ_0 。曲柄 l_2 和偏心距 e 也可根据公式算出：

$$e = l_1 \cdot \cos \frac{\psi_0}{2} \sin \left(\frac{\varphi_0}{2} + \varphi_1 \right) \quad (5-51)$$

$$l_1 = l_2 \cdot \sin \frac{\psi_0}{2} \left| \cos \left(\frac{\varphi_0}{2} + \varphi_1 \right) \right| \quad (5-52)$$

当取 $\varphi_1 = 90^\circ - \frac{\psi_0}{2}$ 时，可得到 $e = 0$ ， $l_1 = l_2 \sin \frac{\psi_0}{2}$ ，为常见的对心式（无偏置）曲柄导杆机构。

图 5-32(b) 为机构处于曲柄与机架迭合或伸展成一直线的位置，用于计算最小传动角。当曲柄处于 A_a 位置时有最小传动角，

$$\mu_{\min} = \mu_d = \arccos \frac{e}{l_4 - l_1} \quad (5-53)$$

工程中还常要求根据给定的 ψ_0 、 φ_0 和 $\lambda = \frac{l_1}{l_2}$ 的值来设计曲柄摇杆机构。例如织布机中的四连杆打纬机构。可参照图 5-26，如图 5-33 所示进行图解设计。

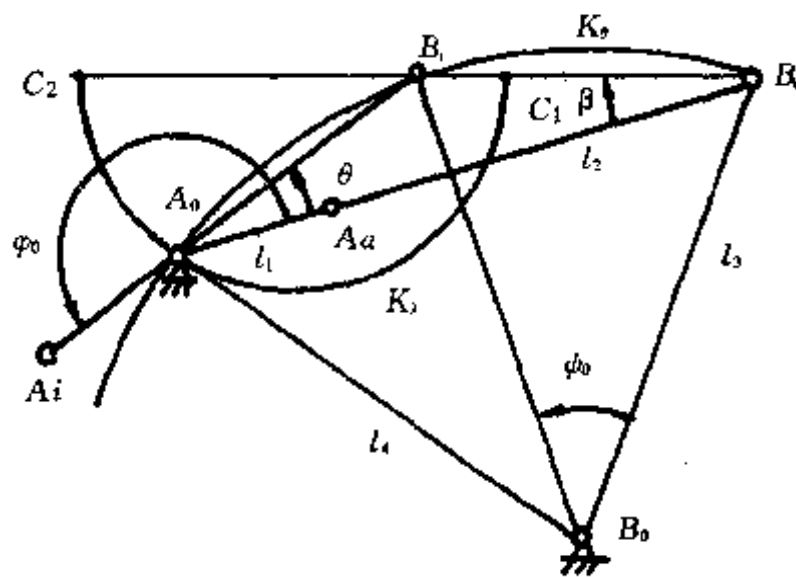


图 5-33 按 ψ_0 、 φ_0 、 λ 设计曲柄摇杆机构

作等腰 $\triangle B_i B_0 B_a$ ，使得 $\angle B_i B_0 B_a = \psi_0$ ，过 B_i 和 B_a 两点作圆，使弦 $B_i B_a$ 所对圆周角为 $\theta = |\varphi_0 - 180^\circ|$ 。如 $\varphi_0 > 180^\circ$ ，该圆圆心在 B_0 点同侧；如 $\varphi_0 < 180^\circ$ ，圆心在 B_0 点相对侧。该圆称 K_0 圆为满足 φ_0 值的所有 A_0 点的集合。按 $\frac{C_1 B_i}{C_1 B_a} = \frac{C_2 B_i}{C_2 B_a} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}$ 可求出 C_1 和 C_2 点，以 $C_1 C_2$ 长为直径作圆为 K_1 。圆 K_1 与 K_0 圆交点为 A_0 。因为 A_0 在 K_1 圆上，必有 $\frac{A_0 B_i}{A_0 B_a} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}$ ，符合设计要求。 $l_1 = \frac{A_0 B_a - A_0 B_i}{2}$ ， $l_2 = \frac{A_0 B_a + A_0 B_i}{2}$ ， l_4 在图上直接量出。图解结果可用公式计算得出。考虑到 $B_i B_a = 2l_3 \sin \frac{\psi_0}{2}$ 和对 $\triangle B_i A_0 B_a$ 使用余弦定理，

$$l_1 = l_3 \cdot \lambda \cdot \sin \frac{\psi_0}{2} \sqrt{\frac{2}{(1 - \cos\theta) + \lambda^2(1 + \cos\theta)}} \quad (5-54)$$

$$l_2 = l_3 \sin \frac{\psi_0}{2} \sqrt{\frac{2}{(1 - \cos\theta) + \lambda^2(1 + \cos\theta)}} \quad (5-55)$$

其中 $\theta = \varphi_0 - 180^\circ$ (5-56)

采用辅助角 β 并对 $\triangle A_0B_0B_0$ 使用正弦定理,

$$l_4 = \sqrt{l_3^2 + (l_2 + l_1)^2 - 2l_3(l_2 + l_1)\sin(\frac{\psi_0}{2} + \beta)} \quad (5-57)$$

其中 $\beta = \arcsin \frac{(l_2 - l_1)\sin\theta}{2l_3\sin\frac{\psi_0}{2}}$ (5-58)

六、六杆机构的应用和设计

(一) 六杆机构作为传动机构

六杆机构远较四杆机构复杂。用六杆机构作为传动机构主要是为了实现主、从动杆间指定的函数关系或扩大从动杆件的摆角范围。可用瓦特机构来实现这一要求。

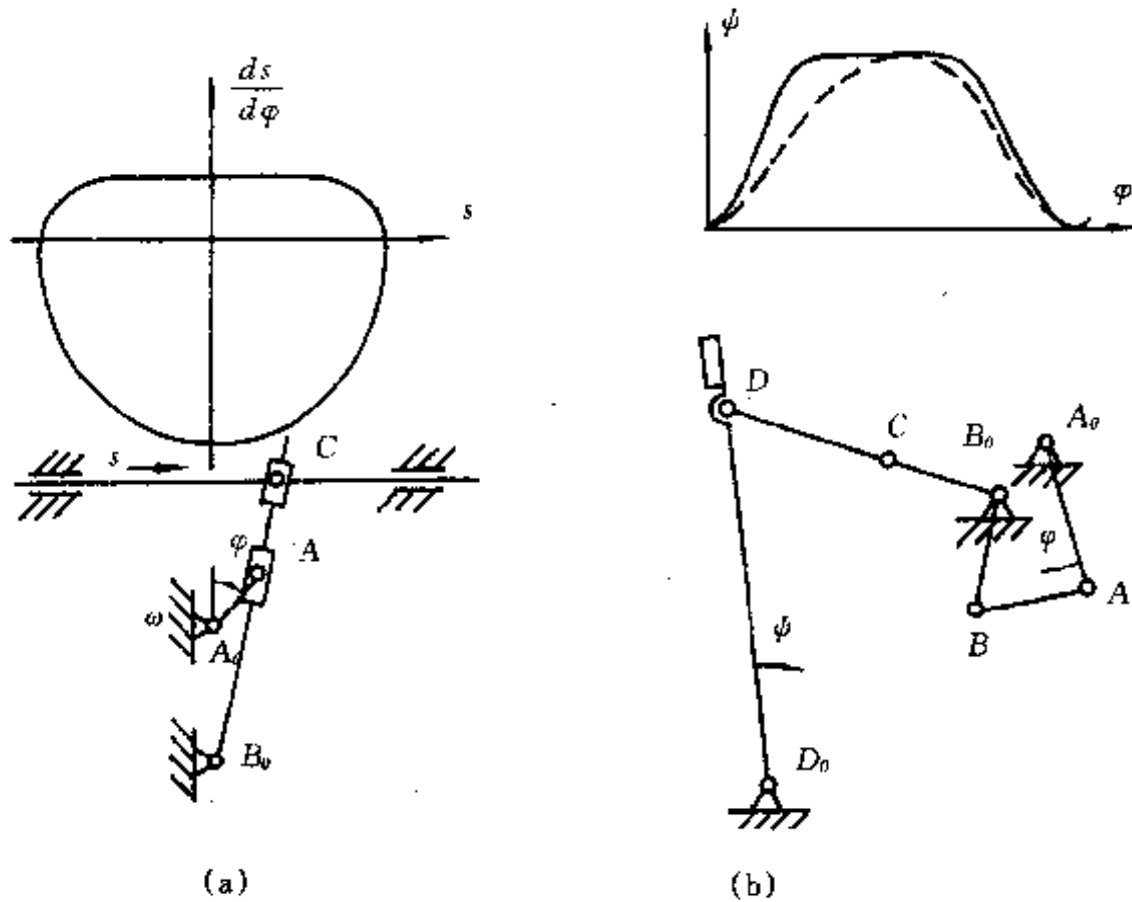


图 5-34 瓦特机构实现主、从动杆件指定运动关系

(a)牛头刨机构 (b)织机打纬机构

图 5-34(a)为牛头刨刨头驱动机构,由曲柄导杆机构和正切机构串联而成,其结果造成在刨头工作行程时,在较长的一段行程内刨头移动速度 $\frac{ds}{d\varphi}$ 几乎为常数,保证了稳定的切削过程。图 5-34(b)为一种金属丝网织机的六连杆打纬机构,由双曲柄与曲柄摇杆机构串联而成,使摇杆 D_0D 在极限位置作较长时间的停歇而满足工艺要求。图中画出 $\varphi-\psi$ 关系曲线,虚线为采用四连杆机构时的情况,可以看出采用六连杆机构(在 $\varphi-\psi$ 中用实线表示)的好处。

采用斯蒂文森机构也可实现同一要求,在第六章中研究。但用瓦特机构时,设计方法较简单,所以瓦特机构见诸于各种机械中。

瓦特机构可看成是两个四连杆机构的串联。设初级四连杆机构的输入变量为 φ 、输出变量为 ψ ,次级四连杆机构的输入变量为 ψ ,输出变量为 x 。可以通过图 5-35(a)所示的三维坐标的办法,由初级机构的传动函数 $\psi(\varphi)$ 到次级机构的传动函数 $x(\psi)$,最后得出六杆机构的传动函数 $x(\varphi)$ 。为了直观,把三维立体坐标展开成图 5-35(b)、(c)所示的平面图,图中 a 点表示函数 $\psi(\varphi)$, a' 点表示 $x(\psi)$ 和 a'' 点表示 $x(\varphi)$ 。

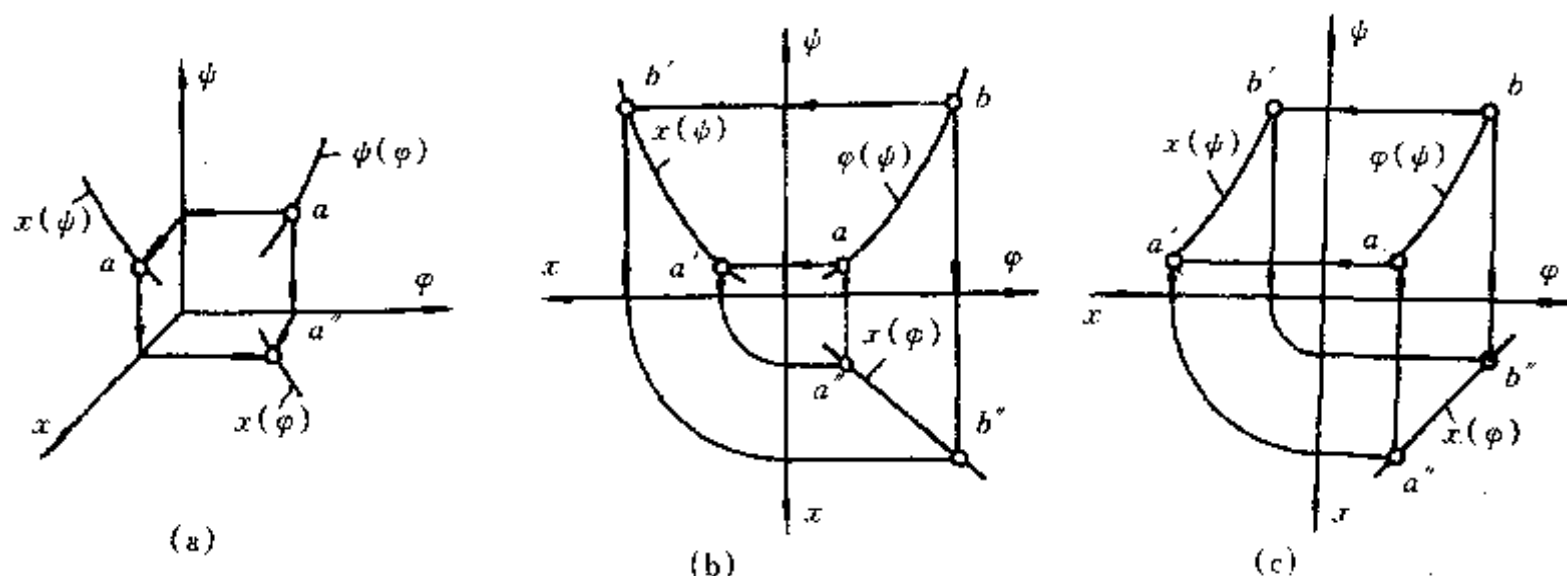


图 5-35 瓦特机构传动函数的分析与综合

(a) 三维坐标 (b) $\frac{dx}{d\psi} = 1$ (c) $\frac{dx}{d\psi} = -1$

由于基本的四连杆机构已经进行了详尽的研究, 传动函数已知, 用图 5-35 所示的办法, 比较容易组合不同的四连杆机构而得出所需的传动函数。在图 5-35(b) 和 (c) 中, 为了分析方便, 把初级机构传动函数写成 $\varphi(\psi)$ 的形式。这样就有 $\frac{dx}{d\varphi} = \frac{dx/d\psi}{d\varphi/d\psi}$ 。在设计时, 可根据 $\frac{dx}{d\psi}$ 和 $\frac{d\varphi}{d\psi}$ 变化规律有意识地选用四连杆机构, 并串联起来, 以实现指定的传动要求。在工程中, 如图 5-34 所示, 常会提出两种传动要求, 即:

1. 在主动件运动的一定范围内要求从动件运动与主动件运动成线性关系, 即要求 $\frac{dx}{d\varphi}$ 为常数。图 5-35(b) 表示 $\frac{dx}{d\varphi} = 1$ 时的情况, 在图形上, 要求 $\varphi(\psi)$ 和 $x(\psi)$ 曲线以 ψ 轴为对称, 由此可引伸出 $\frac{dx}{d\varphi}$ 为正常数时对 $\varphi(\psi)$ 和 $x(\psi)$ 曲线的要求。图 5-35(c) 表示 $\frac{dx}{d\varphi} = -1$ 时的情况, 在图形上可把 $\varphi(\psi)$ 曲线作平移而得到 $x(\psi)$ 曲线。以图 5-34(a) 牛头刨机构为例, 可分别画出初级曲柄导杆机构和次级正切机构的传动曲线, 以判断能否达到在一定范围内 $\frac{dx}{d\varphi}$ 为常数。用组合方式还可进一步发现多种设计牛头刨机构的可行方案。

2. 主动件运动时从动件作较长时间的停顿, 如图 5-34(b) 所示。这就要求不仅 $\frac{dx}{d\varphi} = 0$, 且机构在该位置附近, 其 $\frac{dx}{d\varphi}$ 应越小越好。可通过使机构在该位置同时有 $\frac{dx}{d\psi} = 0$ 和 $\frac{d\varphi}{d\psi} = \infty$ 来达到, 即传动函数的导数在某一值时为 $\frac{0}{\infty}$ 型, 下面详细说明。

(二) 六连杆机构的设计

上面叙述了设计六连杆机构的一般原则。下面介绍全由铰链组成的六连杆机构的图解设计法。

两级四连杆机构的串联, 可使传动函数呈现各种复杂关系, 如图 4-23 所示。串联得当, 从动件运动过程中有较长时间停顿。首先根据工作任务的要求画出 $x-\varphi$ 曲线, 如图 5-36 所示。对照图 4-23 所画线图, 可知该 $x-\varphi$ 曲线可以用六连杆机构实现。又在 $x-\varphi$ 曲线上有 x_3 和 x_5 以及 x_4 时 $\frac{dx}{d\varphi} = 0$, 说明这是分别借助 $\frac{dx}{d\psi} = 0$ 和 $\frac{d\varphi}{d\psi} = \infty$ 实现的。这里所画的 $x-\varphi$ 曲线就是一种喷气织机打纬六连杆机构的传动函数曲线。

为与图解法相适应, 在 $x-\varphi$ 图上定出 3 个双点和 1 个单点, 凡 x 值相同而 φ 值不同的两个点称为双点, 否则为单点。图 5-36 中, 双点为 1 和 7, 2 和 6, 3 和 5, 4 为单点, 则 $\varphi_1, \varphi_2, \dots$,

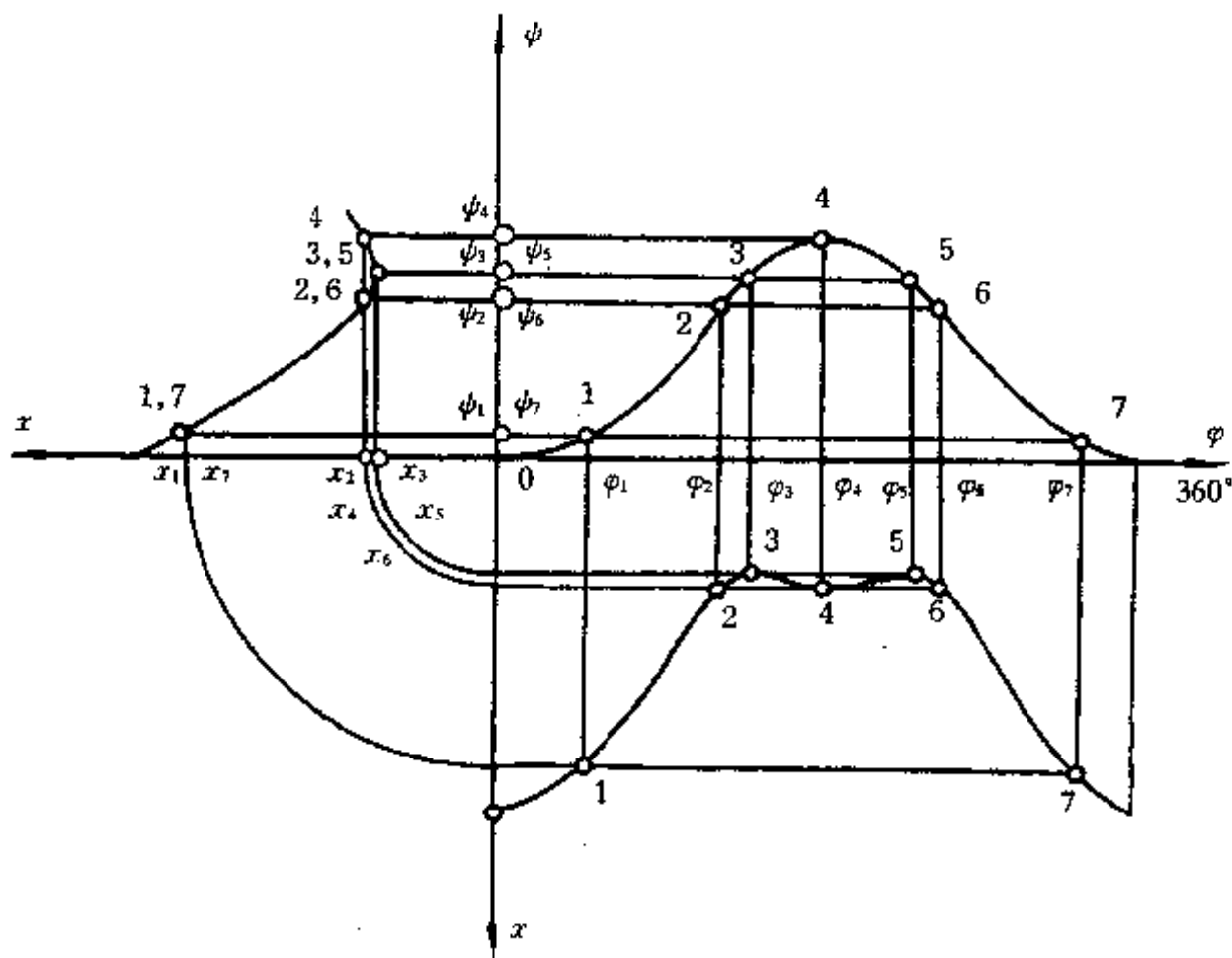


图 5-36 图解法设计六连杆机构

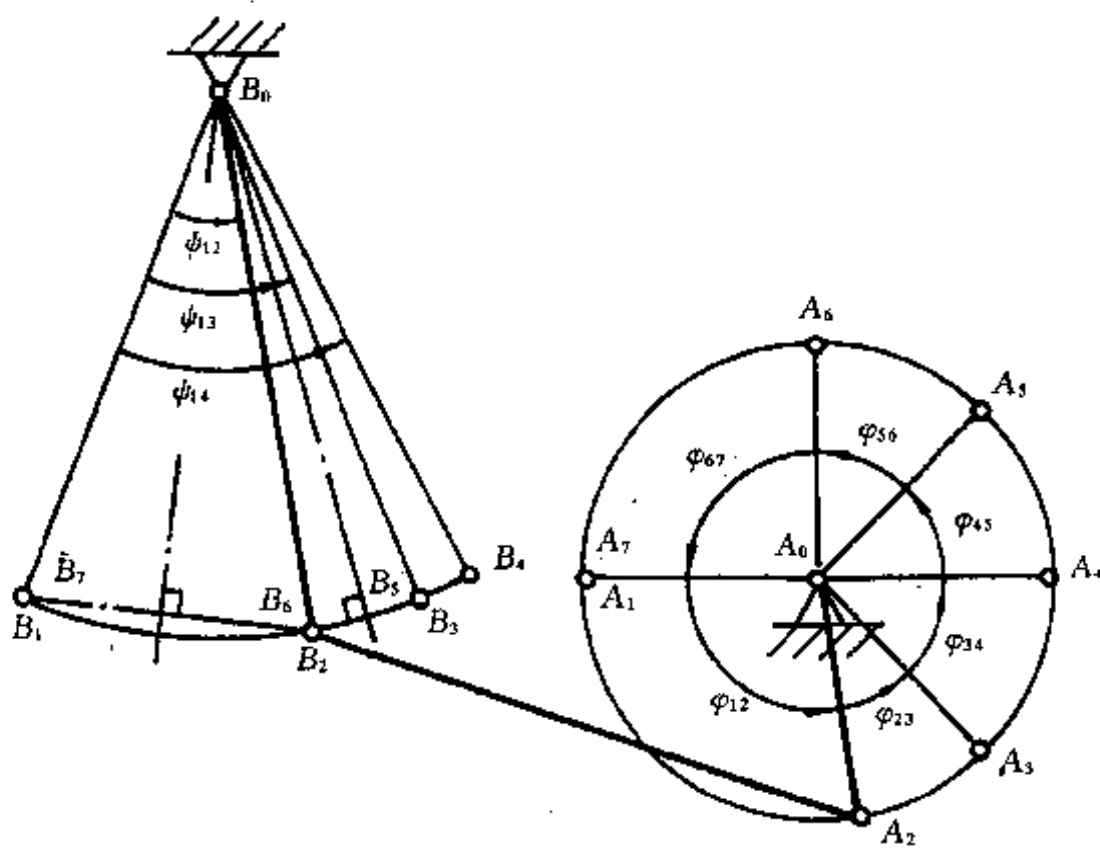


图 5-37 初级四连杆机构设计

φ_7 和 x_1, x_2, \dots, x_7 的值已确定。

根据 $x-\varphi$ 线图设计机构实现 $\psi-\varphi$ 线图。由于 ψ 值是任意定的, 所以有无数可行方案。见图 5-37, 取曲柄 $A_0A = 1$ 为单位长, 按曲柄转向, 根据 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_7$ 值确定 A_1, A_2, \dots, A_7 点。取连杆 AB 为合理长, 一般 $AB = (2 \sim 3)AA_0$ 。以 A_2 和 A_6 点为圆心, 在远离 A_4 点一侧, 以 AB 长为半径作圆弧, 得交点 $B_2 = B_6$ 。同理画出 $B_1 = B_7$ 点, $B_3 = B_5$ 点。过 B_1, B_2 和 B_3 点作圆, 其圆心即为四连杆机构另一机架中心 B_0 点。至此, 初级四连杆机构已设计出来。为了完

整图 5-36 中的 $\psi-\varphi$ 曲线, 还要找出下标数字为 4 的点, 以 A_4 为圆心 AB 长为半径作弧与摇杆 B_0B 的摆动弧交于 B_4 点, 这样即得出 ψ_{12} 、 ψ_{13} 和 ψ_{14} 的值。

取 AB 与 AA_0 的不同比值, 可得出不同的初级四连杆机构。应校验机构的传动角, 保证运动可靠。

至此, $x-\varphi$ 和 $\psi-\varphi$ 曲线已知, 可画出 $x-\psi$ 曲线, 即已知连架杆四个对应位置的三组对应值 ψ_{12} 和 x_{12} , ψ_{13} 和 x_{13} , ψ_{14} 和 x_{14} , 可用图 5-11 所介绍的方法图解求解相应的四连杆机构, 可以有几个解, 从中选择合适者为次级机构。

图 5-38 为由图 5-36 的 $x-\varphi$ 曲线根据上述方法设计出来的六连杆打纬机构, 已用于国产喷气织机。 A_0ABB_0 为初级机构, 其中 A_0A_1 定为单位长, 可根据需要按比例缩放机构而不影响机构的输入输出关系。 C_0CDD_0 为次级机构, 设计时已定机架 C_0D_0 为单位长, 可按比例缩放机构。两级机构使用一个公共的铰链中心, 即 $B_0 = C_0$ 。楔定角 α 把连架杆 BB_0 和 CC_0 连成一个整体, α 根据织机的结构可能性选定。图示机构处于 1 位置, 与图 5-36 中的 1 位置一致。要注意, 根据工作任务的要求已取 $\varphi_{17} = 360^\circ$ 。

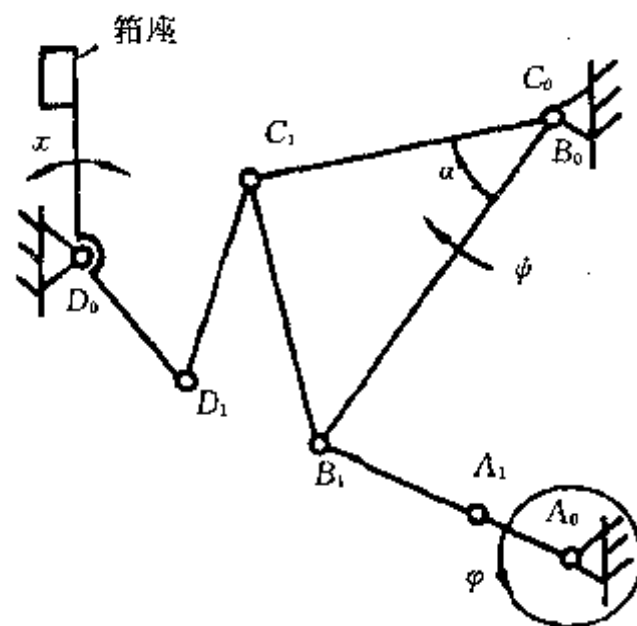


图 5-8 六连杆打纬机构

上述图解法可用计算式表达, 并写成计算程序由计算机计算。这种方法具有普遍意义, 如当次级机构为导杆机构或滑块机构时, 方法仍有效。还可进一步推广到八杆机构的设计中, 八杆机构可视为三级四杆机构的串联, 所以用此方法设计很方便。

在上例中, 机构在 4 位置 $\frac{d\varphi}{d\psi} = \infty$, 在 3、5 位置 $\frac{dx}{d\psi} = 0$, 所以从动件在 φ_{26} 角的范围内作有微量晃动的停顿。如果要求 3、4 和 5 点重合在一起, 就成了传动函数的导数 $\frac{dx}{d\varphi} = \frac{0}{\infty}$ 型的机构, 从动件停顿可靠, 但停顿相对应的曲柄转角较小。

前已述及, 曲柄摇杆机构的传动曲线在机构处于曲柄与连杆重合的 i 位置较平缓。为了谋求从动件的长期停顿, 在设计初级四杆机构时可取连杆 AB 的长度尽量小一些。

第六章 引导机构综合

一、概述

引导机构的作用是驱动构件通过某些指定位置或产生特定连杆曲线。有时,还要求位置或曲线是输入运动(转动或移动)的函数,可以把引导机构串联到传动机构上以完成这一要求。平面连杆机构可以实现下列引导要求:

1. 使连杆通过平面上等于或小于五个位置的一般刚体引导,在平面内连杆作平动或绕假想的转动中心转动的特殊刚体引导;
2. 使连杆上某点通过平面上等于或小于九个点的一般点引导,使连杆上的点在平面上画出指定要求的曲线或曲线段的特殊点引导。

引导机构的综合一般难度较大。虽然在理论上可进行五位置刚体引导和九点点引导,但在实用中,考虑解的方便和其他必须满足的附加条件,如机构运动空间、机构运动传动角等,往往只研究三位置刚体引导和五点点引导。此外,连杆曲线既丰富多变,又有一定的局限,如果对连杆曲线了解甚少而盲目设计引导机构,往往导致失败。

二、刚体引导综合

(一)三位置引导图解法综合

设 E_0 为参考平面。另一运动平面 E 在参考平面 E_0 上三个位置 E_1, E_2 和 E_3 已知,要设计连杆机构,使其连杆通过这三个位置。

这个问题有两种解法。一种如图 6-1(a),在 E 平面上选定连杆的两个铰接点 A, B ,在 E 的三个位置上分别有 $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ 点。线段 A_1A_2 的垂直平分线 a_{12} 与线段 A_2A_3 的垂直平分线 a_{23} 的交点 A_0 是参考平面 E_0 上的连架杆 AA_0 的铰链中心。同理可得出 B_0 点。图中用粗线表示连杆处于 E_1 平面位置的四连杆机构。

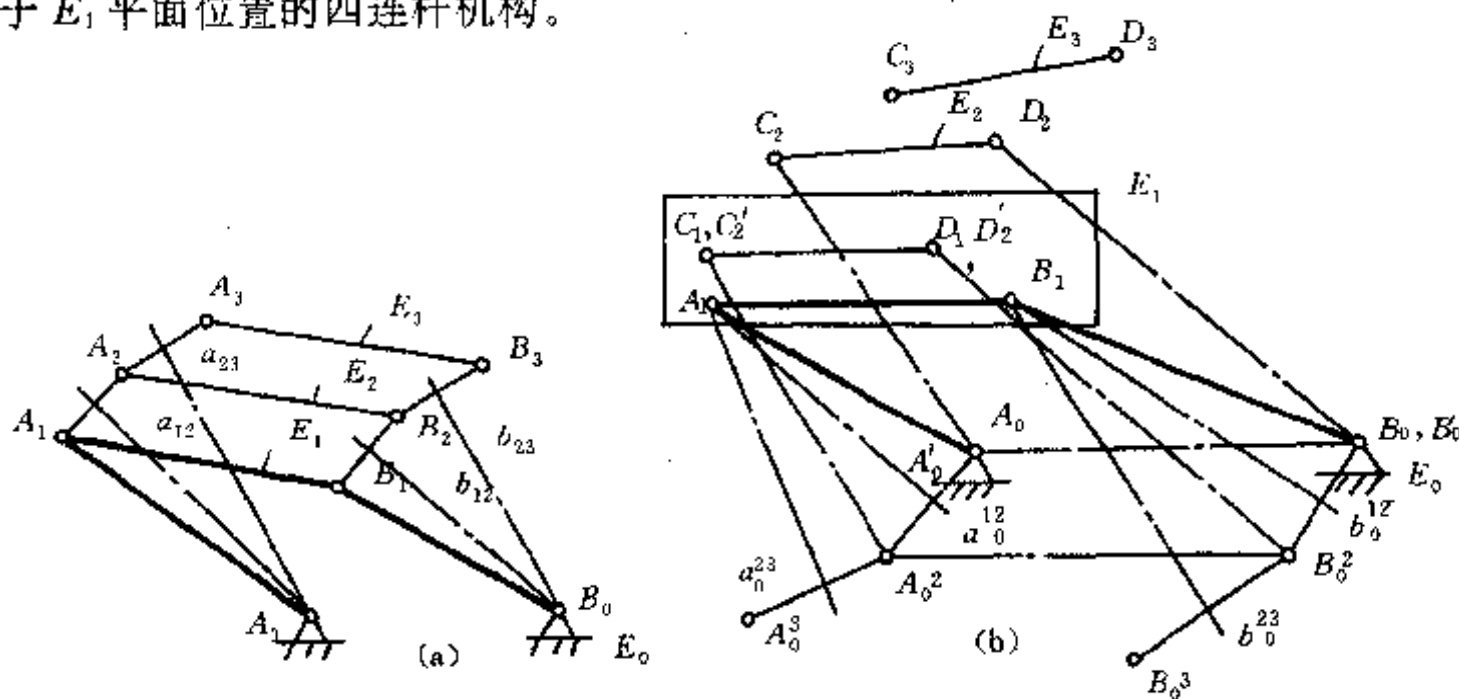


图 6-1 实现刚体三位置引导的两种图解法

第二种情况如图 6-1(b) 所示, 运动平面用线段 CD 表示。 C_1D_1 、 C_2D_2 和 C_3D_3 分别表示运动平面处于 E_1 、 E_2 和 E_3 位置。参考平面 E_0 上已经选定机架转动中心 A_0 和 B_0 , 现要找出连杆上的铰链中心 A 和 B 。设 A 点存在, 在 E_1 、 E_2 和 E_3 平面内用 A_1 、 A_2 和 A_3 表示。因连架杆长 AA_0 保持不变, 故应有 $A_1A_0 = A_2A_0 = A_3A_0$ 。为得出 A 点, 应选择运动平面某一位置, 如 E_1 平面为参考平面, 把四边形图形 $C_2D_2B_0A_0$ 移到 E_1 平面使 C_2D_2 与 C_1D_1 重合, 得到 A_0^2 和 B_0^2 点, 图上用点划线表示这一图形移动。同理可得到 A_0^3 和 B_0^3 点。线段 $A_0A_0^2$ 的垂直平分线与线段 $A_0^2A_0^3$ 垂直平分线的交点为 A_1 点, 同样可画出 B_1 点。图中用粗实线表示处于 E_1 平面内的四连杆机构 $A_0A_1B_1B_0$ 。

无论是哪一种情况, 三位置引导机构的设计有无穷多解。以图 6-1(a) 为例, 在运动平面 E 上任取一点, 都可在固定的参考平面 E_0 中找到一个机架铰链中心与其构成连架杆。

例 6-1 图 6-2 为翻斗车, 翻斗的三个位置在图中已表明。用四连杆机构驱动翻斗实现这一要求, 而连架杆的运动又通过油缸推动实现。由于结构上的原因, 机架上的铰链中心 A_0 和 B_0 已确定, 现设计四连杆机构。

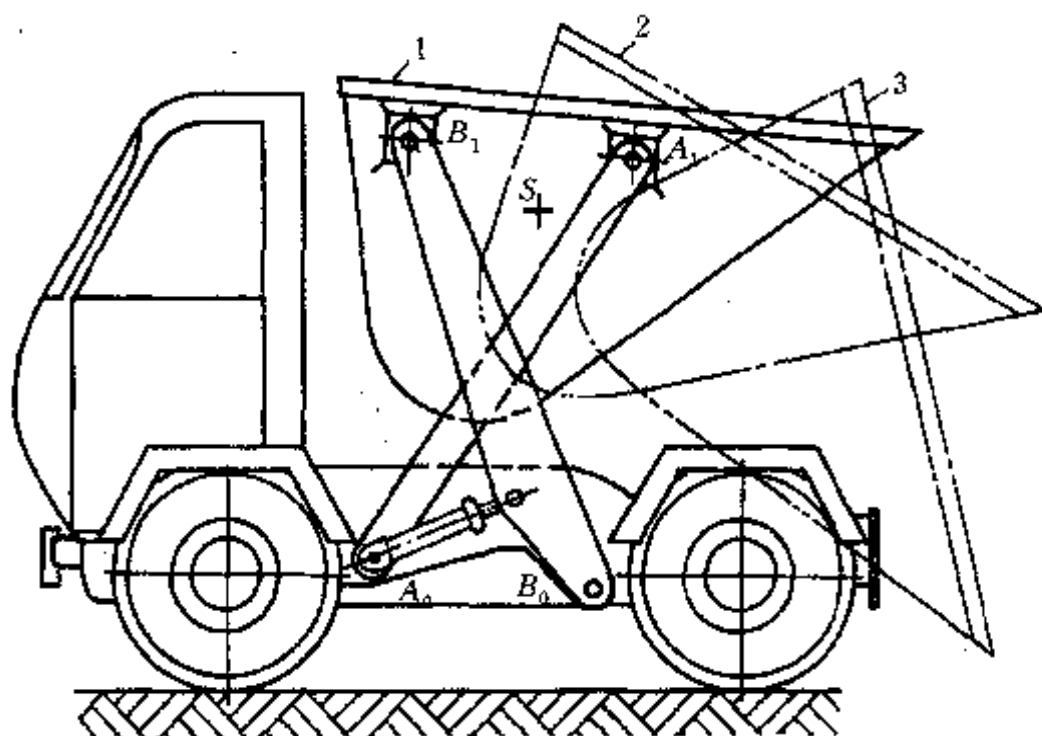


图 6-2 翻斗车翻斗运动过程

解: 如图 6-3 所示。

取翻斗在 1 位置为参考平面, 把图 6-2 中的四边形图形 $C_2D_2B_0A_0$ 和 $C_3D_3B_0A_0$ 移动到 C_2D_2 、 C_3D_3 与 C_1D_1 重合, 得出 A_0^2 、 B_0^2 、 A_0^3 和 B_0^3 点。 A_0 、 A_0^2 和 A_0^3 三点组成的圆弧的圆心为 A_1 点, 同样有 B_1 点。检查 A_1 和 B_1 点在翻斗上的位置是否符合结构需要, 如不符合, 在允许范围内, 变动 A_0 和 B_0 点的位置, 再作图确定 A_1 和 B_1 点, 本图所示 A_1 和 B_1 位置合理。

例 6-2 工程中常有引导机构与传动机构组合设计的问题。图 6-4 为港口起重机示意图, 起吊重物的升降由电动机带动钢丝绳实现。当连架杆 1 摆动时, 通过连杆 2 带动重物平移, 为了保证移动平稳, 重物不对驱动构件 1 产生附加力矩, 连杆上 K 点的轨迹应为水平线。平衡重 G_0 的作用是平衡机构构件的重量, 其重心 S 由四连杆机构 A_0CDB_0 控制, 最终使整个系统的势能保持为常数, 亦即系统重心的高度基本不变。

解: 整个设计分两步进行。先设计用于移动重物的四连杆机构, 再设计起平衡作用的四连杆机构。

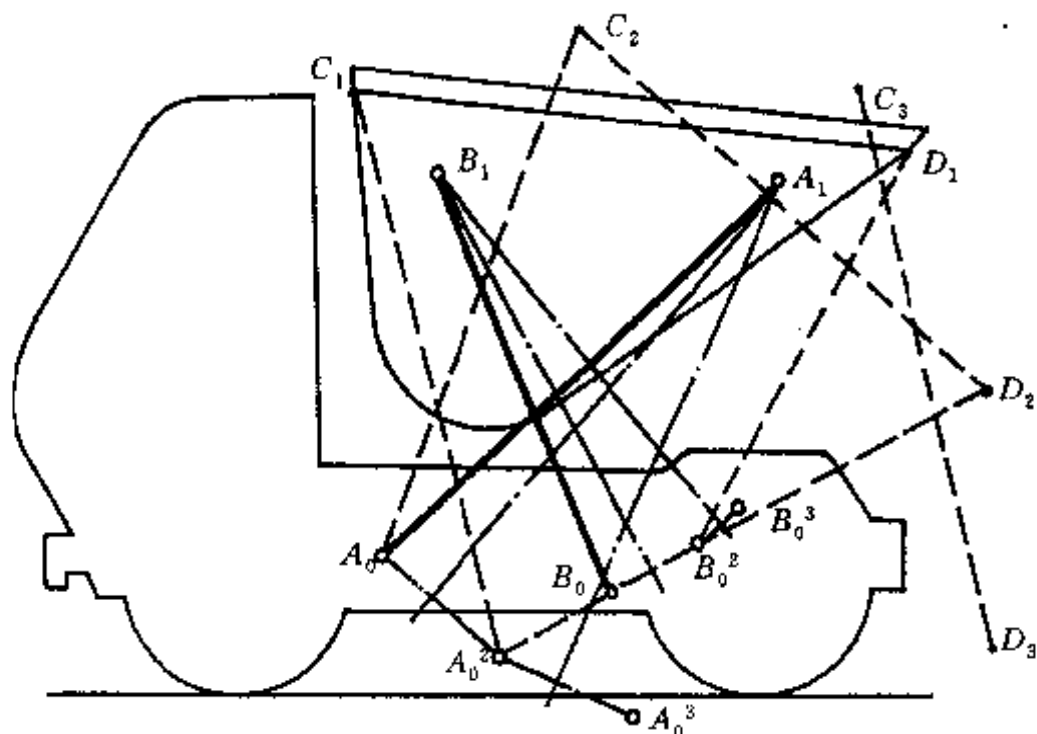


图 6-3 翻斗引导四连杆机构的设计

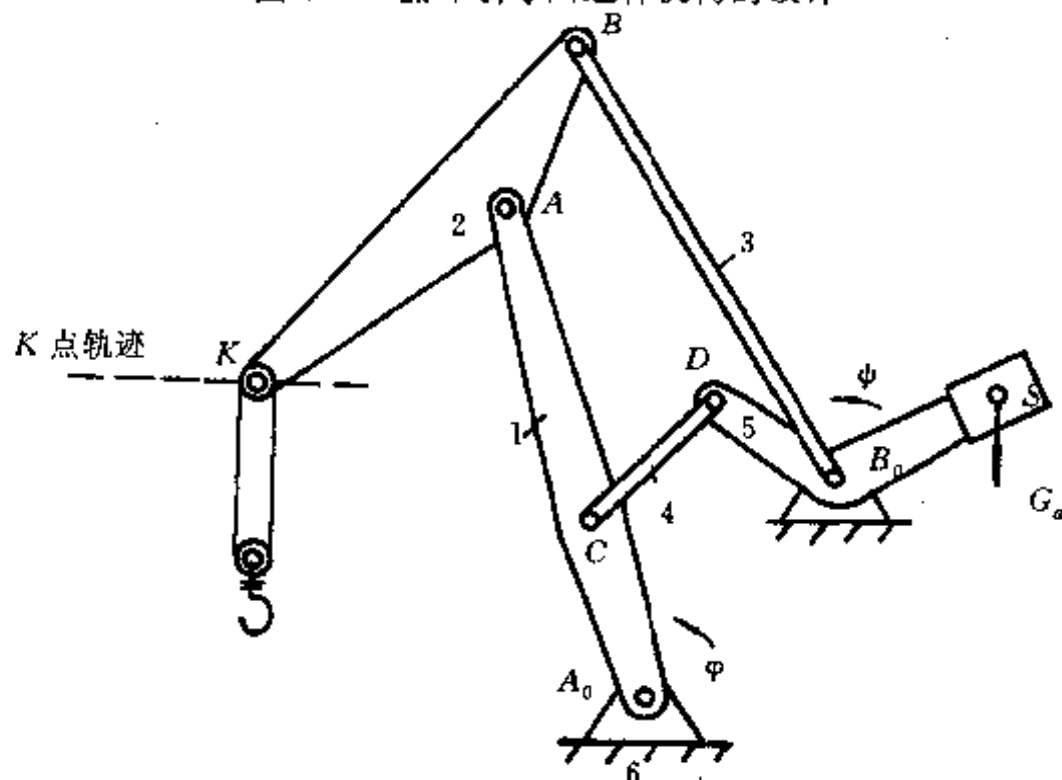


图 6-4 港口起重机运动简图

图 6-5 为移动机构的设计, 根据结构可能先选定 A_0 和 B_0 为机架铰链中心, 再按照起吊重物的位置要求确定 K 点所走水平轨迹的长度。另假设构件 A_0A 长度和 KA 长度已定, 求机构的 B 点, 为引导机构的设计。

在 K 点的轨迹上取等分的 K_1 、 K_2 和 K_3 点, 说明要求 K 点运动时通过上述三点, 即近似为直线运动。以 KA 长为半径, 以 K_1 、 K_2 和 K_3 点为圆心作弧, 与 A_0 为圆心、 A_0A 长为半径的圆弧交点为 A_1 、 A_2 和 A_3 。以连杆处于 K_2A_2 位置为参考平面, 把图形 $A_1K_1B_0$ 和 $A_3K_3B_0$ 移动到 A_1K_1 、 A_3K_3 与 A_2K_2 相重合, 得到 B_0' 和 B_0^3 点。 $B_0'B_0$ 线段垂直平分线与 $B_0^3B_0$ 线段垂直平分线的交点为 B_2 , 图中用粗线画出了两位置时的机构。

机构设计出来后再用图解法使 A 点由 A_1 摆到 A_3 点画出 K 点的实际轨迹, 如实际轨迹偏离直线太大, 可调整 A_0A 和 KA 长度, 重新设计, 只要经过 3~5 次反复即可得到满意结果。

图 6-6 为平衡机构的设计。因为移动机构已经设计出来, 移动机构在 1、2 和 3 位置时的重心位置可以得出, 应使整个系统的重心高度几乎不变, 这样就可以计算出平衡重 G_0 的重心 S 的三个位置 S_1 、 S_2 和 S_3 。如平衡臂长 B_0S 已定, 可得出 ψ_{21} 和 ψ_{23} 的大小。在连架杆 A_0A 上选定 C 为

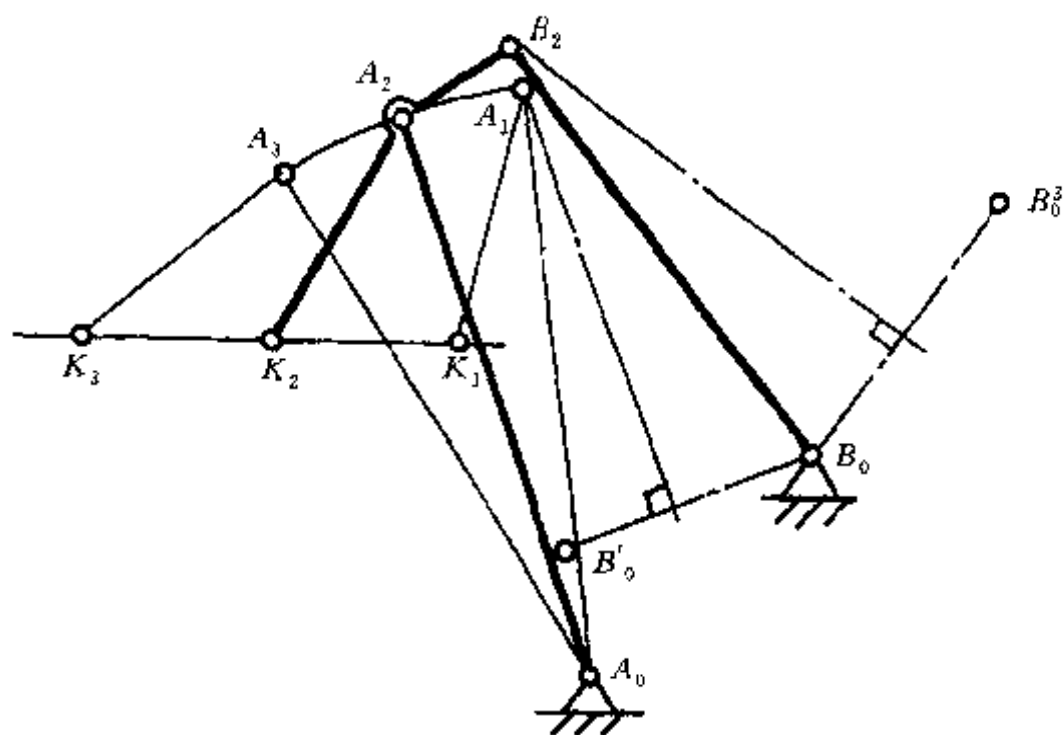


图 6-5 移动机构的设计

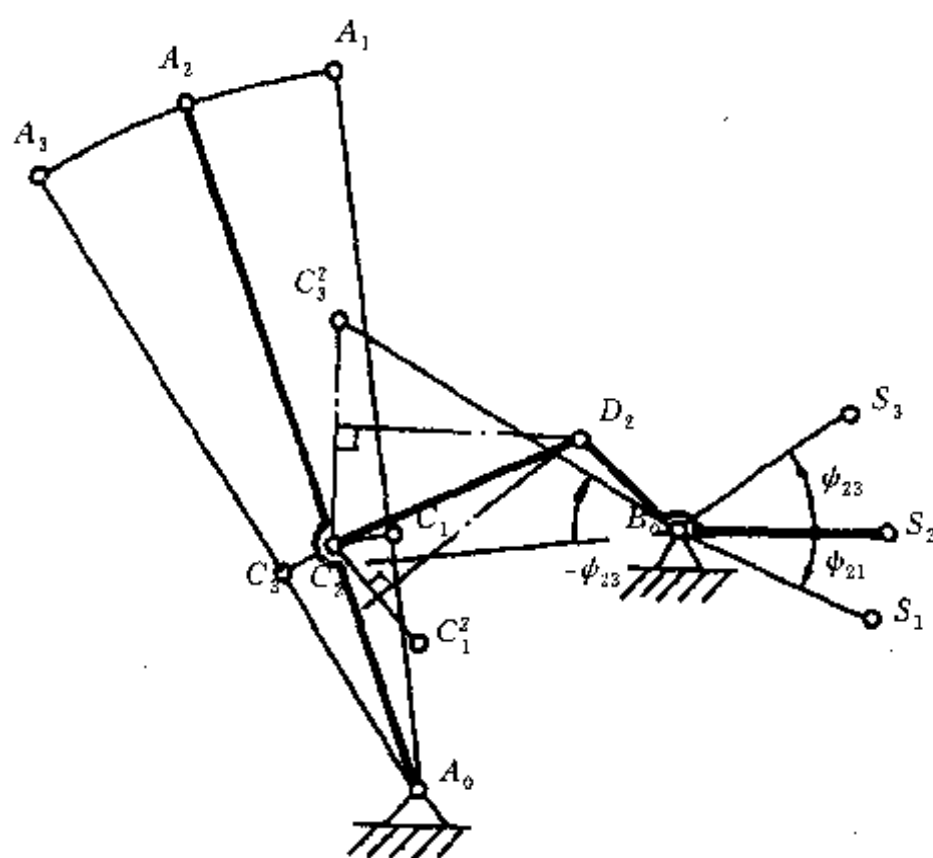


图 6-6 平衡机构的设计

连杆铰链点,现在要求另一铰链点 D 。这是已知两连架杆和三对对应位置来设计四连杆机构,为传动机构的设计。

在连架杆 A_0A 上选定 C 点,根据 A_0A 的 3 个位置可得出 C_1, C_2 和 C_3 点。以平衡机构处于 2 位置为参考平面, C_1 点绕 B_0 转 $-\psi_{21}$ 角为 C_1^2 点, C_3 点绕 B_0 转 $-\psi_{23}$ 角为 C_3^2 , 线段 $C_2C_3^2$ 垂直平分线与 $C_2C_1^2$ 垂直平分线的交点为 D_2 点。图中用粗线画出了处于两位置的平衡机构。

把图 6-5 的移动机构与图 6-6 的平衡机构组合起来就成为图 6-4 所示的起重机构。只要用很小的力转动杆 A_0A ,起重重物就可作水平移动。

(二) 刚体的转动

刚体的一般运动可看成刚体转动与平移的结合。而刚体绕定点的转动在工程技术中也有重要意义。这里要研究的不是刚体绕实际存在的轴的转动(这很容易实现),而是绕假想轴的转动。

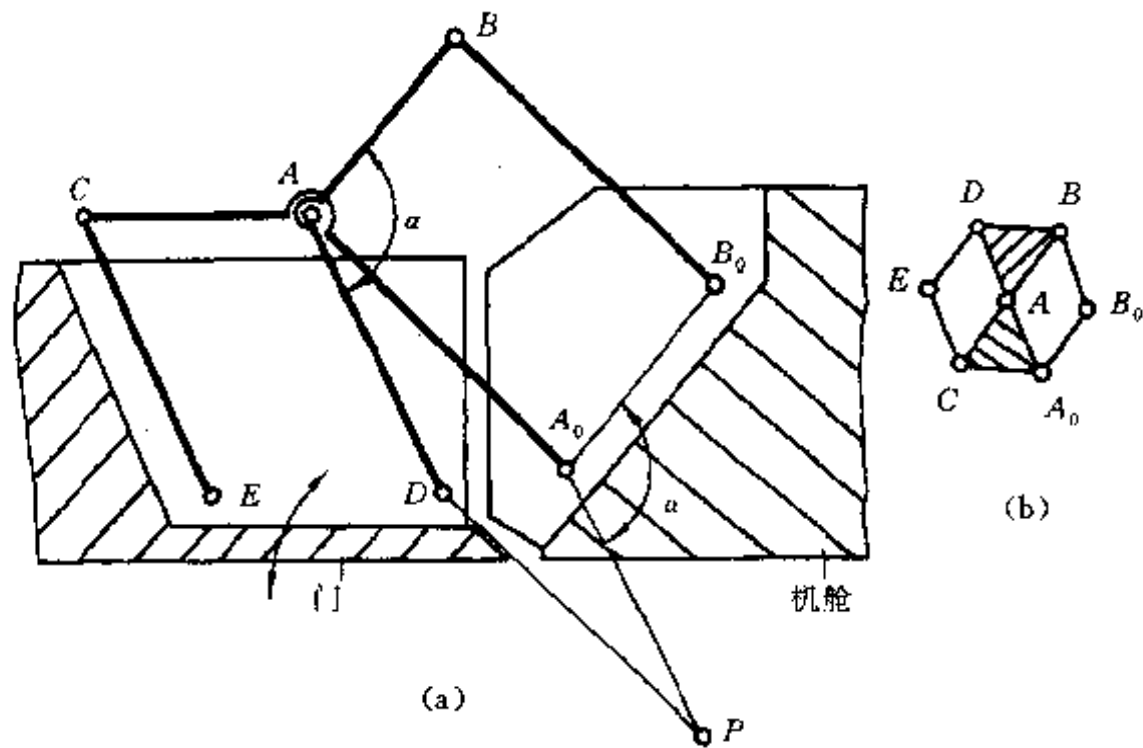


图 6-7 飞机的门绕假想轴转动

如图 6-7 所示,为了闭启飞机上的机舱门,要求门绕图中 P 点转动,而 P 点处因结构关系无法安装转轴。图中采用了六连杆机构来实现门绕假想轴 P 的转动。六连杆机构由两个平行四边形机构 A_0B_0BA 和 $EDAC$ 组成。图 6-7(b) 表示其运动链,为瓦特式。用第二章所述的方法,可以求出由 A_0ADP 构成的平行四边形的一个顶点 P 是门(用 DE 构件表示)的速度瞬心。 P 点相对机舱的位置又由固定的角度 α 和杆长 $PA_0=AD$ 确定,对机舱来说是一个固定点。这就证明了门是绕固定的 P 点转动,是精确引导。

利用类似的瓦特机构,可实现一般的刚体近似绕定点转动。

图 6-8 中的门要绕不可能装转轴的 D_0 点转动 105° 。在门的转向柄上选定 D 点,门运动的上述要求转化成 D_1 、 D_2 和 D_3 点,应构成 D_0 为圆心的圆弧和 D_1G_1 、 D_2G_2 和 D_3G_3 线都应指向 D_0 点。 D 点要经过指定的 D_1 、 D_2 和 D_3 点,属于点的引导,在本章(三)中研究,这里可认为已设计出四连杆机构 A_0B_0AB ,连杆 AB 上的 D 点实现这一要求。以 B_0B_1 为参考平面,使 B_0B_2 、 B_0B_3 绕 B_0 点反转到 B_0B_1 位置,相应地 G_2 点转到 G_2' , G_3 点转到 G_3' 。 G_1 、 G_2' 和 G_3' 三点组成的圆弧的圆心为连架杆 BB_0 上的 F_1 点。图中画出了处于 1 位置的机构,是一个图 6-8(b) 所示的瓦特型运动链固定 A_0B_0 为机架而得出的机构。

(三) 刚体的平动

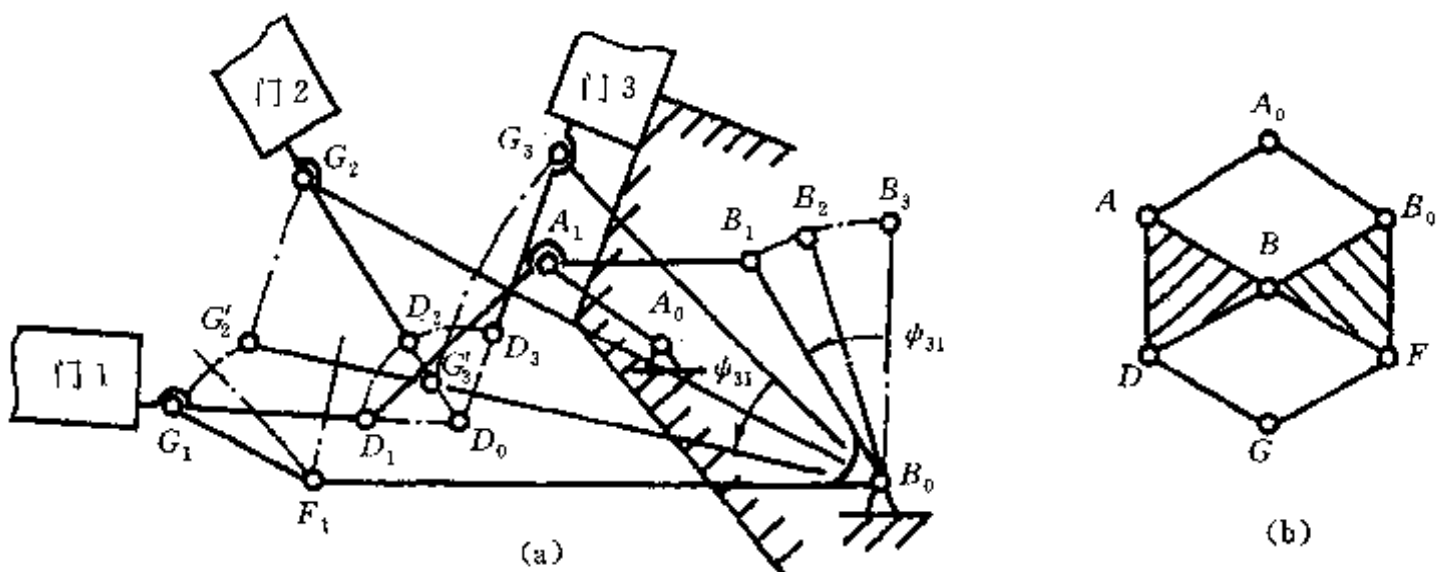


图 6-8 刚体绕假想轴转动机构设计

一个刚体平面 E 在一个参考平面 E_0 内平动，意味着 E 平面内的任一点在 E_0 平面内走出相同的轨迹。按照轨迹的不同形状，又可以分为三种平动。

若连杆作平动而其上任一点的运动为圆，称为圆平动。圆平动可由平行四边形机构来实现。

如果连杆上的点都画出直线，称为直线平动。如图 6-9(a) 所示，平台 E 上装载重物，当连架杆 AA_0 摆动时，平台垂直上升，可把重物推到台阶上去。从图中可以看出，连杆上 C 点和 D 点的运动轨迹都是平行的直线。

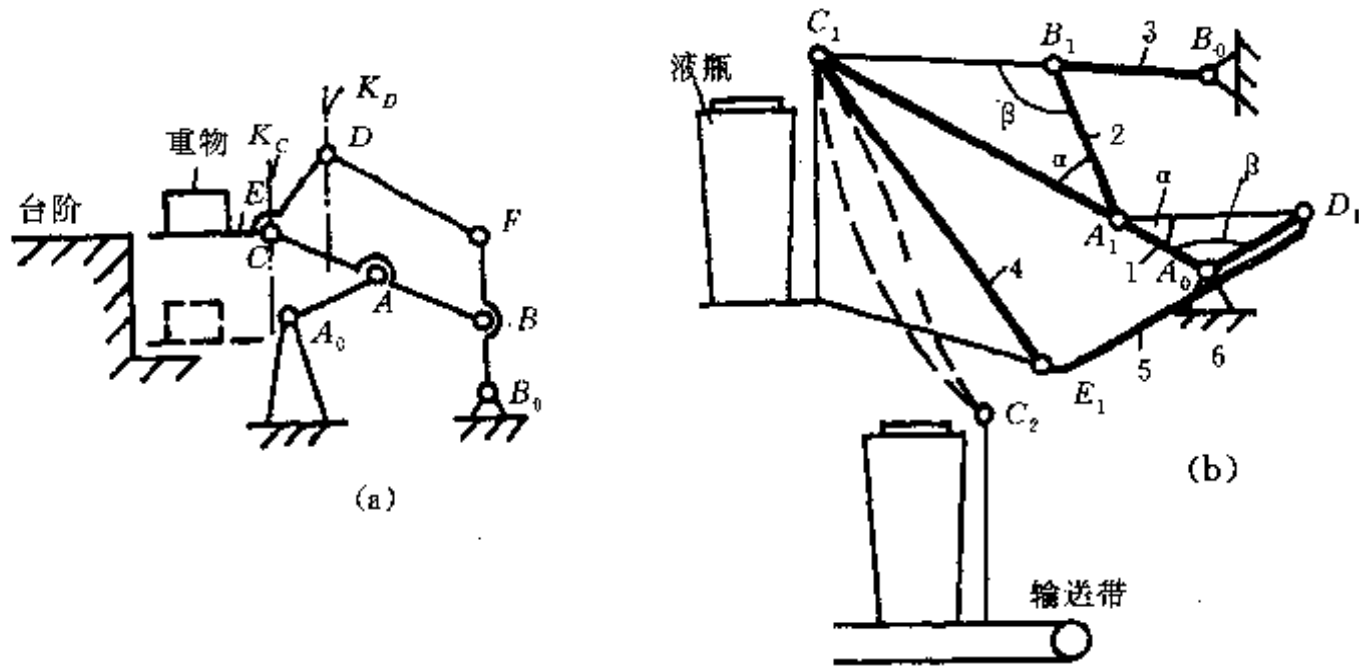


图 6-9 直线平动和曲线平动机构

图 6-9(b) 为曲线平动机构，连杆 CE 上的任一点的运动轨迹为相同的带两个尖点的连杆曲线，当连杆 CE 平动，从 1 位置到 2 位置，把装有液体的瓶子搬运到输送带上。这是一个六连杆机构，而且构件 1 和 2 都是三角形，三角形 ABC 与三角形 AA_0D 相似。

从图 6-9 的例子得到启发，只要找出某连杆，其上的两个铰链点的运动轨迹完全一样，包含有该连杆的机构就是一个平动机构。达到这一要求有两种设计方法。

图 6-10 是用八连杆机构来实现平动引导。在图 6-10(a) 中，机构有四个机架铰链点，由两个完全相同的四连杆机构加上在两连杆上的平动连杆 DD' 组成。图 6-10(b) 中，机构有三个机架铰链点，有两个平行四边形机构，连杆 DD' 运动时始终与机架连线 A_0A_0' 保持平行， D 点和 D' 点又都沿相同的曲线运动。这种平动引导机构的设计方法简单，但构件数较多。 $A_0A_0'A'A$ 和 $AA'D'D$ 都为平行四边形。

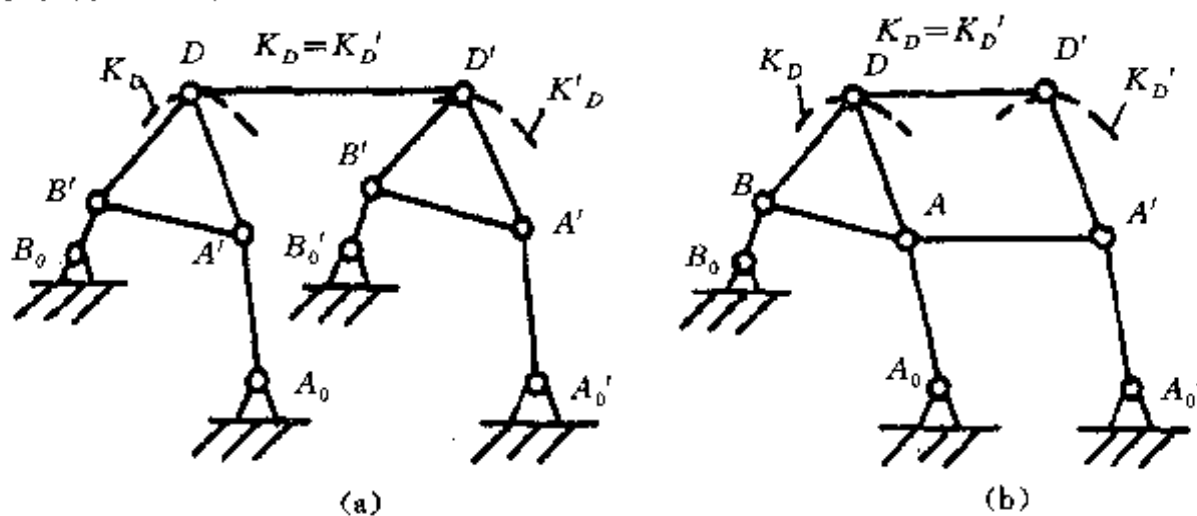


图 6-10 八连杆平动引导机构设计

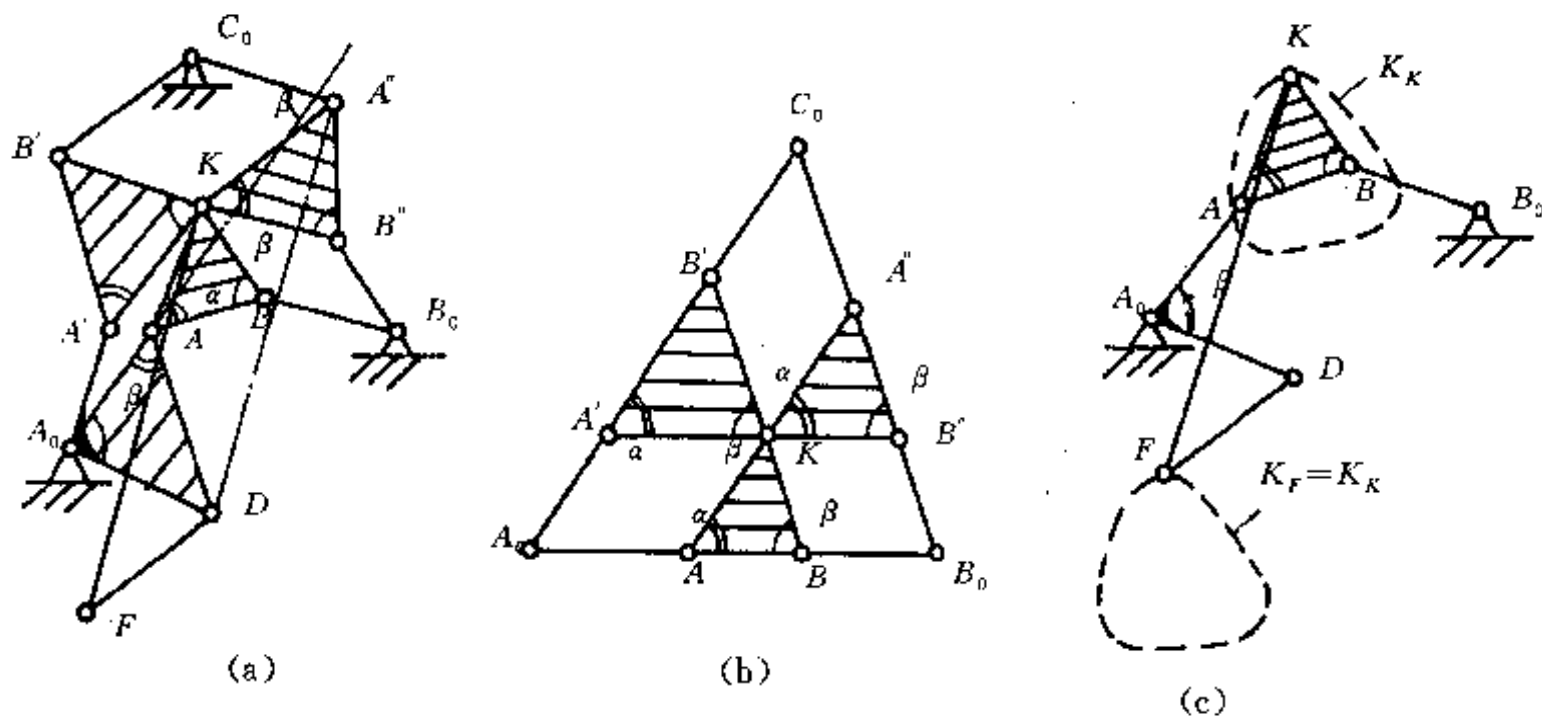


图 6-11 六连杆平动引导机构设计

借助 Roberts 定理, 可以设计六连杆平动引导机构。图 6-11(a) 表示连杆上 K 点的运动可由三个四连杆机构 A_0ABB_0 、 $A_0A'B'C_0$ 和 $B_0B''A''C_0$ 产生, 称为同族机构。由图 6-11(b) 的辅助三角形可知, 当连架杆 A_0A 转动时, 另一同族机构中的连架杆 C_0A' 总保持与 A_0A 成 β 角而转动。当然也有 B_0B 和 C_0B' 之间的夹角为 α 。图中用单圆弧表示 β 角, 用双圆弧表示 α 角。扩展构件 A_0A , 使 A_0D 与 A_0A 夹角为 β 和 $A_0D=C_0A'$, 显然, 在机构运动过程中 A_0D 始终与 C_0A' 平行, 即 DA'' 为定长, 且 $DA''=A_0C_0$ 。在 K 和 D 点上连接由 KF 和 FD 组成的二级杆组, 使得 $KF=DA''$, $FD=KA''$ 。构件 KF 上的 K 和 F 点必然沿完全相同的轨迹运动, 它为平动构件。图 6-11(c) 为六连杆平动引导机构, 在机构 A_0ABB_0-K 的几何尺寸已知后, 按图 (b) 的辅助三角形计算其他构件尺寸, 应取 $A_0D=C_0A'$, $KF=A_0C_0$, $DF=KA''$ 。图 6-9(b) 所示的液瓶搬运机构就是用这种方法设计的, 它广泛用于食品机械中。

(四) 解析法刚体引导综合

用解析法解决这一问题难度较大, 除非有相应的计算程序软件, 它能比图解法更精确地得到结果。

这里介绍用四连杆机构实现刚体引导的解析法。

在图 6-12 中, 用定坐标系 xOy 表示机架, 而刚体在定坐标系中的运动用动坐标系 $\zeta C\eta$ 来

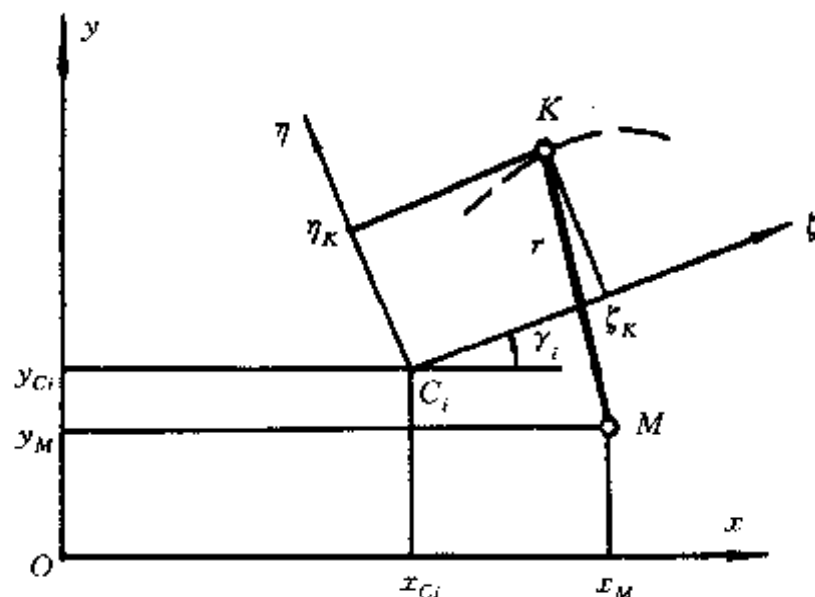


图 6-12 解析法刚体引导综合

表示。用 x_{C_i} 、 y_{C_i} 和 γ_i 表示动坐标处于 i 位置。假设在动坐标内有一定点 K ，当动坐标运动时 K 点以半径 r 绕定坐标中的固定点 M 转动，则线段 KM 就可以作为连架杆，如果存在两组这样的对应点，就可以组成四连杆机构实现引导。要确定 K 和 M 一组对应点的关系，必须求出 5 个参量 x_M 、 y_M 、 ζ_K 、 η_K 和 r 。如果给定动坐标的 5 个位置，可求解出上述 5 个参量如下。

在定坐标系中 K 点表示为：

$$\begin{aligned} x_K &= x_{C_i} + \zeta_K \cos \gamma_i - \eta_K \sin \gamma_i \\ y_K &= y_{C_i} + \zeta_K \sin \gamma_i + \eta_K \cos \gamma_i \quad i=1, 2, 3, 4, 5 \end{aligned} \quad (6-1)$$

$KM=r$ 可表示为：

$$\begin{aligned} (x_K - x_M)^2 + (y_K - y_M)^2 &= r^2, \text{ 即} \\ x_{C_i}^2 + y_{C_i}^2 + x_M^2 + y_M^2 + \zeta_K^2 + \eta_K^2 - 2x_{C_i}x_M - 2y_{C_i}y_M + 2(x_{C_i}\cos\gamma_i + y_{C_i}\sin\gamma_i)\zeta_K - 2(x_{C_i}\sin\gamma_i - y_{C_i}\cos\gamma_i)\eta_K - 2\cos\gamma_i(x_M\zeta_K + y_M\eta_K) - 2\sin\gamma_i(y_M\zeta_K - x_M\eta_K) &= r^2 \quad i=1, 2, 3, 4, 5 \end{aligned} \quad (6-2)$$

式(6-2)是一个由 5 个方程构成的方程组，把每两个方程相减，可以取消未知量 r 而变成只含有未知量 x_M 、 y_M 、 ζ_K 和 η_K 的非线性方程：

$$A_j + B_j x_M + C_j y_M + D_j \zeta_K + E_j \eta_K + F_j (x_M \zeta_K + y_M \eta_K) + G_j (y_M \zeta_K - x_M \eta_K) = 0 \quad j=1, 2, 3, 4 \quad (6-3)$$

上式中系数 A_j 、 B_j 、 \dots 、 G_j 都是动坐标位置参数 x_{C_i} 、 y_{C_i} 和 γ_i 的表达式，是已知的。

式(6-3)中含有 4 个未知量，通过叠代消元运算可消去 2 个未知量，如 ζ_K 和 η_K ，这样就得到含有 x_M 和 y_M 的下列方程组：

$$\left. \begin{aligned} a_0 + a_1 x_M + a_2 y_M + a_3 x_M y_M + a_4 x_M^2 + a_5 y_M^2 &= 0 \\ b_0 + b_1 x_M + b_2 y_M + b_3 x_M y_M + b_4 x_M^2 + b_5 y_M^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-4)$$

式(6-4)的联立方程中约去未知量 y_M 得

$$c_0 + c_1 x_M + c_2 x_M^2 + c_3 x_M^3 + c_4 x_M^4 = 0 \quad (6-5)$$

式(6-4)和式(6-5)中的系数 $a_0, a_1, \dots, a_5; b_0, b_1, \dots, b_5; c_0, c_1, \dots, c_5$ 都取决于动坐标的位置，为已知。式(6-5)很复杂，但从中可以看出，这个方程可能无解、有两解或有四解。这一结论与著名的布尔梅斯特圆点圆心曲线理论一致。在求出 x_M 值后，很容易求出相应的 y_M 、 ζ_K 和 η_K 值。

刚体五位置引导有时无法求解是因为已超出四连杆机构的能力范围。以图 6-13 为例，已给出表示刚体的线段 CD 的 5 个位置。把 C_1, C_2, \dots, C_5 点用假想的曲线光滑连接起来，可初步判定是双曲柄机构的连杆曲线；把 D_1, D_2, \dots, D_5 点用假想曲线光滑连接起来，可初步认为是曲柄摇杆机构的连杆曲线，显然，无法设计四连杆机构，因为它既是双曲柄机构，又是曲柄摇杆机

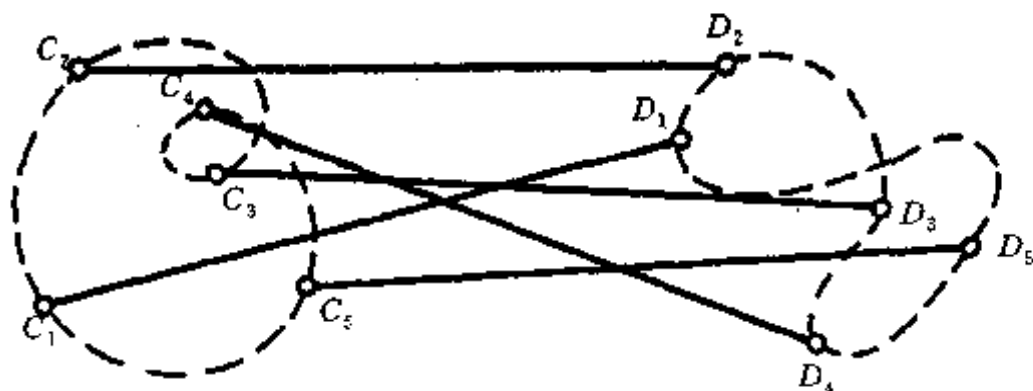


图 6-13 刚体五位置(无法实现引导)

构,故本问题无解。

如果刚体五位置引导有四解,说明存在四对连杆铰链和机架铰链点,每取两对已可组成四连杆机构,所以共存在6个四连杆机构可实现指定的刚体五位置引导,再根据其他条件,如传动角即可选取一个较优解。

用公式(6-3)作刚体三位置引导设计很方便,此时 $x_{c1}, y_{c1}, \gamma_1, \dots, x_{c3}, y_{c3}, \gamma_3$ 值已知, x_M 和 y_M 值选定,公式(6-3)中只含有未知量 ζ_K 和 η_K ,而且是线性方程,很容易求解。

三、点引导综合

所谓点引导综合就是要求连杆上的点按指定的轨迹运动。可分为三类问题:

- (1) 连杆上的点的运动要过几个指定点,称为点的一般引导;
- (2) 连杆上的点近似作直线运动或圆弧运动,称为直线或圆引导;
- (3) 一些有规律的特殊连杆曲线,如8字线、带尖点的曲线等的设计。

这里只研究用四连杆机构进行点引导。

(一) 点的一般引导

如图6-14所示,四连杆机构置于坐标系 xOy 中,用 x_{A_0}, y_{A_0} 和 α 表示它的位置。四连杆机构

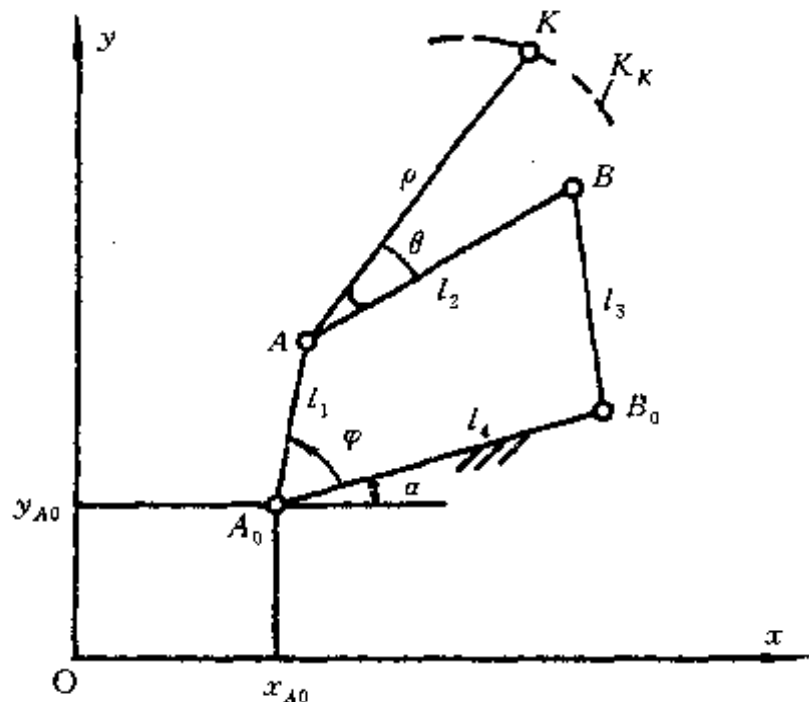


图 6-14 连杆曲线方程

本身有6个尺度参数 l_1, l_2, l_3, l_4, ρ 和 θ 。连杆曲线 K_K 可用曲线上 K 点的坐标表达:

$$\begin{cases} x_K = f_x(x_{A_0}, y_{A_0}, \alpha, l_1, l_2, l_3, l_4, \rho, \theta, \varphi) \\ y_K = f_y(x_{A_0}, y_{A_0}, \alpha, l_1, l_2, l_3, l_4, \rho, \theta, \varphi) \end{cases}$$

从上述两个方程中约去表示构件 A_0A 转角的 φ 项,成为

$$G_K = G_K(x_K, y_K, x_{A_0}, y_{A_0}, l_1, l_2, l_3, l_4, \rho, \alpha, \theta)$$

方程中含有9个几何尺度参数和 K 的坐标值。如果给定 K 点的9个点,即 $x_{K1}, y_{K1}, \dots, x_{K9}, y_{K9}$ 已知,可写出9个联立方程,从这个方程组可求出9个几何尺度参数。

所以从理论上讲能够进行9点引导机构的设计,但求解十分困难。用图解法能进行5点引导机构的设计,可以满足大部分工程技术的需要。

首先介绍4点引导机构的设计。如图6-15所示,在已知的 K_K 曲线上选定 K_1, K_2, K_3 和 K_4 点,设计四连杆机构使连杆上的 K 点顺序经过 K_1 到 K_4 点。

作线段 K_1K_4 的垂直平分线,在该线上任取一点为 B_0 ,任取 B_0A_0 线,得到 A_0 点。使得 B_0A_0

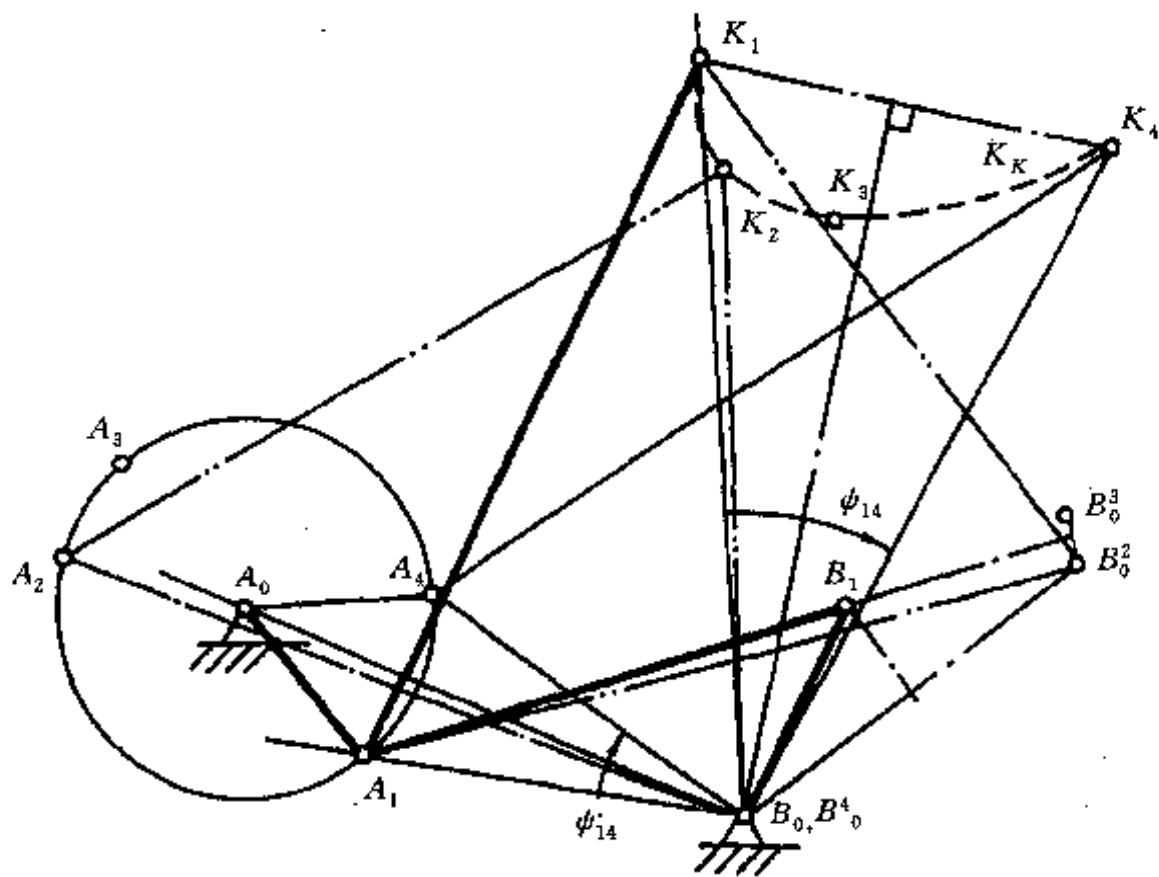


图 6-15 4 点引导机构设计

线成为角 ψ_{14} 的平分线, 任取曲柄 A_0A 长作圆, 该圆与 ψ_{14} 的两条边的交点为 A_1 和 A_4 点。由于 $\triangle A_0A_1B_0 \cong \triangle A_0A_4B_0$, 且 $\angle A_4B_0A_1 = \angle K_4B_0K_1 = \psi_{14}$, 所以得出 $\triangle K_1A_1B_0 \cong \triangle K_4A_4B_0$, $K_1A_1 = K_4A_4$, 这样就确定了连杆上 K, A 点之间的距离。以 K_2, K_3 为圆心, KA 长为半径作弧与曲柄圆相交, 按 K_1 到 K_4 的排列顺序写出 A_2 和 A_3 点。现在求出 B 点是关键。以连杆处于 1 位置即 A_1K_1 线段为参考平面, 使图形 $A_2K_2B_0, A_3K_3B_0$ 和 $A_4K_4B_0$ 移动到 A_2K_2, A_3K_3 和 A_4K_4 与 A_1K_1 相重合, 得到 B_0^4 与 B_0 重合, 以及 B_0^2 和 B_0^3 点。 B_0, B_0^2 和 B_0^3 点组成圆弧的圆心即为 B_1 点。用粗实线画出了机构处于 1 位置。此方法的要点是使 B_0^4 与 B_0 重合, 两点合一, 称为降点法。从整个作图过程可知, 有无穷多解。

图 6-16 为加工陶瓷轴类零件车床上走刀机构。由于陶瓷加工粉尘大, 不宜采用导轨, 所以采用四连杆机构, 要求刀头沿 K_1 到 K_5 点组成的曲线运动, 以加工出一定要求的成型面。

在深入理解了 4 点引导机构的设计后, 比较容易理解 5 点引导机构的双降点设计法。首先作线段 K_1K_5 与 K_2K_4 的垂直平分线, 其交点为 B_0 。当然可以取其他的组合, 如 K_1K_3 和 K_2K_5 等, 所以取 B_0 点有多解。 A_0 点的确定稍为麻烦些, 从 B_0 点任取 A_0 点的方向线, 并根据 $\frac{\psi_{15}}{2}$ 和 $\frac{\psi_{24}}{2}$ 作出 A_1 和 A_2 点的方向线, 根据需要取定 KA 长, 以 K_1 和 K_2 为圆心、 KA 长为半径作弧, 与 A_1 和 A_2 方向线的交点为 A_1 和 A_2 点, 线段 A_1A_2 垂直平分线与 A_0 方向线的交点为 A_0 点。随后采用与 4 点引导机构设计时类似的办法画出 A_3, A_4 和 A_5 。以机构的 1 位置为基准, 即 A_1K_1 为基准, 使图形 $A_2K_2B_0, \dots, A_5K_5B_0$ 都移到 A_2K_2, \dots, A_5K_5 与 A_1K_1 相重合, 则有 $B_0 = B_0^5, B_0^2 = B_0^4$, 四个点合为两个点, 实现了双降点。 B_0, B_0^2 和 B_0^3 三点可组成圆弧, 其圆心为 B_1 点。粗实线为机构处于 1 位置, 当连架杆由 A_1 点摆动到 A_5 点时, K 点沿 K_1 到 K_5 点运动。

上述方法作图较麻烦, 且不能保证连杆曲线与要求的曲线间的良好吻合。有时可采用图 6-17 所示的方法, 要求连杆上的 K 点经过已知曲线上的 K_1, K_2 和 K_3 点, 且在 K_1 和 K_3 点连杆曲线与已知曲线相切, 相当于图 6-16 中 K_1 和 K_2 点, K_4 和 K_5 点无限接近, 所以实质上也是 5 点引导。

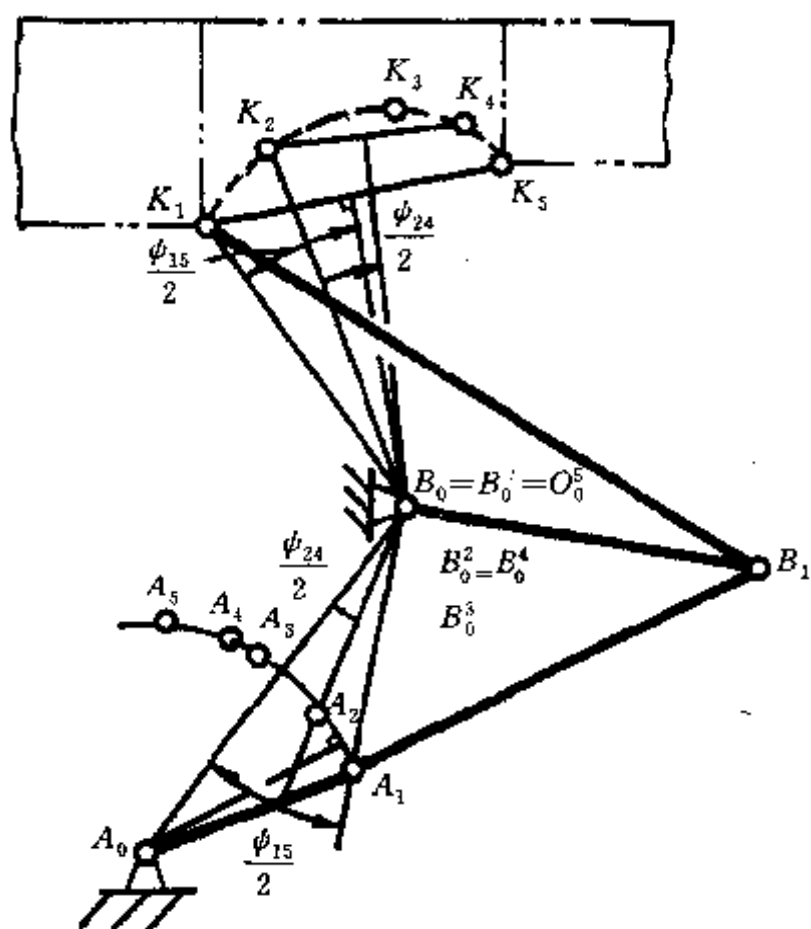


图 6-16 车床上的 5 点引导机构

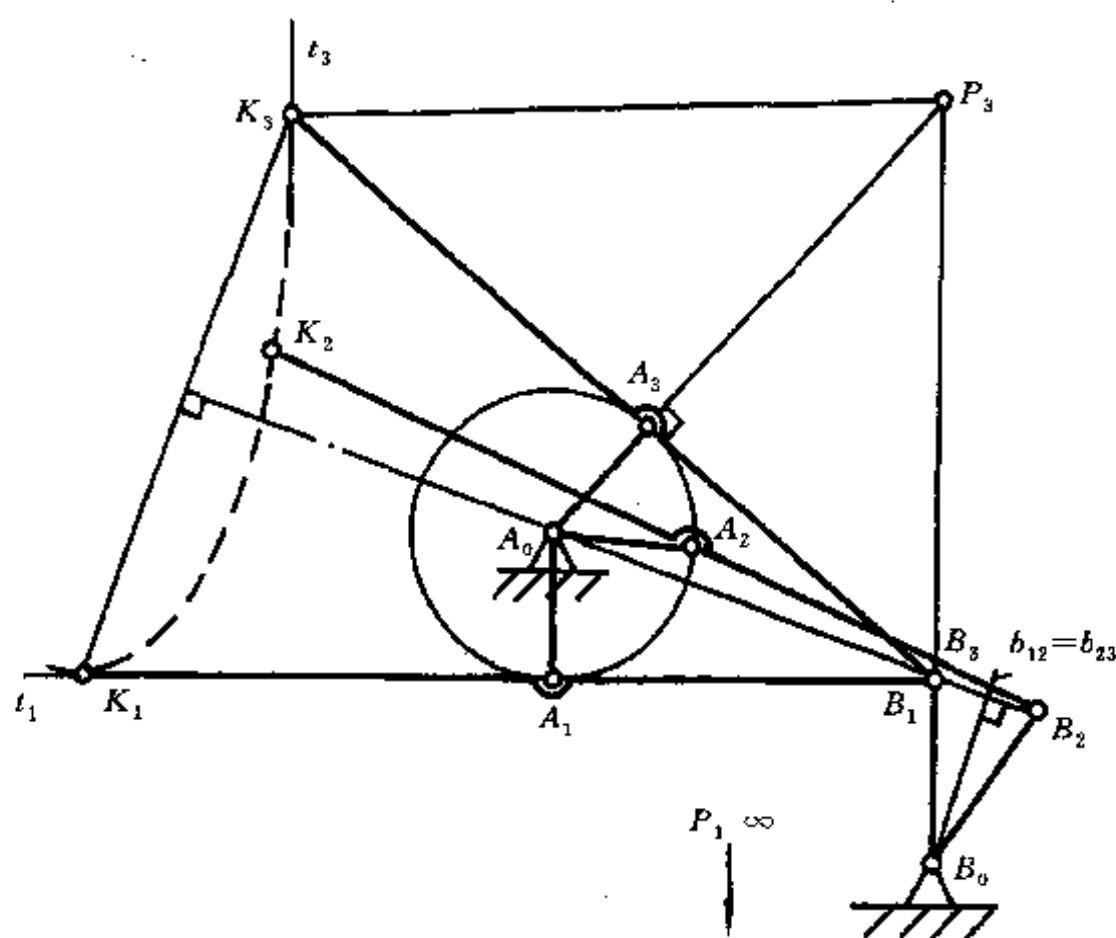


图 6-17 有无限接近点的 5 点引导机构

作线段 K_1K_3 的垂直平分线，它与 K_1 点处曲线的切线 t_1 的交点定为 B_1 和 B_3 点。设连杆在 1 位置的绝对运动速度瞬心在垂直于 t_1 方向的无限远处。过 B_1 (即 B_3) 点作 B_0 的方向线，过 K_3 点作曲线切线 t_3 的垂线相交于 P_3 点， P_3 是连杆在 3 位置时的绝对运动速度瞬心。过 P_3 点作 K_3B_3 线的垂线，交点为 A_3 ，并延长得 A_0 点。以 A_0 为圆心、 A_0A_3 长为半径作弧，再以 K_2 为圆心 K_3A_3 长为半径作弧，两条弧的交点为 A_2 点。连接 K_2, A_2 点并延长，按 $K_1B_1=K_3B_3=K_2B_2$ 的要求截取 B_2 点。 B_1 (即 B_3) 与 B_2 点垂直平分线与已画出的 B_0 方向线的交点为 B_0 ，图中用粗实线画出了机构处于 1、2 和 3 位置。

(二) 点的圆和圆弧引导

平行四边形机构和双滑块机构是典型的精确圆引导机构。图 6-18(a)和(b)中, D 点的运动

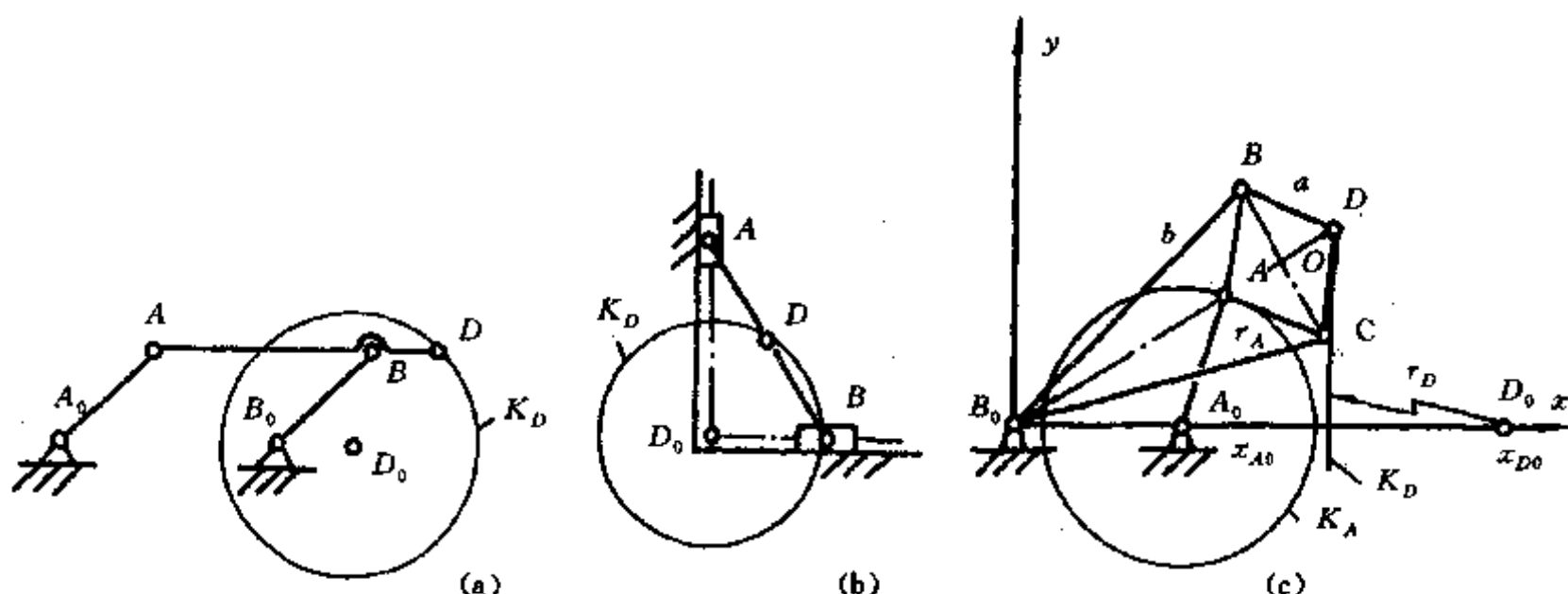


图 6-18 精确圆(圆弧)引导机构

轨迹是理论上精确的圆, 它们都有结构简单, 运动构件少, 引导精度高的优点。但当要作大圆弧的引导时, 这类机构不合适, 要采用图 6-18(c)所示的李普金机构。

李普金机构用来进行大圆弧的精确引导, 构件尺寸要有下列关系: $B_0B = B_0C = b$, $AB = BD = DC = CA = a$ 。机构中 B_0 、 A 和 D 点不仅处于一条直线上, 并且还有下列特殊关系:

$$B_0A \cdot B_0D = b^2 - a^2 = \lambda^2 (\text{常数}) \quad (6-6)$$

A 点绕 A_0 点转动画出半径为 r_A 的圆, 则机构上的 D 点绕 D_0 点转动画出半径为 r_D 的大圆弧。同 A_0 点在 x 轴上一样, D_0 点也在 x 轴上, 其位置为

$$x_{D_0} = \frac{x_{A_0} \cdot \lambda^2}{x_{A_0}^2 - r_A^2} \quad (6-7)$$

大圆弧的半径 r_D 为

$$r_D = \frac{\gamma_A \lambda^2}{x_{A_0}^2 - r_A^2} \quad (6-8)$$

从式(6-7)和式(6-8)可以看出, 当 $x_{A_0} = r_A$ 时, D_0 点推向 x 轴的无限远处而 r_D 也成为无限大, 此时 D 点的运动轨迹为精确的直线, 这就是著名的李普金直线引导机构。

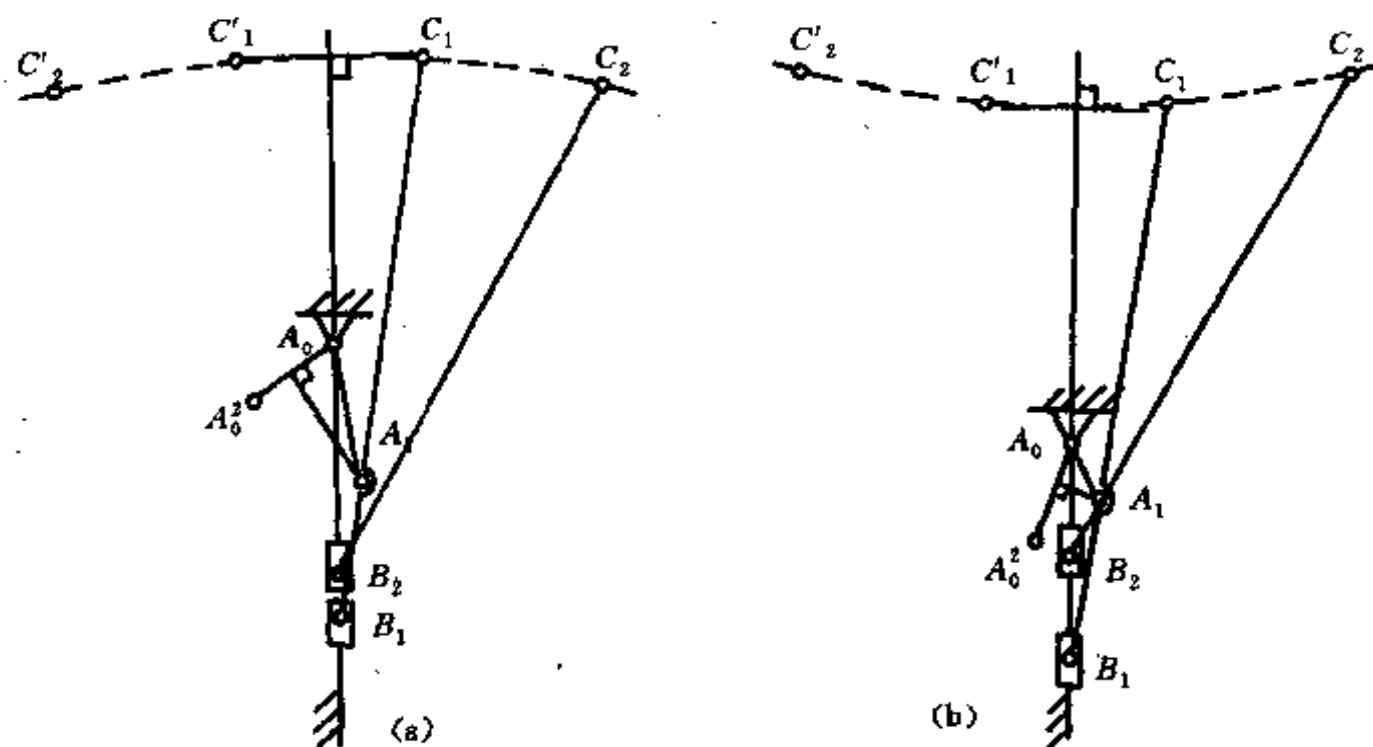


图 6-19 近似圆弧引导机构

近似圆弧引导机构可以用5点引导机构设计法来设计。这里介绍更方便的一种办法,如图6-19所示,在对心式滑块机构中,连杆 AB 连线上的任一点必沿对称的连杆曲线运动。以滑块 B 的导路为对称轴,连杆上的 C 点若通过 C_1 和 C_2 点,必定也通过对称的 C_1' 和 C_2' 点。这样即把问题变为连杆处于1和2两个位置而设计对心式滑块机构,具体解法如下:

把已知圆弧三等分,等分点为 C_2' 、 C_1' 、 C_1 和 C_2 ,作弦 $C_1'C_1$ 的垂直平分线,该线是滑块 B 的导路。任选连杆长 BC ,由 $C_1B_1=C_2B_2=BC$ 作图得出 B_1 和 B_2 点。因为是对心式滑块机构,所以在导路上选 A_0 为连架杆与机架相连的铰链点。把图形 $C_2B_2A_0$ 移动 C_2B_2 与 C_1B_1 重合, A_0 点移到了 A_0^2 点。 $A_0A_0^2$ 垂直平分线与 B_1C_1 线的交点为 A_1 点,图中 $A_0A_1B_1C_1$ 组成了处于1位置的机构。当摆动 A_0A 杆或推动滑块 B 时, C 点的运动轨迹经过 C_2' 、 C_1' 、 C_1 和 C_2 点,是一个近似的圆弧。图中画出了(a)和(b)两种情况,圆弧中心分别向着或背着四杆机构。

由于机构可以实现两种不同方向的圆弧引导,能够设想,如果机构尺度合适,还可以进行直线引导,在设计机构时只要取 C_2' 、 C_1' 、 C_1 、 C_2 在一条直线上即可。

(三)直线引导机构

精确直线引导机构应用得很多。图6-18(b)中 D 点绕 D_0 点转动,如在 D_0 和 D 点间设置曲柄($CD_0=AD=DB$),就可以拆除 A 点的滑块和导路,而 A 点随曲柄的转动作精确的上下直线运动。这个机构几乎可以在仪表、印刷、食品、纺织等大部分机械中找到。图6-18(c)当 $x_{A_0}=r_A$ 时, D 点沿铅垂线运动,也是直线引导机构。齿轮与连杆机构组合而成的精确直线引导机构应用也很广泛,图6-20列举了几种常用的组合机构和相应的几何尺度要求。

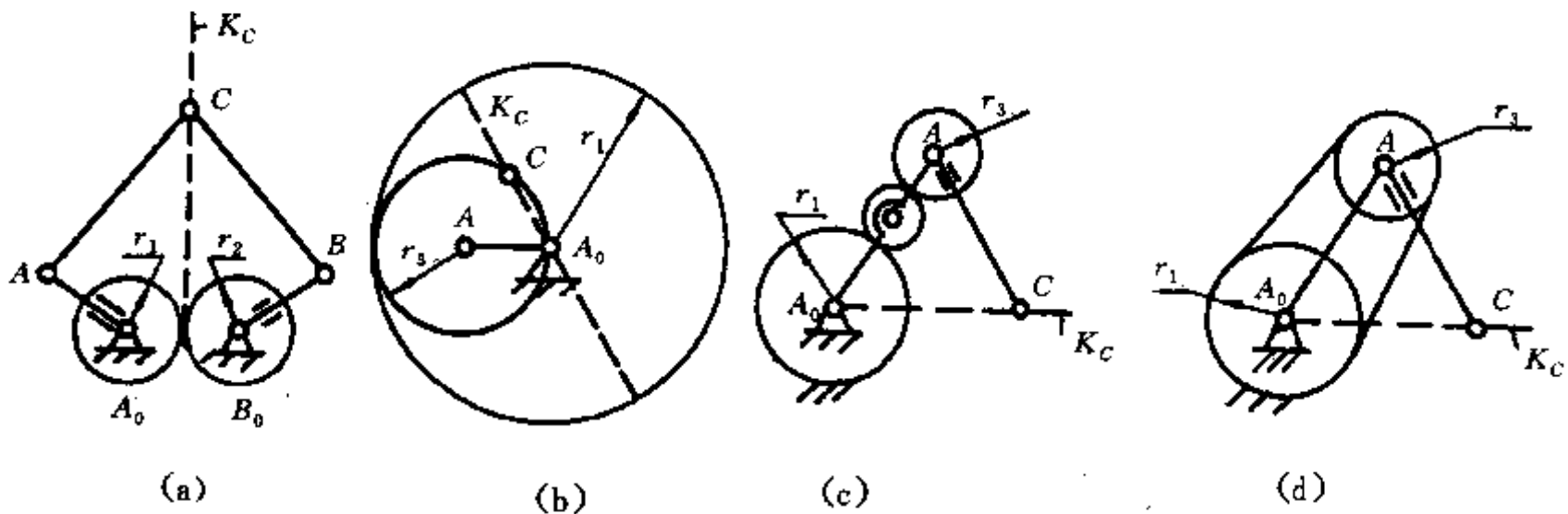


图 6-20 精确直线引导组合机构

图6-20(a)可看成是两个对称的曲柄滑块机构的组合,曲柄 A_0A 和 B_0B 通过一对齿轮啮合而反向转动, C 点的轨迹 K_c 为直线,已作为大客车窗玻璃的升降机构。

图6-20(b)是行星齿轮机构,取中心轮 r_1 的半径为行星轮 r_2 的两倍。行星轮上 C 点沿 K_c 直线运动,如果使固定的中心轮 r_1 转过几个齿,则行星轮上 C 点的位置变动, K_c 线成为另一条过 A_0 点的直线,调节很方便。

图6-20(c)和(d)是类似的行星轮系($A_0A=AC, r_1=2r_3$),只是在(d)中采用了齿形皮带把轮 r_1 的运动传给轮 r_3 , C 点的直线轨迹较长,已用于新型剑杆织机中作为引纬机构。

近似直线引导机构又可分为两种情况。一是要求连杆曲线在小范围尽量逼近精确直线,如图3-16对织机打纬机构的要求。可用伯比利尔极点切线法找出连杆曲线上的这种点。二是要求连杆曲线在较大的范围内近似直线,如图6-4对港口起重机的要求,其设计方法可在文献[10]、

[13]中找到。

这里介绍用对心式滑块机构进行近似直线引导时有关尺度的设计。图 6-21 画出四种不同的对心式滑块机构, 构件 $A_0A=l_1$, $AB=l_2$, $AD=l_3$, l_1 , l_2 和 l_3 的长度带有正负号, (a)、(b) 中均为正, (c) 中 l_2 为正, l_1 , l_3 为负, (d) 中 l_2 为负, l_1 , l_3 为正。连杆上的 D 点沿近似直线运动, 最大偏差量用 Δx 表示。设计时要求引导的直线长度 s 已知, 随后选定长度 $a=l_1+l_2$ 和 $b=l_2+l_3$ 。 a 和 b 值取得越大, D 点的轨迹越与直线接近。

先计算出参数 k ,

$$k = \sqrt{b^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2} \quad (6-9)$$

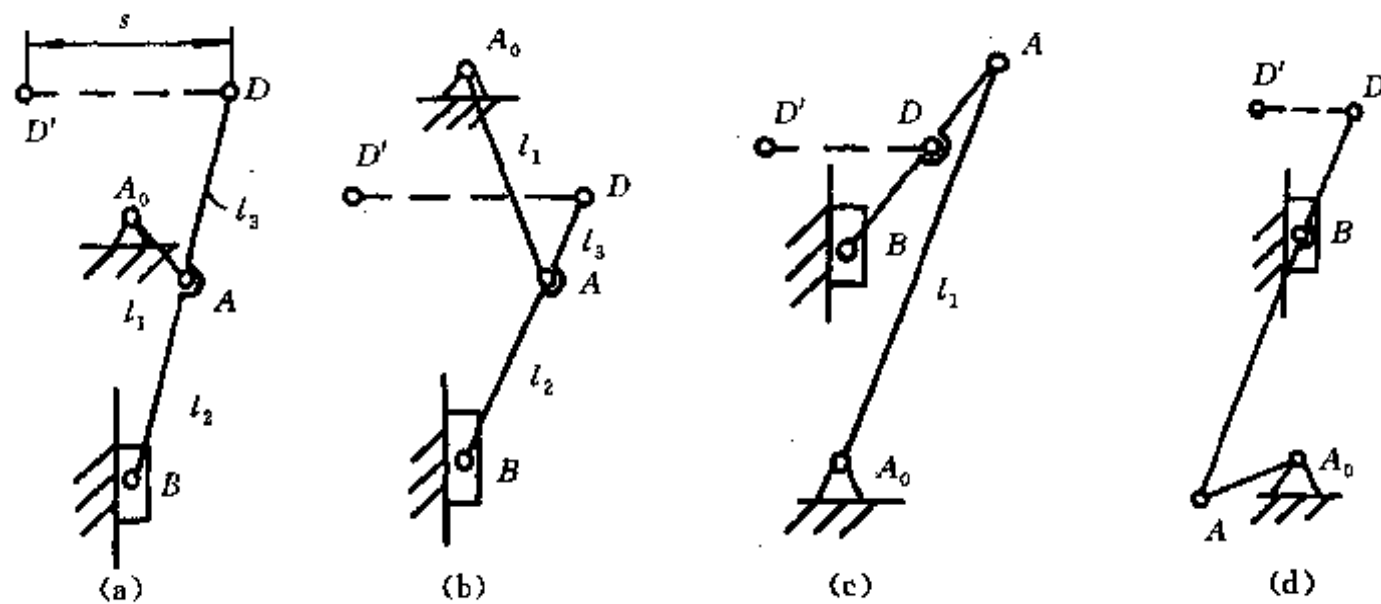


图 6-21 对心式滑块机构作直线引导机构

按照下列公式可计算出机构的尺度值 l_1 , l_2 , l_3 以及 D 点轨迹对直线的最大偏离 Δx :

$$l_1 = a - \frac{b}{2} \left(1 - \frac{b-a}{k+a}\right) \quad (6-10)$$

$$l_2 = \frac{b}{2} \left(1 - \frac{b-a}{k+a}\right) \quad (6-11)$$

$$l_3 = b - \frac{b}{2} \left(1 - \frac{b-a}{k+a}\right) \quad (6-12)$$

$$\Delta x = (b-a) \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{a(k-b+a)}}{|2a-b+k|}\right) \quad (6-13)$$

图 6-22 是巧妙利用这种引导机构进行机加工的实例。工业缝纫机梭壳的顶部要进行磨削, 如图作成工艺装备。砂轮绕水平轴转动(水平轴在图中未画出), 梭壳夹紧在套内, 随套一起旋转。一个微型电动机装在连杆 AB 上, 驱动套带动梭壳一起转动, 当连架杆由 A_1 位置摆动到 A_2 位置时, 先磨削梭壳的圆弧部分, 再削切平直的顶面。

设已知 $s=50\text{mm}$, $r=8\text{mm}$, $2\Delta x=\Delta r \leq 0.3\text{mm}$, $\delta=50^\circ$ 。试确定图示机构的有关尺寸。

首先, 根据工作要求选择图 6-21 中 d 型机构, 这样处理 A_0A 构件的摆动比较方便。

按几何关系, $b = \frac{s}{2 \sin \frac{\delta}{2}} = \frac{50}{2 \sin 50^\circ / 2} = 59.155\text{mm}$ 。作为试算, 取 $a = -0.8s =$

$-0.8 \times 50 = -40\text{mm}$, 由式(6-9)得出 $k = \sqrt{59.155^2 - 25^2} = 53.613\text{mm}$, 由式(6-11)得出

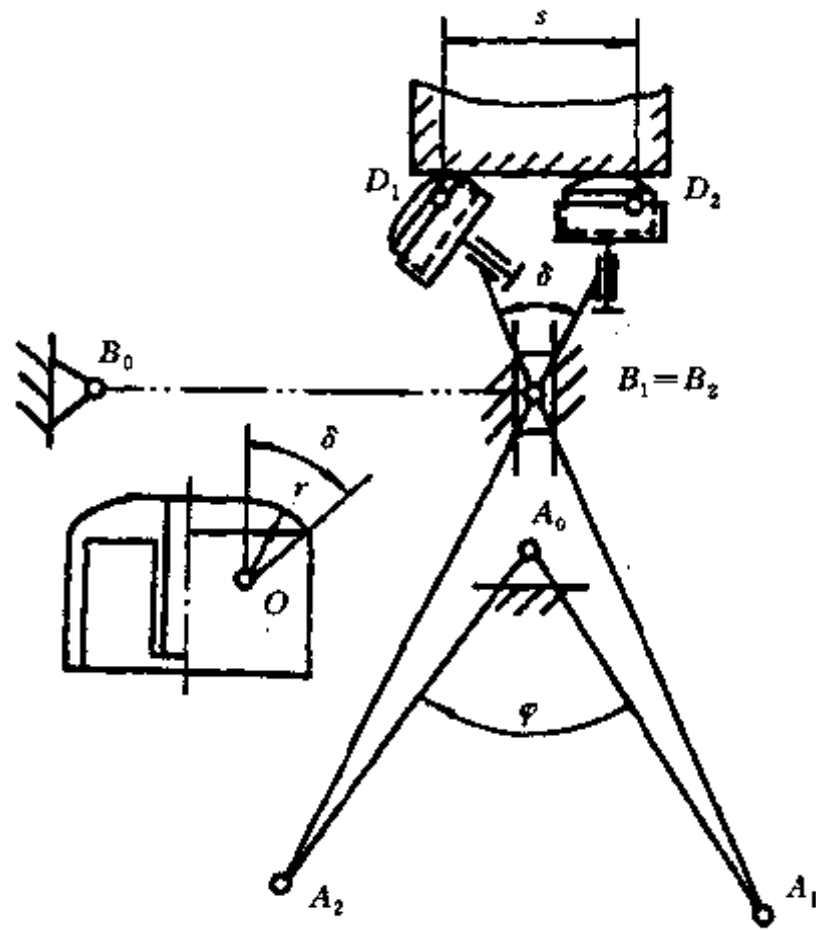


图 6-22 工业缝纫机梭壳的磨削加工

$l_2 = \frac{59.155}{2} \left(1 - \frac{59.155 + 40}{53.613 - 40} \right) = -185.86 \text{mm}$, 由式(6-10)得出 $l_1 = -40 + 185.86 = 145.86 \text{mm}$, 由式(6-12)得出 $l_3 = 59.155 + 185.86 = 245.95 \text{mm}$. 由式(6-13)算出

$$\Delta x = (59.155 + 40) \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{-40(53.613 - 59.155 - 40)}}{1 - 80 - 59.155 + 53.613} \right) = 0.1055 \text{mm}$$

计算结果符合设计要求。

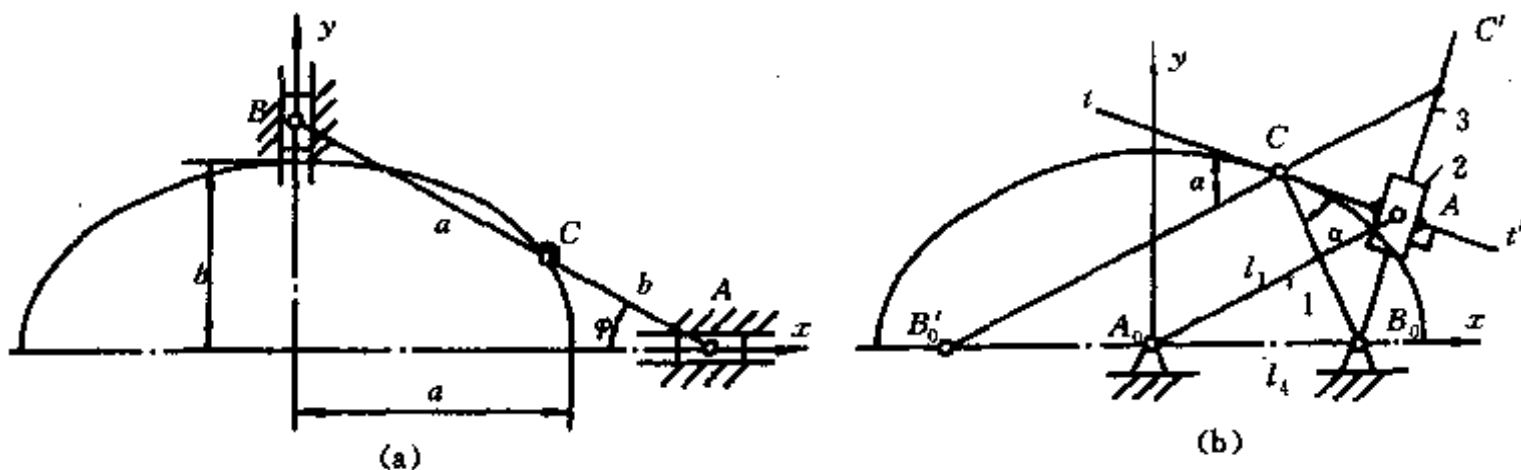


图 6-23 椭圆曲线的产生

(四) 特定连杆曲线的产生

1. 椭圆曲线 利用双滑块机构产生椭圆, 如图 6-23(a) 所示, 把连杆 AB 的长分成两段, $BC=a$ 为椭圆长半径, $AC=b$ 为椭圆短半径, 可以用这种机构做成椭圆仪, 只要调节 C 点在连杆上的位置, 就可以画出各种长、短轴的椭圆, 证明如下: 以 φ 角为参变量, 写出 C 点的坐标 x_c 和 y_c :

$$x_c = a \cdot \cos\varphi \text{ 和 } y_c = b \sin\varphi \quad (6-14)$$

在式(6-14)中约去有关 φ 值的项得

$$\frac{x_c^2}{a^2} + \frac{y_c^2}{b^2} = 1$$

是标准椭圆方程。

图 6-23(b) 是曲柄转动导杆机构, 曲柄长 $A_0A=l_1$, 机架长 $A_0B_0=l_4$ 。滑块构件 2 上固结与滑块导路相垂直的 tt' 直杆, 当曲柄转动时, tt' 杆在平面内取一系列位置, 所有位置的包络线是一个长半径 $a=l_1$, 短半径 $b=\sqrt{l_1^2-l_4^2}$ 的椭圆。以 y 轴为对称, B_0 和 B_0' 是椭圆的两个焦点, 如果在 tt' 线上安装有刀具, 如锯条、磨轮条, 就可以锯出椭圆或对粗加工的椭圆进行磨削。 tt' 线是椭圆的切线, 证明如下:

以 y 轴为对称轴, 在 x 轴上找出 B_0 点的对称点 B_0' , 过 B_0' 作 A_0A 的平行线交 tt' 线于 C , 交 B_0A 延长线于 C' , 由于 $B_0'A_0=B_0A_0$, 而且 $B_0'C' \parallel A_0A$, 所以 $C'A=B_0A$, 即直角三角形 $CC'A$ 与 CB_0A 全等。

$$B_0'C + CB_0 = B_0'C + CC' = B_0'C' = 2A_0A = 2l_1 \quad (6-15)$$

C 点到两定点 B_0 和 B_0' 距离之和为常数, 说明 C 点是长轴半径为 l_1 的椭圆上的点。

又 $\angle C'CA = \angle B_0CA$, $\angle C'CA = \angle tCB_0'$, 所以

$$\angle B_0CA = \angle tCB_0' = \alpha \quad (6-16)$$

按照椭圆的特性, tt' 线是过 C 点的椭圆的切线。

还可以进一步证明, 如果 $l_1 < l_4$, 机构为曲柄摆动导杆机构, tt' 线是一条抛物线的切线。抛物线和抛物面在工程中应用很广, 这种机构可用作抛光机构。

2. 带有尖点的曲线 利用四连杆机构可产生带有 1、2 或 3 个尖点的连杆曲线, 这里介绍前两种。

从第三章叙述的运动几何学可知, 机构处于某位置, 若连杆上的点 C 与该位置的绝对运动速度瞬心 P_{24} 相重合, 这个点运动的轨迹带有一个尖点, 如图 6-24(a) 所示, 由于机构在任一位置都有一个瞬心, 所以一个四连杆机构可产生无限多的具有一个尖点的连杆曲线。

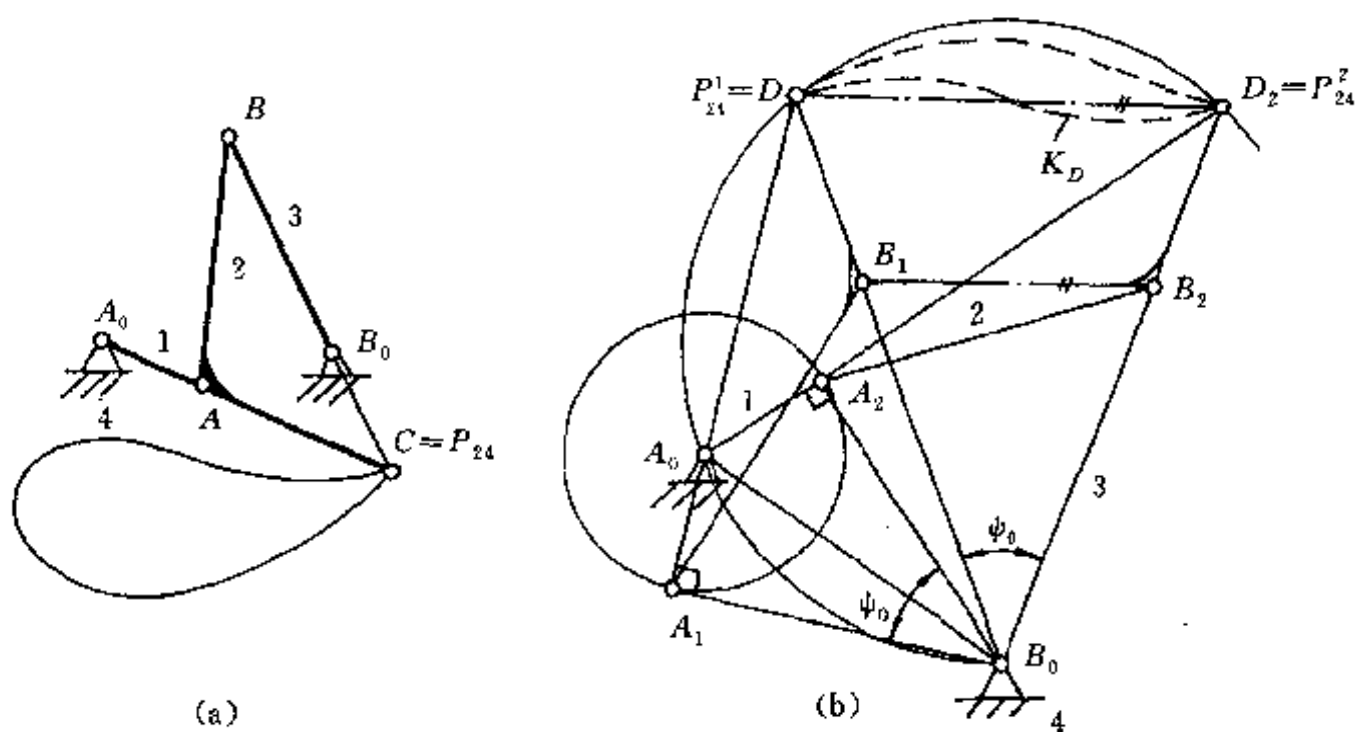


图 6-24 具有尖点的连杆曲线

图 6-9(b) 所示的液瓶搬运装置需要一条具有两个尖点的连杆曲线, 可用图 6-24(b) 所示的方法解决。

设要求在平面上 D_1 和 D_2 两点产生一条 D_1 和 D_2 点为尖点的连杆曲线, ψ_0 和 A_0B_0 的大小也已经给定。

首先根据 D_1 和 D_2 的位置以及 ψ_0 值, 作顶角为 ψ_0 的等腰三角形, 从而找出 B_0 点。过 D_1 、 D_2 和 B_0 点作圆, 以 B_0 为圆心, 以给定的 A_0B_0 长为半径作弧与圆交于 A_0 点, 延长 D_1A_0 到 A_1 点, 使得 $\angle A_0A_1B_0=90^\circ$, 连接 A_0 和 D_2 点, 过 B_0 点作垂线得 A_2 , 在 B_0D_1 线上任取一点为 B_1 , 作 $B_1B_2//D_1D_2$, 与 B_0D_2 线交于 B_2 点, 这样已经画出处于 1 和 2 位置的机构。各构件长度可以在图上量出, 也可计算得出。因为 $\angle D_2A_0B_0=\angle D_2D_1B_0$, 所以有 $\angle A_0B_0A_2=\angle A_0B_0A_1=\frac{\psi_0}{2}$, 这样得出

$$A_0A_2=A_0A_1=A_0B_0 \cdot \sin \frac{\psi_0}{2} \quad (6-17)$$

进一步通过几何运算有

$$A_2B_2^2 = A_1B_1^2 = B_0B_2^2 + \left(A_0B_0 \cos \frac{\psi_0}{2} \right)^2 \left(1 - \frac{4B_0B_2 \sin \frac{\psi_0}{2}}{D_1D_2} \right) \quad (6-18)$$

$$A_2D_2 = \sqrt{\left(\frac{D_1D_2}{2 \sin \frac{\psi_0}{2}} \right)^2 - \left(A_0B_0 \cos \frac{\psi_0}{2} \right)^2} \quad (6-19)$$

由于 B 点是任取的, 所以此问题也有无限多解。可考虑其他附加条件, 如 A_0A 能否成为曲柄, 机构运动时的传动角是否足够大等来选取较优解。

3. 对称连杆曲线的设计 图 1-24 给出对称连杆曲线的分类, 下面说明设计方法。

设计具有 1 或 2 个尖点的对称连杆曲线的方法可参阅本章三、(四)、2。这里补充说明, 一个尺度已定的能画对称连杆曲线的四连杆机构只能画出两条具有 1 个尖点和一条具有 2 个尖点的对称连杆曲线, 如图 6-25(a) 所示。当曲柄 A_0A 上 A 点转到 A_0A 与机架 A_0B_0 叠合位置 A_d 时, 连杆的绝对运动速度瞬心与 B_0 点重合, 同时以 B 点为中心、 l_2 长为半径作的 K_C 圆也经过 B_0 点。如果取该点为连杆点, 画出连杆曲线在 B_0 处有一个尖点。

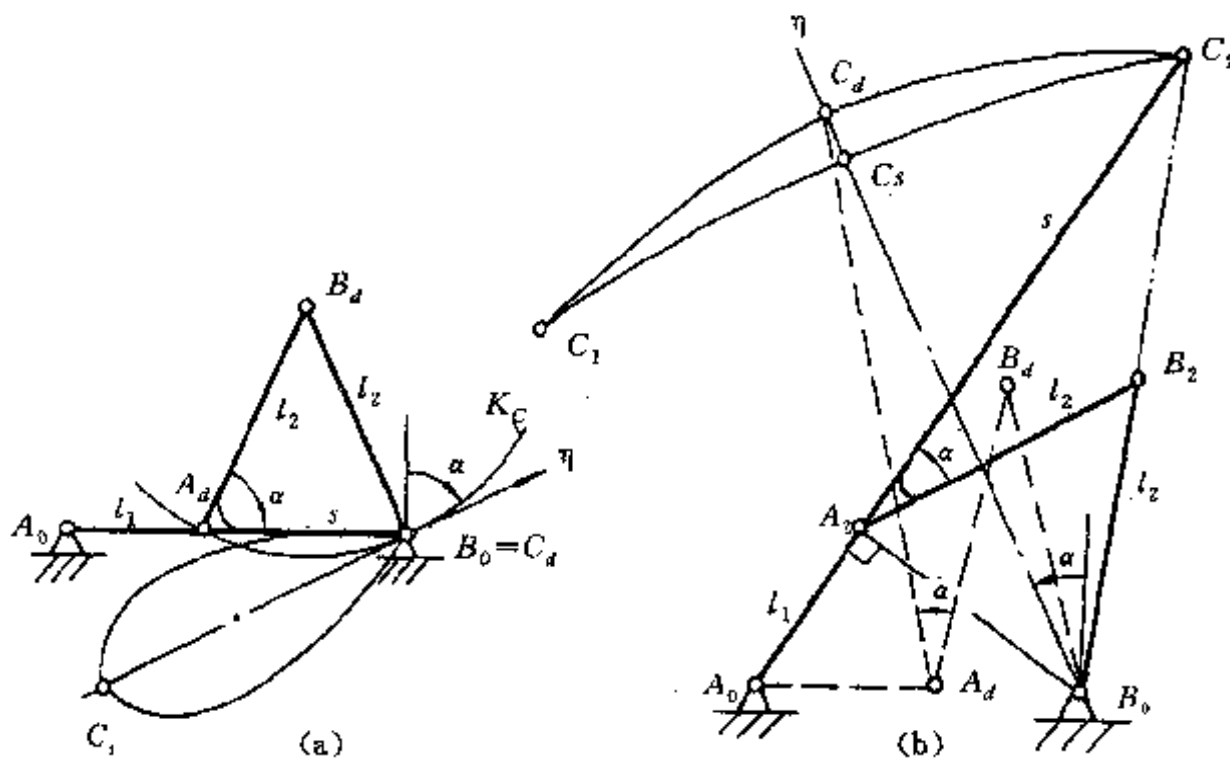


图 6-25 具有尖点的对称连杆曲线

设 $A_0A=l_1, AB=BB_0=l_2, A_0B_0=l_4, C$ 点可确定如下:

$$\alpha = \angle BAC = -\arccos \frac{l_4 - l_1}{2l_2} \quad (6-20)$$

$$s = AC = l_4 - l_1 \quad (6-21)$$

图中按 α 角的转向画出曲线的对称轴。注意当 A 点转到 A_0A 与 A_0B_0 相伸展的 A_1 点时, C 点移动到曲线的顶点, 所以曲线在对称轴上的长度 C_1C_2 可用解析法算出。

如图 6-25(b) 所示, 当

$$\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{l_4^2 - l_1^2}}{2l_2} \quad (6-22)$$

$$s = \sqrt{4l_2^2 + l_1^2 - l_4^2} \quad (6-23)$$

C 点画出具有两个尖点的连杆曲线, 曲线的尺度受机构尺度的影响,

$$C_1C_2 = \frac{4l_1l_2}{l_4} \quad (6-24)$$

$$C_1C_2 = 2l_2[\sin(\alpha + \beta_d) - \sin(\alpha + \beta_s)]$$

其中

$$\beta_d = \arccos \frac{l_4 - l_1}{2l_2}, \beta_s = \arccos \frac{l_4 + l_1}{2l_2} \quad (6-25)$$

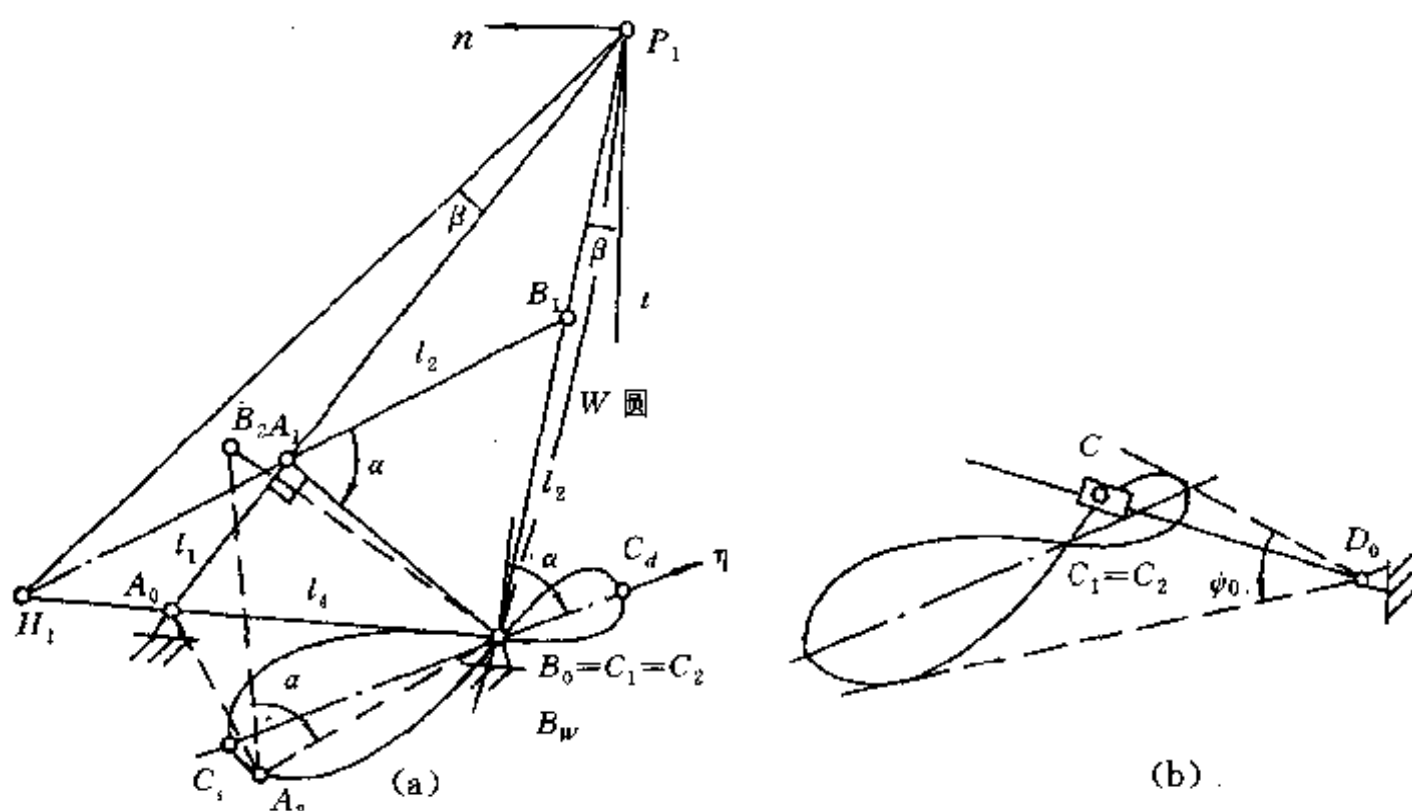


图 6-26 8 字形对称连杆曲线

图 6-26(a) 中取曲柄 A_0A 转动过程中的两个特殊位置, 即 $\angle A_0A_1B_0 = \angle A_0A_2B_0 = 90^\circ$, 同时选定连杆上的长度 AC , 使 C_1 和 C_2 点正好与 B_0 点重合。由于 $\triangle A_1B_1C_1 \cong \triangle A_2B_2C_2$, 取这样的 C 点可能。当曲柄转动一周时, 连杆上的 C 点两次与 B_0 点重合, 其运动轨迹必在 B_0 点有一个结点。又因为该运动轨迹对称于过 B_0 点的 η 轴, 所以是一条 8 字形的曲线。利用伯比利尔极点切线法, 还可证明曲线在 C_1 (即 C_2) 点附近平直。以图中 1 位置为例, 用第三章介绍的方法画出共线轴 P_1H_1 , 再根据 β 角确定过 P_1 点的 $n-t$ 坐标系, 从而画出连杆为 1 位置时的转折圆 W 。设 B_w 为 B_1B_0 线与转折圆的交点, B_1 点事实上绕 B_0 点转动, 按照公式(3-17)有

$$B_1B_w \cdot B_1B_0 = B_1P_1^2$$

$B_1B_0 = l_2, B_1P_1 = l_2$, 所以 $B_1B_w = l_2$, 说明 B_w 点与 C_1 点重合, 亦即转折圆经过 C_1 点。过 C_1 点的连杆曲线的曲率半径为无限大, 所以曲线呈现平直。同理可证明过 C_2 点的连杆曲线也平直。

如果用这样的 8 字曲线去驱动导杆, 如图 6-26(b) 所示, 导杆摆角为 ψ_0 , 在摆动的中间位置

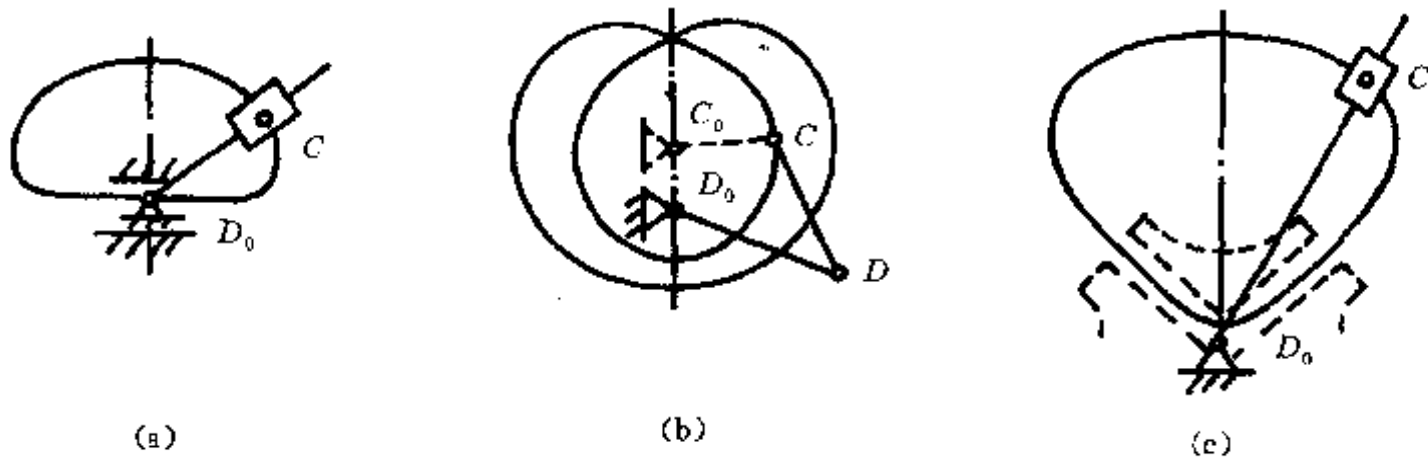


图 6-27 对称连杆曲线实现传动要求
(a)单向间歇转 180° (b)旋转两周 (c)两极位置停歇

出现较长时间的停歇。

用对称连杆曲线去驱动其他杆组实现一定的传动要求应用很广,除了上面的例子外,图 6-27 又列举三种,以期达到启发作用。

图 6-27(a)是用带平直段的对称连杆曲线驱动导杆,当 C 点运动到曲线平直部分时滑块仅在导杆上滑动,导杆静止不动。为了保证良好的静止,在 D_0 点设置短导路,克服 C 点运动到 D_0 时导杆可能出现的摆头现象。这样一来,导杆实现了间歇一单向转动 180° 的运动。传统的间歇运动机构——槽轮机构不能实现从动件(槽轮)每次转位 180°,而这里可以实现。

图 6-27(b)是一种更巧妙的构思。双曲柄机构的对称连杆曲线可有内凹的 8 字曲线形状,曲线上 C 点的曲率中心 C_0 在图中以虚线表示,若选由 D_0DC 组成的杆组, $D_0D=DC$, $D_0C_0 < CC_0$,主动曲柄转一周时 C 点走完整个内凹的 8 字线,同时输出构件 DD_0 绕 D_0 点转动两周,达到运动倍增的目的。

图 6-27(c)中采用 V 形对称连杆曲线,带动导杆运动时导杆在两极限位置停歇。如果把导杆换成槽轮,就可用 V 形曲线驱动槽轮机构(图中用虚线表示),由于导销 C 进出槽轮时运动方向与槽轮上的轮槽一致,运动十分平稳。

(五)仿形机构

仿形机构用来对几何图形进行缩、放和转动。

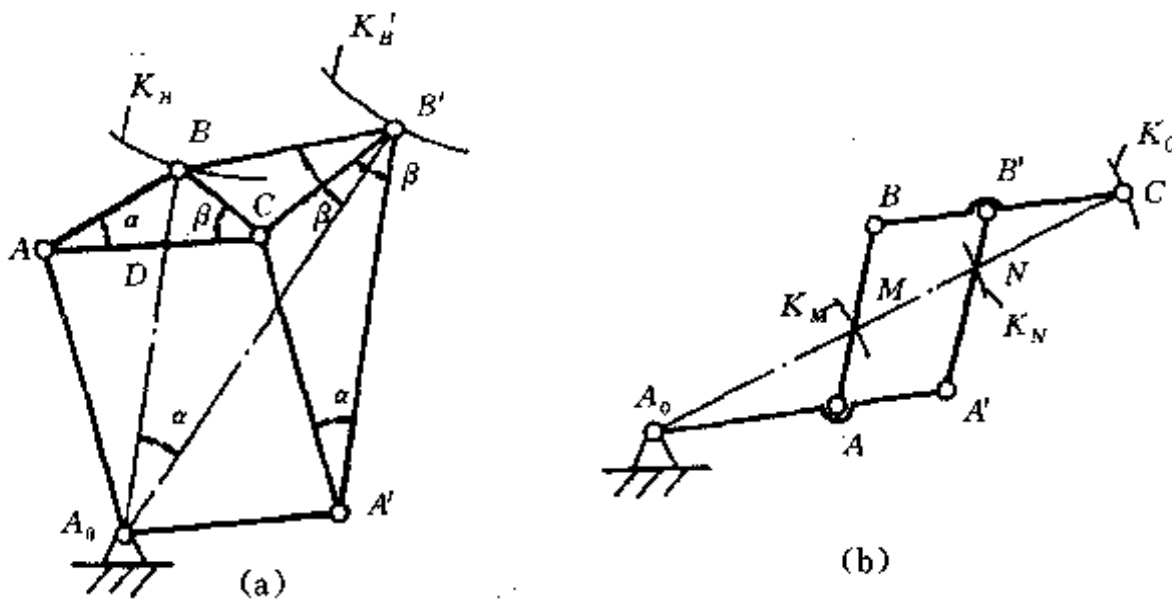


图 6-28 仿形机构

图 6-28(a)是由五个构件组成的仿形机构。当 B 点沿 K_B 曲线移动时, B' 点画出 $K_{B'}$ 曲线。要求机构中 A_0ACA' 为平行四边形。又由于 $\triangle ABC \sim \triangle A'CB'$, 所以有 $\frac{AB}{AC} = \frac{A'C}{A'B'}$ 。因为 $AC = A_0A'$, $A'C = A_0A$, 所以

$$\frac{AB}{A_0A'} = \frac{A_0A}{A'B'}$$

因为 $\angle CAA_0 = \angle CA'A_0$, 则有

$$\angle BAA_0 = \alpha + \angle CAA_0 = \angle \alpha + \angle CA'A_0 = \angle A_0A'B'$$

所以 $\triangle A_0AB \sim \triangle B'A'A_0$,

$$\frac{A_0B}{A_0B} = \frac{A_0A'}{AB} = \frac{A'A'}{AA_0}$$

AB 的大小可在 $\triangle ABC$ 中用正弦定理写成

$$AB = \frac{AC \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}, \text{ 结果是}$$

$$\frac{A_0B'}{A_0B} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = K (\text{常数}) \quad (6-26)$$

$K = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$ 称为放大系数, 说明 K_B 曲线对 K_B 的放大程度。

又因为 $\angle ABA_0 = \angle A'A_0B'$, 而 $\angle BA_0A' = \angle BDC = 2 + \angle ABA_0$, 所以又得出

$$\angle BA_0B' = \alpha \quad (6-27)$$

α 称为转动系数, K_B 曲线相对 K_B 曲线转动了 α 角度。

可以看出, 实际上 $\triangle ABC \sim \triangle A'CB' \sim \triangle A_0BB'$, 这样就很容易记住这个机构的特点。

图 6-28(b) 是另一种仿形机构, 也是五杆机构, 要求 $ABB'A'$ 为平行四边形。从图形关系可知,

$$A_0M : A_0N : A_0C = A_0A : A_0A' : (A_0A + BC)$$

所以 M 、 N 和 C 点画出的曲线完全相似, 几何图形可进行缩或放, 但不发生转动。

第七章 凸轮机构的运动规律和方程

一、概述

对于高效率的机械化和自动化生产设备来说,机构往往限制机器的效能,但是用凸轮机构,人们可借助最少的构件数完成几乎一切工程技术过程中的运动要求,所以它是在各种机械、装置和仪表中应用最广泛的非匀速传动机构。

凸轮机构主要用于传动机构。设输入量为 x , 输出量为 y , 函数要求 $y=f(x)$ 可用凸轮机构来实现。一般凸轮是主动件, 根据主动、从动的运动特性, 可把凸轮机构分为四类, 如图 7-1 所示。图中只列出平面凸轮机构, 也可以是空间凸轮机构, 其中 D-D 和 D-S 型比较常用。





从 主	转(D)	移(S)
转(D)	 D-D	 D-S
移(S)	 S-D	 S-S

图 7-1 凸轮机构的分类

一般文献中, 都是根据表 7-1 所示的停歇—停歇型边界条件来讨论从动件运动规律。随着机械化和自动化装置的发展, 有必要详细研究各种边界条件下的从动件运动规律, 并进行优化, 本章的内容即解决这一课题。在讨论中, 采用无量纲表达方式, 并列出了通用无量纲三角函数运动方程, 使凸轮机构的设计系统化, 并有利于计算机辅助设计。

二、凸轮机构的运动规律和相应方程

(一) 运动规律选择的基本要求

在选择运动规律时, 要优先考虑高质量的传动, 即减少振动、噪声和磨损。

以图 7-1 中所示 D-D 型和 D-S 型凸轮机构为例。在图 7-2 中, 用横坐标 t 表示凸轮转动的时间, 纵坐标 ψ 和 s 表示从动件的角位移和线位移, ω_b 和 v 表示角速度和线速度, α_b 和 a 表示角加速度和线加速度。在图 7-2 所示运动线图中, 若加速度曲线上有无限大的跳跃, 速度曲线上出现有限跳跃, 位移曲线上有折点, 称从动件运动在该时间受到刚性冲击, 在一般情况下应避

免。在要求有较高传动质量时,柔性冲击也应避免。柔性冲击反映在加速度曲线上为有限跳跃,在速度曲线上为有折点,而位移曲线虽然光滑和连续,但在柔性冲击点的两侧有突变的曲率,即曲率变化不连续。

为了减少机构运行时的振动,有时还要求加速度曲线连续并且光滑,即加速度的导数跃动曲线不发生跳跃。现代无梭织机凸轮机构的设计即满足这种要求,将在第八章中讨论。

为了能根据对机构提出的不同要求(如动能、惯性力、转矩平衡等因素)来优化运动规律,还必须研究各种运动规律的特性值,如从动件的最大速度、最大加速度以及最大驱动转矩等。

(二)基本概念

图 7-2 中的运动规律表示凸轮机构主、从动件运动的相互关系,相应的机构如图 7-3 所示。

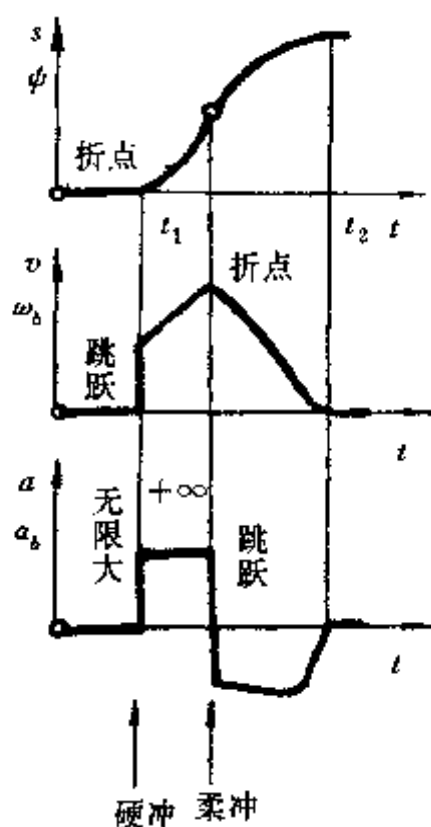


图 7-2 刚性和柔性冲击

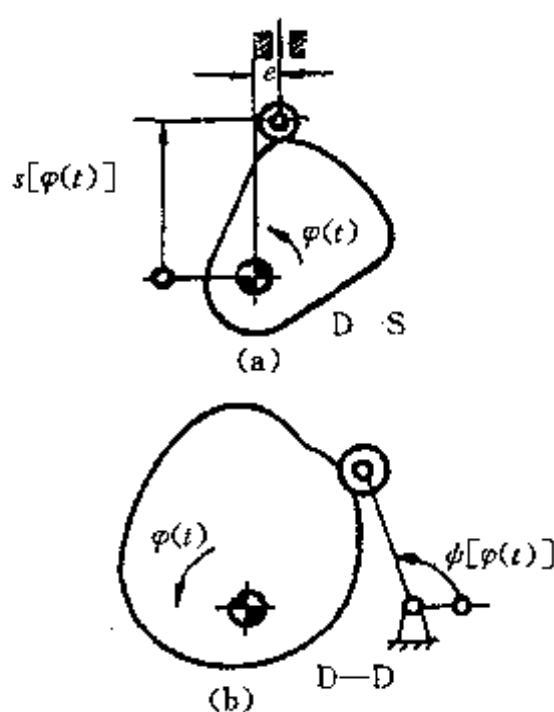


图 7-3 输入输出运动

在 D-D 和 D-S 型凸轮机构中,主动凸轮的转角与时间有关,可写成 $\varphi(t)$ 。用“ \cdot ”表示从动件运动对 φ 求导,用“ \cdot ”表示对时间 t 求导,可得:

$$\dot{s} = s' \dot{\varphi}; \dot{\psi} = \psi' \dot{\varphi} \quad (7-1a)$$

$$\ddot{s} = s'' \dot{\varphi}^2 + s' \ddot{\varphi}; \ddot{\psi} = \psi'' \dot{\varphi}^2 + \psi' \ddot{\varphi} \quad (7-1b)$$

一般认为凸轮匀速转动,即 $\dot{\varphi} = \omega_a$ 为常数, $\ddot{\varphi} = 0$, 上式可简化为

$$\dot{s} = s' \omega_a; \dot{\psi} = \psi' \omega_a \quad (7-2a)$$

$$\ddot{s} = s'' \omega_a^2; \ddot{\psi} = \psi'' \omega_a^2 \quad (7-2b)$$

下面只论述 D-S 型凸轮机构, D-D 型凸轮机构的情况类同。

(三)运动简图和运动曲线图

作为设计的第一步,应根据工作要求确定对从动件运动的要求,以 φ 为横坐标、 s 为纵坐标制订出运动简图,见图 7-4。在图中,根据对从动件运动的不同要求(停,升,降等)把简图分成区域,每个区域的边界点应标出有关的值。在任一运动区域 ik 内,凸轮的区域转角为

$$\Phi_{ik} = \varphi_k - \varphi_i \quad (7-3)$$

从动件的区域位移为

$$S_{ik} = s_k - s_i \quad (7-4)$$

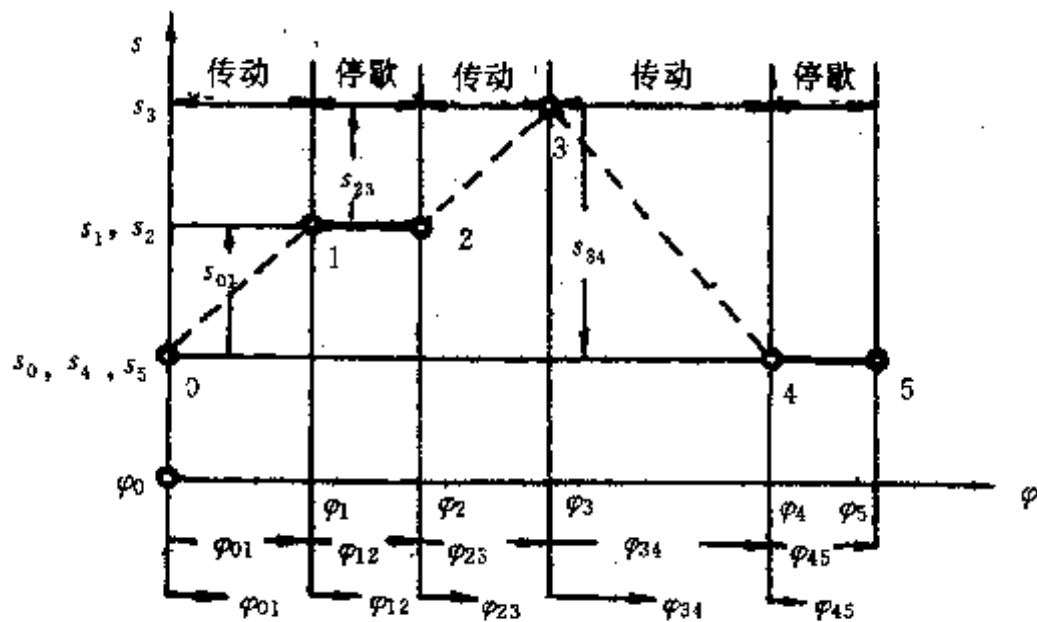


图 7-4 运动简图

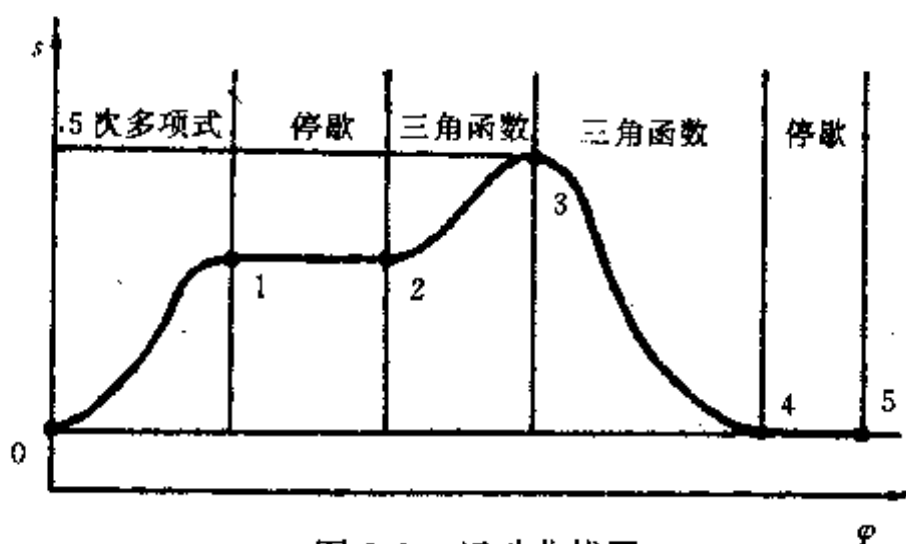


图 7-5 运动曲线图

若运动在该 ik 区域内, 则有

$$\varphi_{ik} = \varphi - \varphi_i \quad (7-5)$$

$$s_{ik} = s - s_i \quad (7-6)$$

对不同的区域选用运动规律, 运动简图就成了图 7-5 所示的运动曲线图。

(四) 边界条件

在运动简图中, 各区域边界点是根据位移 s 对转角 φ 的一阶导数 (代表速度) 和二阶导数 (代表加速度) 来确定的, 具有四种可能性:

边界点的速度 v 、加速度 a	运动特征	代号
$v=0; a=0$	静止	R
$v \neq 0; a=0$	定速度	G
$v=0; a \neq 0$	反向(返回)	U
$v \neq 0; a \neq 0$	一般运动	B

注 $v = s'$; $a = s''$ 。

每个区域有始点和终点两个边界点, 总计可组成 16 种区域, 见表 7-1。表中的字母为边界条件的代号, 如 U—U 型区域表示从动件运动在该区域始末端应无休止地立即反向。现代喷气织机实现棕框开口运动的一种凸轮机构就采用了这种运动区域, 可满足织机高速运转的要求。

(五) 无量纲运动规律

凸轮机构的运动规律可分为三大类, 即多项式、三角函数式和组合式 (多项式与三角函数组合) 运动规律。为了比较各种运动规律并写出有普遍意义的方程式, 必须采用无量纲表达式。例

表 7-1 不同边界条件组成的十六种运动区域

由到	停歇	等速	返回	一般运动
停歇	<p>R-R</p>	<p>R-G</p>	<p>R-U</p>	<p>R-B</p>
等速	<p>G-R</p>	<p>G-G</p>	<p>G-U</p>	<p>G-B</p>
返回	<p>U-R</p>	<p>U-G</p>	<p>U-U</p>	<p>U-B</p>
一般运动	<p>B-R</p>	<p>B-G</p>	<p>B-U</p>	<p>B-B</p>

如对图 7-4 中的区域 ik 来说, 凸轮的转角 φ_{ik} 是相对于区域转角 Φ_{ik} 而言。如图 7-6 所示, 用 z_{ik} 表示相对的、无量纲转角:

$$z_{ik} = \frac{\varphi_{ik}}{\Phi_{ik}} \quad (7-7)$$

同理, 用 f_{ik} 表示相对的、无量纲位移:

$$f_{ik} = \frac{s_{ik}}{S_{ik}} \quad (7-8)$$

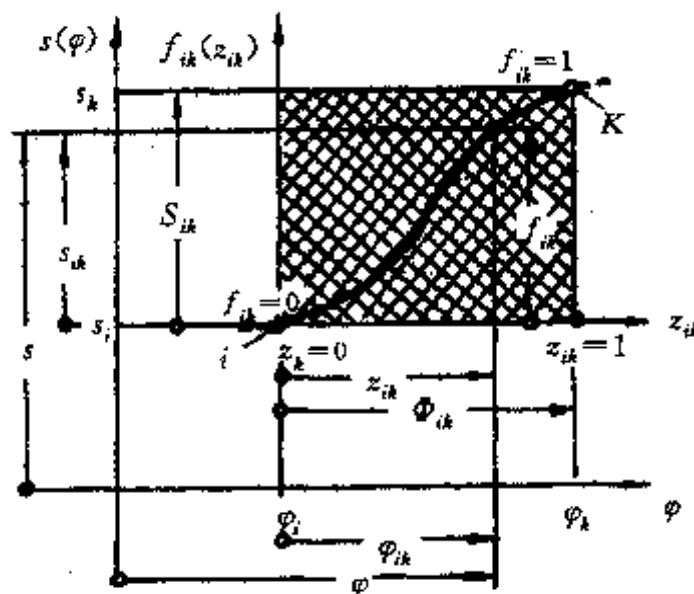


图 7-6 实际与无量纲运动规律之间的关系

从动件无量纲位移 f_{ik} 是凸轮无量纲转角 z_{ik} 的函数, 这就是无量纲运动规律:

$$f_{ik} = f_{ik}(z_{ik}) \quad (7-9)$$

无量纲运动规律的一阶、二阶和三阶导数为:

$$f'_{ik} = \frac{df_{ik}}{dz_{ik}} \quad (7-10)$$

$$f''_{ik} = \frac{d^2 f_{ik}}{dz_{ik}^2} \quad (7-11)$$

$$f'''_{ik} = \frac{d^3 f_{ik}}{dz_{ik}^3} \quad 2)$$

从动件的真实运动规律及其各阶导数可表示为:

$$s_{ik} = f_{ik} S_{ik} \quad (7-13)$$

$$\dot{s}_{ik} = s'_{ik} \cdot \varphi_2 = f'_{ik} \frac{S_{ik}}{\Phi_{ik}^2} \omega_a \quad (7-14)$$

$$\ddot{s}_{ik} = s''_{ik} \cdot \varphi^2 = f''_{ik} \frac{S_{ik}}{\Phi_{ik}^2} \omega_a^2 \quad (7-15)$$

$$\ddot{\ddot{s}}_{ik} = s'''_{ik} \cdot \varphi^3 = f'''_{ik} \frac{S_{ik}}{\Phi_{ik}^2} \omega_a^3 \quad (7-16)$$

当为摆动从动件时, 以 Ψ_{ik} 代替 S_{ik} 代入公式(7-13)~式(7-15)。要注意转角 Ψ 和 Φ 都应以弧度表示。

无量纲运动规律的位移线图总包含在边长为单位长 1 的正方形内, 这就说明, 无量纲运动规律及其各阶导数与区域的大小 Φ_{ik} 和 S_{ik} 无关, 可以用其各阶导数 $f'(z)$, $f''(z)$, $f'''(z)$ 和 $f'(z) \cdot f''(z)$ 的最大值 C_v 、 C_a 、 C_j 和 C_m 作为特性指标, 来比较和评定各种运动方程的优劣和适用程度。

C_v 是无量纲速度的最大值。若从动件的负荷是静态的, 如弹簧力、重力和静态的工作阻力, 则驱动转矩与无量纲速度 $f'(z)$ 成正比, 所以 C_v 值可认为是静态转矩特性值, C_v 值较小, 则静态驱动转矩也较小。 C_v 还与机构压力角有关, C_v 值小, 使得最大压力角 α_{max} 也小, 因而, 凸轮可以设计得小一点。

C_a 是无量纲加速度的最大值。当 C_a 值较小时, 惯性力自然也较小。高速凸轮机构应选择 C_a 值较小的运动规律。

C_j 是无量纲跃动的最大值。跃动是加速度的导数, 反映了惯性力变化的情况。保持跃动曲线的连续并减少 C_j 值可减少机构的振动, 这一点对高速凸轮机构很重要。

C_m 为 $f'(z) \cdot f''(z)$ 的最大值, 称为动力特性值。当 C_m 值较小时, 由从动件的惯性力引起的凸轮驱动转矩也较小, 在设计高速凸轮机构时应考虑这一因素。

在应用非对称运动规律时, 特性值可能为绝对值不相等的正负两个极大值, 例如 C_v 和 C_v^* 。有时还需要比较极大值和边界点处的值, 以找到真正的最大值。

(六) 无量纲运动规律和方程

1. R—R 区域的无量纲运动规律和方程 在区域内, 从动件的运动过程为由停歇到运动到停歇, 是一种最常见的运动区域。图 7-2 表示从动件在时间 t_1 由静止开始运动, 在时间 t_2 实现升程运动后又静止不动。在整个运动区域内, 若速度曲线作左右对称分布, 称为对称运动规律, 否

则称为不对称运动规律,图 7-2 为不对称运动规律。

对于 R—R 区域,对称运动规律用得较多,因为与不对称运动规律相比,其最大加速度值 C_a 较小。不对称运动规律常用于力封闭的凸轮机构,可以减小闭合弹簧的作用力,从而减轻从动件对凸轮轮廓的压力,并减少驱动转矩。也有根据工作阻力与惯性力的配合关系来选用非对称运动规律的。

表 7-2 列出常用于 R—R 型的对称无量纲运动规律的速度、加速度、跃动和动力特性曲线及其特性值,以供比较和选择。一般应选用无刚性和柔性冲击的运动规律,但机构运动较慢时也可使用有柔性冲击的运动规律,例如余弦运动规律。余弦运动规律的 C_a 值很小,所以静驱动转矩值较小,这是其优点。

表 7-2 用于 R—R 区域的对称无量纲运动规律

运动规律	优点	缺点	$f'(z)$	$f''(z)$	$f'''(z)$	$f'(z) \cdot f''(z)$
直线 (2次硬冲)		由于刚性冲击,造成振动、噪声和磨损				
抛物线 (3次柔冲)	C_a 值最小,惯性力最小	加速度跳跃、振动、磨损、力封闭时要求弹簧力大				
余弦 (2次柔冲)	C_a 低, C_m 低, C_v 低	加速度跳跃、振动、噪声、磨损				
5次多项式 (无冲击)	C_v, C_a, C_m 低, 即力和力矩较小	C_j 值比正弦时高				
正弦 (无冲击)	C_j 值最低, 振动小, 适用于高转速	C_v, C_a, C_m 值比5次多项式时高				
改进梯形 (无冲击)	C_a 值最低, 惯性力小	C_j 值比正弦时高, C_a 值小				
改进余弦 (无冲击)	C_v, C_a, C_m 低, 适用于高转速	C_j 值比正弦时高, C_v 和 C_a 值较小				

下面列出表 7-2 中各种运动规律的方程。

直线运动规律：

$$0 \leq z \leq 1$$

$$f = z \quad (7-17)$$

$$f' = 1 \quad (7-18)$$

$$f'' = 0 \quad (7-19)$$

抛物线运动规律：

$$0 \leq z \leq 0.5$$

$$f_1 = 2z^2 \quad (7-20)$$

$$f'_1 = 4z \quad (7-21)$$

$$f''_1 = 4 \quad (7-22)$$

$$0.5 \leq z \leq 1$$

$$f_2 = 1 - 2(z-1)^2 \quad (7-23)$$

$$f'_2 = -4(z-1) \quad (7-24)$$

$$f''_2 = -4 \quad (7-25)$$

余弦运动规律：

$$0 \leq z \leq 1$$

$$f = \frac{1}{2} [1 - \cos(\pi z)] \quad (7-26)$$

$$f' = \frac{\pi}{2} \sin(\pi z) \quad (7-27)$$

$$f'' = \frac{\pi^2}{2} \cos(\pi z) \quad (7-28)$$

5 次方运动规律：

$$0 \leq z \leq 1$$

$$f = 10z^3 - 15z^4 + 6z^5 \quad (7-29)$$

$$f' = 30z^2 - 60z^3 + 30z^4 \quad (7-30)$$

$$f'' = 60z - 180z^2 + 120z^3 \quad (7-31)$$

正弦运动规律：

$$0 \leq z \leq 1$$

$$f = z - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi z) \quad (7-32)$$

$$f' = 1 - \cos(2\pi z) \quad (7-33)$$

$$f'' = 2\pi \sin(2\pi z) \quad (7-34)$$

改进梯形运动规律：

$$0 \leq z \leq \frac{1}{8}$$

$$f_1 = \frac{2}{\pi + 2} \left[z - \frac{1}{4\pi} \sin(4\pi z) \right] \quad (7-35)$$

$$f_1' = \frac{2}{\pi + 2} [1 - \cos(4\pi z)] \quad (7-36)$$

$$f_2 = \frac{8\pi}{\pi + 2} \sin(4\pi z) \quad (7-37)$$

$$\frac{1}{8} \leq z \leq \frac{3}{8}$$

$$f_2 = \frac{1}{\pi + 2} [4\pi z^2 + (2 - \pi)z + \frac{\pi^2 - 8}{16}] \quad (7-38)$$

$$f_2' = \frac{1}{\pi + 2} (8\pi z + 2 - \pi) \quad (7-39)$$

$$f_2'' = \frac{8\pi}{\pi + 2} \quad (7-40)$$

$$\frac{3}{8} \leq z \leq \frac{1}{2}$$

$$f_3 = \frac{2}{\pi + 2} \left\{ (\pi + 1)z - \frac{1}{4\pi} \sin[4\pi(z - \frac{1}{4})] - \frac{\pi}{4} \right\} \quad (7-41)$$

$$f_3' = \frac{2}{\pi + 2} \left\{ \pi + 1 - \cos[4\pi(z - \frac{1}{4})] \right\} \quad (7-42)$$

$$f_3'' = \frac{8\pi}{\pi + 2} \cdot \sin[4\pi(z - \frac{1}{4})] \quad (7-43)$$

$$\frac{1}{2} \leq z \leq \frac{5}{8}$$

$$f_4 = 1 - f_3(1 - z) \quad (7-44)$$

这里 $f_3(1-z)$ 表示用 $(1-z)$ 去代替 f_3 公式中的 z 。

$$f_4' = f_3'(1 - z) \quad (7-45)$$

$$f_4'' = -f_3''(1 - z) \quad (7-46)$$

$$\frac{5}{8} \leq z \leq \frac{7}{8}$$

$$f_5 = 1 - f_2(1 - z) \quad (7-47)$$

$$f_5' = f_2'(1 - z) \quad (7-48)$$

$$f_5'' = -f_2''(1 - z) \quad (7-49)$$

$$\frac{7}{8} \leq z \leq 1$$

$$f_6 = 1 - f_1(1 - z) \quad (7-50)$$

$$f_6' = f_1'(1 - z) \quad (7-51)$$

$$f_6'' = -f_1''(1 - z) \quad (7-52)$$

改进余弦运动规律是用正弦运动规律修正余弦运动规律,从而消除柔性冲击:

$$0 \leq z \leq \frac{1}{8}$$

$$f_1 = \frac{\pi}{4 + \pi} \left[z - \frac{1}{4\pi} \sin(4\pi z) \right] \quad (7-53)$$

$$f_1' = \frac{\pi}{4 + \pi} [1 - \cos(4\pi z)] \quad (7-54)$$

$$f_1'' = \frac{4\pi^2}{4 + \pi} \sin(4\pi z) \quad (7-55)$$

$$\frac{1}{8} \leq z \leq \frac{7}{8}$$

$$f_2 = \frac{\pi}{4 + \pi} \left\{ \frac{2}{\pi} + z - \frac{9}{4\pi} \sin\left[\frac{\pi}{3}(1 + 4z)\right] \right\} \quad (7-56)$$

$$f_2' = \frac{\pi}{4 + \pi} \left\{ 1 - 3\cos\left[\frac{\pi}{3}(1 + 4z)\right] \right\} \quad (7-57)$$

$$f_2'' = \frac{4\pi^2}{4 + \pi} \sin\left[\frac{\pi}{3}(1 + 4z)\right] \quad (7-58)$$

$$\frac{7}{8} \leq z \leq 1$$

$$f_3 = \frac{\pi}{4 + \pi} \left[\frac{4}{\pi} + z - \frac{1}{4\pi} \sin(4\pi z) \right] \quad (7-59)$$

$$f_3' = \frac{\pi}{4 + \pi} [1 - \cos(4\pi z)] \quad (7-60)$$

$$f_3'' = \frac{4\pi^2}{4 + \pi} \sin(4\pi z) \quad (7-61)$$

在位移线图中,位移曲线的曲率在曲线的特定点上改变方向,该点称为转折点 W 。在 W 点速度有极值而加速度值为零。对于对称运动规律, W 点的坐标为 $z=0.5$ 和 $f=0.5$ 。不对称运动规律可通过 W 点的偏、移而形成。在图 7-7 中,可使 W 点在 $f=z$ 的斜直线上移动,得到期望

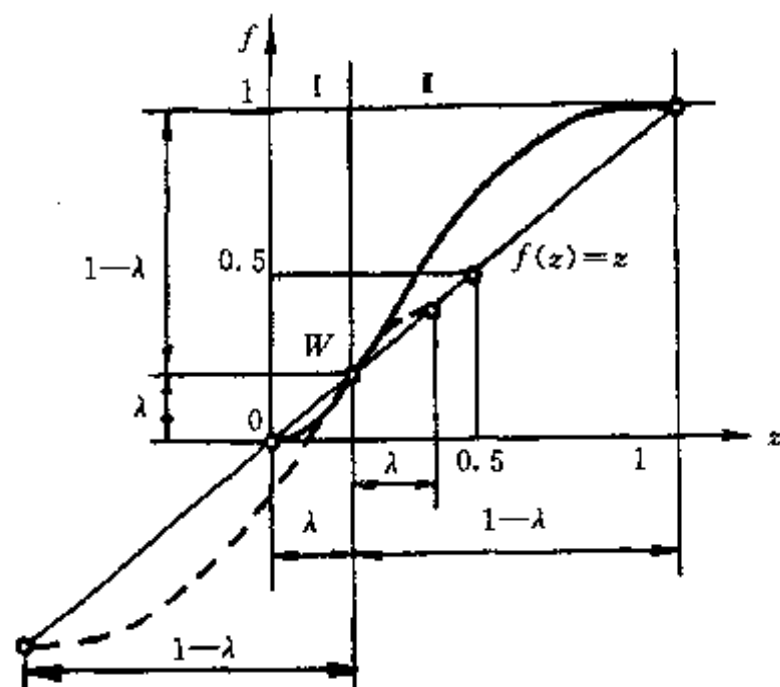


图 7-7 根据无量纲对称运动规律导出无量纲非对称运动规律

的非对称运动规律,而当 W 点偏离了斜直线,也可得到非对称运动规律。

对于常用的 W 点移动的非对称运动规律,可用下述方法简便写出运动方程。在图 7-7 中,把 $0 \leq z \leq \lambda$ 和 $\lambda \leq z \leq 1$ 各认为是扩大或缩小了的对称运动规律的一半,用符号 $f(\bar{z})$ 、 $f'(\bar{z})$ 、 $f''(\bar{z})$ 和 $f'''(\bar{z})$ 表示相应的对称运动规律,非对称运动方程为:

$$0 \leq z \leq \lambda$$

$$\bar{z} = \frac{z}{2\lambda} \quad (7-62)$$

$$f(z) = 2\lambda f(\bar{z}) \quad (7-63)$$

$$f'(z) = f'(\bar{z}) \quad (7-64)$$

$$f''(z) = \frac{1}{2\lambda} f''(\bar{z}) \quad (7-65)$$

$$f'''(z) = \left(\frac{1}{2\lambda}\right) f'''(\bar{z}) \quad (7-66)$$

$$\lambda \leq z \leq 1$$

$$\bar{z} = 0.5 + \frac{z - \lambda}{2(1 - \lambda)} \quad (7-67)$$

$$f(z) = \lambda + 2(1 - \lambda) [f(\bar{z}) - 0.5] \quad (7-68)$$

$$f'(z) = f'(\bar{z}) \quad (7-69)$$

$$f''(z) = \frac{1}{2(1 - \lambda)} f''(\bar{z}) \quad (7-70)$$

$$f'''(z) = \left(\frac{1}{2(1 - \lambda)}\right)^2 f'''(\bar{z}) \quad (7-71)$$

设 C_v 、 C_a 、 C_j 和 C_m 为相应对称运动规律的特性值, W 点移动后的特性值为:

$$C_v = C_v \quad (7-72)$$

$$0 \leq z \leq \lambda$$

$$C_a = \frac{C_a}{2\lambda} \quad (7-73)$$

$$C_j = \left(\frac{1}{2\lambda}\right)^2 C_j \quad (7-74)$$

$$C_m = \frac{1}{2\lambda} C_m \quad (7-75)$$

$$\lambda \leq z \leq 1$$

$$C_a^* = \frac{1}{2(1 - \lambda)} C_a \quad (7-76)$$

$$C_j^* = \left[\frac{1}{2(1 - \lambda)}\right]^2 C_j \quad (7-77)$$

$$C_m^* = \frac{1}{2(1 - \lambda)} C_m \quad (7-78)$$

图 7-8 表示 W 点移动系数 λ 对 $\frac{C_a}{C_v}$ 和 $\frac{C_a^*}{C_v}$ 的影响。

例 7-1 为改善柴油机进气伐门开启时的运动, 即要求伐门迅速开启而增加时间与开启度的积分值, 采用 W 点移动的非对称余弦运动规律来实现伐门凸轮机构的运动。在现代织机设计中, 为改进棕框的开口运动, 也需要采用这种运动规律。试写出运动方程以便进一步设计凸轮机构。

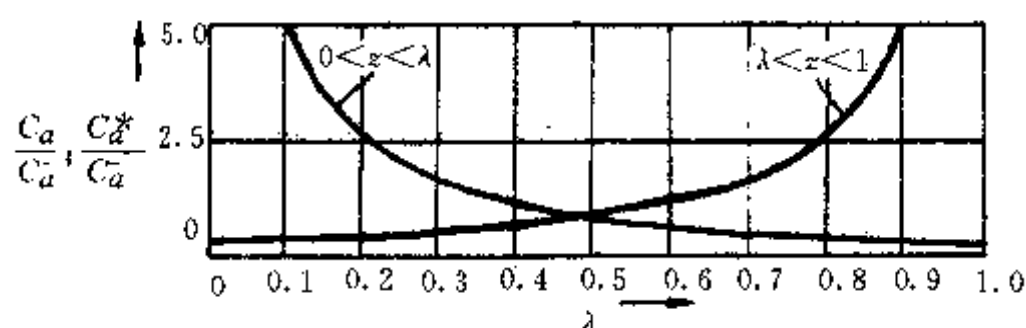


图 7-8 λ 值对 $\frac{C_a}{C_a^*}$ 和 $\frac{C_a^*}{C_a}$ 值的影响

解:图 7-9 为非对称余弦运动规律运动线图。

首先写出运动方程,由式(7-26)可知,余弦运动方程为

$$f = \frac{1}{2} [1 - \cos(\pi z)]$$

对于非对称运动规律, $0 \leq z \leq \lambda$ 时由式(7-62)得出

$$\bar{z} = \frac{z}{2\lambda}$$

由式(7-63)可知,

$$f = 2\lambda f(\bar{z}) = 2\lambda \cdot \frac{1}{2} [1 - \cos(\pi \cdot \frac{z}{2\lambda})] = \lambda [1 - \cos \frac{\pi z}{2\lambda}]$$

$\lambda \leq z \leq 1$ 时,由式(7-67)可知, $\bar{z} = 0.5 + \frac{z - \lambda}{2(1 - \lambda)}$, 而由式

(7-68)得

$$f = \lambda + 2(1 - \lambda) [f(\bar{z}) - 0.5] = \lambda + 2(1 - \lambda) [\frac{1}{2} (1 -$$

$$\cos \pi \cdot \frac{1 - \lambda + z - \lambda}{2(1 - \lambda)} - 0.5] =$$

$$\lambda - (1 - \lambda) \cos \frac{\pi(z + 1 - 2\lambda)}{2(1 - \lambda)}$$

对应的特性值为:

$$C_v = C_v = 1.57$$

C_a 由式(7-73)计算而得,而 C_a 由表 7-2 查出,

$$C_a = \frac{C_a}{2\lambda} = \frac{4.93}{2\lambda}$$

C_a^* 由式(7-76)计算而得,考虑到 C_a^* 的符号,

$$C_a^* = \frac{-C_a}{2(1 - \lambda)} = -\frac{4.93}{2(1 - \lambda)}$$

2. G—G 区域的无量纲运动规律和方程 为了保证无刚性和无柔性冲击,应寻求这样的运动规律,它们在边界点的加速度为零,而速度值与给定值一致,这可以表达为:

当 $z_{ik} = 0$ 时,

$$f_{ik}(0) = 0 \quad (7-79)$$

$$f'_{ik}(0) = s'_i \frac{\Phi_{ik}}{S_{ik}} \quad (7-80)$$

$$f''_{ik}(0) = 0 \quad (7-81)$$

当 $z_{ik} = 1$ 时,

$$f_{ik}(1) = 1 \quad (7-82)$$

$$f'_{ik}(1) = s'_k \frac{\Phi_{ik}}{S_{ik}} \quad (7-83)$$

$$f''_{ik}(1) = 0 \quad (7-84)$$

可用 5 次多项式运动方程来实现上述边界条件。G—G 区域可认为是表 7-1 中所述 B—B 区域的特殊情况, 即利用式 (7-138) ~ 式 (7-145) 表示 5 次多项式运动方程, 其中 $f''_{ik}(0) = f''_{ik}(1) = 0$, 而 $f'_{ik}(0)$ 和 $f'_{ik}(1)$ 的值按照式 (7-80) 和式 (7-83) 计算后代入。

也可用图 7-10 所示的修正正弦运动规律来满足这一要求, 并比 5 次多项式运动规律有更合理的特性值。为了写出运动方程, 应给定边界条件 $f'_{ik}(0)$ 和 $f'_{ik}(1)$, 它们由式 (7-80) 和式 (7-83) 计算而得。另外, 还应在转折点系数 λ 、加速度特性值 C_a 和 C_a^* 三个值中给定一个值。

若 λ 值给定, 可用下列方程计算出 C_a 、 C_a^* 和 C_v 值。

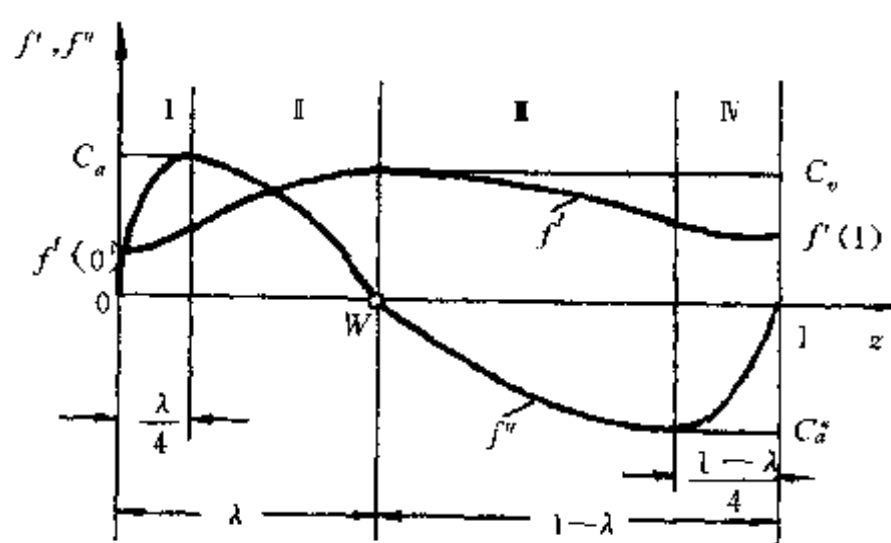


图 7-10 用于 G—G 的修正正弦、无量纲规律的一阶和二阶导数

$$C_a^* = \frac{-2\pi^2 [1 - f'(1) - f'(0) - f'(1) (\frac{3}{4} - \frac{1}{\pi}) \lambda]}{(1 - \lambda) (\pi + 4)} \quad (7-85)$$

$$C_a = [f'(1) - f'(0) \frac{\pi}{2\lambda} - C_a^* \frac{1 - \lambda}{\lambda}] \quad (7-86)$$

$$C_v = C_a \frac{2\lambda}{\pi} + f'(0) \quad (7-87)$$

若 C_a^* 值已给定, 可求出 λ 值,

$$\lambda = \frac{2\pi^2 [1 - f'(1)] + C_a^* (\pi + 4)}{2\pi^2 [f'(0) - f'(1)] (\frac{3}{4} - \frac{1}{\pi}) + C_a^* (\pi + 4)} \quad (7-88)$$

此后 C_a 和 C_v 可用式 (7-86) 和式 (7-87) 计算得出。

有时, 作为优选, 要求 $C_a = -C_a^*$, 则有

$$\lambda = -D \pm \sqrt{D^2 + D + \frac{\pi}{3\pi - 4}} \quad (7-89)$$

其中

$$D = \frac{4\pi \left[\frac{1 - f'(1)}{f'(1) - f'(0)} \right] - \pi + 4}{2(3\pi + 4)}$$

根据图 7-10, 整个 G—G 区域由四段组成:

$$0 \leq z \leq \frac{\lambda}{4}$$

$$p_1 = 2\pi \frac{z}{\lambda} \quad (7-90)$$

$$f_2 = C_a \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \left(z - \frac{9\lambda}{2\pi} \sin p_2 + \frac{4\lambda}{\pi} \right) + f'(0) \cdot z \quad (7-91)$$

$$f_1' = C_a \frac{\lambda}{2\pi} (1 - \cos p_1) + f'(0) \quad (7-92)$$

$$f_1'' = C_a \cdot \sin p_1 \quad (7-93)$$

$$\frac{\lambda}{4} \leq z \leq \lambda$$

$$p_2 = 2\pi \frac{z + 0.5\lambda}{3\lambda} \quad (7-94)$$

$$f_2 = C_a \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \left(z - \frac{9\lambda}{2\pi} \sin p_2 + \frac{4\lambda}{\pi} \right) + f'(0) \cdot z \quad (7-95)$$

$$f_2' = C_a \cdot \frac{\lambda}{2\pi} (1 - 3\cos p_2) + f'(0) \quad (7-96)$$

$$f_2'' = C_a \cdot \sin p_2 \quad (7-97)$$

$$\lambda \leq z \leq 1 - \frac{1-\lambda}{4}$$

$$p_3 = 2\pi \cdot \frac{z + 1.5 - 2.5\lambda}{3(1-\lambda)} \quad (7-98)$$

$$f_3 = -C_a^* \cdot \frac{1-\lambda}{2\pi} \left[z - \frac{p(1-\lambda)}{2\pi} \sin p_3 + \frac{4\lambda}{\pi} \right] + f'(1) \cdot z +$$

$$\left[f'(0) - f'(1) \right] \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{\pi} \right) \lambda \quad (7-99)$$

$$f_3' = -C_a^* \frac{1-\lambda}{2\pi} (1 - 3\cos p_3) + f'(1) \quad (7-100)$$

$$f_3'' = -C_a^* \sin p_3 \quad (7-101)$$

$$1 - \frac{1-\lambda}{4} \leq z \leq 1$$

$$p_4 = 2\pi \cdot \frac{z - \lambda}{1 - \lambda} \quad (7-102)$$

$$f_4 = -C_a^* \frac{1-\lambda}{2\pi} \left(z - \frac{1-\lambda}{2\pi} \sin p_4 - 1 \right) + 1 + f'(1) (z - 1) \quad (7-103)$$

$$f_4' = -C_a^* \cdot \frac{1-\lambda}{2\pi} (1 - \cos p_4) + f'(1) \quad (7-104)$$

$$f_4'' = -C_a^* \sin p_4 \quad (7-105)$$

3. U—U 区域的无量纲运动规律和方程 本节介绍的运动规律适用于 $f'(0)=f'(1)=0$, $f''(0)>0$ 和 $f''(1)<0$ 的场合。

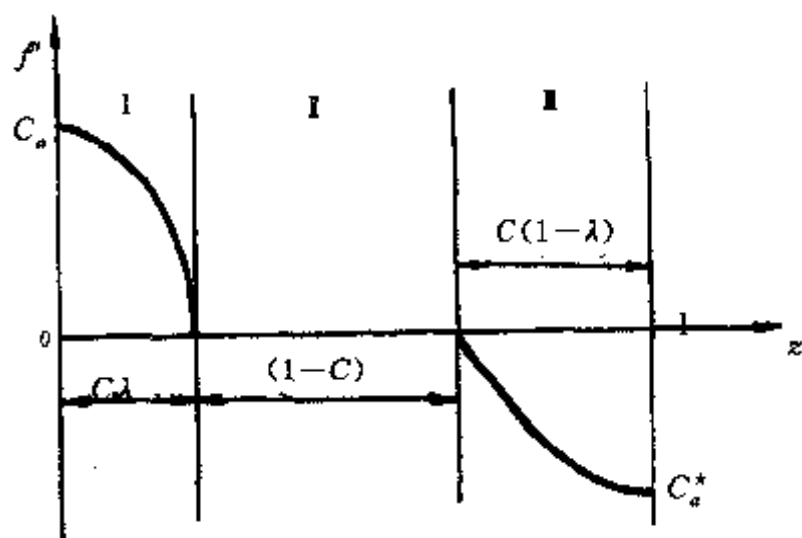


图 7-11 用于 U—U 的余弦—直线组合运动规律二阶导数曲线

图 7-11 为余弦—直线组合运动规律的二阶导数线图。从图中可以看出,系数 λ 和 C 把整个区域分为三段,通过选择 λ 和 C 值可得到 U—U 区域期望的 $f''(0)$ 和 $f''(1)$ 值,这种边界条件或者由工作任务给定,或者为使得在边界点处不发生柔性冲击而与相邻的运动规律相匹配。其运动方程为:

$$0 \leq z \leq C\lambda$$

$$f_1 = C_a \left(\frac{2C\lambda}{\pi} \right)^2 \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{2C\lambda}z\right) \right] \quad (7-106)$$

$$f_1' = C_a \frac{2C\lambda}{\pi} \sin \frac{\pi z}{2C\lambda} \quad (7-107)$$

$$f_1'' = C_a \cdot \cos \frac{\pi z}{2C\lambda} \quad (7-108)$$

$$C\lambda \leq z \leq 1 - C \cdot (1 - \lambda)$$

$$f_2 = C_a \frac{2C\lambda}{\pi} \left[z + C\lambda \left(\frac{2}{\pi} - 1 \right) \right] \quad (7-109)$$

$$f_2' = C_a \frac{2C\lambda}{\pi} \quad (7-110)$$

$$f_2'' = 0 \quad (7-111)$$

$$1 - C \cdot (1 - \lambda) \leq z \leq 1$$

$$f_3 = C_a \frac{2C\lambda}{\pi} \left\{ \frac{2C(1-\lambda)}{\pi} \sin \left[\frac{\pi}{2C(1-\lambda)} (z - 1 + C(1-\lambda)) \right] + \frac{2C\lambda}{\pi} + 1 - C \right\} \quad (7-112)$$

$$f_3' = C_a \frac{2C\lambda}{\pi} \cdot \cos \frac{\pi [z - 1 + C(1-\lambda)]}{2C(1-\lambda)} \quad (7-113)$$

$$f_3'' = -C_a \frac{\lambda}{1-\lambda} \sin \frac{\pi [z - 1 + C(1-\lambda)]}{2C(1-\lambda)} \quad (7-114)$$

有关的特性值为:

$$C_a = f''(0) = \frac{\pi}{2C\lambda[1 + C(\frac{2}{\pi} - 1)]} \quad (7-115)$$

$$C_a^* = -C_a \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (7-116)$$

$$C_v = \frac{2C\lambda}{\pi} C_a = \frac{1}{1 + C(\frac{2}{\pi} - 1)} \quad (7-117)$$

$$C_j = -\frac{\pi}{2C\lambda} C_a \quad (7-118)$$

$$C_j^* = -\frac{\pi\lambda}{2C(1 - \lambda)^2} C_a \quad (7-119)$$

$$C_m = \frac{C\lambda}{\pi} C_a^2 \quad (7-120)$$

$$C_m^* = -\frac{C\lambda^2}{\pi(1 - \lambda)} C_a^2 \quad (7-121)$$

系数 λ 和 C 也可根据 C_a 和 C_a^* 确定:

$$\lambda = \frac{C_a^*/C_a}{C_a^*/C_a - 1} \text{ 或} \quad (7-122)$$

$$\lambda = \frac{\pi}{2C[1 + C(\frac{2}{\pi} - 1)]} \cdot \frac{1}{C_a} \quad (7-123)$$

$$C = 1 - \frac{\pi/C_v - 2}{\pi - 2} \text{ 或} \quad (7-124)$$

$$C = \frac{\pi}{2(\pi - 2)} [1 - \sqrt{1 - \frac{2(\pi - 2)}{\lambda C_a}}] \quad (7-125)$$

若取系数 $C=1$, 就得到余弦运动方程, 再通过变动 λ 值可得到对称或非对称的运动规律, 可见余弦运动规律很适于 U—U 型区域。

图 7-12 为直线—余弦—直线运动规律的二阶和三阶导数线图。它的最大优点是跃动(三阶导数)曲线连续, 从而减少了机构运行时的振动。新型无梭喷气织机的平纹开口凸轮机构就采用这种运动规律, 此时 $\lambda=0.125$ 。

其运动方程为

$$0 \leq z \leq 0.5 - \lambda$$

$$f_1 = \frac{C_a}{2} z^2 \quad (7-126)$$

$$f_1' = C_a z \quad (7-127)$$

$$f_1'' = C_a \quad (7-128)$$

$$0.5 - \lambda \leq z \leq 0.5 + \lambda$$

$$f_2 = \frac{C_a(1 - 2\lambda)(4z - 1 + 2\lambda)}{8} + \frac{4\lambda^2 C_a}{\pi^2} [1 - \cos \frac{\pi(z - 0.5 + \lambda)}{2\lambda}] \quad (7-129)$$

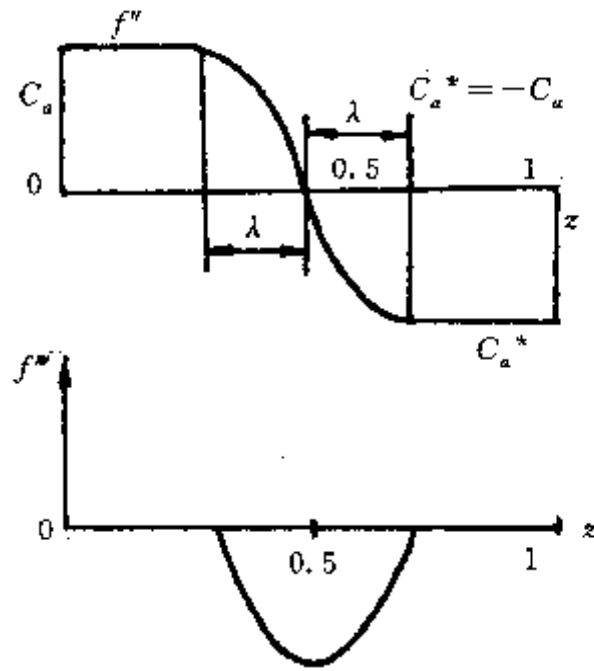


图 7-12 直线—余弦—直线运动规律二阶和三阶导数曲线

$$f_2' = \frac{C_a}{2}(1 - 2\lambda) + \frac{2\lambda}{\pi} C_a \sin \frac{\pi(z - 0.5 + \lambda)}{2\lambda} \quad (7-130)$$

$$f_2'' = C_a \cos \frac{\pi(z - 0.5 + \lambda)}{2\lambda} \quad (7-131)$$

$$0.5 + \lambda \leq z \leq 1$$

$$f_3 = 1 - \frac{C_a}{2}(1 - z)^2 \quad (7-132)$$

$$f_3' = C_a[1 - z] \quad (7-133)$$

$$f_3'' = -C_a \quad (7-134)$$

相应的特性值为

$$C_v = C_a(0.5 - \lambda + \frac{2\lambda}{\pi}) \quad (7-135)$$

$$C_a = -C_a^* = \frac{1}{\frac{8\lambda^2}{\pi^2} + \frac{1 - 4\lambda^2}{4}} \quad (7-136)$$

$$C_j = \frac{\pi C_a}{2} \quad (7-137)$$

4. B—B 区域的无量纲运动规律和方程 因为要在区域的始末端满足位移、速度和加速度三方面的条件,所以采用含有 6 个系数的 5 次多项式,根据 6 个边界条件来确定 6 个系数。5 次多项式运动方程为

$$f = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + A_3 z^3 + A_4 z^4 + A_5 z^5 \quad (7-138)$$

边界条件按本章公式(7-13)到式(7-15)和图 7-13 确定。

当 $z_{ik} = 0$ 时,

$$f_{ik}(0) = 0, f_{ik}'(0) = \frac{\dot{s}_i}{\omega_a} \cdot \frac{\Phi_{ik}}{S_{ik}} \text{ 和 } f_{ik}''(0) = \frac{\ddot{s}_i}{\omega_a^2} \cdot \frac{\Phi_{ik}^2}{S_{ik}}$$

当 $z_{ik}=1$ 时,

$$f_{ik}(1) = 0, f'_{ik}(1) = \frac{s_k}{\omega_a} \cdot \frac{\Phi_{ik}}{S_{ik}} \text{ 和 } f''_{ik}(1) = \frac{\ddot{s}_k}{\omega_a^2} \cdot \frac{\Phi_{ik}^2}{S_{ik}}$$

其中 $\dot{s}_i, \ddot{s}_i, \dot{s}_k, \ddot{s}_k$ 和 ω_a 的值应给定。

现在可以写出各项系数表达式:

$$A_0 = 0 \quad (7-139)$$

$$A_1 = f'_{ik}(0) \quad (7-140)$$

$$A_2 = 0.5 f''_{ik}(0) \quad (7-141)$$

$$A_3 = 10K_1 - 4K_2 + 0.5K_3 \quad (7-142)$$

$$A_4 = -15K_1 + 7K_2 - K_3 \quad (7-143)$$

$$A_5 = 6K_1 - 3K_2 + 0.5K_3 \quad (7-144)$$

其中:

$$K_1 = 1 - f'_{ik}(0) - 0.5 f''_{ik}(0) \quad (7-145)$$

$$K_2 = f'_{ik}(1) - f'_{ik}(0) - f''_{ik}(0) \quad (7-146)$$

$$K_3 = f''_{ik}(1) - f''_{ik}(0) \quad (7-147)$$

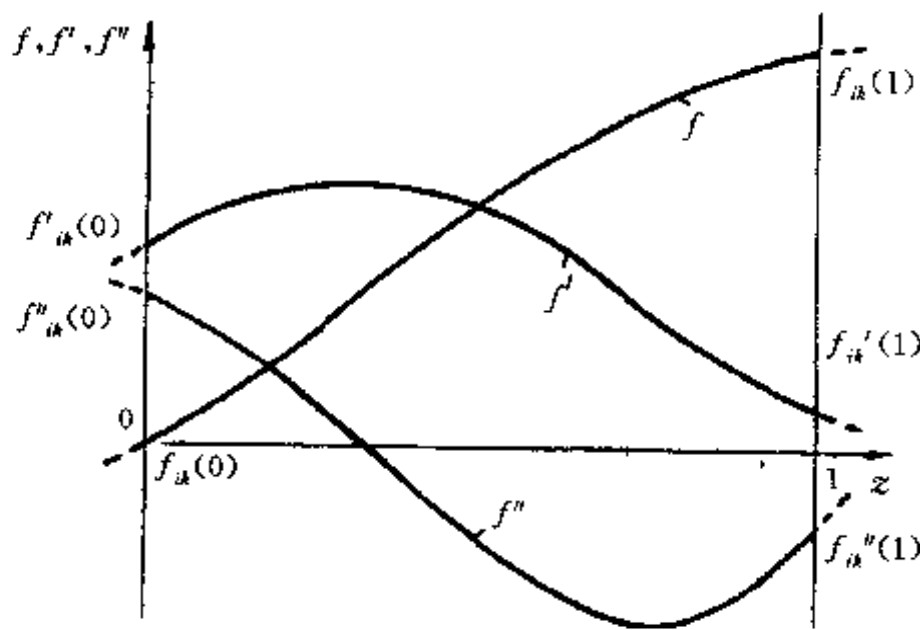


图 7-13 B—B 区域的 5 次多项式运动规律

从上述分析可知, 5 次多项式可适合几乎一切边界条件, 但在多数情况下, 其加速度曲线摆动较大, 且各项特性值不一定理想, 在选择使用它时要注意到这一点。

5. R—G 和 G—R 型区域的无量纲运动规律和方程 R—G 和 G—R 型区域在自动机械中应用, 例如进刀机构中, 钻头从静止开始运动, 当接近被加工工件时作等速前进钻削工件, 钻头运动区域为 R—G 型; 钻透工件后, 钻头继续前进一小段路程直至静止, 为 G—R 型区域, 然后钻头返回准备下一次的切削。

可以用本章二、(六)、2 中列出的方程来解决问题, 只要在 R—G 区域时令 $f'(0) = 0$ 和在 G—R 区域时令 $f'(1) = 0$, 就可用 5 次多项式运动方程来实现 R—G 和 G—R 边界条件。

6. R—U 和 U—R 型区域的无量纲运动规律和方程 R—U 和 U—R 型区域在现代机械

得到广泛应用。以 R—U 区域为例,它表示从动件从静止出发运动,到达终点时速度为零而已具有负加速度,可不停顿地无刚性和无柔性冲击立即返回,取消了不一定需要的停顿,从而大大提高了机器运转速度。

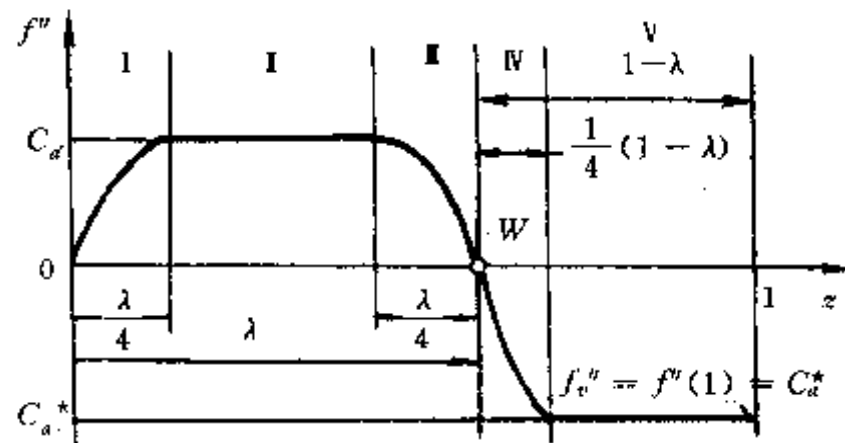


图 7-14 用于 R—U 的修正梯形运动规律(二阶导数)

图 7-14 为用于 R—U 区域的修正梯形运动规律。用 λ 值确定转折点 W 的位置,合理选择 λ 值可得到期望的 C_a^* ,即 f'' 值。 f'' 值或者由工作任务给定,或用来与相邻运动规律衔接,保证加速度曲线连续甚至光滑。如 f'' 值任定,可按某指定的优选原则来定 λ 值。运动方程为

$$0 \leq z \leq \frac{\lambda}{4}$$

$$f_1 = \frac{\lambda}{2\pi} C_a \left(z - \frac{\lambda}{2\pi} \sin \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \quad (7-148)$$

$$f_1' = \frac{\lambda}{2\pi} C_a \left(1 - \cos \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \quad (7-149)$$

$$f_1'' = C_a \sin \frac{2\pi z}{\lambda} \quad (7-150)$$

$$\frac{\lambda}{4} \leq z \leq \frac{3\lambda}{4}$$

$$f_2 = C_a \left[\frac{(z - \frac{\lambda}{4})^2}{2} + \frac{\lambda z}{2\pi} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \right] \quad (7-151)$$

$$f_2'' = C_a \left(z - \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2\pi} \right) \quad (7-152)$$

$$f_2'' = C_a \quad (7-153)$$

$$\frac{3\lambda}{4} \leq z \leq \lambda$$

$$p_3 = \frac{2\pi}{\lambda} \left(z - \frac{3\lambda}{4} \right) \quad (7-154)$$

$$f_3 = \frac{\lambda}{2\pi} C_a \left[(1 + \pi) z - \frac{\pi\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2\pi} \cos p_3 \right] \quad (7-155)$$

$$f_3'' = \frac{\lambda}{2\pi} C_a (1 + \pi + \sin p_3) \quad (7-156)$$

令

$$f_3'' = C_a \cdot \cos p_3 \quad (7-157)$$

$$\lambda \leq z \leq \frac{3\lambda + 1}{4}$$

令

$$A = \frac{2\pi}{1-\lambda}(z-\lambda) \quad (7-158)$$

$$f_4 = \frac{1-\lambda}{2\pi} C_a^* \left(\frac{3\pi-2}{4} \lambda - \frac{3\pi z}{2} - \frac{1-\lambda}{2\pi} \sin p_4 \right) \quad (7-159)$$

$$f_4' = -\frac{1-\lambda}{2\pi} C_a^* \left(\frac{3\pi}{2} + \cos p_4 \right) \quad (7-160)$$

$$f_4 = C_a^* \sin p_4 \quad (7-161)$$

$$\frac{3\lambda+1}{4} \leq z \leq 1$$

$$f_5 = C_a^* \left[\frac{(z-1)^2}{2} + \frac{1}{C_a^*} \right] \quad (7-162)$$

$$f_5' = C_a^* (z-1) \quad (7-163)$$

$$f_5 = C_a^* \quad (7-164)$$

C_a^* 即 f_v'' 与系数 λ 的关系为

$$C_a^* = f_v'' = \frac{-32\pi^2}{15\pi^2 + 8 - 2\lambda(9\pi^2 - 4\pi + 8) + \lambda^2(3\pi^2 - 8\pi + 8)} \quad (7-165)$$

其他特性值为

$$C_a = \frac{(\lambda-1)(3\pi+2)}{2\lambda(2+\pi)} C_a^* \quad \left(\frac{\lambda}{4} \leq z \leq \frac{3\lambda}{4} \right) \quad (7-166)$$

$$C_v = (\lambda-1) C_a^* \frac{3\pi+2}{4\pi} \quad (z=\lambda) \quad (7-167)$$

$$C_j = \frac{2\pi}{\lambda} C_a \quad (z=0) \quad (7-168)$$

$$C_j^* = \frac{2\pi}{1-\lambda} C_a^* \quad (z=\lambda) \quad (7-169)$$

$$C_m = 0.6772\lambda C_a^* \quad (z=0.785\lambda) \quad (7-170)$$

$$C_m^* = -0.7660(1-\lambda) C_a^* \quad (z=0.2186 + 0.7814\lambda) \quad (7-171)$$

若 f_v 值已定, 可由图 7-15, 根据 $C_a^* = f_v''$ 查出 λ 值, 精确公式为

$$\lambda = \frac{9\pi^2 - 4\pi + 8}{3\pi^2 - 8\pi + 8} - \sqrt{\left(\frac{9\pi^2 - 4\pi + 8}{3\pi^2 - 8\pi + 8} \right)^2 - \frac{8 + \pi^2(15 + \frac{32}{f_v''})}{3\pi^2 - 8\pi + 8}} \quad (7-172)$$

即

$$\lambda = 6.75373 - \sqrt{33.10545 + 25.31465 \frac{1}{f_v''}} \quad (7-173)$$

从图 7-15 中可以看出, 当 $\lambda \leq 0.25$ 或 $\lambda \geq 0.75$ 时, 总有个别特性值太大。作为优选, 可取 $C_a = -C_a^*$, 此时 $\lambda = 0.526$; 也可取 $C_j = -C_j^*$, 此时 $\lambda = 0.513$; 若考虑动力特性值而要求 $C_m = -C_m^*$, 则 $\lambda = 0.522$ 。

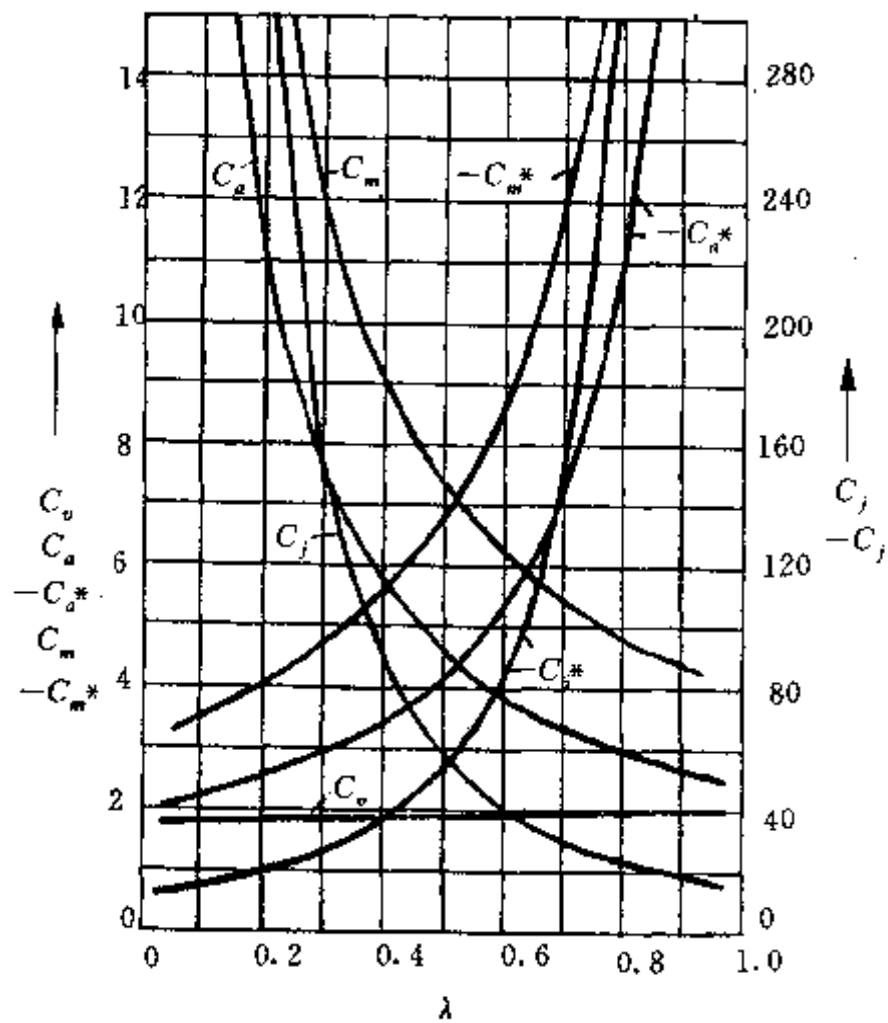


图 7-15 R-U 时改进梯形规律的特性值与 λ 关系

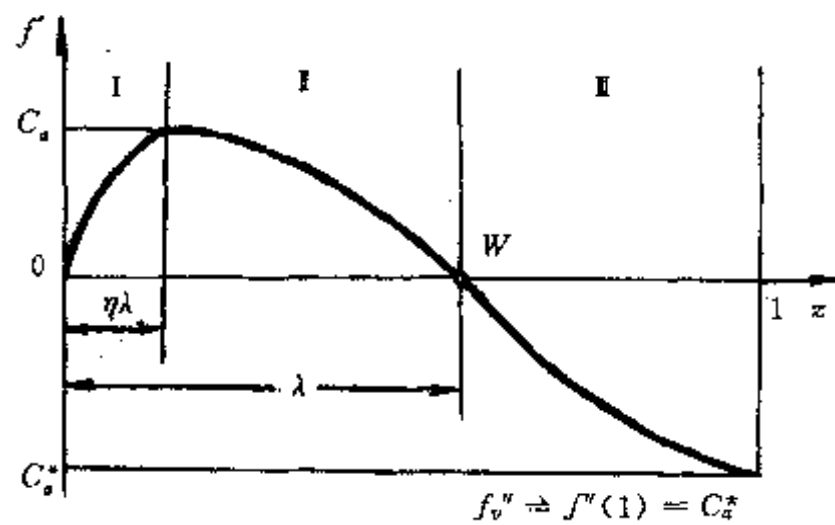


图 7-16 复合正弦、余弦运动规律(二阶导数曲线)

图 7-16 为复合正弦、余弦运动规律,可以在织机打纬凸轮机构中找到它的应用。

通过系数 λ 和 η 把整个区域分成三段,每段的加速度曲线都是 $1/4$ 周期的正弦(或余弦)波。其运动方程为

$$0 \leq z \leq \eta\lambda$$

令

$$\rho_1 = \frac{\pi z}{2\eta\lambda} \quad (7-174)$$

$$f_1 = \frac{2\eta\lambda}{\pi} C_a \left(z - \frac{2\eta\lambda}{\pi} \sin \rho_1 \right) \quad (7-175)$$

$$f_1' = \frac{2\eta\lambda}{\pi} C_a (1 - \cos \rho_1) \quad (7-176)$$

$$f'' = C_a \sin p_1 \quad (7-177)$$

$$\eta\lambda \leq z \leq \lambda$$

$$p_1 = \frac{\pi(z - \eta\lambda)}{2\lambda(1 - \eta)} \quad (7-178)$$

$$f_2 = \frac{2\lambda\eta C_a}{\pi} z - \frac{4\eta^2\lambda^2 C_a}{\pi^2} + \frac{4(1 - \eta)^2\lambda^2}{\pi^2} C_a (1 - \cos p_2) \quad (7-179)$$

$$f_2' = \frac{2\eta\lambda}{\pi} C_a + \frac{2(1 - \eta)\lambda}{\pi} C_a \cdot \sin p_2 \quad (7-180)$$

$$f_2'' = C_a \cos p_2 \quad (7-181)$$

$$\lambda \leq z \leq 1$$

$$f_3 = \left[1 - \frac{4\lambda(1 - \lambda)C_a}{\pi^2}\right] + \frac{4\lambda(1 - \lambda)C_a}{\pi^2} \sin \frac{\pi(z - \lambda)}{2(1 - \lambda)} \quad (7-182)$$

$$f_3' = -\frac{2\lambda C_a}{\pi} \cos \frac{\pi(z - \lambda)}{2(1 - \lambda)} \quad (7-183)$$

$$f_3'' = -\frac{\lambda C_a}{1 - \lambda} \sin \frac{\pi(z - \lambda)}{2(1 - \lambda)} \quad (7-184)$$

特性值可用系数 η 和 λ 表达:

$$C_a = \frac{\pi^2}{2\pi\lambda^2\eta + 4\lambda - 8\lambda^2\eta} = \frac{1}{0.4053\lambda - 0.1739\lambda^2\eta} \quad (7-185)$$

$$C_v = \frac{1}{\eta\lambda + \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi}\eta\lambda} = \frac{1}{0.6366 - 0.2732\lambda\eta} \quad (7-186)$$

$$C_a^* = -\frac{\lambda C_a}{1 - \lambda} \quad (7-187)$$

在实用时,可先选取一个系数,如 η ,然后再优选另一系数 λ 。图 7-17 为 $\eta=0.25$ 时各特性值与系数 λ 之间的关系。

特性值的精确值为

当 $z = \frac{\lambda}{4}$ 时,

$$C_a = -\frac{1 - \lambda}{\lambda} C_a^* \quad (7-188)$$

当 $z = \lambda$ 时,

$$C_v = \frac{2\lambda}{\pi} C_a \quad (7-189)$$

当 $z = 0$ 时,

$$C_j = \frac{2\pi}{\lambda} C_a \quad (7-190)$$

当 $z = \lambda$ 时,按第二段曲线

$$C_p = -\frac{2\pi}{3\lambda} C_a \quad (7-191)$$

当 $z = \lambda$ 时,按第三段曲线

$$C_j^* = \frac{\pi C_a}{2(1-\lambda)} \quad (7-192)$$

当 $z=0.5746$ 时,

$$C_m = \frac{1.1222\lambda}{\pi} C_a^2 \quad (7-193)$$

当 $z = \frac{1+\lambda}{2}$ 时,

$$C_m^* = -\frac{1-\lambda}{\pi} C_a^{*2} \quad (7-194)$$

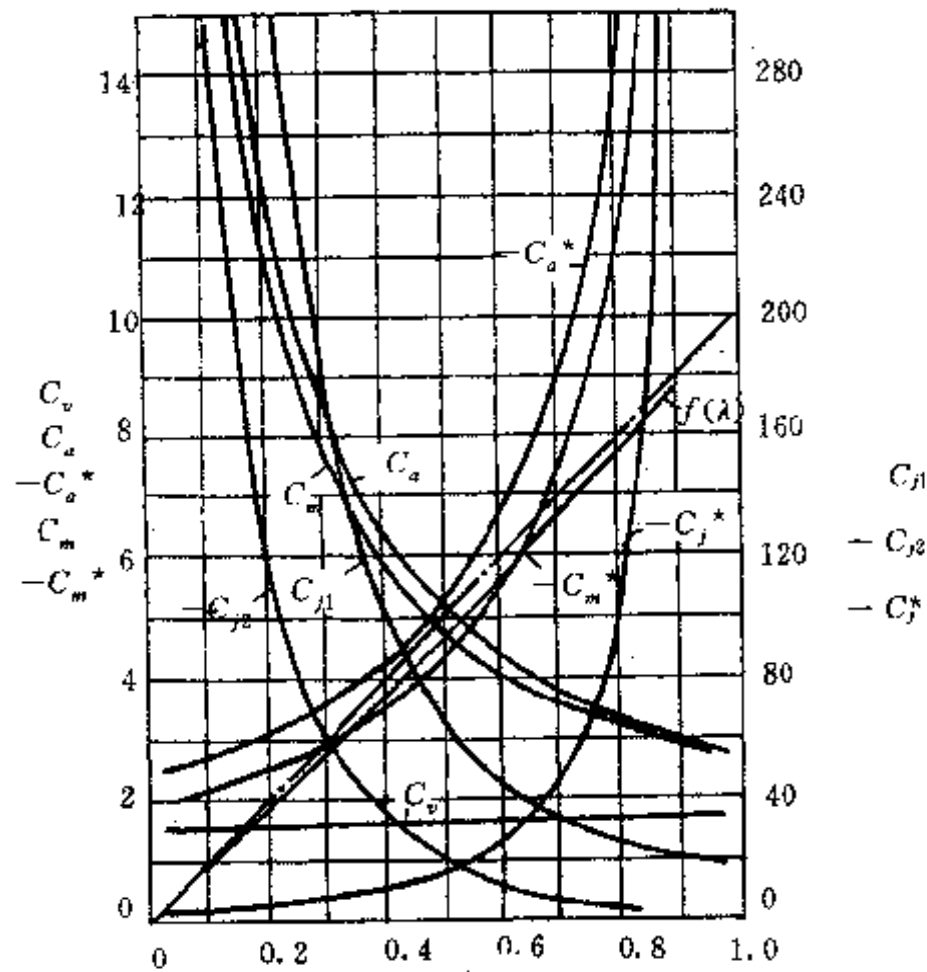


图 7-17 复合正弦,余弦函数规律的特性值($\eta=0.25$)

若优选目标为 $C_a = -C_a^*$, 取 $\lambda = 0.5$; 若要求 $C_m = -C_m^*$, 取 $\lambda = 0.529$; 若要求 $C_{j2} = -C_{j1}^*$, 取 $\lambda = 0.536$, 这时可保证跃动曲线在 $z = \lambda$ 处连续, 是一种已被工程实际采用的方案。若边界点的 $f''_v = C^*$ 给定, λ 值可由图 7-17 读出或按下式计算:

$$\lambda = \frac{12 - \pi}{8 - 2\pi} - \sqrt{\left(\frac{12 - \pi}{8 - 2\pi}\right)^2 - \frac{8 + \frac{2\pi^2}{f''_v}}{4 - \pi}} \quad (7-195)$$

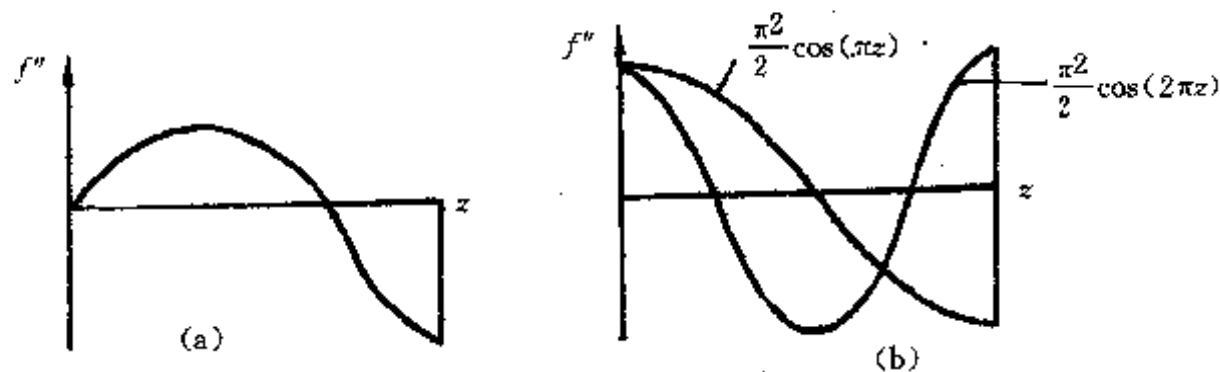


图 7-18 复合三角函数的二阶导数

复合三角函数运动规律在一些文献中也有介绍,图 7-18(a) 为其加速度曲线,它可看作图 7-18(b)中两种余弦函数的叠加,这一点在式(7-198)中表示得很清楚。运动方程为

$$f = \frac{1}{2} [(1 - \cos \pi z) - \frac{1}{4} (1 - \cos 2\pi z)] \quad (7-196)$$

$$f' = \frac{\pi}{2} [\sin \pi z - \frac{1}{2} \sin 2\pi z] \quad (7-197)$$

$$f'' = \frac{\pi^2}{2} [\cos \pi z - \cos 2\pi z] \quad (7-198)$$

其特性值为 $C_a^* = -\pi^2, C_v = \frac{3\sqrt{3}}{8}\pi, C_j = \frac{3\sqrt{3}}{4}\pi^3$,使用时要注意其加速度特性值较大。

适用于 R-U 区域的运动方程也适用于 U-R 区域。如表 7-1 所示,现在运动的返回点在 $z=0$ 处而不是在 $z=1$ 处,所以方程应作换算。以图 7-19 为例,现在 λ 值表示从静止边界点($z=1$)算起的转折点 W 的系数,在 R-U 区域时 $C_a^* = f''_v = f''(1)$ 为负,而在 U-R 区域时 $C_a^* = f''_v = f''(0)$ 为正。考虑这些变化后,可把用于 R-U 区域的方程改写为用于 U-R 区域

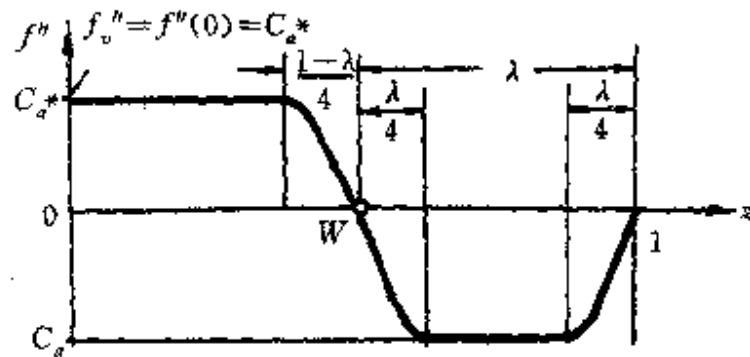


图 7-19 U-R 时的无量纲运动规律(二阶导数曲线)

的方程:

$$f_{UR}(z) = 1 + f_{RU}(1 - z) \quad (7-199)$$

$$f'_{UR}(z) = -f'_{RU}(1 - z) \quad (7-200)$$

$$f''_{UR}(z) = +f''_{RU}(1 - z) \quad (7-201)$$

7. R-B 和 B-R 型区域的无量纲运动规律和方程 在本章二、(六)、4 的公式中以 $f'(0) = f''(0) = 0$ 代入,适用于 R-B 区域,以 $f'(1) = f''(1) = 0$ 代入,适用于 B-R 区域。

8. G-U 和 U-G 型区域的无量纲运动规律和方程 三角函数运动规律较适合 G-U 区

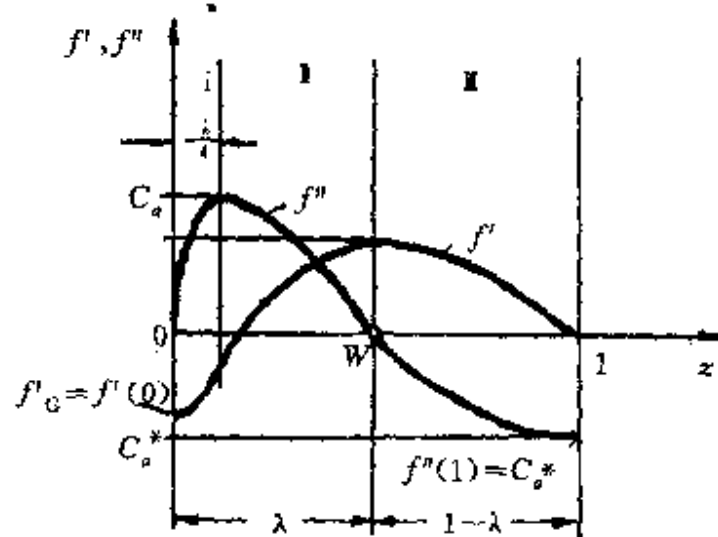


图 7-20 用于 G-U 的三角函数组合(一阶和二阶导数曲线)

域。这里介绍图 7-20 所示组合正弦、余弦运动规律。

给定值为边界点条件 $f'_G = f'(0)$, 可根据选定的 C_a^* 值计算系数 λ 。

$$\lambda = D \pm \sqrt{D^2 - \frac{8 + \frac{2\pi^2}{C_a^*}}{4 - \pi}} \quad (7-202)$$

其中

$$D = \frac{12 - \pi + \frac{\pi(3\pi - 4)f'_G}{2C_a^*}}{2(4 - \pi)} \quad (7-203)$$

注意, 必须有 $0 < \lambda < 1$, 否则另选 C_a^* 重新计算。其运动方程为

$$0 \leq z \leq \frac{\lambda}{4}$$

令

$$P_1 = \frac{2\pi z}{\lambda} \quad (7-204)$$

$$f_1 = C_a \left[\frac{\lambda}{2\pi} \left(z - \frac{\lambda}{2\pi} \sin P_1 \right) - \frac{f'_G z}{C_a^*} \right] \quad (7-205)$$

$$f'_1 = C_a \left[\frac{\lambda}{2\pi} (1 - \cos P_1) - \frac{f'_G}{C_a^*} \right] \quad (7-206)$$

$$f''_1 = C_a \sin P_1 \quad (7-207)$$

$$\frac{\lambda}{4} \leq z \leq \lambda$$

令

$$P_2 = 2\pi \cdot \frac{z - \frac{\lambda}{4}}{3\lambda} \quad (7-208)$$

$$f_2 = C_a \left[\frac{\lambda}{2\pi} \left(z - \frac{9\lambda}{2\pi} \cos P_2 + \frac{4\lambda}{\pi} \right) - \frac{f'_G \cdot z}{C_a^*} \right] \quad (7-209)$$

$$f'_2 = C_a \left[\frac{\lambda}{2\pi} (1 + 3\sin P_2) - \frac{f'_G}{C_a^*} \right] \quad (7-210)$$

$$f''_2 = C_a \cos P_2 \quad (7-211)$$

$$\lambda \leq z \leq 1$$

令

$$P_3 = \frac{\pi(z - \lambda)}{2(1 - \lambda)} \quad (7-212)$$

$$f_3 = -C_a^* \left\{ \frac{1 - \lambda}{\pi^2} \left[\frac{\lambda(\pi + 4)}{2} + 4(1 - \lambda) \sin P_3 \right] - \frac{\lambda(3\pi + 4)f'_G}{4\pi C_a^*} \right\} \quad (7-213)$$

$$f'_3 = -C_a^* \frac{1 - \lambda}{\pi} \cdot 2 \cos P_3 \quad (7-214)$$

$$f''_3 = C_a^* \sin P_3 \quad (7-215)$$

其主要特性值为

$$C_v = \frac{2\lambda}{\pi} C_a + f'_G \quad (7-216)$$

$$C_a^* = \frac{-2\pi \left[1 - f'_G \lambda \left(1 - \frac{4 + \pi}{4\pi} \right) \right]}{(1 - \lambda) [8 + \lambda(\pi - 4)]} \quad (7-217)$$

$$C_a = \frac{-C_a^*(1-\lambda) - f'_G \cdot \frac{\pi}{2}}{\lambda} \quad (7-218)$$

用于 G—U 区域的运动规律经过换算也适用于 U—G 区域, 此时 λ 值应由速度为某定值的边界点算起, 且 $f'_G = f'_G(1)$ 和 $C_a^* = f''(0) > 0$, 如图 7-21 所示。由于 C_a^* 值为正, 可写出 U—G 区域的方程如下:

$$f_{UG}(z) = 1 + f_{GU}(1-z) \quad (7-219)$$

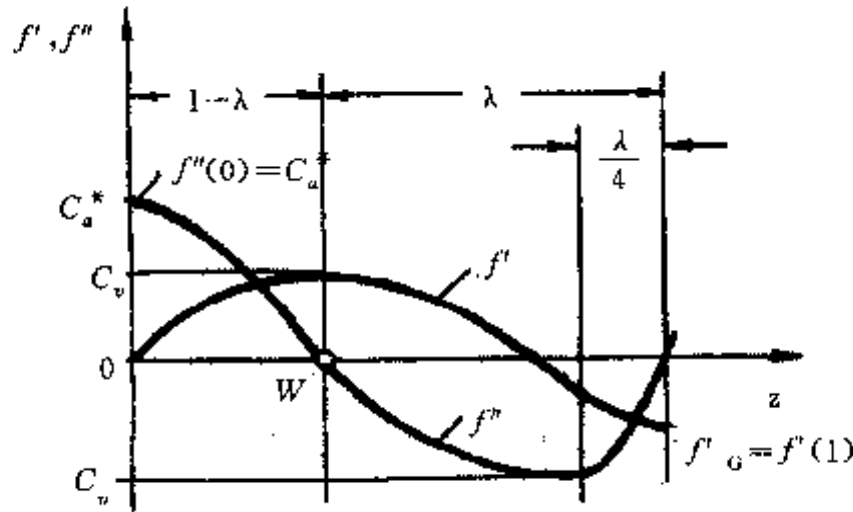


图 7-21 用于 U—G 的组合三角函数的一阶和二阶导数曲线

$$f'_{UG}(z) = -f'_{GU}(1-z) \quad (7-220)$$

$$f''_{UG}(z) = -f''_{GU}(1-z) \quad (7-221)$$

9. G—B 和 B—G 型区域的无量纲运动规律和方程 对于 G—B 区域, 利用 4. 中的公式时令

$$f(0) = 0; f'(0) = \frac{s_i}{\omega_a} \frac{\Phi_{ik}}{S_{ik}}; f''(0) = 0$$

对于 B—G 区域, 令

$$f(1) = 0; f'(1) = \frac{s_k}{\omega_a} \frac{\Phi_{ik}}{S_{ik}}; f''(1) = 0$$

10. U—B 和 B—U 型区域的无量纲运动规律和方程 只要把与 U—B 区域和 B—U 区域有关的边界条件值代入 4. 中方程即可。

三、通用三角函数无量纲运动规律和方程

(一) 问题的提出

工程实际中, 具有 R—R、R—U、U—R 和 U—U 区域的凸轮机构经常使用。这四类区域的边界条件有共同的特点, 即 $f(0) = 0, f(1) = 1, f'(0) = 0$ 和 $f'(1) = 0$ 。从前面的叙述可知, 三角函数运动规律特别适用于这些区域, 所以要研究建立通用的运动规律, 这一点在计算机编程中特别有用。图 7-22 为用计算机打印出来的位移、速度和加速度曲线图, 这个通用运动规律由 7 个区域组成, 其加速度曲线为 $1/4$ 周期的正弦曲线或水平直线。用 A_1, A_2, \dots, A_7 表示每一区域的长度。在写出通用公式后, 只要令 $A_1 \sim A_7$ 为某些指定值, 即可得到一系列满足上述四类区域要求的运动线图 and 方程。

例如，当用于 R—R 区域时，令 $A_4=0$ ， $A_1=A_3=A_5=A_7=0.125$ ， $A_2=A_6=0.25$ ，即得到表 7-2 中所示改进梯形运动规律。为了得到图 7-12 所示的直线—余弦—直线运动规律，以用于 U—U 区域，可令 $A_1=A_4=A_7=0$ ， $A_3=A_5=\lambda$ ， $A_2=A_6=0.5-\lambda$ 。图 7-16 所示的用以 R—U 区域的运动规律，可令 $A_2=A_4=A_6=0$ ， $A_7=0$ 而达到。

(二)通用运动方程式

在文献中，一般都是根据每个区域的边界条件和预先确定的加速度方程形式用积分法确定运动方程中的各个常数，最后建立方程，这样做既繁复又易出错，显然不适于求解由 7 个区域组成的通用三角函数方程。这里采用作者首创的面积法求解运动方程，较好地解决了这一问题。

在图 7-22 中，可用加速度曲线与横坐标轴 z 所围的面积表示速度，用速度曲线与横坐标轴 z 所围的面积表示位移。在加速度和速度线图〔图 7-22(b)和(c)〕上共有 6 种基本几何图形，如图 7-23 所示。前四种为正弦（余弦）型，后两种为直线型。图 7-23 中 Q 值表示整个几何图形的面积， ΔQ 表示线图从 $x=0$ 起到某 x 值时所围几何图形的面积，采用简单的积分法并考虑图形的关系，可计算出相应的 Q 和 ΔQ 值。

借助图 7-23，可方便写出通用三角函数无量纲运动规律方程。

首先，各运动区域的长度之和应为 1，

$$\sum_{i=1}^7 A_i = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 = 1 \quad (7-222)$$

又因为边界条件 $f(1)=1$ ，可确定在图(7-22)(b)中速度曲线所围的面积应为 1，即

$$\sum_{i=1}^7 \Delta s_i = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 + \Delta s_4 + \Delta s_5 + \Delta s_6 + \Delta s_7 = 1 \quad (7-223)$$

又因为 $f'(1)=0$ ，可表示为图 7-22(c)中加速度曲线所围面积为零，

$$\sum_{i=1}^7 \Delta v_i = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 + \Delta v_4 + \Delta v_5 + \Delta v_6 + \Delta v_7 = 0 \quad (7-224)$$

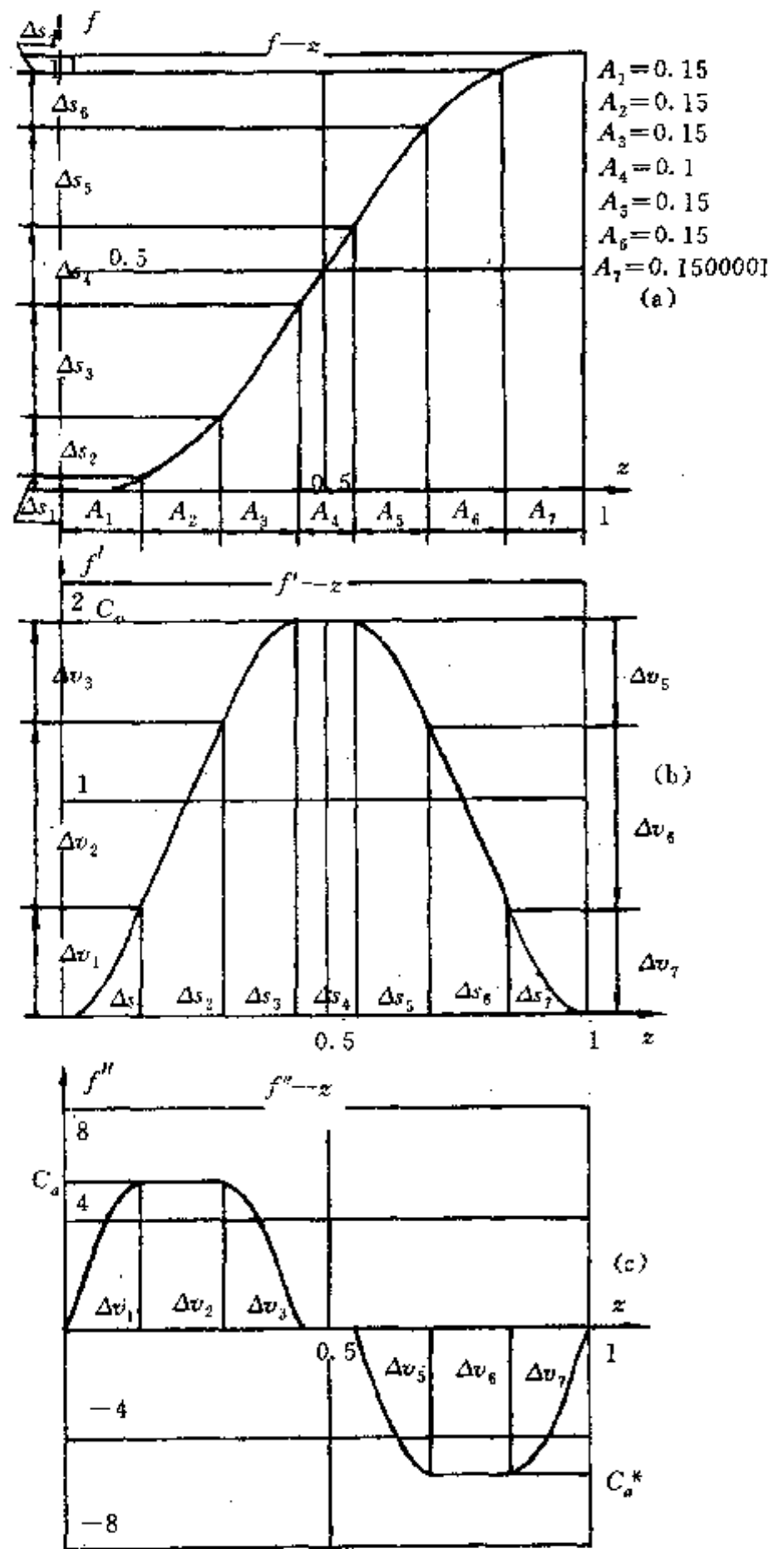


图 7-22 通用三角函数无量纲运动规律线图

设 A_1, A_2, \dots, A_7 值已给定, 它们之和必须满足方程(7-222)。又把 C_a 和 C_a^* 看成为表示运动规律的特性值。根据图 7-23 中的公式, 可得出表 7-3 所示速度分量 Δv_i 和位移分量 Δs_i 的计算值。要注意 Δv_i 可能为正或负, 而 Δs_i 永为正。

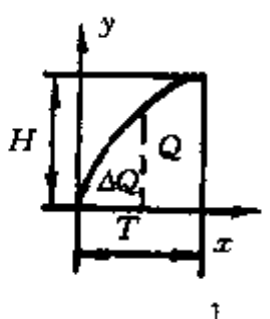
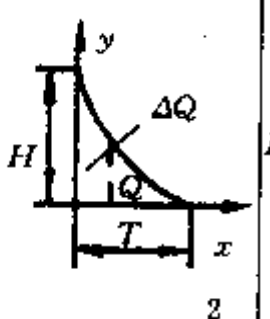
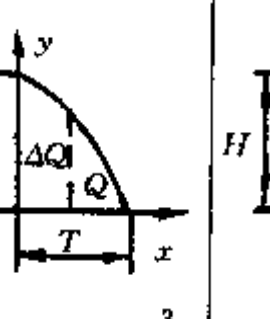
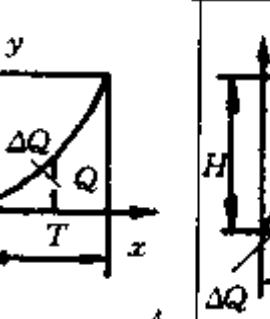
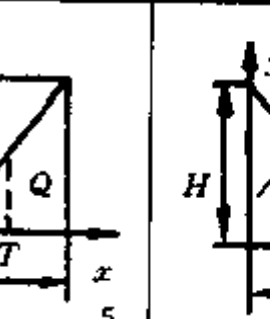
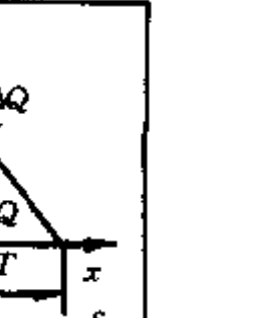
					
$Q = \frac{2}{\pi} TH$	$Q = TH - \frac{2}{\pi} TH$	$Q = \frac{2}{\pi} TH$	$Q = TH - \frac{2}{\pi} TH$	$Q = \frac{TH}{2}$	$Q = \frac{TH}{2}$
$Q = \frac{2TH}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2T}\right)$	$\Delta Q = xH - \frac{2TH}{\pi} (1 - \cos \frac{\pi x}{2T})$	$\Delta Q = \frac{2TH}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2T}$	$\Delta Q = xH - \frac{2TH}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2T}$	$\Delta Q = \frac{x^2 H}{2T}$	$\Delta Q = xH - \frac{x^2 H}{2T}$

图 7-23 基本图形面积的确定

表 7-3 速度分量和位移分量的计算

区域	1	2	3	4	5	6	7
速度 T_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
位移 H_i	C_a	C_a	C_a	0	C_a^*	C_a^*	C_a^*
计算 Δv_i	$\frac{2A_1 C_a}{\pi}$	$A_2 C_a$	$\frac{2A_3 C_a}{\pi}$	0	$\frac{2A_5 C_a^*}{\pi}$	$A_6 C_a^*$	$\frac{2A_7 C_a^*}{\pi}$
位移 T_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
位移 H_i	Δv_1	Δv_2	Δv_3	0	$-\Delta v_5$	$-\Delta v_6$	$-\Delta v_7$
计算 Δs_i	$A_1 \Delta v_1 - \frac{2}{\pi} A_1 \Delta v_1 + 0$	$\frac{A_2 \Delta v_2}{2} + A_2 \Delta v_1$	$\frac{2A_3 \Delta v_3}{\pi} + A_3 (\Delta v_1 + \Delta v_2)$	$0 + A_4 (\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3)$	$\frac{2A_5 \Delta v_5}{\pi} + A_5 (-\Delta v_7 - \Delta v_7)$	$-\frac{A_6 \Delta v_6}{2} + (-A_6 \Delta v_7)$	$-(A_7 \Delta v_1 - \frac{2}{\pi} \times A_7 \Delta v_1) + 0$

现在用式(7-224)可以得出:

$$C_a^* = \lambda C_a \quad (7-225)$$

$$\lambda = -\frac{2A_1/\pi + A_2 + 2A_3/\pi}{2A_5/\pi + A_6 + 2A_7/\pi} \quad (7-226)$$

再根据位移分量 Δs_i 和式(7-223), 找出 C_a 与 A_1, A_2, \dots, A_3 的函数关系。

$$C_a = \frac{1}{B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + \lambda(B_5 + B_6 + B_7)} \quad (7-227)$$

其中

$$B_1 = \frac{\Delta s_1}{C_a} = \frac{2(\pi - 2)}{\pi^2} A_1^2 \quad (7-228a)$$

$$B_2 = \frac{\Delta s_2}{C_a} = \frac{4A_1 + \pi A_2}{\pi^2} A_2 \quad (7-228b)$$

$$B_3 = \frac{\Delta s_3}{C_a} = \frac{2\pi A_1 + \pi^2 A_2 + 4A_3}{\pi^2} A_3 \quad (7-228c)$$

$$B_4 = \frac{\Delta s_4}{C_a} = \frac{2A_1 + \pi A_2 + 2A_3}{\pi} A_4 \quad (7-228d)$$

$$B_5 = \frac{\Delta s_5}{C_a^*} = -\frac{2\pi A_7 + \pi^2 A_6 + 4A_5}{\pi^2} A_5 \quad (7-228e)$$

$$B_6 = \frac{\Delta s_6}{C_a^*} = -\frac{4A_7 + \pi A_6}{2\pi} A_6 \quad (7-228f)$$

$$B_7 = \frac{\Delta s_7}{C_a^*} = -\frac{2(\pi - 2)}{\pi^2} A_7^2 \quad (7-228g)$$

从图 7-22(b) 还可看出,

$$C_v = \sum_{i=1}^3 \Delta v_i = C_a \left(\frac{2A_1}{\pi} + A_2 + \frac{2A_3}{\pi} \right) \quad (7-229)$$

通过上述计算,由给定的 A_1, A_2, \dots, A_7 值可计算出 C_a, C_a^* 和 C_v 。再次利用图 7-23,可立即写出 7 个区域的运动方程。

$$0 \leq z \leq A_1$$

加速度曲线与图 7-23 中情况 1 一致,

$$f_1'' = C_a \sin \frac{\pi z}{2A_1} \quad (7-230a)$$

又根据加速度曲线与横坐标之间所占面积的计算,可得出:

$$f_1' = \frac{2A_1 C_a}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi z}{2A_1} \right) \quad (7-230b)$$

再对速度曲线所围面积参照图 7-23 情况 4 进行运算:

$$f_1 = \Delta v_1 z - \frac{2A_1 \Delta v_1}{\pi} \sin \frac{\pi z}{2A_1} \quad (7-230c)$$

式中

$$\Delta v_1 = \frac{2A_1 C_a}{\pi}$$

$$A_1 \leq z \leq A_1 + A_2$$

令

$$x_2 = z - A_1 \quad (7-231a)$$

$$f_2'' = C_a \quad (7-231b)$$

$$f_2' = \Delta v_1 + C_a x_2 \quad (7-231c)$$

在写位移方程 f 时,要注意图 7-22(b) 中 Δs_2 的值由三角形和高为 Δv_1 的矩形两部分组成,

$$f_2 = \Delta s_2 + \Delta v_1 x_2 + \frac{\Delta v_1 x_2^2}{2A_2} \quad (7-231d)$$

以下采用类似的方法,可以得到:

$$A_1 + A_2 \leq z \leq A_1 + A_2 + A_3$$

令

$$x_3 = z - A_1 - A_2 \quad (7-232a)$$

$$f_3'' = C_a \cos \frac{\pi x_3}{2A_3}$$

$$f_3' = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \frac{2A_3 C_a}{\pi} \sin \frac{\pi x_3}{2A_3} \quad (7-232c)$$

$$f_3 = \Delta s_1 + \Delta s_2 + (\Delta v_1 + \Delta v_2)x_3 + \frac{2A_3\Delta v_3}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi x_3}{2A_3}\right) \quad (7-232d)$$

$$A_1 + A_2 + A_3 \leq z \leq A_1 + A_2 + A_3 + A_4,$$

$$\text{令} \quad x_4 = z - \sum_{i=1}^3 A_i \quad (7-233a)$$

$$f_4'' = 0 \quad (7-233b)$$

$$f_4' = C_v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 \quad (7-233c)$$

$$f_4 = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 + C_v x_4 \quad (7-233d)$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \leq z \leq A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

$$\text{令} \quad x_5 = z - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 \quad (7-234a)$$

$$f_5'' = C_2^* \sin \frac{\pi x_5}{2A_5} \quad (7-234b)$$

$$f_5' = C_v + \frac{2A_5 C_2^*}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi x_5}{2A_5}\right) \quad (7-234c)$$

$$f_5 = \sum_{i=1}^4 \Delta s_i + (-\Delta v_6 - \Delta v_7)x_5 + \frac{2A_5(-\Delta v_6)}{\pi} \sin \frac{\pi x_5}{2A_5} \quad (7-234d)$$

$$1 - A_6 - A_7 \leq z \leq 1 - A_7$$

$$\text{令} \quad x_6 = z - (1 - A_6 - A_7) \quad (7-235a)$$

$$f_6'' = C_2^* \quad (7-235b)$$

$$f_6' = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 + \Delta v_4 + \Delta v_5 + C_2^* x_6 \quad (7-235c)$$

$$f_6 = 1 - \Delta s_6 - \Delta s_7 + (-\Delta v_7)x_6 + (-\Delta v_6)x_6 - \frac{(-\Delta v_6)x_6^2}{2A_6} \quad (7-235d)$$

$$1 - A_7 \leq z \leq 1$$

$$f_7'' = C_2^* \sin \frac{\pi(1-z)}{2A_7} \quad (7-236a)$$

$$f_7' = -\frac{2A_7 C_2^*}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi(1-z)}{2A_7}\right) \quad (7-236b)$$

$$f_7 = 1 - (-\Delta v_7) \left[(1-z) - \frac{2A_7}{\pi} \sin \frac{\pi(1-z)}{2A_7} \right] \quad (7-236c)$$

图 7-24 为相应的计算程序框图，作者已用编制好的计算机程序数次解决了纺织机械中凸轮机构的设计问题，取得良好效果，图 7-22 就是用计算机绘制出来的。

以上讨论都是针对凸轮机构的升程运动，只要作下列换算，就可以写出回程运动的方程式：

$$f_{\text{回}} = 1 - f_{\text{升}} \quad (7-237)$$

$$f_{\text{回}}' = f_{\text{升}}' \quad (7-238)$$

$$f_{\text{回}}'' = -f_{\text{升}}'' \quad (7-239)$$

(三)应用实例

织布机中打紧纬线的机构经常采用图 7-1 中 D-D 型凸轮机构。按照织造工艺的要求，摇动从动件(称为箱座脚)升程应为 R-U 区域，回程为 U-R 区域。为保证升程和回程运动有良好的加速度连续，减少机器振动，R-U 区域采用图 7-25 所示三角函数无量纲加速度线图。

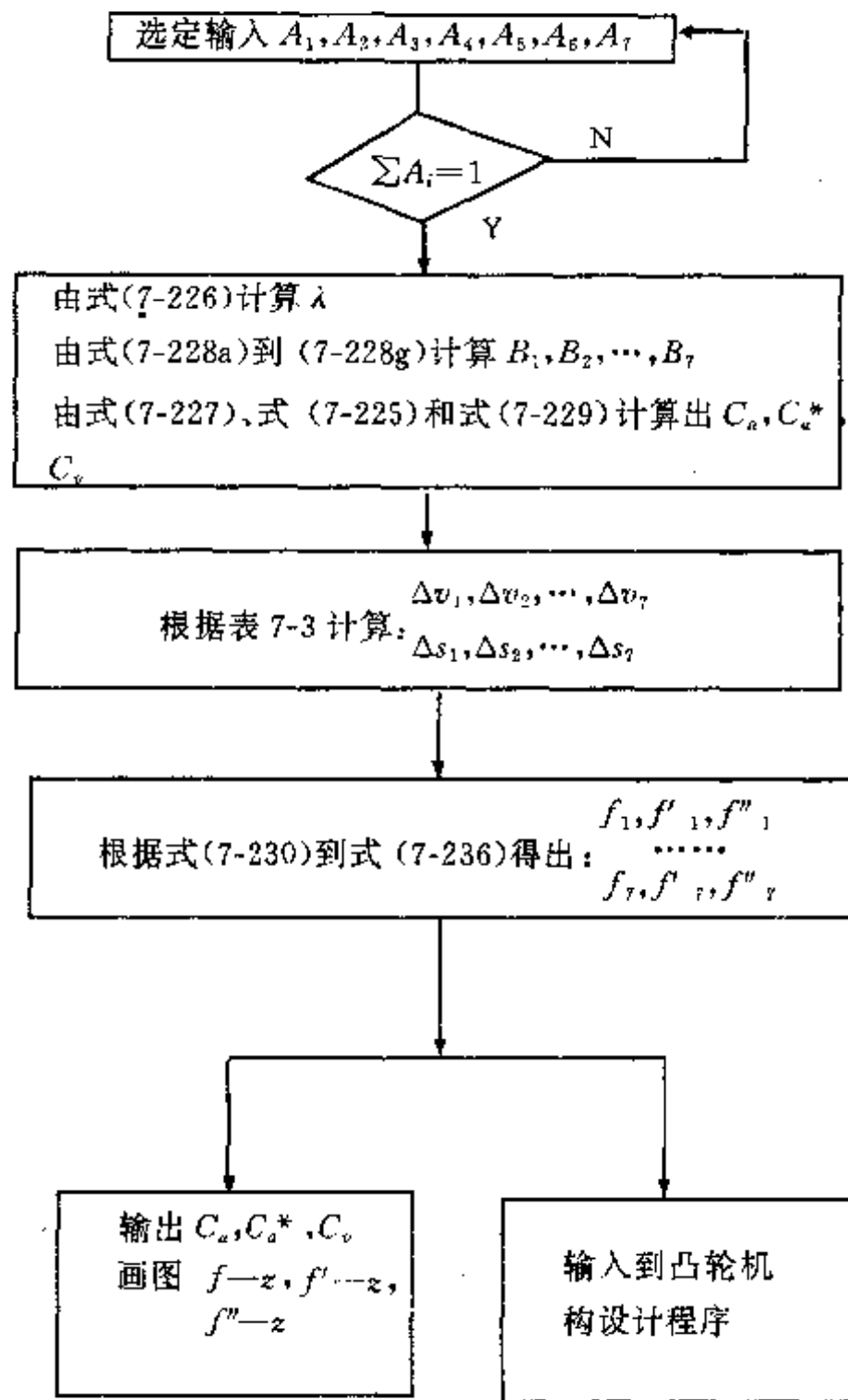


图 7-24 计算程序框图

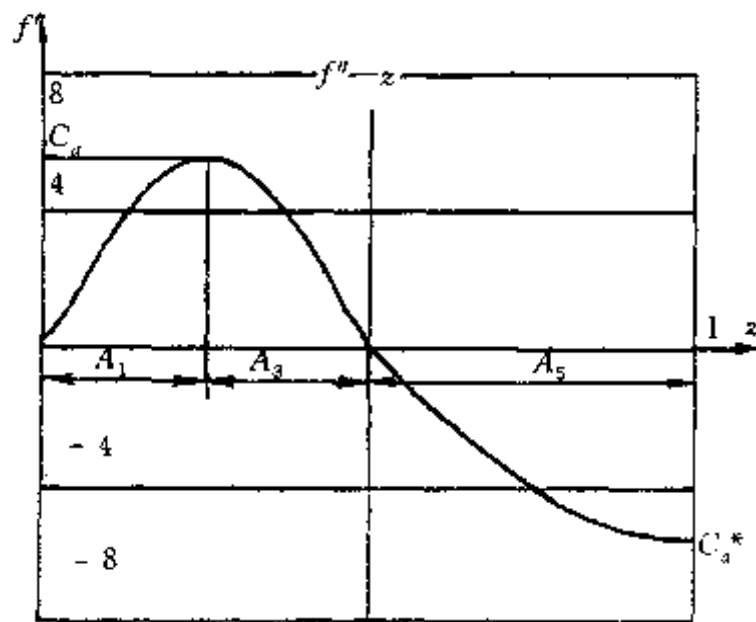


图 7-25 打纬凸轮机构加速度线图(升程)

从拟采用的线图可知, $A_2=A_4=A_6=A_7=0$ 。通过选取不同的 A_1 、 A_3 和 A_5 值来实现优选目的。按图 7-24 的顺序进行计算可得出:

$$\lambda = -\frac{A_1 + A_3}{A_5}$$

$$C_a = \frac{\pi^2}{2\pi A_1(A_1 + A_3) + 4(A_1 + A_3) - 8A_1(A_1 + A_3)}$$

$$C_a^* = -\frac{\pi^2}{2A_5(\pi A_1 + 4 - 8A_1)}$$

$$C_v = \frac{\pi}{\pi A_1 + 2 - 4A_1}$$

若优选的目标是 $C_a=C_a^*$, 则要求

$$A_1 + A_3 = A_5$$

图 7-25 就是按 $A_1=A_3=0.25$, $A_5=0.5$ 打印出来的 $f''-z$ 曲线图。 $C_a=-C_a^*=5.5279$, $C_v=1.7596$ 。

又若要求在 $z=A_1+A_3$ 处加速度曲线连续而且光滑, 即要求跃动值连续, 则应有:

$$\frac{C_a}{A_3} = -\frac{C_a^*}{A_3}$$

即

$$(A_1 + A_3)A_3 = A_5^2$$

例如取 $A_1=A_3=0.293$, $A_5=0.414$, 此时 $C_a=4.8158$, $C_a^*=-6.8166$, $C_v=1.7966$ 。

又如果对 C_a^* 的大小指定有要求, 可根据这里写出的 C_a^* 的公式结合其他条件选定参数 A_1 、 A_3 和 A_5 。

最后可再根据图 7-24 中列出的顺序写出各段的运动方程式。

回程段与上完全相仿, 这里仅给出回程 U-R 区域无量纲加速度线图, 见图 7-26。

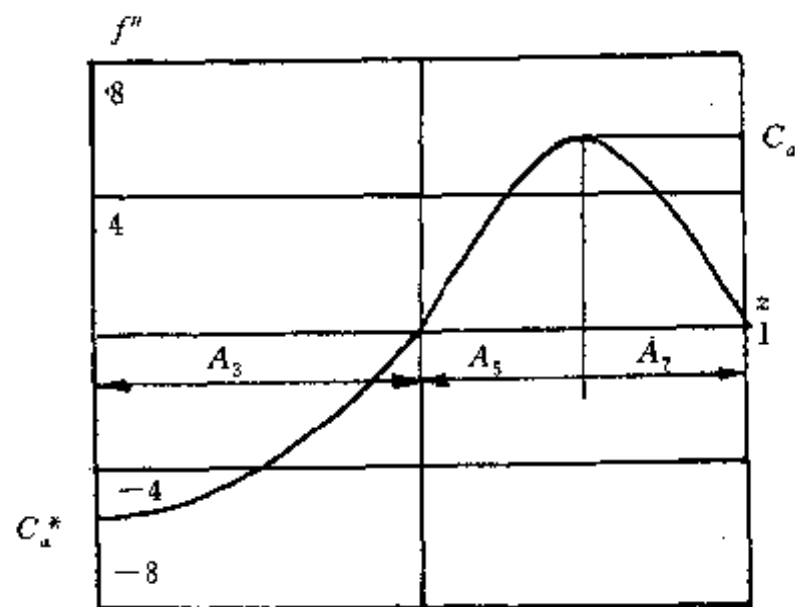


图 7-26 打纬凸轮机构加速度线图(回程)

第八章 凸轮机构的分析和设计

一、概述

凸轮机构的设计是指按工作任务的要求来设计凸轮机构的运动学尺寸。正确选择从动件的运动规律是设计中关键的一步,所以本章用一定篇幅讨论此内容。设计方法可分为图解法和解析法,书中根据设计内容的工程需要,有时用图解法,有时用解析法,这样更能满足实际需要。

凸轮机构的分析主要用于分析已有的凸轮机构,用数值计算的方法找出机构所采用的运动规律,从而正确复制原有机件的构件。若运动规律很难确定,还可通过数值计算的方法找出凸轮廓线实测数据中不合理的值,通过调整,得到排除了磨损和测量误差的合理数组,再用这个数组去复制凸轮,所以凸轮机构的分析可应用于凸轮机构的维修和复制等。

二、凸轮机构的设计

(一)运动规律的选择

1. 边界条件 首先,要根据工作任务的要求画出如图 7-4 所示的凸轮机构从动件运动简图,整个运动过程分成边界点为 i 和 k 的若干区域,根据工作任务确定每个边界点的边界条件,并按第七章中叙述的办法作无量纲化运算,得到无量纲边界条件。所有边界条件可用字母 R、G、U 和 B 表示,共有 16 种可能的边界条件的组合。表 8-1 列出各种边界条件组合可能采用的运动规律,它们都取自第七章,其中 R-R 边界条件可采用的运动规律最多。

表 8-1 各种边界条件时可采用的运动规律

	R	G	U	B
R	直线;抛物线,余弦 5 次多项式;正弦;改进梯形;改进余弦;跃动连续高次多项式	5 次多项式;修正正弦	复合正弦,余弦;修正梯形;复合三角函数	5 次多项式
G	5 次多项式;修正正弦	5 次多项式;修正正弦	三角函数组合;5 次多项式	5 次多项式
U	复合正弦;余弦;修正梯形;复合三角函数	三角函数组合;5 次多项式	余弦—直线组合;余弦;直线—余弦—直线	5 次多项式
B	5 次多项式	5 次多项式	5 次多项式	5 次多项式

2. 运动规律的评定 特征值 C_0 、 C_1 、 C_2 、 C_3 和 C_m 是反映运动规律特性的重要参数,一般说来,其值越小越好。没有一种运动规律其特征值都处于最小,所以只能根据工作任务来选定某个特征值较小的运动规律,因此有必要详细研究特征值的含义。

C_1 : 无量纲速度 f' 的最大值。

以摆动从动件凸轮机构为例。设从动件上的工作阻力矩为 M_b ; 转速 ω_b ; 凸轮的主动力矩为 M_a , 转速为 ω_a 。根据功率相等的原理有:

$$M_a \omega_a = M_b \cdot \omega_b$$

又

$$\omega_b = \frac{\Psi_{ik}}{\Phi_{ik}} f'(z) \cdot \omega_a$$

故

$$M_a = M_b \cdot \frac{\Psi_{ik}}{\Phi_{ik}} f'(z)$$

主动力矩 M_a 与 $f'(z)$ 值成正比, C_1 大意味着 M_a 大, 是不利的。所以 C_1 有时可称为静负荷特征值。

此外, C_1 值还影响到传动角, C_1 值大则传动角小, 不利于传动。

C_2 : 无量纲加速度 f'' 的最大值。

C_2 值大意味着从动件的惯性力大。若从动件质量较大, 就应该采用 C_2 值较小的运动规律。 C_2 值还对凸轮廓线的曲率半径有影响, C_2 值小, 廓线曲率半径大, 是有利的。

C_3 : 无量纲跃动 f''' 的最大值。

f''' 值表示惯性力的变化, 为了减少振动和噪声, C_3 值应小。

C_m : $f' \cdot f''$ 乘积的最大值。

若将工作阻力矩写成惯性力矩, 则主动力矩 M_a 与 $f' \cdot f''$ 成正比。为了减少动负荷所引起的力矩 M_a , 应取较小的动力学特征值 C_m 。

3. 选择运动规律的原则

- 运动规律应无刚性冲击, 并尽可能无柔性冲击。
- 根据要求, 选择 1 到 2 个特征值作为主要指标, 再以此来选择运动规律。
- 加速度曲线的平缓 and 跃动曲线的连续有助于减少振动。
- 设从动系统固有频率为 ω_n , 凸轮转速为 ω_a , 当 $\eta_s = \frac{\omega_a}{\omega_n} > 0.1 \sim 0.3$ 时, 凸轮机构应视为弹性系统, 此时应采用包括在边界点处, 跃动曲线始终连续的运动规律。

· 合理地制订各区域的边界条件, 以便更合理地选择运动规律。以图 8-1 为例, 在图 8-1 (a) 中, 从动件运动由两个区域组成, 它们都为 R—R 边界条件, 其实在两个区域之间只作了极短暂的“点”式的停顿, 加速度曲线不平缓, 因此不合理。在图 8-1 (b) 中改为由 R—U 和 U—R 两种边界条件组成的两个区域, 加速度曲线平缓, 效果好。图中还画出相应的凸轮的形状。

· 必要时采用转折点 W 偏、移的运动规律。以图 8-2 所示力封闭的移动从动件盘形凸轮机构为例, F_{12} 为凸轮对从动件滚子的作用力, F_f 为弹簧对从动件的作用力。从动件的惯性力 F_s 总是与 s 反向。由第七章可知:

$$\ddot{s} = f'' \cdot \frac{\Psi_{ik}}{\Phi_{ik}^2} \omega^2$$

由力的平衡可得

$$F_{y,12} = F_f + F_s = F_f + m \cdot f'' \frac{\Psi_{ik}}{\Phi_{ik}^2} \omega^2$$

$F_{y,12}$ 必须为正值, 以保持凸轮与滚子之间的接触, 所以 f'' 的负值不宜过大。这时可采用转折

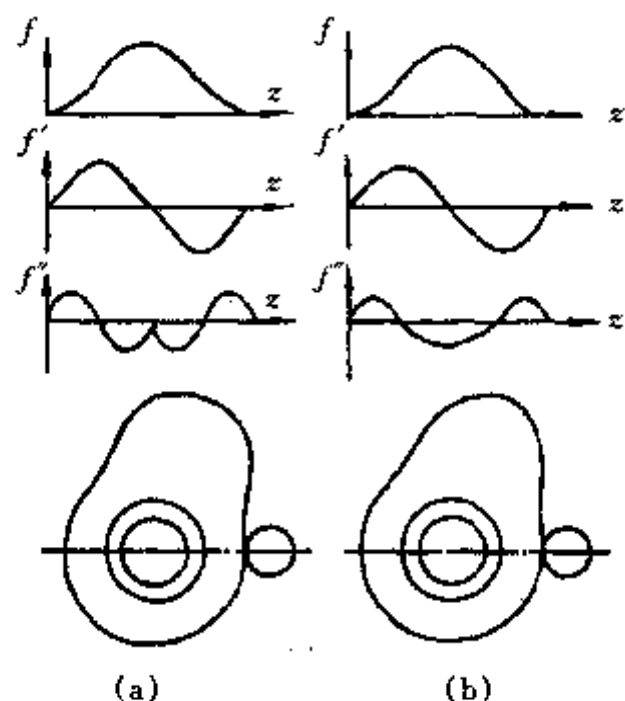


图 8-1 两种不同边界条件的凸轮

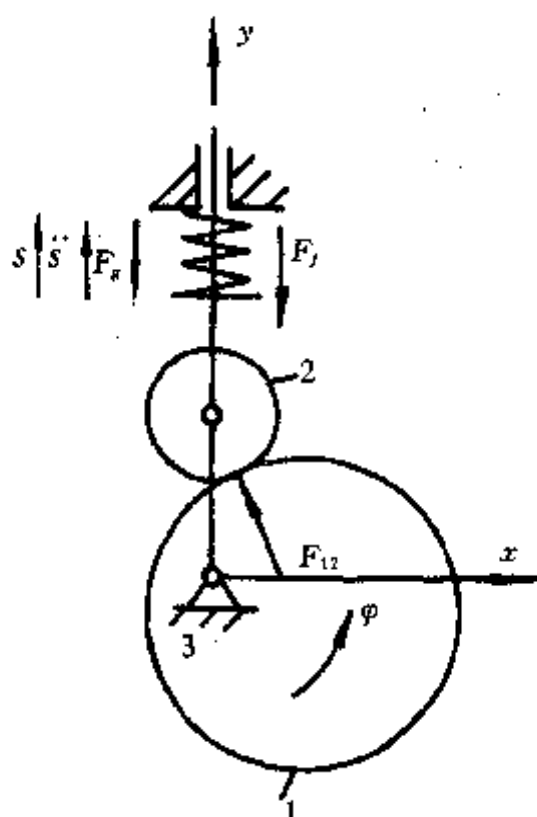


图 8-2 力闭合凸轮机构

点向始点方向偏、移的运动规律,使最大负加速度值变小。

此外,可偏、移转折点来实现运动规律的优化,图 7-16 即为一实例。

(二) 结构形式的选择

对于同一运动规律,可以有两种不同的凸轮机构。图 8-3 表示摆动从动件和移动从动件两种凸轮机构。以从动件升程为准,升程时,从动件运动远离凸轮中心,称为 L 型凸轮机构,凸轮基圆半径为 r_{G1} ;升程时,从动件运动向着凸轮中心,称为 C 型凸轮机构,凸轮基圆半径为 r_{G2} 。两种形式的凸轮大小不一样,如果升程以后的停歇区域比回程后的停歇区域长,则 L 型的凸轮体尺寸大于 C 型的凸轮体,如图 8-3 (a) 所示;反之, L 型凸轮体尺寸小于 C 型的尺寸,如图 8-3 (b) 所示。此外,两种形式的受力情况也不一样,在选型时要考虑这些因素。

另外还可以看出,以图 8-3 (a) 为例,若 L 型和 C 型有相同的机架中心距 a ,把两个机构叠合起来,使 L 型和 C 型的凸轮体固结在一起,它们的摆动从动件也固结在一起,就变成共轭凸轮机构,如图 8-15 所示。

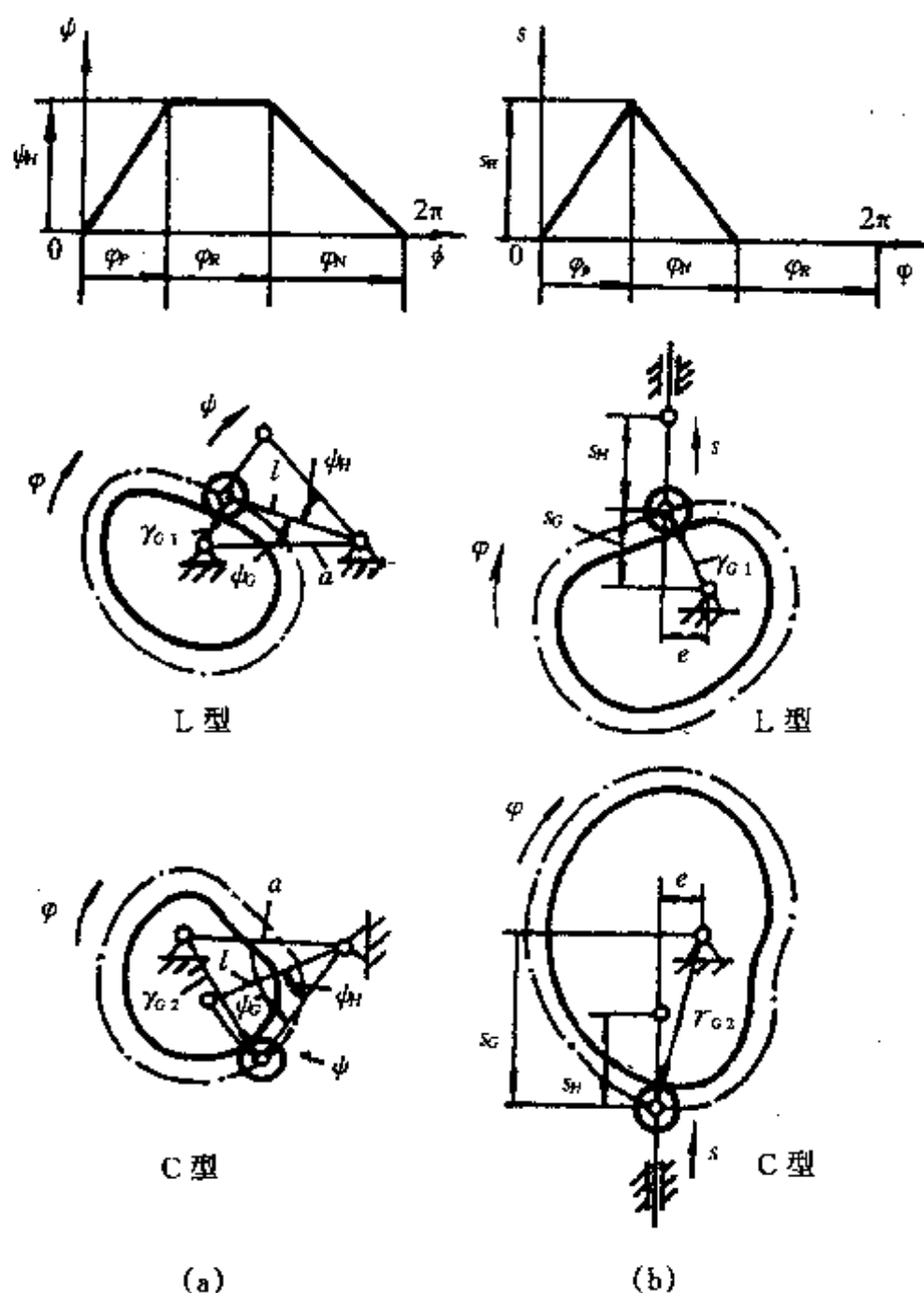


图 8-3 两种类型的凸轮机构

(三) 运动学尺寸的确定

对于摆动从动件盘形凸轮机构来说, 运动学尺寸为机架中心距 a , 摆杆长度 l 和基圆半径 r_G 。

对于移动从动件盘凸轮机构来说, 运动学尺寸为偏心距 e 和基圆半径 r_G 。

上述尺寸都已标在图 8-3 中。当凸轮转动使从动件开始上升运动时, 凸轮理论廓线的向径值称为基圆半径, 这个位置相当于 $\varphi = 0, s = 0$ 和 $\psi = 0$ 。

一般利用传动角确定运动学尺寸。要求机构在运行过程中传动角 $\mu \geq [\mu]$, 以保证传动顺利, $[\mu] = 40^\circ - 50^\circ$ 。由于传动角的许可值是一个范围, 所以根据 $[\mu]$ 精确计算运动学尺寸不必要, 而且这种计算较复杂。这里只介绍以旋转速度矢量为基础的图解法, 其精度对工程技术来说已足够。

如图 8-4 所示, 用第二章所叙述的方法, 称 \vec{w}_{B2} 为从动件的 B 点类速度旋转矢量, \vec{w}_{B1} 为主动件 1 的 B 点类速度旋转矢量, \vec{w}_{B21} 为 B 点相对运动的类速度旋转矢量, 它们构成了矢量方程:

$$\vec{w}_{B2} = \vec{w}_{B1} + \vec{w}_{B21}$$

\vec{w}_{B2} 值由已选定的从动件运动规律确定。对于图 8-4(a) 中的摆动从动件,

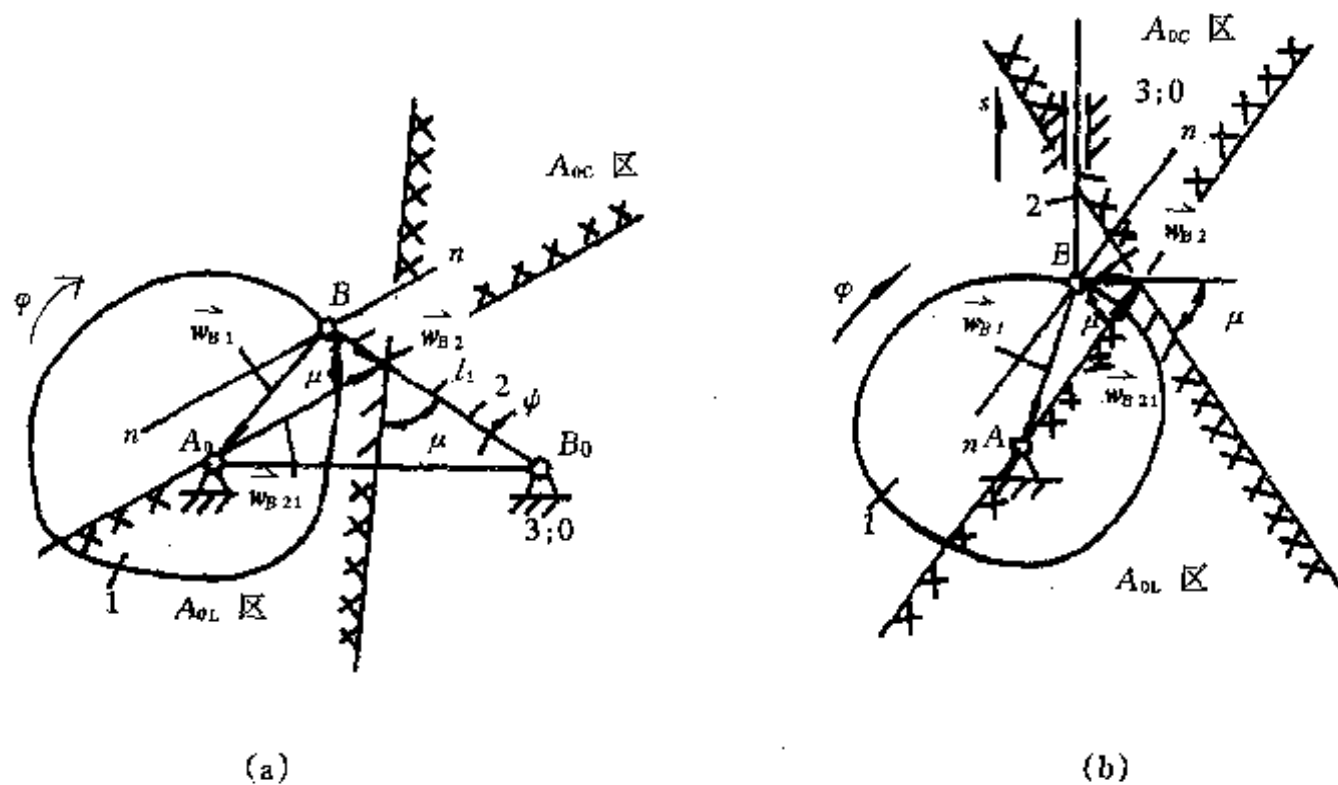


图 8-4 类速度与传动角 μ 的关系

$$\omega_{B2} = \frac{d\psi}{d\varphi} l_2 = \psi' l_2 = f' \cdot \psi l_2$$

对于图 8-4(b) 所示的移动从动件,

$$\omega_{B2} = \frac{ds}{d\varphi} = s' = f' \cdot s_H$$

在 ω_{B2} 值不变的情况下, 为取得更大的传动角, 选择 A_0 点在图 8-4 中所示阴影区的范围内, 阴影区外是 A_0 点的不可行域, 意味着传动角 μ 变小使传动性能变坏。这个有效阴影区又可分成两部分, 分别构成 L 型和 C 型凸轮机构。

画出从动件的一系列位置, 并作出相应的有效阴影区, 这些阴影区的公共区域就是凸轮的旋转中心 A_0 的可行域。 A_0 位置选定后, 即可确定 a 、 e 和 r_G 的值。

在工程上可采取近似的方法得出 A_0 的可行域, 步骤如下:

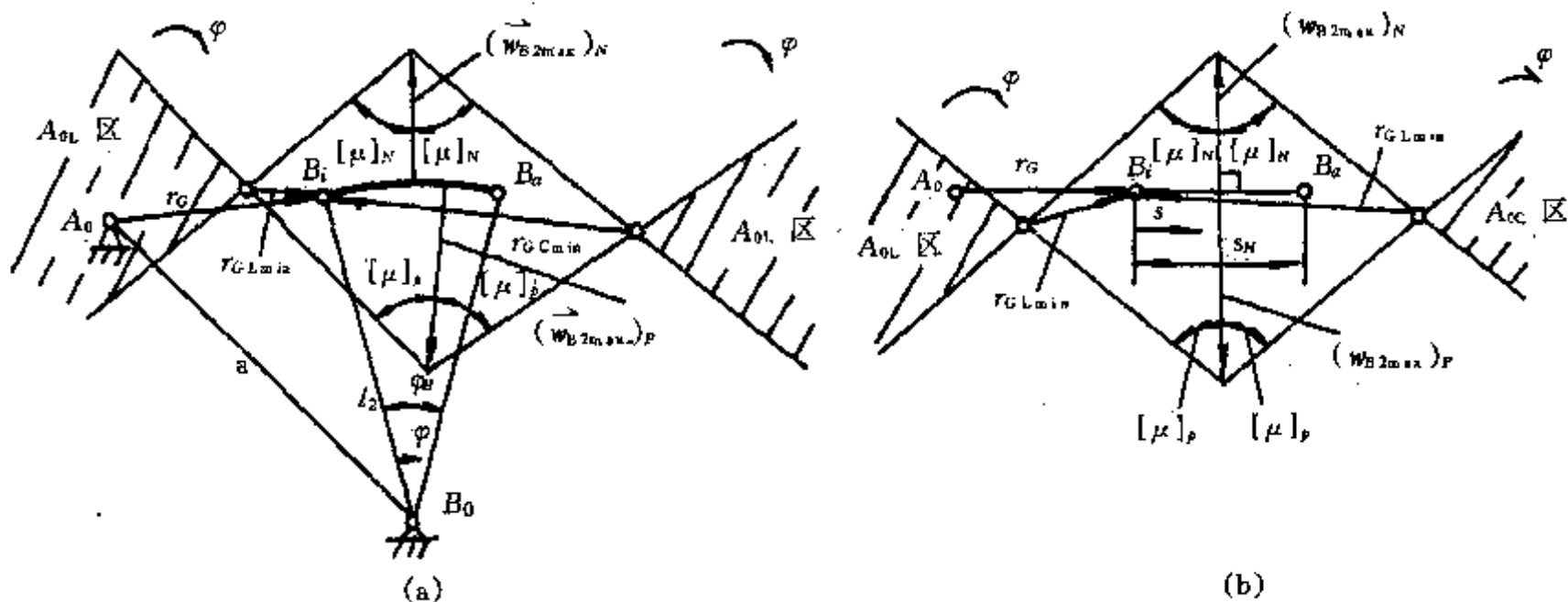


图 8-5 近似法确定凸轮机构主要几何尺寸

- (1) 选定从动件运动规律 $f = f(z)$, 从动件升程摆角 ψ_H 或升程位移 s_H 。
- (2) 取 $BB_0 = l_2$ 为单位长, 画出 BB_0 摇杆的摆角范围 ψ_H ; 如为移动从动件, 画出 $B_i B_e = s_H$ 。如图 8-5(a)、(b) 所示。

(3) 根据 $f = f(z)$, 求出升程(以字母 P 表示)和回程(以字母 N 表示)的 $\max f'(z)$ 和相应的 z 值。

(4) 根据步骤(3)得出的 z 值, 计算确定 $\psi = \psi_H \cdot z$ 或 $s = s_H \cdot z$ 。在图中表示所对应的 B 点。从 B 点出发作出旋转类速度矢量。可先画出类速度矢量, 再按 φ 转动的方向转动 90° , 得到旋转类速度矢量, 矢量的大小为:

对于摆动从动件

$$(\omega_{B2\max})_{P,N} = [\max f'(z)]_{P,N} \cdot \psi_H \cdot 1$$

对于移动从动件

$$(\omega_{B2\max})_{P,N} = [\max f'(z)]_{P,N} \cdot s_H$$

在矢端, 向两侧标出所规定的许用传动角 $[\mu]_{P,N}$, 由传动角伸展出来的边组成凸轮旋转中心的两个可行域, 它们分别为 L 型和 C 型凸轮机构。

(5) 在可行域内选择 A_0 点, 即可确定凸轮机构的其他主要尺寸 a 、 e 和 r_G , 可以保证在任一机构工作位置有 $\mu \geq [\mu]$ 。

应注意: 对摆动从动件凸轮机构来说, 是以摇杆 l_2 为单位长来求出机架长 a 和基圆半径 r_G , 可按实际需要机构进行缩、放。

(四) 凸轮理论廓线的确定

凸轮的理论廓线可用作图法和计算法确定。应用计算机, 完全可以计算出凸轮廓线的坐标值, 但工程技术人员仍愿意通过作图法得出凸轮形状以及凸轮机构所占空间的概况, 以便估计机构的适用性。作用法可以在几乎一切机构学的著作中找到, 所以这里只介绍计算法的内容。

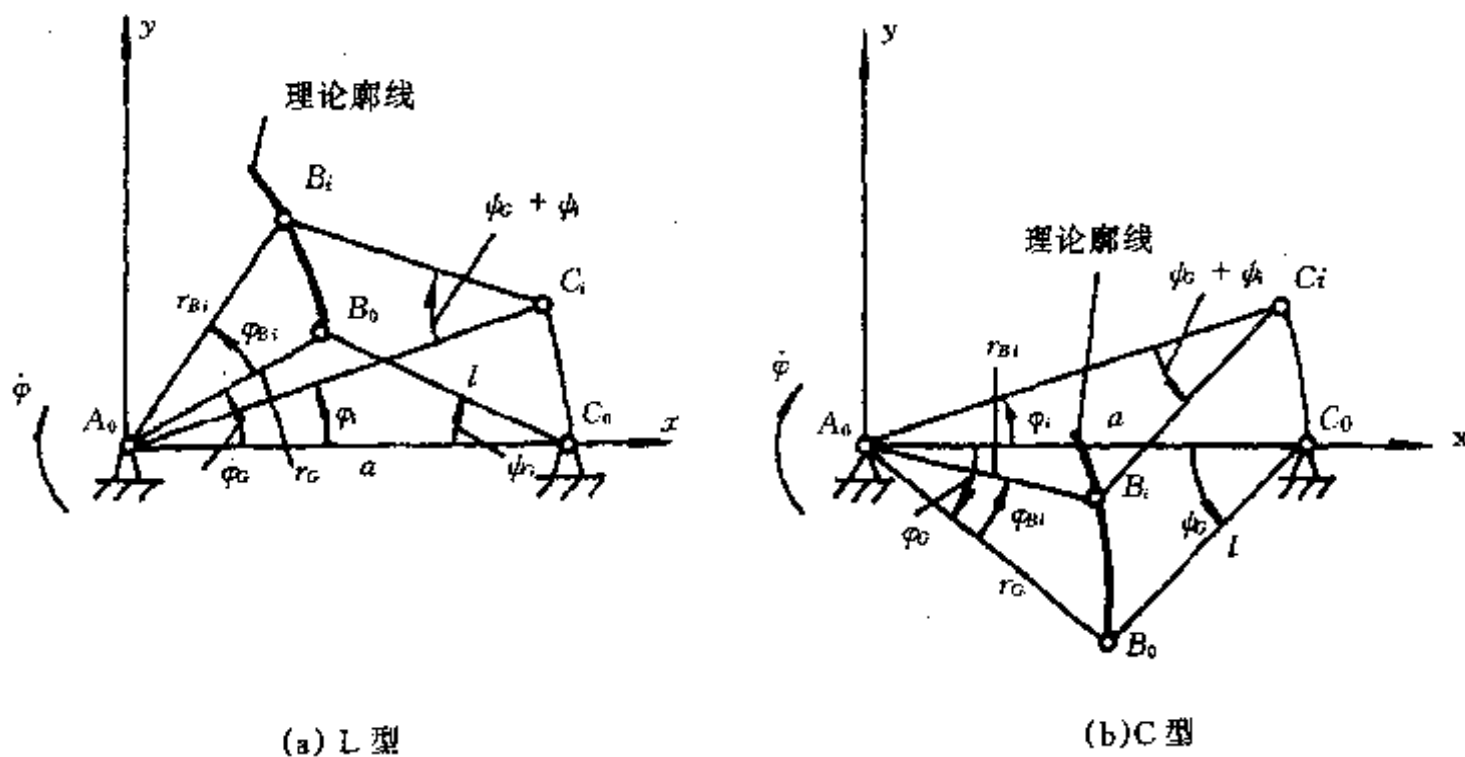


图 8-6 反转法确定摆动从动件凸轮理论廓线

1. 摆动从动件凸轮机构 如图 8-6 所示, 设已知 $f = f(z)$, 凸轮升程转角为 φ_P , 从动件摆角为 ψ_H 。根据本章二、(三)中提供的方法得出机架长 $A_0C_0 = a$, 摇杆长 $B_0C_0 = l$, 基圆半径 $A_0B_0 = r_G$ 。可按下列公式计算出凸轮理论廓线。首先, 在起始位置时, 基转角为 φ_G ,

$$\varphi_G = \pm \arccos \frac{a^2 + r_G^2 - l^2}{2ar_G} \quad (8-1)$$

L型时取正号, C型时取负号。

基摆角为 ψ_G ,

$$\psi_G = \pm \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_G^2}{2al} \quad (8-2)$$

L型时取正号, C型时取负号。

如图 8-6 所示, 凸轮作顺时针转动, 现固定凸轮不动, 令机架反向转动到第 i 个位置, 其反转的角度也就是凸轮的转角 φ_i 。从动件的 B 端在凸轮的理论廓线上滑过, 凸轮被 B 端滑过的弧线所对向径角为 φ_{B_i} , 从动件的摆动角为 ψ_i 。

$$\varphi_i = \varphi_P \cdot z_i \quad (8-3)$$

$$\psi_i = \varphi_H \cdot f_i \quad (8-4)$$

凸轮上 B_i 点的直角坐标式可表示为:

$$\begin{cases} x_{B_i} = a \cdot \cos \varphi_i - l \cdot \cos[\varphi_i - (\psi_G + \psi_i)] \\ y_{B_i} = a \cdot \sin \varphi_i - l \cdot \sin[\varphi_i - (\psi_G + \psi_i)] \end{cases} \quad (8-5)$$

$$(8-6)$$

上式就是凸轮理论廓线直角坐标表达式。在工程实际中, 往往需要知道其极坐标表达式, 并且把极坐标的坐标轴选在 A_0B_0 线上。这时, 考虑到 $\angle B_iA_0C_0$ 可能占据的所有象限, 引入计算机算法语言中具有符号函数 sgn , 有

$$\angle B_iA_0C_0 = \arctan \frac{y_{B_i}}{x_{B_i}} + \frac{\pi}{2} [1 - \text{sgn}(x_{B_i})]$$

$$\text{得} \quad \varphi_{B_i} = \arctan \frac{y_{B_i}}{x_{B_i}} + \frac{\pi}{2} [1 - \text{sgn}(x_{B_i})] - \varphi_G \quad (8-7)$$

$$r_{B_i} = \sqrt{x_{B_i}^2 + y_{B_i}^2}$$

当 x_{B_i} 为零或 $\left| \frac{y_{B_i}}{x_{B_i}} \right|$ 的值大于某个值, 比如 100000, 计算机无法运算而溢出, 还要增加下列公式:

当 $x_{B_i} = 0$ 或 $\text{abs}\left(\frac{y_{B_i}}{x_{B_i}}\right) > 100000$ 时

$$\varphi_{B_i} = \frac{\pi}{2} \text{sgn}(y_{B_i}) - \varphi_G \quad (8-8)$$

其中 abs 表示算法语言中具有绝对值函数。

当机架反转角度为 φ_P 时, 从动件摆动到极限位置, 此时凸轮向径 r_m 为最大值。若如图 8-2(a) 所示凸轮转动 φ_P 角而从动件停顿, 则凸轮向径保持 r_m 不变。在计算回程的凸轮廓线时, 应以 r_m 代替 r_G 代入式(8-1)和式(8-2), 在式(8-4)中, 改写为 $\psi_i = \varphi_H(f_i - 1)$, 则其他公式可照常使用。注意, 在极坐标法表达凸轮回程向径值时, 起始坐标线为向径 r_m 线。

应该检验机构运行时的传动角 μ , 看是否满足 $\mu \geq [\mu]$ 这一要求。

图 8-7(a) 表示利用三心定理计算传动角的方法。构件 1 为凸轮, 构件 2 为摆动从动件, P_{12} 为构件 1 和 2 相对运动的速度瞬心。按照瞬心的定义, B_iP_{12} 线必与凸轮理论廓线在 B_i 点相垂直, 从而得出图示 μ 角。按照三心定理,

$$P_{12}P_{13} \cdot \omega_1 = P_{12}P_{13}\psi_i$$

而 $P_{13}P_{23} = a$, 可得出

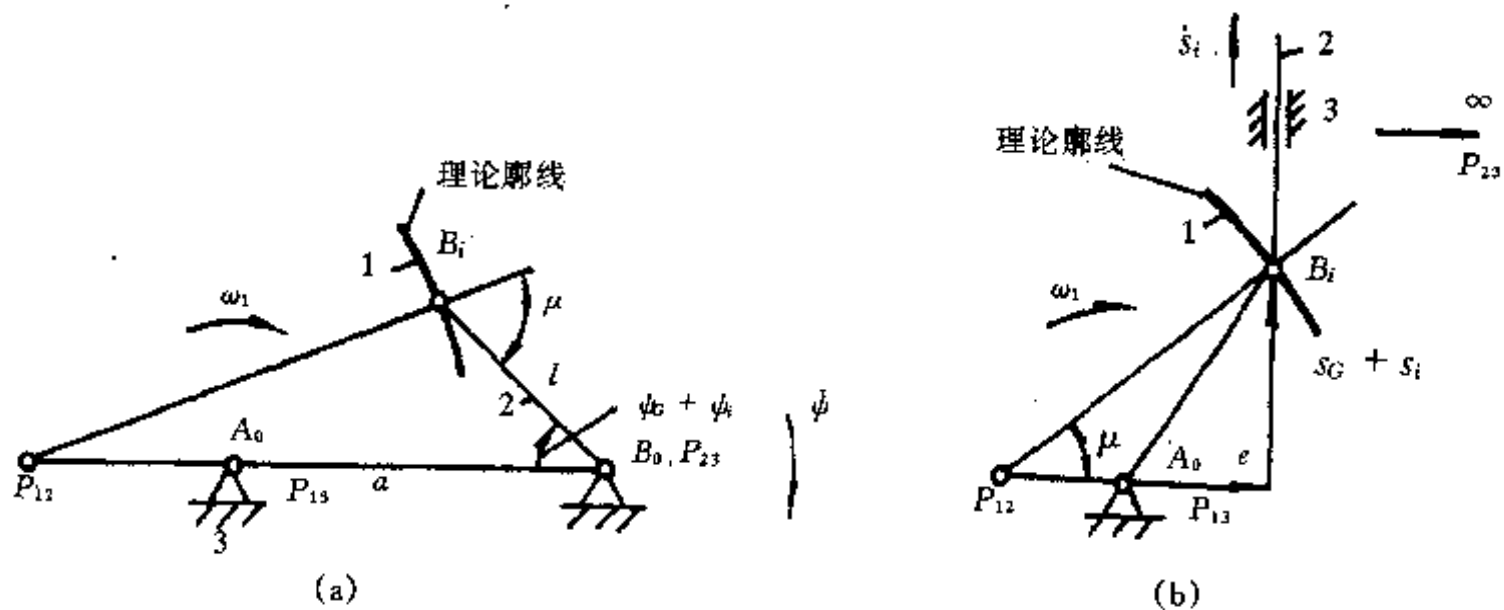


图 8-7 三心定理确定传动角

$$P_{12}P_{23} = \frac{a}{1 - f_i' \frac{\psi_H}{\varphi_P}} \quad (8-9)$$

$$P_{12}B_i^2 = P_{12}P_{23}^2 + l^2 - 2P_{12}P_{23} \cdot l \cdot \cos(\psi_G + \psi_i) \quad (8-10)$$

$$\mu = \arccos \left| \frac{P_{12}B_i^2 + l^2 - P_{12}P_{23}^2}{2P_{12}B_i \cdot l} \right| = \arccos \left| \frac{l - P_{12}P_{23} \cos(\psi_G + \psi_i)}{P_{12}B_i} \right| \quad (8-11)$$

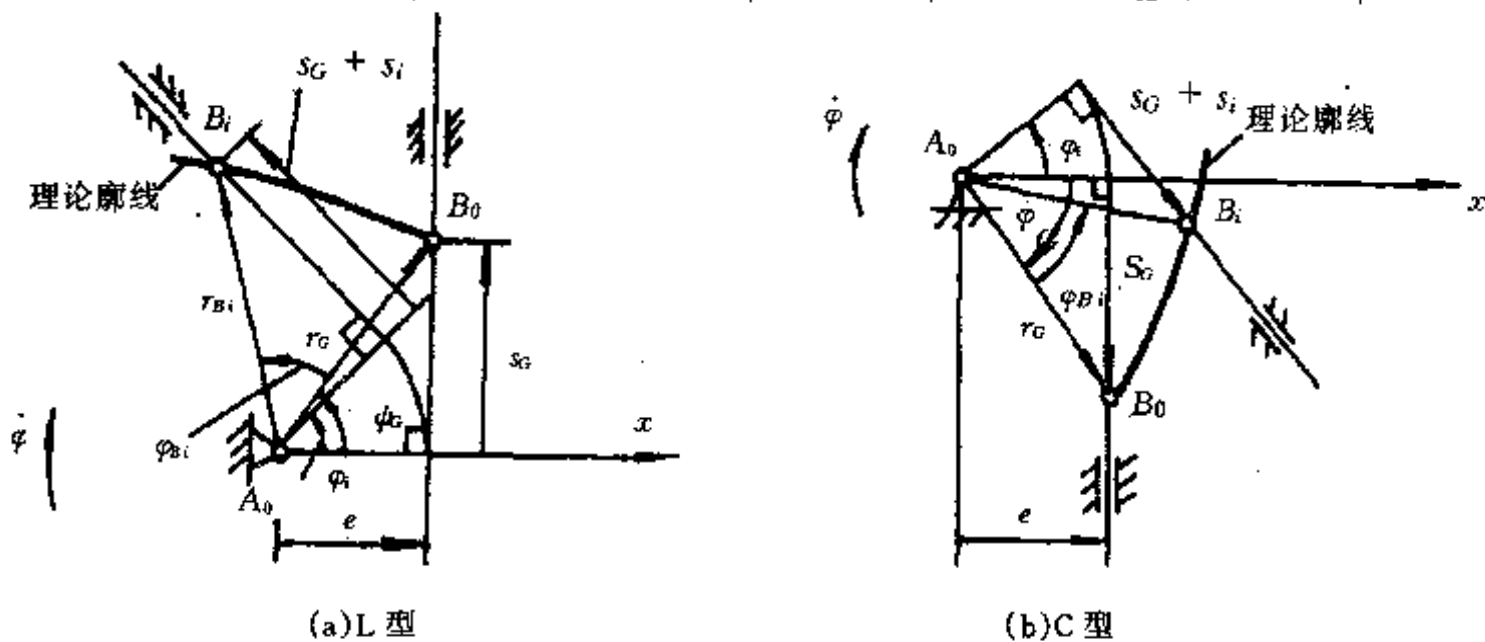


图 8-8 反转法确定移动从动件凸轮理论廓线

式(8-11)中加绝对值符号是因为 μ 角总是取锐角值。

2. 移动从动件凸轮机构 参照图 8-6, 画出确定移动从动件凸轮理论廓线的图 8-8。设凸轮都作顺时针转动, 移动从动件导路的偏置值 e 以 x 轴方向确定正负号。在起始位置时, 凸轮的基转角为 φ_G ,

$$\varphi_G = \pm \cos^{-1} \frac{e}{r_G} \quad (8-12)$$

L 型时公式取正号, C 型时取负号。

从动件的基行程为 s_G ,

$$s_G = \pm \sqrt{r_G^2 - e^2} \quad (8-13)$$

L 型时公式取正号, C 型时取负号。

如图 8-8 所示, 令从动件反转到第 i 位置, 有 $\varphi_i = \varphi_P \cdot z_i$ 和 $s_i = s_H \cdot f_i$ 。凸轮上 B_i 点的直角坐标为

$$\begin{cases} x_{B_i} = e \cos \varphi_i - (s_G + s_i) \sin \varphi_i & (8-14) \\ y_{B_i} = e \sin \varphi_i + (s_G + s_i) \cos \varphi_i & (8-15) \end{cases}$$

用式(8-7)和式(8-8)可把上述直角坐标表达转为极坐标表达。回程的计算方法已在第二、(四)、1中说明。

为检验传动角,可利用图8-7(b)。根据三心定理有 $-P_{12}P_{13} \cdot \omega_1 = s_i(P_{12}P_{13} + e)$, 得出

$$P_{12}P_{13} = f_i' \cdot \frac{s_H}{\varphi_P} \quad (8-16)$$

而传动角 μ 为

$$\mu = \arctan \left| \frac{s_G + s_H \cdot f_i'}{f_i' \frac{s_H}{\varphi_P} - e} \right| \quad (8-17)$$

当取 $e = 0$, 即对心式移动从动件时,

$$\mu = \arctan \left| \frac{r_G - s_H \cdot f_i'}{f_i' \frac{s_H}{\varphi_P}} \right| \quad (8-18)$$

从式(8-18)可看出,基圆半径 r_G 越大,凸轮的升程转角 φ_P 越大, f_i' 值越小,则 μ 值越大。在机构运动过程中, μ 值随 f_i' 值而变,在 f_i' 值取最大时, μ 值近似为最小值。为保证 $\mu \geq [\mu]$,可采用较大基圆半径,放宽凸轮升程转角(这一点有时受工作要求约束,较难做到)和选用 C_v 值较小的运动规律。这一结论还可推广到其他各种凸轮机构。

从式(8-17)还可看出,采用偏距 e 可改变传动角。但当偏距使升程传动角变大而有利传动时必导致回程传动角变小,所以建议优先使用对心式机构。

3. 平底摇杆从动件凸轮机构 用与图8-6、图8-8类似的方法画出图8-9(a),用以确定平底摇杆从动件凸轮机构的凸轮廓线。凸轮廓线与摇杆接触点 B_i 随凸轮转动而变,以 b 表示 B_i 点的位置,写出凸轮廓线方程

$$\begin{cases} x_{B_i} = a \cos \varphi_i - b \cos(\psi_G + \psi_i - \varphi_i) & (8-19) \\ y_{B_i} = a \sin \varphi_i + b \sin(\psi_G + \psi_i - \varphi_i) & (8-20) \end{cases}$$

其中基摆角 $\psi_G = \arcsin \frac{r_G}{a}$ 。为了计算 b 值,可根据图8-9(b)进行,由式(8-9)得出 $P_{12}P_{23}$ 的

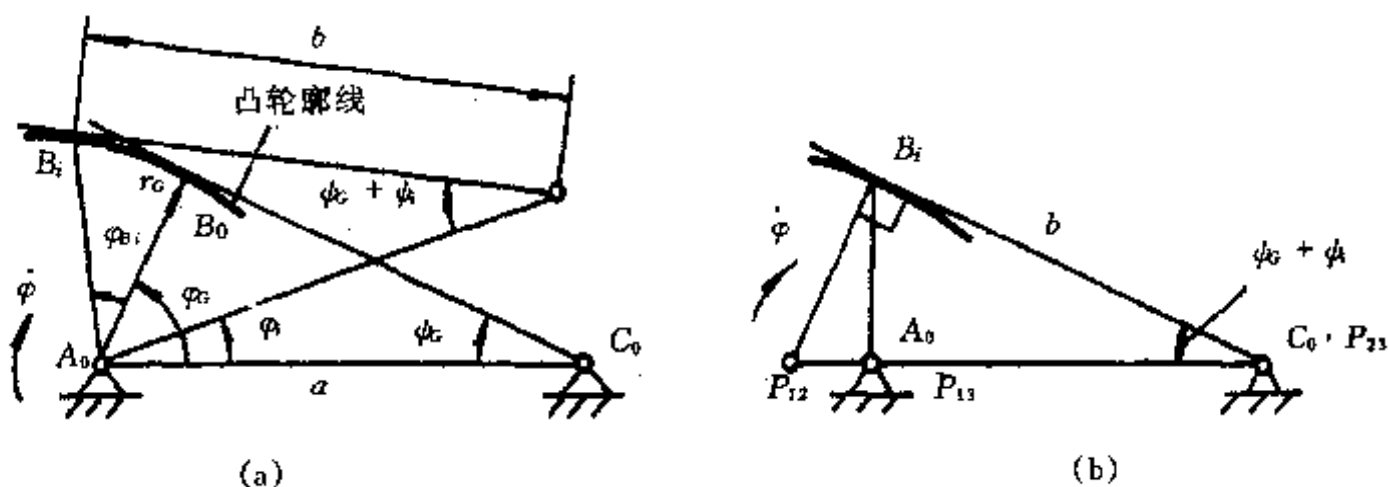


图8-9 反转法确定平底摇杆从动件凸轮廓线

值,再由 $\angle P_{12}B_iP_{23}$ 为直角得出

$$b = \frac{a}{1 - f_i' \frac{\psi_H}{\varphi_P}} \cdot \cos(\psi_G + \psi_i) \quad (8-21)$$

该机构凸轮主动时传动角总等于 90° , 所以传动良好。

(五) 理论廓线的曲率半径

理论廓线的曲率半径 ρ_B 可用参数形式表示的微分几何关系式算出:

$$\rho_B = \left| \frac{\sqrt{(x_B'^2 + y_B'^2)^3}}{x_B' y_B'' - y_B' x_B''} \right| \quad (8-22)$$

其中 $x_B' = \frac{dx_B}{d\varphi_B}$ 和 $y_B' = \frac{dy_B}{d\varphi_B}$, $x_B'' = \frac{d^2x_B}{d\varphi_B^2}$ 和 $y_B'' = \frac{d^2y_B}{d\varphi_B^2}$ 可由式(8-5)和式(8-6), 式(8-14)和式(8-15), 式(8-19)和式(8-20)求导得出。

如果用图解法画出凸轮理论廓线, 廓线的凸凹形用肉眼立即可分辨出来。若用计算法, 则必须计算出

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_B'' x_B' - x_B'' y_B'}{x_B'^3}$$

用以进一步判别廓线的凸凹特性。图 8-10 表示了这一情况, 在图(a)中, 当廓线处于直角坐标的第 1、2 象限而 $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$, 当廓线处于第 3、4 象限而 $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$, 则廓线有凸形; 在图(b)中, 廓线在第

1、2 象限而 $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$, 廓线在第 3、4 象限而 $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$, 则廓线有凹形。

对于图 8-3 所示的滚子从动件, 当理论廓线凹形时, 实际廓线的曲率半径比理论廓线的

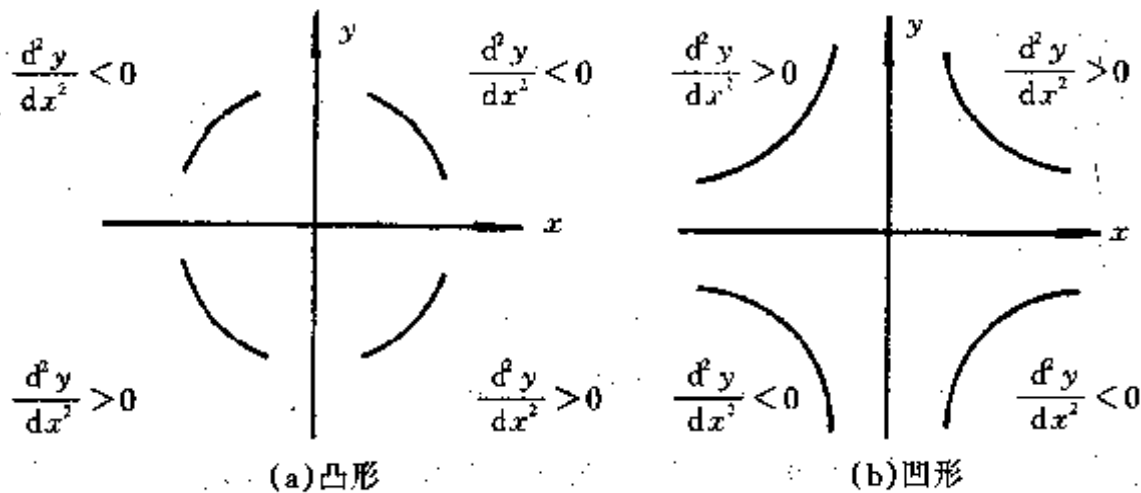


图 8-10 曲线凸凹的判别

曲率半径大滚子半径 r_T , 不会造成运动失真; 当理论廓线凸形时, 实际廓线的曲率半径比理论廓线的曲率半径小滚子半径 r_T , 若理论廓线曲率半径过小, 即 $\rho_B \leq r_T$, 实际廓线变尖而失真, 这是不允许的。若采用图 8-9 所示的平底从动件, 则要求凸轮理论廓线为凸廓线, 否则会造成运动失真。当 $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ 时, 廓线在该点曲率半径为无穷大, 还要进一步区分为两种情况: 一种是廓线的凸凹性在该点左右不变; 另一种是在该点左右廓线由凸转为凹或由凹转为凸, 称该点为拐点或转折点。图 7-7 表明转折点在凸轮机构运动线图分析中的应用。

(六) 滚子选择

绝大部分从动件采用滚子形式以变滑动摩擦为滚动摩擦。纺织机械中有采用塑料滚子的, 以减少振动。在许多新型机械中直接用滚动轴承的外圈作滚子, 大大缩小了机构尺寸。滚子半径选择应保证凸轮实际廓线不出现尖点或失真。图 8-11 说明了凸轮理论廓线, 实际廓线和滚子尺寸三者间的关系。

(七) 凸轮实际廓线

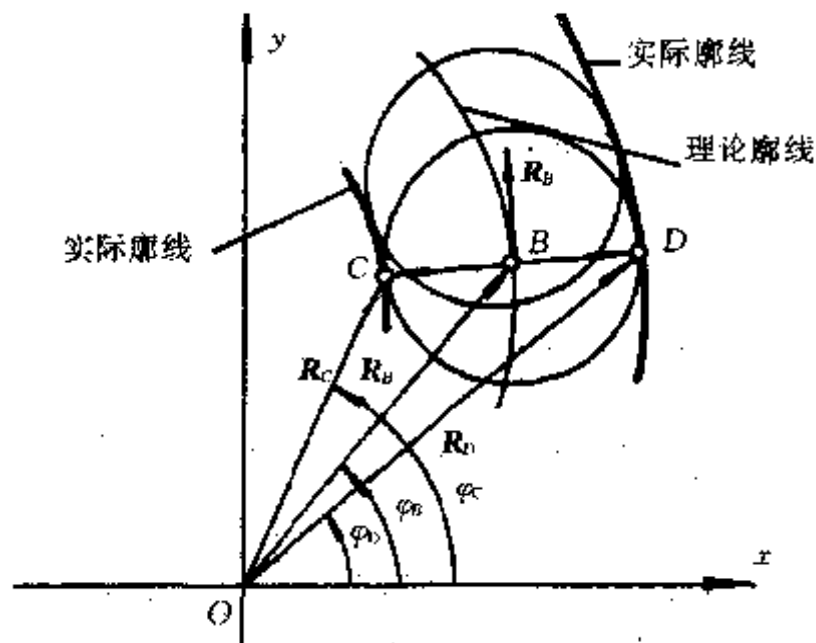


图 8-11 实际廓线计算

在理论廓线上画一系列半径等于滚子半径 r_T 的小圆，小圆族的包络线为凸轮实际廓线，如图 8-11 所示。从图可知，理论廓线与实际廓线互为等距线，所以，本节介绍的公式也适用于凸轮机构分析时由实际廓线推算出理论廓线。

在工程技术中，常用极坐标表示凸轮廓线。理论廓线上点 B 用复数矢量两种形式表达为 $R_B = r_B e^{i\varphi_B} = x_B + iy_B$ ， r_B 为向径， φ_B 为幅角。廓线在 B 点的切线矢量 $R_B = r_B e^{i\varphi_B}$ 可用矢量导数表达为

$$R_B = r_B e^{i\varphi_B} = \dot{x}_B + i\dot{y}_B \quad (8-23)$$

上式虚、实部分开并相除，

$$\tan \varphi_B = \frac{\dot{y}_B}{\dot{x}_B} \quad (8-24)$$

矢量 BC 可视为 R_B 矢量逆时针转 90° 并取模为滚子半径 r_T ，矢量 BD 可视为 R_B 矢量顺时针转 90° 并取模为滚子半径 r_T 而成。所以

$$R_{C,D} = R_B \pm ir_T e^{i\varphi_B} \quad (8-25)$$

矢量分别写成实部和虚部，

$$r_{C,D} \cdot \cos \varphi_{C,D} = r_B \cos \varphi_B \mp r_T \sin \varphi_B \quad (8-26)$$

$$r_{C,D} \cdot \sin \varphi_{C,D} = r_B \sin \varphi_B \pm r_T \cos \varphi_B \quad (8-27)$$

现在，可以写出与 B 点相等距的 C、D 点的向径和幅角，

$$r_{C,D} = \sqrt{r_B^2 + r_T^2 \pm 2r_B r_T \sin(\varphi_B - \varphi_{C,D})} \quad (8-28)$$

式(8-28)当 r_C 时取正号， r_D 时取负号。

$$\tan \varphi_{C,D} = \frac{r_B \sin \varphi_B \pm r_T \cos \varphi_B}{r_B \cos \varphi_B \mp r_T \sin \varphi_B} \quad (8-29)$$

式(8-29)当 r_C 时分子取正号，分母取负号；当 r_D 时分子取负号，分母取正号。

用计算机计算时，凸轮的转角 φ 一般均匀取值，由此计算出的凸轮的理论廓线，其幅角 φ_B 不可能是均匀的。若进一步再求实际廓线， $\varphi_{C,D}$ 的值更不均匀。在工程实用图纸上，实际廓线的幅角应等分表示，以便于制造和检测，为此可采用拉格朗日插值公式，如图 8-12 所示，已用计

计算机得到 $r = r(\varphi)$ 的一组数组, 当 φ 取某指定值 φ_x 求相应的向径 r_x 。首先根据 φ_x 与 φ 值比较得知 $\varphi_{i-1} < \varphi_x < \varphi_i$, 在 φ_x 左右各取两个计算点, 即 $\varphi_{i-2}, \varphi_{i-1}, \varphi_i$ 和 φ_{i+1} , 与 φ_x 相对应的 r_x 值

$$r_x = \frac{(\varphi_x - \varphi_{i-1})(\varphi_x - \varphi_i)(\varphi_x - \varphi_{i+1})}{(\varphi_{i-2} - \varphi_{i-1})(\varphi_{i-2} - \varphi_i)(\varphi_{i-2} - \varphi_{i+1})} r_{i-2} + \frac{(\varphi_x - \varphi_{i-2})(\varphi_x - \varphi_i)(\varphi_x - \varphi_{i+1})}{(\varphi_{i-1} - \varphi_{i-2})(\varphi_{i-1} - \varphi_i)(\varphi_{i-1} - \varphi_{i+1})} r_{i-1} + \frac{(\varphi_x - \varphi_{i-2})(\varphi_x - \varphi_{i-1})(\varphi_x - \varphi_{i+1})}{(\varphi_i - \varphi_{i-2})(\varphi_i - \varphi_{i-1})(\varphi_i - \varphi_{i+1})} r_i + \frac{(\varphi_x - \varphi_{i-2})(\varphi_x - \varphi_{i-1})(\varphi_x - \varphi_i)}{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-2})(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})(\varphi_{i+1} - \varphi_i)} r_{i+1} \quad (8-30)$$

为式(8-30)有极好的计算精度, 但当起始计算输入 φ 值间隔较小时, 可参照式(8-30)使用 2 点或 3 点插值公式, 以简化计算程序。对于廓线的首末端, 有可能在 φ_x 值前后不存在两个计算点而只有一个计算点, 此时也要采用 2 点或 3 点插值公式。下面为 2 点插值公式,

$$r_x = \frac{\varphi_x - \varphi_i}{\varphi_{i-1} - \varphi_i} r_{i-1} + \frac{\varphi_x - \varphi_{i-1}}{\varphi_i - \varphi_{i-1}} r_i \quad (8-31)$$

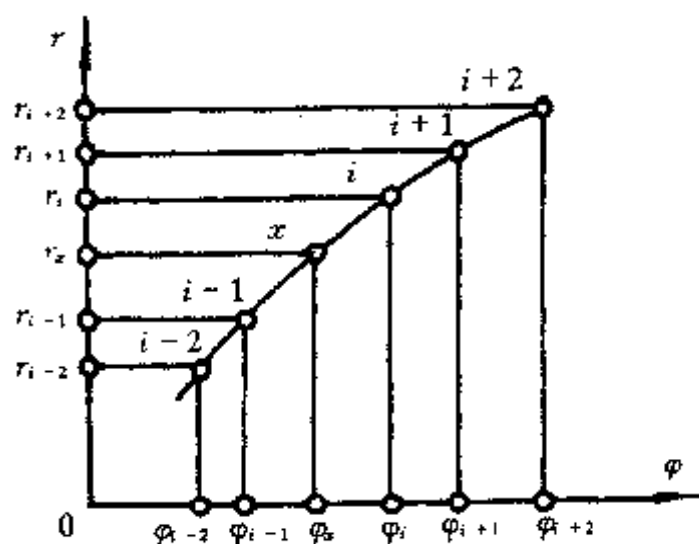


图 8-12 四点插值公式

图 8-13 以滚子摆动从动件盘凸轮机构为例, 说明凸轮机构的设计进程。

(八) 圆盘凸轮机构

为了制造方便, 有时采用偏心圆盘作为凸轮, 如图 8-14 所示。采用高副低代的方法, 可把凸轮机构转化为相当的连杆机构。图 8-14(a) 为曲柄摇杆机构, 图 8-14(b) 为曲柄滑块机构, 所以这是四连杆机构设计和分析的问题, 前几章已叙及。还有所谓圆弧凸轮, 即凸轮廓线由几段圆弧光滑衔接而成, 但在衔接处, 凸轮廓线的曲率半径必发生突变, 会造成机构运动时的冲击, 而且这种凸轮制造也不易, 所以圆弧凸轮现在较少采用。

(九) 共轭凸轮的设计

如图 8-15 所示, 共轭凸轮机构中从动件的往复运动都受到凸轮的积极控制, 即实现了运动的形封闭。为了方便设计计算, 图 8-15(a) 和 (c) 给出两种理论上可行的机构。以图 8-15(a) 为例, 凸轮 1 和 2 同方向转动, 从动件 B_1B_0 和 B_2B_0 重叠在一起, 以相同的运动规律摆动。在摆动时, 尖角 ψ_1 和 ψ_2 都变化, 但 $\alpha = \psi_1 + \psi_2$ 是常数。设机架长度 $A_{01}B_0 = A_{02}B_0$, 若令凸轮 2 和从

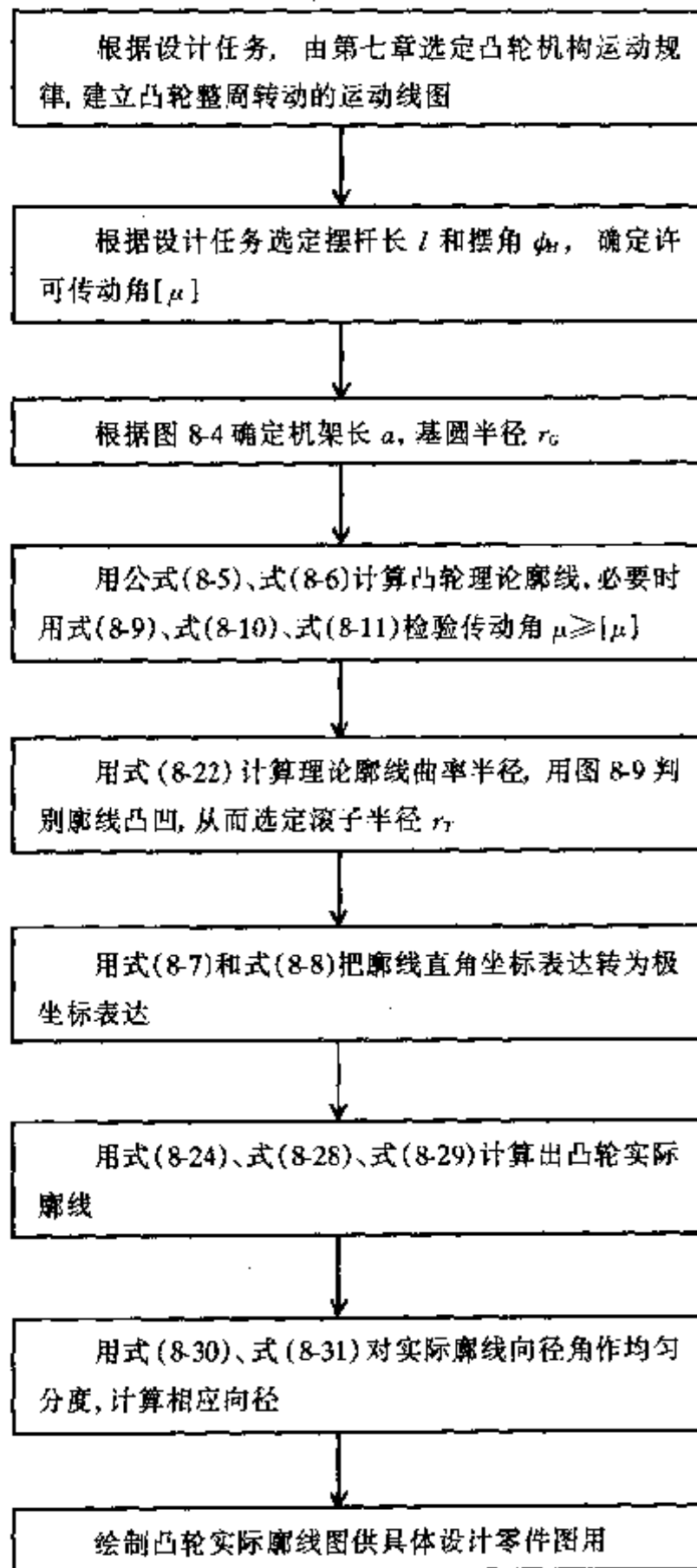


图 8-13 滚子摆动从动件盘凸轮机构的设计程序

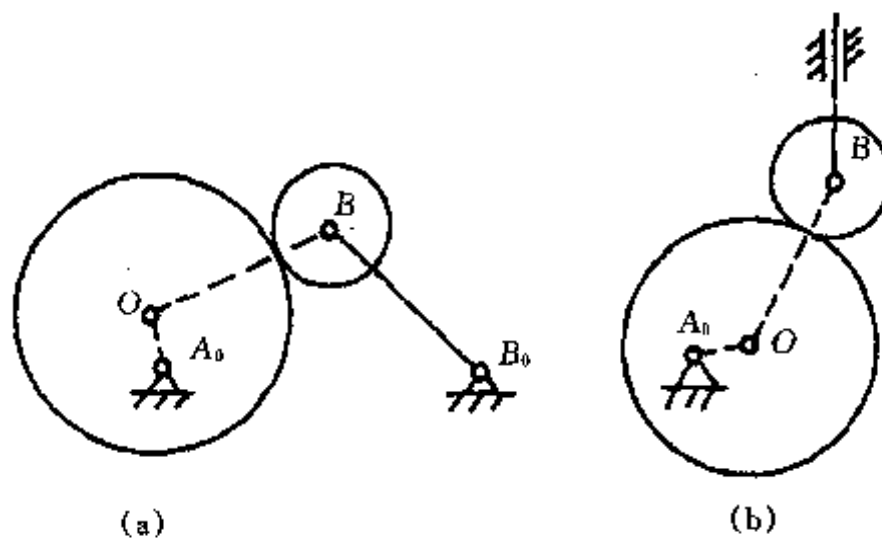


图 8-14 圆盘凸轮机构

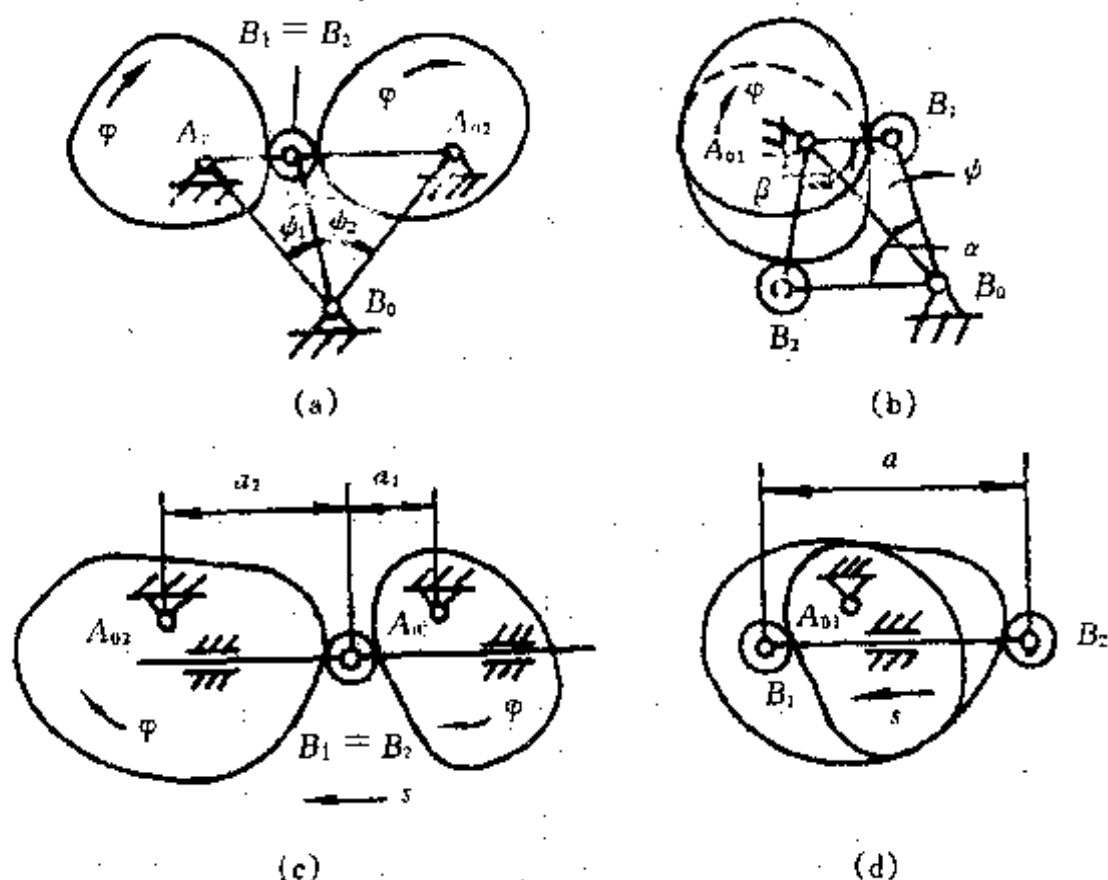


图 8-15 共轭凸轮机构设计

动件 B_2B_0 绕 B_0 点逆时针转动 α 角, 就成为图 8-15(b) 所示实用的共轭凸轮机构。同理, 把图 8-15(c) 中的凸轮 2 和从动件 B_2 向右移动到 A_{02} 与 A_{01} 重合, 就成为图 8-15(d) 所示的直动从动件共轭凸轮机构。凸轮 1 和 2 分别称为主凸轮和回凸轮。

在纺织机械中广泛应用的摆动从动件共轭凸轮机构设计如下:

先选定摆杆的长度 $l = B_1B_0 = B_2B_0$, 然后按图 8-13 设计 L 型的主凸轮 1, 得出主凸轮 1 的基圆半径 r_{G1} 和最大半径 r_{M1} 。令回凸轮 2 的基圆半径 $r_{G2} = r_{M1}$, 最小半径 $r_{M2} = r_{G1}$, 再按图 8-13 设计 C 型的回凸轮 2。

为了确定从动件安装角 α , 可假设(a)图中机构处于从动件摆动的始位置。

$$\begin{aligned} \angle B_1B_0A_{01} &= \psi_{G1} = \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{G1}^2}{2al} \\ \angle B_2B_0A_{02} &= \psi_{G2} = \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{M2}^2}{2al} \\ \alpha &= \psi_{G1} + \psi_{G2} = \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{G1}^2}{2al} + \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{M2}^2}{2al} \end{aligned} \quad (8-32)$$

参照图 8-3, 式(8-32)可写成更简单形式,

$$\alpha = 2\psi_{G1} + \psi_H = 2\arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{G1}^2}{2al} + \psi_H \quad (8-33)$$

所谓主回凸轮的安裝角 β 是指主凸轮基圆半径 r_{G1} 和回凸轮基圆半径 r_{G2} 之间的夹角。从共轭凸轮机构由图(a)到图(b)的变化过程可以看出, $\beta = \angle B_0A_{01}B_1 + \angle B_0A_{02}B_2$, 即

$$\beta = \varphi_{G1} + \varphi_{G2} = \arccos \frac{a^2 + r_{G1}^2 - l^2}{2ar_{G1}} + \arccos \frac{a^2 + r_{G1}^2 - l^2}{2ar_{G2}} \quad (8-34)$$

在工程中, 常设计成凸轮机构处于从动件摆动始状态时主、回凸轮机构有相同的传动角, 即要求 $\angle A_{02}B_2B_0 = 180^\circ - \angle A_{01}B_1B_0 = \mu$ 为始状态传动角。所以, A_{01} 、 $B_1 = B_2$ 和 A_{02} 点应在一条直线上, 结果是

$$\alpha + \beta = (\varphi_{G1} + \varphi_{G2}) + (\varphi_{G1} + \varphi_{G2}) = 180^\circ \quad (8-35)$$

在三角形 $A_{01}A_{02}B_0$ 中, $A_{01}B_0 = A_{02}B_0 = \alpha$, $A_{01}A_{02} = r_{G1} + r_{G2} = r_{G1} + r_{M1}$, 由式(8-33)得知 $\varphi_{G2} = \varphi_{G1} + \varphi_H$, $B_1(B_2)B_0 = l$, 经计算可得出凸轮机构几何尺寸的特殊关系式:

$$\varphi_H = 2\arcsin \frac{r_{M1} - r_{G1}}{2l} = 2\arcsin \frac{r_{G2} - r_{M2}}{2l} \quad (8-36)$$

$$r_{G1} \cdot r_{M1} = r_{G2} \cdot r_{M2} = a^2 - l^2 \quad (8-37)$$

比利时 Picanol 公司所产 GTM 型剑杆织机的打纬共轭凸轮机构的几何尺寸就满足式(8-35)~式(8-37)。还可以进一步看出, 凸轮机构从动件摆动的始末有相同大小的传动角, 按以上方法设计, 不仅简化了参数选择, 并且机构有较好的传动特性。

图 8-15(c)和(d)为移动从动件盘凸轮机构。参照图 8-3, 可以得出如下公式:

令

$$r_{G1} = r_{M2} \text{ 和 } r_{M1} = r_{G2}$$

$$a = a_1 + a_2 = \sqrt{r_{G1}^2 - e^2} + \sqrt{r_{G2}^2 - e^2} \quad (8-38)$$

$$s_H = a_2 - a_1 = \sqrt{r_{G2}^2 - e^2} - \sqrt{r_{G1}^2 - e^2} \quad (8-39)$$

至于主凸轮和回凸轮的理論廓线可按图 8-3 的 L 型和 C 型计算得出。

三、凸轮机构分析

(一) 凸轮机构分析概述

分析已有设备上的凸轮机构, 从而找出凸轮机构构件公称尺寸和机构运动规律, 有利于对设备工作特性的分析, 正确应用设备, 还可排除原机构制造、使用过程中的磨损和机构测量等造成的误差, 正确仿制原机构。所以凸轮机构分析对消化引进设备具有重要意义。这里以滚子摆动从动件盘形凸轮机构为例, 说明全过程。

(二) 凸轮机构的测量

用光学分度头按极坐标方式测量盘形凸轮的向径和向径角, 向径角分度取 0.5° 或 1° , 向径测量以 μm 为单位。凸轮由向径变化区(对应为机构从动件升程或回程)和向径不变区(从动件静止)组成。向径变化区的起始和终止段, 虽然向径随向径角变化不大, 却是影响机构运动的关键区域, 向径在这些地方有 0.01mm 的误差, 就会造成机构运动不平稳。

还应测量从动件滚子直径, 摆杆长度和机架长度, 测量精度应 $< 0.05\text{mm}$ 。若为共轭凸轮机构, 还要测主、回凸轮安装角, 主、回摆杆安装角。

(三) 机构公称尺寸的判定

确定机构公称尺寸是仿制的重要一步。摆动从动件凸轮机构有三种形式, 如图 8-16 所示, 为简化, 以偏心圆表示盘形凸轮的理論廓线。

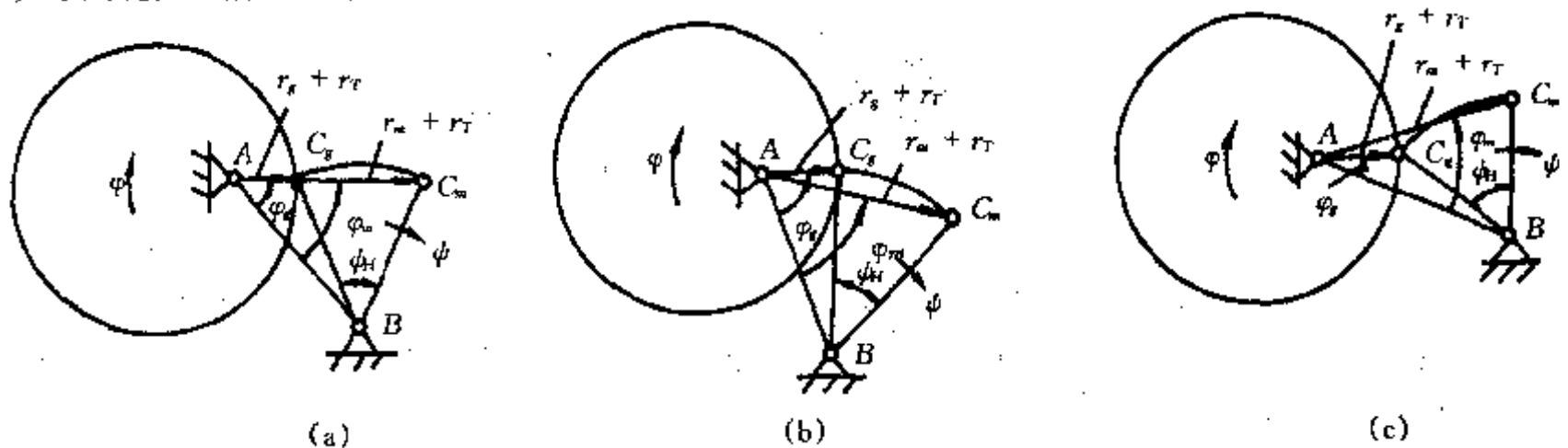


图 8-16 凸轮机构的三种安置形式

一般情况下,从动件在摆动的始末位置速度为零,也就是理论廓线的向径为 r_G 和 r_M 处的廓线法线通过凸轮轴心,而实测得到实际廓线向径最大值为 r_m 和最小值为 r_k ,则有

$$r_G = r_k + r_T \text{ 和 } r_M = r_m + r_T \quad (8-40)$$

$$\varphi_k = \varphi_G = \arccos \frac{a^2 + (r_k + r_T)^2 - l^2}{2a(r_k + r_T)} \quad (8-41)$$

$$\varphi_m = \varphi_M = \arccos \frac{a^2 + (r_m + r_T)^2 - l^2}{2a(r_m + r_T)} \quad (8-42)$$

在一般情况下,凸轮转角不等于凸轮相应工作弧的向径间夹角。在图 8-16(b)中,凸轮顺时针转,从动件顺时针摆动为升程,现机构为正偏置,当凸轮转动 $180^\circ + (\varphi_k - \varphi_m)$ 时从动件完成升程而凸轮参与工作的弧夹角为 180° ,即凸轮转角比凸轮工作弧夹角大 $(\varphi_k - \varphi_m)$,而当凸轮继续转动从动件回程时,凸轮转角比工作弧夹角小 $(\varphi_k - \varphi_m)$ 。在图 8-16(c)的负偏置时,情况正好相反,而图 8-16(a)表示 $\varphi_k = \varphi_m$ 的对心式。对心式中,凸轮转动角 φ_p 等于弧夹角,而且在从动件运动始末两位置有相同的传动角,保证了机构良好的工作特性。对心式如同式 (8-37) 具有下列几何尺寸关系:

$$\Delta = (r_k + r_T)(r_m + r_T) - (a^2 - l^2) = 0$$

表 8-2 列出两种进口织机上凸轮机构的实测值和按上式计算出的理论值,该理论值可作为公称尺寸使用。这是凸轮机构分析的重要一步。

表 8-2 凸轮机构尺寸实测值和理论值

类 目		r_k	r_m	r_T	a	l	$\psi_k - \psi_m$	$(r_k + r_T) \cdot (r_m + r_T)$	$a^2 - l^2$	Δ
开口凸轮	实测	86.00	126.10	31	180.00	118.35	-0.007	18381	18392	-11
	理论	86.00	126.10	31	180.00	118.40	0	18381	18381	0
打纬主凸轮	实测	80.33	119.03	40	155.00	70.05	0.0095	19136	19118	18
	理论	80.30	119.00	40	155.00	70.00	0	19127	19125	2

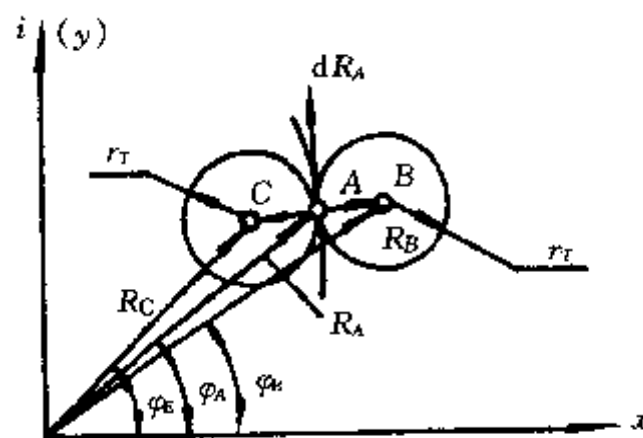


图 8-17 凸轮的理论廓线

(四) 凸轮理论廓线计算

如图 8-17 所示, A 为凸轮实际廓线上的点, B 和 C 点分别为与实际廓线外、内缘相切于 A 点的滚子中心。以 R_A 、 R_B 和 R_C 表示各点的向径矢量,其模为 r_A 、 r_B 和 r_C ,幅角为 φ_A 、 φ_B 和 φ_C 。用复数表达法,

$$R_A = r_A e^{i\varphi_A} \quad (8-43)$$

用 $d\mathbf{R}_A$ 表示 \mathbf{R}_A 的微分, γ 为 $d\mathbf{R}_A$ 的幅角, 经运算得

$$\tan\gamma = \frac{\sin\varphi_A \cdot dr_A + r_A \cos\varphi_A \cdot d\varphi_A}{\cos\varphi_A \cdot dr_A - r_A \sin\varphi_A \cdot d\varphi_A} \quad (8-44)$$

在各种算法语言中, 反正切被定义在第一和第四象限, 而 γ 实际上可能在任一象限。为计算机编程方便, 引入 sgn 表为符号函数, 可写成

$$\gamma = \arctan \frac{y}{x} + \frac{\pi}{2} [1 - \text{sgn}(x)] \quad (8-45)$$

其中

$$x = \cos\varphi_A \cdot dr_A - r_A \sin\varphi_A \cdot d\varphi_A \quad (8-46)$$

$$y = \sin\varphi_A \cdot dr_A + r_A \cos\varphi_A \cdot d\varphi_A \quad (8-47)$$

凸轮理论廓线的向径 \mathbf{R}_B 和 \mathbf{R}_C 简写成 $\mathbf{R}_{B,C}$, 可看成是向径 \mathbf{R}_A 与另一个与 $d\mathbf{R}_A$ 向量垂直的模为 r_T 的矢量之和,

$$\mathbf{R}_{B,C} = \mathbf{R}_A + r_T e^{i(\gamma \mp 90^\circ)} = \mathbf{R}_A \mp ir_T e^{i\gamma} \quad (8-48)$$

经运算, 可得

$$x_{B,C} = r_A \cos\varphi_A \pm r_T \sin\gamma \quad (8-49)$$

$$y_{B,C} = r_A \sin\varphi_A \mp r_T \cos\gamma \quad (8-50)$$

$$r_{B,C} = \sqrt{x_{B,C}^2 + y_{B,C}^2} \quad (8-51)$$

$$\varphi_{B,C} = \arctan \frac{y_{B,C}}{x_{B,C}} + \frac{\pi}{2} [1 - \text{sgn}(x_{B,C})] \quad (8-52)$$

在用式(8-45)计算 γ 值时, 用差分代替微分, $d\varphi_A \approx \Delta\varphi_A$, 以凸轮测量时分度为 1° 计, 则按弧度计算 $\Delta\varphi_A = 0.01745$ 。 $dr_A \approx \Delta r_A$ 按下列方法计算, 以提高精度。以 0 和 n 表示测量时向径变化的起点和终点。前已述及, 对应的从动件运动速度为零, 所以可认为

$$\Delta r_{A0} = \Delta r_{An} = 0 \quad (8-53)$$

在计算第 1 和第 $n-1$ 个测量点时采用 3 点差分,

$$\Delta r_{A1} = \frac{1}{2}(r_{A2} - r_{A0}) \quad (8-54)$$

$$\Delta r_{An-1} = \frac{1}{2}(r_{An} - r_{An-2}) \quad (8-55)$$

为提高计算精度, 其余各点采用 5 点差分来求差分值,

$$\Delta r_{Ai} = \frac{1}{12}(r_{Ai-2} - 8r_{Ai-1} + 8r_{Ai+1} - r_{Ai+2}) \quad (8-56)$$

$i = 2, 3, \dots, n-2$ 。

在计算出 γ 值后, 再用式(8-51)和式(8-52)可以从凸轮实测廓线值分析得出理论廓线值。

(五) 凸轮机构运动分析

图 8-18 中凸轮与从动件都作顺时针转动, 区分为 L 型 [图 8-18(a)] 和 C 型 [(图 8-18(b))]. 当 L 型时, $M=0$; 当 C 型时, $M=1$ 。升程开始时, 凸轮理论廓线向径 $r_{B0} = r_{A0} + r_T$ 与从动件接触。向径线和摆杆相对机架有基转角和基摆角为

$$\varphi_k = (-1)^M \arccos \frac{a^2 + r_{B0}^2 - l^2}{2ar_{B0}} \quad (8-57)$$

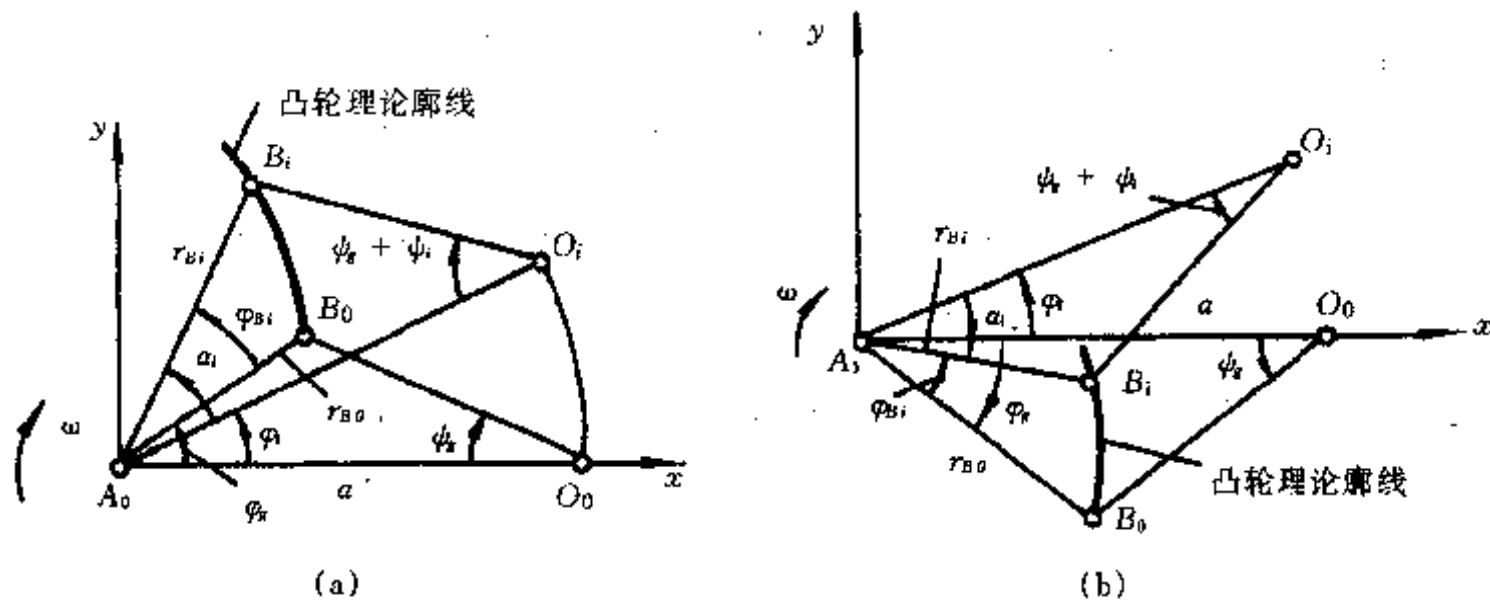


图 8-18 反转法凸轮机构位移分析

$$\psi_s = (-1)^M \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{B_0}^2}{2al} \quad (8-58)$$

固定凸轮使机架 \$A_0O_0\$ 绕 \$A_0\$ 点反转 \$\varphi_i\$ 角而到 \$i\$ 位置,

$$\psi_i = (-1)^M \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{B_0}^2}{2al} - \psi_s \quad (8-59)$$

$$\alpha_i = (-1)^M \arccos \frac{a^2 + r_{B_i}^2 - l^2}{2ar_{B_i}} \quad (8-60)$$

由图 8-17 可以看出,

$$\varphi_i = \varphi_{B_i} + \varphi_s - \alpha_i \quad (8-61)$$

把式(8-58)代入式(8-59),把式(8-57)和式(8-60)代入式(8-61),得

$$\psi_i = (-1)^M \left(\arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{B_0}^2}{2al} - \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_{B_0}^2}{2al} \right) \quad (8-62)$$

$$\varphi_i = \varphi_{B_i} + (-1)^M \left(\arccos \frac{a^2 + r_{B_0}^2 - l^2}{2ar_{B_0}} - \arccos \frac{a^2 + r_{B_i}^2 - l^2}{2ar_{B_i}} \right) \quad (8-63)$$

把在三、(三)中计算出的构件公称尺寸和在三、(四)中计算出的凸轮理论廓线值代入式(8-62)和式(8-63),就可得到以数组形式 \$\varphi_i\$ 和 \$\psi_i\$ (\$i=1, 2, \dots, n\$)所表达的凸轮机构位移关系 \$\psi = \psi(\varphi)\$。

(六)无量纲处理和选定运动规律

为了便于与已知的各种运动规律比较,上述 \$\psi = \psi(\varphi)\$ 关系要作无量纲处理。令

$$z_i = \frac{\varphi_i - \varphi_0}{\varphi_n - \varphi_0} \text{ 和 } f_i = \frac{\psi_i - \psi_0}{\psi_n - \psi_0} \quad (8-64)$$

就可如图 8-19 所示,用计算机画出无量纲位移线图。线图中纵、横坐标的最大值为 1。

由于各种运动规律的位移曲线很接近,还应画出从动件运动的无量纲速度、加速度曲线以资比较。可用差分法求 \$f_i\$ 的导数 \$f'_i\$, 因 \$z_i\$ 值不等距分布,应采用三点式均差插值多项式

$$f'_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} + \frac{z_i - z_{i-1}}{z_{i+1} - z_{i-1}} \cdot \left(\frac{f_{i-1} - f_i}{z_{i-1} - z_i} - \frac{f_i - f_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} \right) \quad (8-65)$$

而 \$f'_0 = f'_n = 0\$。图 8-19(b)为用式(8-65)求出的无量纲速度线图 \$f'(z)\$, 纵坐标的最大值定为 2。

再次使用式(8-65),可由 \$f'_i - z_i\$ 数组进一步求出 \$f''_i - z_i\$ 数组,画出图 8-19(c)所示无

量纲加速度线图。纵坐标的范围定为 ± 8 。

(七) 运动规律的拟合

在有了分析出来的运动线图后, 根据凸轮机构参与工作的装备的工艺特点, 参照现有的各种运动规律, 在优化系数后可得出拟合的运动方程和相应线图, 如图 8-20 所示。加速度曲线由三段组成: 第一和第三段为直线, $C_a = \pm 4.0479$; 第二段为余弦曲线, 优化后确定系数 $\lambda = 0.25$ 。速度曲线的峰 $C_v = 1.8401$ 。把拟合后的位移线图与分析出的位移线图相减, 其位移残差沿 z 轴上下几乎均匀分布, 且残差绝对值较小。

应该指出, 拟合这一步还有赖于工程技术人员对设备工艺的掌握程度。本例即为进口织机纺制凸轮机构的实例。

四、凸轮为从动件的凸轮机构

在一些仪表和录音、录像机中, 常用机械计数器作为数据记录或磁带运行计算, 这种计数器在使用中经常要回零, 图 8-21 即为凸轮从动件回零机构, 在计数过程中, 由于弹簧作用, 摆杆的尖端不与凸轮接触, 如虚线所示。凸轮与计数圆盘固结一起转动, 当要使计数盘回零时, 用力 F 压迫摆杆, 摆杆尖端 C 点压向凸轮廓线, 凸轮在压力下带动计数盘一起转动, 直到摆杆点 C 压到凸轮廓线最低处, 此时计数器窗孔将显示“0”。

从图可知, 凸轮廓线是对称的, 所以在同一计数器中, 不管计数盘有多少个, 也不管计数盘有多少转角, 只要用一个摆杆压向所有的计数盘, 最终可使全部计数盘回零, 使用十分方便可靠。

为了保证动作灵活, 要求在回零过程中, 机构传动角 $\mu \geq [\mu]$, 而且 μ 为常数, 如图 8-21 (a) 所示。为此应采用对数螺线方程 $r = r_a e^{a\varphi}$ 作为凸轮的廓线方程。由解析几何得知,

$$\frac{dr}{d\varphi} = r \tan \mu = r_a \cdot a \cdot e^{a\varphi} = r_a \mu \quad (8-66)$$

$\mu = \arctan a$ 为常数。

也可采用阿基米德螺线方程代替对数螺线方程来加工凸轮廓线, 以便于制造。但此时传动角 μ 不再是常数, 机构性能稍差。

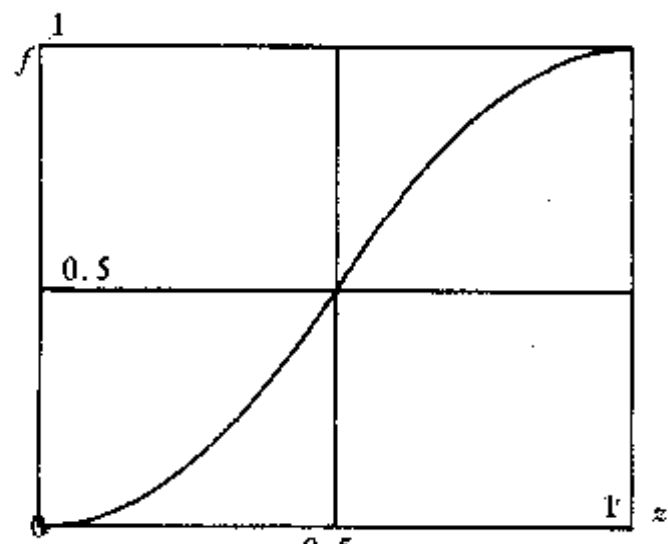
五、凸轮机构结构设计和制造要点

从纯机构学的角度出发, 机构结构设计和制造不属于本书范围, 但国内现有专业著作对凸轮机构结构设计和制造论及较少, 而这部分内容对工程技术人员来说又特别重要, 所以在本章加上此内容。

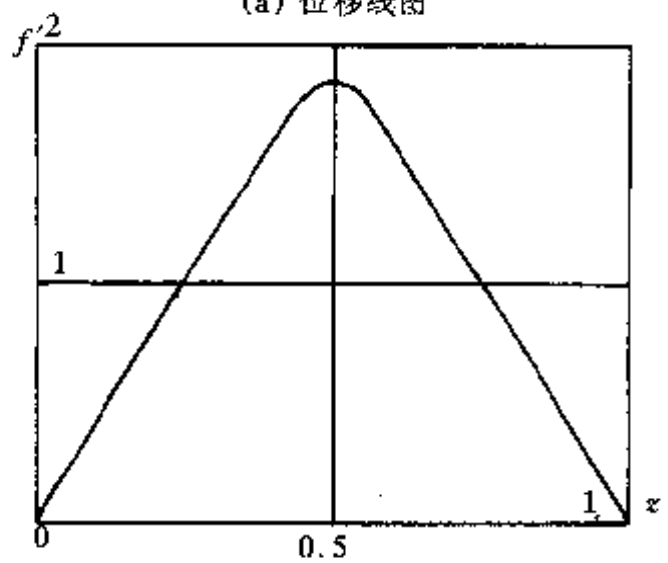
(一) 结构设计

只有当从动件严格受凸轮廓线控制作强迫运动时, 从动件才会按照预定的运动规律动作, 为此可采用前述力闭合或形闭合的形式, 以保证从动件与凸轮廓线的良好接触。应从下面几个方面考虑采用哪一种闭合形式。

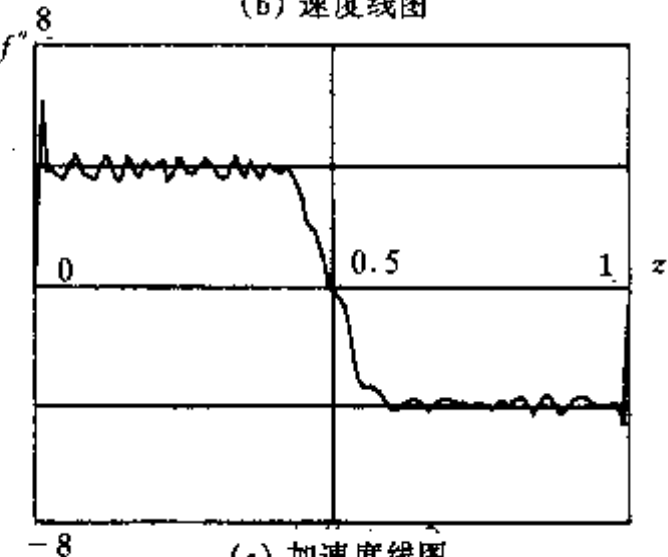
- 主、从动件运动的类型, 是移动还是转动;
- 机构载荷的大小和变化情况;
- 许可安装机构的空间大小;
- 机构制造部门的加工能力和水平;
- 制造和运行成本;



(a) 位移线图



(b) 速度线图



(c) 加速度线图

图 8-19 无量纲位移、速度、加速度线图(分析)

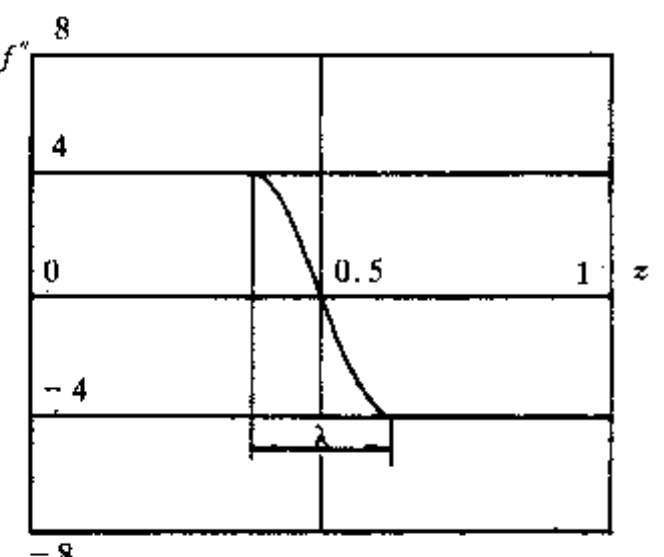
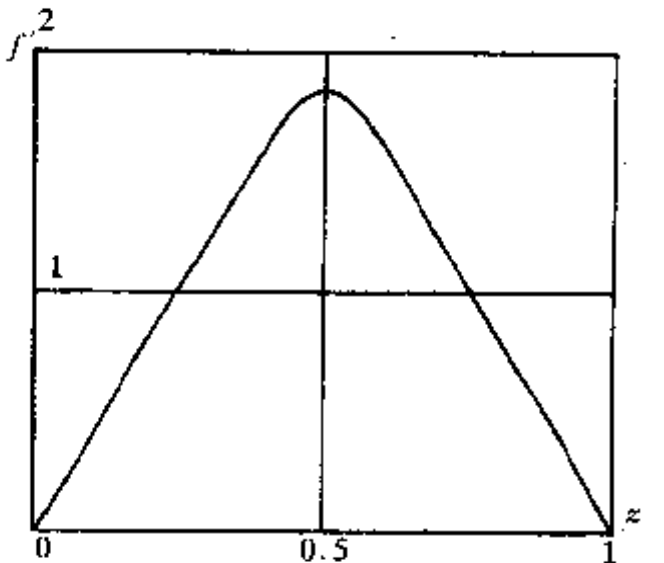
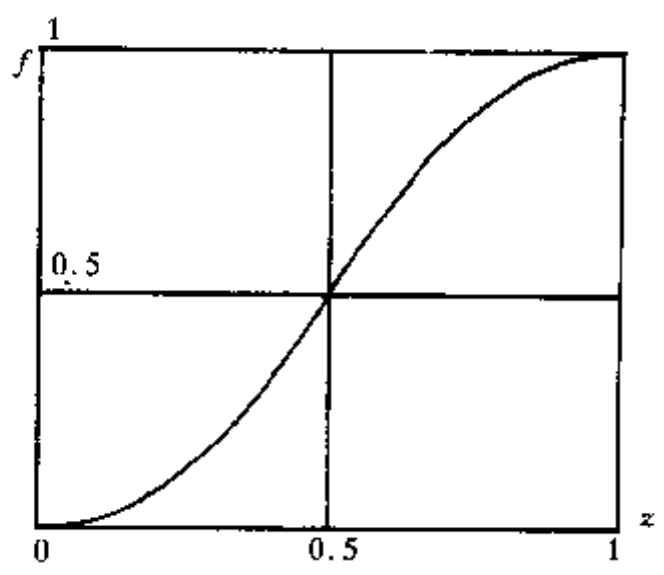
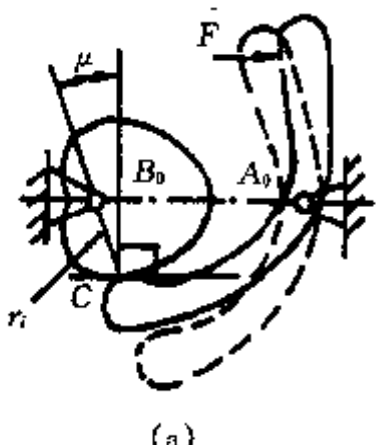
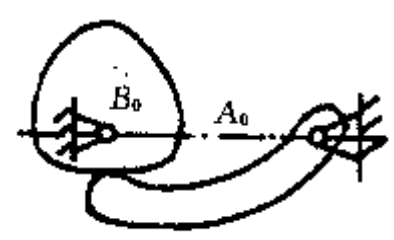


图 8-20 无量纲位移、速度、加速度线图(设计)



(a)



(b)

图 8-21 凸轮为从动件回零机构

· 维修和调整的方便程度。

下面分别介绍两种闭合形式的特点。

1. 力闭合 图 8-2 为力闭合凸轮机构, 闭合力可以是重力, 液压力或弹簧力(圆柱簧、碟

簧、螺旋簧和片簧等)。

力闭合的优点为:比形闭合的制造方便,价格便宜;所需要的工作空间较小;闭合力计算得当可作为安全装置,起过载保护作用;闭合力的大小一般可调;机构维修和调整较方便。

力闭合的缺点为:凸轮与从动件的接触力不合理,升程时,凸轮运转要克服工作阻力和附加的闭合力,且从动件处于远休止状态时凸轮受到最大的闭合力的挤压,造成运动构件不必要的磨损;若用液压或弹簧产生闭合力,增加了产生闭合力的有关零部件,使结构复杂;采用弹簧尤其是圆柱簧时,机构运转时产生振动,影响精度。

2. 形闭合 形闭合可避免力闭合的缺点,现代机械较多地采用这一形式,其缺点是所需工作空间较大,制造较难且费用高。理想形闭合的要点是保证凸轮廓线很高的加工精度,同时在设计时可采取下列措施,以改进从动件滚子与凸轮廓线间的接触。

对图 8-22(a)所示的沟槽凸轮,若采用单排滚子时,为保证滚子能在沟槽中滚动,槽宽必大于滚子直径。机构运动时,滚子交替撞击沟槽的两侧,造成磨损和噪声。作为改进,图中画出双排滚子的情况,两个滚子分别与槽的两侧接触,运行平稳,适于高速场合。

图 8-22(b)是内外式共轭凸轮,两个滚子分别与内、外凸轮接触,两个滚子装在一个从动件上。为保证良好接触,一个滚子装在偏心销子上,偏心距大约为 $0.1\sim 0.2\text{mm}$ 。转动凸轮,检查该滚子与外凸轮的接触情况,调整偏心销的角度,直至接触情况最佳,然后锁紧偏心销。

图 8-22(c)为凸缘式共轭凸轮,由于从动件为移动件,为保证两个滚子同时与凸缘两侧接触,可变化某一滚子的直径,如可采用选配法来实现。

图 8-22(d)为主副式共轭凸轮,织机打纬机构采用较多。为使两个滚子同时与主、副凸轮接触,一个滚子装在偏心距约为 $0.1\sim 0.2\text{mm}$ 的偏心销上,转动偏心销即可调整滚子与凸轮廓线的接触状态,调至最佳状况后锁紧偏心销。由于偏心销可调偏心范围很小,共轭良好的前提是凸轮廓线精确和主、副凸轮相对位置正确。在设计时,主、副凸轮上要有装配孔,插入定位销即可保证主、副凸轮相对位置。当然也可以设计成整体的形式,但加工困难。假设以图示方式置凸轮于立铣工作台上,加工主凸轮(图中实线)很容易,加工回凸轮时因其廓线的一部分隐藏在主凸轮下,必须采用大直径小刀柄的立铣刀;若凸轮翻面再加工回凸轮,则会造成凸轮 2 次定位误差。

3. 干涉及其解决办法 在凸轮机构加工和运动时,构件(零件)会发生相干涉的现象,必须予以解决。

图 8-23(a)为凸轮的孔和键槽尺寸较大,在局部区域凸轮变得很单薄,不能承受凸轮与滚子接触时产生的接触应力。解决的办法是或者缩小孔和键槽的尺寸,或者加大凸轮基圆半径重新设计凸轮。

图 8-23(b)、(c)表示机构发生运动干涉的可能性。当摆杆采取直杆形式时,凸轮转动过程中其廓线可能与摆杆相撞,破坏正常的运动。图(b)采用弯的摆杆,避免了干涉。图(c)采用勺形摆杆,凸轮的廓线可进入勺形的中空部分,同样避免了干涉。

另一种常发生的干涉是当机构运动时,与机器中的其他运动构件相撞。为了发现这种干涉,可把几个相邻的机构画在一起,按主运动的一定时间间隔画出各构件在空间所占据的位置,从而判断有无干涉现象。可用计算机来模拟这一运动过程。若发现干涉,可调整各机构的相对位置或采用新的凸轮机构运动线图重新设计凸轮。

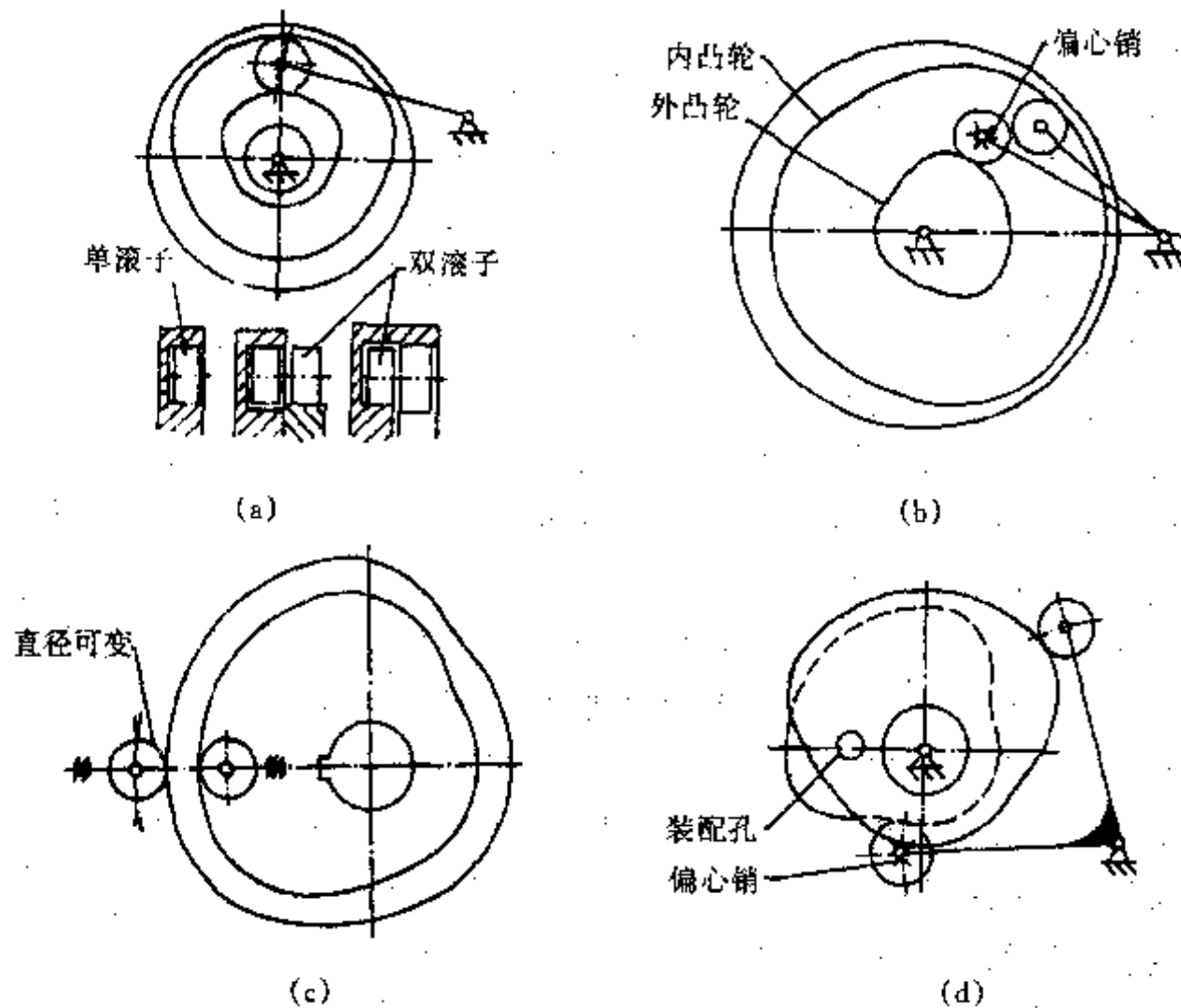


图 8-22 四种常见形闭合凸轮

(a)沟槽凸轮 (b)内外式共轭凸轮 (c)凸缘式共轭凸轮 (d)主副式共轭凸轮

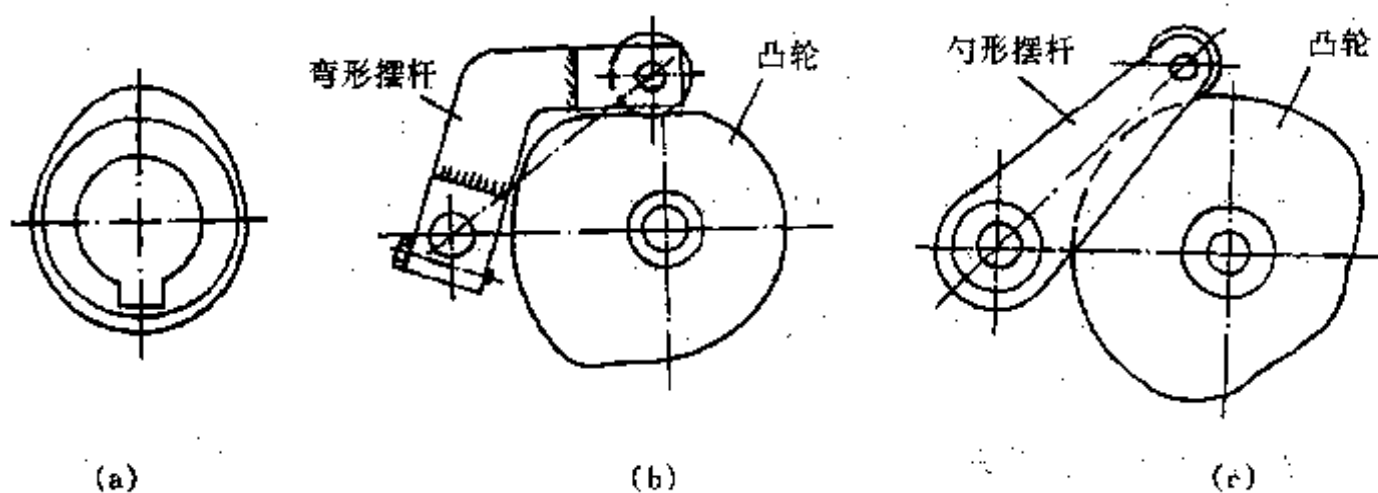


图 8-23 凸轮机构结构

(二) 凸轮图纸

凸轮图纸应有正确制造凸轮和检验凸轮两方面内容。一张完整的凸轮图纸如图 8-24 所示, 包含下列内容。

- 凸轮机构的运动线图, 如有可能还可进一步标出采用的运动方程;
- 凸轮理论廓线和实际廓线按直角坐标或极坐标列出的数据表;
- 凸轮工作时的转向, 因为转向不同时凸轮的形状不同;
- 凸轮上加工调整用的基准孔, 一般可置于凸轮升程起始向径线上, 有利于加工;
- 凸轮的最大和最小半径, 以利控制毛坯的大小;
- 与之配套的机构的其他重要运动学尺寸, 如机架大小、摆杆长或偏距及滚子直径等, 以

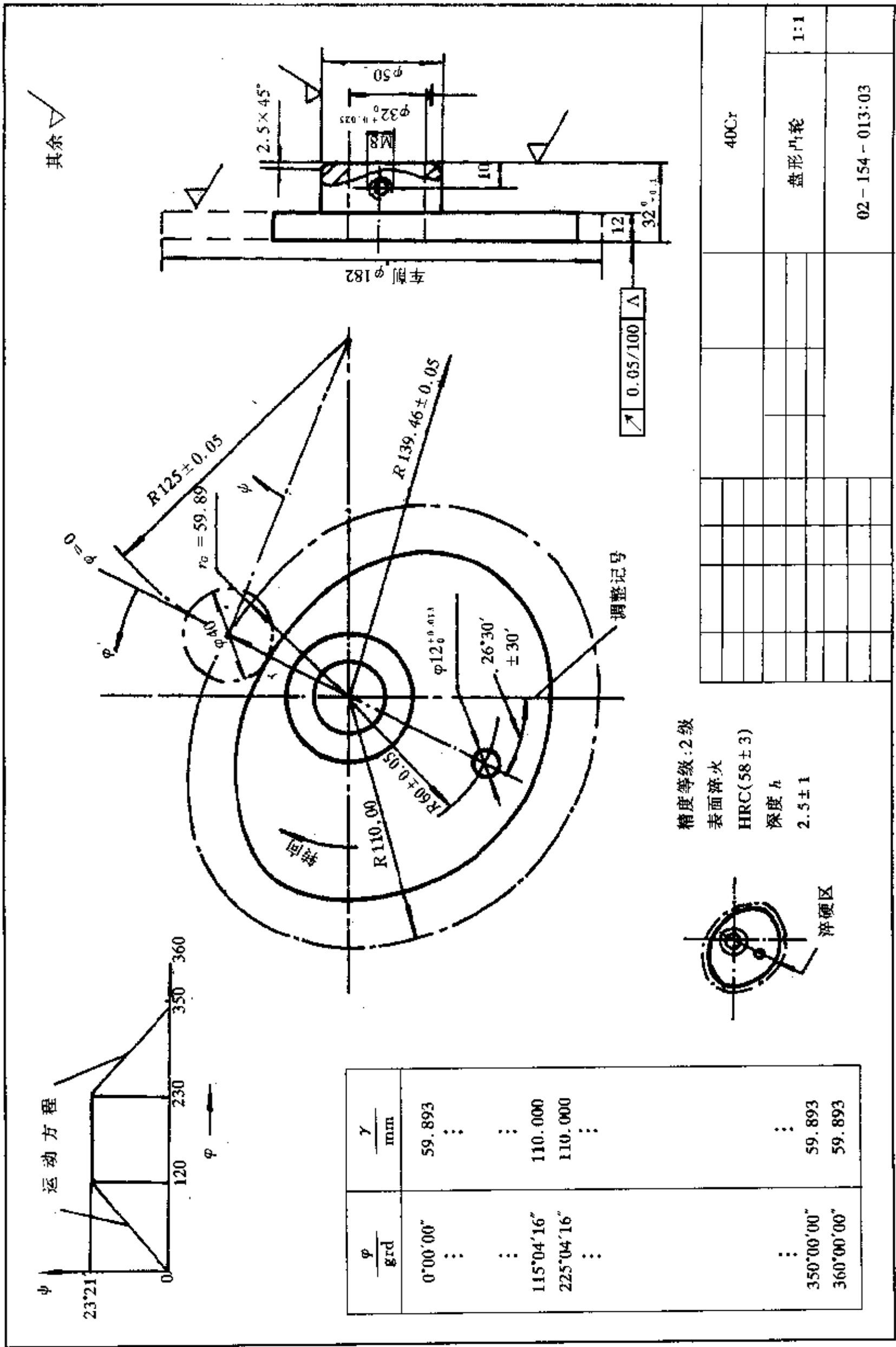


图 8-24 凸轮工作图

利于检验；

· 凸轮作为一个零件的数据，如材质和热处理方法和硬度，厚度，与其他零件的装配尺寸，公差和配合，表面光洁度等。

(三) 制造要点

加工凸轮最好的方法是采用数控铣床和数控磨床。虽然加工费用较高，但仍大量采用。凸轮廓线经淬火后一般应磨削，主副式共轭凸轮可用于重载高速场合，但一定要通过磨削来保证其精度达 0.01mm。

图 8-25 为仿形铣或仿形磨的工作示意图。仿形精度一般为 0.05mm。精度受多种因素影响，为了取得较好效果，仿形导销最好与刀具直径一样，这样工件形状与样板完全一样，容易控制，目前眼镜片割片就采用这种仿形法。

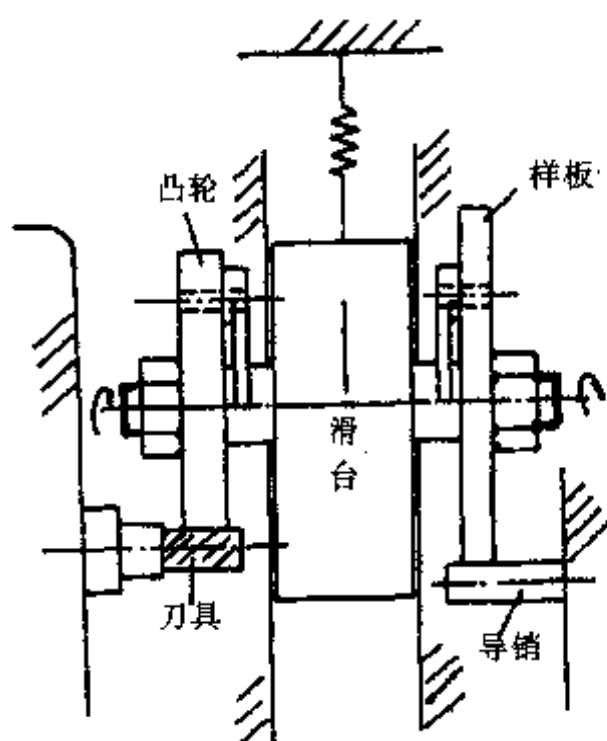


图 8-25 仿形铣示意图

压铸和精密冲裁也用于制造凸轮。压铸后的毛坯最好再进行仿形磨；精密冲裁的凸轮向径误差可控制在 $\pm 0.03\text{mm}$ 范围内，是大量生产的有效手段。

其他加工方法尚有粉末铸造、线切割和激光切割等。粉末铸造适用于精度要求较低的凸轮，线切割与激光切割成本较高，生产率低，主要用于加工仿形所需要的样板。

无论哪一种加工方法，在标志凸轮廓线形状误差时，轮廓度的公差可取为凸轮向径公差值的一半。要严格控制轮廓度，因为轮廓度控制了向径的波动范围，波动范围小，凸轮高速运转时振动就小。

第九章 步进运动机构

一、概述

步进运动机构被广泛应用于各种高效率的自动机械中。近几年来,对能提高生产率与产品质量的自动机械的需求量日益增长。为了满足高效率、提高生产率以及多样工艺规范的要求,在很多情况下自动机械中的执行机构或辅助机构要作周期性的停歇运动,以满足加工、换位、分度、换向等工艺操作。图 9-1 为应用实例。

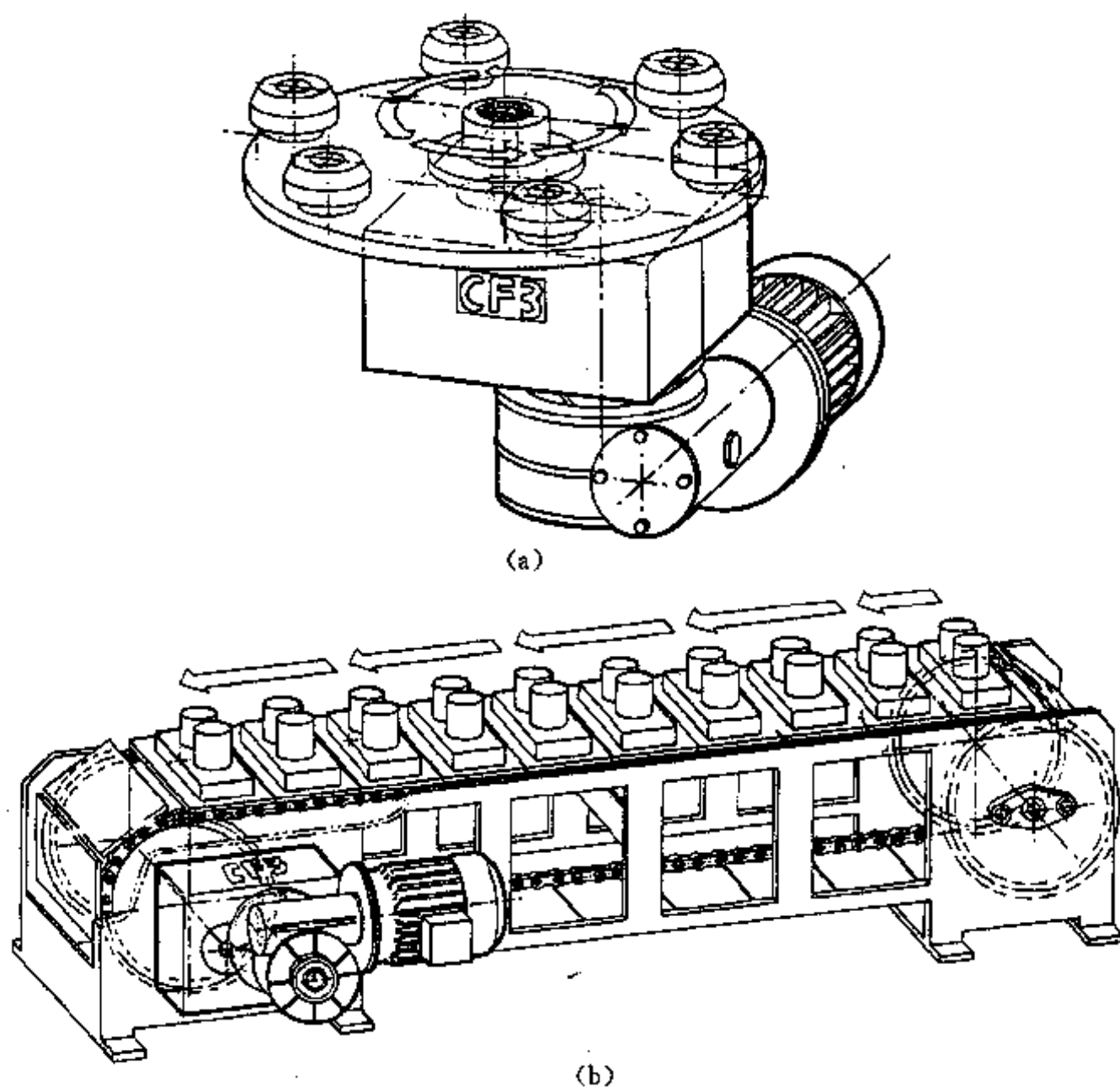


图 9-1 步进运动机构应用实例

步进运动机构主要用作传动机构。设主动件输入量为 φ ,从动件输出量为 ψ ,根据主动、从动件的运动特性,如图 9-2 所示,可把步进运动机构分为两类,即停歇式和进退式。本章将详细讨论这两类机构的特点及设计方法。


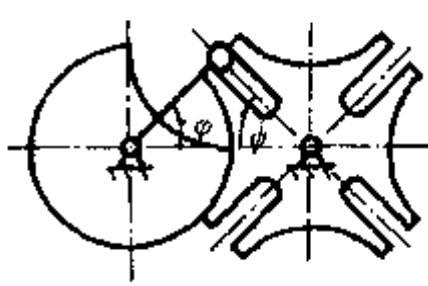
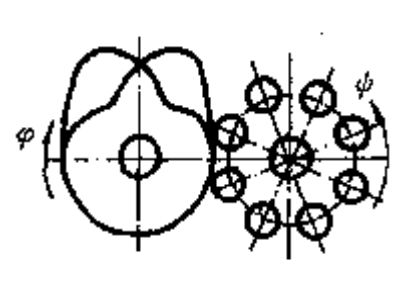
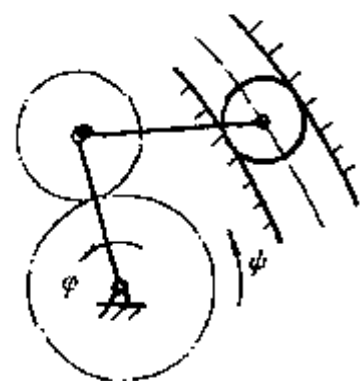

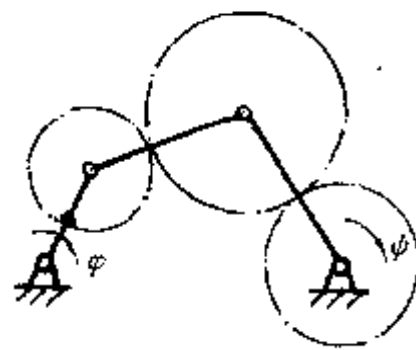
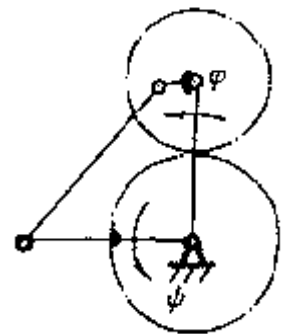
类型	运动特性	典型机构		
停歇式				
		槽轮机构	平行轴分度凸轮机构	组合凸轮机构
进退式				
		引导式机构		引导式机构

图 9-2 步进机构分类

二、停歇式机构

停歇式机构是传动机构，它是将连续的，一般是全周旋转的输入运动转变成带有停歇的步进运动。运动曲线见图 9-2。本节主要讨论槽轮机构和两种凸轮式停歇机构。

(一) 槽轮机构

1. 槽轮机构结构和类型 槽轮机构主要有两种类型：外槽轮机构〔图 9-3(a) 所示〕和内槽轮机构〔图 9-3(b) 所示〕。

槽轮机构由输入构件曲柄 1，输出构件槽轮 2 和机架 3 组成。输入构件曲柄 1 带有一传动件

(滚子或圆销), 曲柄连续转动, 传动件依次在槽轮的轮槽中作用, 驱动槽轮转动。只要传动件和槽轮脱开接触, 槽轮就处于静止。这段时间内, 槽轮通过一静止保险装置——定位板来防止转动。在外槽轮机构中, 传动件从外面进入轮槽, 输入轴与输出轴反向转动。在内槽轮机构中, 传动件从内面进入轮槽, 输入轴与输出轴同向转动。

2. 槽轮机构的运动分析

(1) 基本参数: 如图 9-3 所示, 分度角 $2\psi_0$ 为槽轮上相邻两轮槽之间的夹角, 有

$$2\psi_0 = \frac{2\pi}{n} \quad (9-1)$$

式中 n 为轮槽数。

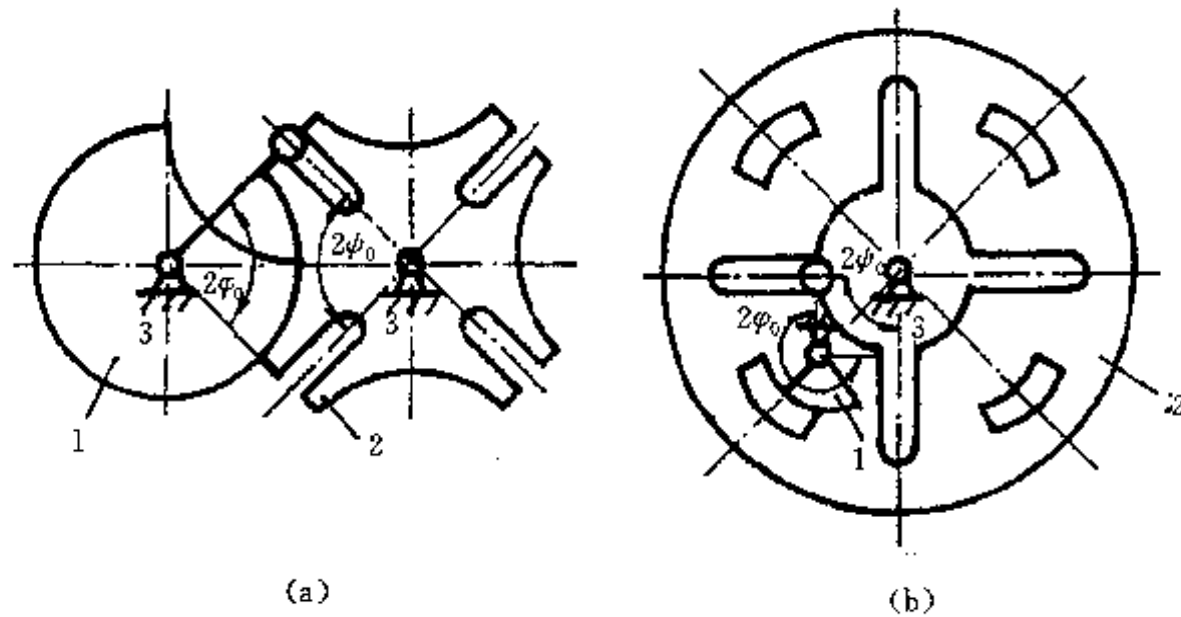


图 9-3 普通槽轮机构

运动角 $2\varphi_0$ 为槽轮完成一次转位(或分度)曲柄所对应的转角, 为使间歇运动在开始和结束时不出现刚性冲击, 传动件中心进入和退出轮槽时的运动方向应与槽的中心线方向一致, 因此有

$$2\varphi_0 = \pi \mp 2\psi_0 \quad (9-2)$$

或

$$2\varphi_0 = \frac{\pi(n \mp 2)}{n} \quad (9-3)$$

式(9-2)和式(9-3)中, 负号对应外槽轮机构; 正号对应内槽轮机构。

曲柄长度 R 为传动件中心到曲柄转动中心的距离。中心距 a 为曲柄转动中心到槽轮转动中心的距离。

(2) 运动特性: 如图 9-4 所示, 将外槽轮与内槽轮叠合在一起。设 $\lambda = \frac{a}{R}$ 为槽轮机构特征值。由(1)可知, $\lambda = \frac{1}{\sin\psi_0} = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{n}}$, 且有 $\lambda > 1$ 。因为计算机语言中反三角函数只有反正切, 为

便于编程, 由图 9-4 可以看出: 当 $-\arctan(\sqrt{\lambda^2 - 1}) \leq \varphi \leq \arctan(\sqrt{\lambda^2 - 1})$ 时, 外槽轮转动, 内槽轮停歇; 当 $\arctan(\sqrt{\lambda^2 - 1}) \leq \varphi \leq 2\pi - \arctan(\sqrt{\lambda^2 - 1})$ 时, 外槽轮停歇而内槽轮转动。

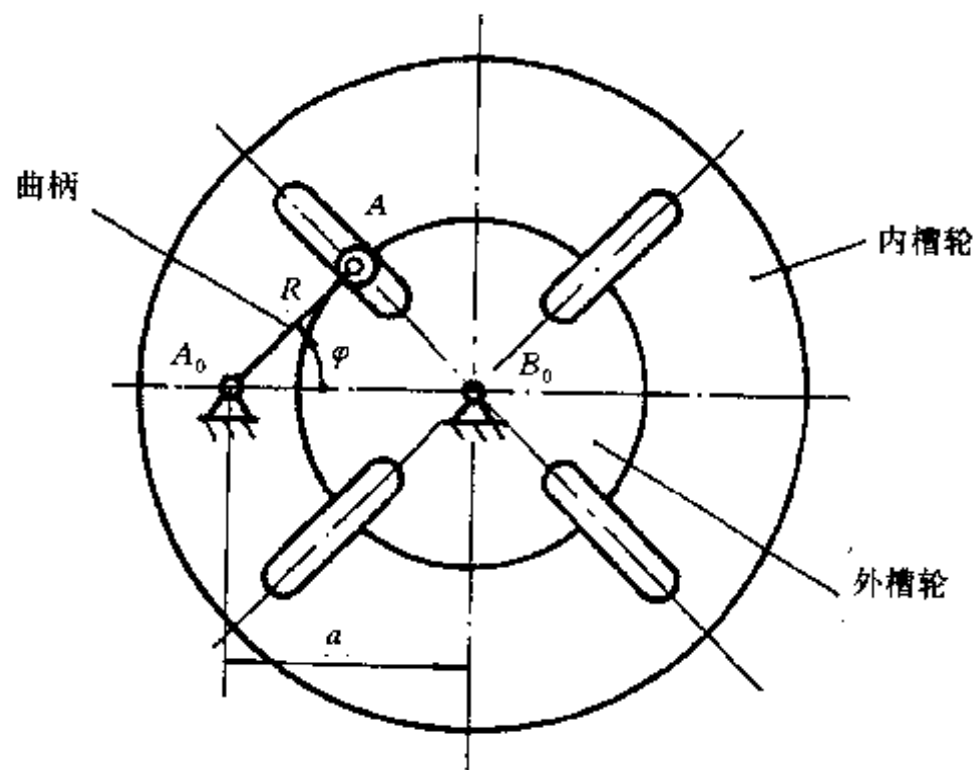


图 9-4 槽轮机构的运动分析

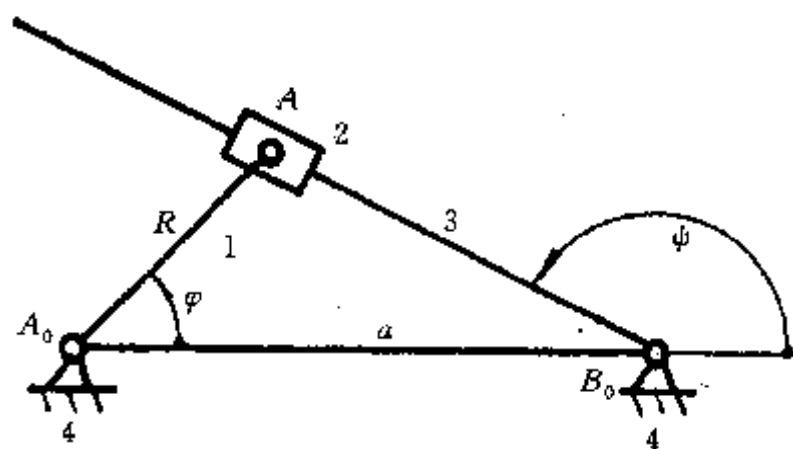


图 9-5 等效的曲柄摆动导杆机构

普通槽轮机构的运动特性等效于图 9-5 所示的摆动导杆机构的运动特性。设 $A_0A=R=1$ ，曲柄以角速度 ω_1 等速转动。

$$A_0B_0 = a = \lambda R = \lambda$$

$$AB_0 = \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos\varphi} = v$$

则有

$$\psi = \pi - \arctan \frac{\sin\varphi}{\lambda - \cos\varphi} \quad (9-4)$$

摇杆的摆动角速度

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_3 = \frac{1 - \lambda \cos\varphi}{v^2} \omega_1 \quad (9-5)$$

角加速度为

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = a_3 = \frac{\lambda(\lambda^2 - 1)\sin\varphi}{v^4} \omega_1^2 \quad (9-6)$$

其特殊位置为 $\varphi=0^\circ$ 时：

$$\omega_3 = \omega_{3\min} = \frac{1}{1-\lambda} \omega_1 \quad (9-7)$$

$\varphi = \pm\pi$ 时:

$$\omega_3 = \omega_{3\max} = \frac{1}{1+\lambda} \omega_1 \quad (9-8)$$

$\varphi = \pm \arctan \sqrt{\lambda^2 - 1}$ 时:

$$\psi = \psi_{\min}^{\max} = \pm \left(\frac{\pi}{2} + \arctan \sqrt{\lambda^2 - 1} \right) \quad (9-9)$$

$$\omega_3 = 0 \quad (9-10)$$

$\varphi = \pm \arccos \frac{\sqrt{1 + 34\lambda^2 + \lambda^4} - 1 - \lambda^2}{4\lambda}$ 时:

$$\alpha_3 = \alpha_{3\max} = \frac{\lambda(\lambda^2 - 1)\sin\varphi}{(1 + \lambda^2 - 2\lambda\cos\varphi)^2} \omega_1^2 \quad (9-11)$$

图 9-6 为六槽内外槽轮机构的转角、速度和加速度关系。

为了比较槽轮机构运动特性,考虑槽轮的类角速度和类角加速度,则式(9-5)和式(9-6)变为

$$\psi' = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{1 - \lambda\cos\varphi}{v^2} \quad (9-12)$$

$$\psi'' = \frac{\alpha_3}{\omega_1^2} = \frac{\lambda(\lambda^2 - 1)\sin\varphi}{v^4} \quad (9-13)$$

表 9-1 包含了槽轮机构的几何特征值和运动特征值。图 9-6 中实曲线为外槽轮机构特性,虚曲线为内槽轮机构特性,槽轮机构在运动起始和终止的瞬间角加速度不等于零,故存在柔性

表 9-1 槽轮机构几何特征值和运动特征值

n	ψ_0 (°)	λ	外槽轮机构				内槽轮机构		
			φ_0 (°)	ψ'_{\max}	ψ''_{\max} (°)	ψ''_{\max}	φ_0 (°)	ψ'_{\max}	ψ''_{\max}
3	60	0.8660	30	-6.463	4.71	31.44	150	0.4641	1.732
4	45	0.7071	45	-2.414	11.46	5.406	135	0.4142	1.000
5	36	0.5878	54	-1.426	17.58	2.299	126	0.3702	0.7265
6	30	0.5000	60	-1.000	22.92	1.349	120	0.3333	0.5774
7	25.7	0.4339	64.3	-0.7665	27.56	0.9284	115.7	0.3026	0.4817
8	22.5	0.3827	67.5	-0.6200	31.65	0.6998	112.5	0.2768	0.4142
9	20	0.3420	70	-0.5199	35.27	0.5591	110	0.2548	0.3640
10	18	0.3090	72	-0.4472	38.49	0.4648	108	0.2361	0.3249
12	15	0.2588	75	-0.3492	44.00	0.3476	105	0.2056	0.2679
15	12	0.2079	78	-0.2625	50.51	0.2531	102	0.1721	0.2126

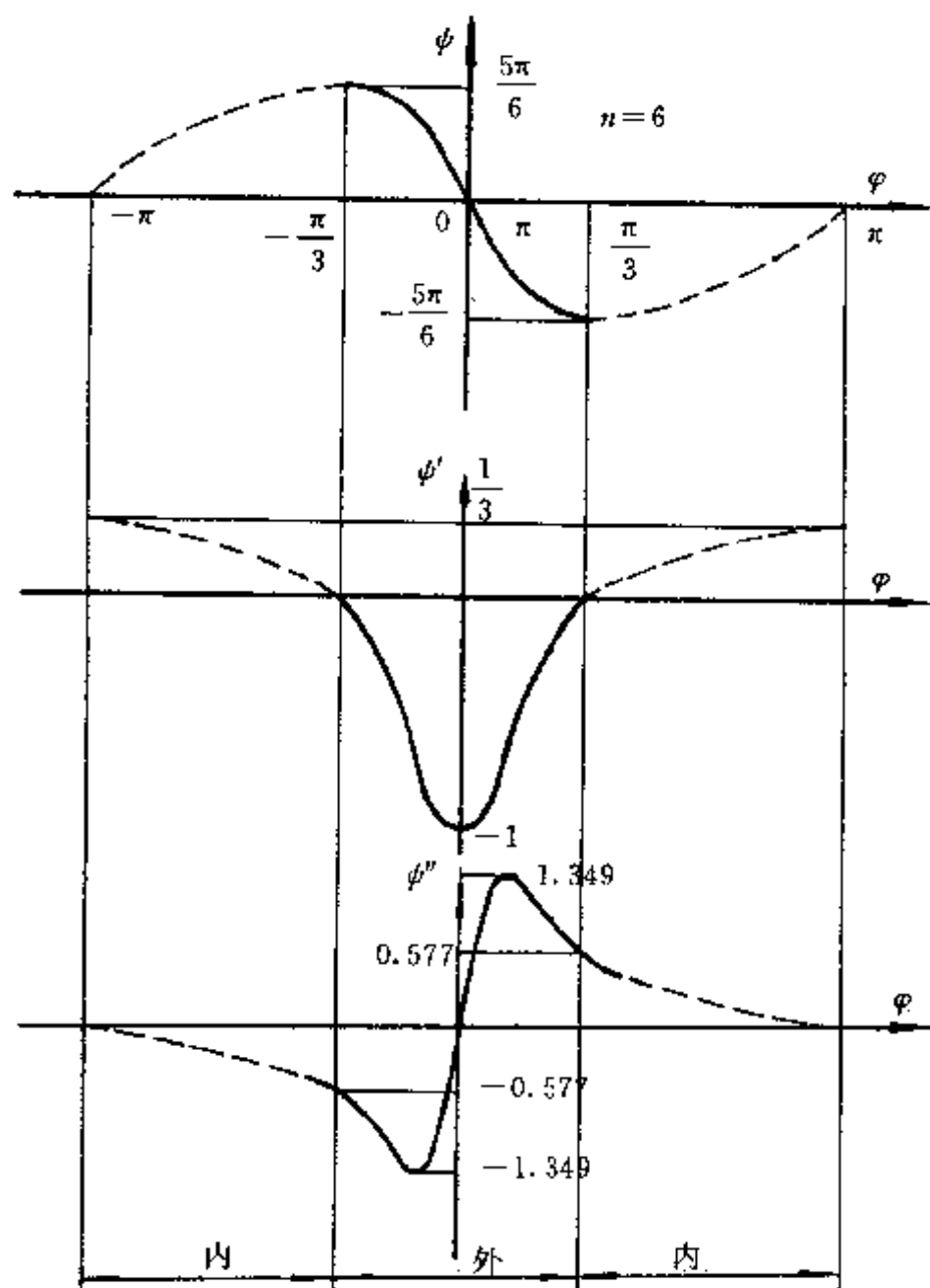


图 9-6 槽轮机构运动线图

冲击,且槽数 n 越少,角加速度值越大,柔性冲击越严重。同时,槽数 n 越少,角加速度最大值亦越大,所以,为能长时间保持定位装置的精度,宜选用槽数多的槽轮机构。图 9-6 还表明,当槽数一定时,内槽轮机构和外槽轮机构均产生柔性冲击,且程度一样。但内槽轮机构在转位期间的角加速度无峰值,而外槽轮机构的角加速度出现最大值,因此,当槽数一定时,内槽轮机构优于外槽轮机构。

3. 槽轮机构的变异 槽轮机构的间歇运动特性可以用运动系数 τ 表示。 τ 定义为一个运动循环内,槽轮运动的时间 t_0 与曲柄运动的时间 t 之比。当曲柄以等速转动时,这个时间比可以用转角比表示。当槽轮机构的传动件(驱动圆销)为 1 时,运动系数为

$$\tau = \frac{t_0}{t} = \frac{2\varphi_n}{2\pi} = \frac{\pi(n \mp 2)}{2\pi n} = \frac{n \mp 2}{2n} \quad (9-14)$$

式中负号对应外槽轮机构;正号对应内槽轮机构。由式(9-14)可知,外槽轮机构的槽数 n 应大于 2,且机构的运动系数总小于 0.5,即机构的停歇时间总大于运动时间。机构停歇往往意味着自动机械进行某一动作,故停歇时间长是有利的。如果要减少外槽轮机构的停歇时间,可通过增加驱动圆销的数目来实现。下面用单元组合法来说明驱动圆销数目 K 与槽轮的槽数 n 的确定及其之间的关系,同时介绍如何采用该方法进行变异槽轮机构的结构设计。

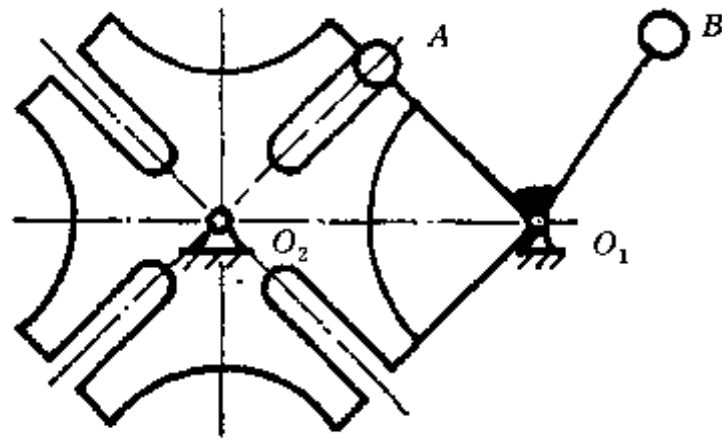


图 9-7 两柱销槽轮机构

图 9-7 所示多驱动圆销槽轮机构中, 将一个导销对应一条轮槽的结构关系称为单元结构, 见图 9-8(a)。整个槽轮机构是由若干单元结构组成, 在一次啮合过程中, 曲柄上圆销的转角 φ 与轮槽转角 ψ 的关系称为单元传动函数, 见图 9-8(b)。

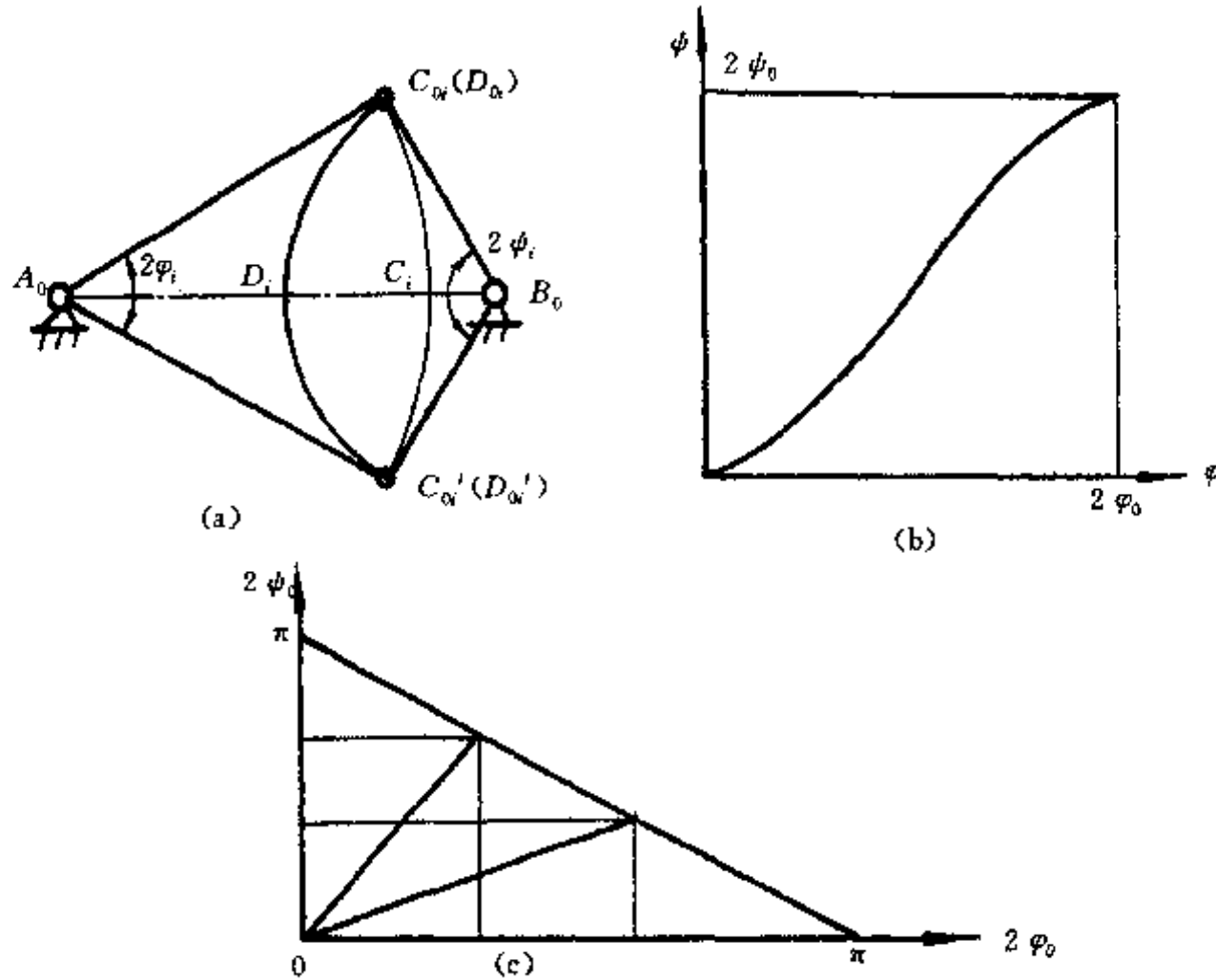


图 9-8 单元结构及传动函数

由前述可知, 为了避免刚性冲击, 应满足关系式

$$\angle A_0 C_{\alpha} B_0 = \angle A_0 C_{\alpha'} B_0 = \frac{\pi}{2} \quad (9-15)$$

圆销的单元转角 $2\varphi_0$ 和轮槽的单元转角 $2\psi_0$ 之间有

$$2\varphi_0 + 2\psi_0 = \pi \quad (9-16)$$

因不是研究机构的运动特性, 故可以不考虑 φ 与 ψ 之间的具体过程。为方便讨论, 将图 9-8(b) 中表示 $\psi = \psi(\varphi)$ 的曲线用直线代替。图 9-8(c) 表示四个不同情况的单元传动函数, 它们末端

的连线是一条截距为 $2\varphi_0 = \pi, 2\psi_0 = \pi$ 的倾斜直线。显然,在该直线上任意一点与坐标原点 O 的直线,都代表一个单元传动函数。

确定了单元传动函数,即可根据它作出单元结构图。图 9-8(a)就是由单元传动函数作出的单元结构图,图中 A_0B_0 为主、从动轮轴心之间的距离, $\angle C_{0i}A_0C_{0i}'$ 和 $\angle D_{0i}B_0D_{0i}'$ 都取自于图 (c)。 C_{0i} 为进入啮合点; C_{0i}' 为退出啮合点; A_0C_{0i} 为曲柄旋转中心至圆销中心的距离; 点 D_i 是以 B_0 为圆心, B_0C_{0i} 为半径作圆弧与 A_0B_0 的交点; 点 C_i 是以 A_0 为圆心, A_0C_{0i} 为半径作圆弧与 A_0B_0 的交点。显然 C_iD_i 为轮槽的理论深度,轮槽的实际深度还需计及圆销的半径,并考虑一定的间隙。

从单元传动函数图上也可以看出,若圆销的单元转角 $2\varphi_0 < \pi$,就可采用多个驱动圆销,且不必在曲柄上作均匀分布。由式(9-2)可知,内槽轮机构的单元转角 $2\varphi_0$ 恒大于 π ,所以内槽轮机构不可能有大于 1 的圆销个数。

单元组合法设计外槽轮机构具体步骤是:

1. 确定机构的传动图:

首先根据工作要求,在单元传动函数图 9-8(c) 中选定,然后画出机构的传动工作图,即 $\varphi-\psi$ 关系图。在圆销与轮槽啮合阶段,用单元传动函数(以斜直线代替)表示;在槽轮停歇、曲柄转动阶段,用水平直线表示,见图 9-9。

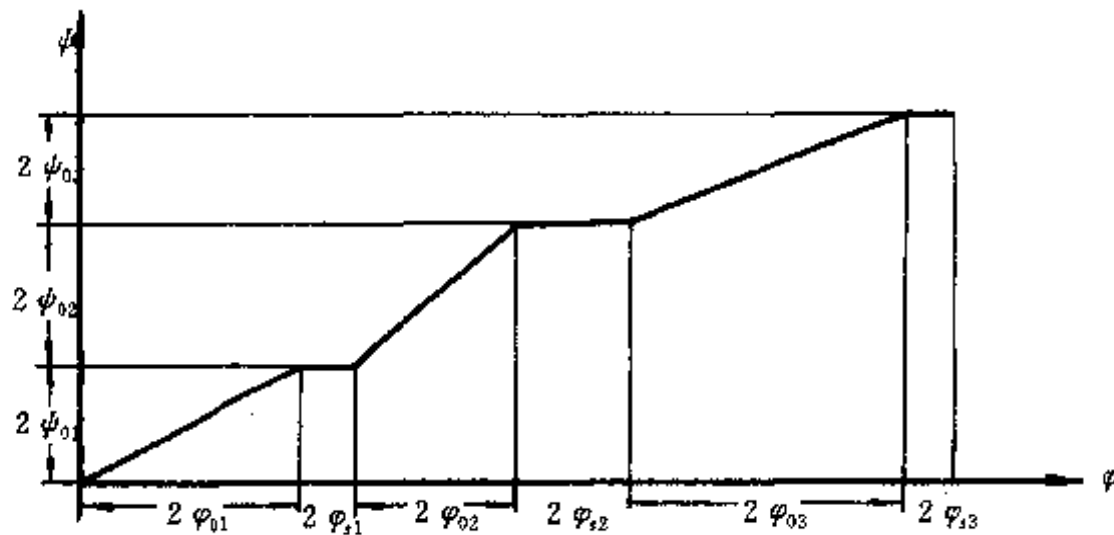


图 9-9 槽轮机构传动图

如果曲柄旋转一周,包含了 K 个单元传动函数,说明曲柄应有 K 个驱动圆销。如果这 K 个单元传动函数相同,则说明 K 个圆销在曲柄上离轴心等距。

驱动圆销数 K 确定后,可进一步确定轮槽数 n ,其方法如下:

计算曲柄旋转一周时相应的槽轮转角

$$\sum_{i=1}^K 2\psi_{0i} = \pi K - \sum_{i=1}^K 2\varphi_{0i} \quad (9-17)$$

若 $\sum_{i=1}^K 2\psi_{0i} = 2\pi$,则轮槽数 $n=K$ 。图 9-9 就表示这种情况,曲柄有三个驱动圆销,槽轮上相应需有三条轮槽。

若 $\sum_{i=1}^K 2\psi_{0i} \neq 2\pi$,分两种情况,即小于 2π 和大于 2π ,此时继续循环作运动工作图直至满足

$$N \cdot \sum_{i=1}^K 2\psi_{0i} = M \cdot 2\pi \quad N=2,3,4,\dots \quad M=1,2,3,\dots \quad (9-18)$$

下面讨论 N, M 与 K 之间的关系:

如果单元传动函数在间隙 KN/M 个时出现重复, 即

$$2\psi_{0i} = 2\psi_{0(i+\frac{KN}{M})} \quad i=1,2,\dots,KN \quad (9-19a)$$

和
$$2\psi_{0i} = 2\psi_{0(i+\frac{KN}{M})} \quad i=1,2,\dots,KN \quad (9-19b)$$

且 KN/M 为整数则轮槽数为

$$n = \frac{KN}{M} \quad (9-20)$$

根据图 9-10(a) 所示的单元函数图, 在图 9-10(c) 中以实线表示这一类情况。由图 9-10 可以看出, 这里 $K=2, N=5, M=2$, 所以轮槽数 $n = \frac{KN}{M} = \frac{2 \times 5}{2} = 5$ 。

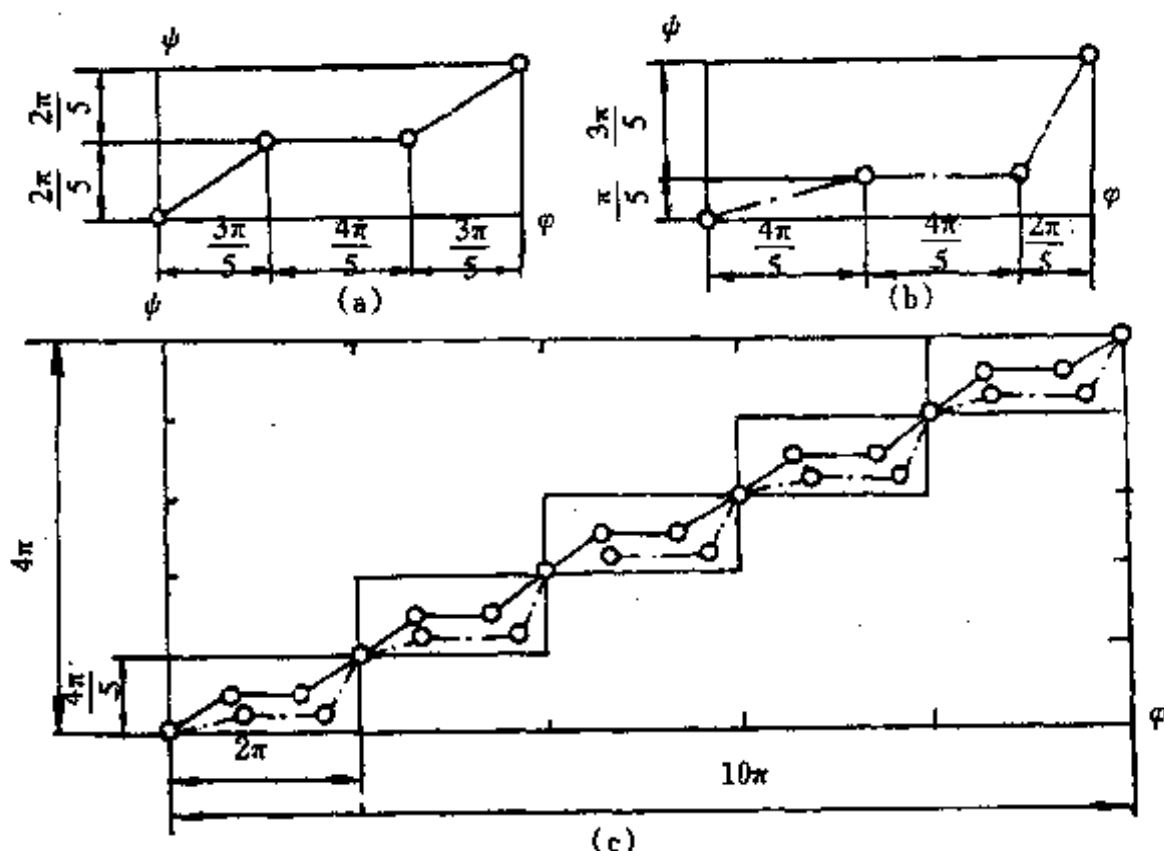


图 9-10 槽轮机构工作循环图

如果 $\frac{KN}{M}$ 为整数, 但不满足式(9-19), 这时轮槽数应为

$$n = KN \quad (9-21)$$

这是因为曲柄需要旋转 N 周才能形成一个工作周期, 由图 9-10(b) 的单元函数图画出图 9-10(c) 中点划线表示的这一类情况。这里 $\frac{KN}{M} = \frac{2 \times 5}{2} = 5$, 但 $2\psi_{01} = \frac{\pi}{5}, 2\psi_{06} = \frac{3\pi}{5}, 2\psi_{01} \neq 2\psi_{06}$, 因此由式(9-21)得, $n = KN = 2 \times 5 = 10$ 。

如果 KN/M 不为整数, 轮槽数也应按式(9-21)计算, 其原因与上述相同。图 9-13(a) 即为这一类情况, 这里 $K=3, N=3, M=2$, 则 $\frac{KN}{M} = \frac{3 \times 3}{2} = 4.5$, 所以需有 $n = KN = 3 \times 3 = 9$ 个

轮槽。

由式(9-20)、式(9-21)可知外槽轮的槽数 $n \geq 3$, 这是因为当 $K=1$ 时, 由式(9-14)可得, $n-2 > 0$, 所以应有 $n \geq 3$ 。当 $K \geq 2$ 时, 有 N 大于 M , 且 N 大于 1, 所以必有 $n \geq 3$ 。综上可知, 外槽轮机构槽数 n 不能小于 3。

2. 作曲柄和槽轮的运动简图:

先由机构传动图中所含的单元传动函数以及设计要求, 确定机架 A_0B_0 的大小, 然后在 A_0 、 B_0 上画出单元结构图。对于图 9-9 所示的工作情况, 可用图 9-7(a) 所示方法作出单元结构图, 见图 9-11。

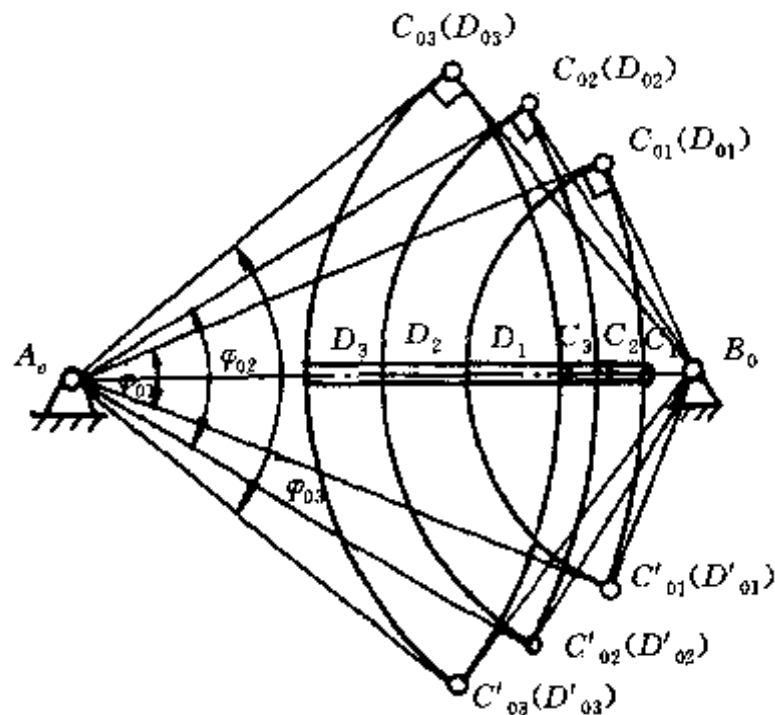


图 9-11 单元结构图

作出曲柄和槽轮的运动结构简图后, 可作机构简图。其方法是, 以 A_0B_0 为起始线, 且 A_0B_0 等于机架长度。先用 A_0 为中心, 将驱动圆销单元结构及休止角按曲柄旋转的相反方向依次放置, 即可确定曲柄的运动结构简图。再以 B_0 为中心, 按槽轮旋转的相反方向, 将单元结构图的轮槽单元依次放置, 即可确定槽轮的运动结构简图, 图中 A_0 、 B_0 分别为曲柄和槽轮的转动中心。

图 9-12 为根据图 9-9 的传动工作图设计出的槽轮机构运动结构简图, 并已加上了锁住弧, $K=3, n=3$ 。

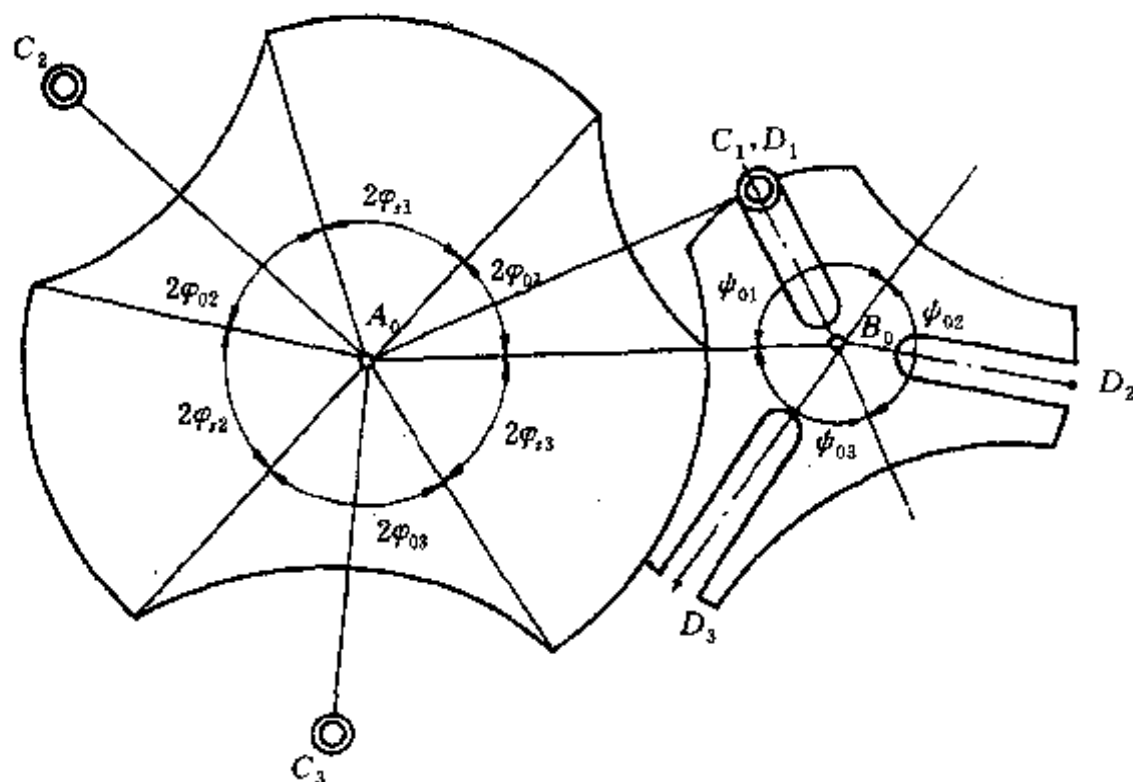


图 9-12 槽轮机构运动结构简图

下面用一个实例说明单元组合法设计外槽轮机构的具体步骤。

例 9-1 槽轮机构的工作要求如图 9-13 所示。机架长度为 a ，试确定槽轮机构的圆销数 K ，轮槽数 n ，以及槽轮机构的运动结构简图。

解：

a. 确定 K, n 。

显然，由图 9-13(a) 可知， $K=3$ 。

因为 $\sum_{i=1}^K 2\psi_{0i} \neq 2\pi$ ，所以作工作循环图，形成一个工作周期，如图 9-13(b) 所示。这里 $N=3$ ，

$M=2$ 。因 $\frac{KN}{M} = \frac{3 \times 3}{2} = 4.5$ 不为整数，由式(9-21)得

$$n = K \cdot N = 3 \times 3 = 9$$

b. 作机构单元结构图：使 A_0B_0 等于机架长度 a ，根据图 9-13(a) 所示的传动图，在 A_0, B_0 上画出单元结构图，由图 9-13(c) 所示。

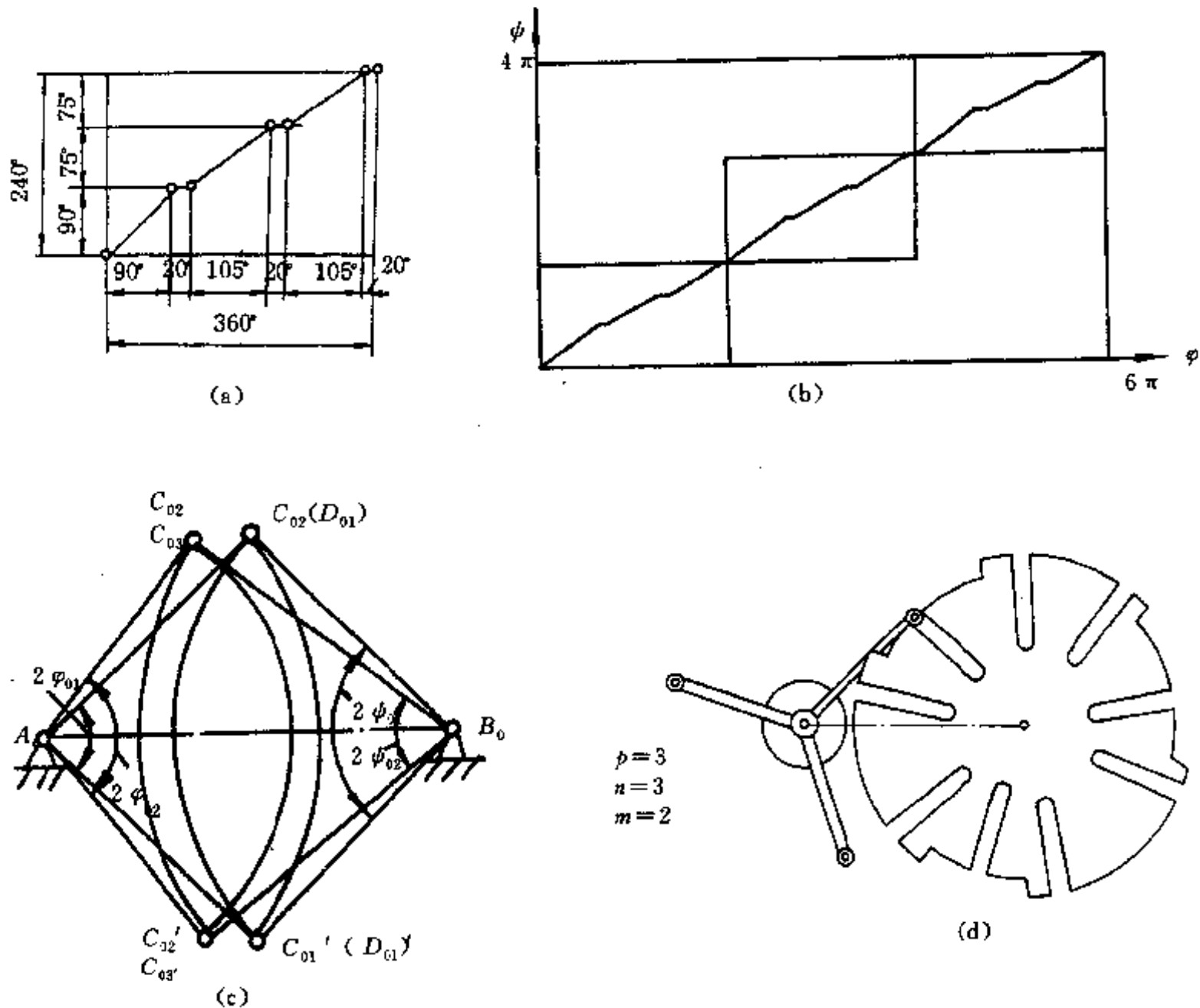


图 9-13 槽轮机构

c. 确定机构运动结构简图：分别以 A_0, B_0 为曲柄和槽轮转动中心，并使 $A_0B_0=a$ 。按运动反转原理，将曲柄、槽轮单元依次放置，得图 9-13(d) 所示的运动结构简图。

(二) 平行轴分度凸轮机构

平行轴分度凸轮机构是又一种可以把主动轴的转动变换为从动轴的步进式转动或移动的步进机构。图 9-14 所示的是常用的外接式结构。

该机构的主动件为一对平面共轭凸轮，从动件为装着两排滚子的从动盘。实线画的滚子与轮 1 接触；虚线画的滚子（在从动件背面）与轮 2 接触。共轭凸轮作匀速转动时，从动盘作步进运动。

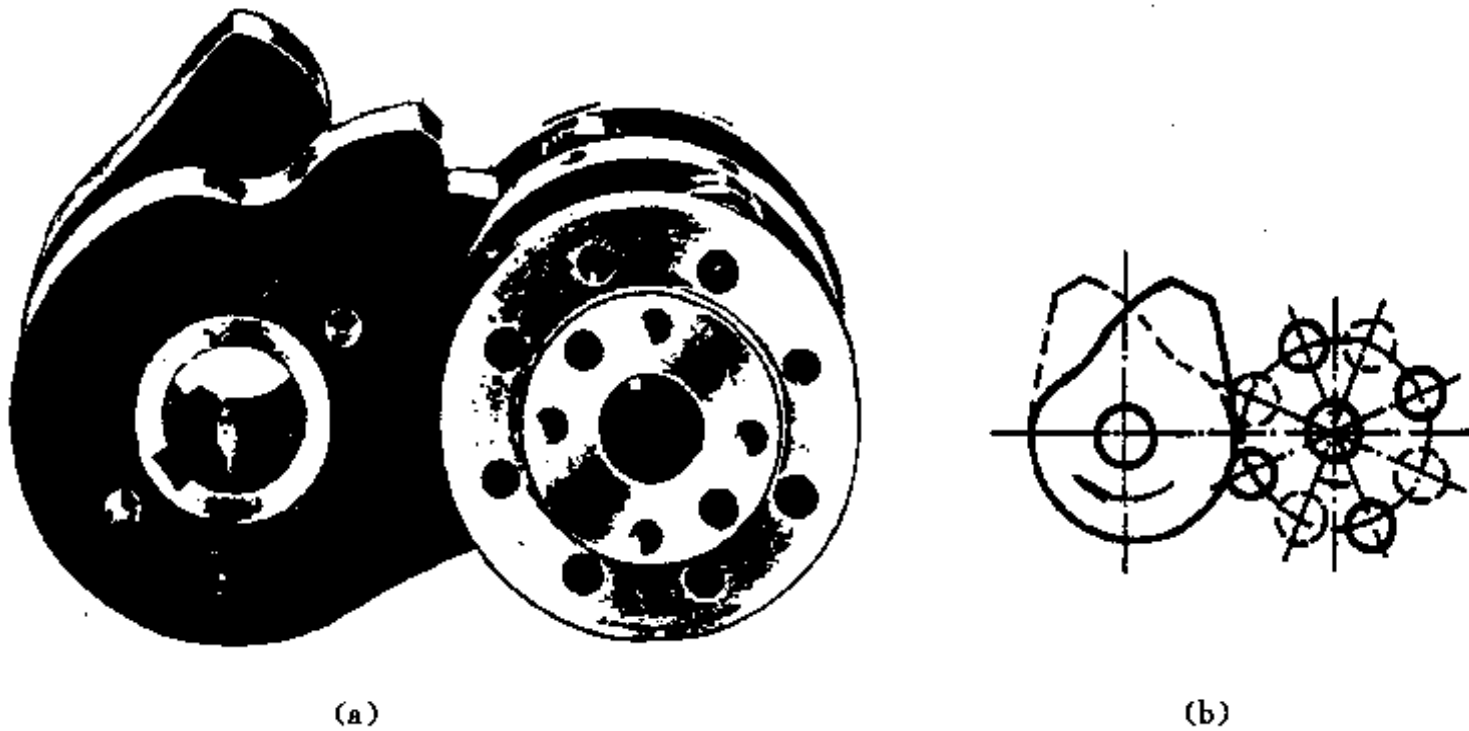


图 9-14 平行轴分度凸轮机构
(a) 双峰凸轮机构 (b) 单峰凸轮机构

平行轴分度凸轮机构作为步进机构应用时，与槽轮机构比较有下列优点：

- (1) 主动轴驱动从动轮转角和锁止从动轮转角之比可以按设计要求调节，从而满足不同工艺要求；
- (2) 从动轴的运动规律可选定，以保证转位速率；
- (3) 主动件结构形式为共轭凸轮，采用形闭合式运动，可以采取预载装置，消除凸轮与从动滚子之间的游隙，提高传动精度，减小冲击和噪声。

其主要缺点是设计和制造都比槽轮机构难度大。

1. 平行轴分度凸轮机构运动分析

(1) 基本参数：平行轴分度凸轮机构的基本参数主要有：

① 径距比 K 。滚子中心回转半径 l 与主、从动件转轴中心距 a 的比值，即

$$K = \frac{l}{a} \quad (9-22)$$

中心距 a 的实际大小应由输送的功率和扭矩确定。

② 从动轮转位数（工位或分度数） n 。 n 由工艺确定。当 n 确定后，从动件转位角为

$$\psi_H = \frac{2\pi}{n} \quad (9-23)$$

③主动轮转位角 φ_H , 即对应于从动件转位角 ψ_H , 主动轮转过的角度。该角由工艺确定。

④主动轮锁止转角 φ'_H , 显然有

$$\varphi'_H = 2\pi - \varphi_H \quad (9-24)$$

⑤滚子排列数 z 。一般取 $z=1, 2$ 。

⑥凸轮的峰数 s 。图 9-14 中凸轮为单峰。而常用的凸轮峰数 $s=1, 2$ 。

⑦从动轮滚子数 m 。

$$m = n \times z \times s \quad (9-25)$$

(2)运动分析: 以单峰凸轮为例讨论运动情况。图 9-15 所示为凸轮机构运动简图, 图中以点代替滚子, 即分析凸轮的理论廓线工作情况。

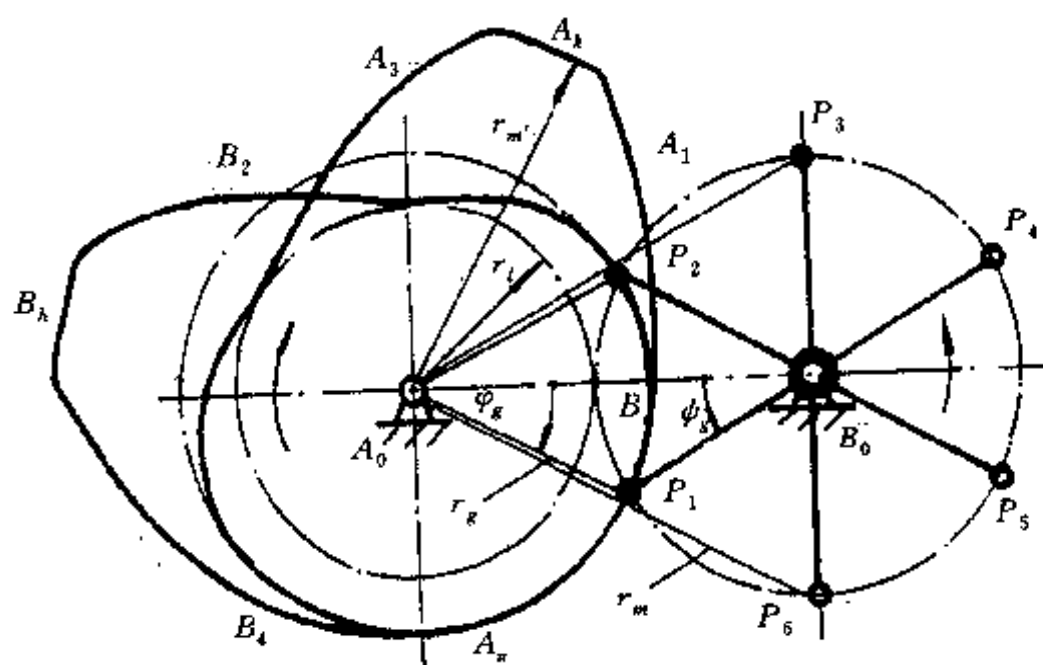


图 9-15 运动分析

以 A_0B_0 为轴线, 凸轮顺时针转角为正, 从动盘逆时针转角为正。将凸轮轮廓分为 A_1 、 B_2 、 A_3 、 B_4 四部分。在从动轮上有 m 个接触点 (滚子) P_1, P_2, \dots, P_m , 分成 $z=2$ 列。其中 P_1, P_3, P_5, \dots 与 A 轮廓接触; P_2, P_4, P_6, \dots 与 B 轮廓接触。

①锁止和运动始状态。从动轮的静止是靠凸轮的圆弧段与点 P_1 和 P_2 接触形成的。静止时, 由于凸轮上为圆弧线, 从动轮上 P_1 和 P_2 必沿 A_0B_0 轴对称分布, 有

$$\psi_g = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{m} = \frac{\pi}{m} \quad (9-26)$$

$$r_g^2 = a^2 + l^2 - 2al \cos \psi_g = a^2 + l^2 - 2al \cos \frac{\pi}{m} \quad (9-27)$$

$$\varphi_g = \arccos \frac{a^2 + r_g^2 - l^2}{2a \cdot r_g} \quad (9-28)$$

式中: ψ_g, φ_g —— 分别为凸轮和从动件初始位置角;

r_g —— 凸轮基圆半径。

转位始状态时, 凸轮 A 的廓线 A_1 与 P_1 端点啮合, 凸轮 B 的 B_2 廓线与 P_2 端点啮合。

②分段廓线的工作情况。为简单设计, 廓线 A_1 工作应使从动轮转位 $2\pi/m$, 即 P_1 转到 P_3 位置, 其凸轮相应转角为 $\varphi_H/2$ 。因为有式(9-23)和式(9-25), 所以

$$\frac{2\pi}{m} = \frac{2\pi}{nz \cdot s} = \frac{2\pi}{n} \cdot \frac{1}{z \cdot s} = \frac{\psi_H}{z \cdot s} \quad (9-29)$$

这里 $z=2, s=1$, 又有

$$\frac{2\pi}{m} = \frac{\psi_H}{2}$$

从 A_1 廓线与 P_1 点啮合可知, A_1 廓线全段为推动廓线, A_1 廓线最大向径为

$$r_m^2 = a^2 + l^2 - 2al \cos \frac{3\pi}{m} \quad (9-30)$$

图 9-16 所示为 A_1 廓线与 P_1 点啮合图。

对于 B_2 廓线, P_2 点与廓线从 r_g 到 r_l 再到 r_m 啮合, 其中

$$r_l = a - l < r_g \quad (9-31)$$

在廓线 r_g 至 r_l 段, 不是推动 P_2 点, 而是起形闭合作用, 称闭合廓线。相应 P_2 点转角 ψ 从 $-\psi_g$ 变为 0° ; 由向径 r_l 至向径 r_g 段为第一段推动廓线, 相应的 P_2 点转角 ψ 从 0 变 ψ_g 。对应这两段啮合, 凸轮转角为 $\varphi_H/2$ 。由向径 r_g 至 r_m 段为第二段推动廓线, 相应的 P_2 点转角 ψ 从 ψ_g 变为 $3\psi_g$, 凸轮转角为 $\varphi_H/2$ 。图 9-17 所示为 B_2 廓线与 P_2 点啮合的图。

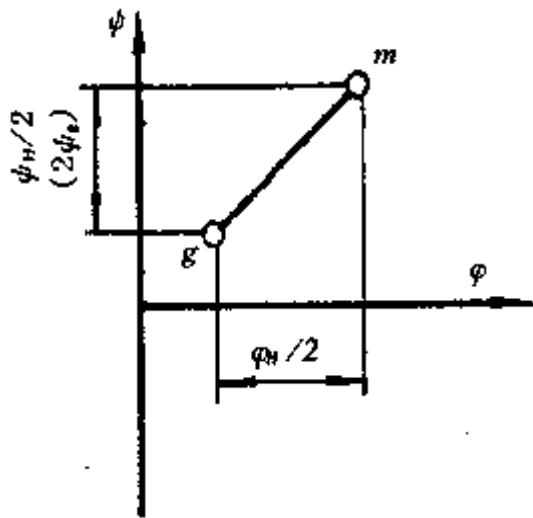


图 9-16 A_1 廓线与 P_1 点啮合图

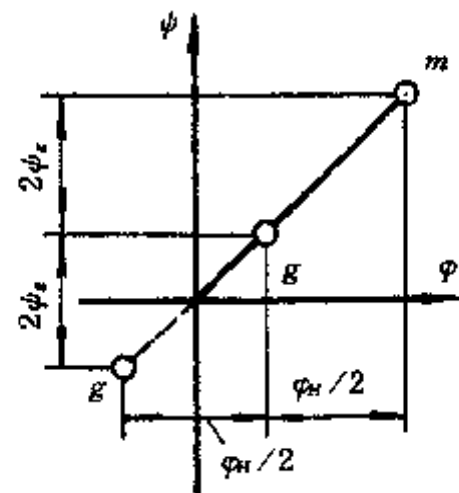


图 9-17 B_2 廓线与 P_2 点啮合图

廓线 A_3 由 3 段组成。因平行分度凸轮机构一般采用对称运动规律, 所以 A_3 廓线和 B_2 廓线对称。廓线由 r_m 至 r_g 至 r_l 为闭合廓线, r_l 至 r_g 段为推动廓线。图 9-18 所示为 A_3 廓线与 P_3 点的啮合图。

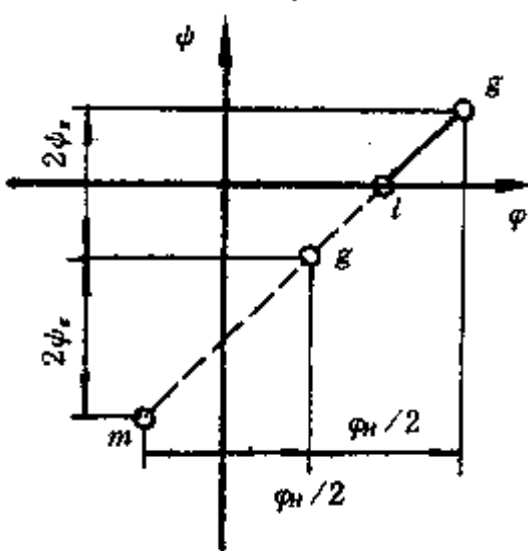


图 9-18 A_3 廓线与 P_3 点啮合图

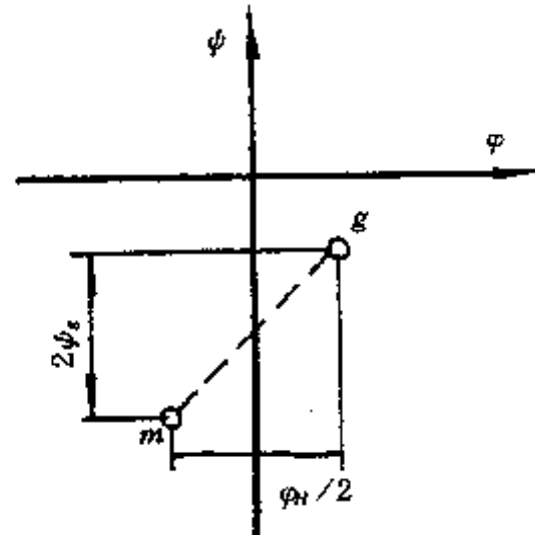


图 9-19 B_4 廓线与 P_4 点啮合图

廓线 B_4 与 P_4 点接触, 只有当从动轮转位 $\frac{2\pi}{m}$ 角后 B_4 才可能与 P_4 点接触。这时凸转已转过 $\frac{\varphi_H}{2}$ 角, 而 P_4 点转到 P_3 位置。同理, B_4 廓线与 A_1 廓线对称, 全为闭合廓线。图 9-19 所示为 B_4 廓线与 P_4 点的啮合图。

③组合工作情况与重叠系数。现考虑整个凸轮机构运动情况, 即四条廓线 A_1, B_2, A_3, B_4 同时进行工作。要使凸轮机构正常运动, 应在任一时间内, 至少有一条推动廓线和一条闭合廓线同时与凸轮啮合。此时认为没有重叠啮合现象, 重叠系数 ϵ 为零。如果在任一时间内, 除了有一条推动廓线和一条闭合廓线与凸轮啮合外, 尚有其他推动或闭合廓线参与啮合, 此时认为有重叠啮合现象, 且重叠系数 ϵ 为 1。分析图 9-15 所示平行分度凸轮机构组合工作情况, 以横轴表示从动轮工作点 P_1, P_2, P_3, P_4 , 纵轴表示从动轮转角值, 实线表示 P 点受推动, 虚线表示 P 点受形闭合, 作直角坐标图, 见图 9-20(a)。

从图中可以看出, 对图 9-15 所示的机构, 其任一 ψ 区域内, 有 3 条廓线同时啮合, 所以重叠系数 ϵ 为 1。

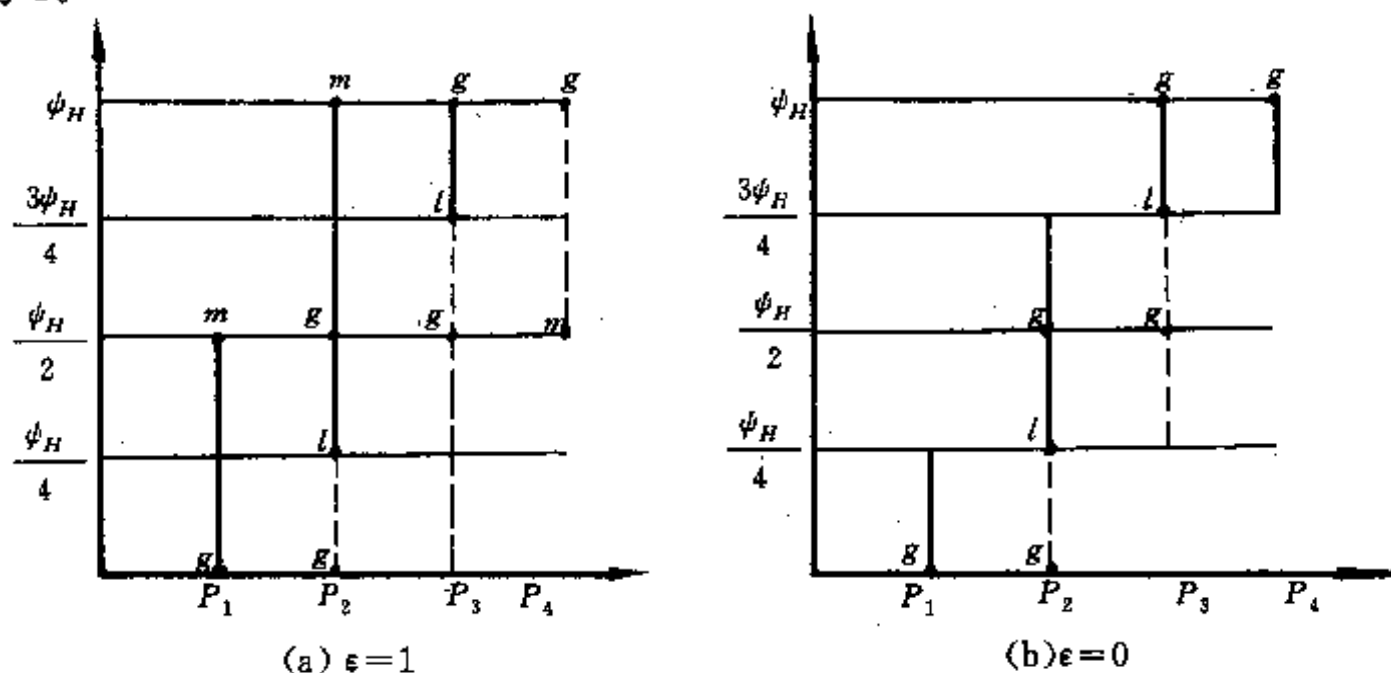


图 9-20 重叠系数

设想减小 r_m 的值, 至

$$r_{m \min}^2 = a^2 + l^2 - 2al \cos 2\psi_g = a^2 + l^2 - 2al \cos \frac{2\pi}{m} \quad (9-32)$$

则任一 ψ 区域内只有一对廓线工作, 见图 9-20(b), 此时重叠系数 ϵ 为零。

设凸轮设计实际采用的凸轮廓线最大半径为 r_m , 则有

$$r_{m \min} \leq r_m \leq r_m \quad (9-33)$$

$$0 \leq \epsilon \leq 1 \quad (9-34)$$

由以上讨论定义凸轮机构重叠系数为

$$\epsilon = \frac{r_m - r_{m \min}}{r_m - r_{m \min}}$$

重叠系数 ϵ 的取值与机构结构有关, 当从动轮中间有轴时, 应考虑 r_m 小于中心距 a 减轴半径的值, 一般 ϵ 可取 0.3 左右。以德国 Miksck 公司产品为例, 其 $a=315\text{mm}$, $l=120\text{mm}$, $m=6$, $r_1=195\text{mm}$, $r_g=219.44\text{mm}$, $r_m=337\text{mm}$, $r_m'=291\text{mm}$, $\psi_g=30^\circ$, $\varphi_g=15.8^\circ$, $r_{m \min}=275.36\text{mm}$,

其 ϵ 为

$$\epsilon = \frac{291 - 275.36}{337 - 275.36} = 0.25$$

④机构运动规律与凸轮廓线方程。平行轴分度凸轮机构一般选用对称运动规律,对称运动规律的特点详见第七章。当运动规律选定后, A_1 、 B_2 、 A_3 、 B_4 四段廓线必须按同一方程设计。现分别叙述。

对 A_1 段廓线,以 φ_s 、 ψ_s 、 r_s 为初始位置值, φ_H 为选定值, $\psi_H = 4\varphi_s$, 计算廓线。以极坐标表达。最后弃去 $r > r_m'$ 的值,取 $r_s \leq r \leq r_m'$ 段为 A_1 段廓线。

对 B_2 段廓线,以 $-\varphi_s$ 、 $-\psi_s$ 、 r_s 为初始位置值, φ_H 、 ψ_H 值同上,计算出廓线值,最后弃去 $r > r_m'$ 的部分。廓线始点与 A_1 的始点向径夹角为 $2\varphi_s$ 。

对 A_3 、 B_4 段廓线,因分别与 B_2 、 A_1 对称,故设计方法相同。

⑤轮廓分布图与廓线存在条件。按上述将凸轮 A 、 B 廓线设计后,可按图 9-21 所示几何关系安装。显然有, $\varphi_H = \angle g_1 A_0 g_{32} = \angle g_{21} A_0 g_4$; $\frac{\varphi_H}{2} = \angle g_1 A_0 g_{22} = \angle g_{31} A_0 g_4$ 。设 $\angle g_{21} A_0 g_{22} = \angle g_{31} A_0 g_{32} = \theta$, 则有

$$\theta = \frac{\varphi_H}{2} - 2\varphi_s \quad (9-35)$$

要使平行轴分度凸轮机构正常工作,应使

$$\theta = \frac{\varphi_H}{2} - 2\varphi_s > 0$$

即

$$\frac{\varphi_H}{2} > 2\varphi_s \quad (9-36)$$

式(9-36)表示平行轴分度凸轮机构凸轮廓线存在的条件。

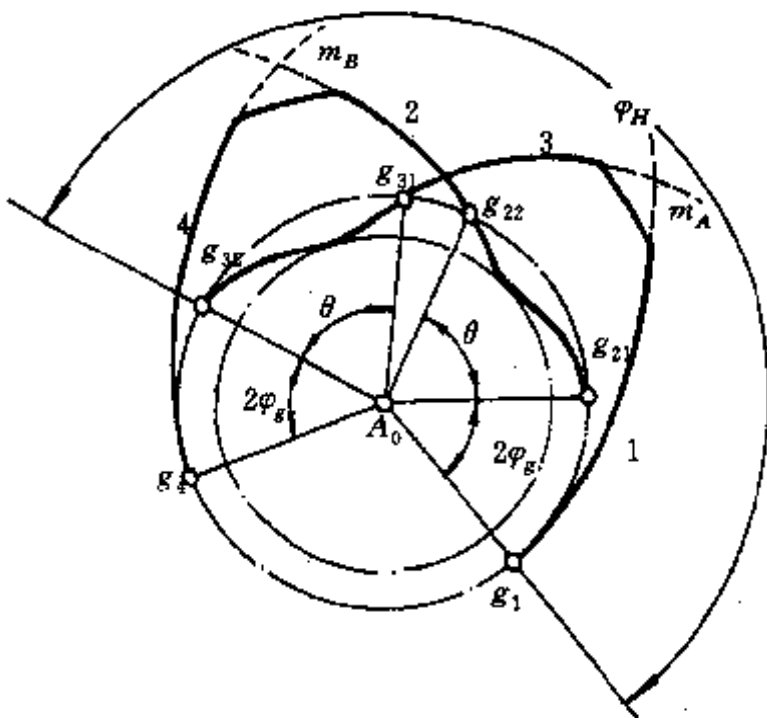


图 9-21 廓线存在条件

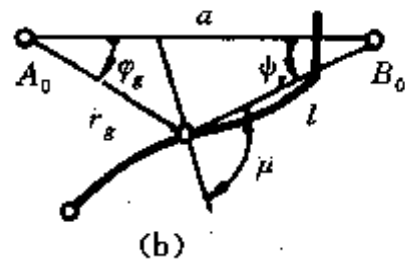
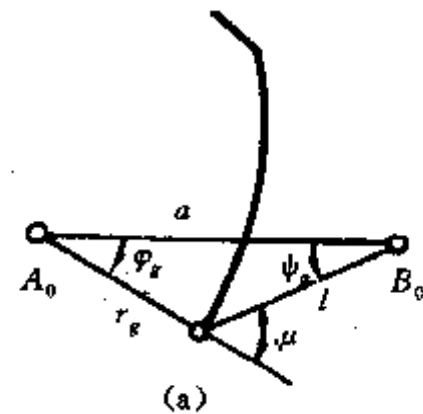


图 9-22 压力角

⑥压力角条件。压力角最大值一般出现在凸轮工作的始末端和速度最大处,其对应的凸轮转角分别为 $\varphi=0$ 、 $\varphi=\varphi_H$ 、 $\varphi=\varphi_H/2$ 。表 9-2 列出 A_1 、 B_2 、 A_3 、 B_4 廓线上有可能使压力角出现最大

值的位置,因为实际的凸轮轮廓 r_m 不存在,所以只需要求出 r_g 时的压力角即可。

以 A_1 及 B_2 廓线为例,讨论 r_g 时的压力角。如图 9-22 所示,有 2 个 g 点: g_1 和 g_2 , 第一个

表 9-2 凸轮廓线压力角极值点

廓线	A_1	B_2	A_3	B_4
位置				
始	r_g	r_g	r_m	r_m
末	r_m	r_m	r_g	r_g
中	r_m	r_g	r_g	r_m

r_g 时, $\frac{d\psi}{d\varphi} = 0$, 廓线的法线过 A_0 点,如图 9-22(a)得 μ 角。

$$\mu = \psi_g + \varphi_g$$

压力角 α 为

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \mu = \frac{\pi}{2} - (\psi_g + \varphi_g) \quad (9-37)$$

式中 $\psi_g = \frac{\pi}{m}$ 。

$$\tan \varphi_g = \frac{l \sin \psi_g}{a - l \cos \psi_g}, \varphi_g = \arctan \frac{l \sin \psi_g}{a - l \cos \psi_g}$$

所以

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{m} + \arctan \frac{l \sin \psi_g}{a - l \cos \psi_g} \right) = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{m} + \arctan \frac{k \sin \psi_g}{k \cos \psi_g} \right) \quad (9-38)$$

当凸轮机构工位数 n 、排列数 z 和凸轮峰数确定后, m 亦确定,所以压力角 α 的大小取决于 k 值。 k 值越大, φ_g 亦大,压力角 α 变小。第二个 r_g 时,按三心定理,瞬心在 $A_0 B_0$ 连线上,如图 9-22 (b) 所示,廓线法线较第一种情况垂直, μ 值变大,所以 α 值较小,此种情况可以不考虑,设计时按式(9-38)计算 α 值,使 $\alpha < [\alpha] = 60^\circ$ 。

⑦廓线失真现象。图 9-23 用运动反转法表示了各运动角之间的几何关系。由图可知,凸轮

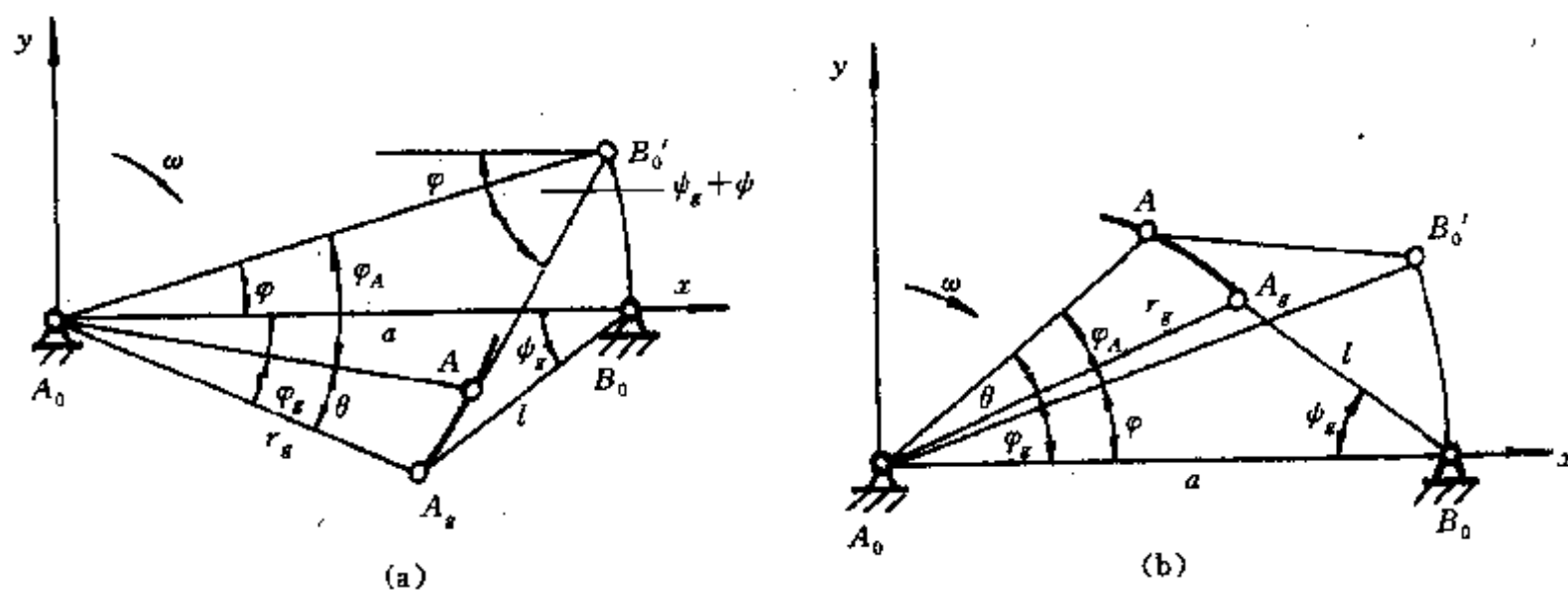


图 9-23 廓线的失真

向径角 θ 为

$$\theta = \varphi \pm \varphi_g \mp \varphi_A \quad (9-39)$$

式中 φ_g 项的“+”号, φ_A 项的“-”号表示 A_1 廓线的情况, φ_g 项的“-”号, φ_A 项的“+”号表示 B_2 廓线的情况。当 $\theta = \theta(\varphi)$ 为单调增函数时, 廓线不会发生失真现象。当 $\theta = \theta(\varphi)$ 不为单调增函数时, 对于廓线 A_1 会在廓线上出现如图 9-24(a) 所示的“之”字图, 对于廓线 B_2 会在廓线上出现如图 9-24(b) 所示的打“结”情况。这样, 在加工时必然会发生失真现象。为保证不发生失真, 应使函数 $\theta(\varphi)$ 在整个区间内为单调增函数, 即有

$$\frac{d\theta}{d\varphi} > 0 \quad (9-40)$$

或为
$$\pm \frac{d\varphi_A}{d\varphi} < 1 \quad (9-41)$$

式中“+”对应廓线 A_1 的情况,“-”对应廓线 B_2 的情况。对照图 9-23, 因存在如下几何关系:

$$\tan\varphi_A = \frac{l\sin(\psi_g \pm \psi)}{a - l\cos(\psi_g \pm \psi)} \quad (9-42)$$

$$\sin\varphi_A = \frac{l\sin(\psi_g \pm \psi)}{\sqrt{a^2 + l^2 - 2al\cos(\psi_g \pm \psi)}} \quad (9-43)$$

$$\cos\varphi_A = \frac{a - l\cos(\psi_g \pm \psi)}{\sqrt{a^2 + l^2 - 2al\cos(\psi_g \pm \psi)}} \quad (9-44)$$

所以式(9-41)又可表示为

$$\pm \frac{d\varphi_A}{d\varphi} = \pm \frac{al\cos(\psi_g \pm \psi) - l^2}{a^2 + l^2 - 2al\cos(\psi_g \pm \psi)} \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} < 1$$

即有

$$\pm \frac{d\psi}{d\varphi} \cdot \frac{al\cos(\psi_g \pm \psi) - l^2}{a^2 + l^2 - 2al\cos(\psi_g \pm \psi)} < 1 \quad (9-45)$$

式中“+”号表示廓线 A_1 情况;“-”号表示廓线 B_2 情况。因 A_3 、 B_4 廓线分别与 B_2 、 A_1 廓线对称, 所以满足不失真的条件同上。



图 9-24 廓线的两种失真

(三) 齿轮凸轮组合机构

齿轮凸轮组合机构又是一种能实现步进运动的机构。该机构由简单的周转轮系为基础机构, 附加凸轮机构控制周转轮系中行星齿轮或系杆的运动, 使从动构件实现较复杂的运动规律, 其中包括从动件作周期性的步进运动。

图 9-25 所示为一典型的齿轮凸轮组合机构。系杆 3 为主动件，固定凸轮（或作为主动件）5 通过滚子摇杆 4 使行星齿轮 2 对系杆 3 产生一相对运动，由此从动件中心齿轮 1 的运动是上述两个运动的合成，通过适当地确定凸轮外廓和其他几何尺寸就可使中心齿轮 1 产生步进运动。由于可适当地选择周转轮系的机构参数和相应的凸轮廓线，可获得较一般步进机构更为理想的动力性能。

中心轮 1、系杆 H(杆 3)和行星轮 2 组成周转轮系有如下运动关系：

$$i_{21}^H = \frac{\omega_{2H}}{\omega_{1H}} = \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_1 - \omega_H} \quad (9-46)$$

或

$$\psi = \varphi + \frac{1}{i_{21}^H} \cdot \varphi_{2H} \quad (9-47)$$

式中： ψ ——从动件中心轮 1 的转角；

φ ——主动件系杆 H(2)的转角；

φ_{2H} ——行星轮 2 相对系杆 H 的转角。

当从动件在一个循环周期内的转角 ψ 与主动件的转角 φ 的关系如图 9-26 所示作步进运动时，其周期角 $\varphi_T = \varphi_s + \varphi_d$ ， φ_s 为停歇角， φ_d 为运动角。步进角为 ψ_d ；而对应的循环周期数为

$$n = \frac{2\pi}{\varphi_s + \varphi_d} \quad (9-48)$$

显然 n 应为整数。

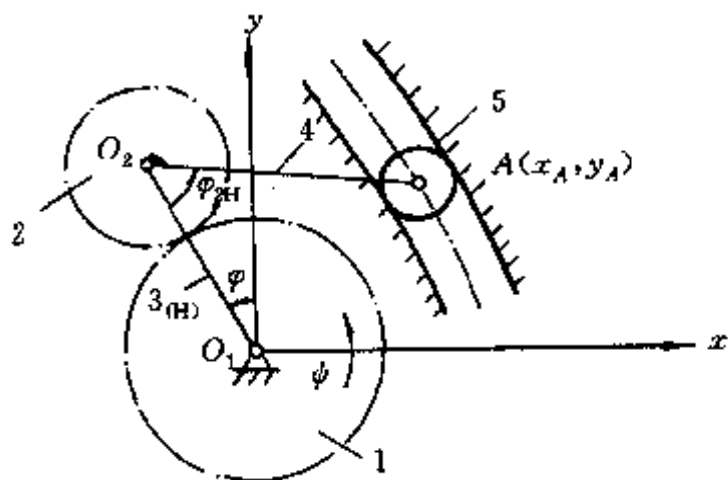


图 9-25 齿轮凸轮组合机构

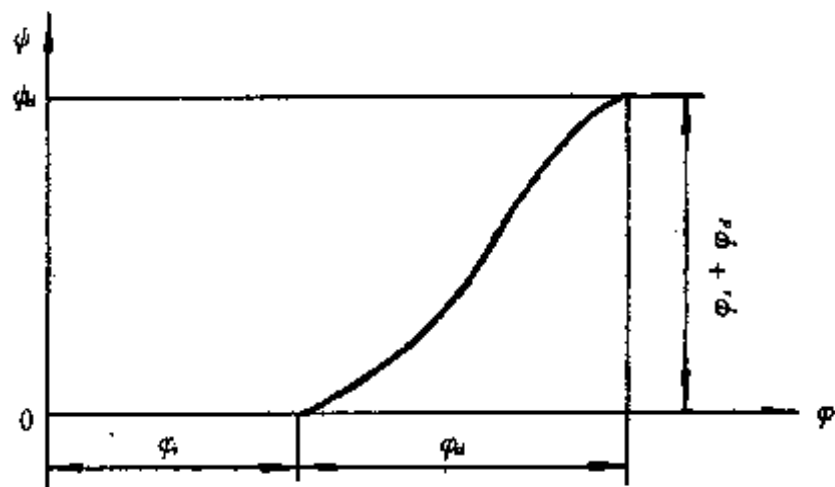


图 9-26 机构运动线图

为方便设计，假设一个循环周期后，行星轮 2 与系杆 3 的相对位置不变，即 $\varphi_{2H} = 0$ ，根据式 (9-47) 可知，步进角为

$$\psi_d = \varphi_T = \varphi_s + \varphi_d \quad (9-49)$$

又由式 (9-47) 可知，在从动中心齿轮停歇期间， $\psi = 0$ ， $\varphi = \varphi_s$ ，而行星轮相对系杆的转角为

$$\varphi_{2HS} = -i_{21}^H \varphi_s \quad (9-50)$$

在从动中心齿轮转动期间， $\psi = \psi_d$ ， $\varphi = \varphi_d$ ，而行星轮相对系杆的转角为

$$\varphi_{2Hd} = i_{21}^H (\psi_d - \varphi_d) = i_{21}^H \cdot \varphi \quad (9-51)$$

式(9-50)和式(9-51)表明,在从动件的停歇期和运动期,行星齿轮2相对系杆H的转角大小相等,方向相反。

设计该类型齿轮凸轮组合机构时,一般先确定周转轮系的齿数和各构件的结构和运动参数,然后确定固定凸轮的廓线。

周转轮系的中心距 O_1O_2 对机构的运动无影响,可根据结构情况确定。一般取传动比 $|i_{21}^H| = \frac{1}{6} \sim 1$ 。

摆杆 O_2A 长影响凸轮机构的压力角 α 值,通常取 $O_2A = l = r_2 \cdot \lambda$, r_2 为行星齿轮2的节圆半径, λ 一般取 $0.4 \sim 0.8$ 。

机构运动参数 φ_{2H} 值对凸轮机构的压力角有直接影响,通常取 $\varphi_{2H} = 30^\circ \sim 60^\circ$,由式(9-50)或式(9-51)可确定从动件停歇角 $\varphi = \frac{1}{|i_{21}^H|} \cdot \varphi_{2H}$ 。

行星齿轮2相对系杆H的初始位置角 φ_{2H0} 对凸轮机构的压力角 α 也有影响,一般取 $\varphi_{2H0} = 30^\circ \sim 60^\circ$ 。

由图9-25可计算固定凸轮的理论廓线方程。

$$\left. \begin{aligned} x_A &= l \cdot \sin(\varphi - \varphi_{2H} + \varphi_{2H0}) - l_H \sin \varphi \\ y_A &= l_H \cos \varphi - l \cos(\varphi + \varphi_{2H} + \varphi_{2H0}) \end{aligned} \right\} \quad (9-52)$$

式中: l ——凸轮机构从动件长度;

l_H ——齿轮机构中心距即系杆长度。

式中的 φ_{2H} 由式(9-47)确定:

$$\varphi_{2H} = (\psi - \varphi) \cdot i_{21}^H \quad (9-53)$$

在停歇期间, $\psi = 0$, 所以

$$\varphi_{2H} = -i_{21}^H \varphi \quad (9-54)$$

在运动期间, $\varphi = \varphi_s \sim (\varphi_s + \varphi_d)$, $\psi = 0 \sim (\varphi_s + \varphi_d)$ 。若从动中心齿轮1按正弦加速度规律运动,则

$$\psi = (\varphi_s + \varphi_d) \left\{ \frac{\varphi - \varphi_s}{\varphi_d} \cdot \frac{1}{2\pi} \sin \left[\frac{2\pi}{\varphi_d} (\varphi - \varphi_s) \right] \right\} \quad (9-55)$$

$$\varphi_{2H} = \left\{ (\varphi_s + \varphi_d) \left\{ \frac{\varphi - \varphi_s}{\varphi_d} \cdot \frac{1}{\pi} \sin \left[\frac{2\pi}{\varphi_d} (\varphi - \varphi_s) \right] \right\} - \varphi \right\} \cdot i_{21}^H \quad (9-56)$$

三、进退式机构

进退式机构是将一个连续的、全周旋转的运动转变成一个带有后退或略有后退的步进运动,运动曲线见图9-2所示。一般常见的进退式步进运动机构由连杆、齿轮组合而成。按其功能可分为传动类步进运动机构和引导类步进运动机构,下面分别讨论。

(一) 传动类连杆齿轮组合机构

1. 传动式组合机构结构和类型 前已述及,连杆机构可作为传动机构。利用连杆机构的输出去控制差动轮系,而把连杆机构的输入同时输入差动轮系,就可以构成以传动为基本特征的

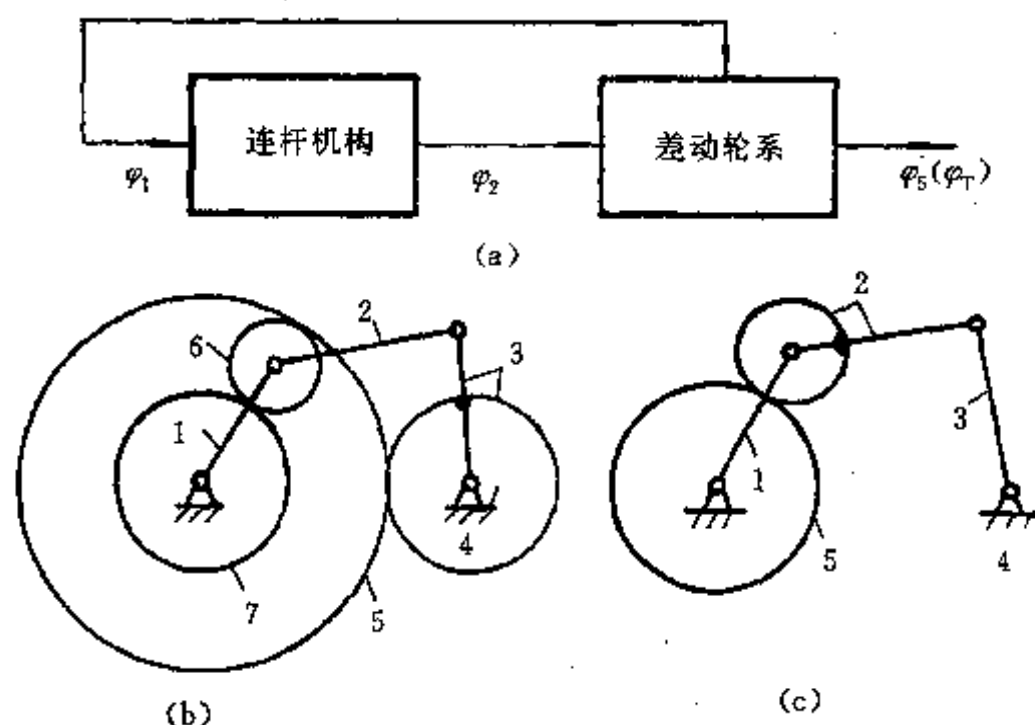


图 9-27 连杆齿轮组合机构

轮系连杆机构。如图 9-27(a)的框图所示。在此基础上,还可进一步分成两种基本的类型。

2. 传动式组合机构运动分析 以图 9-27(b)和(c)所示机构为例讨论其运动特性。图 9-27(b)中,系杆 1,中心轮 5、7 和行星轮 6 构成差动轮系,若系杆 1 为输入,轮 7 为输出,则有

$$\frac{\omega_7 - \omega_1}{\omega_5 - \omega_1} = -\frac{Z_5}{Z_7} = \rho$$

$$\omega_7 = \rho\omega_5 + (1-\rho)\omega_1 \quad (9-57)$$

式中: $\omega_1, \omega_5, \omega_7$ ——分别为齿轮 1、5、7 的角速度;

Z_5, Z_7 ——分别为齿轮 5、7 的齿数。

当机构确定后,齿轮齿数为定值,所以齿数比 ρ 为定值。 ω_1 为输入角速度,所以也可以视为定值。只要使 ω_5 为变量,即可实现轮 7 的变速输出,构成步进运动。对式(9-57)分别积分和微分得

$$\varphi_7 = \rho\varphi_5 + (1-\rho)\varphi_1 \quad (9-58)$$

$$\alpha_7 = \rho\alpha_5 \quad (9-59)$$

式中: φ ——构件的角位移;

α ——构件的角加速度。

为控制构件 5 的角位移,在系杆 1 上增加构件 2 和 3 组成四连杆机构。齿轮 3 与杆 3 刚性联结,杆 3 的摆动通过轮 3 可带动轮 5 摆动,从而达到控制构件 5 的目的。

分析上述机构有如下特点:

(1) 因为四连杆机构是周期工作的机构,当系杆 1 转一周时,摆杆 3 回复到原位置,即齿轮 5 亦回复到原来位置, $\varphi_5 = 0$ 。所以从动轮 7 的步进量 n 为

$$n = (1-\rho) \quad (9-60)$$

即主动轮转 1 周,从动轮转 $(1-\rho)$ 周。

若轮系采用负号机构 ($\rho < 0$),则为增速;若采用正号机构 ($\rho > 0$),则为减速;若 $\rho = 0$,则为

同速。又若 $1/n$ 是整数时,在主动轴转一定的周数后,从动轮与主动轮的相对状态复原。

(2) 因为 $\alpha_5 = (Z_3/Z_5) \cdot \alpha_3$, 代入式(9-59)有

$$\alpha_7 = \rho \cdot (Z_3/Z_5) \cdot \alpha_3 \quad (9-61)$$

而 Z_3/Z_5 为定值,所以只需设计控制运动的构件杆 3 的角加速度 α_3 ,就可直接得到 α_7 。

(3) 构件数较多,结构较复杂。

上述机构已在纺织精梳机中获得应用。

图 9-27(c)为另一种类型。系杆 1, 轮 2、5 构成差动轮系,行星轮 2 与四连杆机构的连杆相固结。设系杆 1 为输入,轮 5 为输出,则有

$$\frac{\omega_5 - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} = -\frac{Z_2}{Z_5} = \rho$$

$$\omega_5 = \rho\omega_2 + (1-\rho)\omega_1 \quad (9-62)$$

对式(9-62)积分和微分有

$$\varphi_5 = \rho\varphi_2 + (1-\rho)\varphi_1 \quad (9-63)$$

$$\alpha_5 = \rho\alpha_2 \quad (9-64)$$

同理步进量 n 为

$$n = (1-\rho) \quad (9-65)$$

与图 9-27(b) 相比,本类型利用四连杆机构的连杆去控制轮系中的行星轮,从而简化了机构,只具有两个齿轮。也相应地减少了设计时的变量,设计方便。该机构已在四色印刷机中获得应用。

3. 轮系相对传动比 ρ 的确定 由上节讨论可知,若将轮系中系杆转化为机架,则相对系杆的传动比 ρ 值对组合机构运动特性影响很大。

图 9-28(a)中, $\rho < 0$ 。也就是说,相对于系杆,系杆上的两轮作反向旋转。图 9-28(b)中,系杆上是一个外齿轮与内齿轮啮合工作,转向相同,即 $\rho > 0$ 。但内齿轮制造困难,尺寸大,所以在实际应用中可采用图 9-28(c)所示的结构,用齿形带或附加惰轮控制外齿轮来实现 $\rho > 0$ 的要求。

4. 步进运动特性的控制 连杆齿轮组合机构的步进运动能否产生,关键是轮系中控制运动的特性。只要使得式(9-57)或式(9-62)中,当 φ_1 为某值时有 $\omega_7 \leq 0$ (或 $\omega_5 \leq 0$); 组合机构即可出现瞬时停顿 ($\omega_7 = 0$ 或 $\omega_5 = 0$) 或后退 ($\omega_7 < 0$ 或 $\omega_5 < 0$)。 ω_7 (或 ω_5) 的值由式(9-61) [或式(9-62)] 可知,完全取决于系杆的控制运动 ω_3 (或 ω_2)。

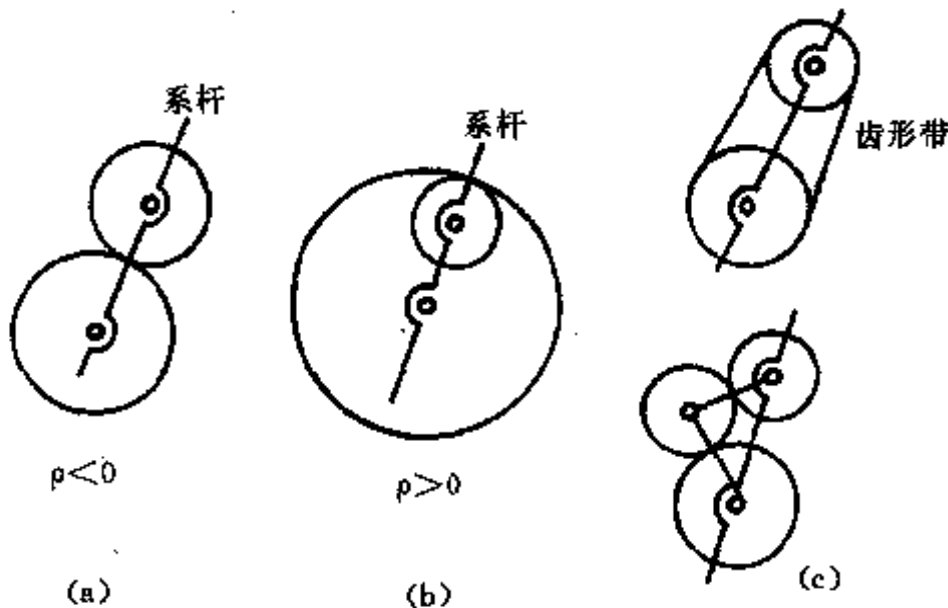


图 9-28 相对传动比 ρ 值

现以图 9-29 的机构加以说明。图 9-29(a)中,曲柄滑块机构的连杆带动行星轮 2 运动,所以连杆是控制构件。设构件逆时针转动为正, $l_1/l_2=\lambda$, 则有

$$\frac{\sin\varphi_1}{l_2} = \frac{\sin(2\pi - \varphi_2)}{l_1} = -\frac{\sin\varphi_2}{l_1}$$

$$\varphi_2 = \arcsin(-\lambda\sin\varphi_1) \quad (9-66)$$

对式(9-66)分别求一阶导数和二阶导数有

$$\dot{\varphi}_2 = \omega_2 = -\lambda \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} \omega_1 \quad (9-67)$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \alpha_2 = \frac{\lambda\omega_1^2\sin\varphi_1 + \omega_2^2\sin\varphi_2}{\cos\varphi_2} = \frac{\lambda\sin\varphi_1 \cdot \cos^2\varphi_2 + \lambda^2\cos^2\varphi_1\sin\varphi_2}{\cos^3\varphi_2} \cdot \omega_1^2 \quad (9-68)$$

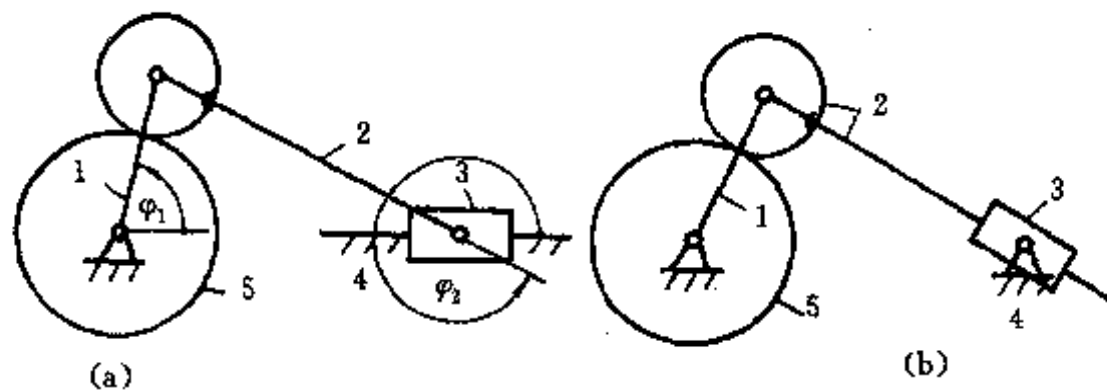


图 9-29 曲柄滑块齿轮组合机构

以构件 1 转角 φ_1 为横坐标,分别以控制构件 2 的角位移 φ_2 、角速度 ω_2/ω_1 (瞬时传动比)、角加速度 α_2/ω_1^2 为纵坐标得图 9-30 所示运动线图。

从图 9-30 可看出,曲线有下列特点:

$$\varphi_2 = f(\varphi_1) = -f(2\pi - \varphi_1) = f(\pi - \varphi_1) \quad (9-69)$$

$$\omega_2 = \dot{f}(\varphi_1) = \dot{f}(2\pi - \varphi_1) = -\dot{f}(\pi - \varphi_1) \quad (9-70)$$

$$\alpha_2 = \ddot{f}(\varphi_1) = -\ddot{f}(2\pi - \varphi_1) = \ddot{f}(\pi - \varphi_1) \quad (9-71)$$

即运动线图有很好的对称性,因此用曲柄滑块机构的连杆作为组合机构的控制构件可使设计简化。

5. 组合机构的步进运动特征 以组合机构的控制运动由曲柄滑块机构的连杆产生为例,讨论组合机构的步进运动特性。将式(9-62)改写成

$$\frac{\omega_5}{\omega_1} = \rho \left(i + \frac{1-\rho}{\rho} \right) \quad (9-72)$$

式中 $i = \frac{\omega_2}{\omega_1}$, 由图 9-30(b)可知,其值范围为

$$-\lambda \leq i \leq \lambda \quad (9-73)$$

对比图 9-30(b)可知,若取 ρ 值满足 $\frac{1-\rho}{\rho} = \lambda$, 则当 $\varphi_1 = 0^\circ$ 时, $\frac{\omega_5}{\omega_1} = 0$, 轮 5 有瞬时停歇; 当取

满足 $\frac{1-\rho}{\rho} = -\lambda$ 时, 则 $\varphi_1 = \pi$ 时, $\frac{\omega_5}{\omega_1} = 0$, 轮 5 亦有瞬时停歇; 当取 ρ 满足 $0 \leq \frac{1-\rho}{\rho} < \lambda$, 则在

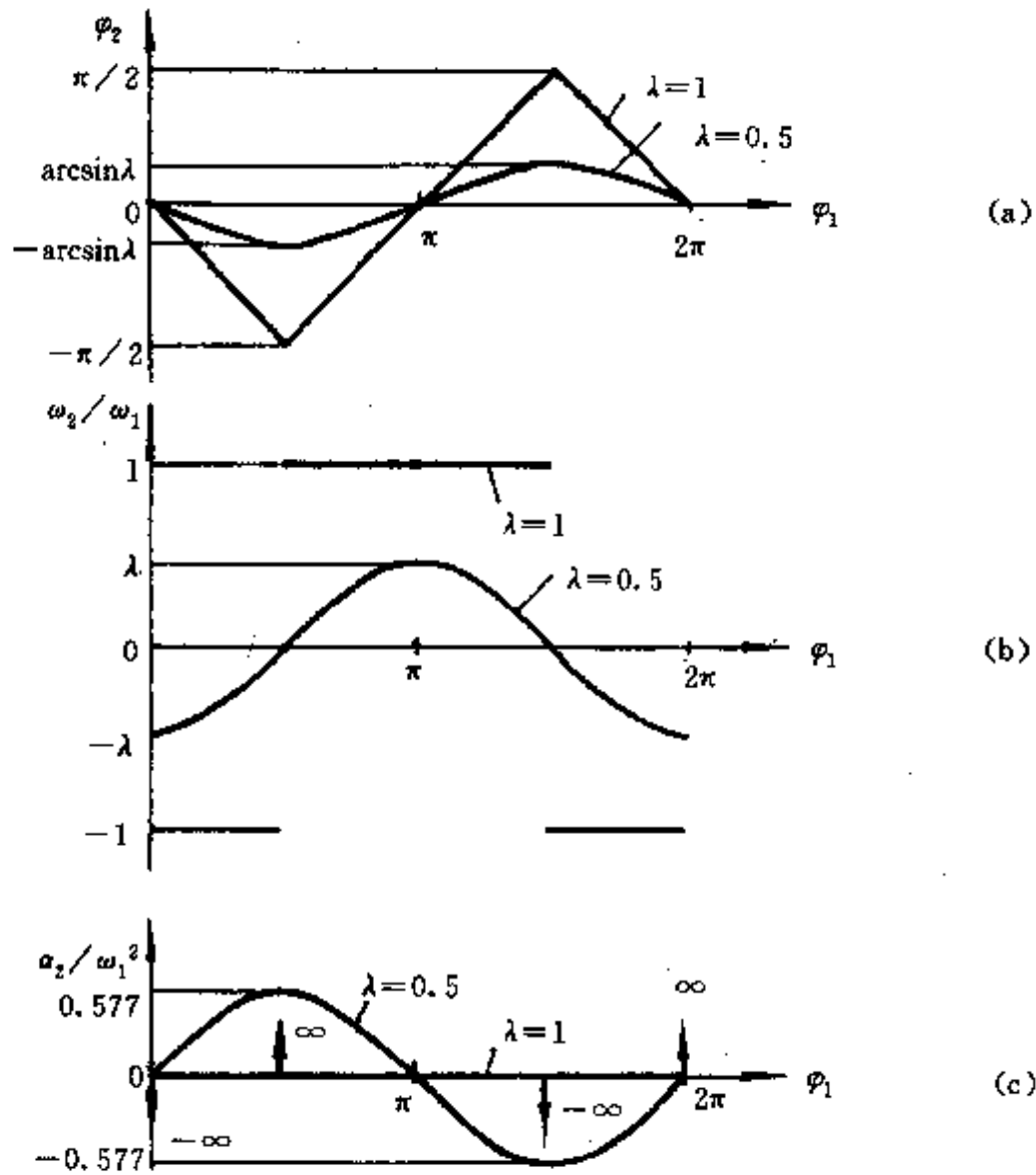


图 9-30 控制运动构件的运动线图

$-\varphi_1^* \leq \varphi_1 \leq \varphi_1^*$ 范围内, 轮 5 有后退运动, 最大退角为 $2\varphi_5^*$; 当取 ρ 满足 $-\lambda < \frac{1-\rho}{\rho} \leq 0$, 则在 $\pi - \varphi_1^* \leq \varphi_1 \leq \pi + \varphi_1^*$ 范围内, 轮 5 亦有后退运动, 最大退角为 $2\varphi_5^*$, 图 9-31 表示了组合机构步进运动特性与 ρ 值的关系。

从图 9-31 进一步可看出, 要实现步进, 一定要有 $\rho > 0$, 即图 9-28(b)、(c) 所示的机构。

现设 $\rho = \rho^*$, 且 $\frac{1}{1+\lambda} < \rho^* < 1$, 计算对应 ρ^* 的特性值 φ_1^* 和 φ_5^* 。

当从动件轮 5 换向即开始作后退运动时, 必有 $\omega_5 = 0$, 代入式(9-72)得

$$i^* = -\frac{1-\rho^*}{\rho^*} = \frac{\rho^*-1}{\rho^*}$$

式中 i^* 为对应 $\rho = \rho^*$, 换向时的瞬时传动比。再由式(9-66)、式(9-67)及式(9-63)有

$$\frac{\rho^*-1}{\rho^*} = -\lambda \frac{\cos\varphi_1^*}{\cos\varphi_2^*} = -\lambda \frac{\cos\varphi_1^*}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi_1^*}}$$

$$\varphi_1^* = \arcsin \sqrt{\frac{i^{*2} - \lambda^2}{\lambda^2(i^{*2} - 1)}} \quad (9-74)$$

$$\varphi_2^* = \arccos\left(-\frac{\lambda \cos\varphi_1^*}{i^*}\right) \quad (9-75)$$

$$\varphi_5^* = \rho^* \varphi_2^* + (1 - \rho^*) \varphi_1^* \quad (9-76)$$

图 9-32 表示当 λ 为某值时, φ_1^* 与 ρ^* 的关系。

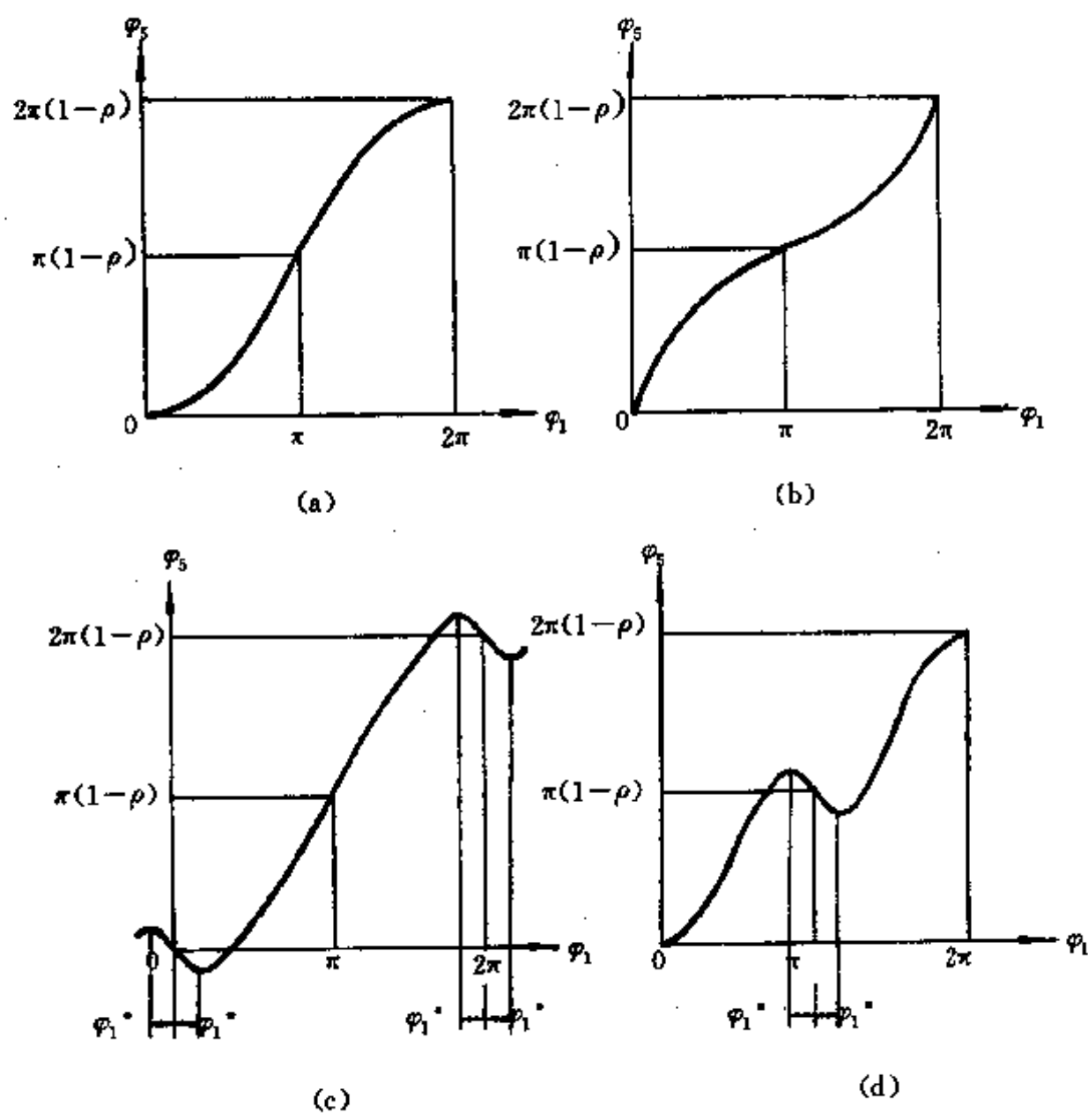


图 9-31 步进与 ρ 值的关系

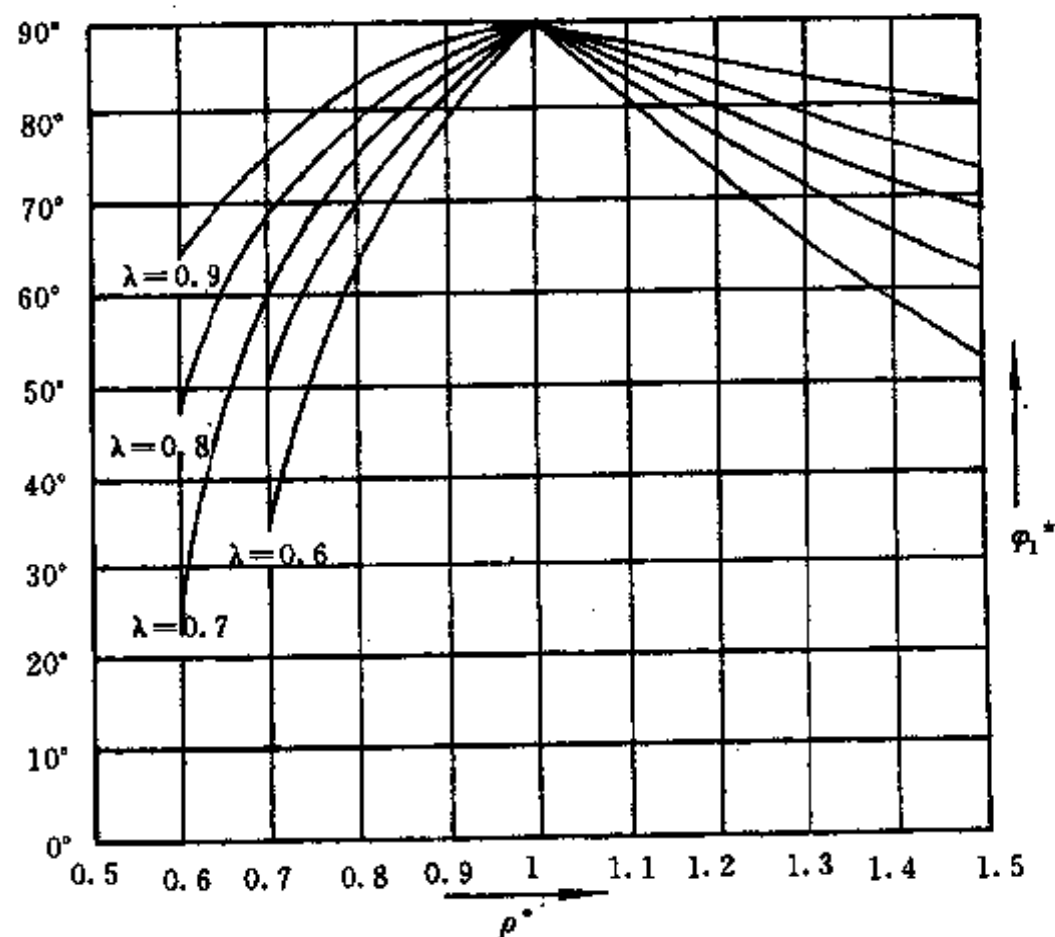


图 9-32 φ_1^* 与 ρ^* 关系曲线

6. 其他连杆—齿轮机构的设计思路 上述曲柄滑块齿轮组合机构的设计思路也适用于图 9-27(c)和图 9-29(b)所示的组合机构。但图 9-27(c)中控制机构为四铰链机构,机构尺度因素较多。为了简化设计,可采用第五章中叙述的无偏置机构,即要求 $l_1 + l_2 = l_3 + l_4$,还可进一步要

求 $l_2 = l_3 = \frac{\sqrt{l_1 + l_4}}{2}$ 。若取 l_1 为单位长,则 $l_2 = l_3 = \frac{\sqrt{1 + l_4}}{2}$ 。设计变量降为只有一个。图 9-

29(b)中采用曲柄导杆机构作为控制机构,由于机构尺度的不同取值,又分为摆动导杆和转动导杆机构,所以组合机构步进运动的特性更能满足一些特殊要求。

7. 双差动轮系—连杆机构 连杆齿轮组合机构还可设计成图 9-33 所示的结构形式,其轮 1 与构件 1 固结,轮 5 空套在 B 轴上,轮 6 空套在 B_0 轴上。在连杆 AB 上有两轮 1 和 5 啮合,其 AB 为系杆,是差动轮系;在连架杆 BB_0 上有轮 5 和 6 啮合, BB_0 为系杆,是另一差动轮系。经过类似计算,可得出

$$\varphi_6 = a_1\varphi_1 + a_2\varphi_2 + a_3\varphi_3$$

式中 a_1 、 a_2 和 a_3 是只与机构构件尺度有关的参数,其步进数应按曲柄摇杆机构和双曲柄机构分别计算。

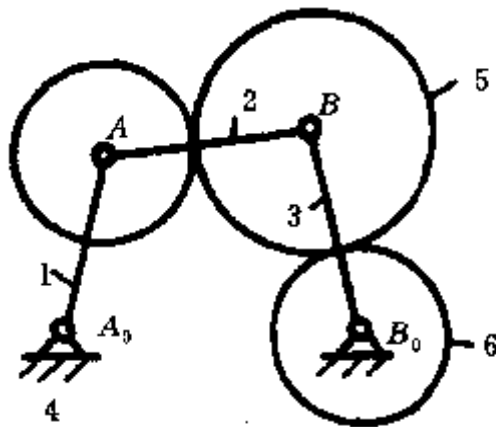


图 9-33 双差动轮系—连杆机构

对曲柄摇杆机构,当主动件 1 转一周时,连杆和摇杆都恢复到原位置,故步进数 n 为

$$n = a_1 \quad (9-77)$$

对双曲柄机构,当主动曲柄转一周时,连杆和从动曲柄都作整周回转,即步进数 n 为

$$n = a_1 + a_2 + a_3 \quad (9-78)$$

当主动曲柄等速转动时, φ_2 和 φ_3 都为变量,所以 φ_6 的值受 φ_2 和 φ_3 的控制。调节机构尺度,除了变动系数 a_1 、 a_2 和 a_3 外, φ_2 和 φ_3 的变化规律也会变动,虽然设计困难一些,但可调节因素多,故能满足多种需要。该机构已获得应用。

(二) 引导式连杆齿轮组合机构

1. 引导式组合机构工作原理 引导式连杆齿轮组合机构是利用行星齿轮机构的旋轮线引导带动一个两级杆组,实现把主动件的连续转动变为从动件的间歇式转动。

理论上任一封闭运动轨迹都可引导出步进机构。如图 9-34(a)所示,置两级组的固定铰链在封闭轨迹中,两级组为 A_0AB ,其中 $AA_0 = l_1$, $BA = l_2$ 。当 B 点在轨迹上运动时,只要满足 l_2 为轨迹上 K_1K_2 曲线的曲率半径,A 点为曲率中心的几何条件,连架杆 AA_0 即可实现步进运动,即当 B 点由 K_1 到 K_2 时连架杆 AA_0 停歇,B 点继续运动时, AA_0 转动。若 AA_0 为曲柄,可作整周转动。设想轨迹 K 中有两段曲线有相同曲率的情况,则 AA_0 在一整周中会出现两次停歇,即主

动件一周时从动件步进两次,称两工位。运动曲线由图 9-34(b)所示。

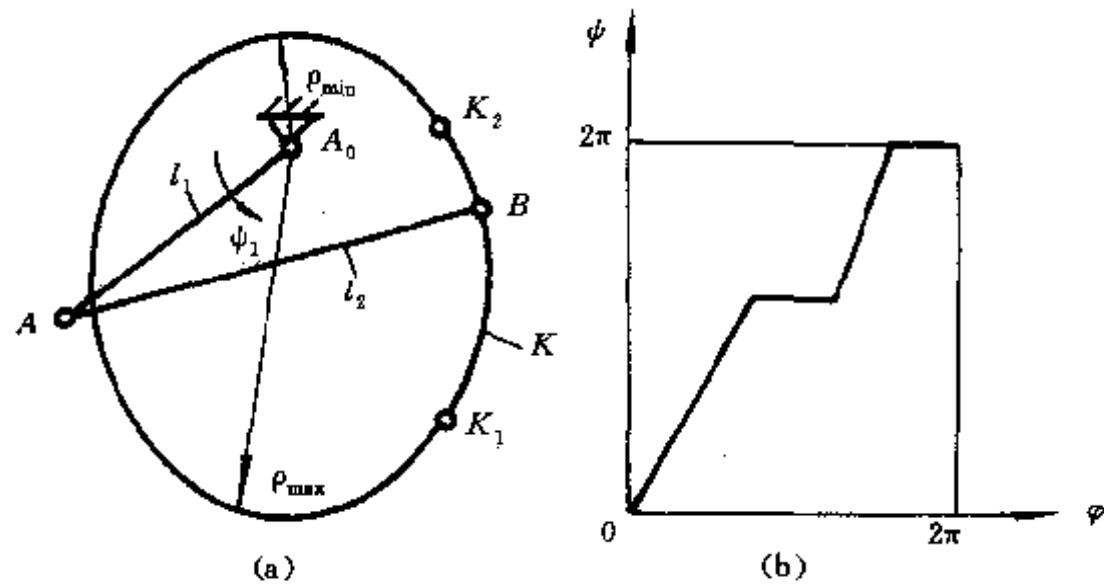


图 9-34 引导式步进机构

两级杆组中亦可带移动副构成步进机构。如图 9-35 所示, A_0A 的转动会出现局部的停歇, 从而产生步进运动。

引导式步进机构中,常用的封闭运动轨迹有连杆曲线、旋轮线等。因连杆曲线过于复杂,设计有困难,而旋轮线很有规则,所以一般采用旋轮线作为机构的引导曲线,从而使设计大为简单。

2. 旋轮线与步进运动特性 如图 9-36 所示,旋轮线可分为带尖点的正旋轮线 K_1 , 短幅旋轮线 K_2 , 长幅旋轮线 K_3 。相对传动比 $i = \frac{n_1}{r_2}$ 决定了旋轮线的支数。当 i 为有理数时,旋轮线在系杆转动 $m = \frac{n}{i}$ 周时,完成一次循环,其中 m, n 为正整数。图 9-37 画出了 $i=2, 3, 4$ 的情况,即以 i 为某个正整数作为引导式连杆行星齿轮机构。

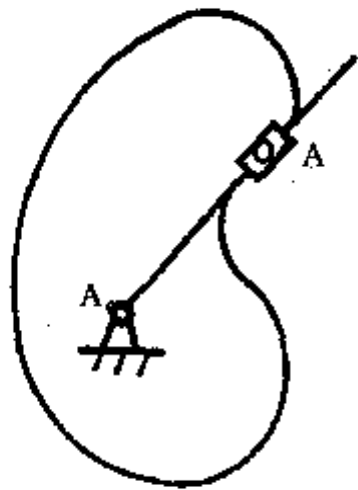


图 9-35 带移副步进机构

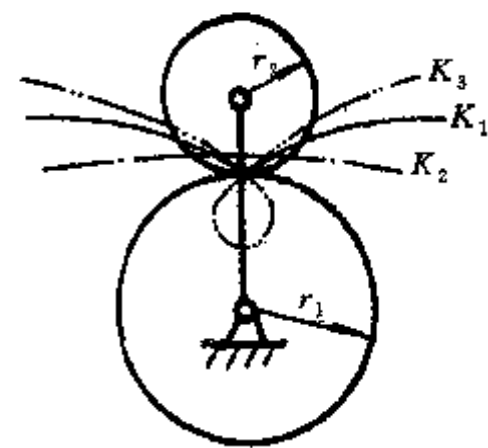


图 9-36 旋轮线分类

以 $i=3$ 为例,说明引导式步进机构的形成。在单支旋轮线上选点 1、2、3,分别作出点 1、2 和点 2、3 连线的中垂线得交点 A ,近似认为 A 点是弧线 $\widehat{123}$ 的曲率中心。置两级杆组 A_0AB ,使 A_0 与中心齿轮转动中心重合; $AB=l_2$ 且等于弧线 $\widehat{123}$ 的曲率半径; B 与行星轮上产生旋轮线的点铰接。当行星齿轮机构的系杆转动时, A_0A 实现步进。图 9-38 表示曲柄 A_0A 的运动线图。

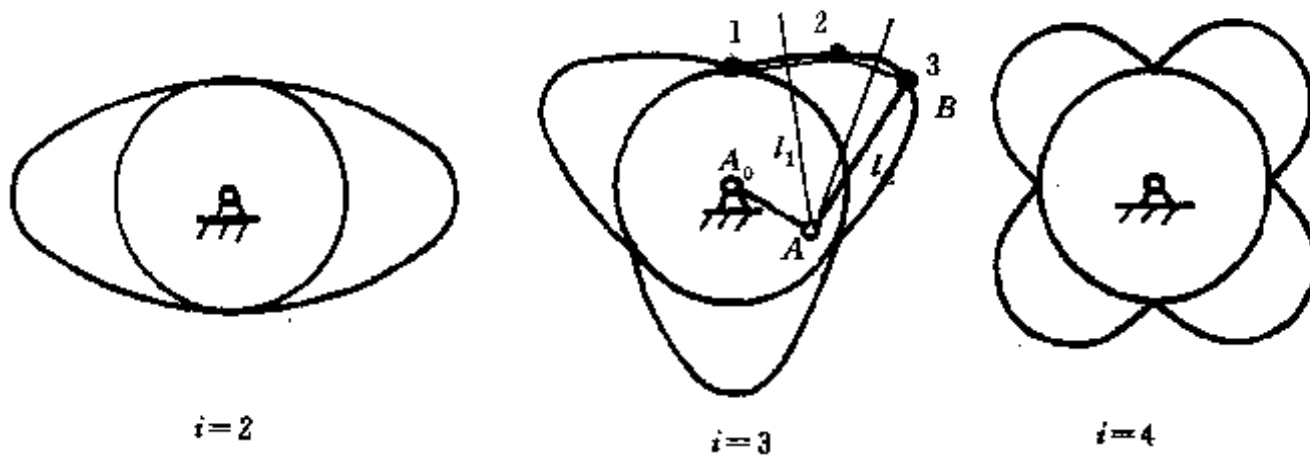


图 9-37 旋轮线的支数

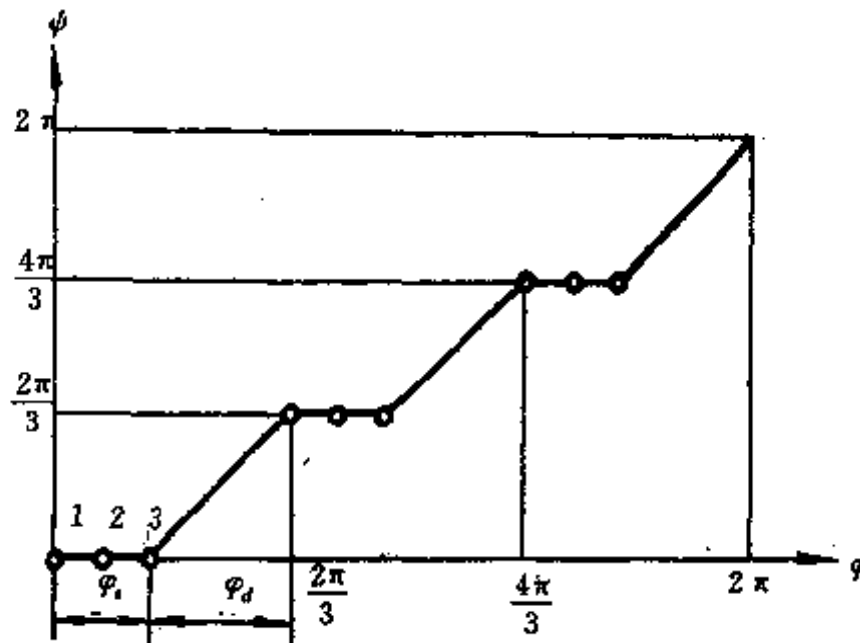


图 9-38 $i=3$ 机构运动线图

由图 9-38 可知,当系杆转动 $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ 时, B 点在经过 1 至 2、3 点的过程中,曲柄 A_0A 基本不动(或略有进退运动);在经过 3 到 4 点时,曲柄 A_0A 转动 $\psi = \frac{2\pi}{3}$ 。由此可得出结论:

(1) 组合机构的工位数 n 与 i 值一致,步进角 $\psi_H = \frac{2\pi}{i}$;

(2) 停歇角 φ_s 可以在一定范围内选定,停歇角越大,停歇时的进退运动越大,但在一般自动机上许可;

(3) 由于引导曲线(旋轮线)的连续性,从动件步进时的位移曲线光滑,速度、加速度特性亦好;

(4) 当采用短幅旋轮线时,可进一步改善从动件运动的速度。

第十章 组合机构

一、概述

在前面几章中介绍了结构比较简单而常用的机构，如连杆机构、凸轮机构、齿轮机构等，通常称这些机构为简单机构或基本机构。它们能满足工程中一般要求的传动和引导功能。对某些需要实现比较复杂运动规律（或轨迹）的场合，基本机构难以满足，在这种情况下需由组合机构来实现。将两个或两个以上不同的基本机构组合而构成的复合机构称为组合机构。

根据构成组合机构的基本机构类型不同，组合机构可分为齿轮连杆机构、凸轮连杆机构、齿轮凸轮机构等。若根据基本机构的排列方式来分，组合机构主要可分为串联式、并联式两种。表 10-1 是不同组合方式的框图和实例。串联式就是若干个基本机构根据不同的运动特点顺序连接，前一机构的一个或几个构件的运动作为后续机构的运动输入。并联式就是若干个基本机构并列布置，总的输出运动是并列机构的运动合成。

表 10-1 机构的组合方式

组合的方式	框 图	实 例
并 联		齿轮连 杆机构
		齿轮连 杆机构
串 联		凸轮连 杆机构
		齿轮连 杆机构

图 10-1(a) 是精梳机上对分离罗拉所要求的传动函数曲线。显然，基本机构已不能实现这样复杂的传动要求。图 10-1(b) 是 FAS253 型精梳机上选用的齿轮连杆组合机构，该机构由平

面八连杆机构和齿轮机构并联组合而成,由该机构可以较好地实现所要求的传动要求。

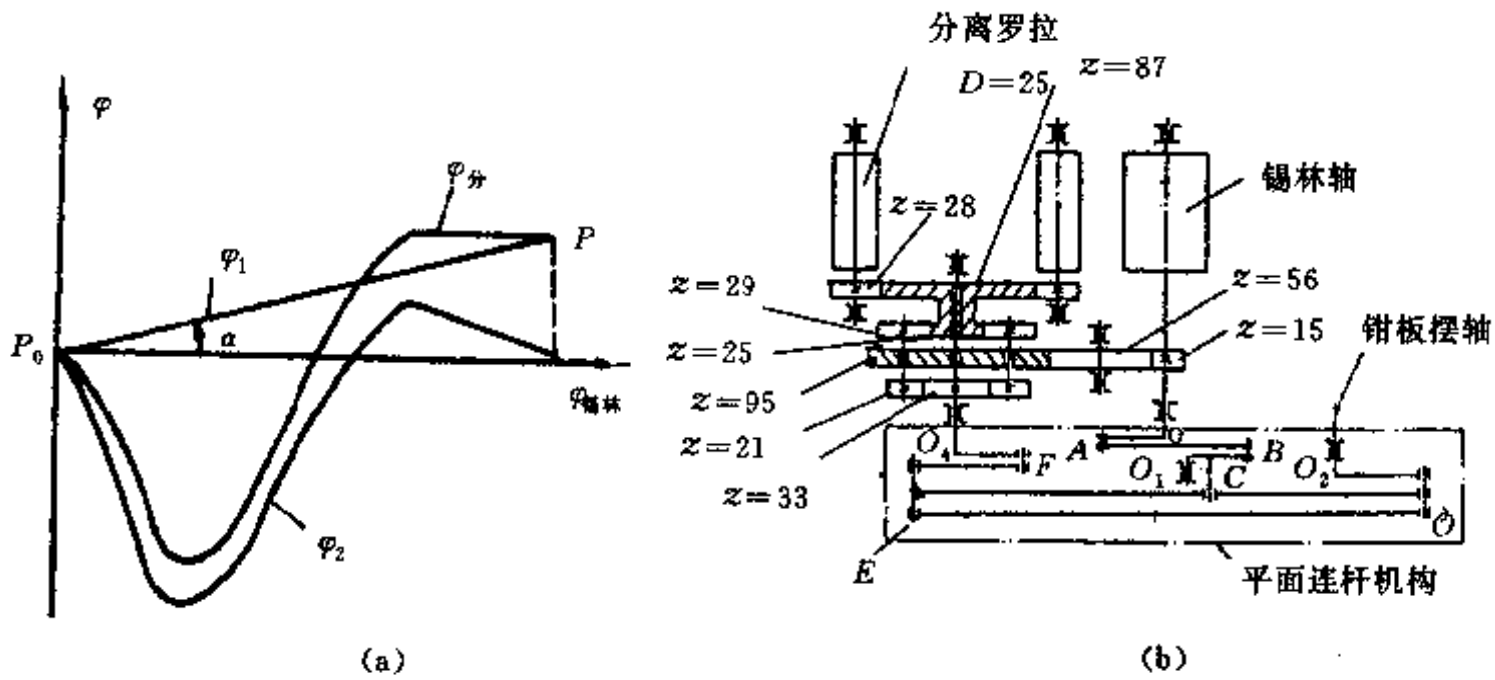


图 10-1 精梳机上分离罗拉需实现的传动函数曲线及相应的实现机构

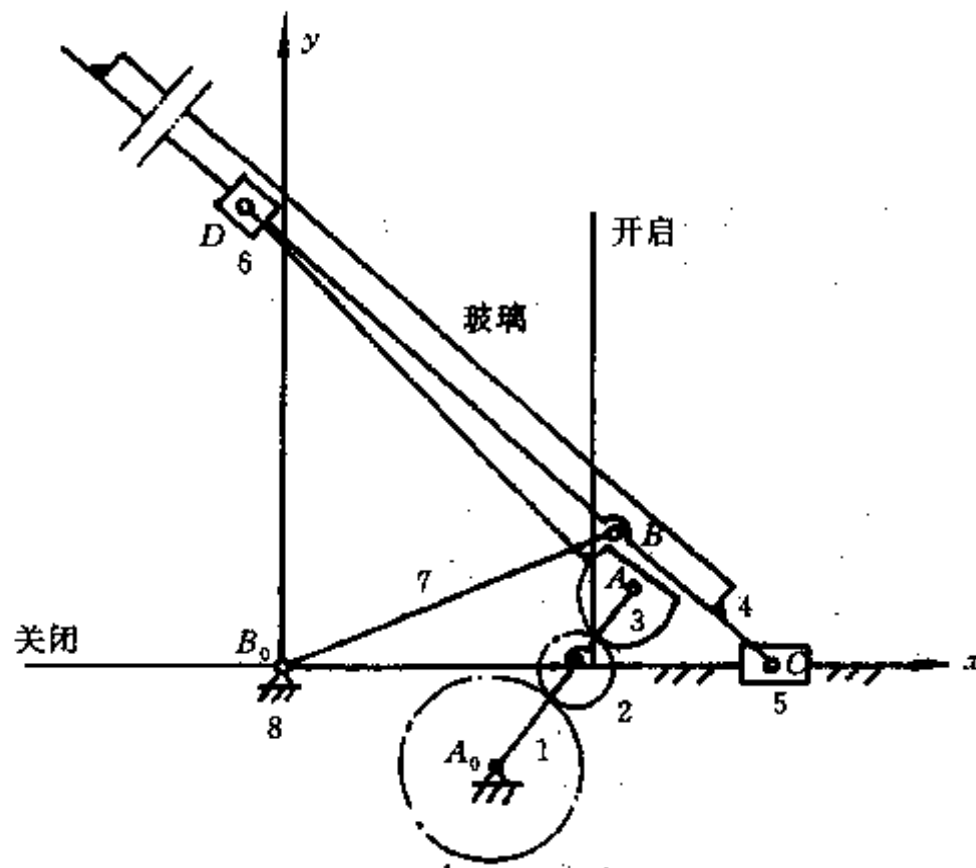


图 10-2 窗户启闭机构

图 10-2 所示机构是通过纱窗进行窗户开启和关闭的齿轮连杆组合机构。在该引导问题中,要求机构能引导窗玻璃(构件 4)占据互相垂直的两位置,即图中关闭和开启位置。显然,基本机构不能实现上述引导问题。

对组合机构的分析与综合尚欠深入。特别是综合方面没有完整的指导性原则和设计理论。更多的只能借助于经验或线图。在本章中主要讨论工程技术中应用得较多的齿轮连杆机构和凸轮连杆机构的分析与综合问题。

二、组合机构的结构分析

(一) 齿轮连杆机构

着重讨论以四构件低副运动链和五构件低副运动链为基础运动链的齿轮连杆机构。

为保证基本机构组合后的组合机构仍为单自由度，必须首先讨论组合运动链中的构件、低副和高副可能的数目关系。

四铰链运动链加两齿轮，组合运动链中含一高副，即 $P_h=1$ 。可能生成的运动链的构件数应为 4、5、6。构件数 n 和低副 g_n 应有关系式

$$g_n = \frac{3n - 5}{2} \quad (10-1)$$

显然，只有当 $n=5$ 时， $g_n=5$ 为正整数。由 $n=5$ 说明必有一齿轮与基础运动链中的一个构件相固结。

四铰链运动链加三齿轮，组合运动链中含两个高副，即 $P_h=2$ 。可能生成的运动链的构件数应为 4、5、6、7。当构件数为 4 时，三个齿轮分别与基础运动链中的三个构件相固结，机构退化为四铰链机构，不予讨论。构件数 n 和低副数 g_n 应有关系式

$$g_n = \frac{3n - 6}{2} \quad (10-2)$$

上式当 $n=6$ 时， $g_n=6$ 为正整数。由 $n=6$ 说明必有一个齿轮与基础运动链中的一个构件相固结。

五铰链运动链加两齿轮和三齿轮新生成的运动链的构件数、低副数和高副数以及齿轮与基础运动链中构件相固结的数目可由式(10-1)和式(10-2)分析，结果如下。

五铰链运动链加两齿轮： $n=5, g_n=5, P_h=1$ 。有两齿轮分别与基础运动链中的两个构件相固结。

五铰链运动链加三齿轮： $n=6, g_n=6, P_h=2$ 。仍有两齿轮分别与基础运动链中的两个构件相固结。

组合运动链的构件数、低副数和高副数确定后，还需讨论齿轮在基础运动链中的配置形式。

齿轮的配置形式主要有两种。第一种，齿轮的转轴与基础运动链中构件上的运动副相重合，如图 10-2(a) 中的齿轮 3，该齿轮常被用来传动另一齿轮或作为运动输出。设在组合运动链中这类齿轮的个数为 HR 。第二种，齿轮的转轴与基础运动链中构件的运动副不相重合，图 10-3(b) 中的齿轮 2 即为该种齿轮。其上 K 点的运动常用作引导轨迹。设组合运动链中此种齿轮的个数为 NR 。 HR 与 NR 之和应为组合运动链中齿轮的总数。对组合运动链中具有两齿轮和三齿轮的情况， HR 与 NR 可能的组合如下。

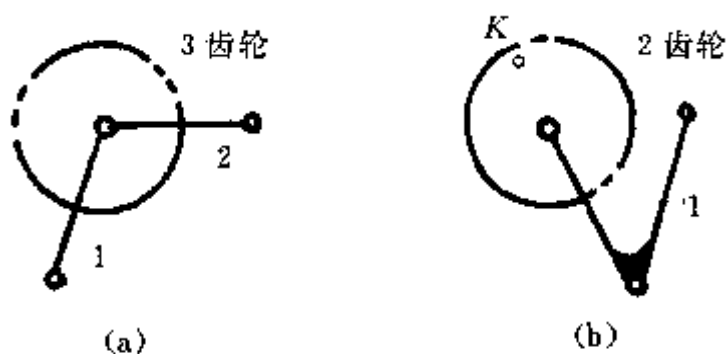


图 10-3 齿轮在基础运动链中的两种配置方式

两齿轮 $HR=2, 1, 0$

$NR=0, 1, 2$

三齿轮 $HR=3,2,1,0$
 $NR=0,1,2,3$

以四铰链运动链为基础运动链加两齿轮,当 $HR=0, NR=2$ 时,新生成的组合运动链退化为基础运动链,不予讨论。加三齿轮时, $HR=0, NR=3$ 时,与上相同,不予讨论; $HR=1, NR=2$ 时有两个齿轮的转轴与基础运动链中构件的运动副不重合,新生成的运动链中有一个齿轮变为虚约束,退化为加两齿轮 $HR=1, NR=1$ 的情况。

对五铰链基础运动链而言,加两齿轮和三齿轮后新生成的运动链中构件数 $n=5$ 和 $n=6$,所以,一定有两齿轮与基础运动链中的两构件相固结,即 HR 一定大于等于 2。加两齿轮时 HR 与 NR 只有一种可能性, $HR=2, NR=0$ 。加三齿轮时,只有两种可能性, $HR=3, NR=0$ 和 $HR=2, NR=1$ 。其中 $HR=2, NR=1$ 的情况, $NR=1$ 的一齿轮也变为虚约束,运动链退化为加两齿轮的情况。

综合以上分析,可得到以四铰链和五铰链为基础运动链加两齿轮和三齿轮生成的运动链的结构形式,见表 10-2。

表 10-2 以四铰链和五铰链为基础运动链加两齿轮和三齿轮生成的运动链结构


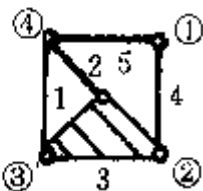
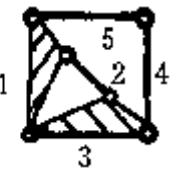











基础运动链	二 齿 轮		三 齿 轮	
	$HR=2, NR=0$	$HR=1, NR=1$	$HR=3, NR=0$	$HR=2, NR=1$
	1 	2 	3 	4 
	1.1 	2.1 	3.1 	4.1 
	5 		6 	
	5.1 		6.1 	

表 10-2 中只讨论了基础运动链中的低副全为转动副的情况。参照图 4-4 分别用移动副代替运动链中的转动副,得到含有一个和两个移动副的齿轮连杆运动链。表 10-3 是将表 10-2 中第一行第一列的齿轮连杆运动链中的一个转动副①、②或③用一个移动副替换后得到的运动链,其中第④个转动副处由于是复合铰链,用移动副代替后变成两个移动副属表 10-4 中的情况。表 10-4 是用两个移动副分别替换两个转动副后得到的运动链。

表 10-3 用一个移动副分别替换表 10-2 中第一行第一列所示运动链中的转动副




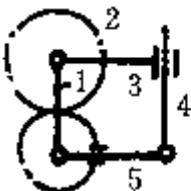
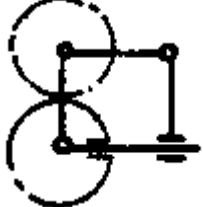
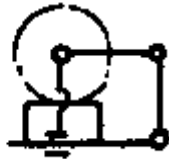
表 10-2 中被替换转动副的编号	1	2	3
运动链	1.1 	1.2 	1.3 
以齿轮副代替高副后的运动链	2.1 	2.2 	2.3 

表 10-4 用两个移动副分别替换表 10-2 中第一行第一列所示运动链中的转动副




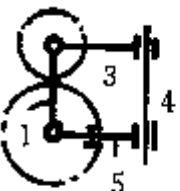


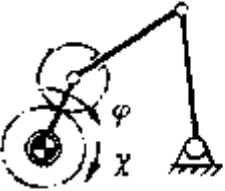
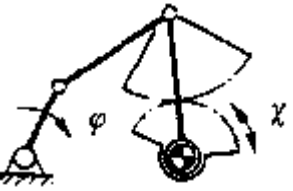



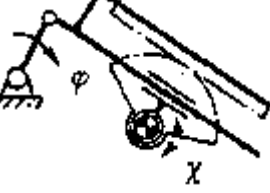


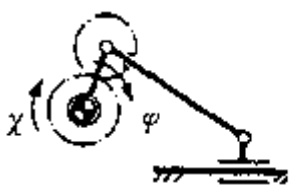

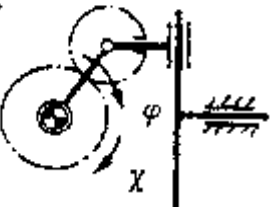

表 10-2 中被替换转动副编号	1 和 2	1 和 3	4 处复合铰
运动链	1.1 	1.2 	1.3 
以齿轮副代替高副后的运动链	2.1 	2.2 	2.3 

表 10-5 常用作传动机构的齿轮连杆机构(四杆基础机构加两齿轮组成)

曲柄摇杆机构		双曲柄机构	
1 	2 	3 	4 
曲柄摇块机构		回转导杆机构	
5 	6 	7 	8 
曲柄滑块机构		曲柄移动导杆机构	
9 	10 	11 	12 

若在表 10-2、表 10-3 和表 10-4 中取不同构件为机架,得到数量众多的机构。当其中基础机构的尺寸关系变化时(图 4-5、图 4-7、图 4-11、图 4-12 和图 4-15)可得到各种运动特性不同的齿轮连杆机构。表 10-5 是常被用作传动机构的齿轮连杆机构,其中编号 1、2、3 和 4 的机构是由表 10-2 中第二行第一列的运动链取构件 3 为机架而得到;编号 5 和 7 的机构是由表 10-3 中的第二行第二列运动链取构件 3 为机架得到;编号 6 和 8 的机构是由表 10-3 中的第二行第三列的运动链取构件 3 为机架得到;编号 9 的机构是由表 10-3 中的第二行第一列的机构取构件 3 为机架得到;编号为 10 的机构是由表 10-4 中的第二行第三列的运动链取构件 2 为机架得到;编号为 11 的机构是由表 10-4 中第二行第一列的运动链取构件 3 为机架得到。


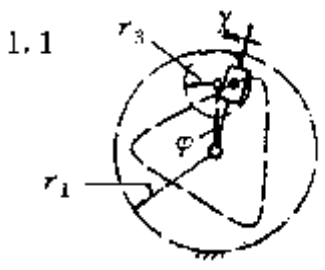
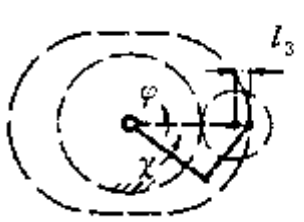
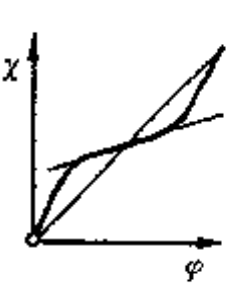

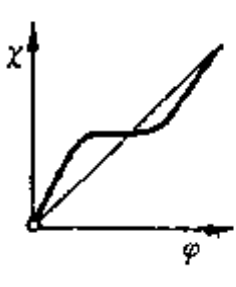

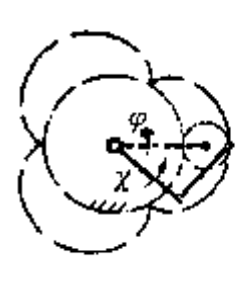
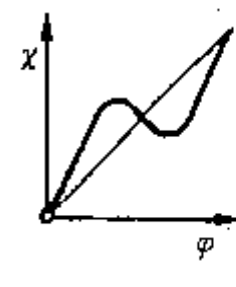

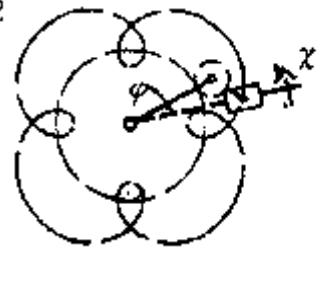
表 10-6 用作引导机构的齿轮连杆机构(四杆基础机构加两齿轮组成)

基础机构	引导点所在构件的名称			
	1	2	3	4
曲柄摇杆机构				
双曲柄机构				
曲柄滑块机构				
曲柄摇块机构				
回转导杆机构				
曲柄移动导杆机构				

对表 10-2、表 10-3 和表 10-4 中 $NR \neq 0$ 的运动链取不同构件为机架, 得到用作引导机构的齿轮连杆机构, 见表 10-6。

表 10-2、表 10-4 中第二行第一列, 表 10-3 中第二行第一、二列的运动链, 构件 1、2 和 3 之间有一复合铰链, 若将该复合铰链拆开并将构件 3 铰接于齿轮 2 的非回转轴心处, 取构件 5 为机架, 则得到表 10-7、表 10-8 所示的摆线控制的双杆组机构。当两齿轮为外啮合时, 为外摆线控制的双杆组机构, 当两齿轮为内啮合时, 为内摆线控制的双杆组机构。通过改变构件 3 与齿轮 2 的铰接点位置以及机构中两齿轮的传动比可以得到各种不同形状的内、外摆线和从动件传动函数。

表 10-7 从动件具有转动的摆线控制的双杆组机构及其传动函数曲线

传动函数曲线	内摆线	$i_s = -\frac{r_1}{r_2}$	外摆线	$i_s = -\frac{r_1}{r_2}$
		$\lambda = \frac{l_3}{r_2}$		$\lambda = \frac{l_3}{r_2}$
1 	1.1 	+3	1.2 	-2
		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{5}$
2 	2.1 	+2	2.2	
		$\frac{1}{5}$		
3 	3.1 	+3	3.2 	-3
		1		1
4 	4.1 	+4	4.2 	-4
		$\frac{3}{2}$		2

(二) 凸轮连杆机构

首先讨论由一个三构件凸轮运动链和一个只含低副的四构件运动链组合后新生成的运动链的结构。

表 10-8 具有摆动或往复移动的摆线控制的二杆组机构及其传动函数曲线

传动函数曲线	内摆线	$i_1 = -\frac{r_1}{r_3}$	外摆线	$i_1 = -\frac{r_1}{r_3}$
		$\lambda = \frac{l_3}{r_3}$		$\lambda = \frac{l_3}{r_3}$
1	1.1	+2	1.2	-1
		1		1/4
2	2.1	+3	2.2	-1
		1		2/3
3	3.1	+3	3.2	-1
		3/2		1
4	4.1	+4	4.2	-3
		2/5		1/4
5	5.1	+4	5.2	-1
		1		4/3
6	6.1	+4	6.2	-2
		1		1
7	7.1	+2	7.2	-3
		1/2		1/4

为保证组合后机构的自由度为 1, 则也应有式(10-1)的关系。当 $n=3$ 时, $g_n=2$, 机构仍为凸轮机构; 当 $n=5$ 时, $g_n=5, P_A=1$, 该结构即为构件数最少的凸轮连杆组合运动链的结构。运动

链的结构形式与表 10-2 中第一行第一列和第二列相一致。若将其中的高副用凸轮副来表示,得到图 10-4 所示的两种运动链。构件标号与表 10-2 中一致。

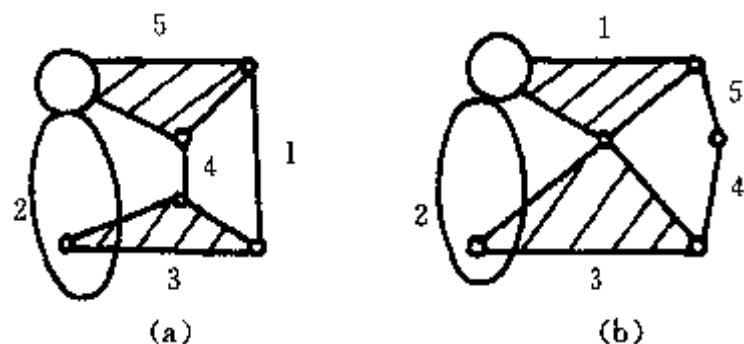


图 10-4 含有一个凸轮高副的两种五杆运动链

若在图 10-4 中取不同构件为机架或将其中的转动副用移动副替换,将得到各种不同形式的凸轮连杆机构。图 10-5(a)所示的机构是由图 10-4(b)取构件 3 为机架得到的。若将构件 3、4 之间的转动副变为移动副,构件 4 变为滑块,同样取构件 3 为机架,得到图 10-5(b)所示的机构。

由一个三构件的凸轮运动链和一个只含低副的五构件运动链组成的自由度为 2 的齿轮连杆机构也是工程中常见的机构。根据自由度 $f=2$,高副 $P_h=1$,可得到新生成的运动链中构件数 n ,低副数 g_n 有关系式

$$g_n = \frac{3n - 6}{2} \quad (10-3)$$

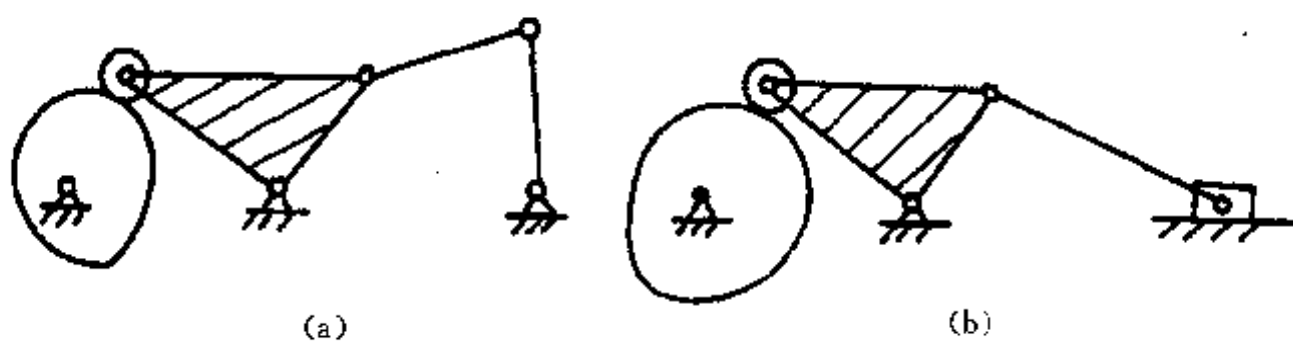


图 10-5 两种常见的串联式凸轮连杆机构

当 $n=6$ 时, $g_n=6$ 为正整数。其运动链与三构件凸轮运动链和四构件低副运动链组合生成的运动链相比较,多出一构件和一低副。为此,可在图 10-4 所示的运动链中加上一构件和一低副,即可得到 $n=6, g_n=6, P_h=1, f=2$ 的凸轮连杆运动链。

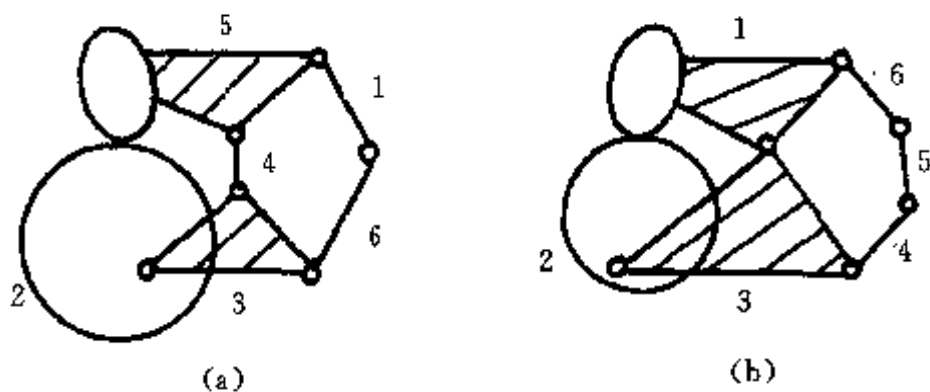


图 10-6 自由度 $f=2$, 构件数 $n=6$, 含有一个凸轮高副的凸轮连杆运动链

同样,在图 10-6 中取不同构件为机架或将其中的转动副用移动副替换可得到各种不同形

式的凸轮连杆机构。图 10-7 是几种常见的用作引导机构的凸轮连杆机构。在图 10-6 中取构件 3 为机架, 凸轮 2 和构件 4 为主动件, 得到图 10-7(a) 所示的机构。在实际应用中, 将构件 4 和凸轮 2 固结成一个主动件。图 10-7(b) 是缝纫机上的送布机构, 是将图 10-6(b) 所示运动链中构件 5 和 6 之间的转动副变成移动副, 构件 6 变成滑块而得到的。

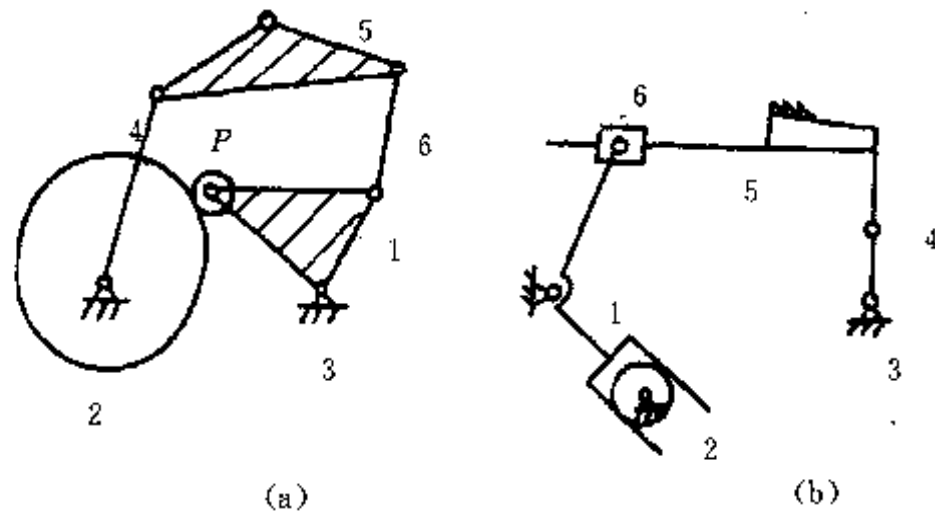


图 10-7 自由度 $f=2$ 的两种凸轮连杆机构

三、组合机构的运动分析与综合

组合机构能实现比基本机构更为复杂的传动和引导功能。当给定一个传动或引导任务已经判定由基本机构难以实现或者实现的基本机构比较复杂时, 可以根据组合机构的特性来判定是否能由其实现。同时选定能实现的相应的组合机构的型, 并根据要求的传动函数或轨迹确定机构的尺度。本节主要讨论齿轮连杆机构用作传动机构、凸轮连杆机构用作传动机构和引导机构的分析与设计问题。

(一) 齿轮连杆机构

1. 实现大摆角运动 由曲柄摇杆机构、摆动导杆机构或摆动从动件凸轮机构一般只能实现摆角小于 180° 的摆动, 对摆角大于 180° 的摆动可由瓦特型六连杆机构实现。齿轮连杆机构可实现摆角达 540° 的摆动。图 10-8 是表 10-5 中第 6 种形式应用的例子, 用于某些喷气织机的开口机构中。在该机构中先由齿轮连杆机构带动齿轮 4 作大角度摆动, 再通过后续的滑块机构带动综框作上下往复运动。

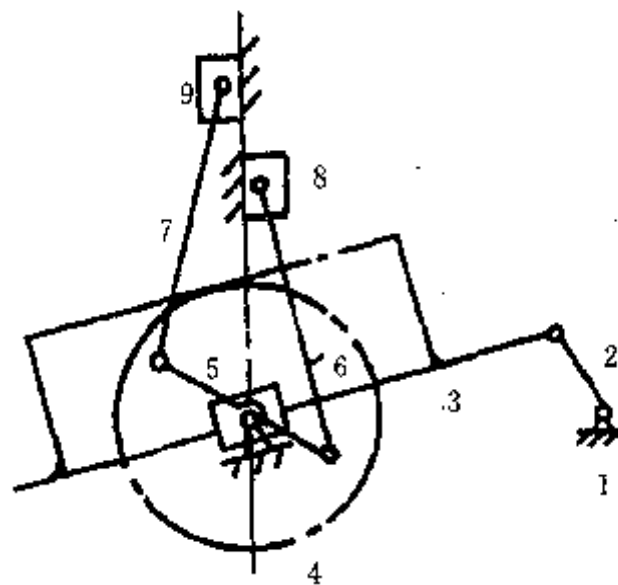


图 10-8 由齿轮连杆机构实现大摆角的开口机构

图 10-9(a)是表 10-5 中第 2 种形式的机构, (b)和(c)是传动函数曲线以及设计该机构的线图。表述该机构大摆角的主要特征值是转角 $(\varphi_1 + \varphi_0)$ 相应的最大摆角 χ_0 。设计时由要求的 χ_0 在图 10-9(c)中查到 l_2/l_1 和 r_3/r_5 的值。图 10-9(c)中 r_3/r_5 值为负表示内啮合, 为正表示外啮合。

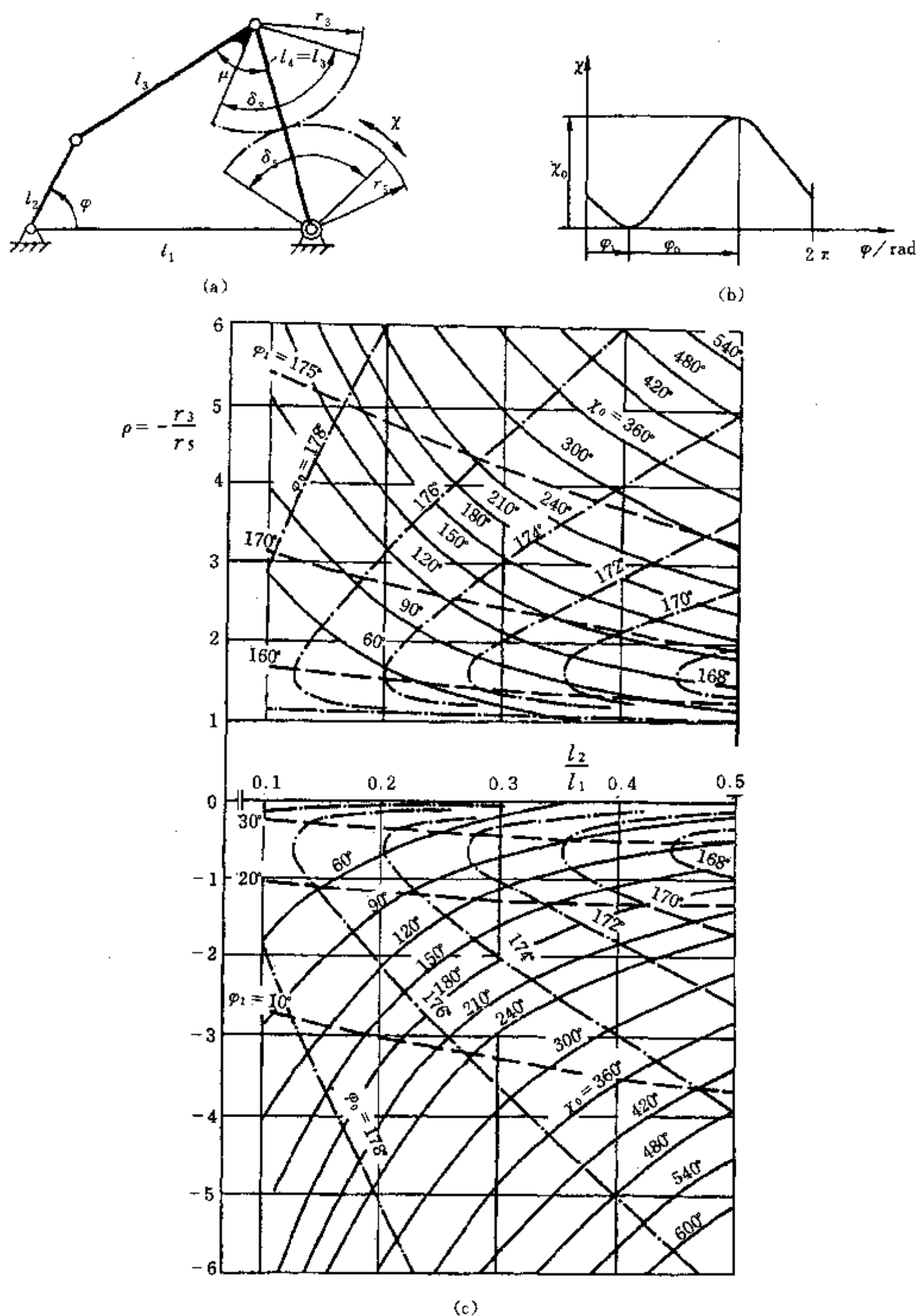


图 10-9 实现大摆角的齿轮连杆机构及其设计线图

另外,该机构中的基础四杆机构为一偏置的曲柄摇杆机构,从而有关系

$$l_3 = l_4 = l_1 \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{2}} = |r_3 + r_5| \quad (10-4)$$

式中 $\lambda = l_2 / l_1$, 外齿轮 $r > 0$, 内齿轮 $r < 0$ 。

例 10-1 试设计实现 $\chi_0 = 360^\circ$ 大摆角的齿轮连杆机构如图 10-9(a) 所示。给定机架长 $l_1 = 100\text{mm}$ 。

设 $\varphi_1 = 10^\circ$, 由 $\chi_0 = 360^\circ$ 从图 10-9(c) 中查得 $\lambda = \frac{l_2}{l_1} = 0.4$, $\rho = \frac{r_3}{r_5} = -3.5$, $\varphi_0 = 174.5^\circ$ 。所

以, $l_2 = \lambda l_1 = 40\text{mm}$, $l_3 = l_4 = l_1 \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{2}} = 76.1\text{mm}$, $r_3 = -106.5\text{mm}$, $r_5 = 30.4\text{mm}$ 。

2. 近似停歇运动 有时需要从动件在运动过程中有一段停歇, 以满足工艺要求。能实现运动停歇的齿轮连杆机构主要有摆线控制的二杆组机构和三齿轮四连杆式齿轮连杆机构。对摆线控制的二杆组机构通过控制其上摆线发生点的位置可以得到各种特定的内外摆线, 从而使从动件在一定时间内近似停歇。根据从动件一个运动周期内停歇的次数可分为一次停歇和二次停歇。下面分别讨论。

图 10-10 是实现一次停歇的两种由内摆线控制的二杆组机构。对图 10-10(a) 在小齿轮节圆上取一点 C, 并将二杆组通过 C 点与行星齿轮相连组成一齿轮连杆机构, 由三、(二)2 中可知 C 点的轨迹为三段带尖点的摆线组成, 以其中一段摆线的对称轴为滑块导路, 当主动件回转一周时从动滑块有 120° 的近似停歇 (传动函数曲线参见表 10-8), 滑块行程 $s_h = 2r_1 - 2r_3 = 4r_3$, 设计时先根据滑块行程 s_h 定出 $r_3 = \frac{s_h}{4}$, $l_2 = r_1 - r_3 = 2r_3 = \frac{s_h}{2}$, 由此可定出小齿轮上 C 点的内摆线如图所示。过其上三点 L、M 和 N 作圆弧, 并取连杆长 BC 为该圆弧的半径。图 10-10(b) 是另一种产生一次停歇的内摆线控制的二杆组机构。在小齿轮上取 C 点, 使 C 点正好落在小齿轮的转折圆 d_w 上, 由三、(二)2 中可知转折圆直径 $d_w = 1.5r_3$, 则 $AC = r_3 / 2$ 。当主动件旋转一周时, C 点的轨迹为尖角圆钝了的等边三角形, 从动件在主动转角 120° 的范围内出现一次近似停歇。从动件行程为 $s_H = 2r_1 - \frac{r_3}{2} - \frac{3r_3}{2} = 4r_3$ 。设计时根据行程定出 $r_3 = s_h / 4$, $l_2 = r_1 - r_3 = 2r_3 = \frac{s_h}{2}$ 。

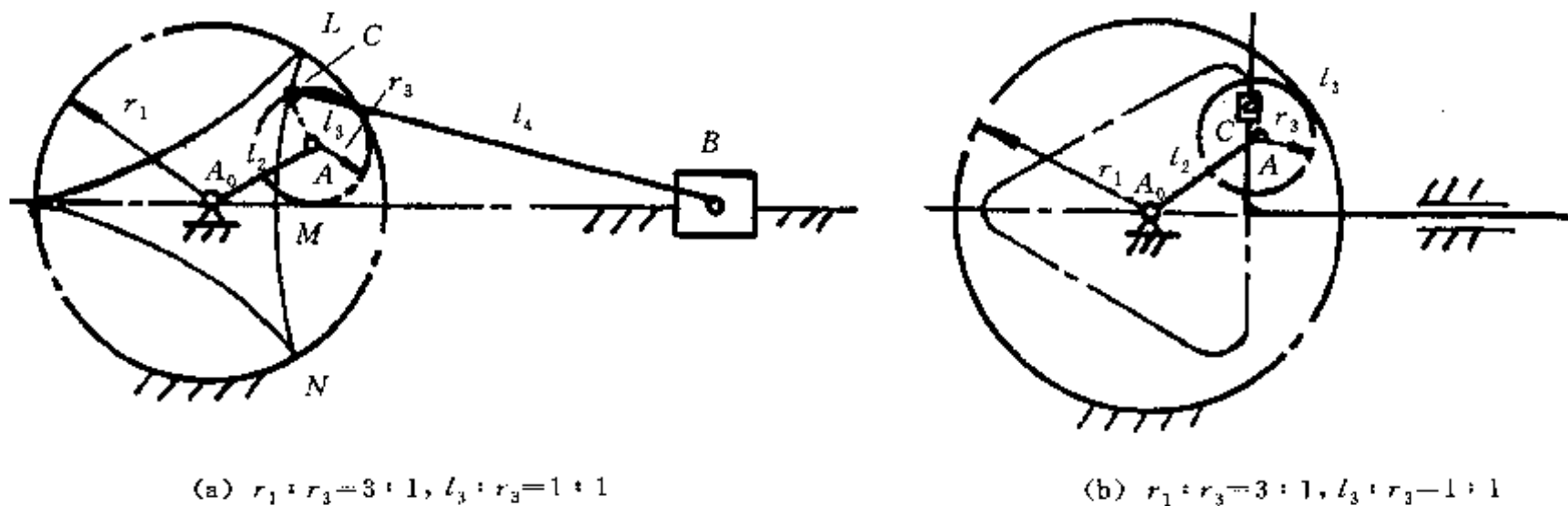


图 10-10 实现一次停歇的两种齿轮连杆机构

在工程中经常使用图 10-11(b) 所示的三齿轮四连杆式齿轮连杆机构实现一次停歇。设基础四连杆机构的构件 $A_0A=a, AB=b, BB_0=c, A_0B_0=d$, 则对 A_0ABB_0 有

$$\theta_3 = 2\arctan[(F \pm \sqrt{E^2 + F^2 - G^2}) / (E - G)] \quad (10-5)$$

$$\theta_2 = \arctan[(F + c\sin\theta_3) / (E + c\cos\theta_3)] \quad (10-6)$$

式中 $E=d - a\cos\theta_1, F = -a\sin\theta_1, G = (E^2 + F^2 + c^2 - b^2) / 2c$ 。

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = a\sin(\theta_1 - \theta_2) / c\sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (10-7)$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = a\sin(\theta_1 - \theta_3) / b\sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (10-8)$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\omega_1^2} = \left[b\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + a\cos(\theta_1 - \theta_2) - c\left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 \cos(\theta_3 - \theta_2) \right] / c\sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (10-9)$$

$$\frac{\varepsilon_2}{\omega_1^2} = \left[c\left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 + a\cos(\theta_1 - \theta_3) - b\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \cos(\theta_2 - \theta_3) \right] / b\sin(\theta_2 - \theta_3) \quad (10-10)$$

摇杆 3、齿轮 4 和 5, 连杆 2、齿轮 1 和 4 分别构成两个周转轮系, 有关系式

$$\frac{\omega_5 - \omega_3}{\omega_4 - \omega_3} = -\frac{r_4}{r_5} \quad (10-11)$$

$$\frac{\omega_4 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = -\frac{r_1}{r_4} \quad (10-12)$$

所以, 得

$$\omega_5 = \frac{r_1}{r_5}\omega_1 - \frac{b}{r_5}\omega_2 + \frac{c}{r_5}\omega_3 \quad (10-13)$$

对式(10-13)两边取定积分得

$$\theta_5 = \int_0^T \omega_5 dt = \frac{r_1}{r_5} \int_0^T \omega_1 dt - \frac{b}{r_5} \int_0^T \omega_2 dt + \frac{c}{r_5} \int_0^T \omega_3 dt \quad (10-14)$$

式中 T 为主动件转一周所需的时间。当主动件转一周时, $\int_0^T \omega_1 dt = 2\pi, \int_0^T \omega_2 dt = 0, \int_0^T \omega_3 dt = 0$, 所以, 有关系式

$$\theta_5 = 2\pi \frac{r_1}{r_5} \quad (10-15)$$

式(10-15)表明主动件转一周时, 从动轮 5 转过的角度。

再将式(10-13)两边取不定积分得

$$\theta_5 = \frac{r_1}{r_5}\theta_1 - \frac{b}{r_5}\theta_2 + \frac{c}{r_5}\theta_3 + C \quad (10-16)$$

当 $\theta_1=0$ 时, 令 $\theta_3=0$, 而 $\theta_2 = \arccos \frac{b^2 + (d-a)^2 - c^2}{2b(d-a)}, \theta_3 = \arccos \frac{b^2 - (d-a)^2 - c^2}{2c(d-a)}$, 代

入式(10-16)得积分常数 $C = \frac{b}{r_5} \arccos \frac{b^2 + (d-a)^2 - c^2}{2b(d-a)} - \frac{c}{r_5} \arccos \frac{b^2 - (d-a)^2 - c^2}{2c(d-a)}$ 。

将式(10-13)对时间求导, 得

$$\varepsilon_5 = -\frac{b}{r_5}\varepsilon_2 + \frac{c}{r_5}\varepsilon_3$$

从动轮 5 的角速度还可以通过瞬心法求解。如图 10-11(b) 所示, 设瞬心 P_{15} 是主动件 1 和从

动件 5 之间的相对速度瞬心, 由此可得从动轮 5 的角速度为

$$\omega_5 = \frac{\overline{15\ 16}}{\overline{15\ 56}} \cdot \omega_1 \quad (10-17)$$

由式(10-17)可以讨论从动件 5 的传动函数特性。当主动件转一周过程中, 若瞬心 15 由 A_0 点左侧向右经过 A_0 点进入 A_0, B_0 点之间, 而后再向左经过 A_0 点回到 A_0 点左侧, 这样的一个过程瞬心 15 有两次与瞬心 16 重合, 即从动件 5 有两次瞬时停歇, 实现正转—瞬时停歇—反转—瞬时停歇—正转的运动规律, 也称为有反转或后退的步进运动; 若瞬心 15 总是位于 A_0 点左侧, 则从动件 5 实现无停歇的单向转动; 若瞬心 15 自 A_0 点左侧向右到达 A_0 点后即回向左侧, 瞬心 15 与瞬心 16 有一次重合, 即从动件有一次瞬时停歇, 实现正转—瞬时停歇—正转的运动规律, 也称为有瞬时停歇的步进运动。

由以上分析可知, 当机构的其他结构参数确定后, 通过控制瞬心 15 的变化区间或 A_0B_0 的长度, 可以得到所需要的传动函数曲线类型。

设计时, 先根据主动件回转一周内, 从动轮回转角度由式(10-15)定出 r_1/r_5 值, 即 Z_1/Z_5 值。并进而选择合适的 Z_1, Z_4 和 Z_5 值以及齿轮模数 m , 所以, 四连杆机构的连杆长 $b=m(Z_1+Z_4)$, 摇杆长 $c=m(Z_4+Z_5)$ 。主动件 a 以及机架 d 的选择应保证 a 为曲柄, 即 $a+d \leq b+c$ 。在选定了 a 和 d 后, 可用瞬心法检验机构实现的传动函数特性, 或由式(10-13)计算出从动件的运动规律。

例 10-2 在糖果包装机中, 根据工艺要求, 当糖团被热轧成型后, 送入包装机进行切块、包装。切块时, 为使切出的糖块外型整齐, 糖条应停止输送, 即有一段时间的停歇。要求主动件回转一周, 从动件回转半周。试设计出合适的机构, 满足上述要求。

图 10-11(b)是一般糖果包装机中使用的三齿轮四连杆式齿轮连杆机构。由主动件、从动件回转的角度关系得 $\frac{Z_1}{Z_5} = \frac{1}{2}$, 取 $Z_1=25$, 则 $Z_5=50$, 取 $Z_4=55$, 则 $b=m(Z_1+Z_4)=150\text{mm}$, $c=m(Z_4+Z_5)=210\text{mm}$ 。取 $a=22\text{mm}$, $d=115\text{mm}$ 。图 10-11(a)是该机构的结构图。图 10-12 是相应的运动线图。

由图 10-12 可知, 这里选用了正转—停歇—反转—停歇—正转型传动函数的三齿轮四连杆

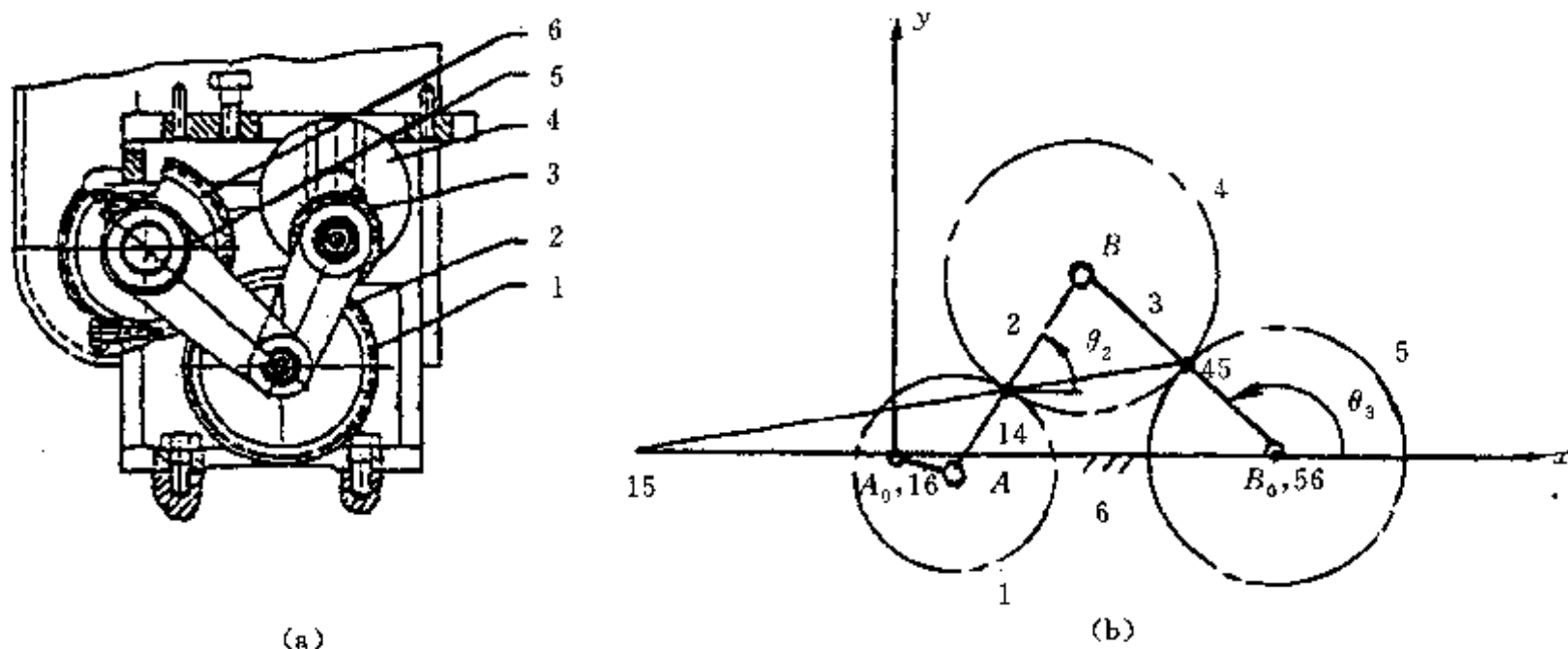


图 10-11 糖果包装机中的三齿轮四连杆机构

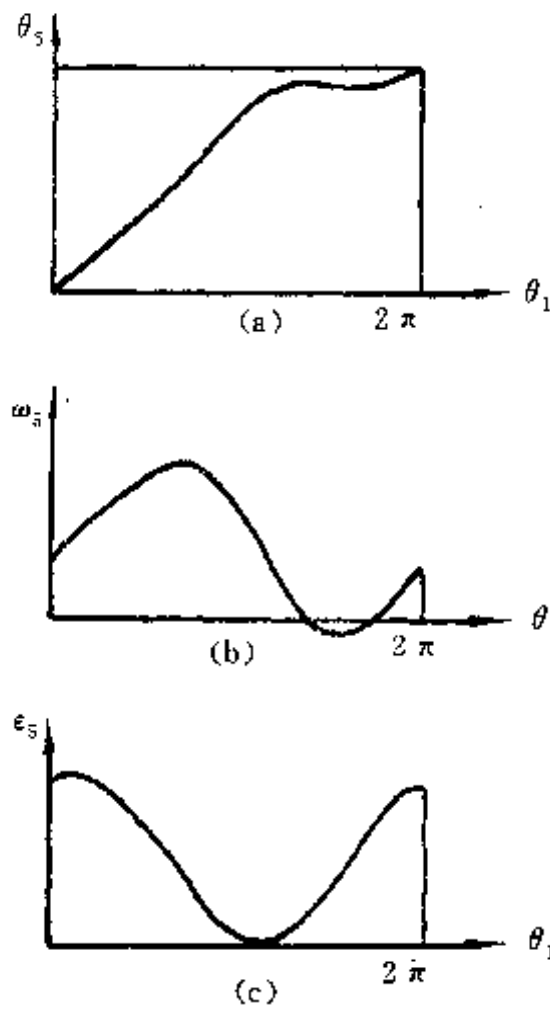
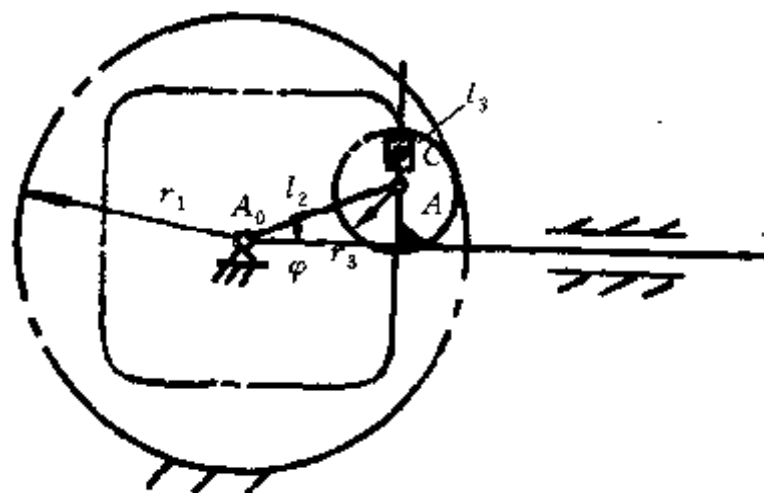


图 10-12 糖果包装机齿轮连杆机构运动线图

机构。在实际使用中,由于齿轮侧隙、其他运动副中的间隙和构件弹性变形的存在,在两次停歇之间的低速反转视为近似停歇已在工程使用的精度范围之内。

图 10-13 是实现两次近似停歇的由内摆线控制的二杆组机构。此时内摆线为四角圆钝了的正方形。当主动件回转一周时,从动件有两次近似停歇,每次对应的停歇角约为 60° 。从动件行程 $s_h = 2l_2 \cos 60^\circ = 3\sqrt{3}r_3$, 构件 A_0A 长 $l_2 = r_1 - r_3 = 3r_3$ 。设计时根据行程 s_h , 定出 $r_3 = \frac{\sqrt{3}}{9}s_h$,

$$l_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}s_h。$$



$$r_1 : r_3 = 4 : 1 \quad l_3 : r_3 = 2 : 5 \quad (l_3 = AC)$$

图 10-13 实现二次停歇的齿轮连杆机构

3. 实现近似等速运动 有时希望主动件在等速运动时, 从动件在一定范围内也作等速或近似等速运动。能实现等速运动的齿轮连杆机构主要有两类: 一类是由摆线控制的二杆组机构; 一类是由两套四连杆机构与齿轮机构串联而成的齿轮连杆机构(带一个高副的七杆机构)。下面分别讨论。

由摆线控制的二杆组机构, 其内摆线的形状为椭圆($r_1:r_3=2:1$)。表 10-8 中的 7.1 机构即为这类机构。当机构中的主要结构尺寸(图 10-14) $\lambda=l_3/r_3, l_1$ 发生变化时, 从动件的最大摆角 χ_{\max} 发生改变, 但近似等速区间对应的主动件转角基本上保持不变, 仍为 180° 左右。图 10-14 是该机构及其相应的运动线图($\lambda=l_3/r_3=0.4, l_1=1.08, r_1=1$)。

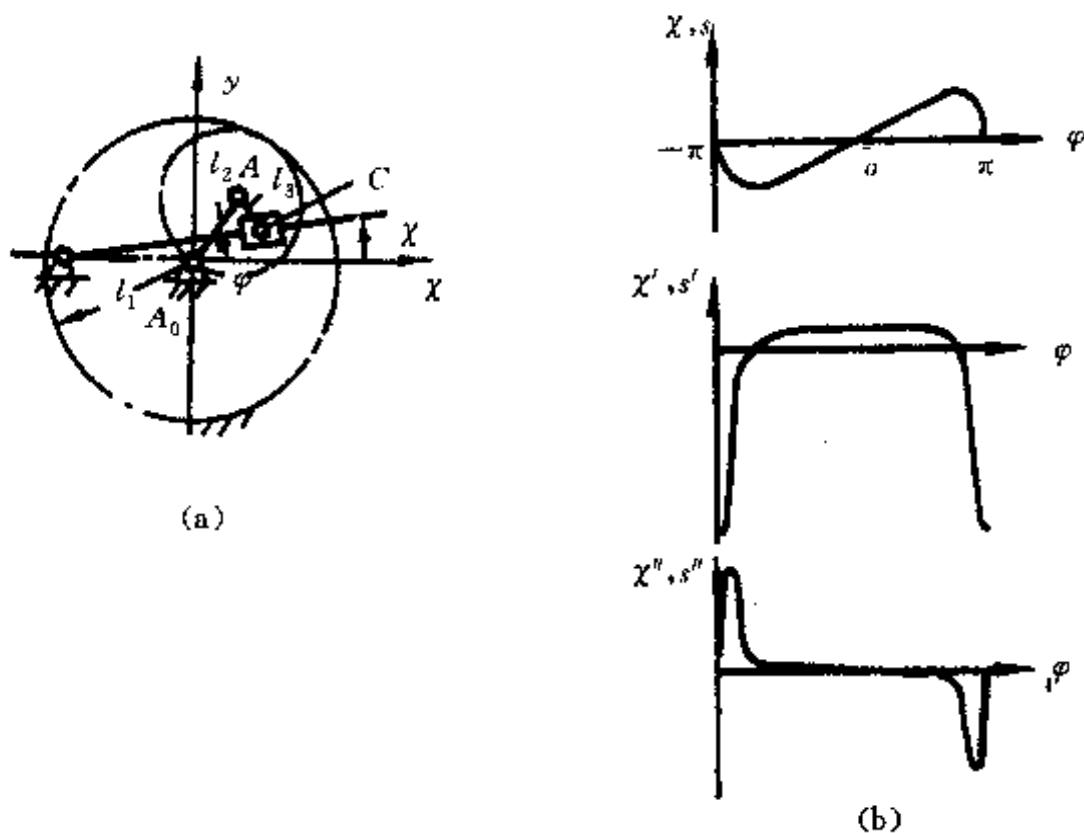


图 10-14 实现近似等速运动的齿轮连杆机构(一)及其运动线图

图 10-15 是这种机构设计的线图。其中 $\Delta\%$ 为角速度的波动, 且 $\Delta\% = \frac{2(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{\omega_{\max} + \omega_{\min}} \times 100\%$ 。设计时根据要求的 χ_{\max} , 由图 10-15 查得相应的 $l_1/r_1, \lambda$ 和 $\Delta\%$ 。例如, $\chi_{\max} = 30^\circ$ 时, 由图 10-15 查得 $l_1/r_1 = 0.9, \lambda = 0.27, \Delta\% = 6\%$ 。设取 $l_1 = 100\text{mm}$, 则 $r_1 = 111.11\text{mm}, r_3 = \frac{r_1}{2} = 55.55\text{mm}, l_3 = \lambda r_3 = 15\text{mm}$ 。

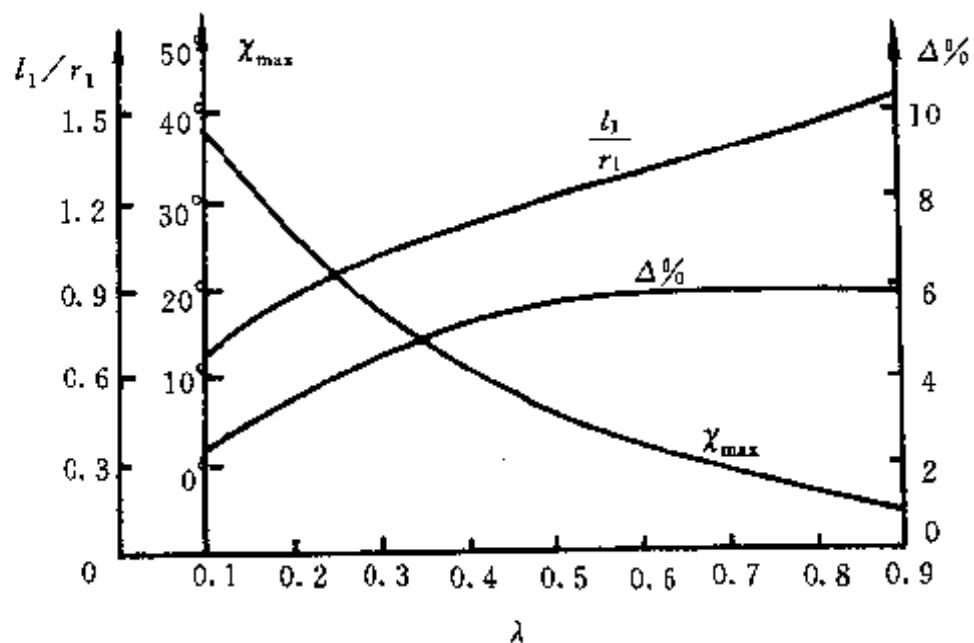


图 10-15 实现近似等速运动的齿轮连杆机构设计线图

另一种应用较多的是图 10-16(a) 所示的齿轮连杆机构, 它由曲柄导杆机构、齿轮机构和正弦机构串联而成。在该组合机构中齿轮 3、4 的传动比为 $Z_3 : Z_4 = 1 : 2$, 该机构的传动函数曲线可利用图 10-16(b) 所示的求取复合函数的图解法得到。其中曲柄导杆机构和正弦机构的传动函数曲线可由图 4-11 和图 4-15 得到。进一步可写出曲柄导杆机构、齿轮机构和正弦机构的传动函数表达式分别为

$$\tan \psi = \frac{\lambda \sin \varphi}{1 + \lambda \cos \varphi} \quad (10-18)$$

$$\delta = -\psi / 2 \quad (10-19)$$

$$s = -\frac{s_h}{2} \sin \delta = \frac{s_h}{2} \sin \frac{\psi}{2} \quad (10-20)$$

式中 $\lambda = A_0A / A_0B_0$, s_h 为从动件 6 的行程。

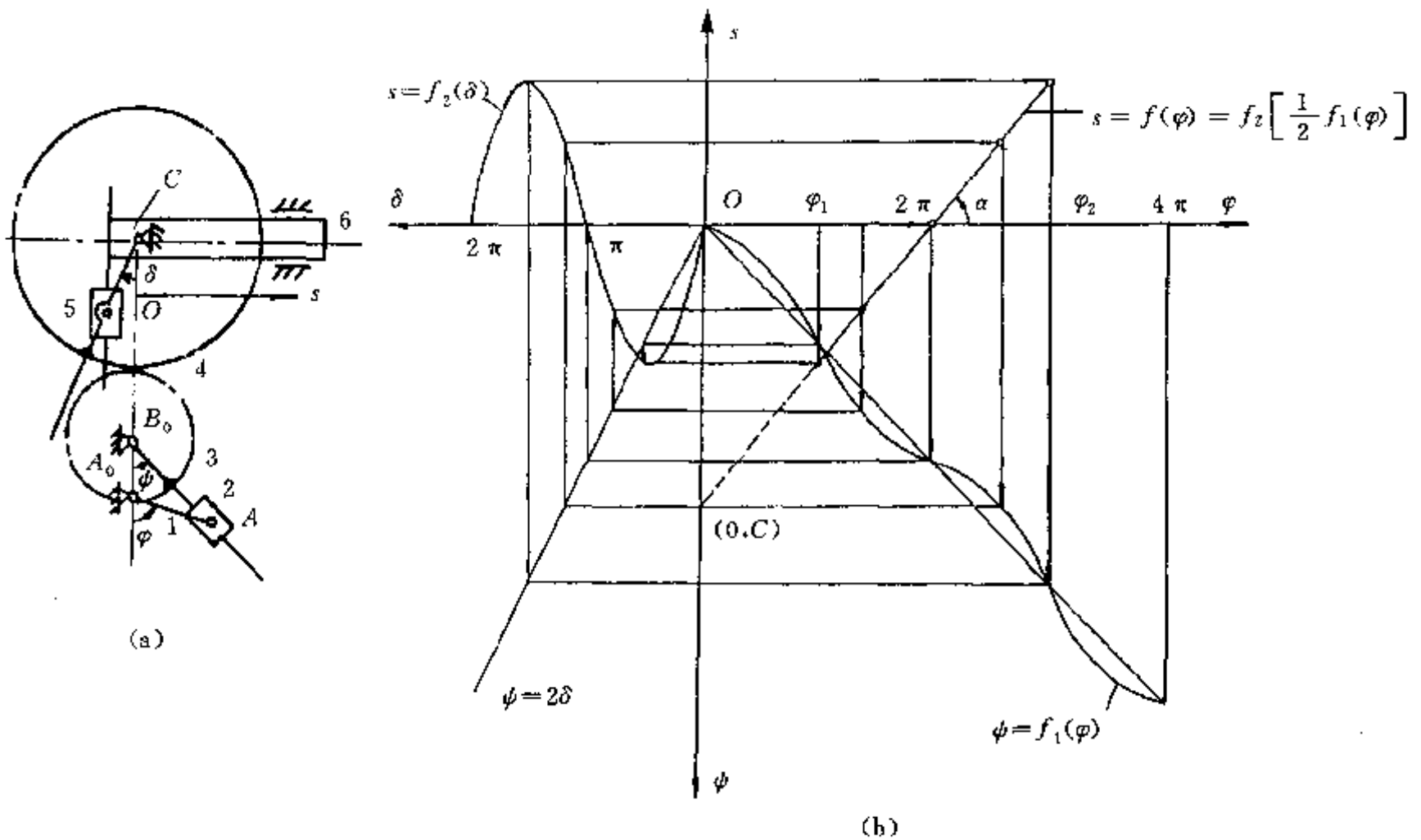


图 10-16 串联式组合机构复合函数的图解法

设已知滑块行程 s_h , 要求主动曲柄 1 在 $\varphi_1 \sim \varphi_2$ 范围内从动件 6 作近似等速运动, 设计该机构。

齿轮 3 和 4 的齿数和模数根据结构确定, 满足 $Z_3 / Z_4 = 1 / 2$, 另外, $C_0C = s_h / 2$, 因此该机构中需确定的主要尺寸是 $\lambda = \frac{A_0A}{A_0B_0}$ 的值。由于在 $\varphi_1 \sim \varphi_2$ 内, s 近似常数, 对应的 $\varphi-s$ 关系可视为线性, 如图 10-16(b) 所示, 可写出方程

$$s = \tan \alpha \cdot \varphi + C \quad (10-21)$$

由式 (10-20) 和式 (10-21) 得

$$\psi = 2 \arcsin \frac{2(\tan \alpha \cdot \varphi + C)}{s_h} \quad (10-22)$$

在 $\varphi_1 \sim \varphi_2$ 范围内 n 等分 φ , 并由式(10-22)得到 φ, ψ 的一组对应值 $\varphi_i, \psi_i (i=0, 1, \dots, n-1)$ 。
 又由式(10-18)得

$$\tan\psi = \lambda(\sin\varphi - \tan\psi \cdot \cos\varphi) \quad (10-23)$$

令 $B = \tan\psi, A = \sin\varphi - \tan\psi \cdot \cos\varphi$, 则式(10-23)变为

$$B = \lambda \cdot A \quad (10-24)$$

由 φ_i, ψ_i 可得到一组 A_i, B_i 。设将 A_i, B_i 拟合成 $\hat{B} = \lambda \cdot A_i$, 则其总的偏差平方和为

$$Q = \sum_{i=0}^{n-1} (B_i - \hat{B})^2 = \sum_{i=0}^{n-1} (B_i - \lambda A_i)^2 \quad (10-25)$$

令 $\frac{\partial Q}{\partial \lambda} = -2 \sum_{i=0}^{n-1} (B_i - \lambda A_i) A_i = 0$, 得

$$\lambda = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} A_i \cdot B_i}{\sum_{i=0}^{n-1} A_i^2} \quad (10-26)$$

选取适当的 $A_0 B_0$, 则 $A_0 A = \lambda \cdot A_0 B_0$ 。

4. 实现瞬时停歇或后退的步进运动 在许多机器中要求从动件作具有瞬时停歇或具有后退的步进运动。如图 10-1 所示, 精梳机中的分离接合机构, 要求分离罗拉先反转, 再顺转, 最后出现一段时间停歇的步进运动。复印机中的送纸机构要求从动件作具有瞬时停歇的步进运动。

通常用以下参数描述上述两种步进运动。如图 10-17 所示, φ_p 为后退角 χ_p 对应的主动件转角, χ_p 为后退角, φ_s 为步进时的主动件转角, χ_s 为步进角。当 $\varphi_p = 0, \chi_p = 0$ 时为具有瞬时停歇的步进运动。另一个重要的参数是步进数 n , 就是从动件每转中步进角为 χ_s 的步进次数, 它可以表示为

$$n = \frac{360^\circ}{|\chi_s|} \quad (10-27)$$

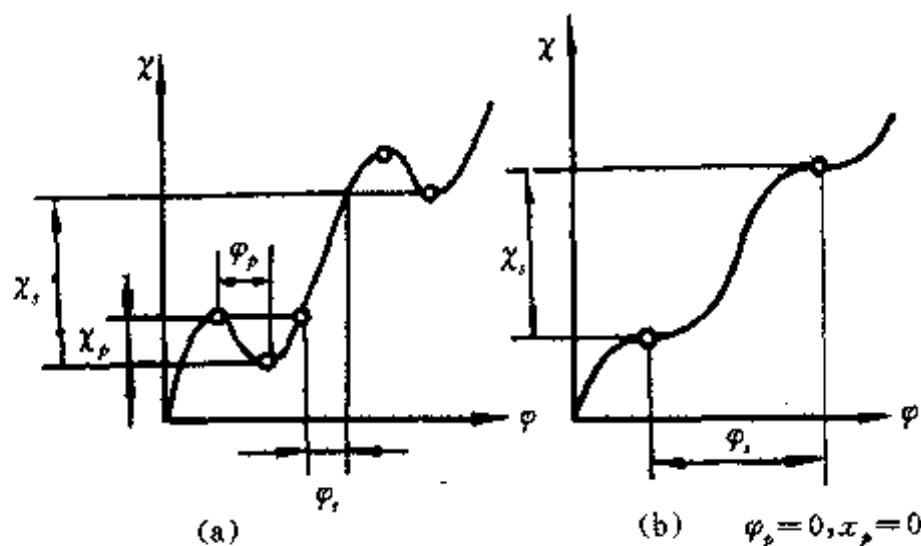


图 10-17 描述瞬时停歇或后退步进运动的参数

能实现具有瞬时停歇或后退的步进运动的齿轮连杆机构主要有以四连杆机构为基础机构的齿轮连杆机构以及摆线控制的二杆组机构。对要求特殊的步进运动一般采用四连杆以上的机构, 如六连杆、八连杆机构为基础机构的齿轮连杆机构。下面分别讨论。

(1)以对心曲柄滑块机构为基础机构加两齿轮组成的齿轮连杆机构:如图 10-18(a)所示,该机构的主要特征结构参数为 $\lambda=l_2/l_3, 0<\lambda<0.7, \rho=-\frac{r_3}{r_5}$, 外齿轮 $r>0$, 内齿轮 $r<0$ 。曲柄长为

$$l_2 = |r_3 + r_5| \quad (10-28)$$

$$r_5 = l_2 \frac{\text{sgn}\rho}{\rho - 1} \quad (10-29)$$

符号函数

$$\text{sgn}\rho = \frac{|\rho|}{\rho} \quad (10-30)$$

步进角

$$\chi_s = 360^\circ(1-\rho) \quad (10-31)$$

传动函数

$$\chi = \varphi(1-\rho) - \rho \arcsin(\lambda \sin\varphi) \quad (10-32)$$

作瞬时停歇或后退步进运动的条件分别为

$$\frac{1}{1+\lambda} \leq \rho \leq \frac{1}{1-\lambda} \quad (10-33)$$

“等于”适于瞬时停歇步进运动,“小于”适于后退的步进运动。当取 $\lambda=1/2, \rho=1/2, 2/3, \dots, 5/3, 2, 7/3$ 时可得到相应的传动函数曲线,如图 10-18(b)所示。

设计时可由式(10-28)~式(10-33)结合图 10-19 的设计线图来确定机构的结构参数。

例 10-3 设计一带有瞬时停歇的齿轮连杆步进机构。已知步进角 $\chi_s = \pm 120^\circ$, 取连杆长 $l_3 = 100\text{mm}$ 。

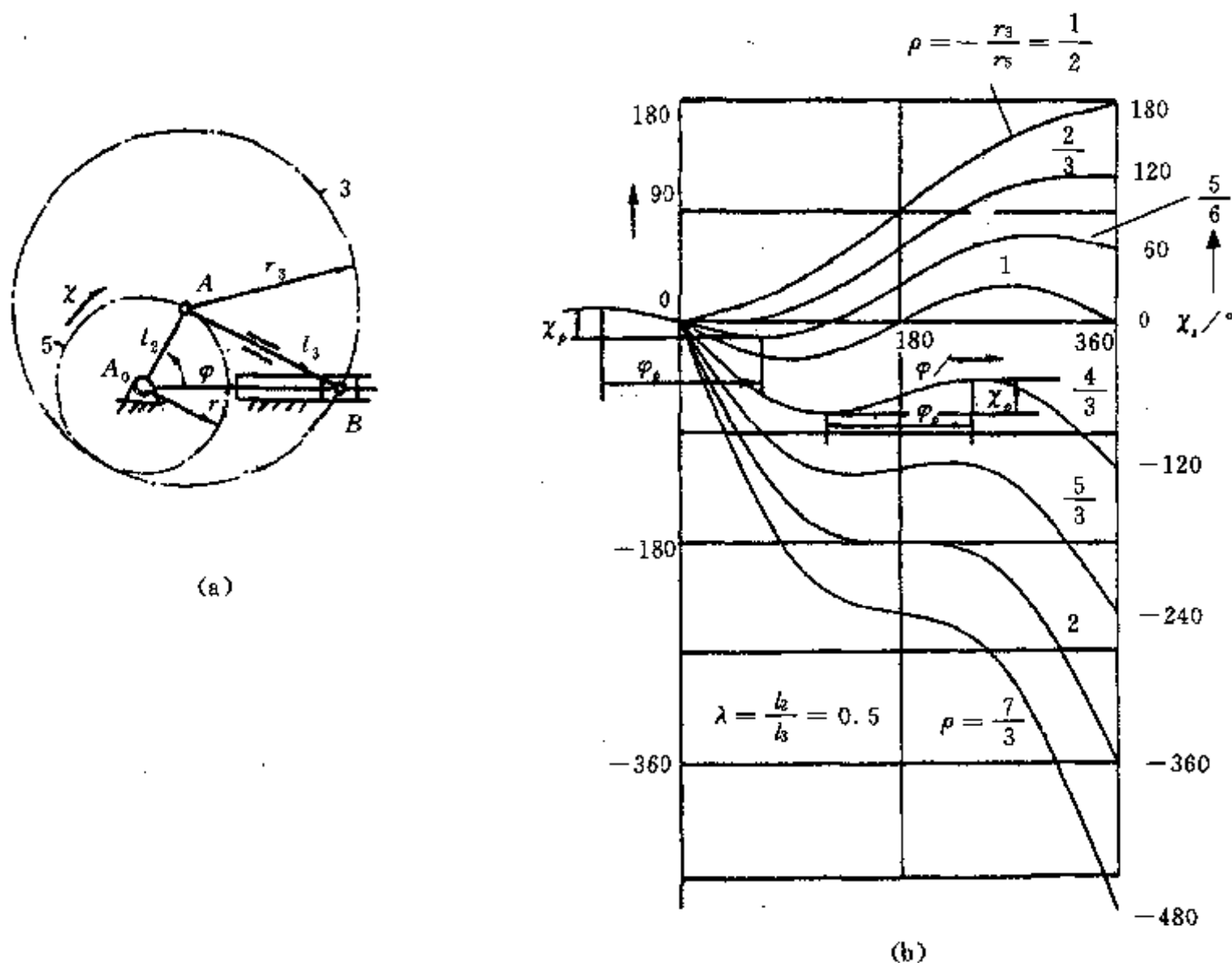


图 10-18 以对心曲柄滑块机构为基础机构加两齿轮的齿轮连杆机构及其传动函数曲线

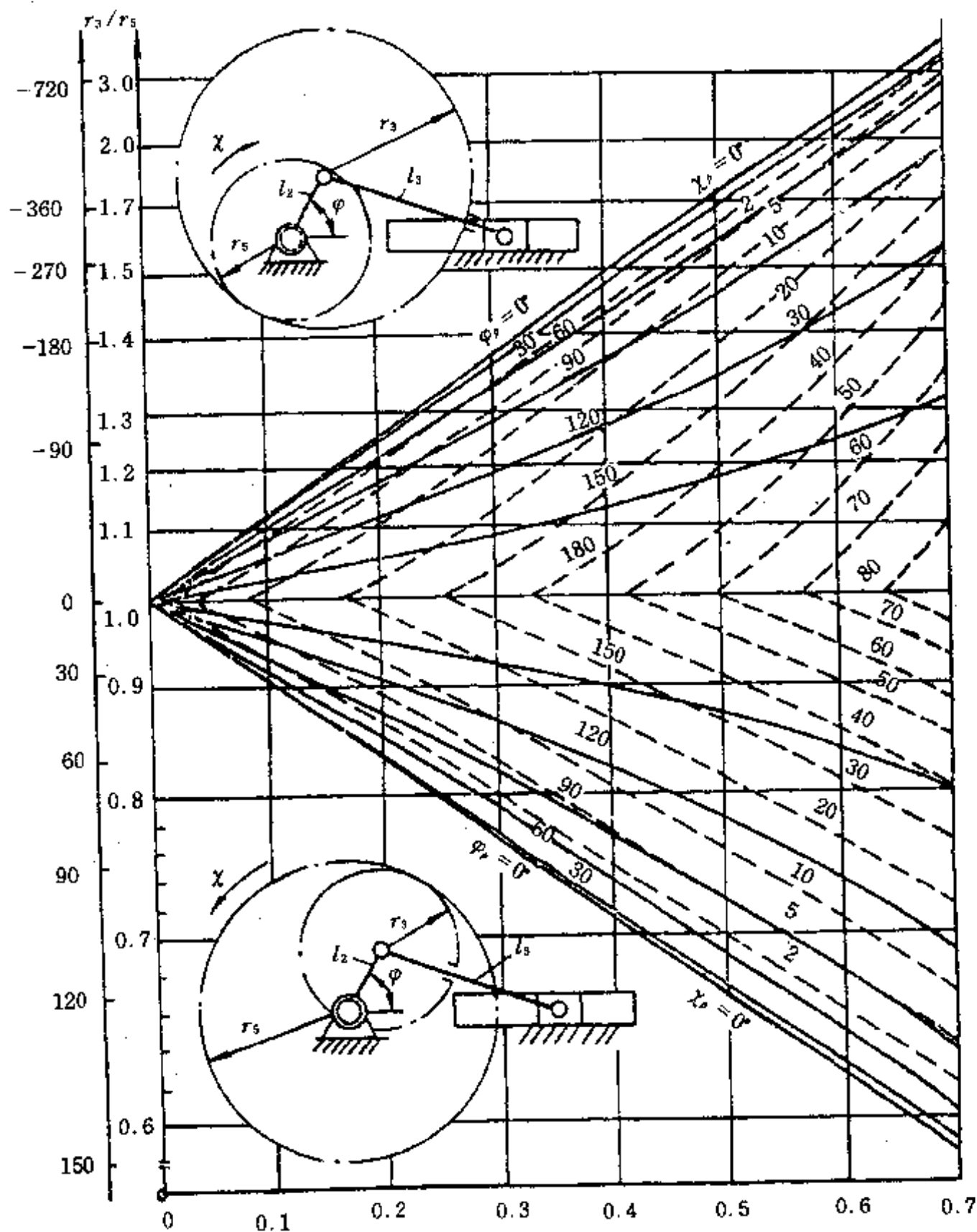


图 10-19 图 10-18 所示机构设计线图

解: 由 $\chi_i = \pm 120^\circ$ 及式 (10-31) 得 $\rho_1 = \frac{2}{3}, \rho_2 = \frac{4}{3}$, 由式 (10-33) 得 $\lambda_1 = 0.5, \lambda_2 = 0.25$, 所以, 曲柄长 $l_2^{(1)} = \lambda_1 l_3 = 50\text{mm}, l_2^{(2)} = \lambda_2 \cdot l_3 = 25\text{mm}$ 。由式 (10-29) 得从动轮节圆半径

$$r_s^{(1)} = 50 \times \frac{\text{sgn} \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1} = -150\text{mm}, r_s^{(2)} = 25 \times \frac{\text{sgn} \frac{4}{3}}{\frac{4}{3} - 1} = -75\text{mm}, \text{轮 3 节圆半径 } r_3^{(1)} = -\rho_1 r_s^{(1)}$$

$$= 100\text{mm}, r_3^{(2)} = -\rho_2 \cdot r_s^{(2)} = -100\text{mm}。$$

例 10-4 设计一具有后退的步进齿轮连杆机构。已知 $\chi_p : \chi_i = 1 : 4.5$, 步进角 $\chi_i = \pm 90^\circ$, 取连杆长 $l_3 = 100\text{mm}$ 。

解:由图 10-19 所示线图及 $\chi_p = \frac{1}{4.5} \cdot x_s = 20^\circ$ 查得 $\chi_s^{(1)} = +90^\circ$ 时, $\rho_1 = 0.75, \lambda_1 = 0.633, \varphi_p^{(1)} = 128^\circ; \chi_s^{(2)} = -90^\circ$ 时, $\rho_2 = 1.25, \lambda_2 = 0.395, \varphi_p^{(2)} = 122^\circ$ 。机构的结构参数为 $l_2^{(1)} = \lambda_1 l_3 = 63.3\text{mm}, r_5^{(1)} = l_2^{(1)} \cdot \frac{\text{sgn}\rho_1}{\rho_1 - 1} = -253.2\text{mm}, r_3^{(1)} = -r_5^{(1)} \cdot \rho_1 = 189.9\text{mm}; l_2^{(2)} = \lambda_2 l_3 = 39.5\text{mm}, r_5^{(2)} = l_2^{(2)} \cdot \text{sgn}\frac{\rho_2}{\rho_2 - 1} = 158\text{mm}, r_3^{(2)} = -r_5^{(2)} \cdot \rho_2 = -197.5\text{mm}$ 。

(2)以曲柄摇杆机构为基础机构加二齿轮构成的齿轮连杆机构:如图 10-20(a)所示,该机构的基础机构是无偏置的曲柄摇杆机构。机构的主要参数之间的关系及传动函数表达式分别为

$$\lambda = \frac{l_2}{l_1} \quad (10-34)$$

取 $0 < \lambda \leq 0.7$

$$l_3 = l_4 = l_1 \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{2}} \quad (10-35)$$

机构最小传动角

$$\gamma_{\min} = 2\arcsin\left[\frac{(1 - \lambda)}{\sqrt{2(1 + \lambda^2)}}\right] \quad (10-36)$$

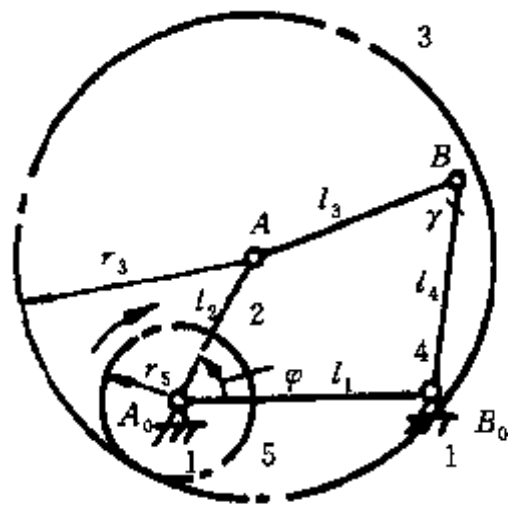
$$\rho = -r_3 / r_5 \quad (10-37)$$

$$r_5 = l_2 / \rho - 1 \quad (10-38)$$

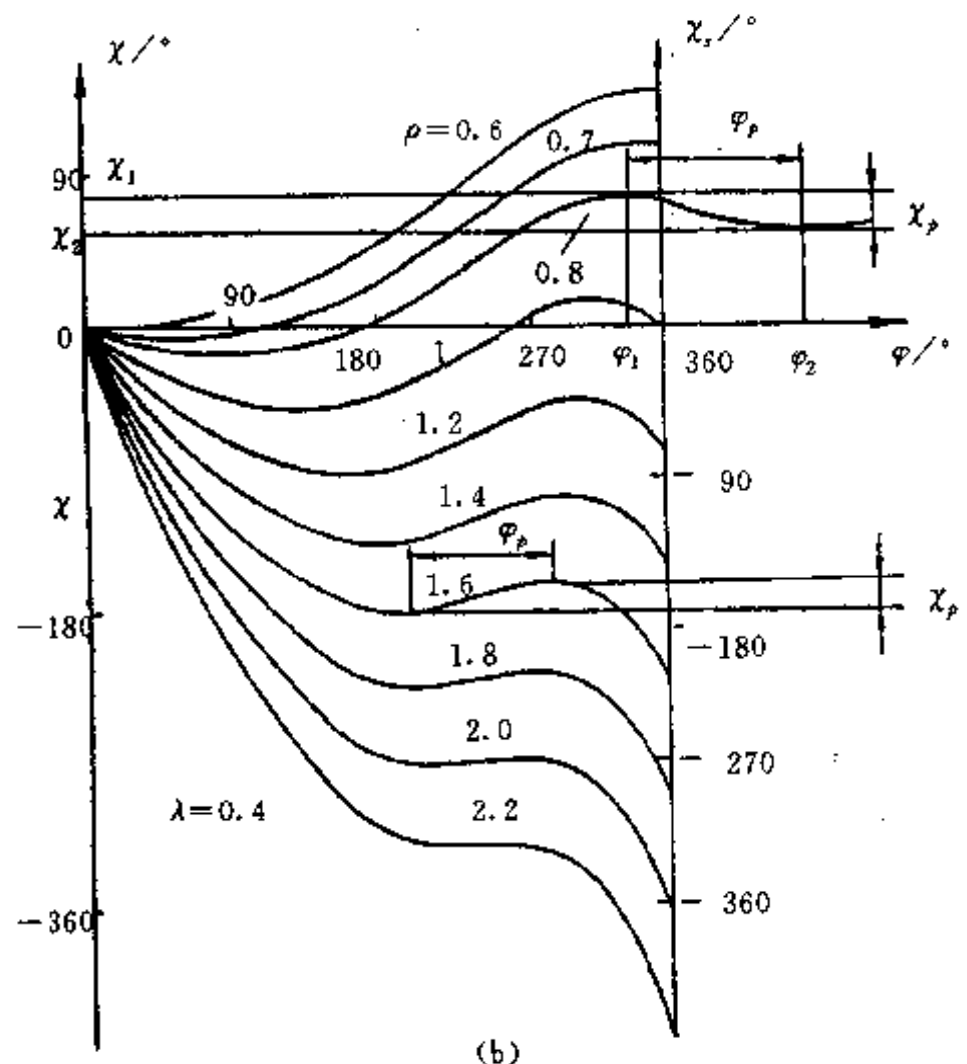
步进角

$$\chi_s = 360^\circ(1 + \rho) \quad (10-39)$$

传动函数表达式为



(a)



(b)

图 10-20 以曲柄摇杆机构为基础机构加两齿轮构成的齿轮连杆机构及其传动函数曲线

$$\begin{aligned} \chi = & \varphi + \rho \left\{ \arccos \sqrt{\frac{B}{2C}} + 90^\circ [\operatorname{sgn}(\arccos \lambda - \varphi) - \operatorname{sgn}(\arccos \lambda + \varphi - 360^\circ)] + \right. \\ & \left. \operatorname{sgn}(\arccos \lambda - \varphi) \cdot \operatorname{sgn}(\arccos \lambda + \varphi - 360^\circ) \arcsin \left(\frac{\sin \varphi}{\sqrt{B}} \right) - 180^\circ + \right. \\ & \left. \arccos \left| \frac{\lambda - 1}{\sqrt{2C}} \right| + 360^\circ [1 + \operatorname{sgn}(\varphi - 360^\circ)] \right\} \end{aligned} \quad (10-40)$$

式中 $B = 1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \varphi$, $C = 1 + \lambda^2$,

取 $\lambda = 0.4, \rho = 0.6, 0.7 \dots, 1.8, 2.0, 2.2$, 得到该机构的传动函数曲线如图 10-20(b) 所示。

设计时可利用图 10-21 所示的线图结合式(10-34)~式(10-38)确定机构的结构参数。

例 10-5 设计一从动轮具有后退步进运动的齿轮连杆机构。已知步进角 $\chi_s = -90^\circ$, χ_p : $\chi_s = 1:9$, 取机架长 $l_1 = 100\text{mm}$ 。

解: 由 $\chi_s = -90^\circ$ 得 $\chi_p = \frac{\chi_s}{9} = 10^\circ$, 所以, $\rho = 1 - \frac{\chi_s}{360^\circ} = 1.25$, 查图 10-21, 得 $\lambda = 0.225$

和 $\varphi_p = 102^\circ$ 。结构参数为 $l_2 = \lambda l_1 = 22.5\text{mm}$, $l_3 = l_4 = l_1 \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{2}} = 72.48\text{mm}$, $r_3 = l_2 / \rho - 1 = 90\text{mm}$, $r_5 = -\rho r_3 = +112.5\text{mm}$ 。

例 10-6 设计一从动轮具有瞬时停歇且步进角 $\chi_s = 180^\circ$ 的齿轮连杆机构, 取机架长 $l_1 = 200\text{mm}$ 。

解: 由式(10-38)得, $\rho = 1 - \frac{\chi_s}{360^\circ} = 0.5$, 由图 10-21 查得 $\lambda = 0.49$, 所以, $l_2 = \lambda l_1 = 98\text{mm}$,

$l_3 = l_4 = l_1 \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{2}} = 157.49\text{mm}$, $r_3 = \frac{l_2}{\rho - 1} = -196\text{mm}$, $r_5 = -\rho r_3 = 98\text{mm}$, 机构最小传动角 $\gamma_{\min} = 37.6^\circ$ 。

(3) 以回转曲柄导杆机构为基础机构加两齿轮构成的齿轮连杆机构: 如图 10-22(a) 所示, 该机构的步进角 $\chi_s = 360^\circ$, 结构参数及传动函数表达式分别为

$$\lambda = \frac{l_2}{l_1} \quad (10-41)$$

取 $\lambda \geq 1.5$

$$l_2 = |r_3 + r_5| \quad (10-42)$$

$$\rho = -\frac{r_3}{r_5} \quad (10-43)$$

$$r_5 = l_2 \frac{\operatorname{sgn} \rho}{\rho - 1} \quad (10-44)$$

传动函数为

$$\begin{aligned} \chi = & \varphi(1 - \rho) + \rho \left\{ \arctan \frac{\lambda \sin \varphi}{\lambda \cos \varphi - 1} + 90^\circ [2 + \operatorname{sgn}(\varphi - \arccos \frac{1}{\lambda}) + \right. \\ & \left. \operatorname{sgn}(\varphi - 360^\circ + \arccos \frac{1}{\lambda})] \right\} \end{aligned} \quad (10-45)$$

$$1 + \lambda \leq \rho \leq 1 - \lambda \quad (10-46)$$

“等于”为瞬时停歇步进运动, “小于”为后退步进运动。当 $\rho < 0$ 时, $\varphi = 0^\circ$ 为瞬时停歇位置;

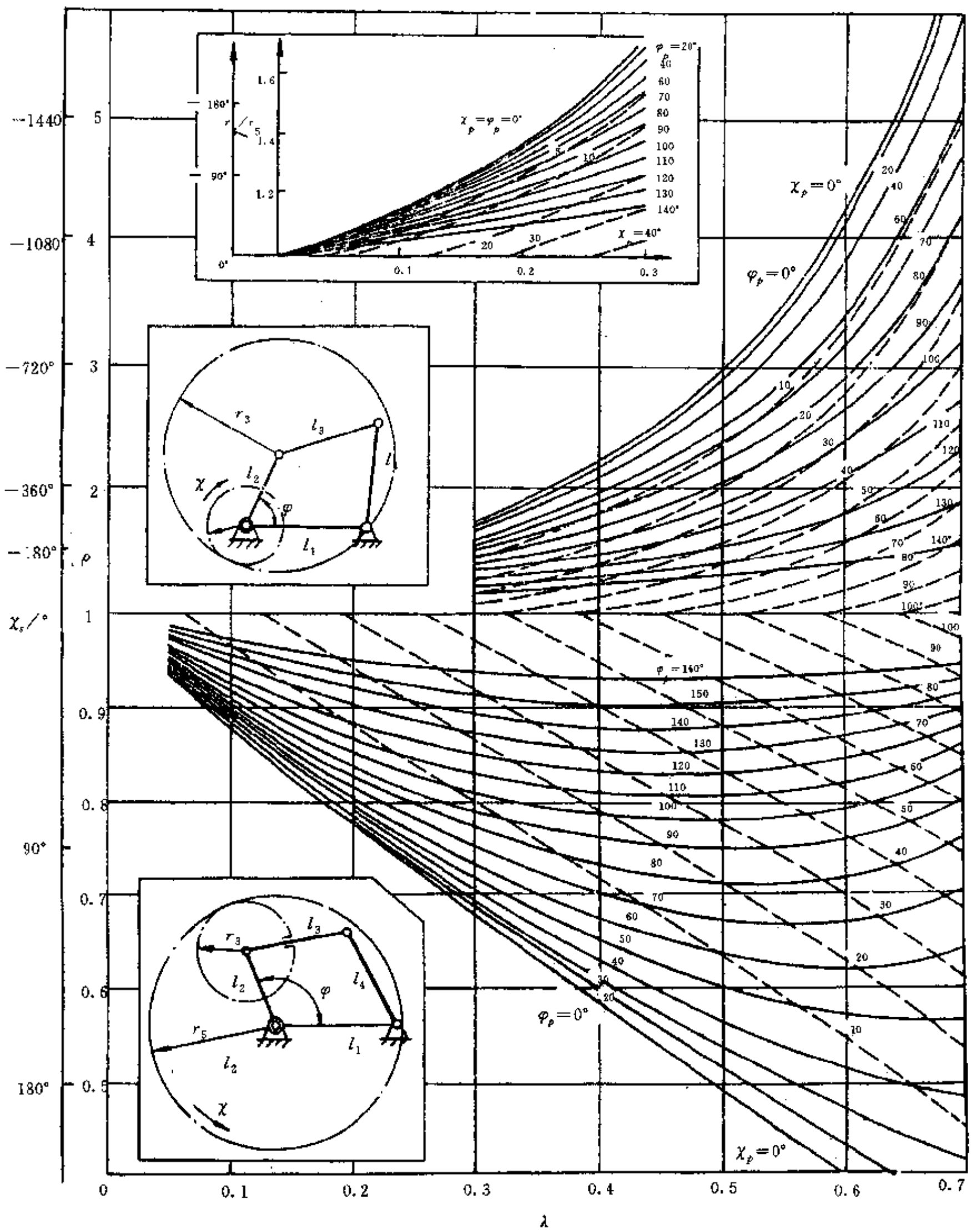


图 10-21 图 10-20 所示机构设计线图

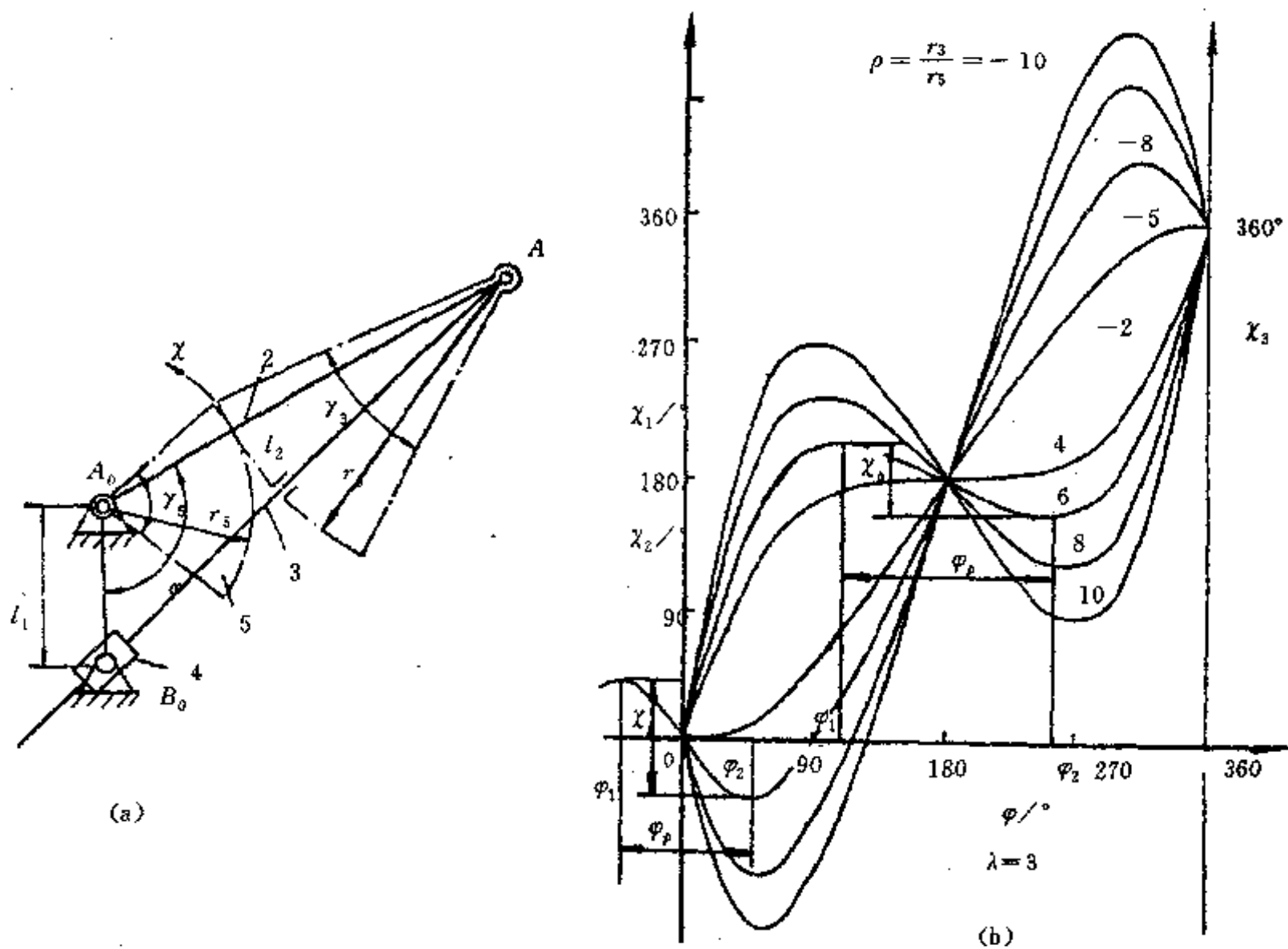


图 10-22 以回转导杆机构为基础机构加两齿轮构成的齿轮连杆机构及其传动函数曲线

当 $\rho > 0$ 时, $\varphi = 180^\circ$ 为瞬时停歇位置。

取 $\lambda = 3, \rho = -10, -8, \dots, 6, 8, 10$, 得到传动函数曲线如图 10-22(b) 所示。

图 10-23 是该机构的设计线图。

例 10-7 试设计一带瞬时停歇的步进齿轮连杆机构, 用作复印机上的走纸机构。要求 $\varphi_1 = \chi_1 = 360^\circ$, 当主动件 $\varphi = 0^\circ$ 时, 从动件出现瞬时停歇。

解: 选用图 10-22(a) 所示的回转曲柄导杆式齿轮连杆机构, 并取 $\lambda = 2$ 。由式(10-46)得, $\rho_1 = 1 + \lambda = 3$ 或 $\rho_2 = 1 - \lambda = -1$ 。由于要求 $\varphi = 0^\circ$ 时, 从动件出现停歇, 即 $\rho < 0$, 故取 $\rho = \rho_2 = -1$ 。根据结构需要先选定机架长 l_1 , 则 $l_2 = \lambda l_1 = 2l_1, r_3 = l_2 \frac{\text{sgn} \rho}{\rho - 1} = l_1, r_5 = -\rho r_3 = l_1$, 根据这些参数设计出的结构如图 10-24 所示。

(4) 摆线控制的二杆组机构: 由表 10-7 第 2 行至第 4 行的传动函数曲线可以看出, 相应的机构能实现带瞬时停歇或后退的步进运动, 这类机构根据其中二杆组的不同又可分为两种: 一种是双杆组中的低副全为转动副, 称为转动副双杆组, 如图 10-25(a) 所示; 另一种是双杆组中的低副含有一个移动副, 称为导杆双杆组, 如图 10-25(b) 所示。表述这两种机构的主要参数有两齿轮的传动比 $i = -\frac{r_1}{r_3} = -\frac{Z_1}{Z_3}$ (外啮合 r 取正, 内啮合 r 取负), 比值 $\frac{l_3}{r_3}$, 杆长 l_4, l_5 等。这类机构的步进数应为

$$n = |i| \quad (10-47)$$

传动函数的表达式为

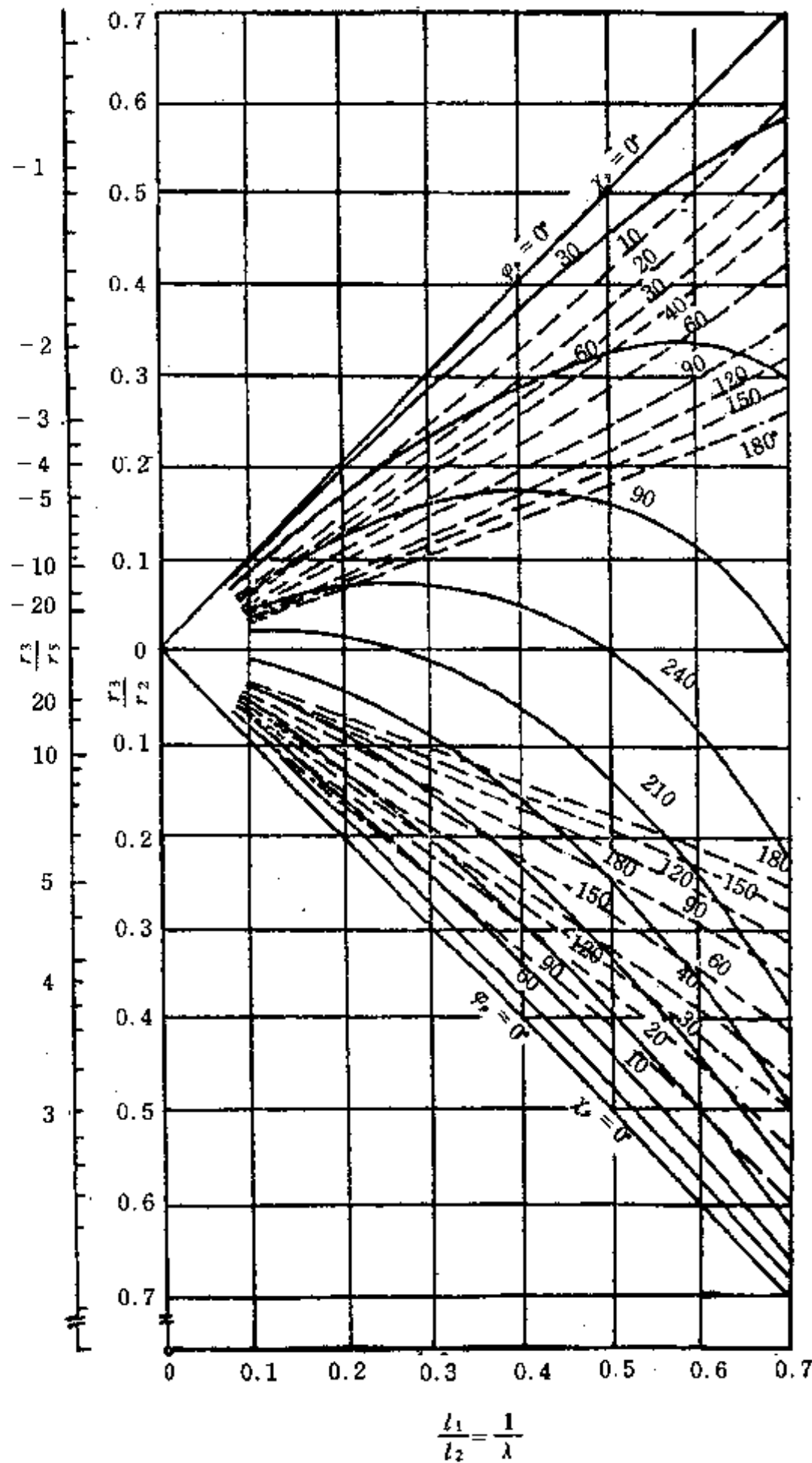


图 10-23 图 10-22 所示机构设计线图

导杆双杆组

$$\chi = \beta = \arctan \frac{l_2 \sin \varphi + \operatorname{sgn}(i_s) \cdot l_3 \cdot \sin(r - i_s) \varphi}{l_2 \cos \varphi + \operatorname{sgn}(i_s) \cdot l_3 \cdot \cos(1 - i_s) \varphi} \quad (10-48)$$

转动副双杆组

$$\chi = \arccos \frac{e^2 + l_3^2 - l_1^2}{2el_3} - \arccos \frac{e_0^2 + l_3^2 - l_1^2}{2e_0l_3} - \beta \quad (10-49)$$

式中 $e = \sqrt{l_2^2 + l_3^2 + 2l_2l_3 \operatorname{sgn}(i_s) \cos(i_s \varphi)}$; $e_0 = l_2 + l_3 \operatorname{sgn} i_s$ 。为瞬时停歇的步进运动。

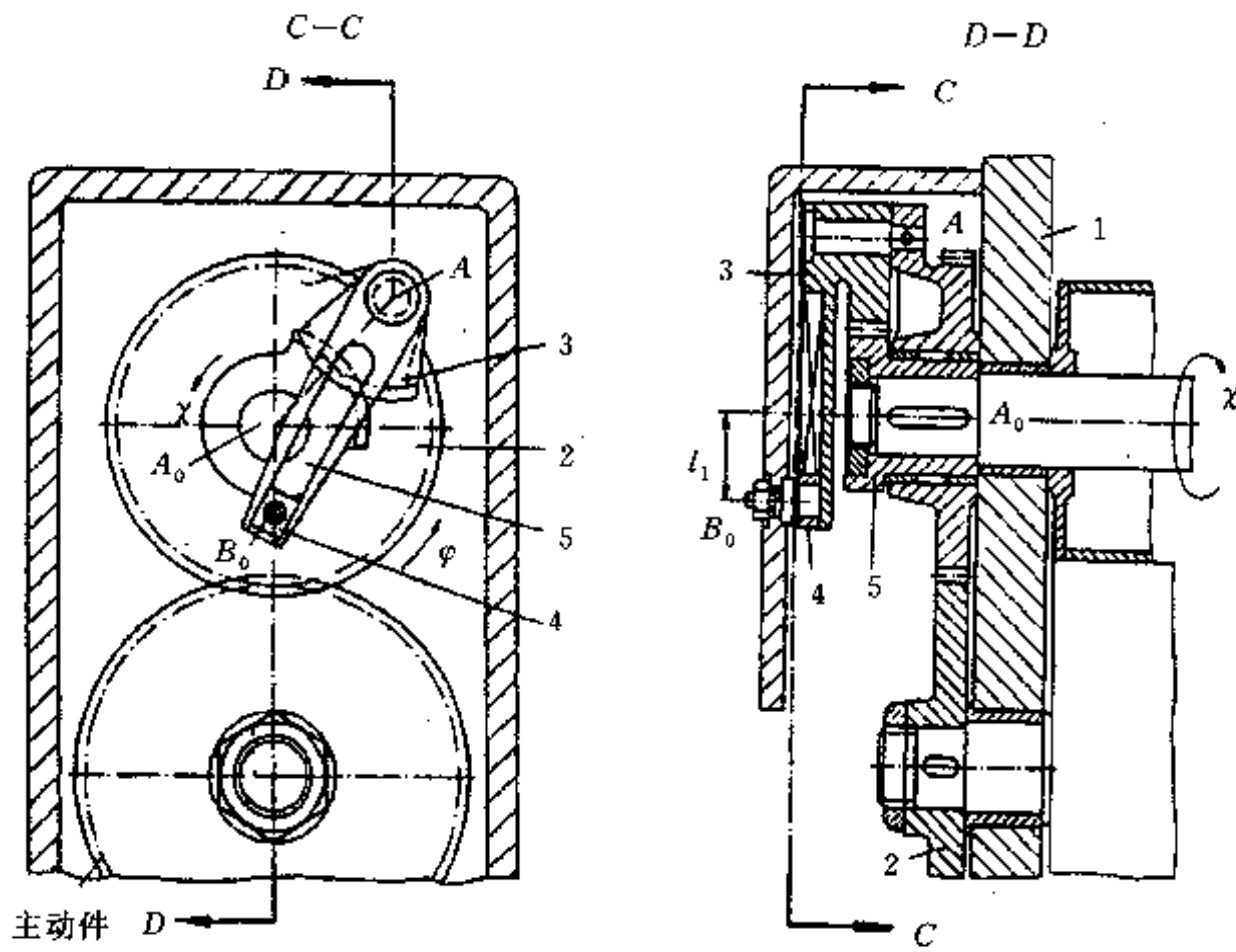


图 10-24 用于复印机上的步进机构 $\varphi, \chi = 360^\circ, \rho = -1, \lambda = 2$

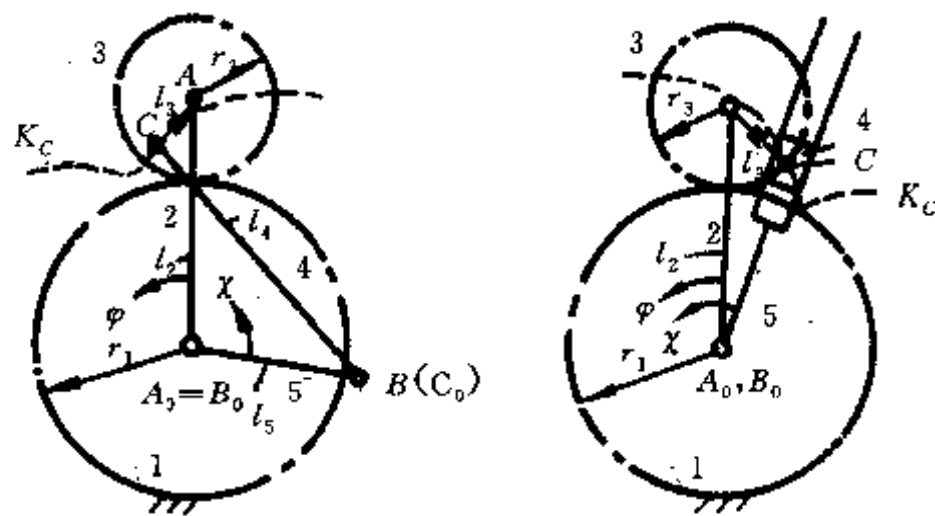


图 10-25 实现瞬时停歇步进运动的摆线控制的二杆组机构

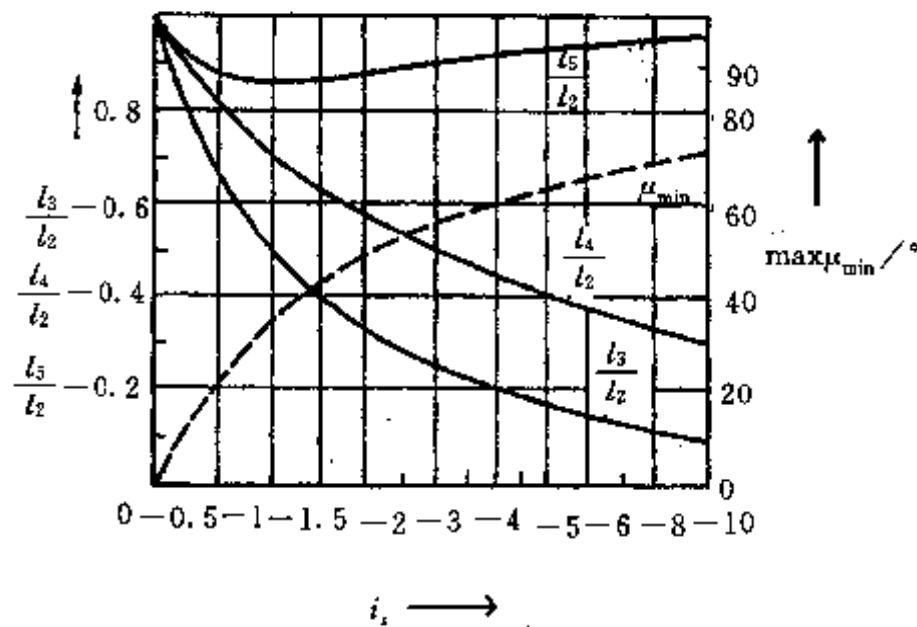


图 10-26 确定图 10-25 所示机构结构参数的线图

利用截短的摆线或带尖点的摆线可以实现该运动,如图 10-25 所示。

设计时可根据图 10-26 所示的线图确定机构的结构参数。

例 10-8 设计一由摆线控制的二杆组步进机构。已知 $\varphi_p = \chi_p = 0$, 步进数 $n=2$ 。

解: 选用外摆线控制的导杆双杆组齿轮连杆机构, 并令 $l_3 = |r_3|$, 即为带尖点的外摆线。

由 $n=2$ 得 $i_s = -2$, 即 $\frac{r_1}{r_3} = -2$, 根据结构选取合适的 r_1 , 则 $r_3 = \frac{r_1}{2}, l_3 = \frac{|r_1|}{2}$ 。

例 10-9 设计一由摆线控制的二杆组步进机构。已知 $\varphi_p = \chi_p = 0, n=4$ 。

解: 选用图 10-25(a) 所示的转动副双杆组齿轮连杆机构。其中摆线为带尖点的外摆线, 即 $l_3 = |r_3|$, 且 $i_s = -n = -4$ 。由图 10-26 查得 $\frac{l_4}{l_2} = 0.44, \frac{l_5}{l_2} = 0.93, \mu_{\min} = 60^\circ$ 。选择合适的 r_1 值,

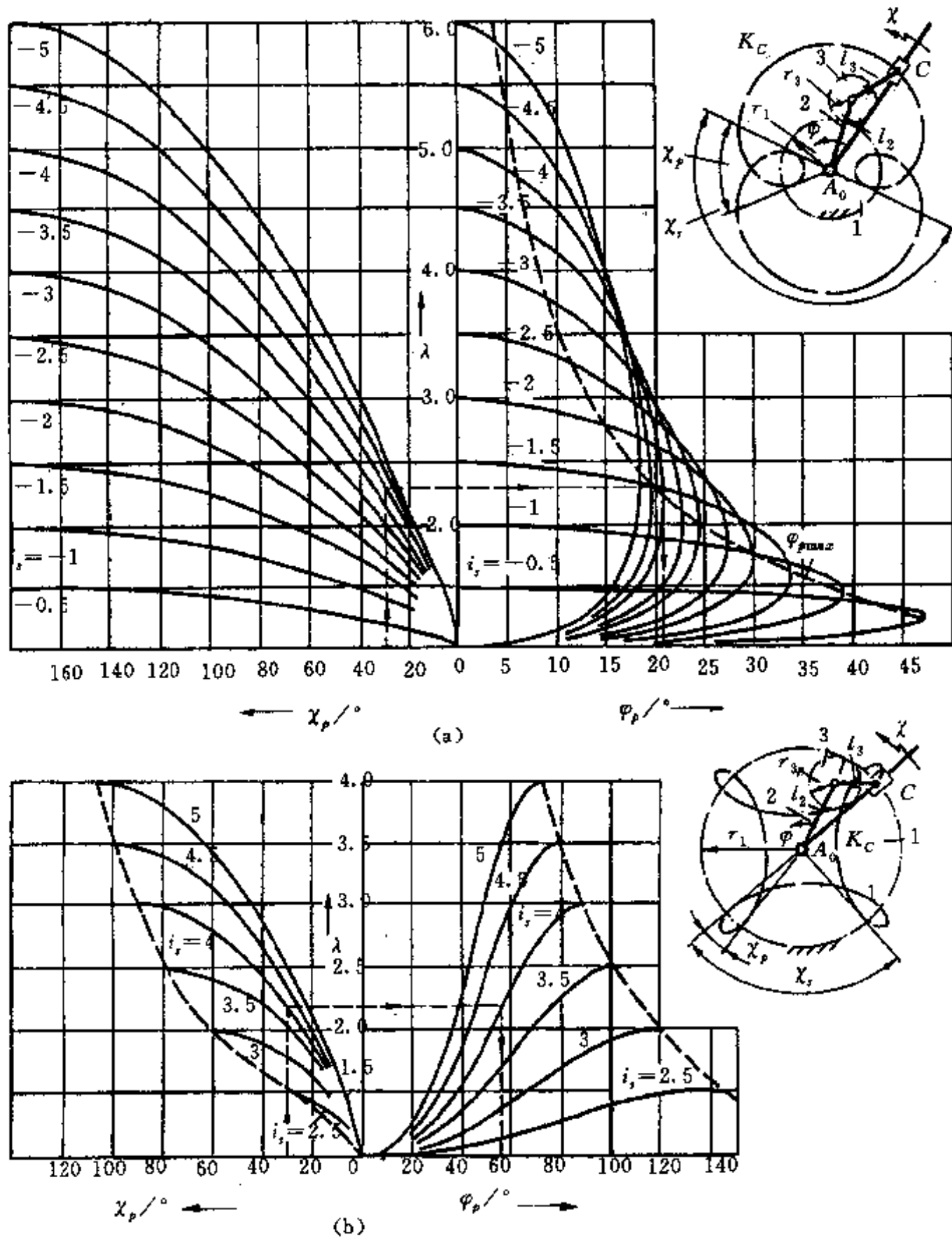


图 10-27 实现后退步进运动的二杆组机构及其设计线图

则 $r_3=r_1/4, l_3=r_1/4, l_2=1.25r_1, l_4=2.84r_1, l_5=1.34r_1$ 。为后退的步进运动。利用有交织的摆线控制的二杆组齿轮连杆机构可实现该运动 (图 10-27)。后退角 χ_p 以及相应的主动件转角 φ_p 与传动比 i_s 和杆长比 $\lambda=l_3/r_3$ 有关, 其表达式为

$$\varphi_p = \left| \frac{2}{i_s} \arccos \frac{1 - i_s + \lambda^2}{\lambda(2 - i_s)} \right| \quad (10-50)$$

$$\chi_p = \left| 2 \arctan \frac{(1 - i_s) \sin \frac{\varphi_p}{2} - \lambda \sin \frac{(1 - i_s)}{2} \varphi_p}{(1 - i_s) \cos \frac{\varphi_p}{2} - \lambda \cos \frac{(1 - i_s)}{2} \varphi_p} \right| \quad (10-51)$$

图 10-27 是设计该机构的线图。

例 10-10 设计一用于专用机床的带有反转的步进机构。要求步进数 $n=4, \chi: \chi_p=3:1$ 。

解: 由 $n=4$, 得 $\chi_s=360^\circ/n=90^\circ, \chi_p=\frac{\chi_s}{3}=30^\circ$ 。选用外摆线控制的导杆双杆组齿轮连杆机构。由图 10-27(a) 查得 $\lambda=2.3, \varphi_p=20.8^\circ$, 由式(10-50)、式(10-51)验算得 $\varphi_p=20.89^\circ, \chi_p=29.13^\circ$, 选取适当的 l_2 值, 则 $r_1=\frac{4}{5}l_2, r_3=\frac{l_2}{5}, l_3=\lambda r_3=0.46l_2$ 。

若选用由内摆线控制的导杆双杆组齿轮连杆机构, 由图 10-27(b) 查得 $\lambda=2.16, \varphi_p=56^\circ$, 验算得 $\varphi_p=56.34^\circ, \chi_p=28.86^\circ$, 且 $r_1=\frac{4}{3}l_2, r_3=-l_2/3, l_3=|\lambda r_3|=0.72l_2$ 。

(5) 由六连杆或八连杆机构为基础机构的齿轮连杆机构: 在有些机器上要求从动件作比图 10-17 更为复杂的步进运动。例如精梳机上的分离罗拉, 要求在每一个步进过程中, 从动件先作快速反转, 再作顺转, 最后作一段时间的停歇或近似停歇。对这样的传动要求, 前面介绍的几种齿轮连杆机构显然不能满足, 一般都采用由六连杆以上的连杆机构为基础机构的齿轮连杆机构。下面以精梳机中的分离接合机构为例说明这类机构的分析与设计思想。

先讨论运动分析问题。在各种不同型号的精梳机中, 分离接合机构一般都采用图 10-1(b) 所示的组成形式, 即一部分为连杆机构, 另一部分是轮系。运动由锡林轴传来后, 一部分作为连杆机构的运动输入, 另一部分作为行星轮系的运动输入。连杆机构部分的运动输出又作为行星轮系的另一运动输入。行星轮系在有两个运动输入的情况下将确定的运动输出给分离罗拉。下面就图 10-1(b) 所示的具体机构进行分析。先对轮系部分可写出表达式为

$$\frac{\omega_{25} - \omega_{95}}{\omega_{33} - \omega_{95}} = -\frac{33}{21} \cdot \left(-\frac{29}{25} \right) \quad (10-52)$$

$$\omega_{分} = \omega_{25} \cdot \left(-\frac{87}{28} \right) \quad (10-53)$$

$$\omega_{95} = \omega_{锡林} \cdot \frac{15}{95} \quad (10-54)$$

由上面三式并注意到 $\omega_{33}=\omega_{O_4F}$, 得

$$\omega_{分} = M \cdot \omega_{锡林} - N \cdot \omega_{O_4F} \quad (10-55)$$

式中 $\omega_{分}$ 、 $\omega_{锡林}$ 、 ω_{O_4F} 分别为分离罗拉、锡林轴和连杆机构从动件 O_4F 的转动角速度。参数

$$M = \frac{15 \times 33 \times 29 \times 87}{95 \times 21 \times 25 \times 28} - \frac{89 \times 15}{28 \times 95}, N = \frac{33 \times 29 \times 87}{21 \times 25 \times 28}$$

将式(10-55)两边对时间积分,并令 $\varphi_{O_1F} |_{\varphi_{锡林}=0} = 0$,则有

$$\varphi_{分} = M \cdot \varphi_{锡林} - N \cdot \varphi_{O_1F} \quad (10-56)$$

式中 $\varphi_{分}$ 、 $\varphi_{锡林}$ 、 φ_{O_1F} 分别为分离罗拉、锡林轴和连杆机构从动件的角位移。

由式(10-56)可知,分离罗拉的转动应该是两部分 $\varphi_1 = M \cdot \varphi_{锡林}$ 与 $\varphi_2 = -N \cdot \varphi_{O_1F}$ 之和。显然 $\varphi_1 = M \cdot \varphi_{锡林}$ 为一直线, $\varphi_2 = -N \cdot \varphi_{O_1F}$ 是连杆机构传动函数 $-N$ 倍的曲线。分析时可先求出直线 φ_1 ,再对连杆机构部分分析后得到 φ_{O_1F} ,然后将两者按式(10-56)合成,即可得到分离罗拉的角位移。在E7/5型精梳机中,连杆机构部分选用的是平面八连杆机构,见图10-28(a)。按上述方法得到的分离罗拉的运动线图见图10-28(b)。

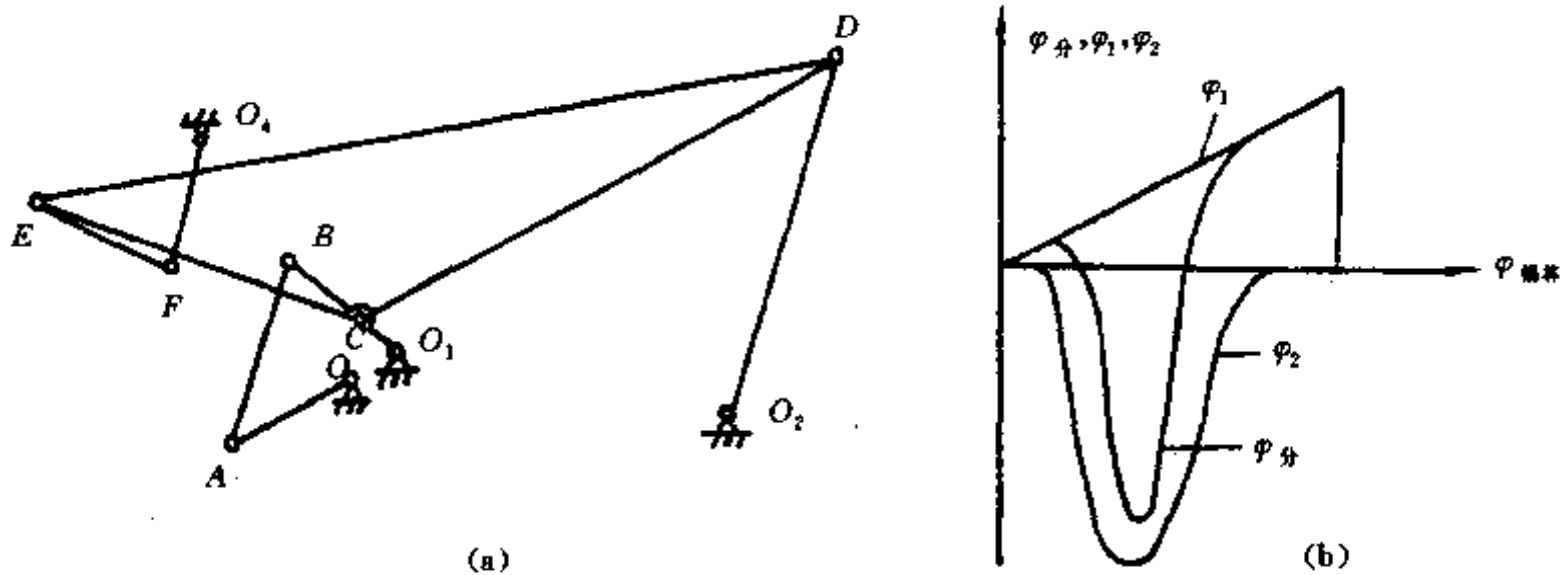


图 10-28 E7/5 型精梳机连杆机构部分运动简图及分离罗拉角位移图

下面讨论如何根据给定的传动函数[图10-1(a)]设计这类机构。由于这类机构的传动函数是两部分 φ_1 和 φ_2 之和,若已给定 $\varphi_{分}$,则将其上两点 P_0 、 P 连接,如图10-1(a)所示,直线 P_0P 应为要求传动函数 $\varphi_{分}$ 中的直线部分。设其斜率 $k = \tan\alpha$,则由 $\varphi_1 = M \cdot \varphi_{锡林}$ 有

$$M = \tan\alpha \quad (10-57)$$

在图10-1(a)中作 $\varphi_2 = \varphi_{分} - \varphi_1$,得到连杆机构部分要求的传动函数曲线。根据该曲线由第五章介绍的方法设计出合适的连杆机构。选取合适的 N 值,由 M 、 N 值选配出齿轮。

在E7/5型精梳机上选用的是八连杆机构;A201B、C型精梳机上选用的是七连杆机构;FAS251型精梳机上选用了六连杆机构。选用不同连杆机构的指导思想是尽可能使停歇阶段的停歇质量较高,同时又要使整个机构的动力性能较好。实践证明,使用八连杆机构的性能优于其他几种连杆机构。

(二) 凸轮连杆机构

1. 用作传动机构的凸轮连杆机构 凸轮机构可以实现任意运动规律要求,但当要求从动件不仅要实现一定的运动规律而且要有较大行程或大摆角时,如仍由凸轮机构来实现,势必会引起凸轮基圆半径过大和压力角超过许用压力角 $[\alpha]$,在这种情况下可考虑采用凸轮连杆机构来实现。

图10-29是图10-5所示两种串联式凸轮连杆机构的应用。图10-29(a)是用于剑杆织机中的一种引纬机构,可以实现任意运动规律往复直线运动。机构的原动件为共轭凸轮1和1',从动件为与传剑轮10啮合的传剑带,工艺要求传剑带着纬纱按一定的运动规律作往复直线运动,完

成引纬动作。图 10-29(b) 是一种卧式压力机上的凸轮连杆机构, 当主动件凸轮转动时, 从动件 4 作往复直线运动, 与滑块 4 相固连的压杆压向工件, 给工件加压。

设已根据工艺要求定出了从动件的运动规律 $s=s(\varphi)$ 或 $\psi=\psi(\varphi)$, φ 为主动件凸轮的转角, 确定凸轮廓线。

先根据结构情况选定连杆机构部分的尺寸, 并由此定出连杆机构的传动函数 $\psi=\psi(\delta)$ 或 $s=s(\delta)$, 凸轮机构部分的传动函数 $\delta=\delta(\varphi)$ 可由图 10-30 所示的求取复合函数的图解法求得。求出凸轮的传动函数曲线后便可由第八章的方法设计出相应的凸轮廓线。

2. 用作引导机构的凸轮连杆机构的综合 一般情况下可利用实验法确定凸轮的廓线。例如图 10-7(a) 所示的机构, 当给定需实现的引导轨迹后, 先选出合适的连杆机构, 然后让连杆上的点在给定轨迹上移动, 这样构件 1 上的点 P 走出相应的凸轮廓线。

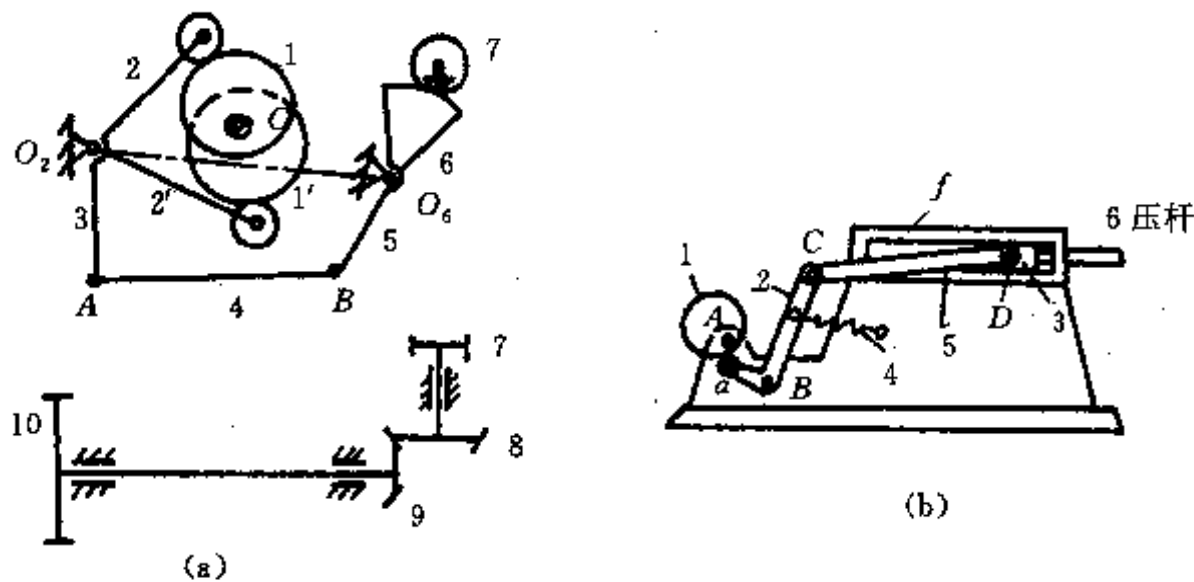


图 10-29 用作传动机构的两种串联式凸轮连杆机构

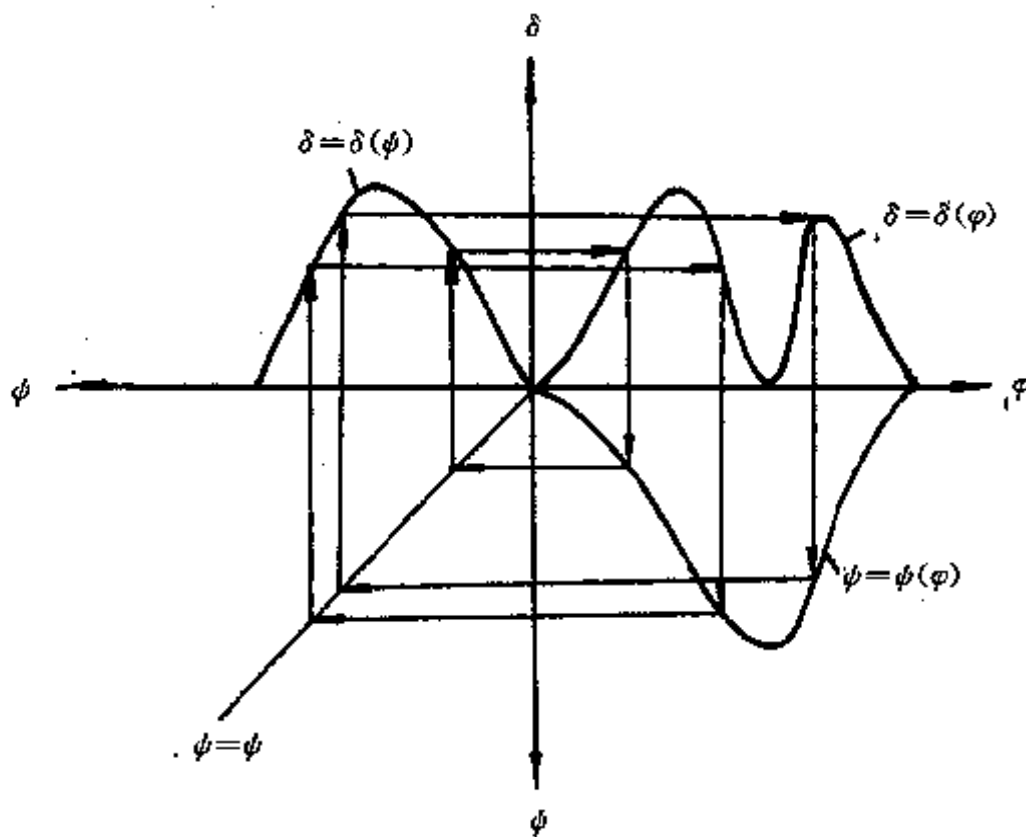


图 10-30 串联式凸轮连杆机构传动函数的复合图解法

参 考 文 献

- [1] Herausgegeben von G. Dittrich. Getriebetechnik in Beispielen. R. Oldenbourg Verlag München, 1978
- [2] VDI-RICHTLINIE 2127; Getriebetechnische Grundlagen. Begriffsbestimmungen der Getriebe. VDI Verlag Düsseldorf, 1962
- [3] VDI-RICHTLINIE 2725; Getriebekennwerte. Kennwerte für den Entwurf und die Entwicklung von Getriebe. VDI Verlag, 1983
- [4] 杨基厚编著. 机构运动学与动力学. 北京:机械工业出版社, 1987
- [5] VDI-RICHTLINIE 2728; Lösung von Bewegungsaufgaben mit symmetrischen Koppelkurven. Übertragungsaufgaben. VDI Verlag Düsseldorf, 1987
- [6] Leo Hagedorn. Konstruktive Getriebelehre. Hermann Schroedel Verlag Hannover, 1976
- [7] P. Grodzinski. Getriebelehre I. Geometrische Grundlagen. Guttentag Verlag Berlin, 1953
- [8] Autorenkollektiv. Herausgegeben von J. Volmer Getriebetechnik — Aufgabensammlung. VEB Verlag Berlin, 1972
- [9] 华大年 唐之伟. 机构分析与设计. 北京:纺织工业出版社, 1985
- [10] 曹龙华等编. 平面连杆机构综合. 北京:高等教育出版社, 1990
- [11] 傅则绍等编. 机构设计学. 四川:成都科技大学出版社, 1988
- [12] И. И. 阿尔托包列夫斯基等著. 平面机构综合(上册). 孙可宗等译. 北京:人民教育出版社, 1980
- [13] 陈嘉 沈世德. 旋转速度矢量和加速度图解法. 机械科学与技术, 1989年第2期
- [14] Paul Lohse. Getriebesynthese. Springer Verlag Berlin, 1975
- [15] J. 伏尔默等著. 连杆机构. 石则昌等译. 北京:机械工业出版社, 1988
- [16] 黄锡恺等编. 机械原理. 第6版. 北京:高等教育出版社, 1989
- [17] 孙桓等编. 机械原理. 第4版. 北京:高等教育出版社, 1989
- [18] 沈世德 吴努. 六连杆机构误差分析及其应用. 纺织机械, 1992年第3期
- [19] VDI-RICHTLINIE 2125; Ebene Gelenkgetriebe. Übertragung günstigste Umwandlung einer Schub—in eine Drehschwingbewegung. VDI Verlag, 1987
- [20] 沈世德 曹清林. 液压缸传动机构运动优化设计. 工程机械, 1993年第7期
- [21] 高强 沈世德 吴努. 六连杆打纬机构设计. 纺织机械, 1993年第2期
- [22] 沈世德. 等速反向传动四杆机构设计及应用. 机械设计与研究, 1993年第1期
- [23] B. Hüther. 8gliedrige Zweistand—Koppelgetriebe für gleichlange Vor—und Rücklaufbewegung. Maschinenbautechnik Berlin, 1986
- [24] VDI-RICHTLINIE 2728; Lösung von Bewegungsaufgaben mit symmetrischen Koppelkurven. VDI Verlag, 1991
- [25] J. 伏尔默等著. 凸轮机构. 郭连声等译. 北京:机械工业出版社, 1983
- [26] VDI-RICHTLINIE 2143; Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe. Theoretische Grundlagen. VDI Verlag, 1980

- [27] 沈世德. 高低速凸轮机构通用运动方程. 机械工程学报, 1992 年第 4 期
- [28] 彭国勋等编著. 自动机械的凸轮机构设计. 北京: 机械工业出版社, 1990
- [29] 孔午光. 高速凸轮. 北京: 高等教育出版社, 1986 年
- [30] 沈世德. 凸轮机构仿制. 机械设计, 1991 年第 3 期
- [31] 沈世德. 凸轮机构几何尺寸的关联. 纺织机械, 1989 年第 4 期
- [32] 沈世德. 凸轮机构分析. 纺织机械, 1989 年第 6 期
- [33] VDI-RICHTLINIE 2142: Auslegung ebener Kurvengetriebe. Grundlagen, profilberechnung und Konstruktion. VDI Verlag, 1993
- [34] 藤森洋三著. 贺相译. 机构设计实用构思图册. 北京: 机械工业出版社, 1989
- [35] MIKSCH GmbH. CF3-Schrittgetriebe. D-7320 Göppingen, 1990
- [36] VDI-RICHTLINIE 2721: Schrittgetriebe; Begriffsbestimmungen, systematik Bauarten. VDI Verlag Düsseldorf, 1980
- [37] VDI-RICHTLINIE 2146: Schaltwerkgetriebe. Grundlagen und Beispiele. VDI Verlag, 1975