


# 转子动平衡

——原理、方法和标准



周仁睦 编著

化学工业出版社

TH133

358592

乙.83

# 转子动平衡

## 原理、方法和标准

周仁睦 编著



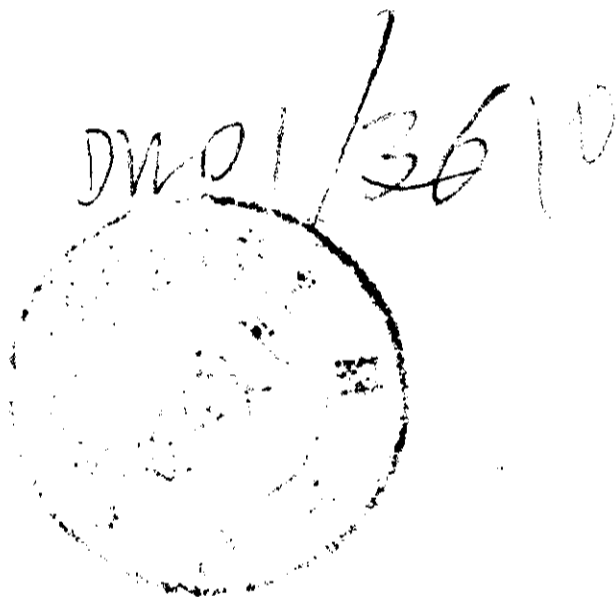
化学工业出版社

(京)新登字039号

## 内 容 简 介

本书以化工和其它工业生产流程中所用的工业汽轮机与离心压缩机转子为实例，系统地介绍了转子动平衡中各种基本问题，如转子动力特性及其分类，不平衡量种类，平衡原理和方法，平衡品质的评定方法和标准等。最后还概括地介绍了现代高速动平衡机的特点和机组振动方面的知识。其中所介绍的平衡原理、方法和评定标准等方面已考虑到发电设备及其他旋转机械的内容。

本书主要供从事旋转机械、具有中等以上文化程度的工程技术人员阅读，其中部分内容也可作为大学教材及研究人员的参考资料。



### 转子动平衡

—原理、方法和标准

周仁睦 编著

责任编辑：任文斗

封面设计：许立

\*

化学工业出版社出版发行

(北京和平里七区十六号楼)

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所经销

\*

开本787×1092<sup>1</sup>/<sub>16</sub>印张9字数223千字

1992年3月第1版1992年3月北京第1次印刷

印数 0,001—2,040

ISBN 7-5025-0957-7/TH·19

定价 7.00元

# 前 言

本书主要为化工系统而写，因此实例都采用工业汽轮机和离心压缩机转子，而其基本原理和方法，以及评定方法标准，一般转子都差不多的，所以对其他旋转机械的转子也可适用。

本书在内容上安排如下：

第一、二、三章是论述刚性转子的一些问题；

第四、五章是论述转子的动力特性（主要是临界转速及振型）及其分类；

第六、七、八章是论述挠性转子的平衡原理、方法和评定标准；

第九、十章是介绍高速动平衡机和机组振动问题。

其中第四、五、六、七章中力学证明与计算较多，对于时间紧迫的读者，可以只阅读其结果分析或论述的几节。

本书符号系统主要参照Gasch的著作，内容力求先进和正确，其中有些是作者自己工作中的一些收获。本书初稿完成于1983年国庆前夕，曾印成讲义发行，也曾受邀讲解了三次。这次正式出版前冯元琦与陈仪中二位高级工程师对全书提出了宝贵的意见，在此特表衷心的感谢。根据这些意见作者对初稿作了必要的修改和补充，但限于水平难免仍有不到之处，万望读者批评指正，不胜感激。

本书第四、五章中数值计算工作，参加的有王争与祝学军同志，第五、七章中有关试验，参加的有陈耿与朱勇志同志。书中插图的微缩工作由陈兵同志完成。

# 目 录

<b>第一章 导论</b> .....	1
1.1 工业汽轮机与离心压缩机转子的结构特点 .....	1
1.2 转子中不平衡量的来源和表示方法 .....	2
1.3 不平衡量所激发的转子振动 .....	5
<b>第二章 刚性转子的动平衡</b> .....	7
2.1 刚性转子定义及其不平衡量 .....	7
2.1.1 不平衡量的种类 .....	7
2.1.2 不平衡量的表示方法 .....	9
2.2 不平衡量的校正 .....	10
2.2.1 校正的力学基础 .....	10
2.2.2 校正方式 .....	11
2.3 刚性转子动平衡技术中的若干问题 .....	12
2.4 对转子设计上的要求 .....	13
<b>第三章 刚性转子动平衡品质的评定</b> .....	15
3.1 评定尺度 .....	15
3.2 评定标准 .....	16
3.3 允许剩余不平衡量的分配 .....	18
3.4 品质验收中的允许误差 .....	24
<b>第四章 弹性支承上刚性转子的动力特性</b> .....	27
4.1 运动微分方程及其解 .....	27
4.2 重心对动力特性的影响 .....	30
4.3 安全问题讨论 .....	31
<b>第五章 挠性转子的动力特性</b> .....	33
5.1 运动微分方程及其解 .....	33
5.2 同向旋转与反向旋转 .....	34
5.3 外阻尼的作用 .....	35
5.4 实际转子的临界转速及其振型曲线计算 .....	39
5.5 各项参数的确定 .....	42
5.6 动力特性和实例 .....	45
5.7 转子的分类 .....	51
<b>第六章 挠性转子的动平衡方程及其应用</b> .....	57
6.1 引言 .....	57
6.2 运动微分方程及其解 .....	57
6.3 动平衡方程 .....	59
6.4 动平衡方程的应用 .....	62

6.4.1	半挠性转子振型不平衡量的校正	62
6.4.2	逐级低速平衡法	63
6.4.3	三平面低速平衡法	64
6.4.4	校正平面数 $N$ 的确定	68
6.4.5	校正量组比值的计算	72
<b>第七章</b>	<b>挠性转子的动平衡方法</b>	<b>74</b>
7.1	引言	74
7.2	振型分离平衡法	76
7.3	混合振型的分离平衡法	79
7.4	影响系数平衡法	83
7.5	优化影响系数	85
7.6	正确测点转速影响系数平衡法	86
7.7	国际标准中推荐的影响系数平衡法	87
7.8	振型影响系数平衡法	88
7.9	计算机辅助平衡法实例	92
7.10	挠性转子动平衡方法综述	99
<b>第八章</b>	<b>挠性转子动平衡品质的评定</b>	<b>101</b>
8.1	引言	101
8.2	评定方法之一——轴承振动烈度	103
8.3	评定方法之二——轴振幅	104
8.4	评定方法之三——轴承力	105
8.5	评定方法之四——允许剩余振型不平衡当量	106
8.6	允许的原始不平衡量	108
8.7	评定问题综述	111
<b>第九章</b>	<b>高速动平衡机</b>	<b>114</b>
9.1	现代高速动平衡机的特点	114
9.2	等刚度支架	115
9.3	高速弹性联轴器	116
9.4	振动测量仪及计算机辅助动平衡系统	119
9.5	动平衡机的精度校验	122
<b>第十章</b>	<b>机组振动概要</b>	<b>125</b>
10.1	机组振动特点和测量方法	125
10.1.1	轴的旋转运动	125
10.1.2	轴心轨迹与轴承振动的特征参数	126
10.1.3	振动的测量方法	129
10.2	机组振动的评定标准	129
10.3	机组振动故障诊断指南	131
<b>附录一</b>	<b>影响系数的复数运算</b>	<b>136</b>
<b>附录二</b>	<b>转子不平衡响应的测试与评定</b>	<b>136</b>
	<b>参考文献</b>	<b>137</b>

# 第一章 导 论

## 1.1 工业汽轮机与离心压缩机转子的结构特点

本世纪六十年代起，能源的利用已引起工程界的广泛重视。另外，由于科学技术的发展，旋转机械的可靠性也大有提高。这样就引起了某些工业生产流程中动力机械的重大改革，其中最主要的是化工流程中的电动机-活塞压气机被工业汽轮机-离心压缩机所代替。

现代的工业汽轮机和离心压缩机，由于材料、制造工艺、振动强度计算、轴承润滑技术和特别是高速动平衡技术的发展，工作转速最高的已达到25000r/min左右，一般的也达到10000~15000r/min。

图1.1中为30万吨/年合成氨生产流程中的汽轮机-压缩机组。这是目前功率、压比、功率密度都较大的汽轮机-压缩机组。

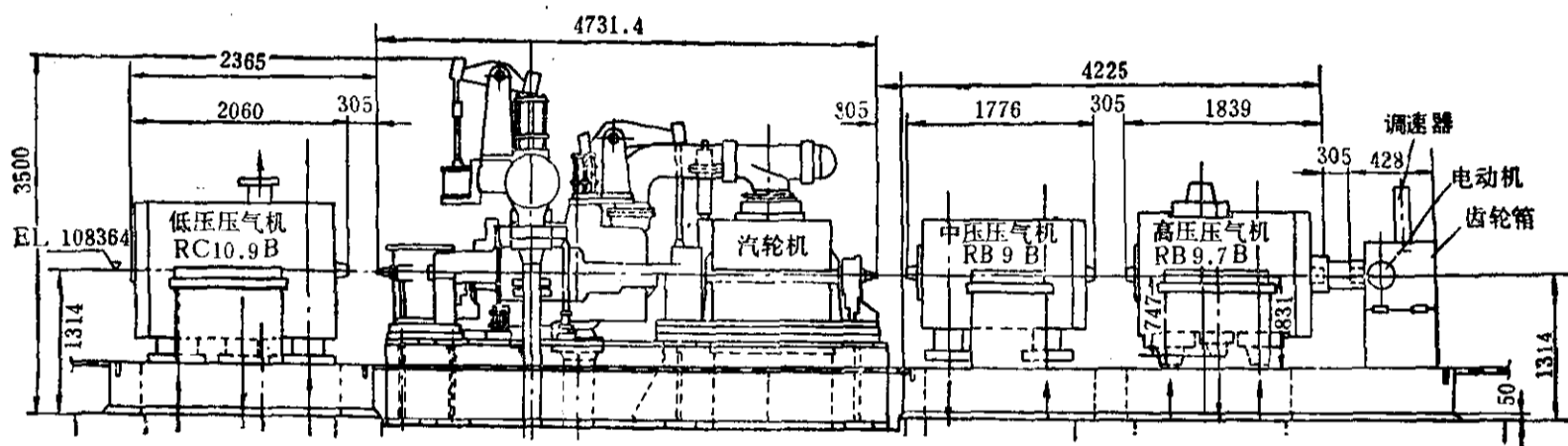


图 1.1 现代汽轮机-压缩机组

对于高速工业汽轮机转子，为了提高安全可靠，总是设计成整锻式的，也就是叶轮与轴是整体的。图1.2是冲动式汽轮机的整锻转子，叶轮还是存在，只是与轴是一体的。图1.3是反动式汽轮机的整锻转子，其中叶轮已不存在。这两种整锻转子，总的说来，刚性都比较大，特别是反动式的整锻转子，对于运行的稳定性起了良好的作用。

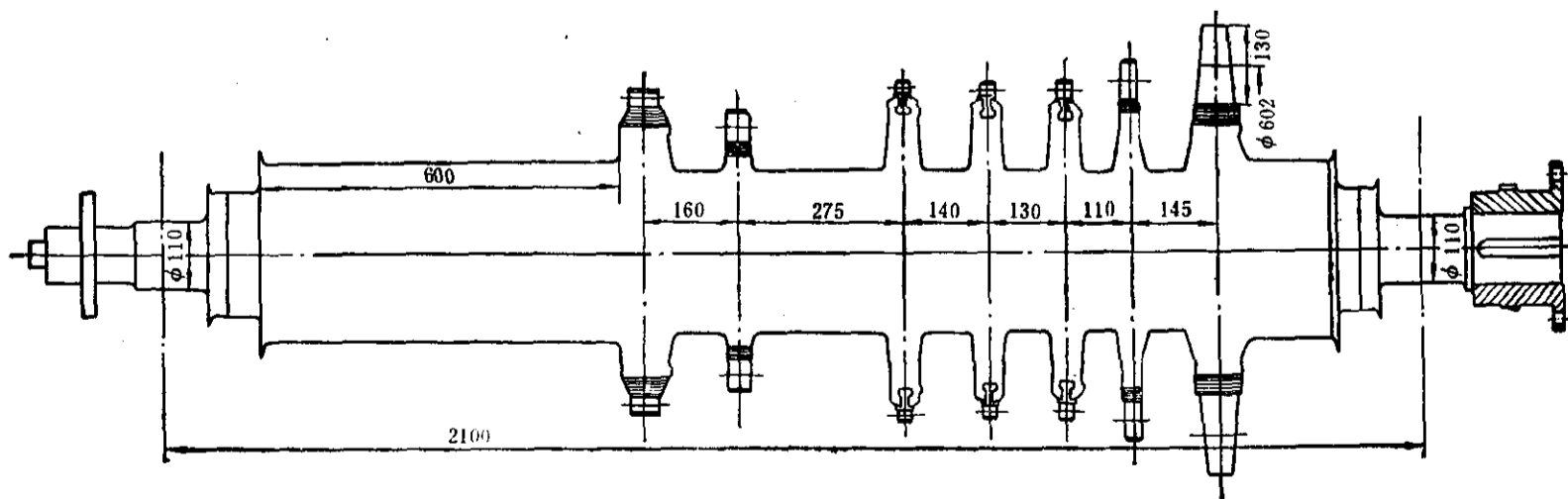


图 1.2 冲动式工业汽轮机转子（杭州汽轮机厂制造）

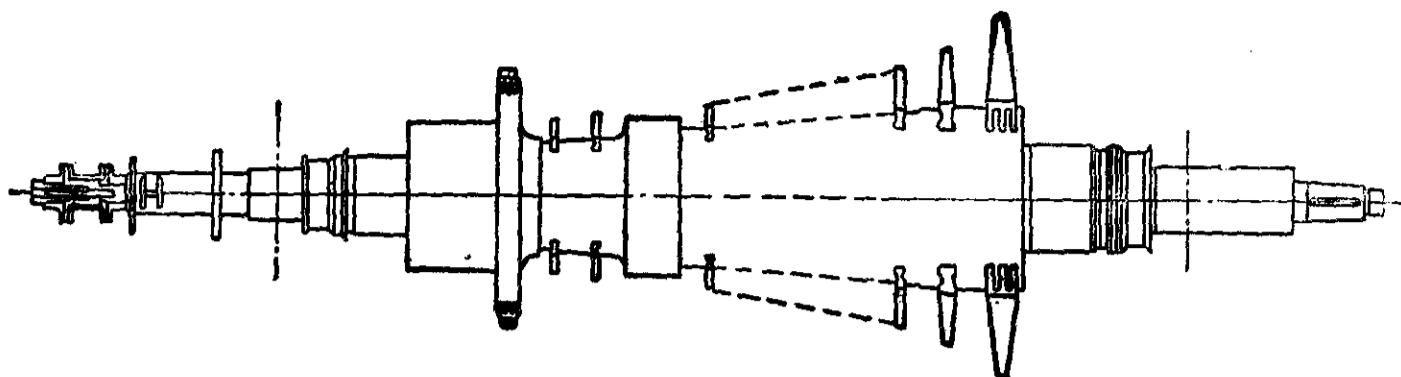


图 1.3 反动式工业汽轮机转子 (杭州汽轮机厂制造)

不论冲动式或者反动式汽轮机转子,其主要零部件除转子轴本体外,尚有叶片和联轴器,一般还有危急保安器等。其中叶片数量甚多,例如反动式汽轮机转子的叶片,最多可达3000只左右。

离心压缩机转子的结构,相对于工业汽轮机转子有较大的差别。由于离心压缩机的叶轮结构比较复杂,与轴整体加工十分困难,所以至今离心压缩机转子始终是装配式的,但是叶轮的轮体与轮盖的接合已由铆接改为焊接。离心压缩机是从叶轮中部进气的,这样转轴的直径就受到进气口的限制,所以离心压缩机转子一般说来都是柔度较大。图1.4为低压的离心压缩机转子,图1.5为高压的离心压缩机转子。高压的转子一般叶轮较小,级数也少,因此转子刚性显得大些。

实践表明,不论工业汽轮机转子,或是离心压缩机转子,它们的运行平稳性与转子的动平衡品质有密切关系。所以近代在汽轮机与压缩机转子的商品验收中,都把转子动平衡品质列入主要验收项目之中。相应地,世界各国也制订了不少转子动平衡品质评定标准,如最早出现的西德VDI 2060和日本JIS B0905标准等。国际标准化组织也制订了不少有关标准,如ISO 1925,ISO 1940,ISO5406和ISO 5343。另外,国际商业上通用的工业汽轮机标准API 611与API 612以及离心压缩机标准API 617中也都有转子动平衡品质的验收条款。正因为如此,近年来动平衡技术也大大地发展了,成为转子动力学中重要的学科。

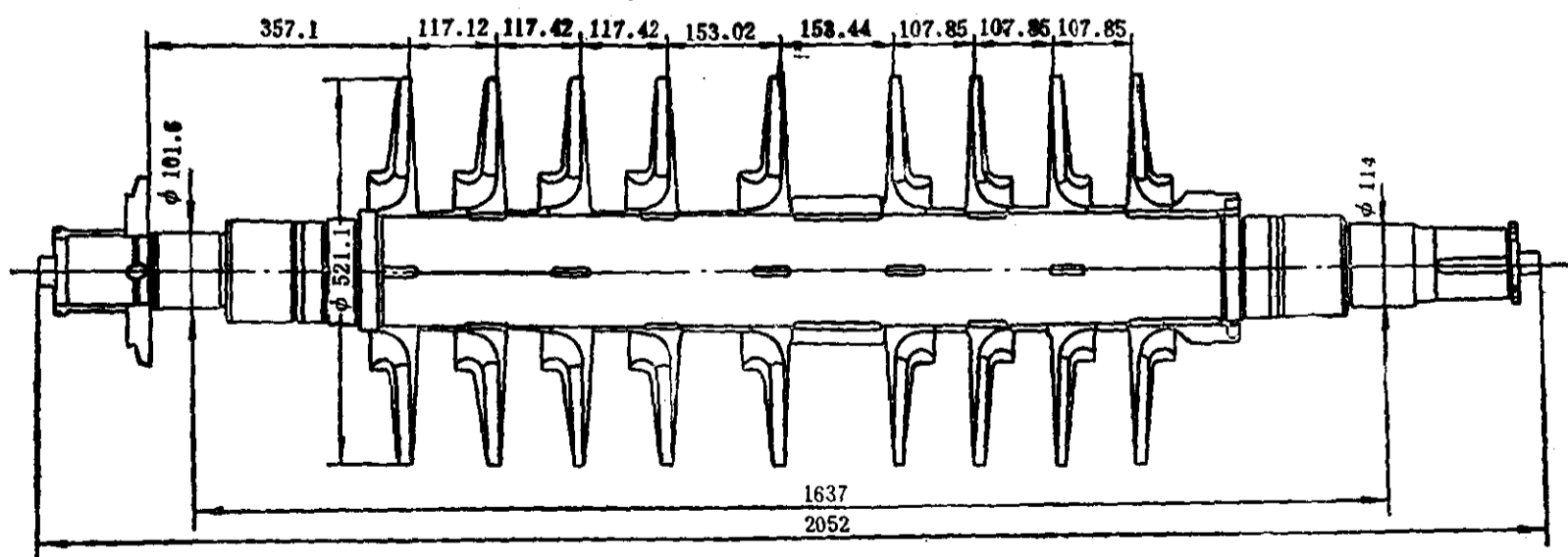


图 1.4 低压离心压气机转子

## 1.2 转子中不平衡量的来源和表示方法

一个转子在设计上一般都使它相对于旋转轴线是轴对称的。但是由于工艺上的一系列因素,最后装配完毕的转子总是不能做到动力上的完全轴对称,也就是存在一定的不平衡量,



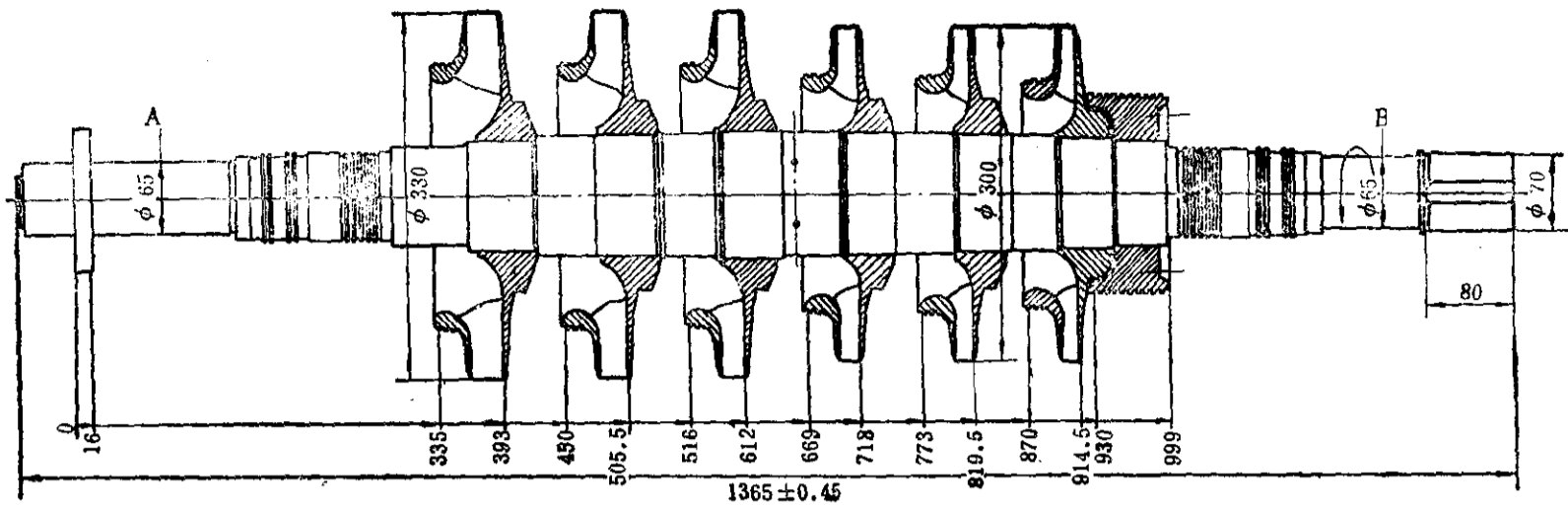


图 1.5 高压离心压气机转子

这种不平衡量通常称之为原始不平衡量。造成原始不平衡量的因素主要有：

- 转子材质的不均匀性；
- 联轴器的不平衡；
- 键槽不对称引起的不平衡；
- 转子加工中总是会产生一些圆度偏差和偏心等。

对于汽轮机转子尚有各个叶片（特别是扭叶片）之间的差别，叶片锁口及末叶片的不对称等不平衡因素。

对于压缩机转子尚有叶轮的不平衡量，这可说是压缩机转子中不平衡量的主要成分。

所有这些因素造成的不平衡量都属于随机性质的，无法用计算得到，因此总要通过重力试验（静平衡）和旋转试验（动平衡）来测定和校正，使它降低到允许的程度。

如果把一个转子分割成厚度为 $\Delta z$ 的圆片（见图1.6），则每个圆片都存在一定的不平衡量。假定大小为 $G$ 的不平衡质量存在于半径为 $r$ 、圆周参考角度为 $\alpha$ 的地方（见图1.7），那么它所产生的离心力为

$$F = Gr\Omega^2,$$

式中 $\Omega$ 为旋转角速度。可见离心力 $F$ 随 $\Omega$ 的平方而增大。所以我们将 $G$ 和 $r$ 的乘积称为不平衡量，一般表示为

$$|U| = Gr \text{ (或简写 } U = Gr) \quad (1.1)$$

单位通常为 $g \cdot mm$ ，则

$$F = |U|\Omega^2 \text{ (或简写 } F = U\Omega^2) \quad (1.2)$$

因此离心力 $F$ 与不平衡量 $|U|$ 是成比例的，也就是线性关系。

不平衡量是有方向的，属于矢量，工程上通常表示为

$$U = |U| \angle \alpha \quad (1.3)$$

例如 $U = 120 \angle 60^\circ g \cdot mm$ ，表明不平衡量大小为 $120 g \cdot mm$ ，位于方向参考角为 $60^\circ$ 的位置。此属极坐标表示，也可以用直角分量来表示：

$$U_x = |U| \cos \alpha, \quad U_y = |U| \sin \alpha \quad (1.4)$$

在理论分析中还常用复数表示为

$$U = U_x + jU_y, \quad (1.5)$$

将式(1.4)代入上式，再利用欧拉公式可得

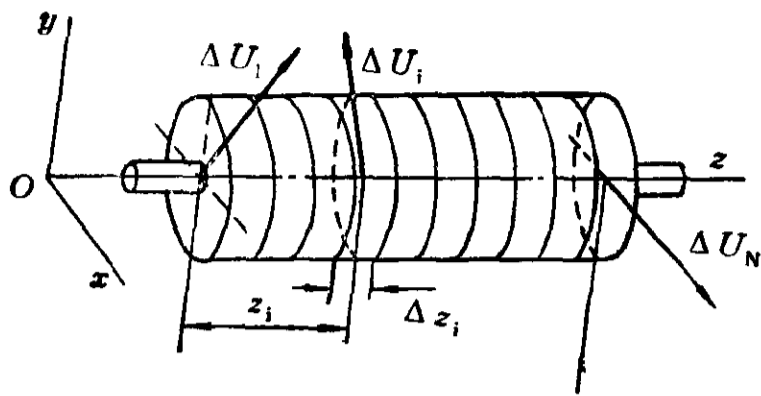


图 1.6 一个转子的不平衡量

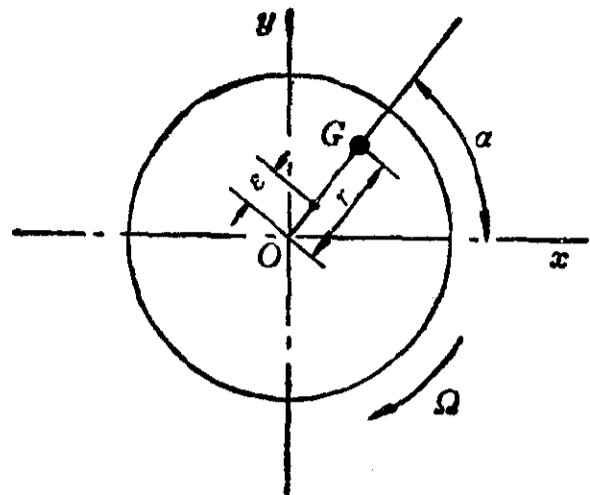


图 1.7 一个圆片的不平衡量

$$U = |U| e^{j\alpha} \quad (1.6)$$

由于每个圆片的不平衡量大小和方向各不相同（见图1.6），所以一根转子各圆片的不平衡量是轴线坐标的函数。如果假设不平衡量在轴线上的分布函数为 $u(z)$ ，则各个圆片上的不平衡量可表示为

$$\Delta U_i = u(z_i) \Delta z_i$$

式中 $u(z_i)$ 为 $u(z)$ 在坐标 $z_i$ 上的值， $\Delta z_i$ 为第 $i$ 圆片的厚度。当圆片趋近于无穷小时，上式可表示为

$$dU = u(z) dz$$

不平衡量分布函数 $u(z)$ 是一随机的空间曲线，见图1.8。试验中测量到的总是效果上相同的不平衡当量。不平衡分布函数也可表示为直角分量：

$$u(z) = u_x(z) + j u_y(z) \quad (1.7)$$

同理也可表示为

$$u(z) = |u(z)| e^{j\alpha(z)} \quad (1.8)$$

式中

$$|u(z)| = \sqrt{[u_x(z)]^2 + [u_y(z)]^2}$$

$$\alpha(z) = \arctg[u_y(z)/u_x(z)]$$

不论转子的原始不平衡量，还是平衡校正后所允许的剩余不平衡量，都与转子质量有关系。为了排除转子质量的因素，常常用不平衡偏心距分布函数来表示不平衡状态：

$$\varepsilon(z) = \frac{u(z)}{m(z)} \quad \left( \text{或} \quad \varepsilon(z) = \frac{u(z)}{M} \right) \quad (1.9)$$

式中 $m(z)$ 为转子质量分布函数， $M$ 为转子总质量。 $\varepsilon(z)$ 的直角分量为

$$\varepsilon_x(z) = \frac{u_x(z)}{m(z)} \quad \left( \text{或} \quad \varepsilon_x(z) = \frac{u_x(z)}{M} \right)$$

$$\varepsilon_y(z) = \frac{u_y(z)}{m(z)} \quad \left( \text{或} \quad \varepsilon_y(z) = \frac{u_y(z)}{M} \right)$$

同理有

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_x(z) + j\varepsilon_y(z) \quad (1.10)$$

$$\varepsilon(z) = |\varepsilon(z)| e^{j\alpha(z)} \quad (1.11)$$

式中

$$|\varepsilon(z)| = \sqrt{[\varepsilon_x(z)]^2 + [\varepsilon_y(z)]^2}$$

$$\alpha(z) = \arctg[\varepsilon_y(z)/\varepsilon_x(z)]$$

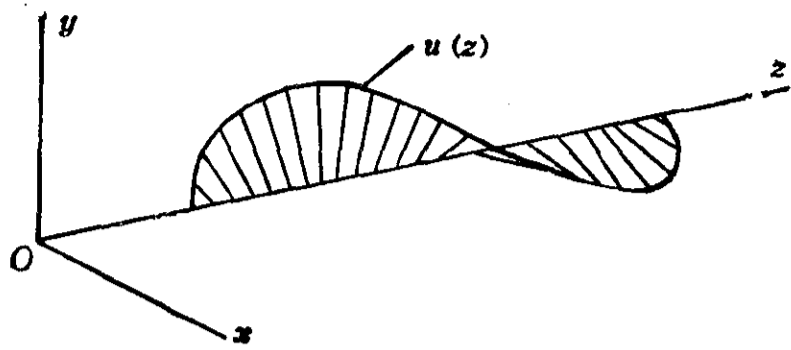


图 1.8 不平衡量分布函数

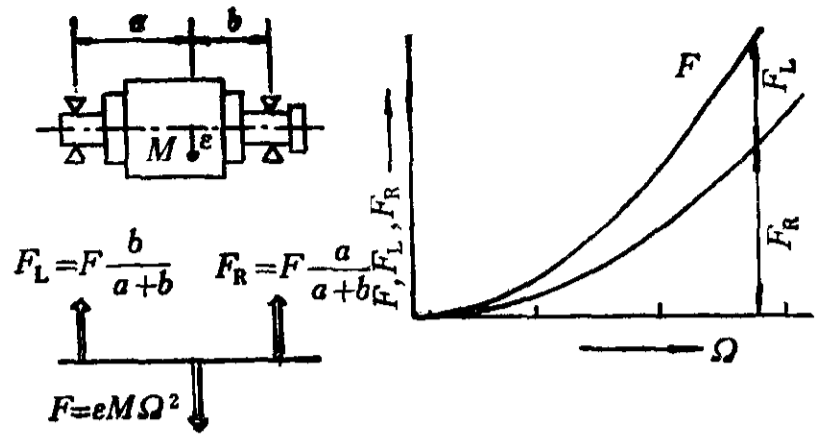


图 1.9 不平衡激发的刚性转子中离心力和支反力

由此可得

$$u(z) = m(z) |e(z)| e^{i\alpha(z)} \quad (\text{或 } u(z) = M |e(z)| e^{i\alpha(z)}) \quad (1.12)$$

关于不平衡量的单位，在高速旋转机械中都用  $g \cdot mm$ ，在中速或低速的旋转机械中常用  $g \cdot cm$  或  $kg \cdot cm$ ，而在质量大而转速又很低的转子中有时也用  $kg \cdot m$ 。

### 1.3 不平衡量所激发的转子振动

为了后面章节叙述上的需要，本节先用一个十分简单的模型，对刚性支承上转子的情况作一扼要的分析<sup>[3]</sup>。首先观察转子也是刚性的情况，也就是转子是弯曲刚性的，即旋转中转子没有弯曲变形。如果转子质量为  $M$ ，不平衡偏心距为  $e$ ，见图 1.9。那么在旋转中它的离心力，以及支反力都是角速度  $\Omega$  的二次函数。

如果转子具有弹性，那情况就不同了。不平衡的离心力必然要引起转子的弯曲，见图 1.10。当然，弯曲增大到一定程度，不平衡离心力就与弯曲弹性恢复力处于平衡，这时就有

$$c\rho_w = F = (\rho_w + e) M \Omega^2$$

整理后可得轴的弯曲动挠度为

$$\rho_w = e \frac{(\Omega/\omega)^2}{1 - (\Omega/\omega)^2} \quad (1.13)$$

式中  $\omega = \sqrt{c/M}$ ，就是转子的固有圆频率； $c$  为轴的刚度； $M$  为轮盘的质量。这里假定轴只有弹性而没有质量。

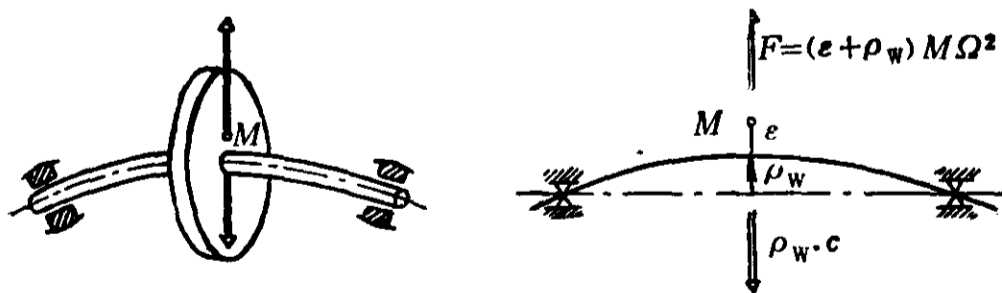


图 1.10 弹性转子中的力平衡

由公式 (1.13) 可见，当  $\Omega < 0.5\omega$  时，轴的弯曲动挠度仍可看成正比于转速的平方，因为  $\rho$  尚小。轴承力也近似为角速度  $\Omega$  的二次函数。这个情况与前述的弯曲刚性转子是相仿的。

但是当  $\Omega = \omega$  时，轴的弯曲和轴承力都趋于无穷大，此时称为转子的临界转速。而当  $\Omega \gg \omega$  时，轴的弯曲就趋近于轮盘的不平衡偏心距  $-e$ ，也就是轮盘重心趋近于旋转轴线了，此现象称为自对中现象，见图 1.11。

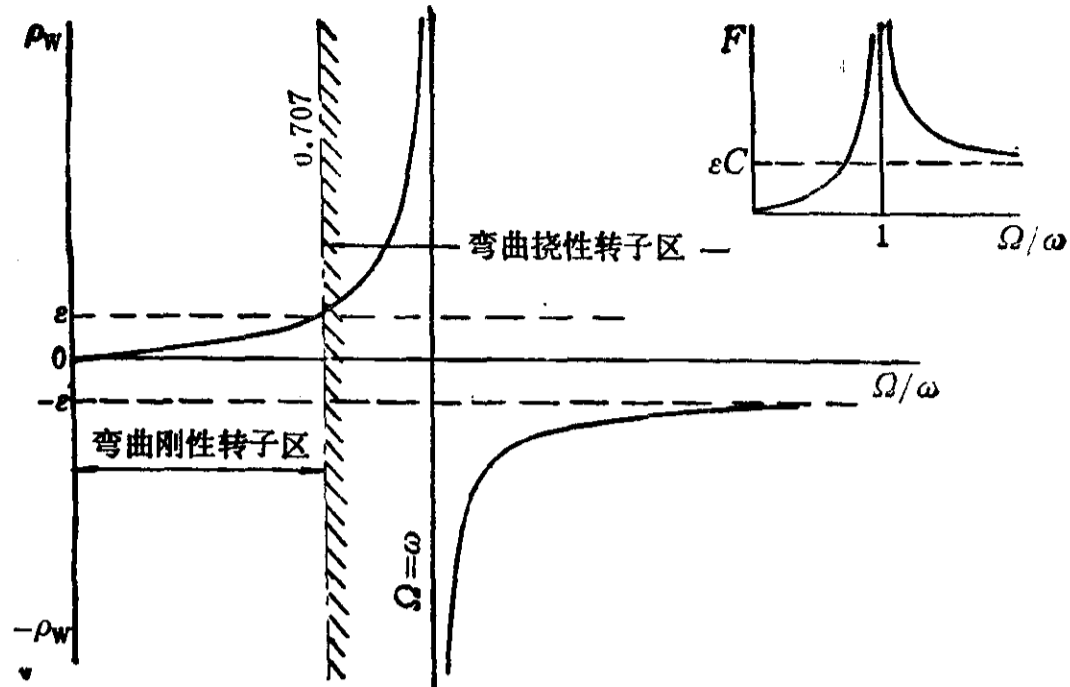


图 1.11 弹性转子的动挠度与轴承力

当 $\Omega/\omega = \sqrt{1/2}$ 时，动挠度恰恰等于轮盘的不平衡偏心距 $\varepsilon$ ，这时两个轴承力之和为 $c\varepsilon$ 。工程上通常以此为界限，工作角速度 $\Omega < 0.707\omega$ 的转子称为弯曲刚性转子，简称刚性转子，而工作角速度 $\Omega > 0.707\omega$ 的转子称为弯曲挠性转子，简称挠性转子，参见图1.11。

从上述分析可以得到一个结论：不论刚性或挠性转子，如果转子上不存在不平衡偏心距 $\varepsilon$ ，那么转子在旋转中就不会产生轴承力和轴的弯曲动挠度，即弯曲振动。这就启示了，转子是否能够通过良好的动平衡，使转子不论在远离临界转速、或靠近临界转速、或通过临界转速、甚至停留在临界转速上而平稳地运转呢？还有，良好的动平衡的评价指标是什么？如何才能达到良好的动平衡？这一系列问题就是本书所要讨论和介绍的。

## 第二章 刚性转子的动平衡

### 2.1 刚性转子定义及其不平衡量

关于刚性转子的概念在ISO 1925中有下述定义:

“凡可在两个(任选)校正平面上进行校正,并且校正后在任意转速直至最高工作转速它的不平衡量不会明显超过平衡允差(相对于轴线),其中转子运行条件近于最后支承系统的条件,这样的转子可认为是刚性转子”。这说明刚性转子具有如下特点:如果转子在平衡机上的支承情况与在工作运转时的支承情况相差不大,转子只需在平衡转速(没有严格规定,一般为工作转速的20%左右)上用二个(任选的)校正面平衡校正后就能平稳地运转在工作转速上。

这个定义实质上是以转子在工作转速范围内及升速过程中是否出现不允许的转子弯曲变形,从而造成超过动平衡允许误差的不平衡量为界限来区分的。这在学术上是有道理的。但是从工程上来说,这个定义就暴露了一些缺点。例如对于新设计的转子,制造前用上述定义较难判别转子是否属于刚性。这样就很难确定转子是否需要进行高速动平衡,也很难进行校正面的安排。在实际转子上校正面往往不能任意选择,那么是否能把两个校正面的转子都归属于刚性转子呢?因此上述定义在实用上有些为难之处。

我国机械工业部颁布的JB 3330—83“汽轮机刚性转子动平衡标准”中,为了实用方便起见,对于刚性转子的定义是在上述定义后增加了下列说明:

“就汽轮机转子而言,刚性转子最高连续运行转速一般应小于转子-轴承系统第一弯曲临界转速的70%”。

这个补充说明采纳了工程上通用的概念,其70%是取自前一章的0.707,见图1·11。

总的说来,刚性转子在运转中是可以把转子本身的弯曲忽略不计的,即其旋转轴线可看成空间固定的直线。不平衡量是基本上不随转速而变化的,是转子内在的不均衡状态的表示。

#### 2.1.1 不平衡量的种类

转子的不平衡量分布函数 $u(z)$ 是随机的,但是对于刚性转子,不论国际标准中,或是我国标准中,都是从效果上把它分成四种类型。

##### 1. 静不平衡量 $U$ 。

静不平衡是中心主惯性轴仅平行偏离于轴线的不平衡状态。静不平衡量可由一个矢量来表示,并且通过转子的重心 $G$ ,见图2·1。表示符号为 $U$ ,单位通常为 $g \cdot mm$ 。它所产生的轴承力为

$$\begin{aligned} \text{左轴承 } F_L &= \frac{b}{(a+b)} U \cdot \Omega^2 \\ \text{右轴承 } F_R &= \frac{a}{(a+b)} U \cdot \Omega^2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

可见静不平衡量所引起的两个轴承力决定于转子重心的位置,只有当 $a=b$ 时,才可能有 $F_L=F_R$ 。这样,只有当两个支承的弹性刚度与两个轴承力成比例时,才会造成旋转轴的平

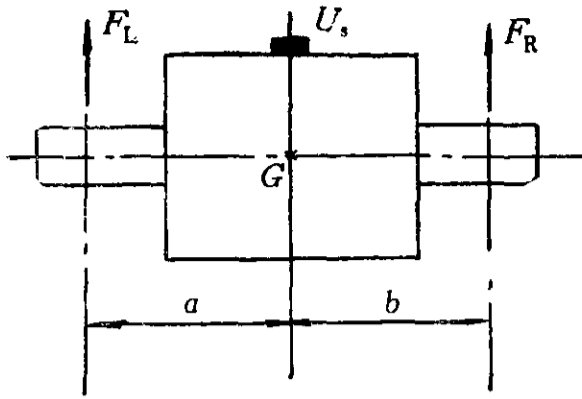


图 2.1 静不平衡量

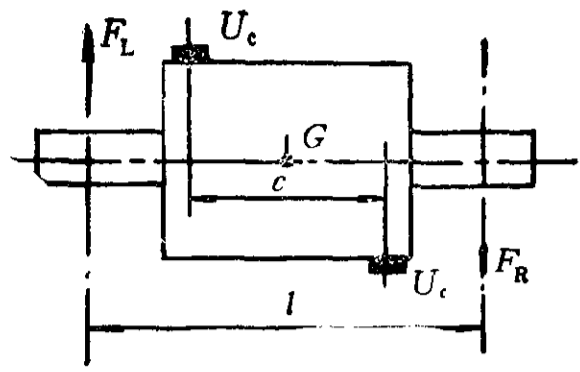


图 2.2 力偶不平衡量

动，否则就有一定的摇摆分量。

对于静不平衡量，转子的不平衡分布函数将满足下列条件：

$$\int_{-a}^b u(z) z dz = 0$$

则

$$\int_{-a}^b u(z) dz = U_s$$

由上可见，静不平衡量可以由重心平面上的一个校正量予以校正。

### 2. 力偶不平衡量 $U_m$

力偶不平衡是中心主惯性轴与轴线在重心  $G$  相交的不平衡状态。力偶不平衡量需由一对大小相同、方向相反的矢量来表示，见图 2.2。表示符号为  $U_m$ ，也可以为  $U_c \cdot c$ ，单位通常为  $g \cdot mm^2$ 。它所产生的轴承力为

$$\text{左轴承 } F_L = \frac{c}{l} U_c \Omega^2 \quad (2.2)$$

$$\text{右轴承 } F_R = -F_L$$

对于这种不平衡量所引起的旋转轴的运动也是与两个支承刚度有关。当支承刚度左右不同时，转子重心也会有一定的平动分量。

对于力偶不平衡量，转子的不平衡分布函数将满足下列条件：

$$\int_{-a}^b u(z) dz = 0$$

则

$$\int_{-a}^b u(z) z dz = U_m$$

这种不平衡量必须用二个校正平面上的大小相同、方向相反的一组校正量才能校正。

### 3. 准静不平衡量 $U_q$

准静不平衡是中心主惯性轴与轴线在重心  $G$  以外的某一点相交的不平衡状态。准静不平衡量在效果上可由一个静不平衡量  $U_s$  与一个力偶不平衡量  $U_m$  所合成，并且  $U_s$  与  $U_m$  是处于同一个轴向平面（包含轴线的平面）上的。因此它们可合成一个大小为  $U_q$  而不通过转子重心  $G$  的矢量，见图 2.3。用符号  $U_q$  来表示，它与重心所在平面的距离为

$$\delta = \frac{U_c}{U_q} \cdot c = \frac{U_m}{U_s} \quad (2.3)$$

它所产生的轴承力为

$$\text{左轴承 } F_L = \frac{(b + \delta)}{(a + b)} U_q \Omega^2$$

$$\text{右轴承 } F_R = \frac{(a - \delta)}{(a + b)} U_a \Omega^2$$

对于准静不平衡量，转子的不平衡分布函数将满足下列条件：

$$\int_{-(a-\delta)}^{(b+\delta)} u(z) z dz = 0$$

则

$$\int_{-a}^b u(z) dz = U_s = U_a$$

这种不平衡量也是可能用一个校正量予以校正的。

#### 4. 动不平衡量 $U_d$

动不平衡是中心主惯性轴与轴线既不平行又不相交的不平衡状态。动不平衡量在效果上也可由一个静不平衡量  $U_s$  和一个力偶不平衡量  $U_m$  所合成，但  $U_s$  与  $U_m$  并不处于同一个轴向平面上。所以它们不能合成一个矢量，见图2.4。用符号  $U_d$  来表示，它们所产生的轴承力  $F_L$  与  $F_R$  也不在一个轴向平面上。

显然这种不平衡量不可能用一个校正量予以校正。

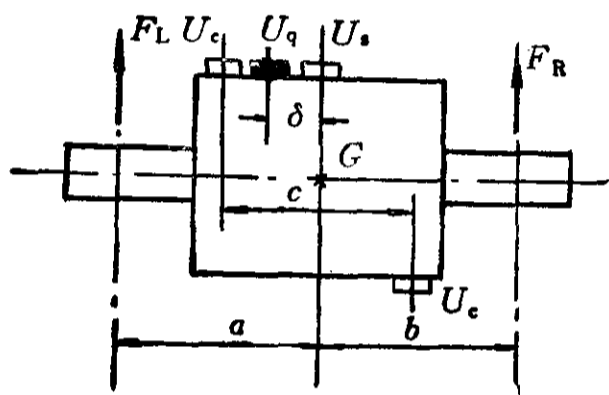


图 2.3 准静不平衡量

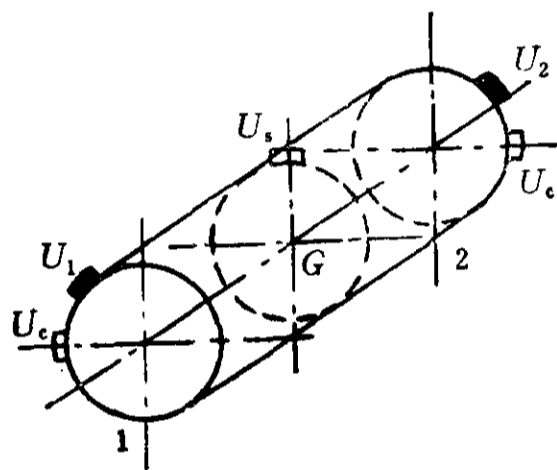


图 2.4 动不平衡量

上述四个类型的不平衡量中， $U_s$  与  $U_m$  是基本的，而  $U_a$  与  $U_d$  是派生的，可由  $U_s$  与  $U_m$  合成而得。但是  $U_d$  是最常见的，其他类型又可看成是它的特殊情况。所以工程上通常给出的都是在平面 1 与 2 上经过试验测量得到的（见图2.4），且效果上与  $u(z)$  相当的不平衡当量  $U_1$  与  $U_2$ 。

#### 2.1.2 不平衡量的表示方法

根据1.2节所述， $U_1$  与  $U_2$  可用两种表示方法。其一是极坐标表示，例如：

$$U_1 = 160 \angle 60^\circ \text{ g} \cdot \text{mm}$$

$$U_2 = 160 \angle 120^\circ \text{ g} \cdot \text{mm}$$

说明在平面 1 上存在不平衡量大小为  $160 \text{ g} \cdot \text{mm}$ ，参考角位为  $60^\circ$ ，而在平面 2 上存在的不平衡量大小也为  $160 \text{ g} \cdot \text{mm}$ ，但参考角位为  $120^\circ$ ，见图2.5左。

上述不平衡量用直角坐标表示（见图2.5右）时为

$$U_{1x} = 160 \cos 60^\circ = 80 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

$$U_{1y} = 160 \sin 60^\circ = 138.6 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

$$U_{2x} = 160 \cos 120^\circ = -80 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

$$U_{2y} = 160 \sin 120^\circ = 138.6 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

一个转子的总不平衡量，工程上都是用两个平面上不平衡量的模之和来表示，即

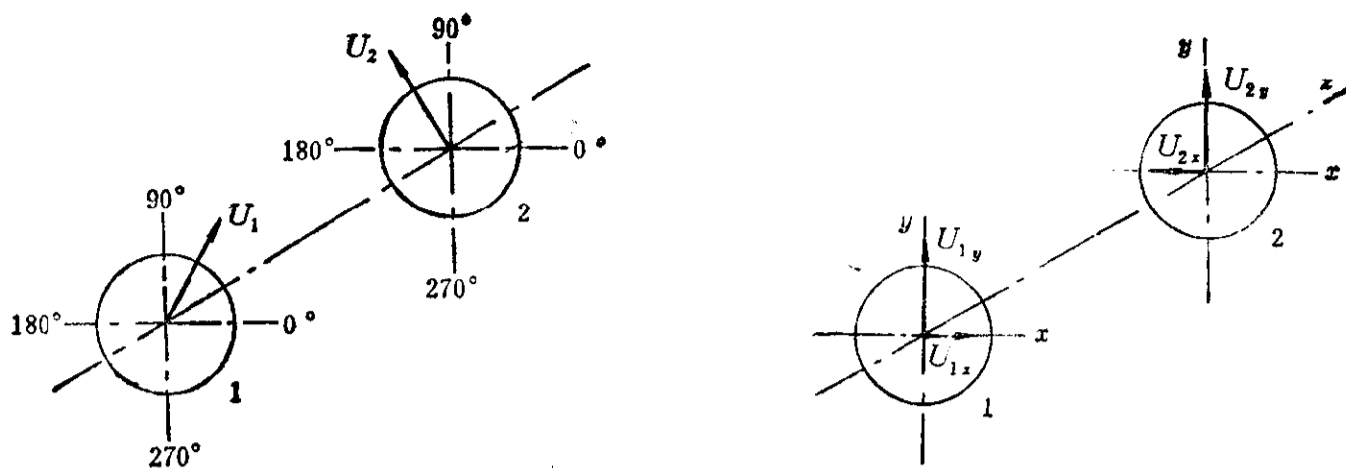


图 2.5 不平衡量的极坐标（左）与直角坐标（右）表示

$$U_0 = |U_1| + |U_2| \quad (2.5)$$

因此上例的总不平衡量为

$$U_0 = 160 + 160 = 320 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

为了排除转子质量的因素，工程上也用不平衡量除以转子质量后来表示：

$$\varepsilon = \frac{U_0}{M} \quad (2.6)$$

式中 $\varepsilon$ 称为不平衡度，单位通常用 $\mu\text{m}$ 。

上例中假设 $M = 100 \text{ kg}$ ，则

$$\varepsilon = \frac{320}{100} = 3.2 \mu\text{m}$$

当 $U_0$ 纯为 $U_1$ 的特殊情况中， $\varepsilon$ 的物理意义即为转子重心偏离旋转轴线的距离，故又称为不平衡偏心距。

## 2.2 不平衡量的校正

刚性转子上的不平衡的校正原理，从上节所介绍的四种类型及其特点可以推断，只需要两个校正平面就够了。只要试验系统灵敏度允许，试验转速不用很高就可以把这些不平衡量暴露出来，并加以校正。对此下面给予力学上的证明，然后对各种校正方式也作一些介绍。

### 2.2.1 校正的力学基础

一个转子的不平衡分布函数是空间的和随机的，按公式(1.7)有

$$u(z) = u_x(z) + ju_y(z)$$

这个分解也可用图来表示，见图2.6。 $u_x(z)$ 与 $u_y(z)$ 都是平面力系，为便于理解，对这两个力

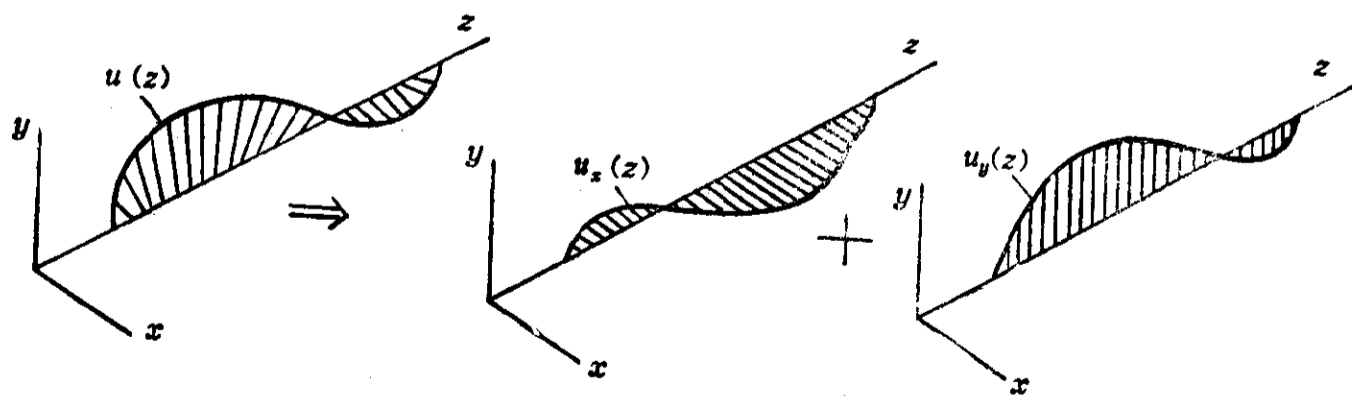


图 2.6 不平衡量分布函数的分解

系分别建立平衡方程：



$$\left. \begin{aligned} \int u_x(z) dz + \sum_{i=1}^N W_{xi} &= 0 \\ \int u_x(z) z dz + \sum_{i=1}^N W_{xi} z_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \int u_y(z) dz + \sum_{i=1}^N W_{yi} &= 0 \\ \int u_y(z) z dz + \sum_{i=1}^N W_{yi} z_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

式中 $W_{xi}$ 与 $W_{yi}$ 分别为 $x$ 向与 $y$ 向的校正量， $z_i$ 为校正量所在的轴向坐标， $N$ 为校正量个数，下标 $i$ 为校正量序号。这两组方程都只有 $N=2$ 时才有唯一解，所以为了平衡 $u_x(z)$ 与 $u_y(z)$ ，必需和只要有 $W_{x1}$ 、 $W_{x2}$ 、 $W_{y1}$ 与 $W_{y2}$ 四个校正量就足够了。只要安排 $W_{x1}$ 与 $W_{y1}$ 在同一轴截面上， $W_{x2}$ 与 $W_{y2}$ 也在同一轴截面上，它们就可以合并成两个校正量：

$$W_1 = W_{x1} + jW_{y1}$$

$$W_2 = W_{x2} + jW_{y2}$$

如果将方式(2.8)中二式都乘以 $j$ ，然后分别与方程(2.7)中二式相加，整理后即得

$$\left. \begin{aligned} \int u(z) dz + \sum_{i=1}^N W_i &= 0 \\ \int u(z) z dz + \sum_{i=1}^N W_i z_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

这就是刚性转子的动平衡方程，其第一式称力平衡方程，第二式称力偶平衡方程。从这组方程的可容性可知，只有 $N=2$ 时才有唯一解。由此可见，尽管 $u(z)$ 是随机的空间矢量，但也只要有二个校正量就够了，并且方程并未对校正量的轴向位置提出什么要求，这也是刚性转子定义的理论根据。

具体地说，如果 $u(z)$ 表现在平面1与2上的不平衡当量为 $U_1$ 与 $U_2$ ，那么在这两个平面上所需要的二个校正量 $W_1$ 与 $W_2$ 必须满足下列条件：

$$W_1 + U_1 = 0$$

$$W_2 + U_2 = 0$$

可见具体的平衡条件是十分简单的。

### 2.2.2 校正方式

上节已经证明了，对于刚性转子的任意不平衡量分布，只要有二个校正平面各加一个校正量就可以了。校正量可以是正的，也可以是负的，据此校正方式基本上分去重和加重

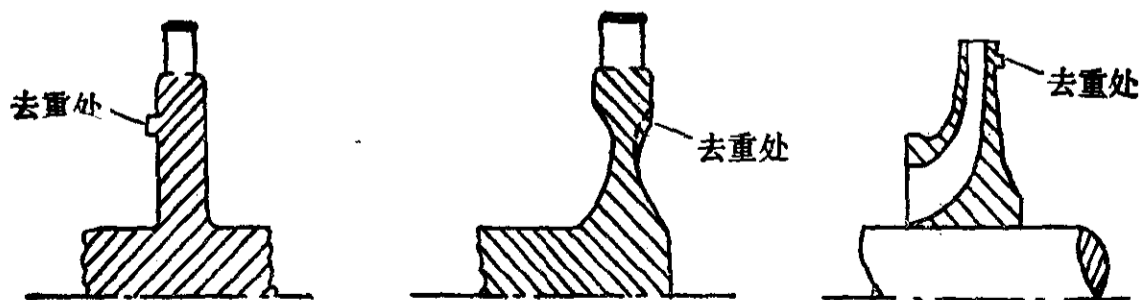


图 2.7 去重校正

两种。

早期去重方式用得较多，一般是在转子的叶轮上留有专用的去重金属，见图2·7。

近代汽轮机一般都改用加重方式，有平衡槽式，平衡螺钉式等，见图2·8。加重的优点

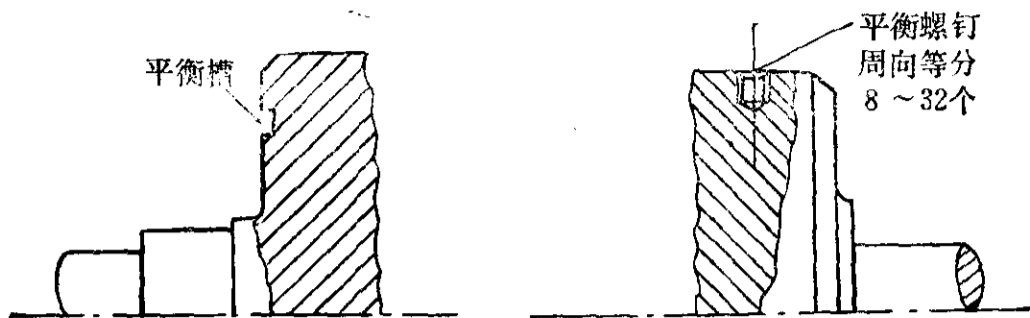


图 2·8 加重校正

首先是工艺方便，平衡合格后，把校正量紧固住就完了，并且在运转后修正也方便。而去重的工艺比较繁琐，平衡合格后，还须在加试重的对方逐步去重，直至合格。由于去下的重量很难核实，因此只能逐步逼近，工时耗费较大。所以我国的JB 3330—83标准中强调了使用加重方式。

在加重方式中，出于平衡工艺上的方便，有时用校正重对来代替单个的校正重，见图2·9。调整配重 $W'$ 与 $W''$ 的位置与相互间夹角就能达到调整校正量大小与角度的双重目的，使用中很方便。

### 2.3 刚性转子动平衡技术中的若干问题

刚性转子动平衡，只要试验系统的灵敏度足够，可取用较低的平衡转速（相对于工作转速而言），所以通常也称为低速动平衡。平衡转速只需取用一个，在此转速上转子的弯曲变形显然很小，不会影响其不平衡量的大小和分布，平衡过程中只是把力与力偶不平衡量降低到许可的范围内。

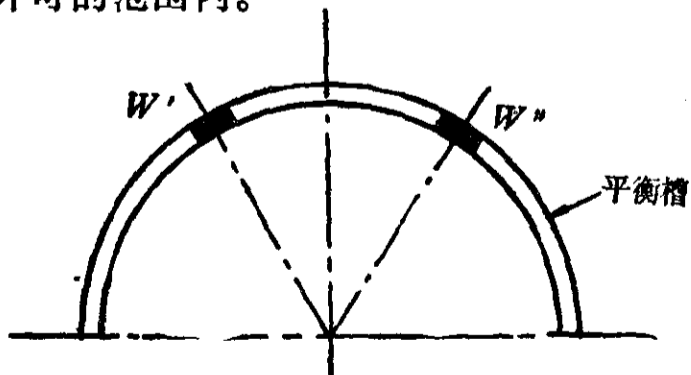


图 2·9 校正重对

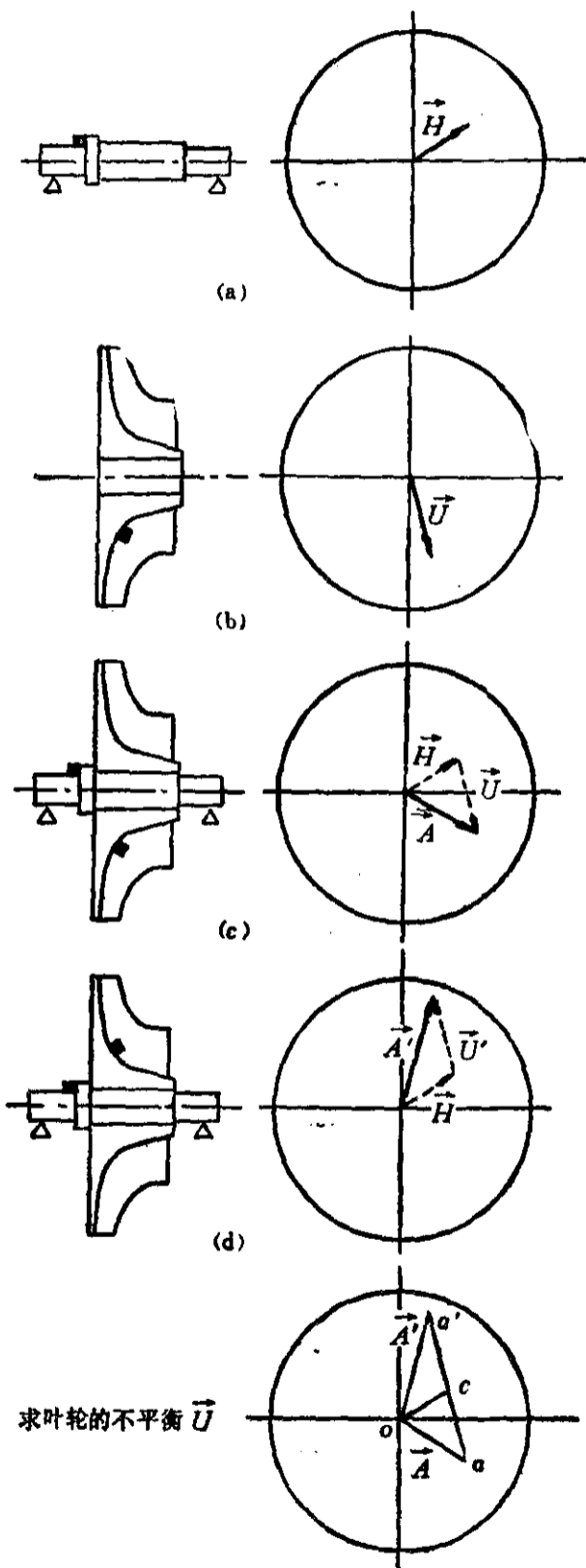


图 2·10 180°翻转法求零件不平衡量

- (a) 具有不平衡量 $H$ 的辅助轴；
- (b) 具有不平衡量 $U$ 的叶轮；
- (c) 叶轮装在辅助轴上所测到的不平衡量 $A$ ；
- (d) 叶轮在辅助轴上旋转180°后测得的不平衡量 $A'$ ；
- (e) 取 $aa'$ 线之中点 $c$ ，则 $oc$ 即为辅助轴之 $H$ ， $ac$ 或 $a'c$ 即为叶轮之不平衡量 $U$

五十年代前已有文献和书籍介绍了刚性转子的动平衡技术。近年来由于动平衡机的进步，测量仪已可自动进行平面分离，直接显示出两个平面上的不平衡量的大小和方向，所以目前已不再把刚性转子的动平衡技术作为一个题目来讨论或介绍，本节只是把尚需注意的几个问题作一说明。

(1) 对于停放时间较长的转子，为了保证测量数据的稳定，转子需在平衡转速上维持一定的时间后再进行测量。

(2) 转子上各个部件或零件的不平衡量应尽量在自身上给予平衡校正。这样做的目的，其一可以消除旋转时由不平衡量离心力与校正量离心力不在同一平面或同一轴上而引起内应力，其二可以降低高速时的振型不平衡量<sup>①</sup>。

具体地说来，对于汽轮机转子，各级叶片应尽量保持本级自身平衡，用合理的周向安排来降低各个叶片之间的差别所引起的不平衡量。对于压气机转子，各个叶轮应尽量保持自身平衡，为此叶轮在装上轴之前应进行良好的静平衡。同时可采用逐级平衡法，即每装上一级或二级叶轮平衡一次，校正只是在新装上的叶轮上进行。另外，不论什么转子，联轴器的不平衡量应在联轴器自身上给予校正。

(3) 转子上各个部件或零件应尽量安装在本转子轴上给予平衡校正。对于不得不籍助于辅助轴进行平衡的部件，例如联轴器整体，则应注意辅助轴带来的影响，并给予消除。消除辅助轴影响的最简单又可靠的方法是180度翻转法。

图2·10是180°翻转法的简介。利用零件在辅助轴上相差方位180°的二次装配，就能把辅助轴的不平衡量 $H$ 与零件的不平衡量 $U$ 分离开来。即使辅助轴具有偏心的情况下，这种方法也是有效的。

这种翻转法的原理也可用于测定平衡机驱动联轴器不平衡和对中偏心所带来的影响。

#### 2·4 对转子设计上的要求

一个转子的动平衡过程是否顺利，不仅与设备的完好程度和操作人员的熟练程度有密切关系，而且与转子在设计上的考虑和安排是否合理也有很大关系。为此在我国的“汽轮机刚性转子动平衡标准”中特别增补了下列对设计上的要求。

(1) 转子的原始不平衡量应控制在尽量小的范围内；转子上各方面的几何形状应尽量做到轴对称；对套装式转子，应规定各零部件尽量做到自我平衡，例如键槽与叶片锁口等尽量采用对称分布或成对配置；对套装的零部件，例如装好叶片的叶轮与整套联轴器等，应规定在装上转子之前进行良好的静平衡。对于长度大于300~400mm的扭叶片，装配时应规定其按静力矩大小合理布置。对于原始不平衡量难以控制的转轴，例如焊接转子和带有中心孔的转轴等，应单独先行不平衡量的测定，以使用装配在上面的零部件不平衡量来补偿一些，并且建议在转子重心附近增设一校正面。

(2) 转子的两个校正面之间距离应尽量大些，并应位于转子重心的两侧，总之应使转子在平衡时所需的校正量小些，也就是配重的效果大些。

(3) 不平衡量的校正方式最好采用螺钉校正或平衡槽加重，尽量不用砂轮磨削的去重方法。

(4) 对于单叶轮的转子，如果是悬臂式的，则一定要采用两个校正面；如果叶轮位于二支承之间，一般情况下允许使用一个校正面。

① 这将在第六章中详细介绍。

(5) 校正面上整周可加的校正量——设计总校正量可按下列公式估算:

$$U_{DC} = (0.4M^{1.1} - 0.42M + 9)10^3 \text{g} \cdot \text{mm} \quad (2.10)$$

式中 $M$ 为转子质量,单位为kg。此公式适用范围为100~100000kg的转子。套装转子应对计算结果酌量增加。

例 转子质量为1500kg,校正面设计为三个,设计校正量是平均分配,采用平衡槽加重,平衡槽中心半径都为250mm,求平衡槽截面积大小。

解 按公式(2.10)可得设计总校正量为

$$U_{DC} = [0.4(1500)^{1.1} - 0.42(1500) + 9]10^3 = 625695 \text{g} \cdot \text{mm}$$

则各校正面上的设计校正量为

$$U_i = \frac{1}{3} U_{DC} = 208565 \text{g} \cdot \text{mm}$$

设计校正质量应为

$$W_i = \frac{U_i}{R_i} = \frac{208565}{250} = 834.26 \text{g}$$

由此平衡槽截面积为

$$S_i = \frac{W_i}{2\pi R_i \gamma} = \frac{834.26}{2\pi \cdot 25 \cdot 7.8} = 0.68 \text{cm}^2$$

因此该转子平衡槽截面积不得小于 $0.68 \text{cm}^2$ 。

(6) 设计图纸或工艺文件上的标注,除了说明每一校正平面的最大允许剩余不平衡量的大小(或者给出转子质量、工作转速、平衡品级)外,如果需要时,还要包括如下说明:如转子在平衡机上的支承位置和轴承的型式,驱动端的安排,平衡转速,校正平面,配置校正质量的位置以及允许最大去重的尺寸等等。在某些情况下,还得说明做平衡时转子装配的完整程度(例如,是否包括主油泵或脉冲泵的轴,联轴器的波形节或辐轮和键等)。

## 第三章 刚性转子动平衡品质的评定

### 3.1 评定尺度

用什么尺度来衡量一个转子的平衡品质是十分重要的问题。因为一个转子经过动平衡后，不可能把不平衡量完全消除，只能把它降低到许可的程度。转子经平衡校正后剩下的不平衡量称为剩余不平衡量，它的许可值称为允许剩余不平衡量。那么采用什么样的标准来确定各种转子的允许剩余不平衡量呢？

从实践可以知道，一个转子的允许剩余不平衡量是与其自身的质量有关的。由此想到用不平衡度，但是对于不同的转速，不平衡度的允许值也是互不相同的。如果认为降低不平衡量是为了减小轴承力，那可从公式(1.2)得到总的轴承力  $F$  为

$$F = M\varepsilon\Omega^2$$

式中  $M$  为转子质量， $\varepsilon$  为不平衡度， $\Omega$  为角转速。可见轴承力与转速成平方关系。这样，问题就复杂了，因为各种轴承的承载能力也不相同。所以确定一个转子的允许剩余不平衡量不是那么容易。

早期工程上都是根据实践经验来对各个转子确定允许剩余不平衡量，但是这样不便于制订通用的合格标准。特别是今天已把动平衡品质作为转子的主要验收项目，这种方法难以为用户所接受。

在60年代初西德提出了下述准则：认为不论什么转子，当动平衡品质相同时，其轴承的单位动力承压应该相同，也就是用轴承的单位承压大小作为衡量动平衡品质的出发点。

按上述准则，如果两个转子动平衡品质相同，就有

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{M_1\varepsilon_1}{S_1} \Omega_1^2 = \frac{F_2}{S_2} = \frac{M_2\varepsilon_2}{S_2} \Omega_2^2 \quad (3.1)$$

式中  $S$  为轴承面积，下标1与2表示两个转子。假定两个转子几何相似，其几何比例为  $\nu$ ，则有

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \nu^2 S_2 \\ M_1 &= \nu^3 M_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

两个转子的材料认为是相同的，所以两个转子表面的允许线速度也应相同，即

$$R_1\Omega_1 = R_2\Omega_2$$

式中  $R_1$  与  $R_2$  分别为两个转子的半径，其比例显然为  $\nu$ ，因此有

$$\Omega_1 = \nu^{-1}\Omega_2 \quad (3.3)$$

将式(3.2)与(3.3)代入式(3.1)，可得

$$\varepsilon_1\Omega_1 = \varepsilon_2\Omega_2 \quad (3.4)$$

这个式子表明：同样的动平衡品质，其  $\varepsilon\Omega$  值应是相同的。由此可见，可以用  $\varepsilon\Omega$  值来作为动平衡品质的衡量尺度。这个观点和方法首先为西德工程师协会所采纳，并被应用到 VDI 2060 标准中去。继后又被国际标准化组织所采纳，国际标准 ISO 1940 基本上是参照 VDI 2060 而制定的。我国的 JB 3330—83 标准中也采用了这一衡量尺度。现今

$$S_v = \varepsilon\Omega \quad (3.5)$$

命名为不平衡烈度，单位通常用mm/s。

### 3.2 评定标准

在VDI 2060和ISO 1940中都是以 $S_u$ 值大小来划分动平衡品级的，而以 $100^{1/5}$ 作为级差因子，以 $S_u$ 值（单位为mm/s）作为级别标记，并冠以符号G（德文Gütestufen的冠字母）。

例如：

- G1级,  $S_u = 100^0 = 1\text{mm/s}$ ;
- G2.5级,  $S_u = 100^{1/5} \approx 2.5\text{mm/s}$ ;
- G6.3级,  $S_u = 100^{2/5} \approx 6.3\text{mm/s}$ ;
- G16级,  $S_u = 100^{3/5} \approx 16\text{mm/s}$ ;
- G40级,  $S_u = 100^{4/5} \approx 40\text{mm/s}$ ;
- G100级,  $S_u = 100^1 = 100\text{mm/s}$ 。

这样安排是便于记忆和使用，但有时会感到分级太粗。为此又把一个级差分成四个分级差，其分级差因子为 $10^{1/10}$ 。这样，G1级及G1级以下的分级为：

- G1级,  $S_u = 10^0 = 1\text{mm/s}$ ;
- G1.25级,  $S_u = 10^{1/10} \approx 1.25\text{mm/s}$ ;
- G1.6级,  $S_u = 10^{2/10} \approx 1.6\text{mm/s}$ ;
- G2级,  $S_u = 10^{3/10} \approx 2.0\text{mm/s}$ ;
- G2.5级,  $S_u = 10^{4/10} \approx 2.5\text{mm/s}$ ;
- G3.15级,  $S_u = 10^{5/10} \approx 3.45\text{mm/s}$ ;
- G4级,  $S_u = 10^{6/10} \approx 4.0\text{mm/s}$ ;
- G5级,  $S_u = 10^{7/10} \approx 5.0\text{mm/s}$ ;
- G6.3级,  $S_u = 10^{8/10} \approx 6.3\text{mm/s}$ ;
- G8级,  $S_u = 10^{9/10} \approx 8.0\text{mm/s}$ ;
- G10级,  $S_u = 10^1 = 10\text{mm/s}$ 。

表3.1为ISO 1940所推荐的各种转子类型适宜取用的动平衡品质。各动平衡品级在不同转速下所允许的不平衡度 $\varepsilon_{\text{PER}}$ 值可从图3.1查取，也可按下列公式计算：

$$\varepsilon_{\text{PER}} = \frac{S_u}{\Omega_0} \quad (3.6)$$

式中 $\Omega_0 = 2\pi n_0/60$ ， $n_0$ 为转子的最高工作转速，单位为r/min。

转子的允许剩余不平衡量可按下列式计算：

$$U_{\text{PER}} = \varepsilon_{\text{PER}} M \quad (3.7)$$

式中 $M$ 为转子质量。

在我国JB3330—83“汽轮机刚性转子动平衡标准”中规定汽轮机转子的动平衡品级为G2.5级，即

$$S_u \leq 2.5\text{mm/s}$$

将此值代入公式(3.6)，再将结果代入公式(3.7)，经转化后便得下式：

$$U_{\text{PER}} \leq 23900 \frac{M}{n}$$

式中 $M$ 为转子质量，单位为kg， $U_{\text{PER}}$ 相应的单位为g·mm，而 $n$ 为转速，单位应为r/min。这是比较简便的算式，便于工程上应用。对于G1级相应的允许剩余不平衡量可按 $M$

表 3.1 各种典型刚性转子的平衡品级<sup>[7]</sup>

品级 G	$S_u$ mm/s	转 子 种 类 举 例
G4000	4000	刚性安装的具有奇数气缸的低速船用柴油机曲轴传动装置
G1600	1600	刚性安装的大型二冲程发动机的曲轴传动装置
G630	630	刚性安装的大型四冲程发动机的曲轴传动装置 弹性安装的船用柴油机的曲轴传动装置
G250	250	刚性安装的高速四缸柴油机曲轴传动装置
G100	100	高速六缸或六缸以上柴油机曲轴传动装置 轿车、卡车、机车用(汽油或柴油)整体发动机
G40	40	车轮、轮圈、轮对、传动轴 弹性安装的高速六缸或六缸以上的四冲程(汽油或柴油)发动机的曲轴传动装置 轿车、卡车、机车用发动机曲轴传动装置
G16	16	具有特殊要求的传动轴(螺旋桨轴或卡登轴) 粉碎机和农业机械零件 轿车、卡车、机车用(汽油或柴油)发动机的零部件 具有特殊要求的六缸或六缸以上发动机的曲轴传动装置
G6.3	6.3	加工机械的部件或工装 船用主透平齿轮(商用), 套装式航空燃气透平转子 离心滚筒, 通风机, 飞轮, 泵叶轮 一般机械零件与机床零件 普通电机电枢, 无特殊要求的高速小电机电枢 特殊要求的发动机的零部件
G2.5	2.5	燃气和蒸汽轮机, 包括船用主透平(商用)的转子 透平发电机刚性转子, 透平压缩机和透平驱动泵的转子, 机床驱动机构 具有特殊要求的中型与大型电机电枢 高速的或具有特殊要求的低速的小电机电枢
G1	1	磁带记录仪与唱片传动机构 磨床传动机构 特殊要求的微电机电枢
G0.4	0.4	精密磨床的主轴、砂轮和电机电枢 陀螺仪

与  $n$  数值从图3.2上查取。

如果要求轴承动载荷不可超过轴承静负载的10%，那么可得刚性转子的允许最高转速为

$$n_{\max} = \frac{3g}{\pi S_u} = \frac{9364}{S_u} \quad (3.8)$$

这样就有：

对于G1级， $S_u=1\text{mm/s}$ ， $n_{\max}=9364\text{r/min}$ ；

对于G2.5级， $S_u=2.5\text{mm/s}$ ， $n_{\max}=3746\text{r/min}$ 。

因此对于3000r/min的转子一般可取用G2.5级，但对于较高转速的转子，动平衡品级应取高些。

上述这些说明，对于汽轮机与离心压缩机的刚性转子都是适用的。

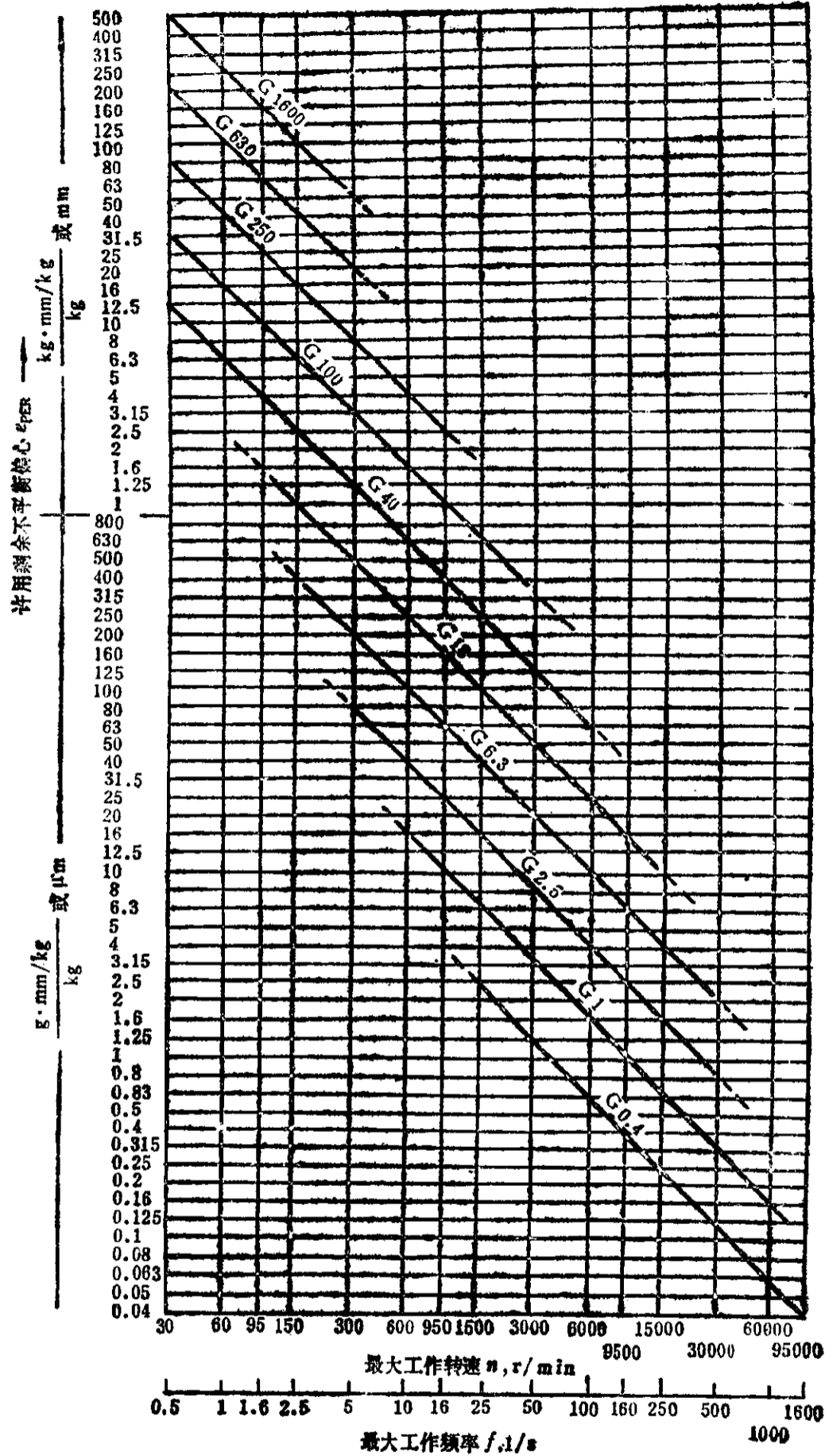


图 3.1 动平衡品级相应的允许剩余不平衡度

### 3.3 允许剩余不平衡量的分配

由上节公式(3·7)计算得的 $U_{\text{PER}}$ 是指整个转子而言的。对于单个校正面的转子,显然 $U_{\text{PER}}$ 就是校正面上的允许剩余不平衡量。但是大多数转子总是配有两个校正面,这时 $U_{\text{PER}}$ 就要分配到两个校正面上去。分配方法与转子结构有很大关系,下面将予详细介绍。但是不论什么方法,其最终的结果,即校正面1之允许剩余不平衡量 $U_{\text{P1}}$ 与校正面2之允许剩余不平衡量 $U_{\text{P2}}$ 之和必须小于或等于转子总的允许剩余不平衡量 $U_{\text{PER}}$ 。

#### 1. 分配方法 I



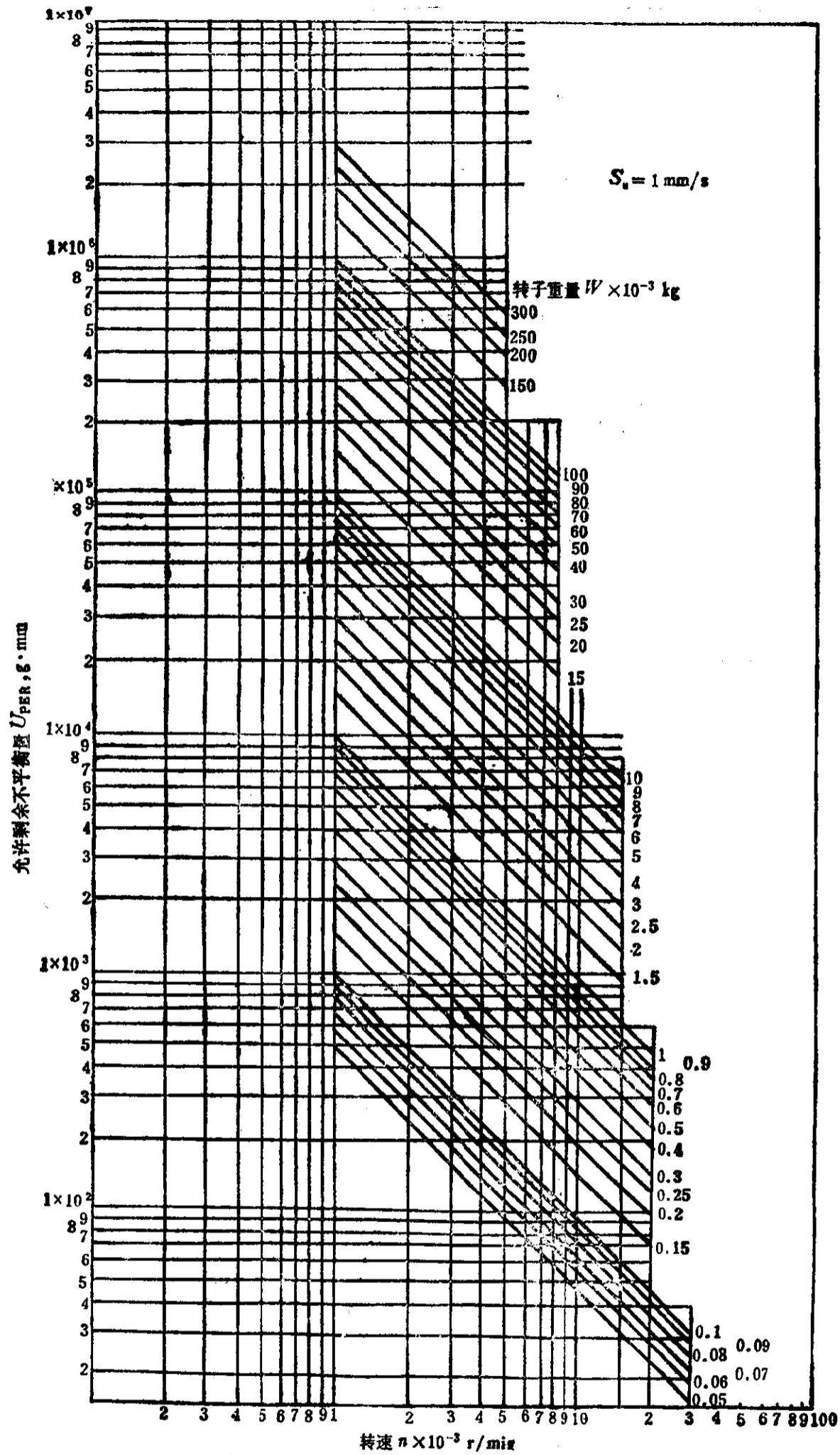


图 3·2 G1级相应的允许剩余不平衡量

这个方法在ISO 1940—73中已基本上作了介绍，它共有三项原则：

(1) 对于一般的转子，重心位于中间1/3跨度内的，且校正面距离轴承不远，与重心的距离基本相同。那么

$$U_{P1} = U_{P2} = \frac{U_{PER}}{2}$$

(2) 如果两个校正面与重心的距离差别较大, 则应按其比例分配, 但最大比例为0.7  $U_{PER}:0.3U_{PER}$ 。大者属于靠近重心的校正面。

(3) 跨距小于校正面间距的转子,  $U_{PER}$ 应予修正:

$$U'_{PER} = U_{PER} \frac{l}{(b-a)} \tag{3.9}$$

式中  $l$ 、 $a$  和  $b$  如图3.3所示。

例1 外伸式单级汽轮机压气机转子, 见图3.3。转子质量为370kg, 两个支承负载相差不多, 工作转速为8100r/min。  $l=800\text{mm}$ ,  $b=1100\text{mm}$ ,  $a=-300\text{mm}$ 。平衡品质要求G1级, 求两个校正面上允许的剩余不平衡量。

解 对于G1级,  $S_u=1\text{mm/s}$ , 则转子总允许剩余不平衡量为

$$\begin{aligned} U_{PER} &= \frac{S_u}{\Omega_0} M \\ &= \frac{1.60}{2\pi \cdot 8100} \cdot 370 \cdot 10^3 \\ &= 436\text{g} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

修正后为

$$U'_{PER} = U_{PER} \frac{l}{(b-a)}$$

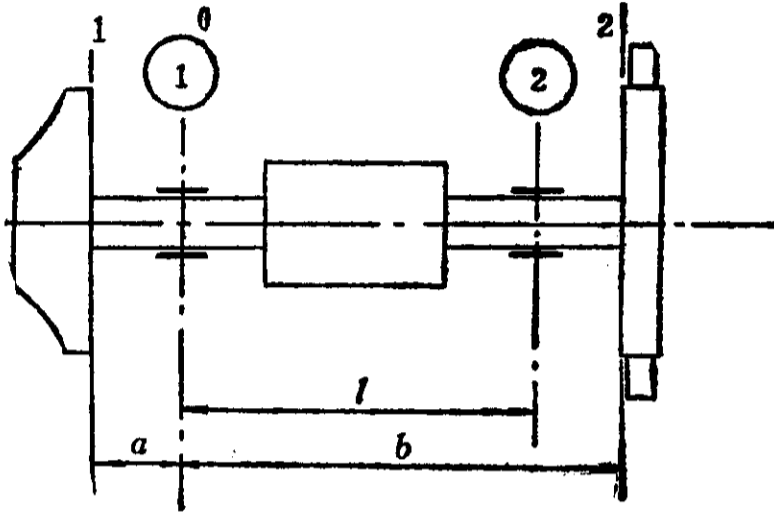


图 3.3 汽轮机压气机转子

$$= 436 \frac{800}{1100 - (-300)} = 249\text{g} \cdot \text{mm}$$

每个校正面的允许剩余不平衡量为

$$U_{P1} = U_{P2} = \frac{U'_{PER}}{2} = 125\text{g} \cdot \text{mm}$$

### 2. 分配方法 I

这个方法是ISO 1940第二版草案—81中提出的, 其指导思想是要求  $U_{P1}$  与  $U_{P2}$  所产生的轴承力不能超过  $U_{PER}$  位于重心上所产生的轴承力。因为ISO 1940—73中所规定的  $U_{PER}$  是指转子重心上的。这样可以得到如下结果。

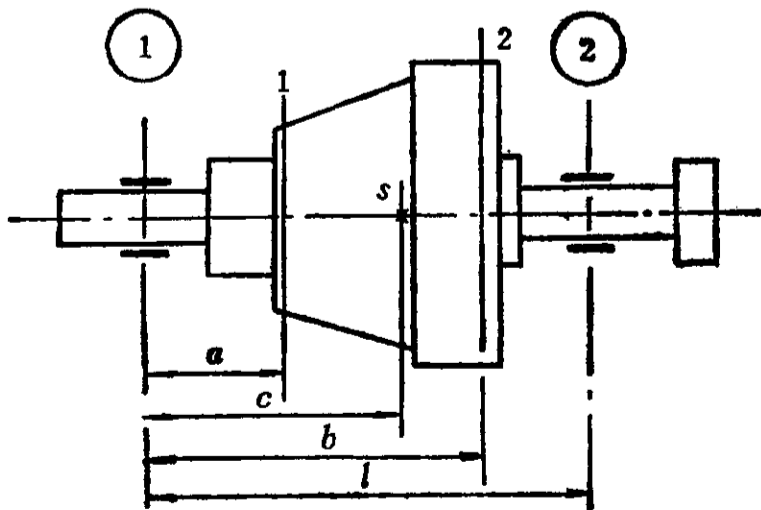


图 3.4 内重心转子

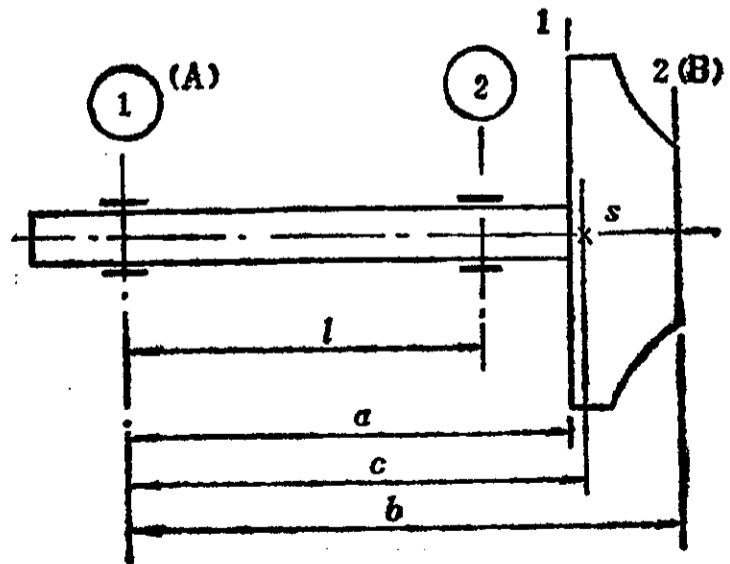


图 3.5 外重心转子之一

假定转子如图3·4与图3·5所示, 图中  $l$  为轴承之间距,  $a$  为校正面 1 的位置,  $b$  为校正面 2 的位置,  $c$  为重心的位置, 都以轴承①中心为零点计数。那么两个支承上由  $U_{\text{PER}}$  引起的轴承力为

$$F_1 = U_{\text{PER}} \frac{(l-c)}{l} \Omega^2 \quad (3.10)$$

$$F_2 = U_{\text{PER}} \frac{c}{l} \Omega^2 \quad (3.11)$$

由于  $c$  可能大于  $l$  或为负值, 所以  $F_1$  和  $F_2$  都可能是负值。这对实际结果没有影响。由  $U_{\text{P1}}$  与  $U_{\text{P2}}$  引起的轴承力为

$$f_1 = \left\{ U_{\text{P1}} \frac{(l-a)}{l} \pm U_{\text{P2}} \frac{(l-b)}{l} \right\} \Omega^2 \quad (3.12)$$

$$f_2 = \left\{ U_{\text{P1}} \frac{a}{l} \pm U_{\text{P2}} \frac{b}{l} \right\} \Omega^2 \quad (3.13)$$

式中正号表示  $U_{\text{P1}}$  与  $U_{\text{P2}}$  为同相位, 负号表示二者反相位, 这样把可能的最大值都包含了。

由于  $f_1 \leq F_1$  和  $f_2 \leq F_2$ , 则由式(3.10)~(3.13)可得

$$U_{\text{PER}} \frac{(l-c)}{l} = U_{\text{P1}} \frac{(l-a)}{l} \pm U_{\text{P2}} \frac{(l-b)}{l} \quad (3.14)$$

$$U_{\text{PER}} \frac{c}{l} = U_{\text{P1}} \frac{a}{l} \pm U_{\text{P2}} \frac{b}{l} \quad (3.15)$$

一般  $U_{\text{P1}}$  与  $U_{\text{P2}}$  是与转子质量分布有关, 如假定

$$U_{\text{P2}} = R U_{\text{P1}} \quad (3.16)$$

按比例律, 可有

$$R = \frac{(c-a)}{(b-c)} \quad (3.17)$$

显然, 当  $c$  接近  $a$  或  $b$  时,  $R$  值会接近零或很大的数值, 这是违反一般原则的, 所以这里规定取

$$0.4 \leq R \leq 2.5$$

将式(3.16)代入式(3.14)与(3.15)可解得

$$U_{\text{P1}} = U_{\text{PER}} \frac{(l-c)}{(l-a) \pm R(l-b)} \quad (3.18)$$

$$U_{\text{P1}} = U_{\text{PER}} \frac{c}{(a \pm Rb)} \quad (3.19)$$

为了避免  $c \approx l$  时  $U_{\text{P1}}$  趋近零的情况, 特将式(3.18)改成

$$U_{\text{P1}} = U_{\text{PER}} \frac{k}{(l-a) \pm R(l-b)} \quad (3.20)$$

式中  $k = (l-c)$ 。如果  $|l-c|/c < 0.33$ , 取  $k = 0.33c$ 。这样, 可取式(3.19)和(3.20)计算得的最小值作为可用的  $U_{\text{P1}}$ 。

用上述方法所得结果, 不论  $U_{\text{P1}}$  与  $U_{\text{P2}}$  是同相或反相, 结果总是下列三种情况之一:

$$(1) f_1 = F_1, f_2 < F_2$$

$$(2) f_1 < F_1, f_2 = F_2$$

(3) 如果  $R$  值取自式 (3·17), 而  $k$  是取用  $(l-c)$  的情况下, 则结果为  $f_1 = F_1, f_2 = F_2$ 。为了帮助理解这种分配方法, 下面举例说明。

**例2** 转子如图3·4所示, 转子质量  $M=160\text{kg}$ , 转速  $n=960\text{r/min}$ 。  $l=700\text{mm}$ ,  $c=480\text{mm}$ ,  $b=600\text{mm}$ ,  $a=200\text{mm}$ 。平衡品质为 G2.5级, 则  $U_{\text{PER}} \approx 4000\text{g}\cdot\text{mm}$ , 求  $U_{\text{P1}}$  与  $U_{\text{P2}}$ 。

**解** (1) 用方法 I:

$$\frac{(b-c) \cdot (c-a)}{(b-a) \cdot (b-a)} = \frac{120}{400} \cdot \frac{280}{400} = 0.3:0.7$$

$$U_{\text{P1}} = 0.3U_{\text{PER}} = 0.3 \cdot 4000 = 1200\text{g}\cdot\text{mm}$$

$$U_{\text{P2}} = 0.7U_{\text{PER}} = 0.7 \cdot 4000 = 2800\text{g}\cdot\text{mm}$$

(2) 用方法 II:

$$R = \frac{(c-a)}{(b-c)} = \frac{280}{120} = 2.33 < 2.5$$

$$\frac{|l-c|}{c} = \frac{220}{480} = 0.458 > 0.33$$

因此可按式 (3·18) 与 (3·19) 计算:

$$U_{\text{P1}} = 4000 \frac{(700-480)}{(700-200) + 2.33(700-600)} = 1200\text{g}\cdot\text{mm}$$

$$= 4000 \frac{(700-480)}{(700-200) - 2.33(700-600)} = 3000\text{g}\cdot\text{mm}$$

$$= 4000 \frac{480}{(200 + 2.33 \cdot 600)} = 1200\text{g}\cdot\text{mm}$$

$$= 4000 \frac{480}{(200 - 2.33 \cdot 600)} = -1600\text{g}\cdot\text{mm}$$

取  $U_{\text{P1}} = 1200\text{g}\cdot\text{mm}$ , 则

$$U_{\text{P2}} = RU_{\text{P1}} = 2800\text{g}\cdot\text{mm}$$

这个结果与方法 I 相同。

**例3** 转子如图3·5所示, 转子质量  $M=100\text{kg}$ , 转速  $n=1500\text{r/min}$ 。

$$l=500\text{mm}, c=630\text{mm}, b=800\text{mm}, a=560\text{mm}。$$

平衡品质为 G6.3级, 则  $U_{\text{PER}} \approx 4000\text{g}\cdot\text{mm}$ , 求  $U_{\text{P1}}$  和  $U_{\text{P2}}$ 。

**解** (1) 用方法 I:

$$\frac{(b-c) \cdot (c-a)}{(b-a) \cdot (b-a)} = \frac{170}{240} \cdot \frac{70}{240} = 0.71:0.29 > 0.7:0.3$$

$$U_{\text{P1}} = 0.7U_{\text{PER}} = 2800\text{g}\cdot\text{mm}$$

$$U_{\text{P2}} = 0.3U_{\text{PER}} = 1200\text{g}\cdot\text{mm}$$

(2) 用方法 II:

$$R = \frac{(c-a)}{(b-c)} = \frac{70}{170} = 0.41 > 0.4$$

$$\frac{|l-c|}{c} = \frac{130}{630} = 0.2 < 0.33, \text{ 取 } k = 0.33c = 210$$

所以应按式 (3·20) 与 (3·19) 计算:

$$U_{P1} = 4000 \frac{210}{(500 - 560) + 0.41(500 - 800)} = -4590 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$= 4000 \frac{210}{(500 - 560) - 0.41(500 - 800)} = 13300 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$= 4000 \frac{630}{(560 + 0.41 \cdot 800)} = 2840 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$= 4000 \frac{630}{(560 - 0.41 \cdot 800)} = 3620 \text{g} \cdot \text{mm}$$

取  $U_{P1} = 2840 \text{g} \cdot \text{mm}$ , 则

$$U_{P2} = R U_{P1} = 1160 \text{g} \cdot \text{mm}$$

这个结果与方法 I 相差不多。

例4 转子如图 3.6 所示, 转子质量  $M = 100 \text{kg}$ , 转速  $n = 1500 \text{r/min}$ ,  $l = 500 \text{mm}$ ,  $c = 630 \text{mm}$ ,  $b = 800 \text{mm}$ ,  $a = -70 \text{mm}$ 。平衡品质为 G 6.3 级, 则  $U_{\text{PER}} \approx 4000 \text{g} \cdot \text{mm}$ , 求  $U_{P1}$  和  $U_{P2}$ 。

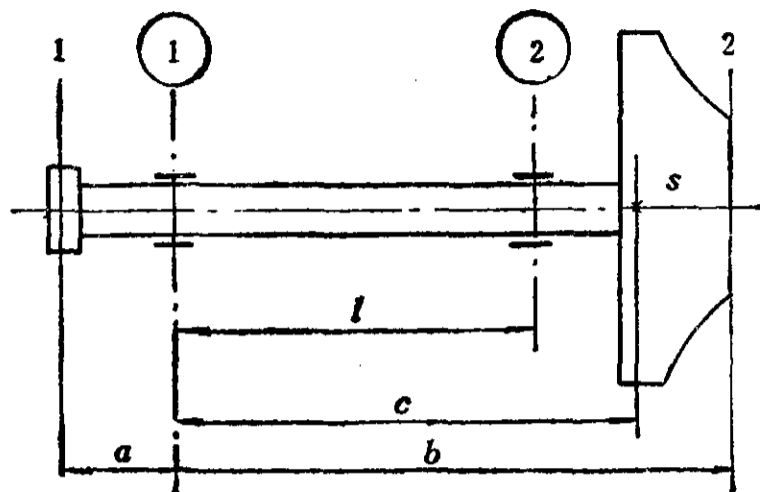


图 3.6 外重心转子之二

解 (1) 用方法 I:

$$U'_{\text{PER}} = U_{\text{PER}} \frac{l}{(b-a)} = 4000 \frac{500}{870} = 2300 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$\frac{(c-a)}{(b-a)} : \frac{(b-c)}{(b-a)} = \frac{700}{870} : \frac{170}{870} = 0.805 : 0.195 > 0.7 : 0.3$$

$$U_{P1} = 0.3 U'_{\text{PER}} = 690 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$U_{P2} = 0.7 U'_{\text{PER}} = 1610 \text{g} \cdot \text{mm}$$

(2) 用方法 II:

$$R = \frac{(c-a)}{(b-c)} = \frac{700}{170} = 4.12 > 2.5, \text{ 取 } R = 2.5$$

$$\frac{|c-l|}{c} = \frac{130}{630} = 0.206 < 0.33, \text{ 取 } k = 0.33 c = 210$$

应按式 (3.20) 与 (3.19) 计算:

$$U_{P1} = 4000 \frac{210}{(500 + 70) + 2.5(500 - 800)} = -4667 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$= 4000 \frac{210}{(500 + 70) - 2.5(500 - 800)} = 636 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$= 4000 \frac{630}{(-70 + 2.5 \cdot 800)} = 1307 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$= 4000 \frac{630}{(-70 - 2.5 \cdot 800)} = -1217 \text{g} \cdot \text{mm}$$

取  $U_{P1} = 636 \text{g} \cdot \text{mm}$ , 则

$$U_{P2} = R U_{P1} = 1590 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$U_{P1} + U_{P2} = 636 + 1590 = 2226 < 2300 \text{g} \cdot \text{mm}$$

比较例题3与4可见, 由于所取的校正平面位置不同, 对校正平面上的允许剩余不平衡量有很大影响。

### 3. 分配方法Ⅲ

这个方法是从方法Ⅰ按特殊情况改变而来, 它只用于图3·5所示的转子, 而且测量平面为(A)与(B), 其中只是校正面2与测量面(B)在一起, 而校正面1与测量面(A)相距很远。对于这种情况可按本方法进行分配。

先用方法Ⅰ来计算测量面(A)与(B)的允许剩余不平衡量 $U_{PA}$ 与 $U_{PB}$ , 显然其中 $a^*=0$ 。若以例3的数据来计算:

$$R^* = \frac{(c - a^*)}{(b - c)} = \frac{630}{170} = 3.7 > 2.5, \text{ 取 } R^* = 2.5$$

$$k = 0.33c = 210$$

$$U_{PA} = 4000 \frac{210}{(500 - 0) + 2.5(500 - 800)} = 3360 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

$$= 4000 \frac{210}{(500 - 0) - 2.5(500 - 800)} = 670 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

$$= 4000 \frac{630}{(0 \pm 2.5 - 800)} = \pm 1250 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

取 $U_{PA} = 670 \text{ g} \cdot \text{mm}$ , 则

$$U_{PB} = R^* U_{PA} = 1680 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

在平衡过程中用下列步骤来达到上列要求。

- (1) 将转子安装在动平衡机上, 测量轴承①平面与校正面2, 即平面(A)与平面(B)。
- (2) 记录相应于平面(A)与(B)的校正量 $W_A$ 与 $W_B$ 。
- (3) 用 $W_A \cdot b / (b - a)$ 放在校正面1上, 相位同 $W_A$ 。
- (4) 再测量和校正平面(B)上所指示的不平衡量, 并予以校正。

第(3)与(4)步也可采用下列方法:

- (3) 计算校正面1与2之校正量 $W_1$ 与 $W_2$ :

$$W_1 = W_A \frac{b}{(b - a)} \quad (\text{相位与 } W_A \text{ 相同})$$

$$W_2 = W_B + W_A \frac{a}{(b - a)} \quad (\text{用矢量相加})$$

- (4) 将 $W_1$ 与 $W_2$ 同时加到转子上, 并进行校核测量。

总之, 不论用哪种步骤, 必须保证平面A与B上的实际剩余不平衡量 $|U_{RA}|$ 与 $|U_{RB}|$ 要分别小于 $U_{PA}$ 与 $U_{PB}$ 。

上面所介绍的三种分配方法, 虽然理论上方法Ⅰ是较科学的, 但是对于一般的转子, 计算结果与方法Ⅰ相差也不大。所以在一般情况下, 用方法Ⅰ也足够了, 这种方法毕竟比较简单。

### 3.4 品质验收中的允许误差

转子不论在哪个设备上进行动平衡或校验, 误差总是存在的。造成误差的原因很多, 主要有三个方面:

- (1) 由转子平衡中旋转设备(联轴器、辅助轴、同步电机)引起;

(2) 由轴承安装, 轴承结构刚度, 油膜刚度和阻尼引起;

(3) 由测量系统和测量方法引起。

以上误差都可能由两部份误差组成, 其一是系统误差, 其二是随机误差。理论上虽如此, 但工程上是很难区分得开的, 总是采用较简单的处理方法。现假定:

$U_{Rj}$  为校正面  $j$  上的剩余不平衡量幅值, 它从几次重复测量中得到;

$\Delta U_j$  为剩余不平衡  $U_{Rj}$  之幅值误差, 它包含随机误差和系统误差的总和;

$U_{Pj}$  为校正面  $j$  的允许不平衡量幅值, 由平衡品级与转子情况算得, 与试验系统无关;

$U_{vj}$  为校正面  $j$  上实际存在的剩余不平衡量幅值。

因此, 正常情况中有下列关系:

$$|U_{Rj}| - |\Delta U_j| \leq |U_{vj}| \leq |U_{Rj}| + |\Delta U_j|$$

如果

$$|U_{Rj}| + |\Delta U_j| \leq |U_{Pj}|$$

成立 (见图 3·7), 那么平衡品质肯定是令人满意的。

如果平衡品质校验由用户另行指定的试验系统中进行。假定相应的量为:

$U'_{Rj}$ ——相应于  $U_{Rj}$ , 也为多次测量值;

$\Delta U'_j$ ——相应于  $\Delta U_j$ , 是  $U'_{Rj}$  之幅值误差。

由于  $\Delta U'_j \neq \Delta U_j$ , 结果就可能有三种情况, 见图 3·8。

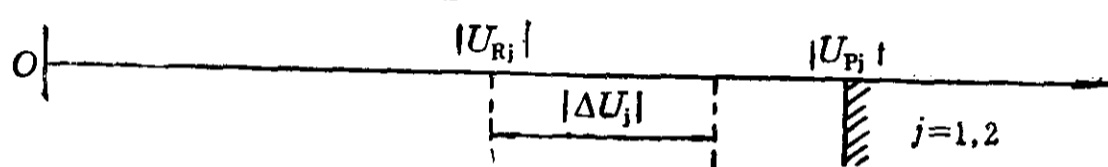


图 3·7 可接受的平衡品质示意

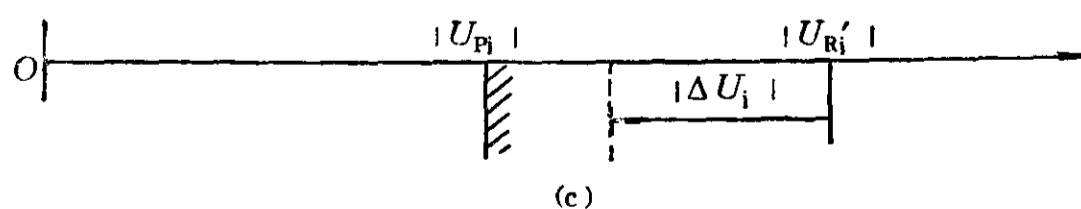
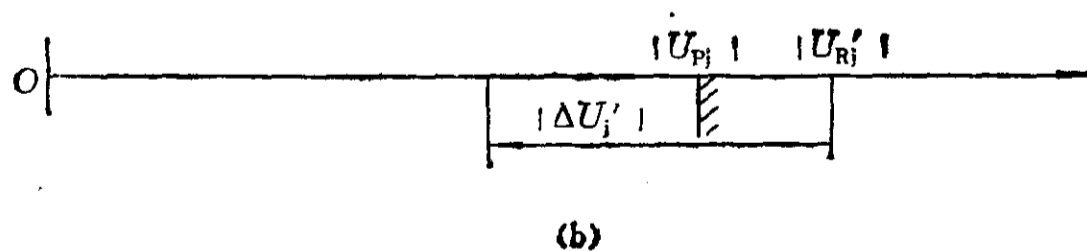
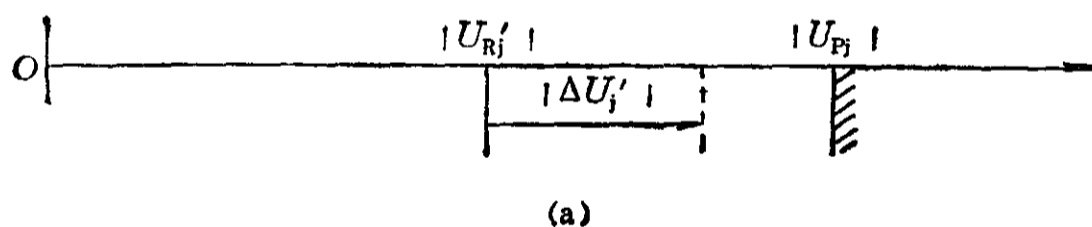


图 3·8 校验测量结果的三种可能示意

(a) 第一种情况, 平衡状态是满意的,  $|U'_{Rj}| + |\Delta U'_j| \leq |U_{Pj}|$

(b) 第二种情况, 平衡状态可能是满意的,  $|U'_{Rj}| - |\Delta U'_j| \leq |U_{Pj}|$

(c) 第三种情况, 平衡状态是不满意的,  $|U'_{Rj}| - |\Delta U'_j| > |U_{Pj}|$

如果 $\Delta U_i$ 与 $\Delta U'_i$ 都不知,那就采用较粗糙的允许误差 $\Delta U_P$ 。一般制造厂应满足于

$$|U_{Rj}| + |\Delta U_P| \leq |U_{Pj}|$$

但是用户应考虑到

$$|U_{Rj}| - |\Delta U_P| \leq |U_{Pj}|$$

$\Delta U_P$ 的数值在ISO 1940的新旧版本间差别较大,见表3·2。

表 3·2 动平衡品质之允许误差

平衡品级	ISO1940—73	ISO1940第二版草案—81
G2.5~G16	15%	10%
G1	30%	20%
G0.4	50%	30%



## 第四章 弹性支承上刚性转子的动力特性

### 4.1 运动微分方程及其解

第二、三章所讨论的问题中都假定了支承是刚性的。本章要讨论的是支承弹性对刚性转子动力特性的影响。为了简化起见，选择了单轮盘转子<sup>①</sup>作为研究对象<sup>(37)</sup>，并作了如下假设：

整个转子可看作一刚体；

支承弹性各向同性，即所谓等刚度支承，刚度为  $c$ ；

系统尼阻忽略不计；

不平衡量  $U$  集中在轮盘上。

转子的力学模型及其坐标参数见图4.1。沿转子轴向为  $z$  轴， $x-y$  平面平行于轮盘平面。沿  $z$  轴方向的位移被约束的。若参考点取在转子重心上，则转子运动微分方程可按照Timoshenko的原理建立<sup>(1,2)</sup>。

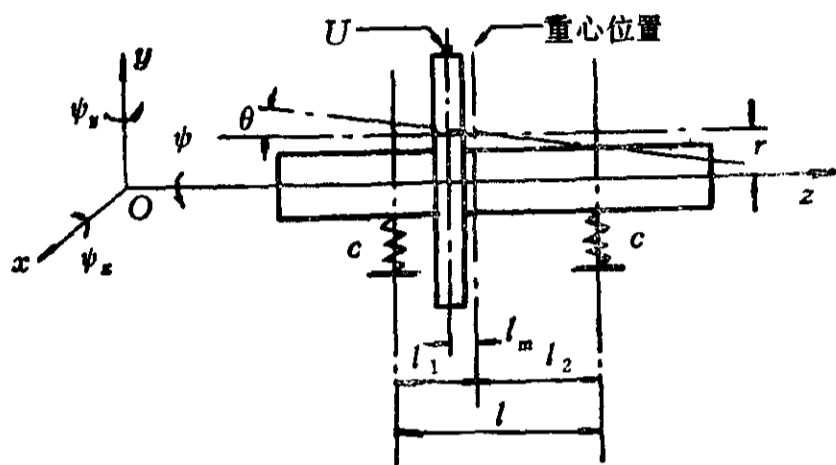


图 4.1 弹性支承上的刚性转子

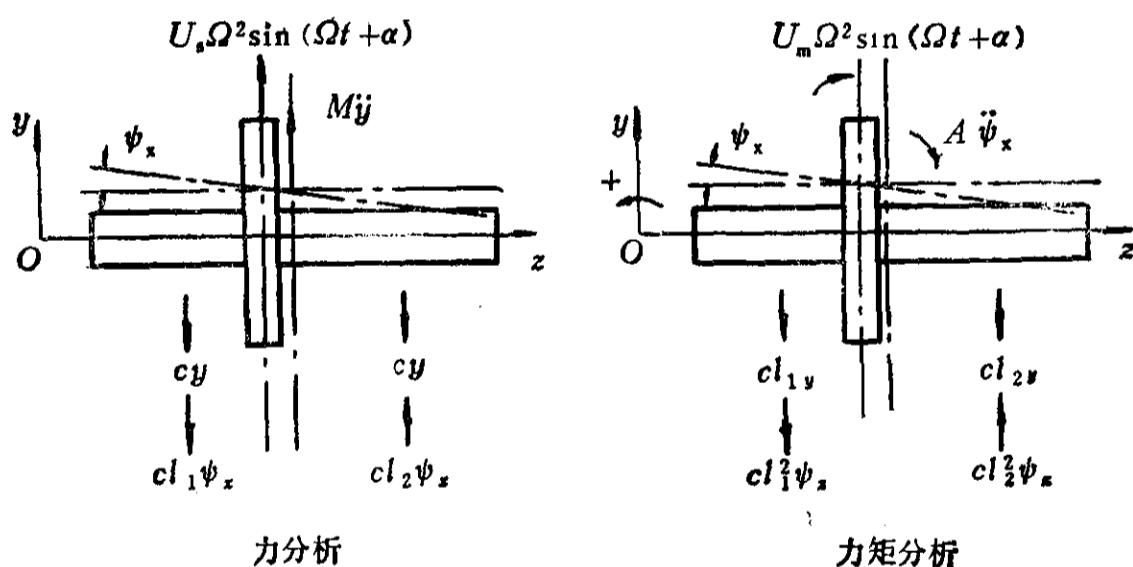


图 4.2  $y-z$ 平面的转子受力分析

在  $y-z$  平面上的受力分析见图4.2。根据牛顿定律有

$$M \ddot{y} = U_s \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha) - 2cy - cl_1 \psi_x + cl_2 \psi_x$$

$$- A \ddot{\psi}_x = -U_m \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha) + cl_1 y - cl_2 y + cl_1^2 \psi_x + cl_2^2 \psi_x$$

以上二式经移项后可表达如下：

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\psi}_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2c & -c(l_2 - l_1) \\ -c(l_2 - l_1) & c(l_1^2 + l_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \psi_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_s \\ U_m \end{bmatrix} \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha) \quad (4.1)$$

① 欧美称为LAVAL转子或JEFFCOTT转子。

式中 $M$ 为转子质量,  $A$ 为转子围绕通过重心的径向轴的转动惯量,  $U_s=U$ 为转子的静不平衡量,  $U_m=Ul_m$ 为转子的力偶不平衡量,  $l_m$ 为转子重心距轮盘中心的距离。

在 $x-z$ 平面上的受力分析见图4.3。

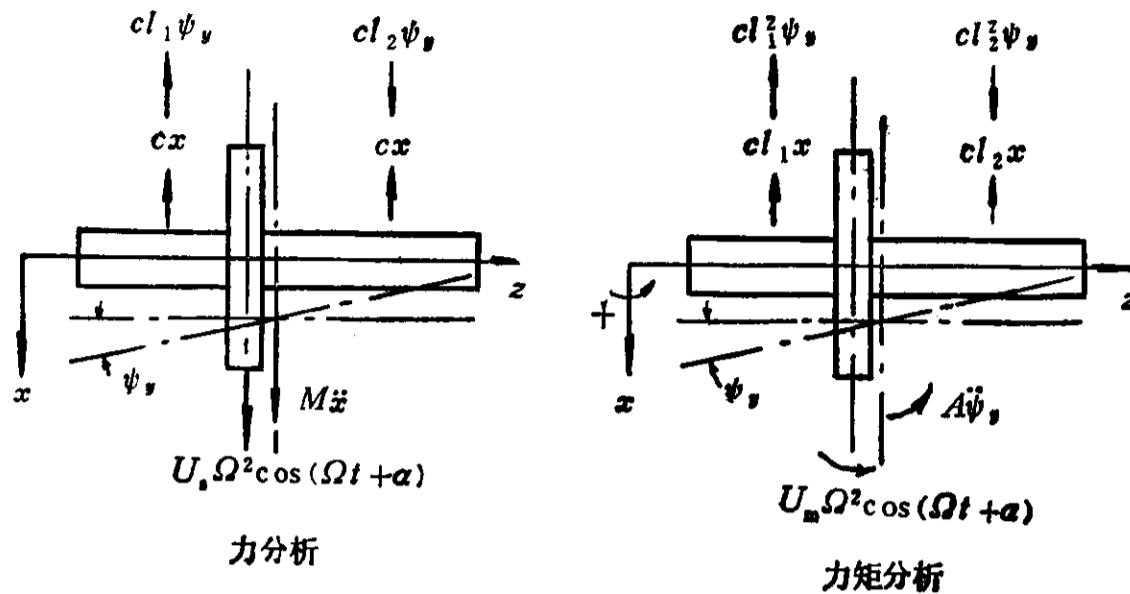


图 4.3  $x-z$ 平面的转子受力分析

同理可得

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= U_s \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha) - 2cx - cl_1\psi_y + cl_2\psi_y \\ A\ddot{\psi}_y &= U_m \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha) - cl_1x + cl_2x - cl_1^2\psi_y - cl_2^2\psi_y \end{aligned}$$

经过移项可表达如下:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\psi}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2c & -c(l_2 - l_1) \\ -c(l_2 - l_1) & c(l_2^2 + l_1^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \psi_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_s \\ U_m \end{bmatrix} \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha) \quad (4.2)$$

可见式(4.1)与(4.2)之系数矩阵是相同的,因此二式可以合并。式(4.2)乘以虚数 $j$ 后与式(4.2)相加。并令

$$\begin{aligned} r &= x + jy \\ \theta &= \psi_y + j\psi_x \end{aligned}$$

再利用欧拉公式

$$\cos\alpha + j\sin\alpha = e^{j\alpha}$$

可得转子运动复数微分方程为

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2c & -c(l_2 - l_1) \\ -c(l_2 - l_1) & c(l_2^2 + l_1^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_s \\ U_m \end{bmatrix} \Omega^2 e^{j(\Omega t + \alpha)} \quad (4.3)$$

这是一个具有弹性耦合项的微分方程。在解方程前,先对方程进行简化及无因次处理。方程(4.3)第一式除以 $M$ ,第二式除以 $A$ 后,再代入下列简化式:

$$\begin{aligned} \frac{2c}{M} &= \omega_r^2, \\ \frac{cl^2}{2A} &= \mu^2 \omega_r^2 \left( \mu = \frac{l}{2i}, l = l_1 + l_2, i = \sqrt{\frac{A}{M}} \right), \\ \frac{U_s}{M} &= \frac{U}{M} = \varepsilon, \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{U}_m}{A} = \frac{U l_m}{M_1^2} = \frac{\varepsilon}{l} \lambda \left( \lambda = \frac{l_m l}{i^2} \right);$$

$$\frac{l_1}{l} = \xi_1, \quad \frac{l_2}{l} = \xi_2, \quad \xi_2 - \xi_1 = \delta, \quad 2(\xi_2^2 + \xi_1^2) = \zeta^2.$$

方程 (4.3) 就转变为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_i^2 & -\frac{l}{2} \omega_i^2 \delta \\ -\frac{2}{l} \mu^2 \omega_i^2 \delta & \mu^2 \omega_i^2 \zeta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \frac{\varepsilon}{l} \lambda \end{bmatrix} \Omega^2 e^{i(\Omega t + \alpha)}$$

(4.4)

方程 (4.4) 的特征值 (即转子系统的固有圆频率) 可从它的齐次式求出, 为此对 齐次式代入下列式子:

$$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} e^{i\omega t}, \quad \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \omega^2 e^{i\omega t}$$

经整理可得频率方程为

$$\begin{vmatrix} \omega_i^2 - \omega^2 & -\frac{l}{2} \omega_i^2 \delta \\ -\frac{2}{l} \mu^2 \omega_i^2 \delta & \mu^2 \omega_i^2 \zeta^2 - \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

乘出此行列式, 可求得两个特征值为

$$\omega_{1,2} = \frac{\omega_i}{\sqrt{2}} \sqrt{(1 + \mu^2 \zeta^2) \mp \sqrt{(1 + \mu^2 \zeta^2)^2 - (2\mu)^2}} \quad (4.5a)$$

或

$$\omega_{1,2} = K_{1,2} \sqrt{\frac{c}{M}}, \quad K_{1,2} = \sqrt{(1 + \mu^2 \zeta^2) \mp \sqrt{(1 + \mu^2 \zeta^2)^2 - (2\mu)^2}} \quad (4.5b)$$

式中  $K_{1,2}$  为无因次系数, 它只与  $\mu$  和  $\zeta$  两个系数有关。

如果轮盘位于中间, 即  $\xi_1 = \xi_2 = 0.5$ ,  $\zeta = 1$ , 则两个特征根为

$$\left. \begin{aligned} \mu > 1: \quad \omega_1 = \omega_i, \quad \omega_2 = \mu \omega_i = \omega_\theta \\ \mu < 1: \quad \omega_1 = \mu \omega_i = \omega_\theta, \quad \omega_2 = \omega_i \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

对于不平衡响应可从方程 (4.4) 的非齐次式求出。为此可代入下列式子:

$$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} e^{i(\Omega t + \alpha)}, \quad \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \Omega^2 e^{i(\Omega t + \alpha)}$$

经整理后可得

$$\begin{bmatrix} \omega_i^2 - \Omega^2 & -\frac{l}{2} \omega_i^2 \delta \\ -\frac{2}{l} \mu^2 \omega_i^2 \delta & \mu^2 \omega_i^2 \zeta^2 - \Omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \Omega^2 \\ \frac{\varepsilon}{l} \lambda \Omega^2 \end{bmatrix}$$

由此按照克莱姆定律可解得方程的两个根为

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \varepsilon \frac{\eta_r^2 [(\mu^2 \xi^2 - \eta_r^2) + \lambda \delta / 2]}{(1 - \eta_r^2)(\mu^2 \xi^2 - \eta_r^2) - \mu^2 \delta} \\ \theta_0 &= \frac{\varepsilon}{l} \frac{\eta_r^2 [\lambda(1 - \eta_r^2) + 2\mu^2 \delta]}{(1 - \eta_r^2)(\mu^2 \xi^2 - \eta_r^2) - \mu^2 \delta} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

式中  $\eta_r = \Omega / \omega_r$ 。由于  $r_0$  与  $\theta_0$  的相位角都是  $\alpha$ ，所以左右支承处的轴振幅为二者叠加：

$$\left. \begin{aligned} \hat{r}_L &= r_0 + \theta_0 l_1 = B_L \varepsilon \\ \hat{r}_R &= r_0 - \theta_0 l_2 = B_R \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (4.8a)$$

式中  $B_L$  与  $B_R$  分别为左右支承处轴振动的共振放大因子：

$$\left. \begin{aligned} B_L &= \frac{\eta_r^2 [(\mu^2 \xi^2 - \eta_r^2) + \lambda \delta / 2 + \lambda(1 - \eta_r^2) \xi_1 + 2\mu^2 \delta \xi_1]}{(1 - \eta_r^2)(\mu^2 \xi^2 - \eta_r^2) - \mu^2 \delta^2} \\ B_R &= \frac{\eta_r^2 [(\mu^2 \xi^2 - \eta_r^2) + \lambda \delta / 2 - \lambda(1 - \eta_r^2) \xi_2 + 2\mu^2 \delta \xi_2]}{(1 - \eta_r^2)(\mu^2 \xi^2 - \eta_r^2) - \mu^2 \delta^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.8b)$$

### 4.2 重心对动力特性的影响

上节已得到了弹性支承上刚性转子的运动微分方程及其解。利用这些结果就可以研究重心对动力特性的影响。为此以实际产品转子为母体，选择了四个单轮盘的转子模型，几何尺寸见图4.4。其主要特征数据见表4.1。

根据表4.1中的参数先计算  $\xi_1$ 、 $\delta$ 、 $\xi$ 、 $\mu$  和  $\lambda$  五个无因次特征系数，结果见表4.2。

将表4.2中数据代入公式(4.5b)，并假定  $c = 100 \text{N}/\mu\text{m}$ ，即可算出四个模型转子的两个特征值，即临界转速值，见表4.3。

这些临界转速的振型曲线可以利用公式(4.8b)分别计算出左右支承处的轴振动共振放大因子而画出。因为转子是刚体，没有变形，所以振型曲线总是直线，即是  $B_L$  与  $B_R$  值的连接线。由于振型都是直线，所以这种临界转速被命名为弯曲刚性临界转速。计算结果见图

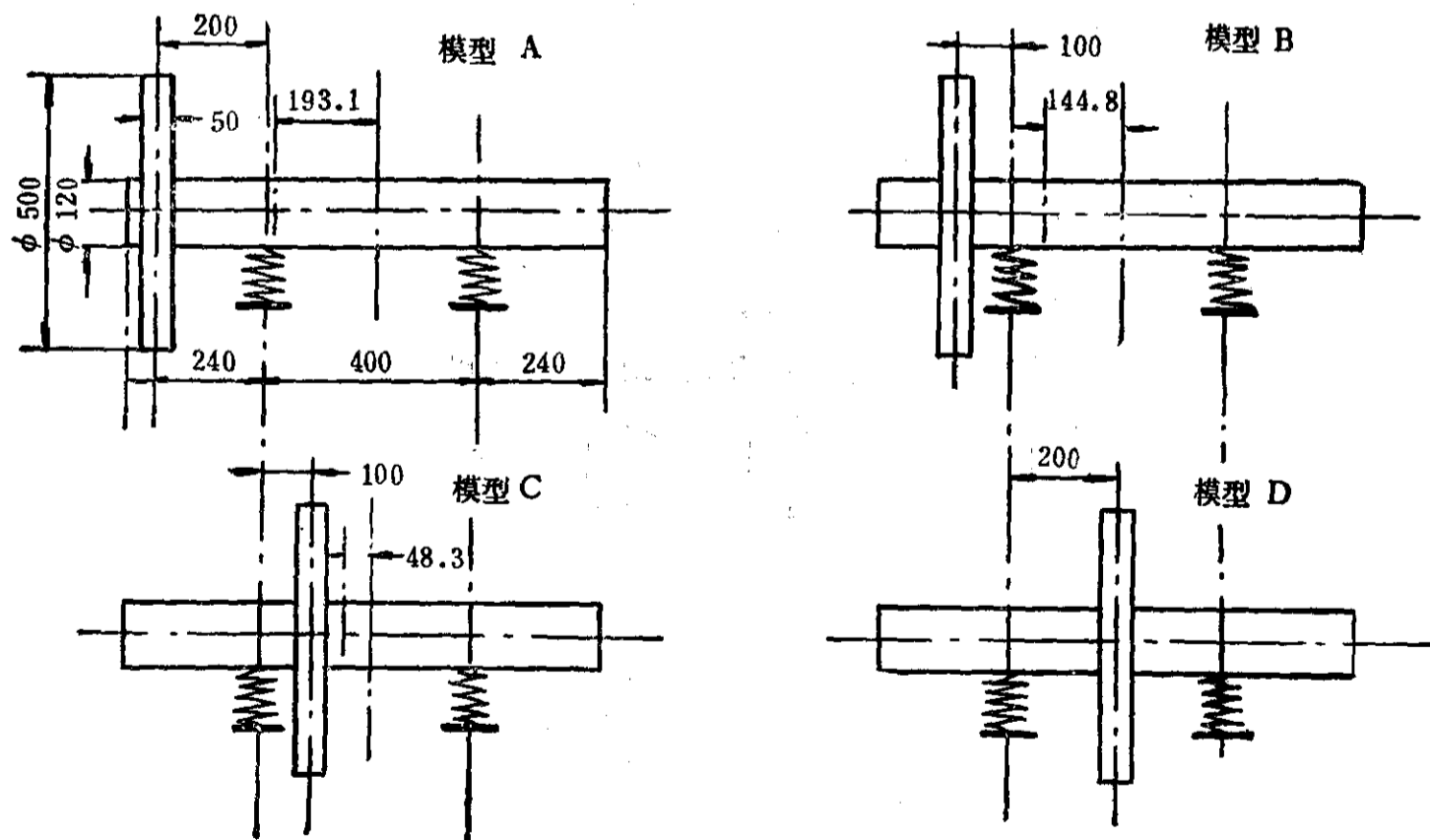


图 4.4 四个转子模型

表 4-1 模型转子的主要参数

	模型A	模型B	模型C	模型D
转子质量, kg	150	150	150	150
左支反力, N	1445.5	1268	913	735.5
右支反力, N	25.5	203	558	735.5
重心偏离 中心距离, mm	193.1	144.8	48.3	0
叶轮偏离 重心距离, mm	206.9	155.2	51.7	0
围绕重心 惯性半径, cm	27.077	23.638	18.945	18.272

表 4-2 模型转子的无因次特征系数

	模型A	模型B	模型C	模型D
$\xi_1$	0.01725	0.138	0.37925	0.5
$\delta$	0.9655	0.724	0.2415	0
$\zeta$	1.39	1.2346	1.02875	1.0
$\mu$	0.7385	0.8461	1.0557	1.0946
$\lambda$	1.1288	1.111	0.5762	0

表 4-3 模型转子的临界转速( $c=100\text{N}/\mu\text{m}$ )

	模型A	模型B	模型C	模型D
$n_1 = \frac{60}{2\pi} \omega_1, \text{r/min}$	6113.6	7170.8	9884.2	10918.8
$n_2 = \frac{60}{2\pi} \omega_2, \text{r/min}$	14404.9	14067.5	12733.6	11951.3

4.5, 其中左支承 $B_L$ 值用实线表示, 而右支承 $B_R$ 值用虚线表示。

从图4.5可以看出, 轮盘位置, 即转子重心对其动力特性影响很大。模型A与B的第一阶振型中左右支承的放大因子, 即振幅是反向的, 而第二阶振型中左右支承的振幅倒是同向的。如把反向振型称为“摇摆”、而同向振型称为“平动”。那么模型C与D的第一阶振型为“平动”, 而第二阶振型为“摇摆”。这是弹性支承上刚性转子的动力特性中的重要特点。

但是并非重心在中间的转子都是第一阶为“平动”振型。由式(4.6)可知, 若 $\mu < 1$ 时,  $\omega_0 < \omega_c$ 。  $\omega_c$ 是“平动”振型的圆频率, 而 $\omega_0$ 是“摇摆”振型的圆频率。所以 $\mu$ 小于1时, 第一阶振型是“摇摆”。

$\mu$ 小于1的物理意义, 即是转子“摇摆”的转动惯量较大, 例如图3.3所示的转子。因此对于这种转子特别要注意降低力偶不平衡量。

### 4.3 安全问题讨论

化工生产流程中所用的蒸汽轮机与离心压缩机都是采用油膜轴承的。由于油膜具有弹

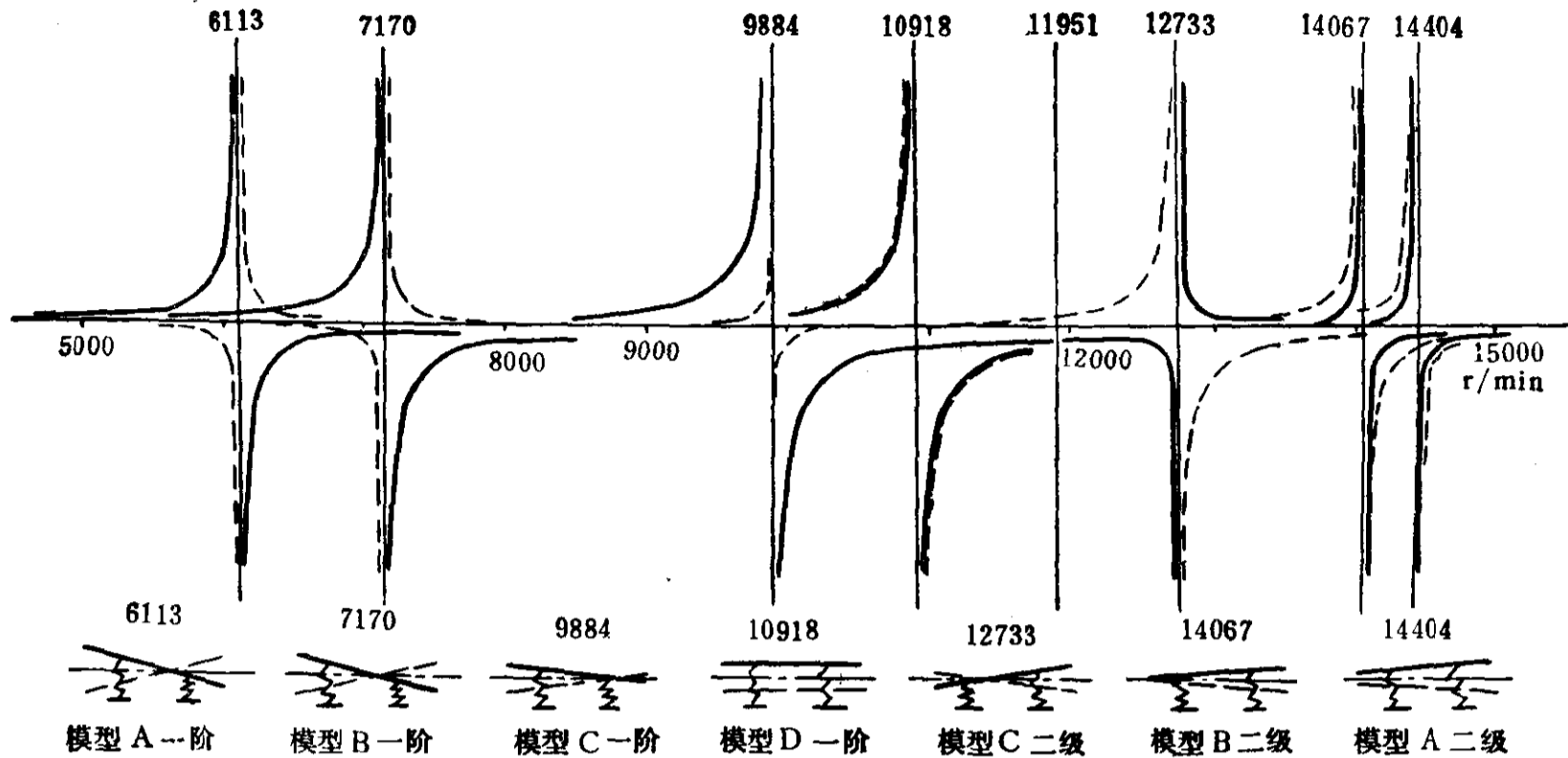


图 4·5 模型转子的放大因子 $B_L$ 和 $B_R$ 及振型 ( $c=100\text{N}/\mu\text{m}$ )

性，所以转子总是座落在弹性支承上。如果转子刚性很大，则支承弹性影响就特别显著，实际临界转速相对于刚性支承时下降十分可观。这种临界转速主要是支承系统共振（请注意，不是油膜振荡），但由于油膜阻尼较大，故一般情况下不平衡响应是不大的。

然而从公式 (3·8) 可知，若是要求轴承力不超过轴承静负载的10%，则按ISO 1940平衡品质进行动平衡的转子，其最高转速是受限制的。平衡品质为G1级时（这已是很高的品质了），允许的最高转速为9364r/min。所以当工作转速较高时，若与弯曲刚性临界转速相近，也会引起机组的较大振动，以致发生损坏事故。这是已有实例的，所以不能忽视高转速上弯曲刚性临界转速靠近工作转速<sup>[36]</sup>。

一般情况下，上述转子仍可用低速动平衡达到运转的平稳。但当工作转速较高、且靠近弯曲刚性临界转速时，转子就应进行高速动平衡。这样的转子我们称它为半挠性转子，在第五、六章中还将进一步加以讨论。

在ISO 1925—81中弯曲刚性临界转速被命名为刚性转子振型临界转速。实际情况中这种临界转速的振型曲线还是有点弯曲的，只是远比轴颈的振动小。可是就这一点微小弯曲在高速中也是不能忽略的，它将加大上述的作用。

## 第五章 挠性转子的动力特性

### 5.1 运动微分方程及其解

本章仍选择单轮盘转子作为研究对象，但是转轴是无质量的，只有弹性，其弹性刚度为  $c_w$ 。另外还假定：

- 转子左右对称，轮盘位于跨距中间；
- 支承弹性各向异性，但交叉刚度为零；
- 系统阻尼忽略不计；
- 不平衡量集中在轮盘上。

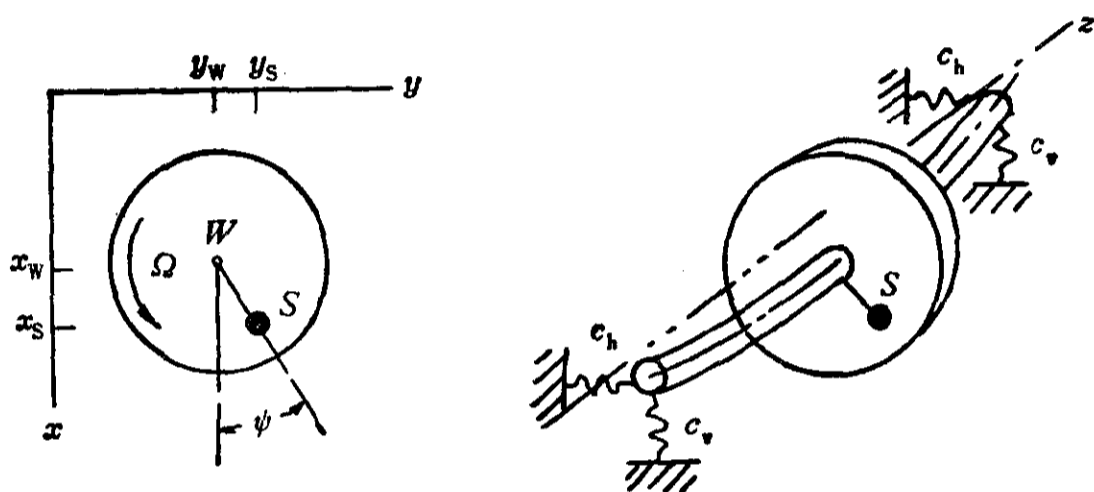


图 5.1 弹性支承上的单轮盘转子

转子的力学模型见图5.1。系统的  $x$  与  $y$  方向的总刚度为：

$$c_x = \frac{2c_v c_w}{2c_v + c_w}, \quad c_y = \frac{2c_h c_w}{2c_h + c_w} \quad (5.1)$$

式中  $c_v$  为支承的垂直刚度， $c_h$  为支承的水平刚度。转子运动微分方程按照 Gasch 的方式建立<sup>[3]</sup>，由此可有

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x}_w &= -c_x x_w \\ M\ddot{y}_w &= -c_y y_w \\ \Theta\ddot{\varphi} &= \varepsilon(y_w c_y \cos\varphi - x_w c_x \sin\varphi) + T \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

式中  $M$  为转子质量， $\Theta$  为转子旋转转动惯量， $\varepsilon$  为不平衡度。如果是稳定工况，则驱动力矩  $T$  仅使转子恒速旋转，则有

$$\dot{\varphi} = 0, \quad \dot{\varphi} = \Omega, \quad \varphi = \Omega t + \beta \quad (5.3)$$

积分常数  $\beta$  可通过恰当选择初始条件取为零。

从图5.1 (左) 可以看出  $x_w$  和  $y_w$  与  $x_s$  和  $y_s$  之间有如下关系：

$$\left. \begin{aligned} x_s &= x_w + \varepsilon \cos\varphi \\ y_s &= y_w + \varepsilon \sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

对以上二式进行二次求导，再代入式 (5.2) 后可得

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x}_w + c_x x_w &= M\varepsilon\Omega^2 \cos\Omega t \\ M\ddot{y}_w + c_y y_w &= M\varepsilon\Omega^2 \sin\Omega t \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

这是一个无耦合项的微分方程组，其完全解可表示为

$$\left. \begin{aligned} x_w &= \hat{x}_{w_0} \cos(\omega_x t + a_x) + \varepsilon \frac{\Omega^2}{\omega_x^2 - \Omega^2} \cos\Omega t \\ y_w &= \hat{y}_{w_0} \sin(\omega_y t + a_y) + \varepsilon \frac{\Omega^2}{\omega_y^2 - \Omega^2} \sin\Omega t \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

式中 $\omega_x = \sqrt{c_x/M}$ ， $\omega_y = \sqrt{c_y/M}$ ，此为系统的两个特征值。由此可见，由于支承刚度在 $x$ 与 $y$ 方向不同，系统就有两个不同的临界转速。

下面假设式(5.6)中的自由项很快就衰减了，只存下稳定的强迫项，即

$$\left. \begin{aligned} x_w &= x_{w_s} = \varepsilon \frac{\Omega^2}{\omega_x^2 - \Omega^2} \cos\Omega t = \hat{x}_{w_s} \cos\Omega t \\ y_w &= y_{w_s} = \varepsilon \frac{\Omega^2}{\omega_y^2 - \Omega^2} \sin\Omega t = \hat{y}_{w_s} \sin\Omega t \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

振幅 $\hat{x}_{w_s}$ 与 $\hat{y}_{w_s}$ 与角速度 $\Omega$ 的关系见图5.2。式(5.7)平方后相加可得轴心轨迹的椭圆方程：

$$\left( \frac{x_{w_s}}{\hat{x}_{w_s}} \right)^2 + \left( \frac{y_{w_s}}{\hat{y}_{w_s}} \right)^2 = 1 \quad (5.8)$$

其长半轴与短半轴各为

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_{w_s} &= \varepsilon \frac{\Omega^2}{\omega_x^2 - \Omega^2} = \varepsilon \frac{(\Omega/\omega_x)^2}{1 - (\Omega/\omega_x)^2} = \varepsilon \frac{\eta_x^2}{1 - \eta_x^2} \\ \hat{y}_{w_s} &= \varepsilon \frac{\Omega^2}{\omega_y^2 - \Omega^2} = \varepsilon \frac{(\Omega/\omega_y)^2}{1 - (\Omega/\omega_y)^2} = \varepsilon \frac{\eta_y^2}{1 - \eta_y^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

式中 $\eta_x = \Omega/\omega_x$ ， $\eta_y = \Omega/\omega_y$ 。

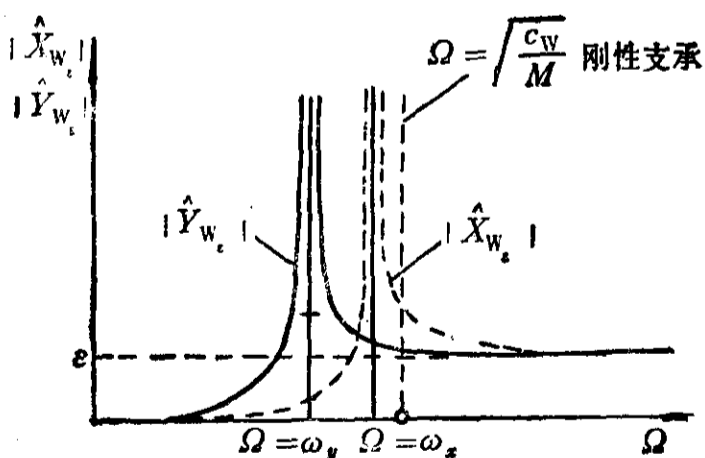


图 5.2 轴振幅-转速曲线

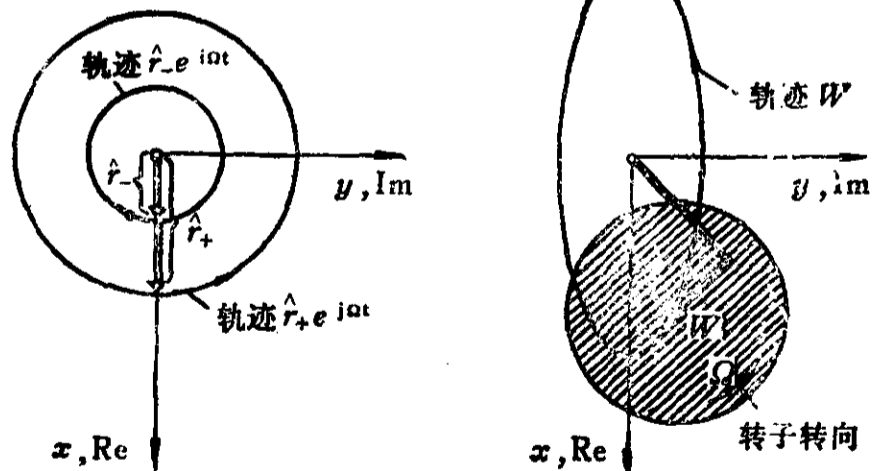


图 5.3 正向与反向旋转合成的椭圆运动

### 5.2 同向旋转与反向旋转

式(5.7)可以用复数来表示：

$$r_{w_s} = x_{w_s} + jy_{w_s} = \hat{x}_{w_s} \cos\Omega t + j\hat{y}_{w_s} \sin\Omega t \quad (5.10)$$



利用欧拉公式

$$\cos\varphi = \frac{1}{2}(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}), \quad \sin\varphi = \frac{1}{2j}(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi})$$

可把式(5.10)转化成

$$\begin{aligned} r_{w_s} &= \frac{1}{2}(\hat{x}_{w_s} + \hat{y}_{w_s})e^{i\Omega t} + \frac{1}{2}(\hat{x}_{w_s} - \hat{y}_{w_s})e^{-i\Omega t} \\ &= \hat{r}_+ e^{i\Omega t} + \hat{r}_- e^{-i\Omega t} \end{aligned} \quad (5.11)$$

式中 $\hat{r}_+$ 为正转向的旋转半径, $\hat{r}_-$ 为反转向的旋转半径。而 $r_{w_s}$ 为正反转向的合成,见图5.3。

两个旋转半径的大小对合成的轴心轨迹椭圆运动影响很大:

| $\hat{r}_+$ | > | $\hat{r}_-$ | 椭圆轨迹,与转速同向旋转;

| $\hat{r}_+$ | < | $\hat{r}_-$ | 椭圆轨迹,与转速反向旋转;

| $\hat{r}_+$ | = | $\hat{r}_-$ | 由椭圆衰变而成的直线运动。

将式(5.9)代入式(5.11),则四个旋转半径分别为

$$\left. \begin{aligned} \hat{r}_+ &= \frac{\varepsilon\Omega^2}{2} \cdot \frac{(\omega_x^2 + \omega_y^2 - 2\Omega^2)}{(\omega_x^2 - \Omega^2)(\omega_y^2 - \Omega^2)} \\ \hat{r}_- &= \frac{\varepsilon\Omega^2}{2} \cdot \frac{(\omega_y^2 - \omega_x^2)}{(\omega_x^2 - \Omega^2)(\omega_y^2 - \Omega^2)} \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

图5.4中为不同转速下的椭圆轨迹,其中支承水平刚度也是低于垂直刚度。

在 $0 < \Omega < \omega_y$ 的范围内,即转速低于第一临界转速时,| $\hat{r}_+$ | > | $\hat{r}_-$ |,因此出现的是同向旋转的椭圆轨迹。

在 $\omega_y < \Omega < \omega_x$ 的范围内,即转速处于两个临界转速之间,| $\hat{r}_+$ | < | $\hat{r}_-$ |,因此出现的是反向旋转的椭圆轨迹。

在 $\Omega > \omega_x$ 的范围,即转速超过第二临界转速后,又是| $\hat{r}_+$ | > | $\hat{r}_-$ |,所以又出现了同向旋转的椭圆轨迹。

在 $\Omega = \omega_y$ 与 $\Omega = \omega_x$ 的共振时,椭圆的长半轴将达无穷大。通过共振前后轨迹转向有正反之变化。在第二次临界转速之间, $\Omega = \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2)/2}$ 时,和在 $\Omega \gg \omega_x$ 之后,轴心轨迹为圆。后一种情况中圆之半径为 $e$ ,即为自对中。

必须注意,不论是同向旋转还是反向旋转中,都有正转向与反转向的分量存在。

### 5.3 外阻尼的作用

在实际情况中总是有不同程度的外阻尼作用,为了分析和图示方便起见,在讨论外阻尼作用时,假定支承是刚性的,只有轴是弹性的,见图5.5。外阻尼是各向同性的,阻尼系数为 $k_s$ ①。转子运动微分方程为

$$M\ddot{x}_w + k_s \dot{x}_w + c_w x_w = M_s \Omega^2 \cos(\Omega t + \beta) \quad (5.13)$$

$$M\ddot{y}_w + k_s \dot{y}_w + c_w y_w = M_s \Omega^2 \sin(\Omega t + \beta)$$

方程除以 $M$ ,第二式乘以 $j$ 与第一式相加,并以 $r_w = x_w + jy_w$ 代入,再利用欧拉公式即得

① 至今 $k_s$ 值不能计算得到,而是依靠试验求得。一般都是从一台机器的共振峰测量值推算出来。然后用于相似的其他机器上去。对于 $\Omega = \omega$ 时的放大系数为

$$V_{\max} \approx \frac{M\omega}{k_s} = \frac{1}{2D_s}$$

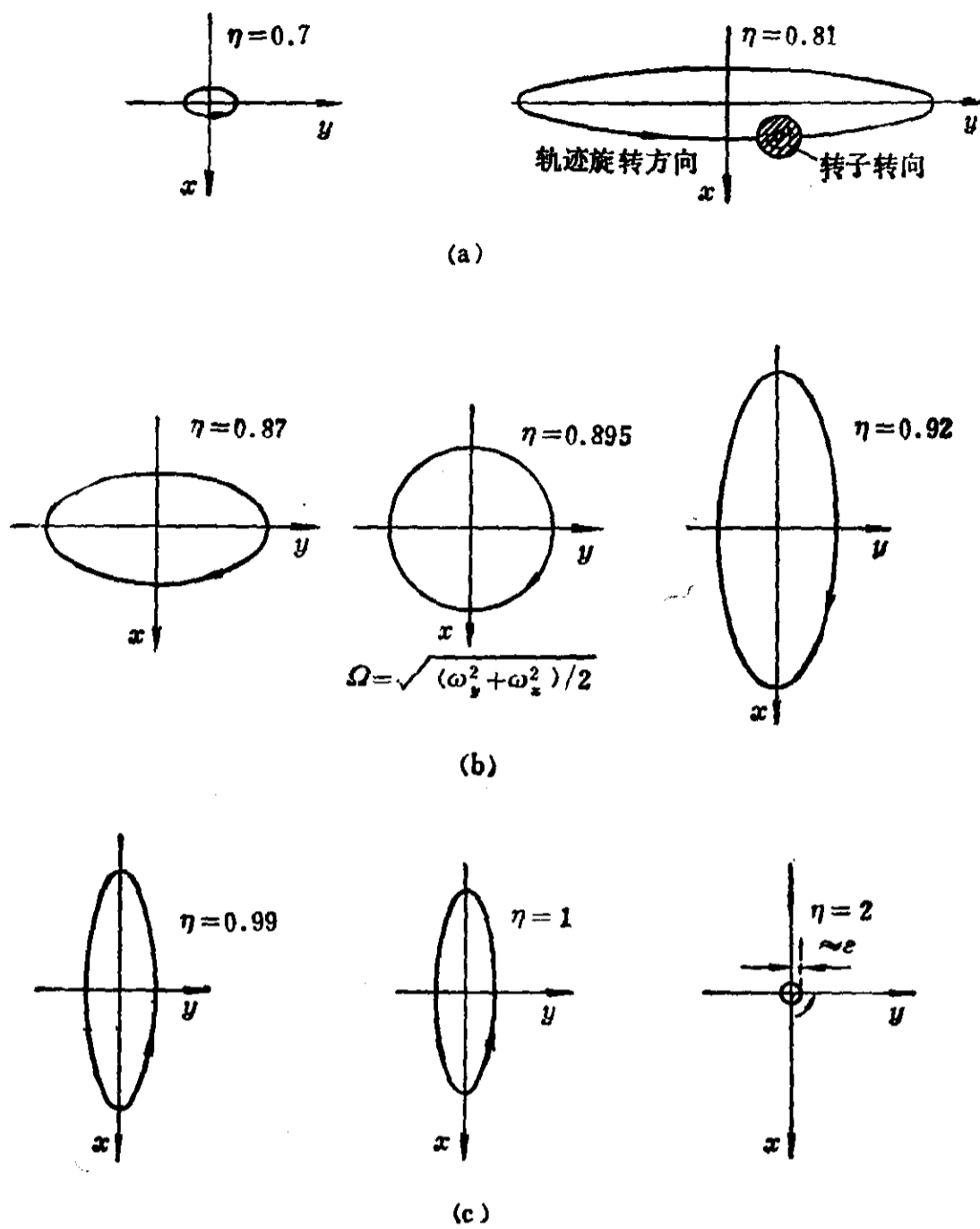


图 5.4 同向与反向旋转的演变

$\omega = \sqrt{c_w/M}$ ,  $\eta = \Omega/\omega$  ( $\omega_y = 0.85\omega$ ;  $\omega_x = 0.95\omega$ )  
 (a) 同向旋转范围:  $0 < \Omega < \omega_y$ ;  
 (b) 反向旋转范围:  $\omega_y < \Omega < \omega_x$ ;  
 (c) 同向旋转范围:  $\omega_x < \Omega < \infty$

$$\ddot{r}_w + (k_s/M)\dot{r}_w + \omega^2 r_w = \varepsilon \Omega^2 e^{i(\Omega t + \beta)} \quad (5.14)$$

式中  $\omega^2 = \sqrt{c_w/M}$ 。这个方程的通解可由齐次解  $r_{w0}$  与特解  $r_{w\varepsilon}$  组成。

方程 (5.14) 的齐次式中代入  $r_{w0} = \hat{r}_{w0} e^{\lambda t}$ , 简化后可得

$$\lambda^2 + (k_s/M)\lambda + \omega^2 = 0 \quad (5.15)$$

此方程之复数解为

$$\lambda_{1,2} = \delta_s \pm j\omega_s = \frac{1}{2} \left( -\frac{k_s}{M} \pm j\omega \sqrt{1 - \left(\frac{k_s}{2M\omega}\right)^2} \right) \quad (5.16)$$

则方程 (5.14) 之齐次解为

$$r_{w0} = \hat{r}_{w01} e^{\delta_s t} e^{j\omega_s t} + \hat{r}_{w02} e^{\delta_s t} e^{-j\omega_s t} \quad (5.17)$$

因为  $\delta_s < 0$ , 所以  $r_{w0}$  是随时间衰减的, 运动轨迹不如无阻尼系统那样, 而是逐渐缩小的。由于

$$D_s = \frac{R_s}{2M\omega} \quad (5.18)$$

大大小于1，而使固有圆频率  $\omega_s = \omega\sqrt{1-D_s^2} \approx \omega$ 。

方程(5.14)的特解可以代入下式

$$r_{w_s} = \hat{r}_{w_s} e^{j(\Omega t + \beta)} \quad (5.19)$$

而得到

$$\hat{r}_{w_s} (\omega^2 - \Omega^2 + j\Omega k_s/M) = \varepsilon \Omega^2 \quad (5.20)$$

将式(5.18)代入后得

$$\hat{r}_{w_s} = \varepsilon \frac{\eta^2}{(1-\eta^2) + j2D_s\eta} \quad (5.21)$$

式中  $\eta = \Omega/\omega$ 。

由此可见， $\hat{r}_{w_s}$  实际上是与  $\varepsilon$  成正比的，只是比例系数是复数：

$$\frac{\eta^2}{(1-\eta^2) + j2D_s\eta} = \frac{\eta^2[(1-\eta^2) - j2D_s\eta]}{(1-\eta^2)^2 + 4D_s^2\eta^2} \quad (5.22)$$

也就是  $r_{w_s}$  不像无阻尼系统中那样，而是与  $\varepsilon$  不在同一方向上。将式(5.22)代入(5.19)可得

$$r_{w_s} = \varepsilon \left[ \frac{\eta^2(1-\eta^2)}{(1-\eta^2)^2 + 4D_s^2\eta^2} - j \frac{2D_s\eta^3}{(1-\eta^2)^2 + 4D_s^2\eta^2} \right] e^{j(\Omega t + \beta)} \quad (5.23)$$

它由实部与虚部组成。如果用图示可看得更为清楚，见图5.6。当  $(\Omega t + \beta) = 0$  时，旋转矢量的实部直接落在实数坐标  $x$  轴上，而虚部平行于虚数坐标  $y$  轴，这样  $\hat{r}_{w_s}$  就与  $x$  轴成交角  $\alpha$ ，其模量——即轴截面形心  $W$  在稳定状态的运动圆轨迹半径为

$$|\hat{r}_{w_s}| = \varepsilon \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D_s^2\eta^2}} \quad (5.24)$$

它与  $x$  轴的交角  $\alpha$  为

$$\text{tg}\alpha = \frac{2D_s\eta}{1-\eta^2} \quad (5.25)$$

由于偏心  $\varepsilon$  的方位为  $(\Omega t + \beta)$ ，并与  $x$  轴平行的，所以  $\alpha$  角即是轨迹半径  $|\hat{r}_{w_s}|$  落后于偏心  $\varepsilon$  的

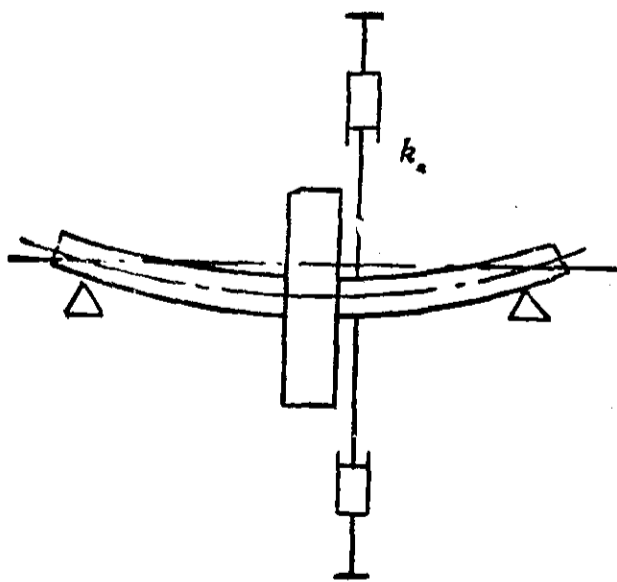


图 5.5 外阻尼作用之力学模型

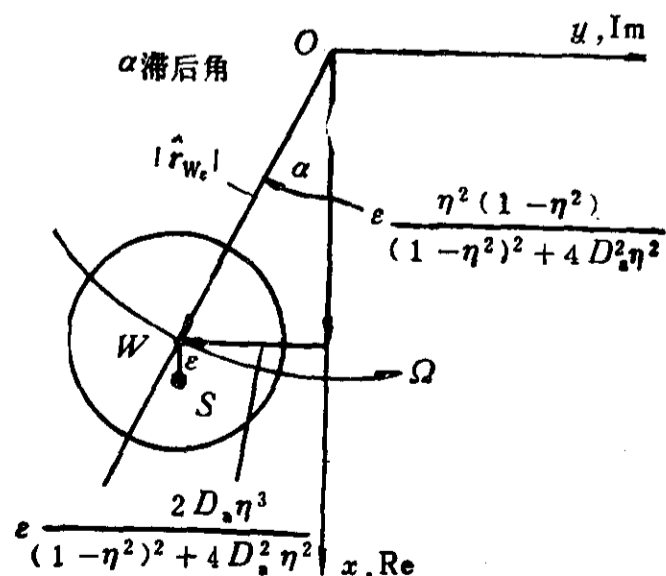


图 5.6  $(\Omega t + \beta) = 0$  时的  $\hat{r}_{w_s}$

滞后角。图5·7中表示了 $|\hat{r}_{w_s}|$ 和 $\alpha$ 随 $\eta$ 的变化曲线,  $|\hat{r}_{w_s}|$ 的最大值为 $\varepsilon/(2D_s)$ 。而当 $D_s=0$ 时 $|\hat{r}_{w_s}|$ 趋于无穷大, 而 $\alpha$ 角在 $\eta=1$ 前后有180度的变化, 这就是无阻尼系统中的情况。

从图5·6可见 $r_{w_s}$ 也可表示为

$$r_{w_s} = |\hat{r}_{w_s}| e^{i(\Omega t + \beta - \alpha)} \tag{5.26}$$

对于重心 S 轨迹半径随 $\eta$ 的变化, 也可从图5·6中看出:

$$r_{s_s} = r_{w_s} + \varepsilon e^{i(\Omega t + \beta)} \tag{5.27}$$

将式 (5·19) 和 (5·21) 代入后得

$$r_{s_s} = (\hat{r}_{w_s} + \varepsilon) e^{i(\Omega t + \beta)} = \hat{r}_{s_s} e^{i(\Omega t + \beta)} \tag{5.28}$$

$$\hat{r}_{s_s} = \varepsilon \frac{\eta^2}{(1 - \eta^2) + j2D_s\eta} + \varepsilon \tag{5.29}$$

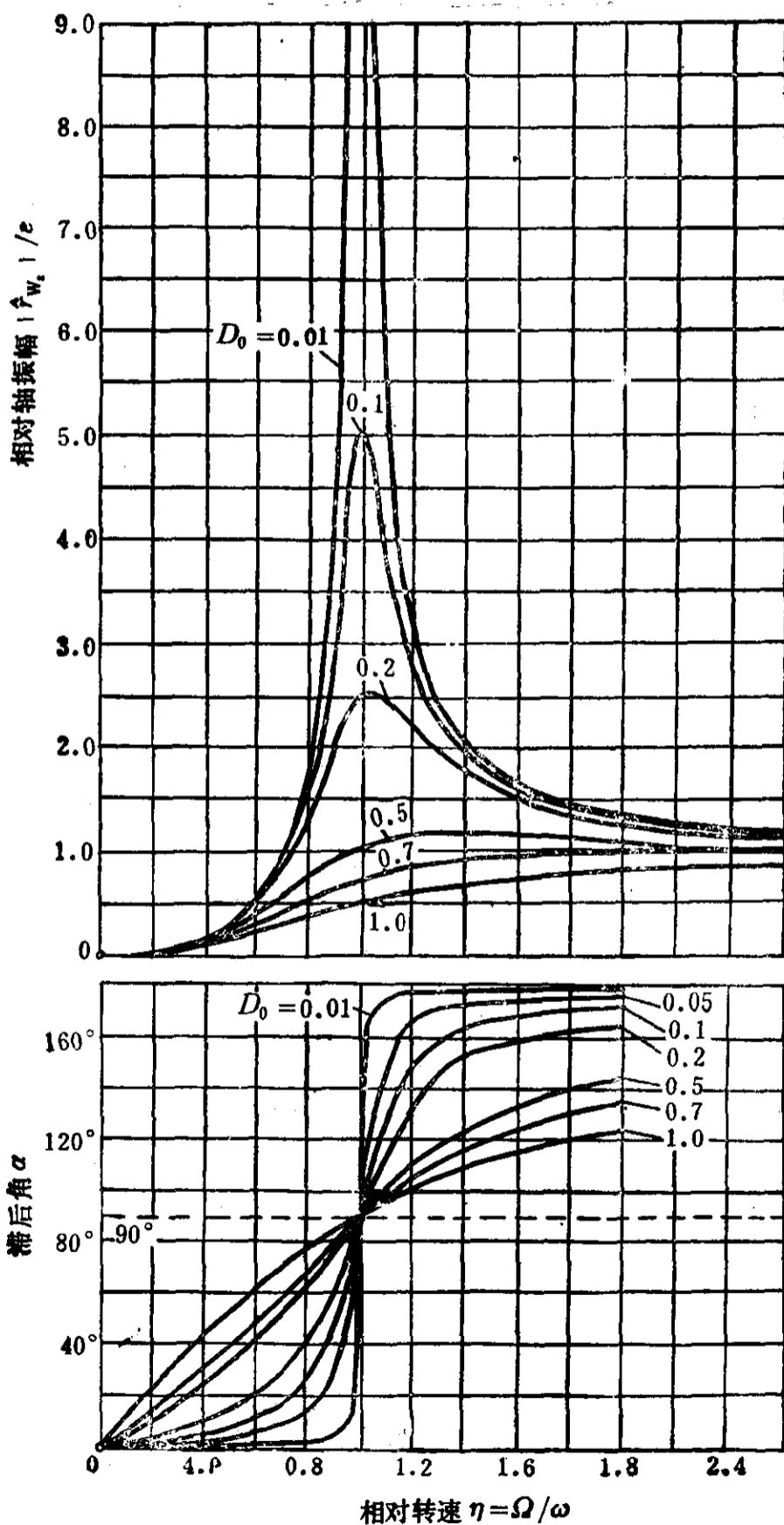


图 5·7  $|\hat{r}_{w_s}|$  和 $\alpha$ 与 $\eta$ 之关系

根据这个式子可作图表示 $\hat{r}_{s_c}$ 与 $\eta$ 的关系, 见图5·8。可见 $S$ 与 $W$ 的相对位置是随 $\eta$ 而变化的。当 $\eta=0$ 时,  $W$ 在坐标原点上,  $S$ 落在 $x$ 轴上,  $\varepsilon$ 处于零度; 而当 $\eta=1$ 时,  $W$ 的相对动挠度为 $\hat{r}_{w_c}/e$ , 即 $OW$ , 而 $WS$ 就与它处于垂直位置, 即滞后角 $\alpha$ 为 $90^\circ$ , 当 $\eta \gg 1$ 时,  $\alpha$ 就趋近于 $180^\circ$ 了。图5·8所示的 $\hat{r}_{w_c}/e$ 随 $\eta$ 之变化, 即 $\hat{r}_{w_c}$ 随 $\Omega$ 之变化曲线, 命名为轴振动的幅相轨迹。

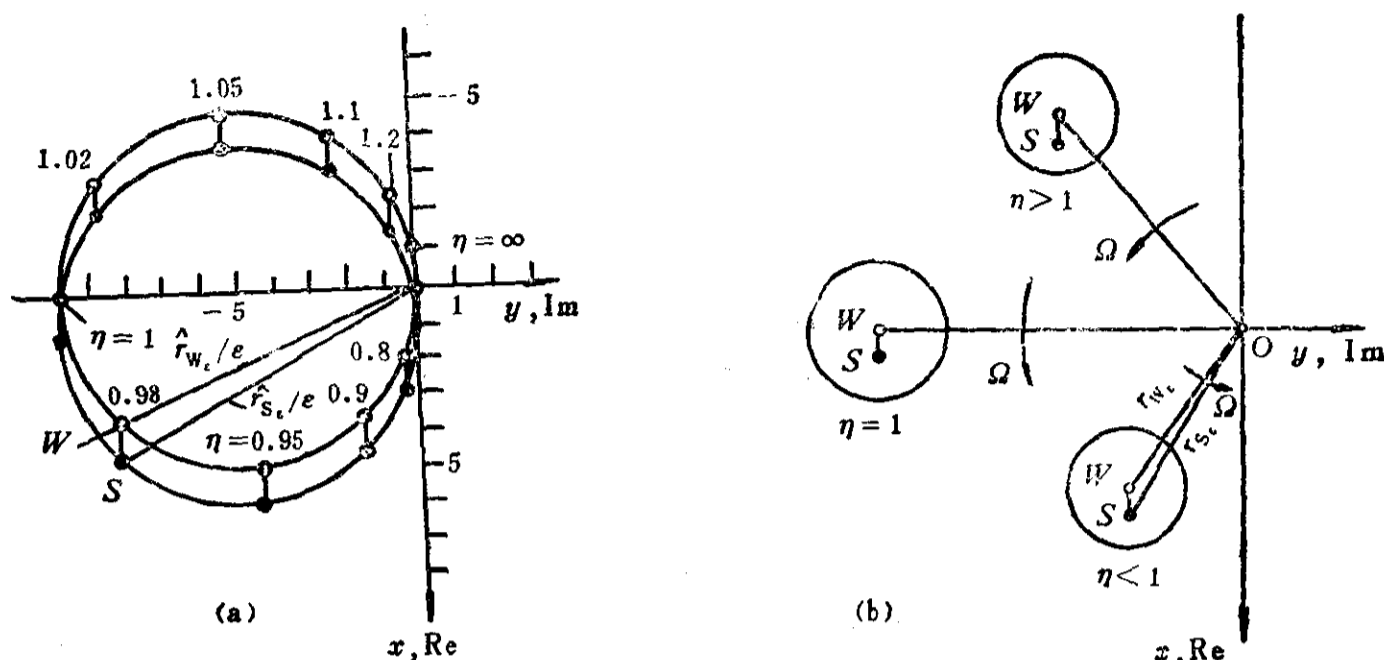


图 5·8  $D_c=0.05$ 时 $\hat{r}_{w_c}/e$ 和 $\hat{r}_{s_c}/e$ 随 $\eta$ 之变化——幅相轨迹

#### 5·4 实际转子的临界转速及其振型曲线计算

前三节利用单轮盘转子对挠性转子的动力特性作了最基本的介绍, 这是挠性转子动平衡所必需的基础知识。但是实际转子并不是像单轮盘转子那样可以简化成一个单质量的弹性系统。实际转子是一个具有质量分布与弹性分布的连续体, 有一系列的临界转速。因此它也不能像单轮盘转子那样, 先建立运动微分方程, 从而求分析解。

在40年代, 实际转子的临界转速还是靠图解法近似求解的, 且只能求得两支承单跨转子的第一临界转速。到50年代开始用数值法来求解, 当时尚没有用计算机, 因此计算一个临界转速需要很长时间, 例如一个六支承的转子系统, 计算一个临界转速就需要300~400工时。自60年代起开始使用电子计算机计算, 数值法的表示形式也由递推方程改变成传递矩阵。到了70年代又出现了用有限元的求解方法, 而80年代已尝试用模态综合法来求解了。由此可见在近半个世纪中转子动力学的发展是相当快的; 研究的内容也从临界转速扩展到不平衡响应、动态过程、失稳和高速动平衡等等。就临界转速而言, 由于边界条件——主要是油膜轴承比较复杂, 因此上述最后一种方法至今尚未显示出能够取代的优势。

从挠性转子动平衡的需要出发, 这里介绍了Traupel所推荐的方法<sup>[5]</sup>。这种方法可在微机上应用。从工程使用来看, 计算精度尚能满足需要, 特别是转子在动平衡机等刚度支架上的状态, 计算所得的第一与第二临界转速值还是相当可靠的。

本方法中所采用的力学模型见图5·9。整个转子的质量被离散处理成许多集中质量, 所在处称节点, 其间由无质量的具有一定刚度的弹性轴连接起来, 这与Prohl模型基本相同, 所不同的是支承节点上是无质量的, 这就简化了支承节点的传递矩阵。

由图5·9的下详图中,  $j$ 节点之左右, 其剪力与弯矩有下列关系:

$$\left. \begin{aligned} Q'_j &= Q_j + m_j \Omega^2 y_j \\ M'_j &= M_j + \frac{1}{2} A \Omega^2 \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (5 \cdot 30)$$

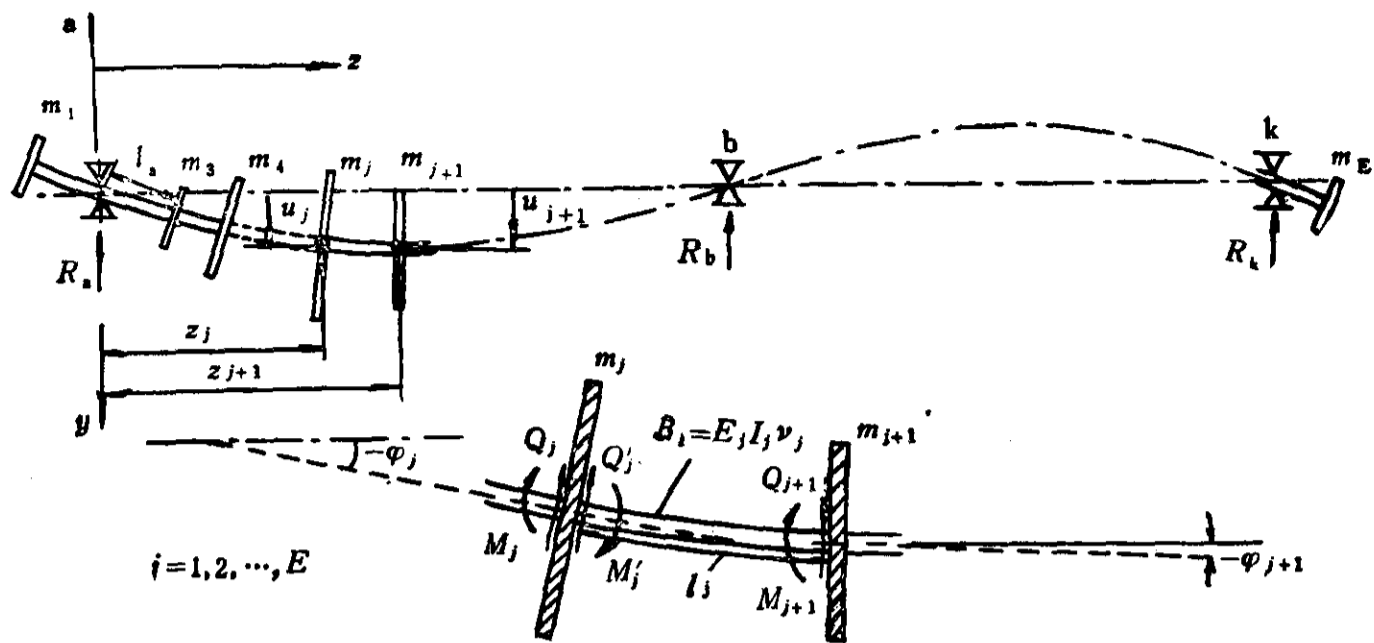


图 5.9 实际转子的力学模型

$m_j$ — $j$ 节点质量;  $E_j$ — $j$ 节距材料弹性模数;  $I_j$ — $j$ 节距截面对中性轴的惯性矩;  $\nu_j$ — $j$ 节距  $I_j$ 修正系数

式中  $m_j$  为  $j$  节点的质量,  $A_j$  为  $j$  节点之转动惯量,  $\Omega$  为轴角速度,  $\frac{1}{2} A_j \Omega^2 \varphi_j$  为回转力矩。

因此  $j$  节点到  $(j+1)$  节点的递推方程为

$$\left. \begin{aligned} Q_{j+1} &= Q_j + m_j \Omega^2 y_j \\ M_{j+1} &= \left( M_j + \frac{1}{2} A_j \Omega^2 \varphi_j \right) + (Q_j + m_j \Omega^2 y_j) l_j \\ \varphi_{j+1} &= \varphi_j + \left( M_j + \frac{1}{2} A_j \Omega^2 \varphi_j \right) \frac{l_j}{B_j} + (Q_j + m_j \Omega^2 y_j) \frac{l_j^2}{2B_j} \\ y_{j+1} &= y_j + \varphi_j l_j + \left( M_j + \frac{1}{2} A_j \Omega^2 \varphi_j \right) \frac{l_j^2}{2B_j} + (Q_j + m_j \Omega^2 y_j) \frac{l_j^3}{6B_j} \end{aligned} \right\} \quad (5.31)$$

式中  $\varphi$  表示倾角,  $y$  表示动挠度。这个递推方程组可表示为传递矩阵的形式:

$$H_{j+1} = V_j H_j \quad (5.32)$$

式中

$$H_{j+1} = \begin{Bmatrix} Q_{j+1} \\ M_{j+1} \\ \varphi_{j+1} \\ y_{j+1} \end{Bmatrix}, \quad H_j = \begin{Bmatrix} Q_j \\ M_j \\ \varphi_j \\ y_j \end{Bmatrix}$$

$$V_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_j \Omega^2 \\ l_j & 1 & \frac{A_j \Omega^2}{2} & m_j \Omega^2 l_j \\ \frac{l_j^3}{2B_j} & \frac{l_j}{B_j} \left( 1 + \frac{A_j \Omega^2 l_j}{2B_j} \right) & \frac{m_j \Omega^2 l_j^2}{2B_j} & \\ \frac{l_j^3}{6B_j} & \frac{l_j^2}{2B_j} \left( l_j + \frac{A_j \Omega^2 l_j^2}{4B_j} \right) & \left( 1 + \frac{m_j \Omega^2 l_j^3}{6B_j} \right) & \end{bmatrix}$$

对于在支承 a 上, 递推方程为

$$\left. \begin{aligned} Q_3 &= Q_a + R_a \\ M_3 &= M_a + (Q_a + R_a)l_a \\ \varphi_3 &= \varphi_a + M_a \frac{l_a}{B_a} + (Q_a + R_a) \frac{l_a^2}{2B_a} \\ y_3 &= y_a + \varphi_a l_a + M_a \frac{l_a^2}{2B_a} + (Q_a + R_a) \frac{l_a^3}{6B_a} \end{aligned} \right\} \quad (5.33)$$

式中  $R_a = -c_a y_a$  为支反力,  $c_a$  为支承 a 之总刚度。矩阵形式如下:

$$H_3 = V_a H_a \quad (5.34)$$

式中

$$H_3 = \begin{Bmatrix} Q_3 \\ M_3 \\ \varphi_3 \\ y_3 \end{Bmatrix}, \quad H_a = \begin{Bmatrix} Q_a \\ M_a \\ \varphi_a \\ y_a \end{Bmatrix}, \quad V_a = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & -c_a \\ l_a & 1 & 0 & -c_a l_a \\ \frac{l_a^2}{2B_a} & \frac{l_a^2}{B_a} & 1 & -\frac{c_a l_a^2}{2B_a} \\ \frac{l_a^3}{6B_a} & \frac{l_a^3}{2B_a} & l_a & \left(1 - \frac{c_a l_a^3}{6B_a}\right) \end{Bmatrix}$$

从式(5.32)与(5.34)可得

$$\left. \begin{aligned} H_3 &= V_a H_a = V_a V_1 H_1 \\ H_4 &= V_3 V_a V_1 H_1 \\ H_b &= \dots V_{j+1} V_j \dots V_3 V_a V_1 H_1 \\ H_E &= \dots V_k \dots V_b \dots V_3 V_a V_1 H_1 \end{aligned} \right\} \quad (5.35)$$

式中  $V_k$  与  $V_b$  为支承 k 与 b 的传递矩阵,  $H_1$  为始端的状态参数,  $H_E$  为末端的状态参数。最后可简化为

$$H_E = \Phi H_1$$

即

$$\begin{Bmatrix} Q_E \\ M_E \\ \varphi_E \\ y_E \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} & \Phi_{34} \\ \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{43} & \Phi_{44} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ \varphi_1 \\ y_1 \end{Bmatrix} \quad (5.36)$$

由于  $Q_1 = M_1 = M_E = 0$ ,  $Q_E = -m_E \Omega^2 y_E$ , 方程(5.36)可改变为

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{13} & \Phi_{14} & 0 & m_E \Omega^2 \\ \Phi_{23} & \Phi_{24} & 0 & 0 \\ \Phi_{33} & \Phi_{34} & -1 & 0 \\ \Phi_{43} & \Phi_{44} & 0 & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ y_1 \\ \varphi_E \\ y_E \end{Bmatrix} = 0 \quad (5.37)$$

式中  $\Phi$  都是  $\Omega$  的函数, 所以方程(5.37)的特征值就是转子系统的固有圆频率, 即临界转速。特征值的条件是方程(5.37)的系数行列式为零, 因此用  $\Omega$  一维搜索, 即可得到特征值  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ 。这一过程在电子计算机上是很容易实现的, 但是不可能得到系数行列式恰巧为零的特征值, 只能是系数行列式接近于零的  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$  值。

将 $\Omega_1, \Omega_2, \dots$ 依次代入方程(5.37), 就能得到相应的振型曲线相对值, 其方法具体如下。

先假设 $\varphi_1=1$ , 则

$$y_1 = -[\Phi_{23}/\Phi_{24}] \quad (5.38)$$

由此各节点的 $y_{i+1}$ 可用下式算得:

$$y_{i+1} = \Phi_{43i} - [\Phi_{23}/\Phi_{24}] \Phi_{44i} \quad (5.39)$$

式中 $\Phi_{43i}$ 与 $\Phi_{44i}$ 为 $\Phi_i$ 中之元素, 它为

$$\Phi_i = V_i \dots V_3 V_2 V_1$$

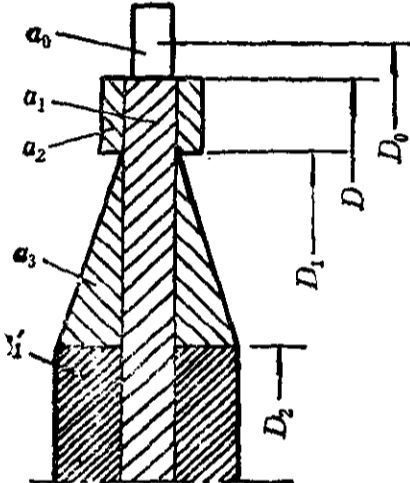
### 5.5 各项参数的确定

上节所介绍的计算方法中要用到不少参数, 这些参数根据作者的使用经验推荐如下。

#### 1. 转动惯量 $A_j$ 的计算公式

对于汽轮机的薄叶轮( $h/D \leq 0.1$ )可按表5.1所示计算。对于压缩机叶轮, 由于结构比较复杂, 为计算方便起见, 可以按重量和外径相同的等厚度圆盘处理。这对于多级离心压缩机

表 5.1 汽轮机叶轮转动惯量 $A_j$ 计算公式<sup>[21]</sup>

	$a_0 = \frac{1}{4} z_0 V_0 D_0^2, \quad z_0 \text{—叶片数};$ $a_1 = \frac{\pi}{32} D^4 h, \quad V_0 \text{—叶片体积};$ $a_2 = \frac{\pi}{32} (D^4 - D_1^4) h, \quad h \text{—轮盘宽};$ $a_3 = \frac{\pi}{160} \left( \frac{D_1^5 - D_2^5}{D_1 - D_2} \right) h, \quad \rho \text{—材料密度};$ $A_j = \rho(a_0 + a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_1')$
---	---

转子来说, 由于回转力矩对临界转速的影响并不很大, 所以粗糙的处理尚不致于影响到计算

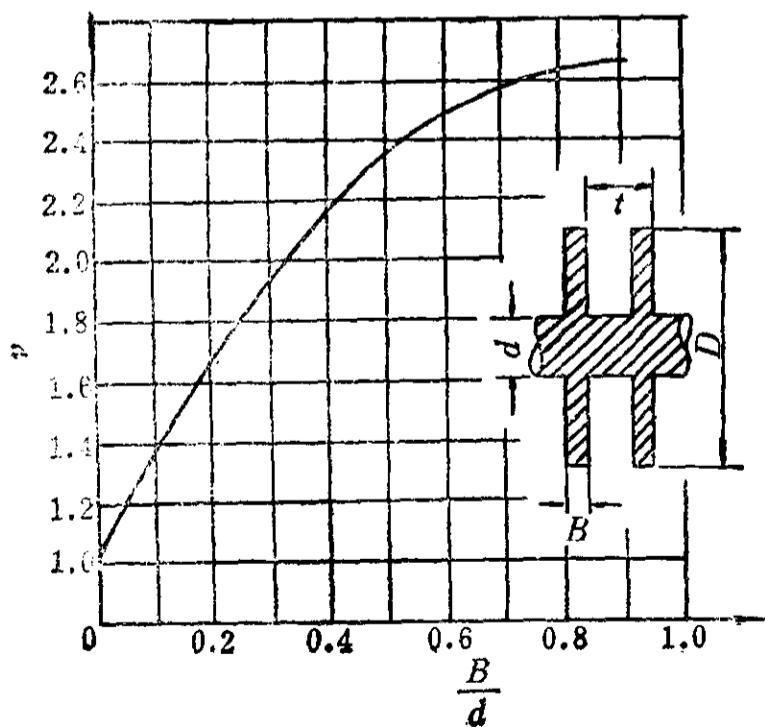


图 5.10 整锻转子的修正系数 $\nu_j$

结果的可靠程度。但是对于外伸式的压缩机转子, 粗糙的处理可能会带来较大的影响, 然而目前还没有既方便又有一定精度的处理方法。

#### 2. 轴刚度修正系数 $\nu_j$ 的选用

实际转子的结构是十分复杂, 轴刚度不是 $E, J$ 两个参数就能完全表示的, 要根据不同结构对它进行修正, 所以引入修正系数 $D_j$ 。这样并非十分完美, 但比较简便实用。于是轴的各段刚度为

$$B_j = \nu_j E_j J_j$$

对于整锻式转子,  $\nu_j$ 可从图5.10查取<sup>[21]</sup>。而对于套装式转子,  $\nu_j$ 应从图5.11查取<sup>[21]</sup>, 其中 $\Delta$ 为装配过盈量。

#### 3. 支承总刚度 $c_s$ 的计算



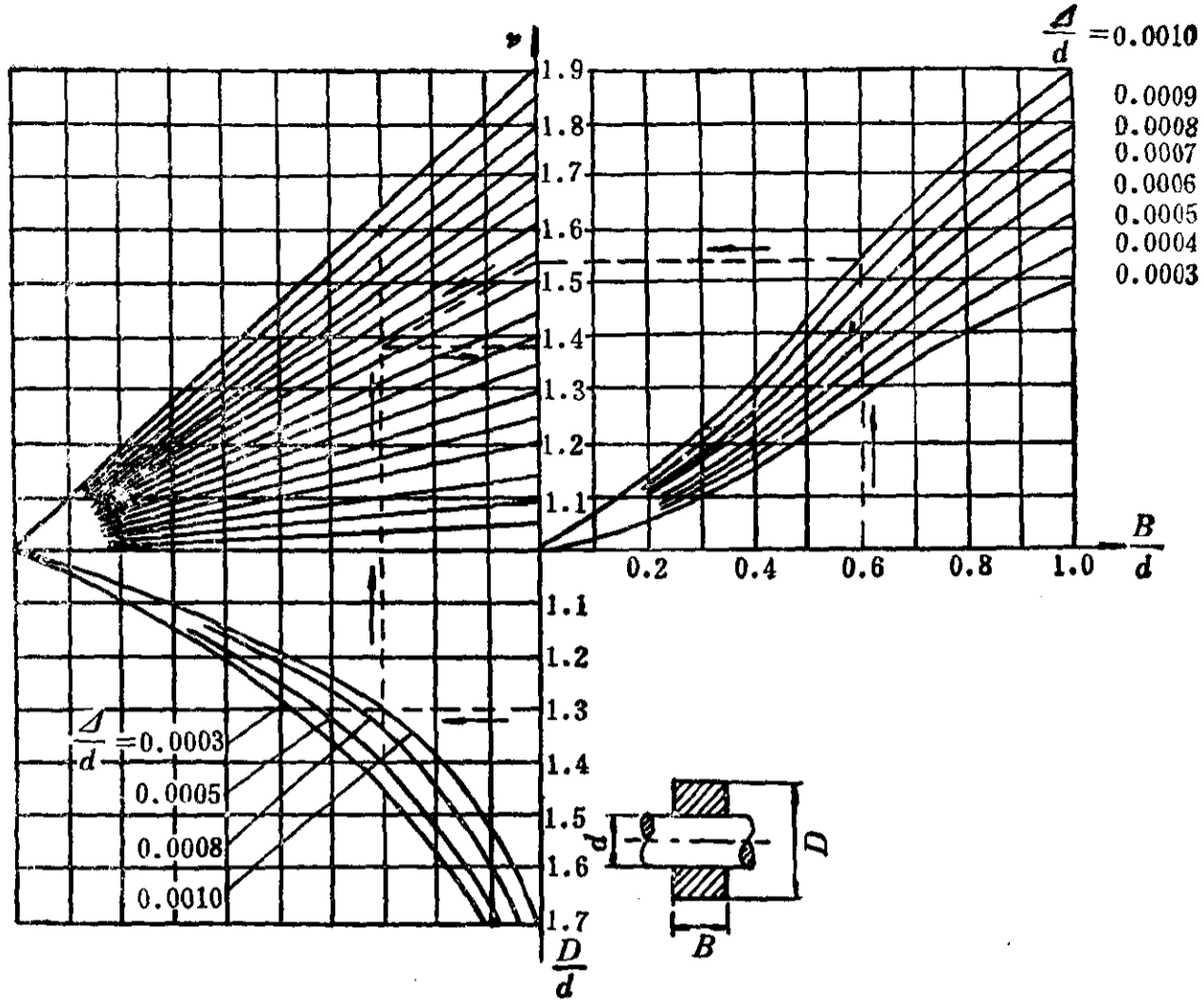


图 5·11 套装转子的修正系数 $\nu$

不论工业汽轮机或离心压缩机都是采用油膜轴承的，因此支承的刚度问题就显得十分复杂。轴承型式很多，若以油楔的数量来分，有圆轴承（一油楔），椭圆轴承（二油楔），三油楔（叶）轴承，四油叶轴承和多油楔（可倾瓦）轴承等五种类型。一般高速轻载都采用四油叶或可倾瓦轴承，以提高轴承油膜的稳定性。尽管如此，各种轴承的力学模型都可以表示成图5.12(a)所示的那样，其中下标为 $xy$ 或 $yx$ 者都是交叉刚度或交叉阻尼。但是在一般的计算中，为简便起见，可以忽略交叉参量。这样，力学模型就可简化如图5·12(b)所示。对于这样的简化情况，支承总刚度由油膜刚度 $c_0$ 与支座刚度 $c_P$ 所组成，可按下列式计算：

$$c_s = \frac{c_0 |c_P - m_B \Omega^2|}{c_0 + |c_P - m_B \Omega^2|} \quad (5.40)$$

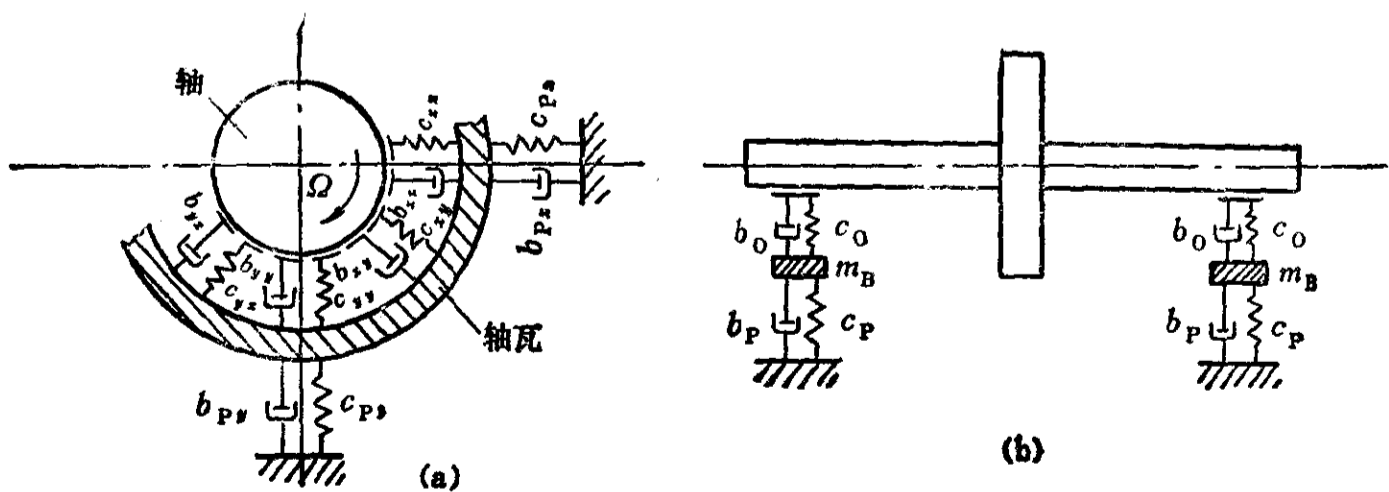
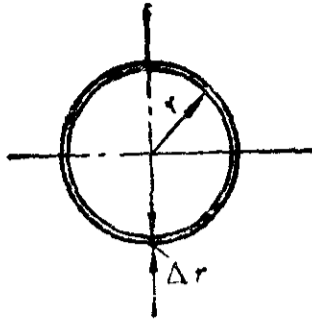
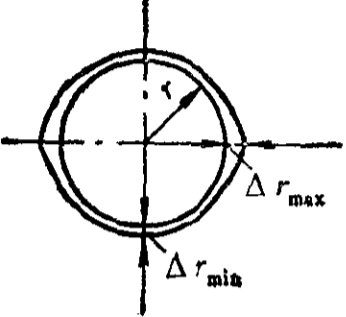
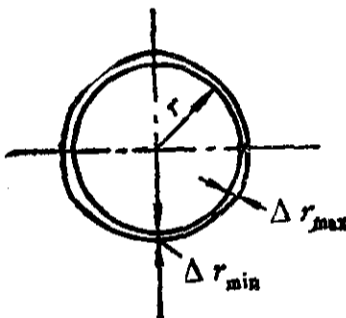
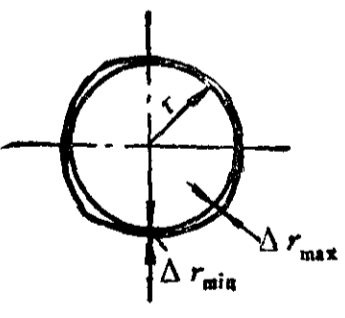


图 5·12 轴承支座的力学模型二种

表 5·2 四种轴承油膜刚度 $c_{yy}$ 的计算式

<p>圆轴承</p> 	<p><math>B/D=0.5, \Delta r/r=0.0019</math></p> <p><math>c_{yy}=0.13715+0.56289S+5.0461S^2-0.19143S^3</math></p> <p>(此式适用于<math>S=0.2\sim 2.2</math>)</p>
<p>椭圆轴承</p> 	<p><math>B/D=0.5, \Delta r_{min}/r=0.00135 \quad \Delta r_{max}/r=0.00365</math></p> <p><math>c_{yy}=0.13126+5.2374S-0.12486S^2+6.2499S^3</math></p> <p>(此式适用于<math>S=0.1\sim 0.8</math>)</p>
<p>三油叶轴承</p> 	<p><math>B/D=0.5, \Delta r_{min}/r=0.0011 \quad \Delta r_{max}/r=0.00429</math></p> <p><math>c_{yy}=-0.10001+9.2834S-30.751S^2+114.17S^3</math></p> <p>(此式适用于<math>S=0.1\sim 0.4</math>)</p>
<p>四油叶轴承</p> 	<p><math>B/D=0.5</math></p> <p><math>c_{yy}=0.13225+0.6232S+15.009S^2+20.345S^3</math></p> <p>(此式适用于<math>S=0.01\sim 0.3</math>)</p>

松曼费尔德数

$$S = \frac{F \cdot \psi^2}{B \cdot D \cdot \eta_0 \cdot \Omega}$$

$F$ —轴承静载;  $B$ —轴承宽度;  $D$ —轴径;

$\psi = \Delta r/r$ ;  $\eta_0$ —油粘度;  $\Omega$ —角速度

由此可见, 支承总刚度是随转速变化的 (油膜刚度也是随转速变化的), 因此  $c_a$  称为支承总的动刚度。当  $\Omega = \sqrt{c_p/m_B}$  时,  $c_a$  就等于零, 这是很危险的。所以一般支承的刚度  $c_p$  总是设计得较大, 使  $\sqrt{c_p/m_B}$  很大, 大大超过工作转速相应的数值。

公式 (5·40) 中  $m_B$  为轴承座参振质量, 一般可用轴承质量代之。  $c_0$  可以取用  $c_{yy}$ , 即垂

直向油膜刚度。四种轴承的 $c_{yy}$ 值的简算式见表5.2, 这些公式对计算编程是很方便的。

油膜轴承的力学性能是很复杂的, 本节只是介绍一些极为初浅的知识, 如果读者想对油膜轴承作全面了解, 请参阅有关专著。

#### 4. 联轴器的影响

目前用在汽轮机与压缩机之间的联轴器型式很多, 因此联轴器对临界转速的影响也不能用一个力学模型和公式概括。但是, 现代的工业汽轮机与离心压缩机组中所采用的联轴器型式大多是剪切耦合刚度与弯曲耦合刚度都很弱, 联轴器的影响问题并不如汽轮机发电机组中那样突出。也就是说, 在计算临界转速时可以把一根转子单独来处理, 联轴器的耦合刚度不予考虑, 只考虑装配在转子上的那半个联轴器质量的影响, 把问题简化成单跨转子临界转速来计算。这种弱耦合联轴器不但允许简化临界转速计算, 而且也给动平衡带来很大方便, 大大提高了单个转子动平衡的实际效果。

对于具有一定的剪切与弯曲耦合刚度的联轴器, 则要对它的影响作足够的考虑, 否则会给出计算结果的可靠性带来很大影响。但是有关这方面的参考资料并不多, 因此对具体结构只能请读者自行合理处理。

#### 5. 温度的影响

温度对临界转速的影响主要反映在轴的刚度上, 具体地说, 就是对弹性模量 $E_i$ 的影响。具体的转子在工作条件下各点的温度是不相同的, 但由于转子是旋转的, 所以有理由说, 转子的周向温度是相同的。转子在径向是有温度梯度的, 但是在图5.9中所示的力学模型中很难把这个因素考虑进去, 而认为转子在径向是等温的, 除了反动式蒸汽轮机的鼓式转子外, 这样的简化不会有较大的影响。

转子轴向的温差很大, 这是不能忽略的, 因此各节点必须对弹性模量给予温度修正。对于常用的轴材料的弹性模量可以按下列公式计算:

35CrMo——

$$E = 2.1768 \cdot 10^5 + 286.31t - 6.9893t^2 + 3.0366 \cdot 10^{-2}t^3 - 6.4368 \cdot 10^{-5}t^4 + 4.847 \cdot 10^{-8}t^5 \quad (5.41)$$

35CrMoV——

$$E = 2.1722 \cdot 10^5 - 70.629t - 2.0923t^2 + 4.3877 \cdot 10^{-3}t^3 - 6.387 \cdot 10^{-6}t^4 + 2.3119 \cdot 10^{-9}t^5 \quad (5.42)$$

式中 $t$ 为摄氏温度。

#### 5.6 动力特性和实例

应用以上两节所介绍的计算方法, 作者编制了CPRB80计算程序, 对图4.4中四个转子模型作了计算, 共算了四个方案: 有油膜与无油膜, 其中再分考虑与不考虑回转效应两种情况。计算结果已绘制成曲线, 见图5.13。计算中支座刚度 $c_p$ 取 $100 \sim 10000 \text{N}/\mu\text{m}$ 。

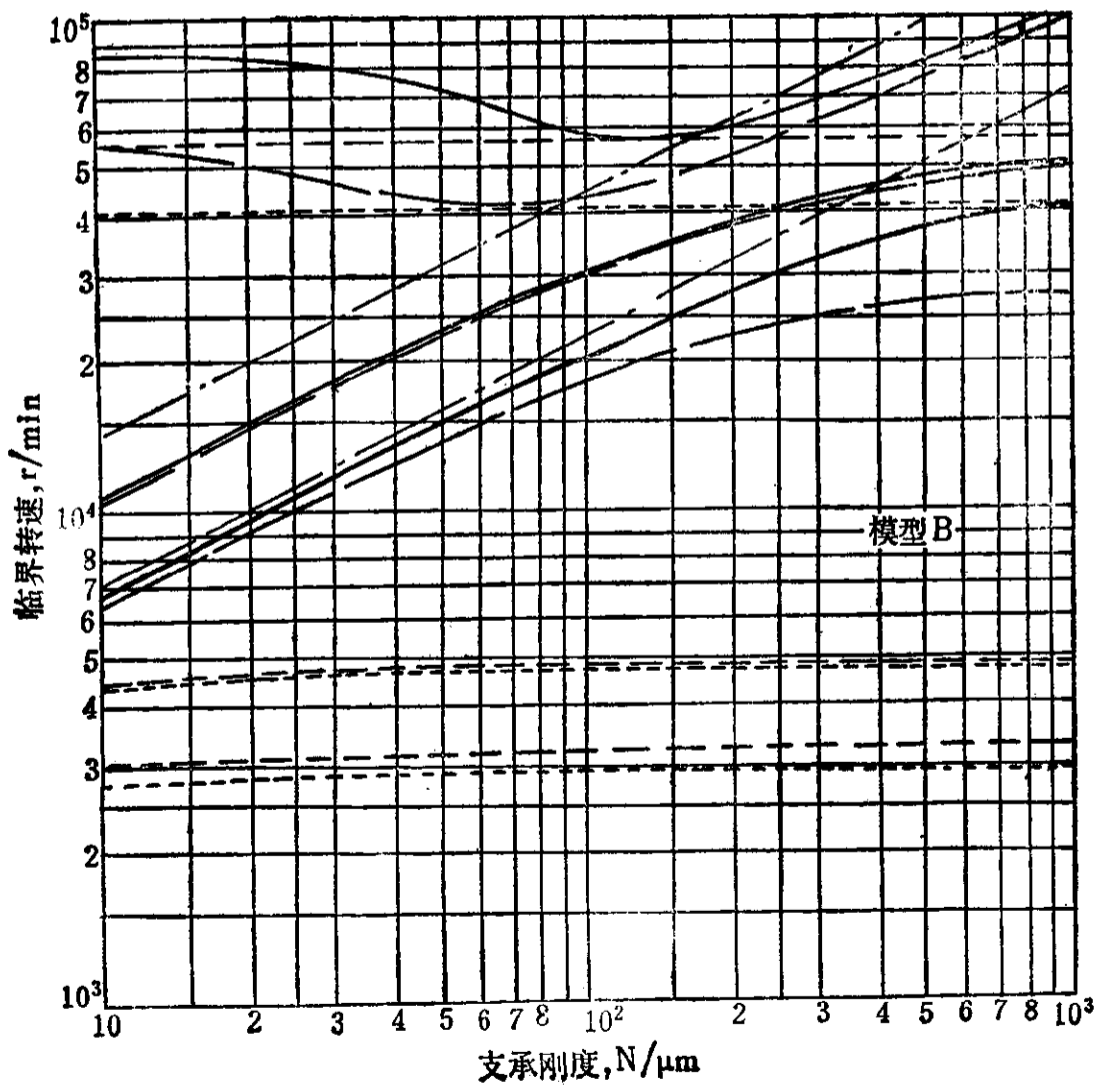
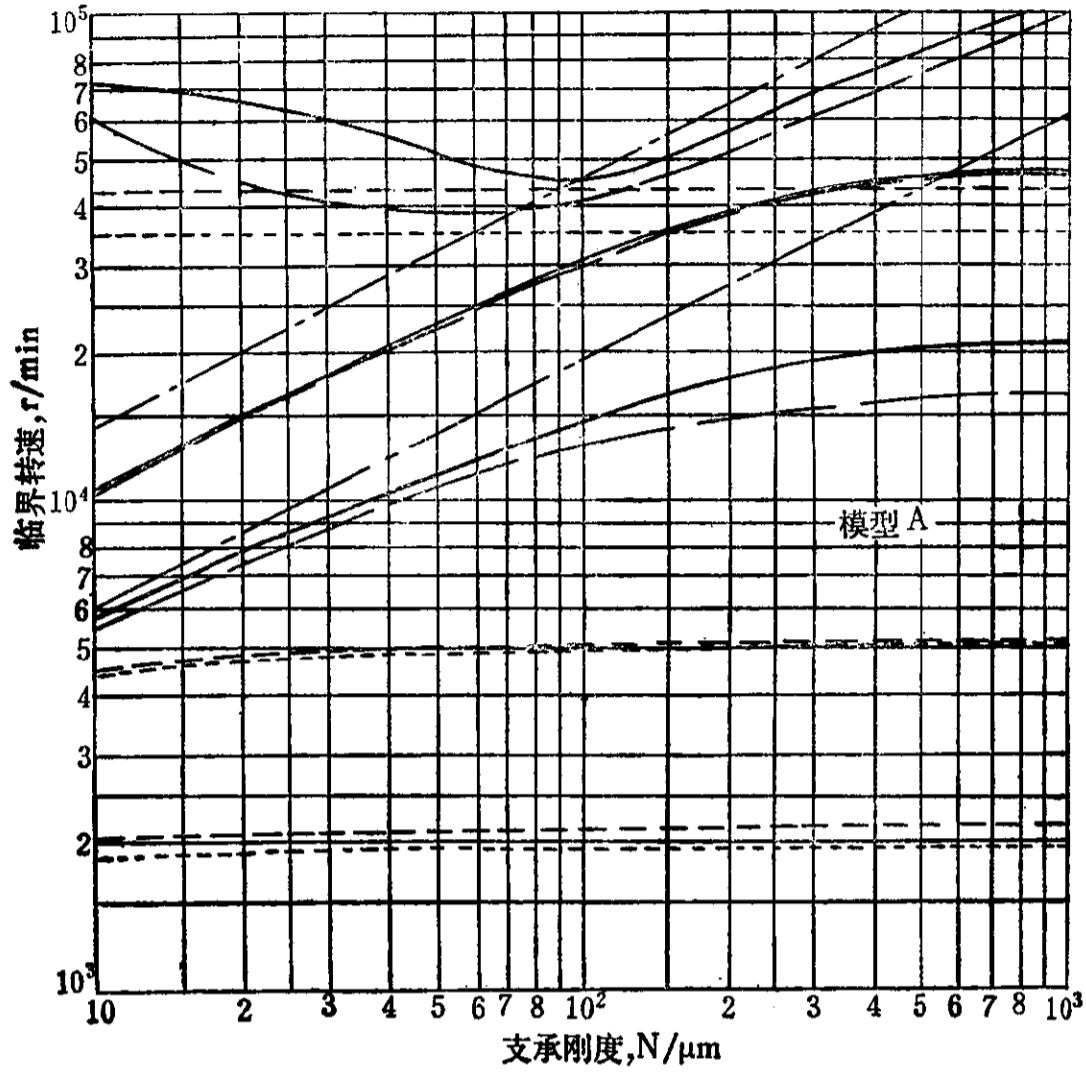
从图5.13所示的计算结果可见。

(1) 回转效应不是对所有振型都发生影响, 按原理上说回转力矩为

$$\frac{1}{2} A_i \Omega^2 \varphi_i$$

所以只有当 $\varphi_i \gg 0$ 时才有较明显的作用。由此推理, 对于弯曲刚性转子, 其临界转速受回转效应影响大的, 其振型就存在较明显的倾斜, 或者说“摇摆”。根据这个道理来观察四个模型的临界转速, 可以发现, 模型A与B的第一临界转速的振型应为“摇摆”, 而第二临界转

速的振型为“平动”。模型C与D的情况与此恰恰相反，第一临界转速的振型是“平动”，第二临界转速的振型是“摇摆”的。这与图4·5所示的情况是完全一致的。



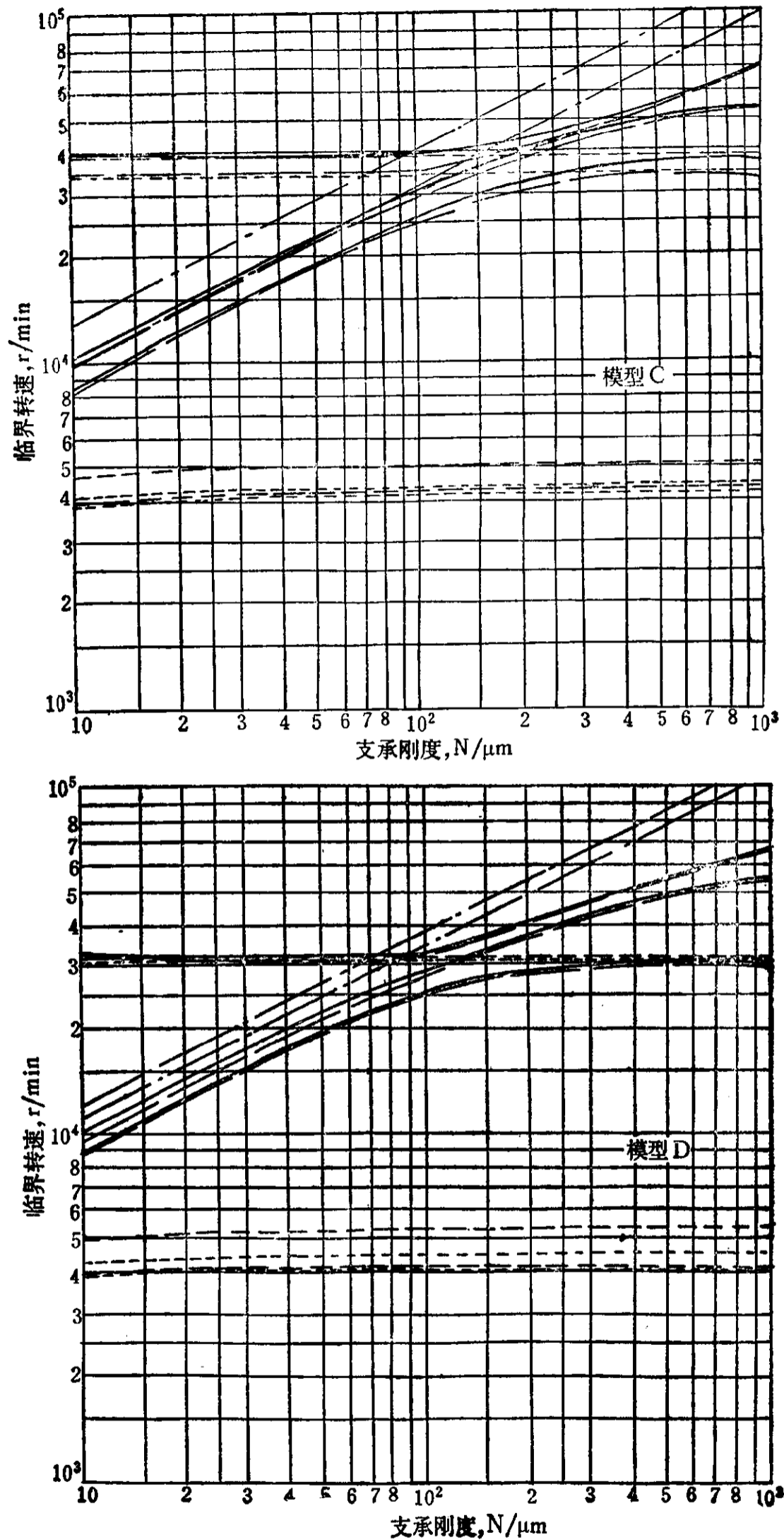


图 5·13 四个转子模型的临界转速

- 无油膜, 有回转效应
- 无油膜, 无回转效应
- 有油膜, 有回转效应
- 有油膜, 无回转效应
- 按公式(4·5a, b)计算

(2) 具有油膜的临界转速计算值基本上不受支座刚度 $c_p$ 变化的影响, 说明了这些模型的轴弯曲刚度比油膜-支座刚度大得多。这点启示了, 对于弯曲刚度较大的转子, 其临界转速计算中不必考虑支座的刚度 $c_p$ , 即可以认为支座是绝对刚性的。反动式的汽轮机转子, 其弯曲刚度都比较大, 所以允许不考虑支座的弹性, 而离心压缩机转子的弯曲刚度都不大, 因此支座的弹性不能忽视。

(3) 具有油膜的第三临界转速值与转子的“自由-自由”的固有频率(单位都是r/min)几乎是相同的, 见表5.3。这个现象启示了工业汽轮机转子的“自由-自由”固有频率是有工程上的实用价值的。“自由-自由”固有频率在实验室中很容易测得, 由此估计转子第三临界转速的频位, 从而可对转子运行品质作出判断。

表 5.3 四个转子模型的临界转速

	模型A	模型B	模型C	模型D
自由-自由 (a)	43258	55727	38882	32201
第一固有频率(b)	33869	40586	34907	32201
具有油膜的 (a)	43714 ~43909	55807 ~56024	38645 ~38654	32069 ~32097
第三临界转速(b)	34677 ~34832	40782 ~40879	34709 ~34715	32071 ~32097

注: (a)——考虑回转效应; (b)——不考虑回转效应。

(4) 从四个转子模型的计算结果表明, 轮盘越靠近跨距中心, 其第一与第二临界转速就越靠近。这从工程设计上来说, 就使工作转速容易避开这些临界转速了, 其中模型D显然是最佳者。

图5.14为相应的振型曲线计算结果, 可见其规律与图4.5所示的是完全一致的, 也说明了第(1)点的分析是正确的。从图中振型曲线可见, 第一与第二临界转速应属弯曲刚性, 而第三显然是弯曲挠性临界转速, 所以“自由-自由”固有频率引起人们的兴趣。

为了使读者对实际转子的动力特性有所了解, 下面再介绍几个实际转子的计算结果的例子, 都是用CPRB80程序计算的。

**实例1** TISA单级汽轮机转子, 质量为98.2kg, 油膜轴承, 左轴承负载882N, 右轴承负载81N, 工作转速为10500r/min, 转子纵剖面见图5.15。

**计算结果** 这根转子重心偏近左轴承, 所以其动力特性是接近于模型A的, 计算结果见图5.16。由图可见, 支座刚度对临界转速影响很小, 其第二临界转速较高, 并恰在工作转速上下。从振型曲线看来, 如同模型A, 第一临界转速振型为“摇摆”, 属弯曲刚性; 第二临界转速虽属“平动”, 但轴稍有弯曲, 然而仍属弯曲刚性临界转速。

**试验结果** 图5.17为该转子在动平衡机上平衡合格后的幅相轨迹。从中所判断的临界转速基本上与计算吻合。第一临界转速高于计算值较多, 而第二临界转速与计算值基本一致。由于是生产性试验, 没有严格地测量振型曲线, 但可从左右轴承振动相位是否相同或相反来判断。

实践证明, 这个转子必须经过高速动平衡后, 才能平稳而安全地运行。对于这种较为特

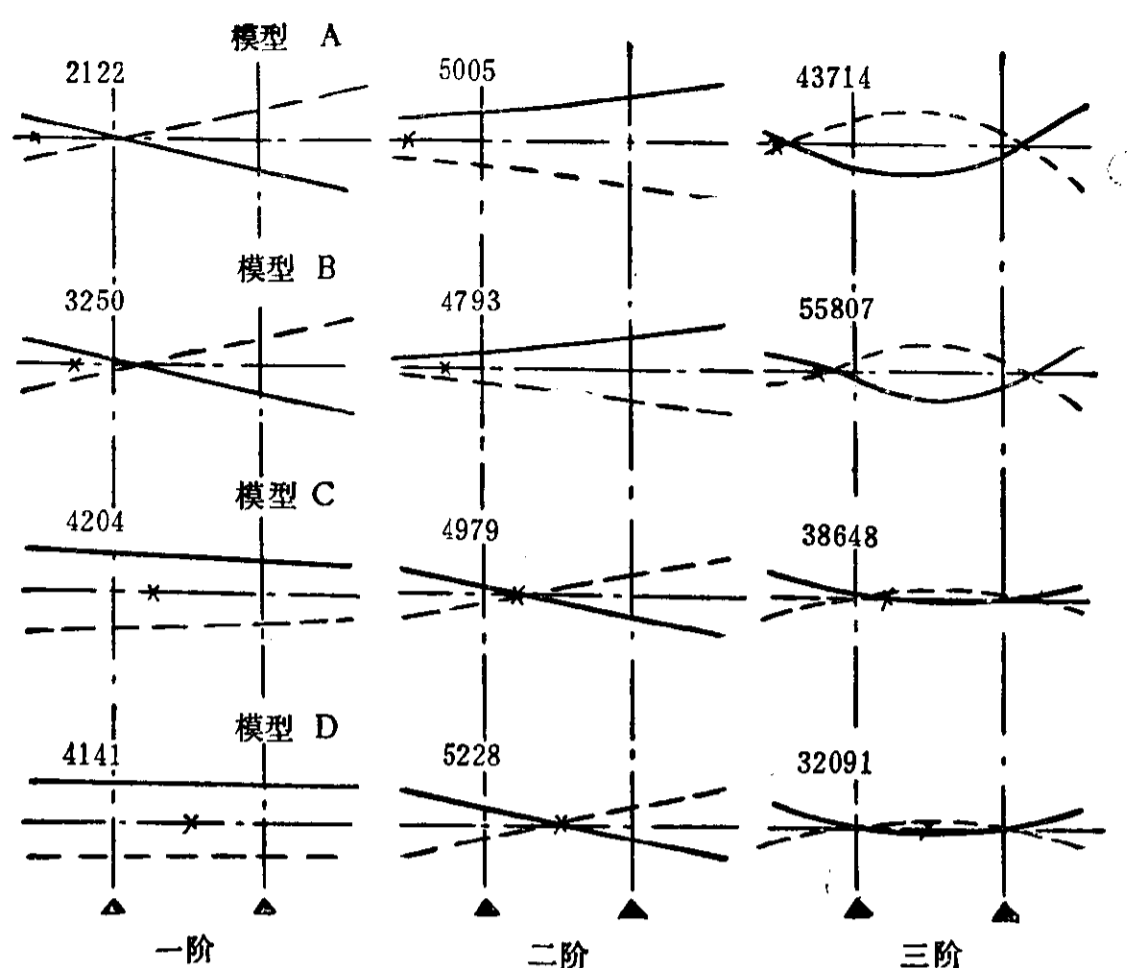


图 5.14 四个转子模型的振型曲线计算  
×—轮盘位置；▲—支承位置

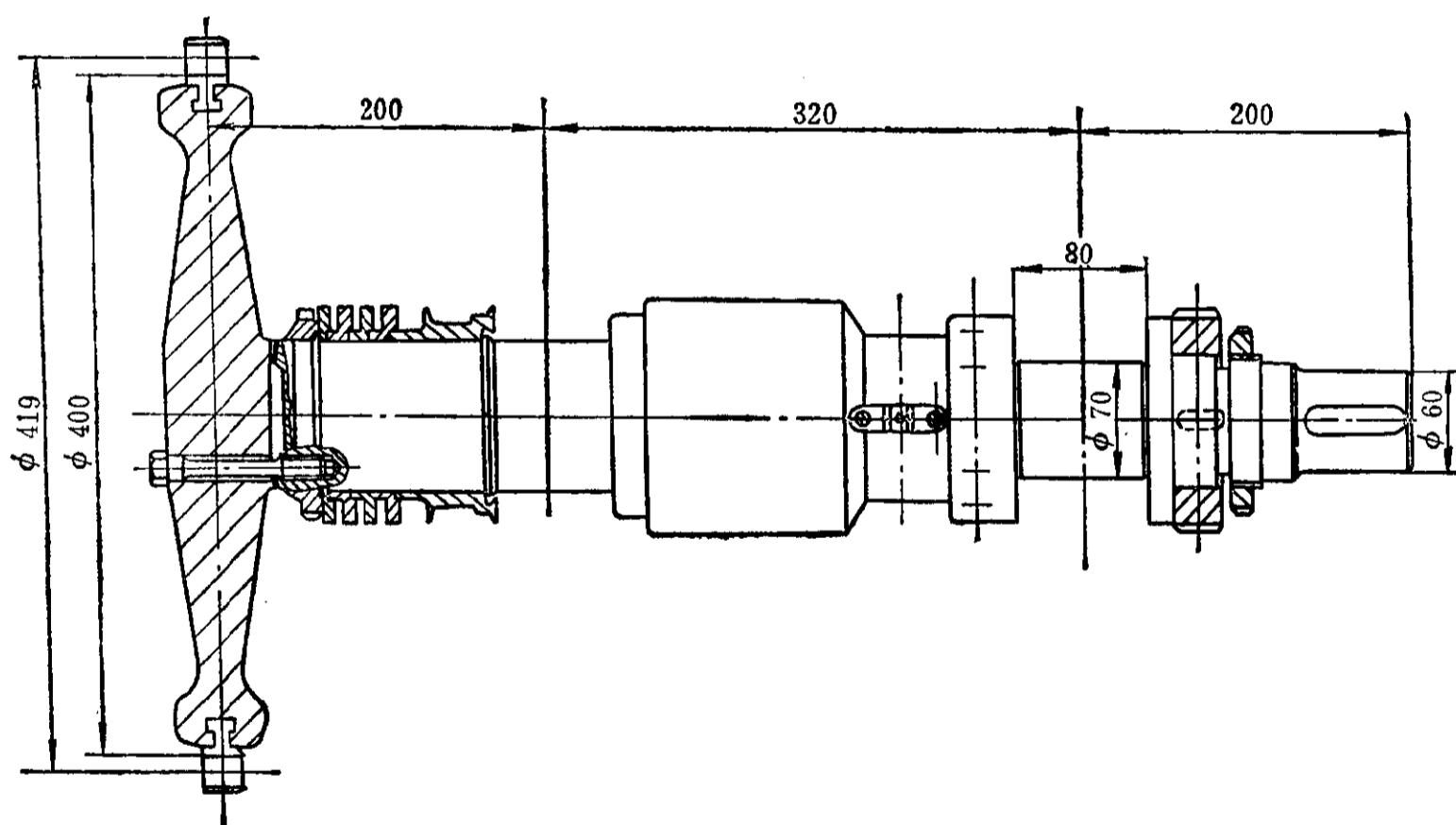


图 5.15 TISA单级工业汽轮机转子

殊的转子，在第四章中已经说明了，命名为半挠性转子。

**实例2** 2102JHP多级压缩机转子，质量为206.4kg，油膜轴承，左轴承负载1130N，右轴承负载895N，工作转速为13900r/min，转子纵剖面见图5.18。

**计算结果** 这根转子两个轴承负载相差不多，所以动力特性应接近模型D，计算结果见

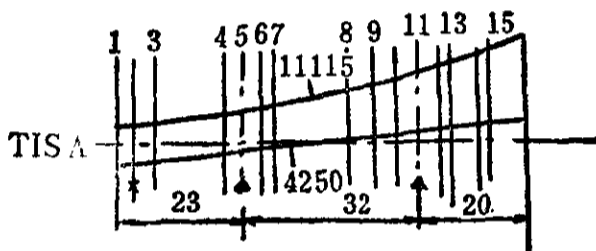
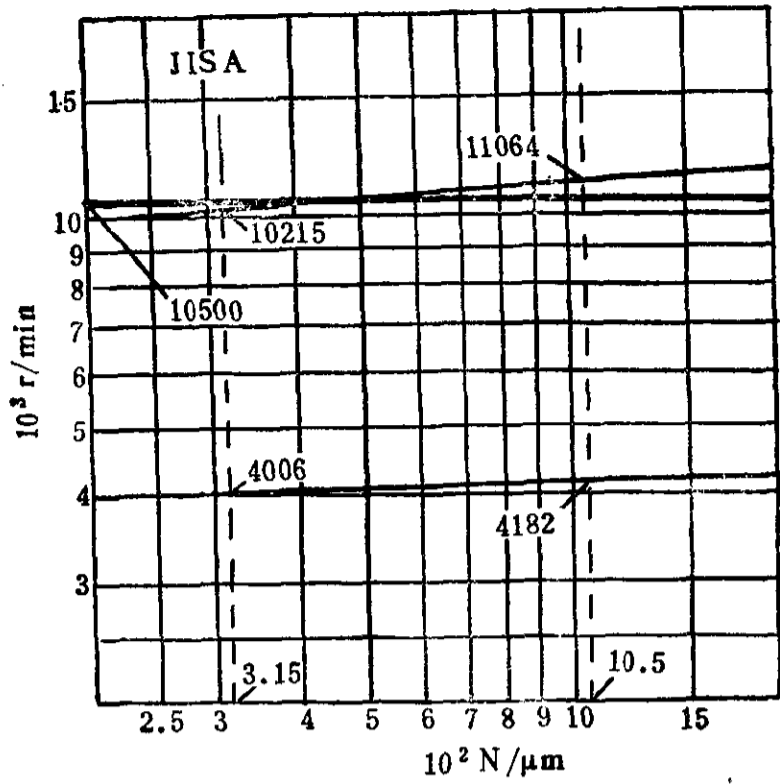


图 5·16 TISA转子的临界转速及其振型曲线

×—叶轮位置；▲—支承位置

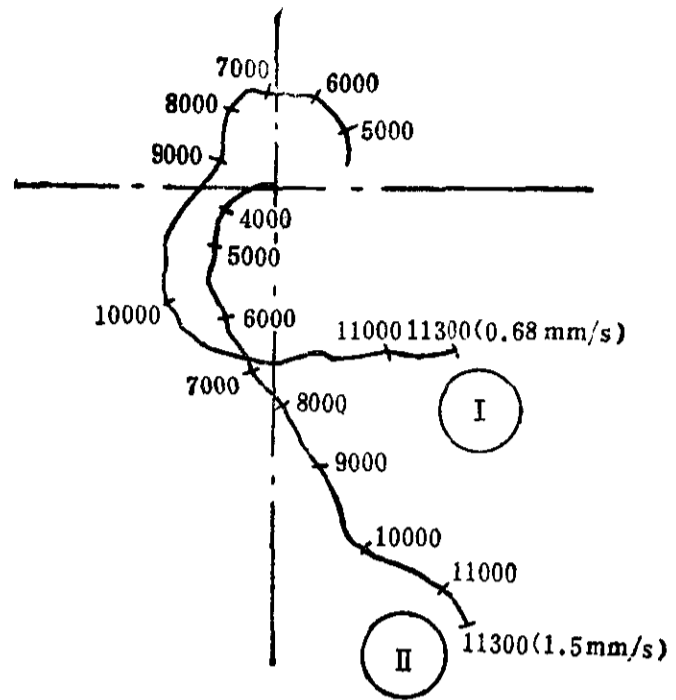


图 5·17 TISA转子的幅相轨迹（动平衡机支承刚度为 $315\text{N}/\mu\text{m}$ ）

①—联轴节端轴承振动速度；②—叶轮端轴承振动速度

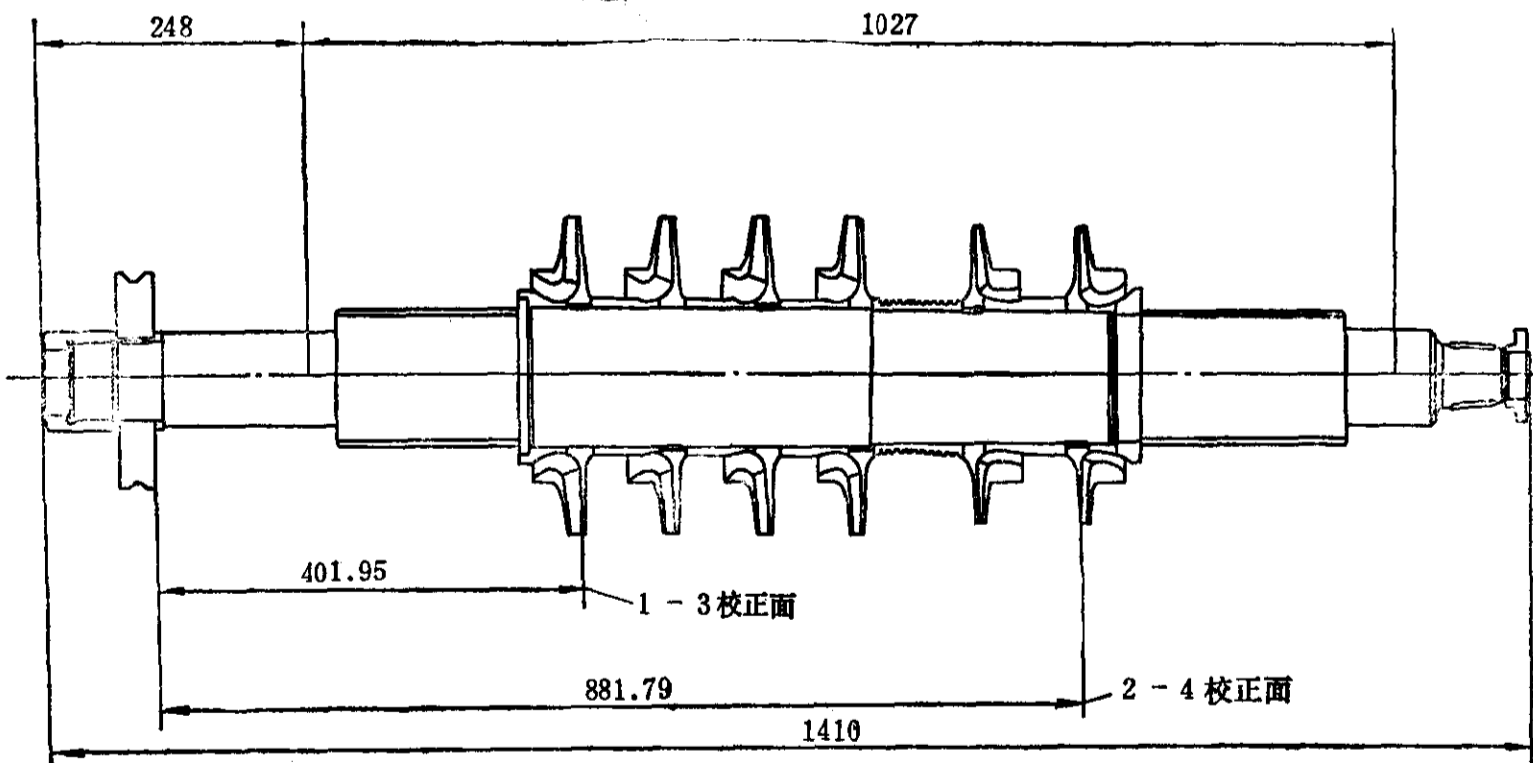


图 5·18 2102JHP多级离心压缩机转子

图5·19。由图可见，支座刚度对临界转速的影响很小。工作转速已超过第二临界转速，但距第三临界转速尚远。从振型曲线上看，第一与第二临界转速均属弯曲刚性，但稍有弯曲。

实践证明，这个转子必须经过高速动平衡才能保证平稳地运转，所以这个转子也属于半挠性转子。



**实例3** 102JT多级工业汽轮机转子，质量为421.7kg，油膜轴承，右轴承负载1844N，左轴承负载2292N，工作转速为11340r/min，转子纵剖面见图5.20。

**计算结果** 这也是接近模型D的转子，计算结果见图5.21，可见支座刚度变化的影响并不大。虽然其工作转速尚低于第二临界转速，但从振型曲线看，轴的弯曲是比较大的，大大超过了轴颈的振动。因此临界转速是属于弯曲挠性的。由于工作转速比较靠近第二临界转速，所以这是一根典型的挠性转子。

**实例4** PLS2000多级离心压缩机转子，质量为201.9kg，油膜轴承，右轴承负载933N，左轴承负载1047N，工作转速为12000r/min，转子纵剖面见图5.22。

**计算结果** 这个转子也是接近模型D的，计算结果见图5.23，支座刚度对临界转速的影响也不大。但是，第二与第三临界转速距离不很大，而且工作转速正处于它们之间。从振型曲线上看，轴的弯曲相当大，而且对称性很差，所以这是一个较复杂的挠性转子。

**试验结果** 图5.24为该转子在动平衡机上平衡合格后记录的幅相轨迹，第一临界在4300r/min左右，第二临界在10000r/min左右，与计算是比较吻合的。由于工作转速处于第二与第三临界转速之间，因此在工作转速——平衡转速上出现了第二与第三阶的混合振型。

### 5.7 转子的分类

上节介绍了四个转子模型和四个实际转子的动力特性。尽管这些转子各不相同，但是有一共同之点，对于油膜轴承上的转子，支座弹性刚度在500~5000N/μm之间对第一阶临界转速的影响都不大，有的甚至对第二阶的影响也不大。虽然在没有油膜的情况下，支座弹性影响很大，但对本书中所讨论的转子没有实际意义。所以在计算一般的工业汽轮机与离心压缩机转子的动力特性中，支座弹性刚度不必十分仔细考虑。

为了说明各种转子的动力特性，特地计算了如图5.25所示的转子模型的动力特性，其中转子长度 $l$ 是变化的，并用转子刚度 $c_w$ 作为不同长度转子的特征系数：

$$c_w = \frac{\text{转子跨间质量}}{\text{转子中间挠度}} \quad \text{kg}/\mu\text{m}$$

这里采用改变轴的长度，而不是采用改变轴的直径，其用意在于保持轴承油膜的相似性。

计算结果表示在图5.26中，其中充分显示了转子临界转速受其自身刚度变化的影响。该图似乎与Badgley的图有些相仿<sup>[31]</sup>，实际上是不同的，图5.26中横坐标的变量是转子刚度，

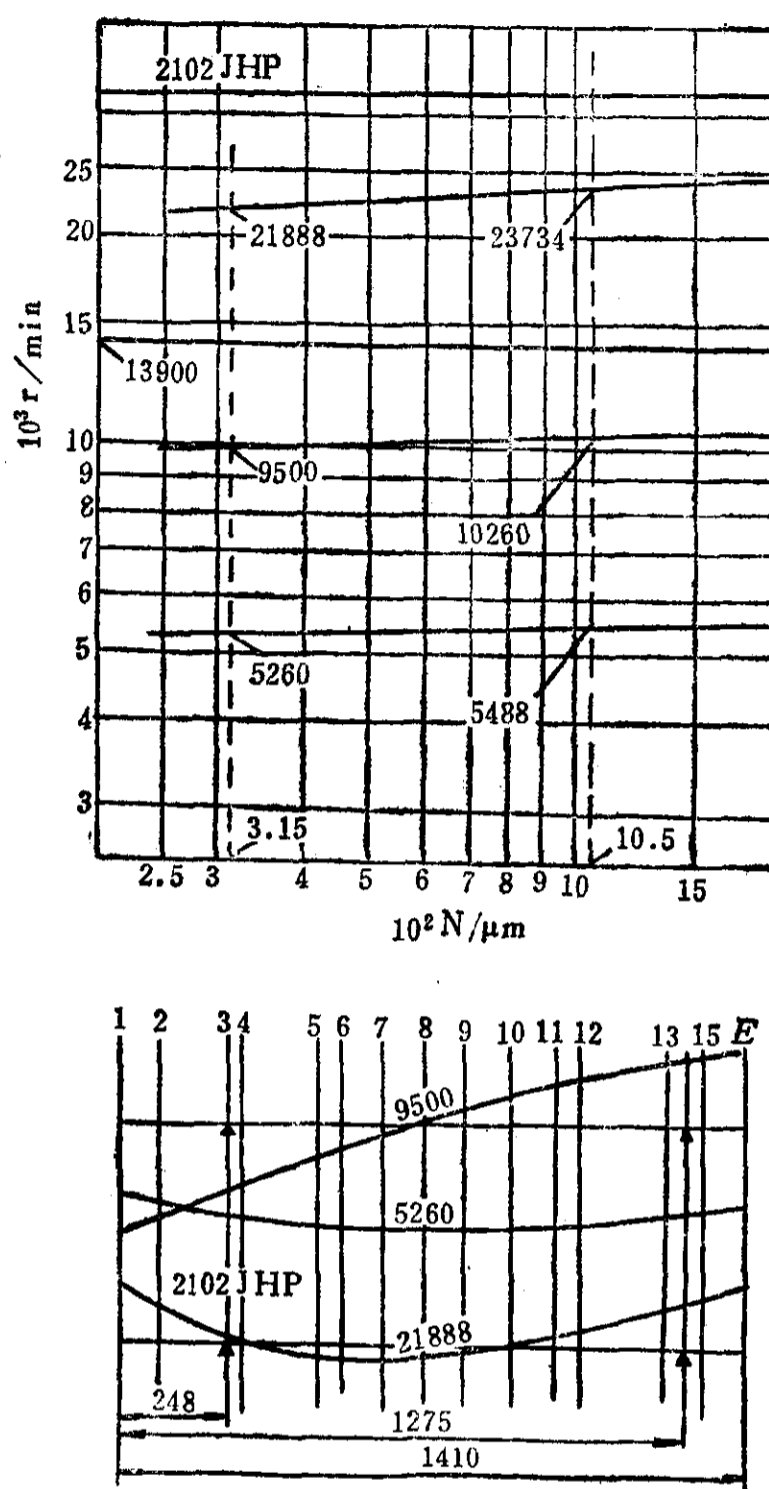


图 5.19 2102JHP转的临界转速及其振型曲线

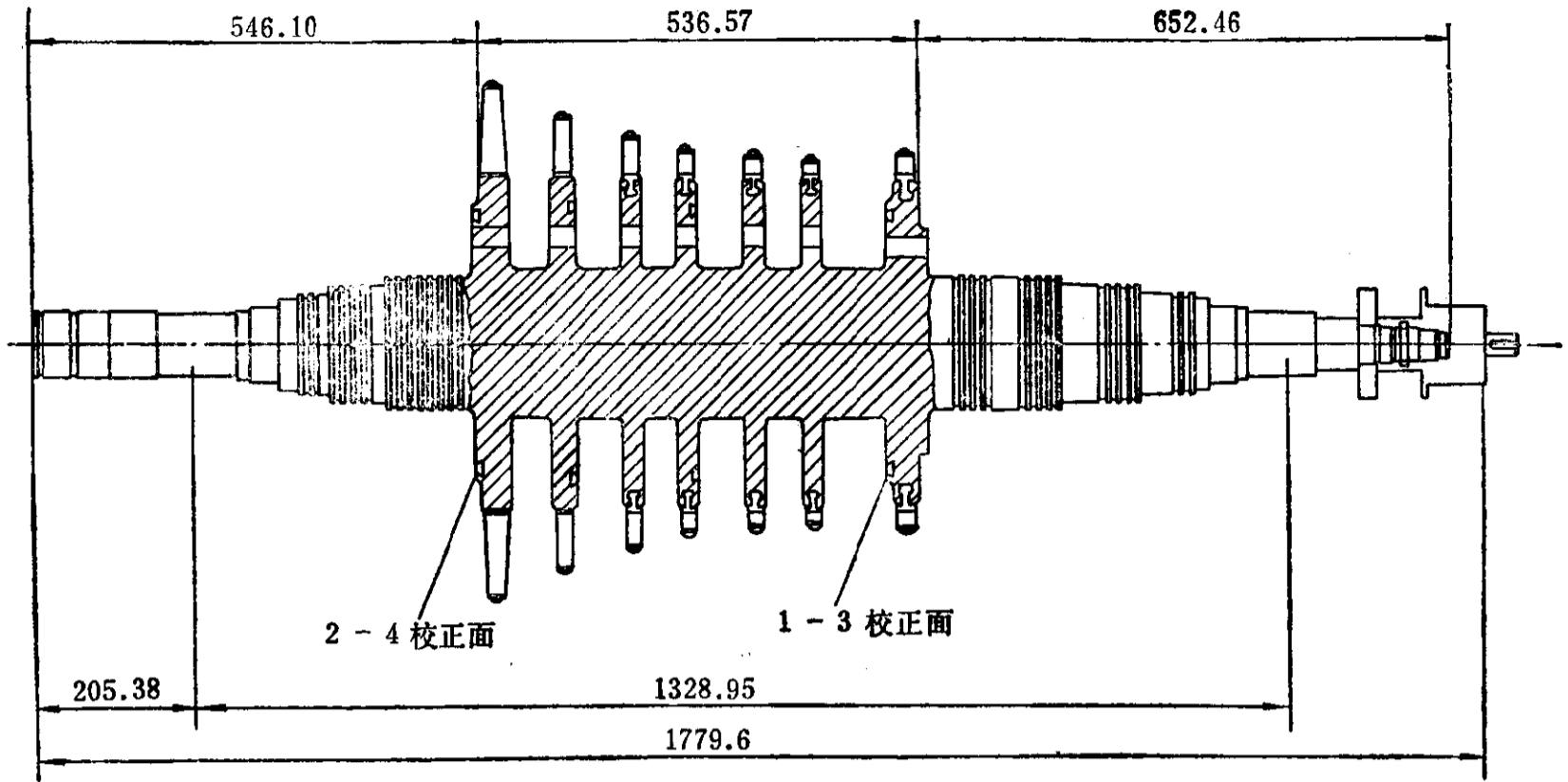


图 5·20 102JT多级工业汽轮机转子

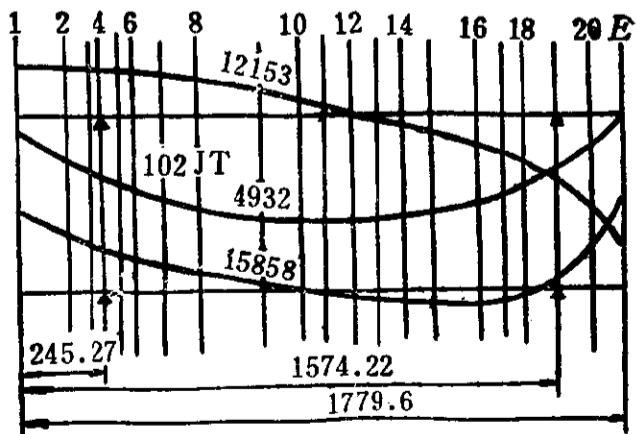
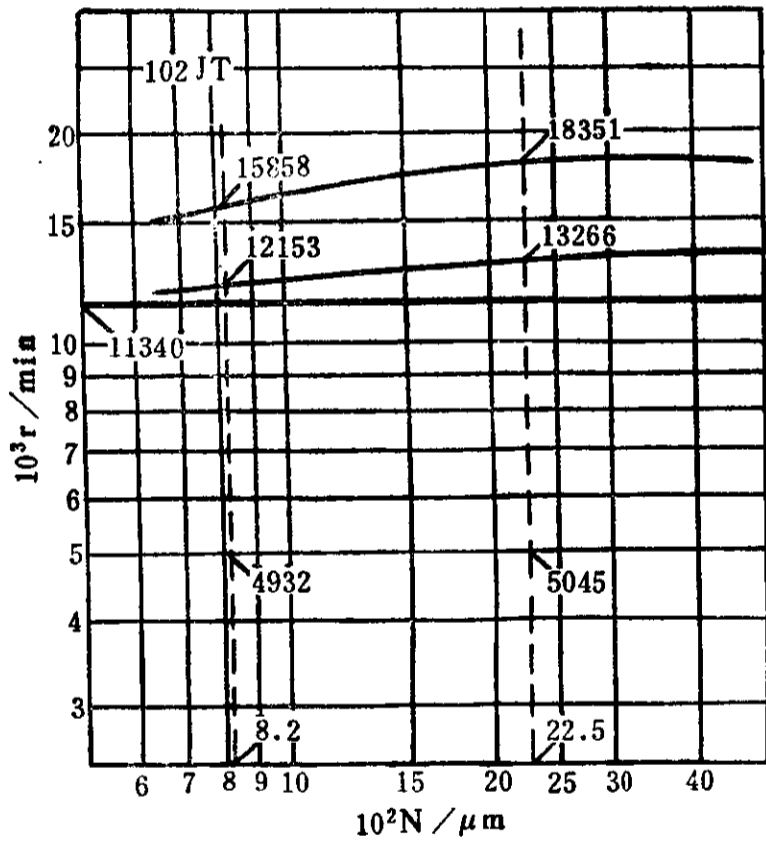


图 5·21 102JT转子的临界转速及其振型曲线

而不是支座刚度，这点务必不要混淆。

下面利用图5·26对转子进行分类。

(1) 图中 I 区为转速低于第一临界转速 70% 的区域。同时这个区域中的转子完全符合 2·1 节中关于刚性转子定义，所以命名为 刚性转子区。

(2) 图中 II-Q 区为转速低于第二临界转速 70%。而高于第一临界转速 70% 的区域，其中转子刚度界限为  $c_w < 10 \text{ kg}/\mu\text{m}$ ，即第一临界转速基本属于弯曲挠性的。在这个区域中的转子大多可以通过改良的低速动平衡达到平稳运行。机械部的 JB/Z 197—83 文件中明确指出，满足条件

$$1.4n_1 < n_{\min} \text{ 与 } n_{\max} < 0.7n_2$$

的转子可以只进行低速动平衡。其中  $n_1$  与  $n_2$  分别为转子第一与第二临界转速， $n_{\min}$  与  $n_{\max}$  分别为转子最低与最高连续转速。所以这个区域命名为 准刚性转子区。

(3) 图中 I-S 区为转速低于第三临界转速 70% 而高于第一临界转速 70% 的区域，其中转子刚度界限为  $c_w > 10 \text{ kg}/\mu\text{m}$ ，即第一与第二临界转速基本属于弯曲刚性的。在这个区域中，一般的转子，即左右大致对称且工作转速

低于第二临界转速者，也只要进行低速动平衡。但是当转速较高，特别是靠近第二临界转速的转子，则总是需要高速动平衡的，这就是前面曾提到的半挠性转子。所以这个区域命名

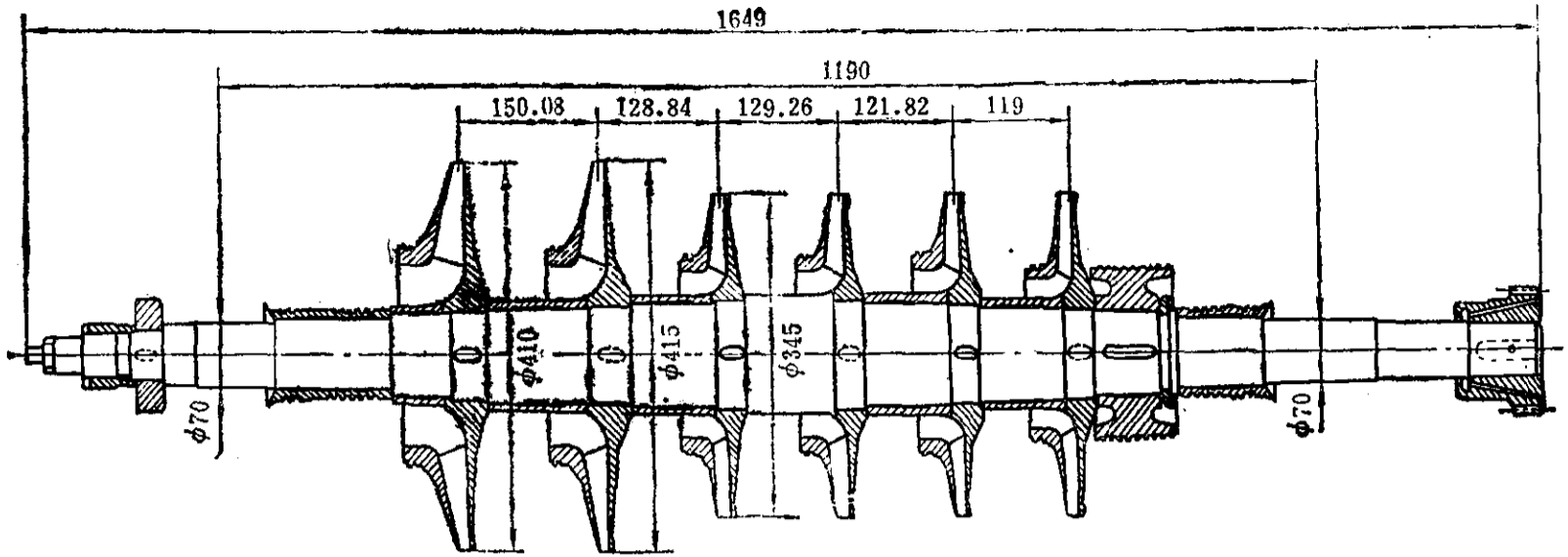


图 5.22 PLS2000多级离心压缩机转子

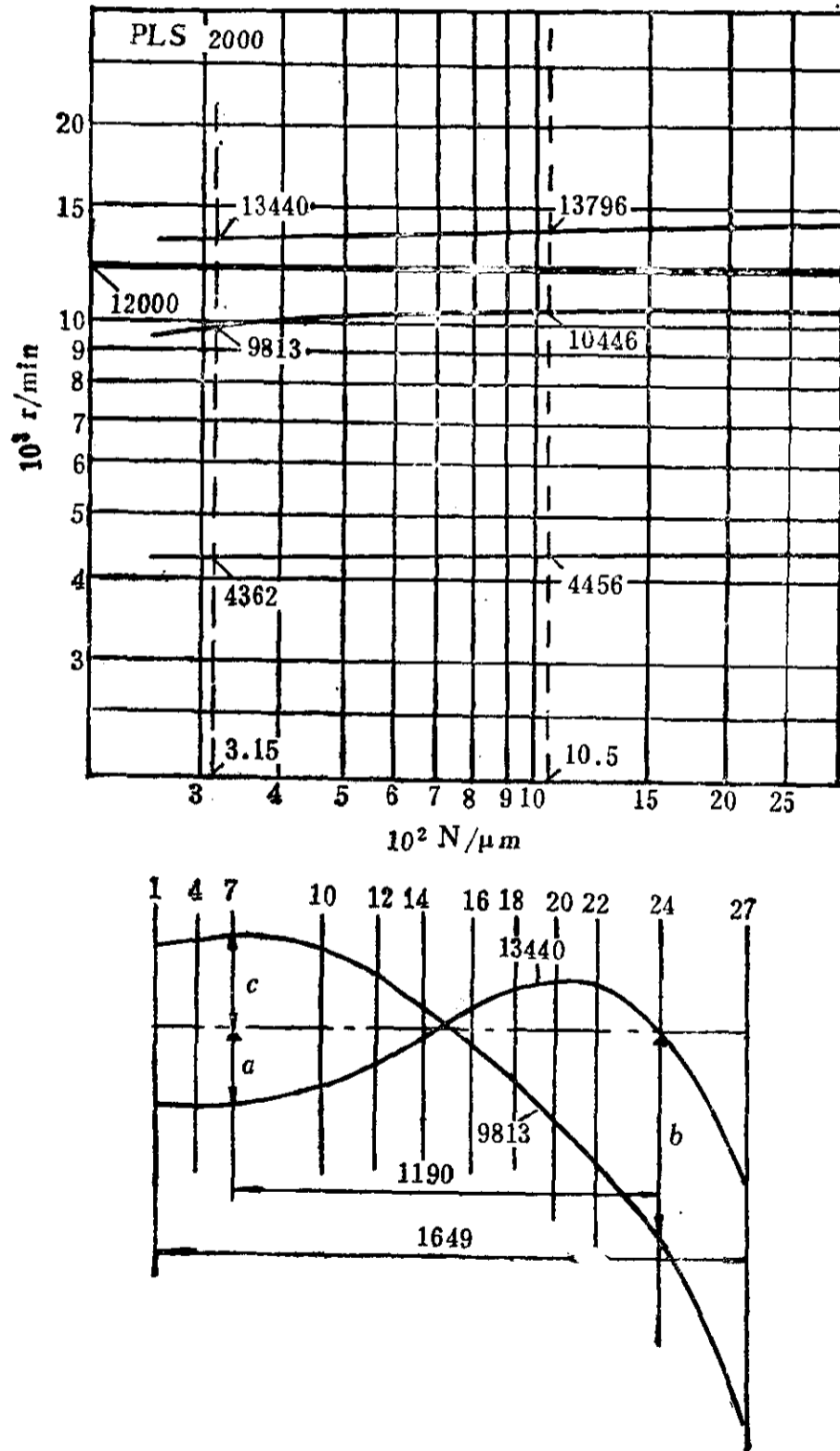


图 5.23 PLS2000转子的临界转速及其振型曲线

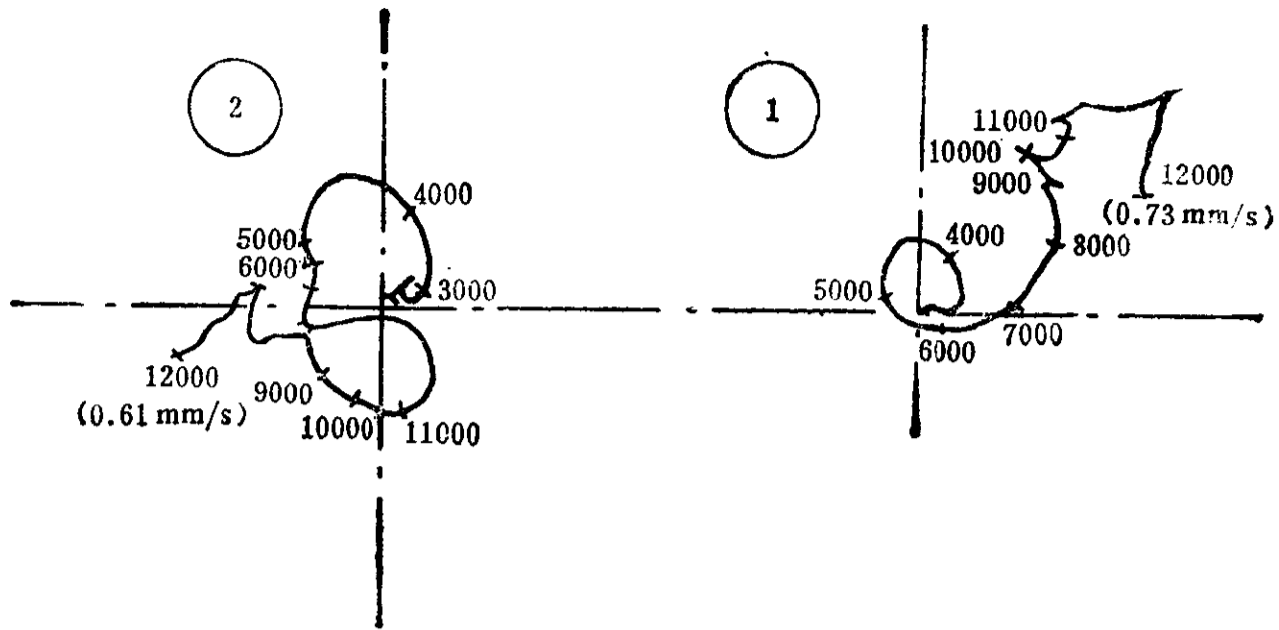


图 5·24 PLS2000转子的幅相轨迹  
(动平衡机支承刚度为315N/μm)

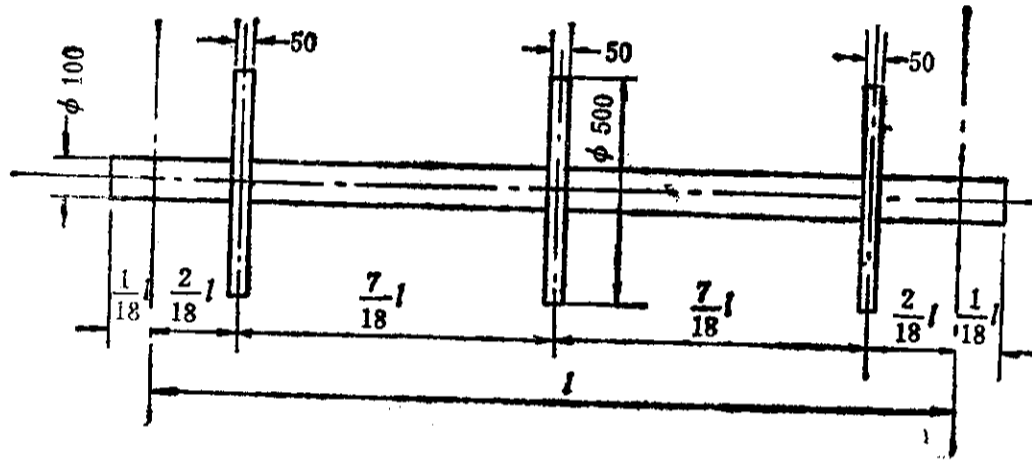


图 5·25 三轮盘转子模型  
 $l/18 = 40, 60, 80, 100\text{mm}$

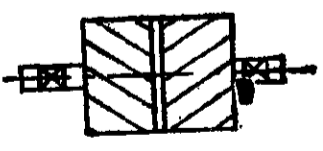
为半挠性转子区。

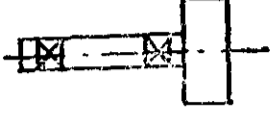
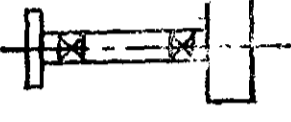
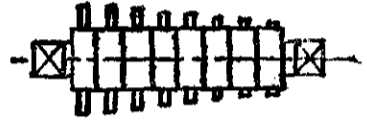
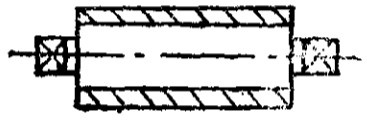
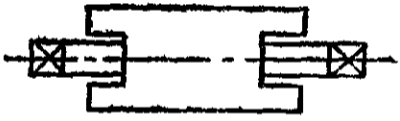
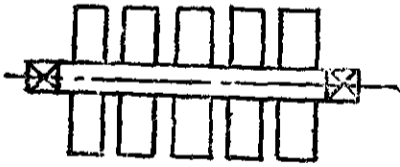
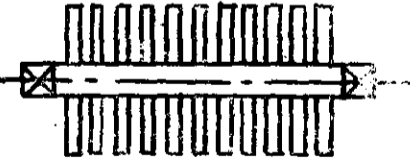

(4) 图中除去前三个区，存下的区域标记为Ⅱ区。在这个区域中的转子都是需要进行高速动平衡的，其中所出现的临界转速也都是弯曲挠性的。所以这个区域命名为挠性转子区。

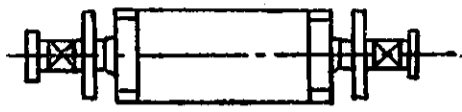
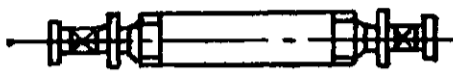
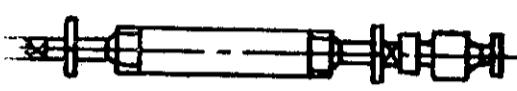

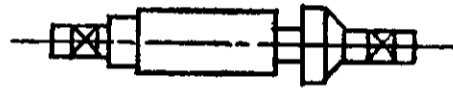
上述四个区域的界限都用粗线条表示。对于具体转子要作具体分析，上述分类仅供读者参考。

ISO 5406标准中，对转子按结构与动力特性作了较细的分类<sup>[8]</sup>，见表5·4。

表 5·4 转子的分类

类别	说明	实例
1类 (刚性转子)	可以用任意两个平面平衡的转子，校正后不平衡量在任意转速直至最高工作转速不会有明显地变化	 齿 轮
2类 (准刚性转子)	不能看作刚性的转子，但能用改良的刚性转子平衡技术校正	

类别	说明	实例
不平衡量轴向分布已知的转子		
2a 类	具有单个平衡平面的转子, 例如一根较细的、不平衡量可忽略的柔性轴上装有一个质量圆盘的转子	 砂轮
2b 类	具有两个不平衡平面的转子, 例如一根较细的、不平衡量可忽略的柔性轴上装有两个质量圆盘的转子	 有皮带轮的砂轮
2c 类	具有两个以上不平衡平面的转子	 压缩机转子
2d 类	不平衡量均匀分布或线性分布的转子	 印刷机滚筒
2e 类	不平衡量可忽略的柔性轴上, 装有一个轴向长度较长的刚性质量的转子	 计算机磁鼓
不平衡量轴向分布未知的转子		
2f 类	两端具有校正面的对称转子, 其最高转速远离第二临界转速, 而工作转速范围内也不包含第一临界转速, 且原始不平衡量是被控制的	 多级离心泵
2g 类	有二个端部和一个中间校正面的对称转子, 其最高转速远离第二临界转速, 且原始不平衡是被控制的	 高速离心泵
2b 类	与2f类似的非对称转子, 其原始不平衡量是被控制的	 低压汽轮机转子
3 类	不能用改良的刚性转子动平衡技术, 而要求用高速动平衡方法进行平衡校正的转子	

类别	说明	实例
3a 类	不平衡量任意分布的、只有第一阶振型不平衡量有明显作用的转子	 四极发电机转子
3b 类	不平衡量任意分布的、只有第一与第二阶振型不平衡量有明显作用的转子	 小型二极发电机转子
3c 类	第一、第二及更高阶振型不平衡量有明显作用的转子	 大型二极发电机转子
4 类	可以归入第1、2或3类的转子，但附有一个或几个本身是弹性或用弹性元件连接着的零部件	 有离心开关的转子
5 类	可以归入第3类的转子，但由于某种原因（例如经济）只需在一个工作转速上平衡的转子	 高速电动机

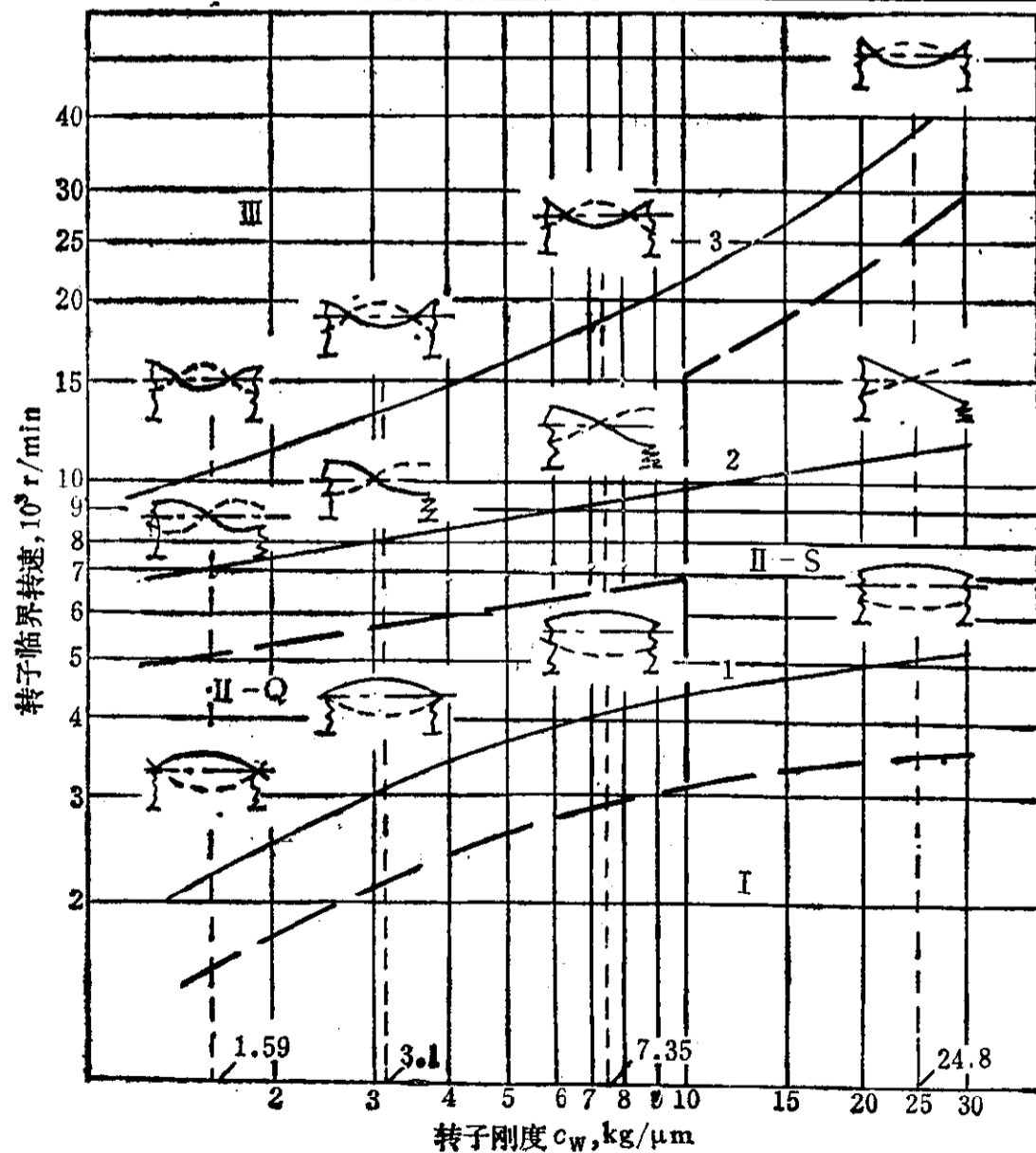


图 5.26 转子频率-刚度特性

## 第六章 挠性转子的动平衡方程及其应用

### 6.1 引言

前二章我们讨论了支承弹性与转子轴弹性对转子动力特性的影响。在这个基础上，就可以研究挠性转子的动平衡问题。实践证明，挠性转子并不像刚性转子那样，经过低速动平衡就能达到工作转速上的平稳运行，而必须进行高速动平衡。那么，高速动平衡中校正的是哪一种不平衡量呢？显然不是力与力偶两个基本的不平衡量，不难推断，它是由转子动挠度引起的另一种——第三个基本不平衡量。

转子动挠度对不平衡量的影响可从图5.6看出，按式(5.29)，截面重心的动挠度应为

$$r_{s_e}(z) = \varepsilon(z) \frac{\eta^2}{(1 - \eta^2) + j2D_a\eta} + \varepsilon(z)$$

则截面的不平衡量变成

$$u'(z) = m(z)r_{s_e}(z)$$

如果取一个校正量 $w'(z)$ ，并使

$$w'(z) + u'(z) = 0$$

这样，能否把不平衡量 $w'(z)$ 校正呢？显然是不行的。因为 $w'(z)$ 也将引起转子的动挠度，使转子的动挠度发生了变化。这样， $u'(z)$ 就发生了变化， $w'(z)$ 也就不能满足平衡的要求了。

所以挠性转子的动平衡在原理上与刚性转子是不同的，不能用刚性转子的动平衡概念去描绘挠性转子的动平衡。为了说明这个问题，必须从挠性转子的运动微分方程说起，但不能再用单轮盘转子模型了。

### 6.2 运动微分方程及其解

为了具有较广泛的意义，本节采用变截面的质量弹性连续轴作为分析模型，见图6.1。假定轴的质量分布函数为 $m(z)$ ，轴的刚度分布函数为 $EJ(z)$ ，不平衡偏心分布函数为 $\varepsilon(z)$ 。这样的分析模型比较接近实际转子，但是分析中仍然忽略了系统的阻尼。

根据材料力学，轴的挠度与弯矩之间在 $y-z$ 平面上有下列关系：

$$EJ(z) \frac{\partial^2 y_w(z)}{\partial z^2} = -M_x \quad (6.1)$$

按图6.1中所示微元体的力和力矩平衡有

$$\partial M_x = Q_y \partial z$$

$$\partial Q_y = -q_y \partial z$$

所以有

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ EJ(z) \frac{\partial^2 y_w(z)}{\partial z^2} \right] = q_y \quad (6.2)$$

式中

$$q_y = -m(z) \frac{\partial^2 y_s(z)}{\partial t^2}$$

根据式(5.4)，这里可有

$$y_s(z) = y_w(z) + \varepsilon(z) \sin(\Omega t + \beta)$$

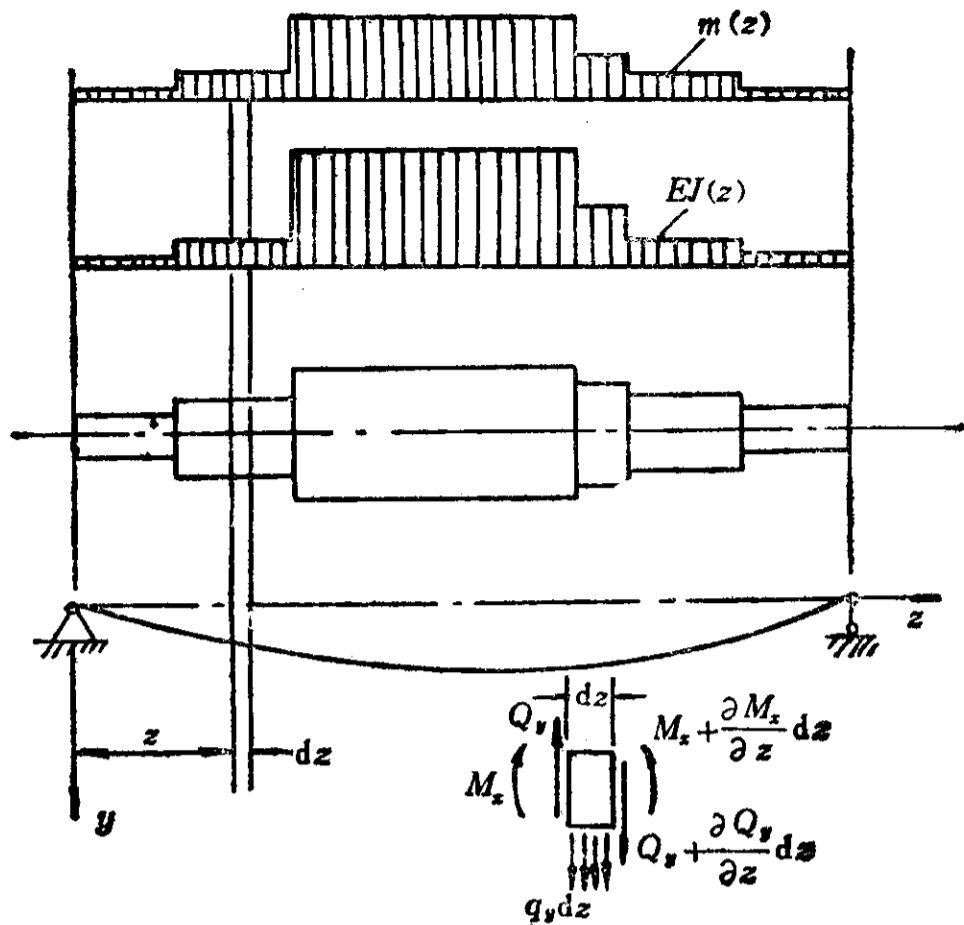


图 6·1 质量弹性连续轴模型

对此进行时间的二次偏导后，得

$$\frac{\partial^2 y_s(z)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y_w(z)}{\partial t^2} - \varepsilon(z) \Omega^2 \sin(\Omega t + \beta)$$

因此有

$$q_y = -m(z) \frac{\partial^2 y_w(z)}{\partial t^2} + m(z) \varepsilon(z) \Omega^2 \sin(\Omega t + \beta) \quad (6.3)$$

上列各式中下标W表示轴截面的形心，下标S表示截面重心。将式(6.3)代入式(6.2)就得到

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ EJ(z) \frac{\partial^2 y_w(z)}{\partial z^2} \right] - m(z) \Omega^2 y_w(z) = m(z) \varepsilon(z) \Omega^2 \sin(\Omega t + \beta) \quad (6.4)$$

同理在  $x-z$  平面上可得

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ EJ(z) \frac{\partial^2 x_w(z)}{\partial z^2} \right] - m(z) \Omega^2 x_w(z) = m(z) \varepsilon(z) \Omega^2 \cos(\Omega t + \beta) \quad (6.5)$$

把方程(6.4)乘以  $j$ ，并与方程(6.5)相加，然后代入

$$r_w(z) = x_w(z) + jy_w(z)$$

和欧拉公式，这样就得到了无阻尼系统连续轴的运动微分方程：

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ EJ(z) \frac{\partial^2 r_w(z)}{\partial z^2} \right] - m(z) \Omega^2 r_w(z) = m(z) \varepsilon(z) \Omega^2 e^{i(\Omega t + \beta)} \quad (6.6)$$

为了解这个微分方程，我们将采用较为简捷的方法。首先以

$$r_w(z) = \hat{r}_w(z) e^{i(\Omega t + \beta)} \quad (6.7)$$

代入方程(6.6)，得

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[ EJ(z) \frac{d^2 \hat{r}_w(z)}{dz^2} \right] - m(z) \Omega^2 \hat{r}_w(z) = m(z) \varepsilon(z) \Omega^2 \quad (6.8)$$



然而根据付里叶级数将 $\varepsilon(z)$ 与 $\hat{r}_w(z)$ 展示为

$$\varepsilon(z) = \sum_1^{\infty} A_n \phi_n(z) \quad (6.9)$$

$$\hat{r}_w(z) = \sum_1^{\infty} B_n \phi_n(z) \quad (6.10)$$

式中 $A_n$ 为偏心系数,  $B_n$ 为振型系数, 下标 $n$ 为阶次, 而 $\phi_n(z)$ 为型函数(弦函数)。型函数在无阻尼系统中是满足正交条件的:

$$\int \phi_i(z) \phi_j(z) dz = 0, \quad i \neq j \quad (6.11)$$

但是为了推导方便与易于理解, 暂时先假定:

$$\begin{aligned} \varepsilon(z) &= A_n \phi_n(z) \\ \hat{r}_w(z) &= B_n \phi_n(z) \end{aligned}$$

代入方程(6.8)得

$$B_n \left\{ \frac{d^2}{dz^2} \left[ EJ(z) \frac{d^2 \phi_n(z)}{dz^2} \right] - m(z) \Omega^2 \phi_n(z) \right\} = m(z) A_n \phi_n(z) \Omega^2 \quad (6.12)$$

由于 $\phi_n(z)$ 也可是第 $n$ 阶特征值的型函数, 因此必然会有

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[ EJ(z) \frac{d^2 \phi_n(z)}{dz^2} \right] - m(z) \omega_n^2 \phi_n(z) = 0$$

式中 $\omega_n$ 即为方程(6.12)的齐次式的特征值, 所以可得

$$B_n \{ m(z) \omega_n^2 \phi_n(z) - m(z) \Omega^2 \phi_n(z) \} = m(z) A_n \phi_n(z) \Omega^2$$

式中消去 $m(z)$ 与 $\phi_n(z)$ , 整理后即得

$$B_n = \frac{\Omega^2}{\omega_n^2 - \Omega^2} A_n$$

或

$$B_n = \frac{\eta_n^2}{1 - \eta_n^2} A_n \quad (6.13)$$

此式与式(5.9)在形式上是相同的。实际上 $A_n$ 为偏心系数, 而 $B_n$ 为振型系数, 所以这二式在物理意义上也是完全相同的。如果把式(6.9)与式(6.10)代入微分方程(6.8), 不难推知, 可以得到

$$\hat{r}_w(z) = \sum_1^{\infty} B_n \phi_n(z) = \sum_1^{\infty} \frac{\eta_n^2}{1 - \eta_n^2} A_n \phi_n(z) \quad (6.14)$$

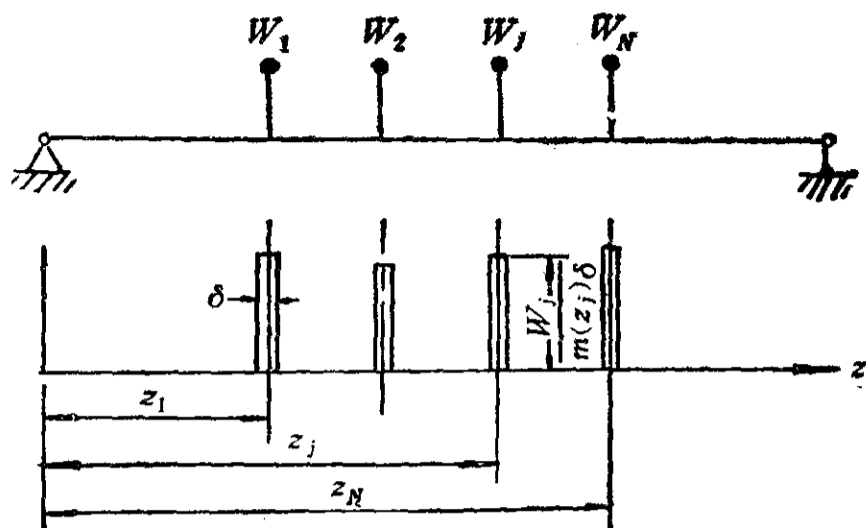
这就是方程(6.8)的解, 它表明了轴的动挠度 $\hat{r}_w(z)$ 是由 $n$ 个谐分量组成, 各分量 $B_i$ 只与各相应的偏心系数 $A_i$ 有关, 并且只有当 $\Omega \approx \omega_i$ 时 $A_i$ 才起作用, 即发生第 $i$ 次共振。由于 $\phi(z)$ 是正交函数, 所以各次共振之间是没有关系的。总的动挠度 $\hat{r}_w(z)$ 是由 $n$ 个谐分量叠加而成。

### 6.3 动平衡方程

上节中已分析了转子在不平衡偏心 $\varepsilon(z)$ 激励下的强迫振动。如果在激励中再加入校正量 $W_j$ 的作用, 并且求出在 $\varepsilon(z)$ 与 $W_j$ 的共同作用下轴振动 $\hat{r}_w(z)$ 等于零的条件, 这个条件就是动平衡方程。

按照上述思路, 首先是要把校正量加入到微分方程(6.6)中去。但校正量都是集中量, 不能直接加入到微分方程中去, 所以第一步是把校正量函数化。

假定有  $N$  个校正量  $W_1, W_2, \dots, W_j, \dots, W_N$ , 每个校正量又假定它都分布在一个微小的长度  $\delta$  上, 则可用下列函数表示:



$$P_j(z) = \frac{W_j}{m(z)\delta} \psi(z) \quad (6.15)$$

式中  $m(z)$  仍为转子单位长度的质量,  $\psi(z)$  为型函数, 它具有下列性能:

$$z_j - \frac{\delta}{2} \leq z \leq z_j + \frac{\delta}{2} \text{ 时,} \\ \psi(z) = 1$$

图 6.2 轴上校正量的分布

$$z < z_j - \frac{\delta}{2}, \quad z_j + \frac{\delta}{2} < z \text{ 时,} \quad \psi(z) = 0$$

因此  $P_j(z)$  在物理上是校正偏心, 而在数学上是矩形函数, 它也可用付里叶级数展开:

$$P_j(z) = \sum_1^{\infty} \xi_{jn} \phi_n(z) \quad (6.16)$$

式中  $\phi_n(z)$  仍是具有正交性的型函数, 因此可以利用自变系数公式得

$$\xi_{jn} = \frac{1}{H_n} \int_0^l P_j(z) m(z) \phi_n(z) dz \quad (6.17)$$

式中  $H_n$  称为第  $n$  阶振型模量或模态质量, 它为

$$H_n = \int m(z) \phi_n^2(z) dz \quad (6.18)$$

将式 (6.15) 代入式 (6.17) 后可得

$$\xi_{jn} = \frac{1}{H_n} \int_0^l \frac{W_j}{\delta} \psi(z) \phi_n(z) dz = \frac{1}{H_n} W_j \phi_n(z_j) \quad (6.19)$$

对于  $N$  个校正量有

$$\sum_1^N P_j(z) = \sum_1^N \sum_1^{\infty} \xi_{jn} \phi_n(z) = \sum_1^{\infty} \xi_n \phi_n(z) \quad (6.20)$$

式中

$$\xi_n = \sum_1^N \xi_{jn} = \frac{1}{H_n} \sum_1^N W_j \phi_n(z_j) \quad (6.21)$$

这就是所需要的校正量函数,  $\phi_n(z_j)$  为  $\phi_n(z)$  在  $z = z_j$  处的值。

现在可将式 (6.20) 加入到微分方程 (6.6) 的干扰项中去, 可得

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ EJ(z) \frac{\partial^2 r_w(z)}{\partial z^2} \right] - m(z) \Omega^2 r_w(z) = m(z) \left[ \varepsilon(z) + \sum_1^N P_j(z) \right] \Omega^2 e^{i(\Omega t + \beta)} \quad (6.22)$$

利用式 (6.7), 同理可得

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[ EJ(z) \frac{d^2 \hat{r}_w(z)}{dz^2} \right] - m(z) \Omega^2 \hat{r}_w(z) = m(z) \left[ \varepsilon(z) + \sum_1^N P_j(z) \right] \Omega^2 \quad (6.23)$$

将式 (6.9)、(6.10) 与式 (6.20) 代入方程 (6.23) 得

$$\sum B_n \left\{ \frac{d^2}{dz^2} \left[ EJ(z) \frac{d^2 \phi_n(z)}{dz^2} \right] - m(z) \Omega^2 \phi_n(z) \right\} = m(z) \sum [A_n \phi_n(z) + \zeta_n \phi_n(z)] \Omega^2 \quad (6.24)$$

同理可得

$$\sum B_n \{ m(z) \omega_n^2 \phi_n(z) - m(z) \Omega^2 \phi_n(z) \} = m(z) \sum [A_n \phi_n(z) + \zeta_n \phi_n(z)] \Omega^2$$

根据正交性可有

$$B_n \{ m(z) \omega_n^2 \phi_n(z) - m(z) \Omega^2 \phi_n(z) \} = m(z) [A_n \phi_n(z) + \zeta_n \phi_n(z)] \Omega^2$$

消去  $m(z)$  与  $\phi_n(z)$ , 经整理可得

$$B_n = \frac{\eta_n}{1 - \eta_n} (A_n + \zeta_n) \quad (6.25)$$

于是, 轴的动挠度为

$$\hat{r}_w(z) = \sum \frac{\eta_n}{1 - \eta_n} (A_n + \zeta_n) \phi_n(z) \quad (6.26)$$

这个式子与式 (6.14) 比较, 可见只增加了由校正量而来的校正偏心系数  $\zeta_n$ 。

前面已经说过, 动平衡方程可从  $\hat{r}_w(z) = 0$  得到。这样, 从方程 (6.26) 可知,  $\hat{r}_w(z) = 0$  的条件为

$$A_n + \zeta_n = 0 \quad (6.27)$$

若将式 (6.21) 代入, 就得

$$A_n + \frac{1}{H_n} \sum_1^N W_i \phi_n(z_i) = 0$$

或

$$A_n H_n + \sum_1^N W_i \phi_n(z_i) = 0 \quad (6.28)$$

这个式子就是挠性转子动平衡方程。

为了使物理意义明朗些, 动平衡方程一般表示为

$$\int u(z) \phi_n(z) dz + \sum_1^N W_i \phi_n(z_i) = 0 \quad (6.29)$$

这可以利用  $\phi_n(z)$  的正交性来证明。

根据式 (1.9) 与 (6.9),  $u(z)$  可表示为

$$u(z) = m(z) \varepsilon(z) = m(z) \sum_1^{\infty} A_n \phi_n(z)$$

两端若乘以  $\phi_n(z)$  后再积分便可得

$$\int u(z) \phi_n(z) dz = A_n \int m(z) \phi_n^2(z) dz = A_n H_n$$

到此, 动平衡方程推导结束。从推导过程中可以见到, 多次利用了型函数的正交性, 也就是这个方程是在忽略阻尼的前提下得到的, 这点请不要遗忘。

如果对于挠性转子仍要满足转子刚性时的平衡条件, 那么动平衡方程总的表示为

$$\left. \begin{aligned} \int u(z) dz + \sum_1^N W_i &= 0 \\ \int u(z) z dz + \sum_1^N W_i z_i &= 0 \\ \int u(z) \phi_n(z) dz + \sum_1^N W_i \phi_n(z_i) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.30)$$

其中第一式称为力平衡方程，第二式称为力矩平衡方程，而第三式被称为振型平衡方程。

根据ISO1925的定义，第  $n$  阶振型不平衡量为

$$U_n = \int u_n(z) \phi_n(z) dz \quad (6.31)$$

对于无阻尼系统，也可表示为

$$U_n = \int u(z) \phi_n(z) dz \quad (6.32)$$

这就是第三个基本不平衡量，也是高速动平衡中主要要校正的不平衡量。另外，ISO1925 中又定义了第  $n$  阶振型不平衡当量  $U_{nc}$  的概念。假定有一组  $N$  个集中型的不平衡量  $U_i$ ，它满足于

$$\sum_1^N U_i \phi_n(z_i) = \int u(z) \phi_n(z) dz \quad (6.33 a)$$

一般说来，可能有很多不平衡量组  $\Sigma U_i$  可以满足上述条件。如果某不平衡量组的模量和  $\sum_1^N |U_i|$  是各组中最小者，那么可以认为

$$U_{nc} = \sum_1^N |U_i| \quad (6.33 b)$$

当  $N=1$  时就有ISO1925中的表达式：

$$U_n = U_{nc} \phi_n(z_c) \quad (6.33 c)$$

式中  $z_c$  为  $U_{nc}$  所在坐标。请注意，尽管第  $n$  阶振型不平衡当量对于第  $n$  阶振型的作用与第  $n$  阶振型不平衡量相同，但是它不具有正交性，也就是它不仅对第  $n$  阶，而对其他阶也有一定的作用，然而第  $n$  阶振型不平衡量仅仅对第  $n$  阶振型起作用，这是二者的主要区别。由此可以推知，在校正第  $n$  阶振型不平衡量时，由于校正量都是集中型的，所以必须注意它对其他阶振型的作用。

#### 6.4 动平衡方程的应用

动平衡方程 (6.30) 是挠性转子动平衡的理论基础。从这个方程可以推证出不少指导性的理论。本节把主要的几个方面作一介绍。

##### 6.4.1 半挠性转子振型不平衡量的校正

在第四与第五章中已阐明，半挠性转子在工作转速的范围内是存在弯曲刚性临界转速的，其振型特点是转子的弯曲大大小于轴颈的振动位移。如果转子是刚体，如第四章所述，前二个临界转速，一个呈“平动型”，另一个呈“摇摆型”。这样的型函数可以统一表示如下：

$$\phi(z) = az + b \quad (6.34)$$

式中  $a$  与  $b$  为常系数,  $\phi(z)$  为刚性振型函数。如将它代入式 (6.32), 则振型不平衡量为

$$\begin{aligned} U_n &= \int u(z)(az+b)dz \\ &= a \int u(z)zdz + b \int u(z)dz \\ &= aU_m + bU_s \end{aligned}$$

由此可见, 不论是“平动型”或“摇摆型”, 其振型不平衡量实为静不平衡量  $U_s$  与力偶不平衡量  $U_m$  的线性组合。因此平衡中校正平面数  $N$  取 2 就可以了。这样, 动平衡方程就有下列形式:

$$\begin{aligned} U_s + W_1 + W_2 &= 0 \\ U_m + W_1 z_1 + W_2 z_2 &= 0 \\ aU_m + bU_s + W_1(az_1 + b) + W_2(az_2 + b) &= 0 \end{aligned}$$

第三式经整理后可得

$$a(U_m + W_1 z_1 + W_2 z_2) + b(U_s + W_1 + W_2) = 0$$

可见第三式为第一式与第二式的线性组合。因此只要力与力偶平衡方程满足, 振型平衡方程是自动满足的。

由于力与力偶不平衡量可以在低速动平衡中给予校正, 因此似乎半挠性转子设有高速动平衡的需要, 这样也就没有半挠性的问题了。实践也确实表明, 有些转子, 特别是接近于模型 D 的, 即使工作转速靠近弯曲刚性临界转速, 也并不需要高速动平衡。但是这往往是在工作转速不高的情况下才能实现的, 而当工作转速较高时, 问题就产生了。

在第三章中已经指出, 若要求轴承力小于轴承静负载的 10%, 则平衡品质达到 G1 级的转子的最高工作转速为 9364r/min。请注意, 这是在没有任何共振的情况下的数值, 如果存在一定程度的共振, 那末这个数值还要低些。实际转子的弯曲刚性临界转速振型总是有一点弯曲的, 这个因素就会影响到振型平衡方程的自动满足, 特别是在高转速中, 这个影响就比较明显。正因为这些原因, 所以半挠性转子问题还是存在的, 这已为实践所证实。

#### 6.4.2 逐级低速平衡法

多级离心压缩机转子大多是属于挠性转子, 也就是 ISO 5406 (见表 5.4) 中的 3 类转子。早期的离心压缩机转子, 运行转速尚不高, 因此一般属于 3a 类转子, 也就是只有第一阶振型不平衡量的作用。由于过去高速动平衡技术尚未问世, 所以工程上为了改善转子的运行品质, 传统上采取了与众不同的改良的低速动平衡工艺。其特点是转子未套压缩机叶轮时光轴先动平衡, 然后每套二级叶轮再平衡一次, 而且平衡的校正只在刚套上的叶轮上进行。根据这种平衡工艺的特点, 被称为逐级平衡法。

60 年代起高速动平衡技术逐步推广起来, 但由于高速动平衡机设备昂贵, 因此传统的低速平衡工艺至今尚在使用。然而随着离心压缩机的转速逐渐增高, 最高的工作转速已达到 15000r/min 以上, 转子已跨入了 3b 或 3c 类, 所以逐级平衡法终究不能再确保运行平稳了。例如美国的 2102JHP, 意大利的 K2102, 法国的 K1501 以及我国的 PLS2000 和 ALS16000 等多级离心压缩机在运行中都发生了不允许的机组振动。然而, 尽管如此, 传统的逐级平衡法仍为一种有用的方法, 并且它也符合现代挠性转子动平衡原理, 下面对此进行粗略地论证。

振型平衡方程若被写成差分形式, 可得

$$u(z_1)\phi_n(z_1)\Delta z + u(z_2)\phi_n(z_2)\Delta z + \dots + u(z_N)\phi_n(z_N)\Delta z$$

$$+ \sum_1^N W_i \phi_n(z_i) = 0 \quad (6.35)$$

如果再取  $n = N$ ，上式可表示为矩阵形式：

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} \phi_1(z_1) \cdots \phi_1(z_N) \\ \phi_2(z_1) \cdots \phi_2(z_N) \\ \vdots \\ \phi_N(z_1) \cdots \phi_N(z_N) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u(z_1) \Delta z \\ u(z_2) \Delta z \\ \vdots \\ u(z_N) \Delta z \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{Bmatrix} \phi_1(z_1) \cdots \phi_1(z_N) \\ \phi_2(z_1) \cdots \phi_2(z_N) \\ \vdots \\ \phi_N(z_1) \quad \phi_N(z_N) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_N \end{Bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

此可简写为

$$[\phi_i(z_j)]_N \{u(z_j) \Delta z\}_N + [\phi_i(z_j)]_N \{W_j\}_N = 0 \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, N \\ j = 1, 2, \dots, N \end{matrix}$$

两端乘以  $[\phi_i(z_j)]^{-1}$ ，就得

$$\{u(z_j) \Delta z\}_N + \{W_j\}_N = 0 \quad (6.36)$$

这个式子说明，如果把转子分成  $N$  段，每段上的不平衡量  $\Delta U_i = u(z_i) \Delta z$  都各自用段内的校正量  $W_i$  给予平衡校正，那么振型平衡方程将自动满足，这是一个基本原理。

实际的压缩机转子不可能分段很小，但是对于第一阶振型，由于振型节点之间距较大，接近或大于转子长度，其不平衡量又主要存在于叶轮上，所以逐级平衡对抑制第一阶振型不平衡量有很好的效果。然而对于第二或第三阶振型，振型节点间距缩短，其中所包含的叶轮数大大减少，所以逐级平衡的效果就差了。

由此可见，逐级平衡法在原理上是成立的，在实施上要注意分段不能过大。如果每装一级叶轮就平衡一次，其效果肯定会好些，但成本提高，倒不如用高速动平衡了。然而传统的逐级平衡法对降低转子的原始振型不平衡量仍有好处，给高速动平衡带来很大的方便。

#### 6.4.3 三平面低速平衡法

这个方法是 ISO 5406 中附录 E 所介绍的，它指名用于 2d 类转子，实际上其他 2 类和 3a 类转子也可参考使用的。工业汽轮机一般都是整锻转子，不能采用逐级平衡法，如果工作转速不很高，也不便于进行高速动平衡时，不妨试试本方法。本节首先将对这个方法进行论证，然后简略介绍一下使用的步骤。

本方法的论证中采用了下列条件的转子模型：

- (1) 两端具有轴承的单跨转子；
- (2) 质量均匀分布，且无外伸端；
- (3) 轴的弯曲刚度沿轴向长度上为常数；
- (4) 两端的两个校正平面位置对称于跨距中央；
- (5) 连续工作转速低于并不十分接近第二阶临界转速。

另外还假设转子的不平衡量的分布函数基本上符合下列规律:

$$u(z) = a + b \frac{z}{l} \quad (6.37)$$

式中  $a$  与  $b$  为常系数。又假定第一临界转速的振型曲线可表示为

$$\phi(z) = A + B \frac{z}{l} + C \sin \pi \frac{z}{l} \quad (6.38)$$

式中  $A$ 、 $B$  和  $C$  为常系数。力学模型见图 6.3。

三个校正面分别位于  $\xi l$ 、 $l/2$  和  $(1-\xi)l$ ，因此校正量所处的型函数为

$$\left. \begin{aligned} \phi(z_1) &= A + B\xi + C \sin \pi \xi \\ \phi(z_2) &= A + \frac{1}{2}B + C \\ \phi(z_3) &= A + B(1-\xi) + C \sin \pi \xi \end{aligned} \right\} \quad (6.39)$$

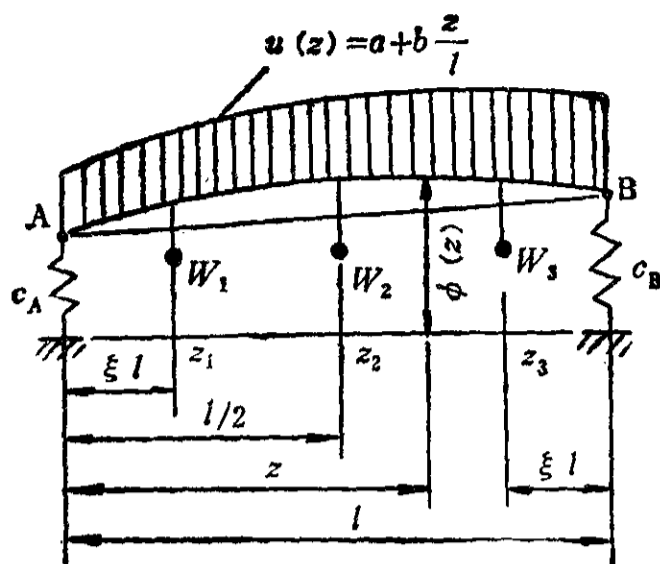


图 6.3 2d类转子力学模型

根据动平衡方程 (6.30) 得

$$\left. \begin{aligned} W_1 + W_2 + W_3 &= - \int_0^l u(z) dz \\ W_1 \xi l + \frac{1}{2} W_2 l + W_3 (1-\xi) l &= - \int_0^l u(z) z dz \\ W_1 \phi(z_1) + W_2 \phi(z_2) + W_3 \phi(z_3) &= - \int_0^l u(z) \phi(z) dz \end{aligned} \right\} \quad (6.40)$$

将式 (6.39) 代入式 (6.40) 的第三式中得

$$\begin{aligned} (A + B\xi + C \sin \pi \xi) W_1 + \left( A + \frac{1}{2} B + C \right) W_2 + (A + B - B\xi + C \sin \pi \xi) W_3 &= \\ = - \int_0^l u(z) \left( A + B \frac{z}{l} + C \sin \pi \frac{z}{l} \right) dz \end{aligned}$$

整理后为

$$\begin{aligned} A(W_1 + W_2 + W_3) + B \left( W_1 \xi + \frac{1}{2} W_2 + W_3 - W_3 \xi \right) + C(W_1 \sin \pi \xi + W_2 + W_3 \sin \pi \xi) &= \\ = - A \int_0^l u(z) dz - \frac{B}{l} \int_0^l u(z) z dz - C \int_0^l u(z) \sin \pi \frac{z}{l} dz \end{aligned}$$

将方程 (6.40) 的前二式代入，并消去相同项后得

$$W_1 \sin \pi \xi + W_2 + W_3 \sin \pi \xi = - \int_0^l u(z) \sin \pi \frac{z}{l} dz \quad (6.41)$$

上式右端代入式 (6.37) 得

$$\int_0^l u(z) \sin \pi \frac{z}{l} dz = a \int_0^l \sin \frac{\pi z}{l} dz + b \int_0^l \frac{z}{l} \sin \frac{\pi z}{l} dz \quad (6.42)$$

右端的二项积分后分别为

$$\int_0^l \sin \frac{\pi z}{l} dz = \left| -\frac{l}{\pi} \cos \frac{\pi z}{l} \right|_0^l = \frac{2l}{\pi} \quad (6.43)$$

$$\int_0^l \frac{z}{l} \sin \frac{\pi z}{l} dz = \frac{1}{l} \left| -\frac{lz}{\pi} \cos \frac{\pi z}{l} + \frac{l^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi z}{l} \right|_0^l = \frac{l}{\pi} \quad (6.44)$$

将式 (6.43) 与 (6.44) 代入式 (6.42), 可得

$$\int_0^l u(z) \sin \pi \frac{z}{l} dz = a \frac{2l}{\pi} + b \frac{l}{\pi} = \frac{2}{\pi} \left( a + \frac{b}{2} \right) l \quad (6.45)$$

由于

$$\int_0^l u(z) dz = \int_0^l \left( a + b \frac{z}{l} \right) dz = \left| az + \frac{bz^2}{2l} \right|_0^l = \left( a + \frac{b}{2} \right) l \quad (6.46)$$

所以

$$\int_0^l u(z) \sin \pi \frac{z}{l} dz = \frac{2}{\pi} \int_0^l u(z) dz \quad (6.47)$$

将式 (6.47) 代入式 (6.41) 后, 动平衡方程 (6.40) 将为

$$\left. \begin{aligned} W_1 + W_2 + W_3 &= - \int_0^l u(z) dz \\ W_1 \xi + \frac{1}{2} W_2 + W_3 (1 - \xi) &= - \frac{1}{l} \int_0^l u(z) z dz \\ W_1 \sin \pi \xi + W_2 + W_3 \sin \pi \xi &= - \frac{2}{\pi} \int_0^l u(z) dz \end{aligned} \right\} \quad (6.48)$$

假定低速动平衡中测得的左右校正面上的不平衡量为  $U_L$  和  $U_R$ 。这样, 就应有下列等式:

$$\left. \begin{aligned} U_L + U_R &= \int_0^l u(z) dz \\ U_L \xi l + U_R (1 - \xi) l &= \int_0^l u(z) z dz \end{aligned} \right\} \quad (6.49)$$

将式 (6.49) 代入方程 (6.48) 后, 并表示成矩阵形式, 得

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \xi & \frac{1}{2} & (1 - \xi) \\ \sin \pi \xi & 1 & \sin \pi \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} (U_L + U_R) \\ \xi U_L + (1 - \xi) U_R \\ \frac{2}{\pi} (U_L + U_R) \end{pmatrix} \quad (6.50)$$

对此方程组一般能用克莱姆法则解, 但为了简便起见, 可以按下列次序解此方程。

首先利用方程 (6.50) 中的第一式与第三式, 得到

$$W_1 \sin \pi \xi + W_2 + W_3 \sin \pi \xi = \frac{2}{\pi} (W_1 + W_2 + W_3)$$

此式经过整理就能得到下式:



$$W_2 = \frac{\frac{2}{\pi} - \sin\pi\xi}{1 - \sin\pi\xi} (W_1 + W_2 + W_3)$$

令

$$H = \frac{\frac{2}{\pi} - \sin\pi\xi}{1 - \sin\pi\xi} = \frac{W_2}{(W_1 + W_2 + W_3)} = \frac{-W_2}{(U_L + U_R)} \quad (6.51)$$

这个系数的物理意义是很明了的，即中间校正量对原始静不平衡量的比值。

由于 $W_2$ 已求得，方程(6.50)可以简化为

$$\begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ \xi & (1-\xi) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_3 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} U_L + U_R + W_2 \\ \xi U_L + (1-\xi)U_R + \frac{1}{2}W_2 \end{Bmatrix} \quad (6.52)$$

现在利用克莱姆法则，就可以解得

$$\begin{cases} W_1 = - \left( U_L + \frac{1}{2}W_2 \right) \\ W_3 = - \left( U_R + \frac{1}{2}W_2 \right) \end{cases} \quad (6.53)$$

再与式(6.51)合并在一起，三个校正量就完全求得：

$$\begin{cases} W_1 = - \left[ U_L - \frac{H}{2}(U_L + U_R) \right] \\ W_2 = - [H(U_L + U_R)] \\ W_3 = - \left[ U_R - \frac{H}{2}(U_L + U_R) \right] \end{cases} \quad (6.54)$$

显然，这个解是完全满足动平衡方程(6.40)的。由于 $U_L$ 与 $U_R$ 是低速的测量值，转子加上 $W_1$ 、 $W_2$ 和 $W_3$ 后也只做低速校验，所以就避免了高速平衡。因为三个校正量也能满足振型平衡方程，所以转子在工作转速上是应该平稳的。

实际使用中，操作步骤如下：

- (1) 在低速动平衡机上测量转子左右两个校正面上的原始不平衡量 $U_L$ 和 $U_R$ ；
- (2) 根据转子校正面的轴向坐标求 $\xi$ ，再按公式(6.51)或图6.4求 $H$ 值；
- (3) 按公式(6.54)求 $W_1$ 、 $W_2$ 和 $W_3$ 。

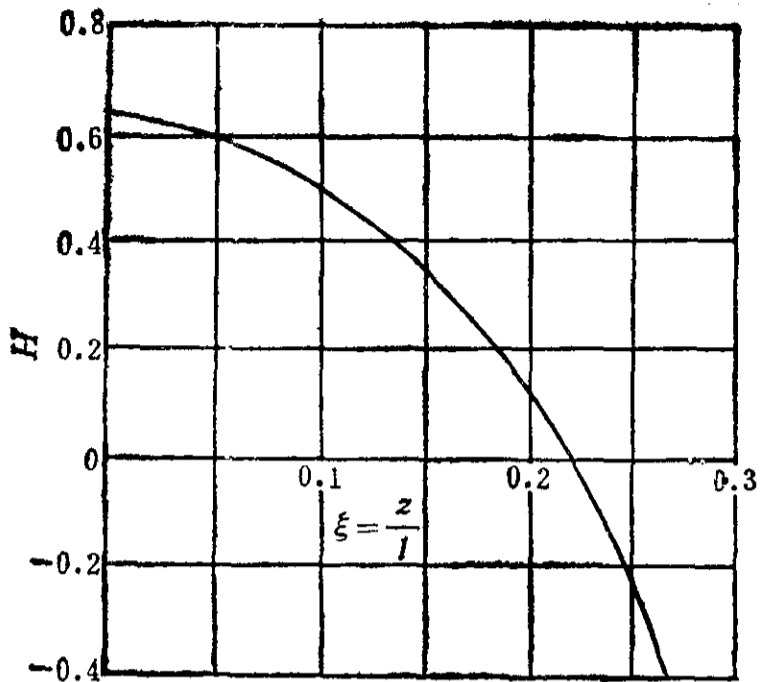
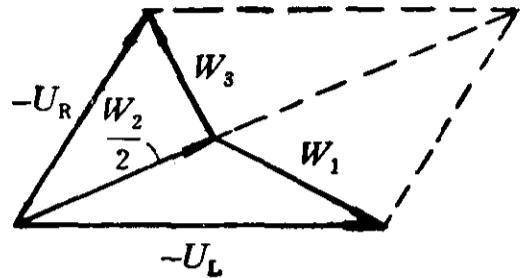
由于公式(6.54)是向量运算，所以一般按图6.5所示的图解法较为方便。先按大小与方位画出 $-U_L$ 与 $-U_R$ ，其平行四边形的对角线便是 $W_2$ 的方位，而对角线长乘以 $H$ 值即为 $W_2$ 的大小。然后在对角线上取 $W_2/2$ 点，与 $-U_L$ 和 $-U_R$ 的端点连线就是 $W_1$ 与 $W_3$ ，见图6.5。

从图6.4可以看出，当 $\xi \approx 0.22$ 时， $H = 0$ 。这也可从公式(6.51)推得

$$\xi = \frac{1}{\pi} \left[ \arcsin \left( \frac{2}{\pi} \right) \right] \text{时}, H = 0$$

这说明，在 $\xi \approx 0.22$ 的特定条件下，中间平面就不要加校正量了，也就是用左右两个校正面也能使转子在工作转速上平稳地运行。

由上述可见，这种方法及其论证都是很巧妙的，但是在使用中不要忘记，它是在很多假设下推导出来的，而实际转子与假设多少有些差距，因此出现一点，甚至较大的误差也在所难免。

图 6.4  $H-\xi$  曲线图 6.5  $W_1$ 与 $W_2$ 之图解法6.4.4 校正平面数  $N$  的确定

关于校正平面数  $N$  对于每根具体的转子究竟取多少是最佳的，是一个很重要的问题。在 60~70 年间国际学术界对此问题争论了十年之久。一种观点认为  $N$  应取  $(n+2)$ ，另一种观点则认为应取  $n$ ，其中  $n$  为转子在工作转速范围内所出现的振型不平衡量的阶次。至 70 年代争论虽然逐渐平息，但是结论仍然没有，致使在 ISO 5406 中对此问题也没有明确的说法。

本节将用动平衡方程 (6.30) 对此问题作一粗略分析。为了清晰和分析方便起见，假定转子在工作转速的范围内所出现的振型不平衡量为第二阶，但要求升速过程中通过第一临界转速时不发生超过允许的振动，也就是全速平衡。这样，此转子所需要满足的动平衡方程具有下列形式：

$$\left. \begin{aligned} \int u(z) dz + \sum_1^N W_j &= 0 \\ \int u(z) z dz + \sum_1^N W_j z_j &= 0 \\ \int u(z) \phi_1(z) dz + \sum_1^N W_j \phi_1(z_j) &= 0 \\ \int u(z) \phi_2(z) dz + \sum_1^N W_j \phi_2(z_j) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.55)$$

这个方程的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_N \\ \phi_1(z_1) & \phi_1(z_2) & \cdots & \phi_1(z_N) \\ \phi_2(z_1) & \phi_2(z_2) & \cdots & \phi_2(z_N) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\int u(z) dz \\ -\int u(z) z dz \\ -\int u(z) \phi_1(z) dz \\ -\int u(z) \phi_2(z) dz \end{Bmatrix} \quad (6.56)$$

显而易见, 这个方程只有当  $N=4$ , 即  $N=n+2$  时才有唯一解。所以校正平面数应是  $(n+2)$ , BBC公司的Kellenberge 对此已有精辟的分析<sup>[25]</sup>。

既然如此, 那么争论又从何而来呢? 那是因为工程上的问题往往并不需要像数学上那样严密。大量实践证明, 平衡方程中的前二式, 即力和力偶平衡方程在挠性转子平衡中并不那么重要, 即使没有得到满足, 也并不一定会引起严重的后果。如果那样, 平衡方程组(6.56)可简化为

$$\begin{matrix} \phi_1(z_1) & \dots & \phi_1(z_N) \\ \phi_2(z_1) & & \phi_2(z_N) \end{matrix} \begin{matrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_N \end{matrix} = \begin{matrix} -\int u(z)\phi_1(z)dz \\ -\int u(z)\phi_2(z)dz \end{matrix} \quad (6.57)$$

对于这个方程组, 只有当  $N=2$  时, 即  $N=n$  时才有唯一解。所以校正平面数  $N$  只要  $n$  个就可以了, 对此世界上也有不少雄辩的论述<sup>[26]</sup>。

下面用一个模型来作定量分析, 看用  $n$  个校正面究竟会带来多少后果。模型取用等截面的圆轴, 两端假定为铰支座, 轴的直径  $d=5\text{cm}$ , 支座间距  $l=180\text{cm}$ , 无外伸端, 质量  $M=27.6\text{kg}$ 。经计算, 第一临界转速为  $1867\text{r/min}$ , 第二临界转速为  $7452\text{r/min}$ 。假定圆轴需在  $9000\text{r/min}$  上运转。

由于轴两端为铰支座, 临界转速时轴的类型函数可表示为

$$\phi_n(z) = \sin n\pi \frac{z}{l}$$

校正平面数按  $n$  取用2个, 轴向位置在  $z_1=40\text{cm}$  和  $z_2=140\text{cm}$  处, 相应的型函数值见表 6.1。

圆轴经低速动平衡后平衡品质达到 G2.5 级, 校正平面取用上述两个, 则剩余不平衡量的最大可能值为

$$U_R = \frac{2.5 \times 27.6 \times 10^3 \times 60}{2\pi \times 9000} = 73.2\text{g}\cdot\text{mm}$$

以此作为转子高速动平衡前的零态 (原始状态)。为了使计算比较具有较大的可用性, 下面假定了两种比较恶劣的不平衡分布状态。

### 1. 不平衡分布状态 I

图6.6为这种分布状态的图示。假定  $u(z)$  为平面曲线, 其最大值  $u_0$  可以根据  $U_R$  计算得到,

$$u_0 = \frac{2U_R}{l} = 0.08134\text{g}\cdot\text{mm}/\text{mm}$$

$u(z)$  可分解成对称分量与反对称分量两部分, 其最大值  $u_s$  与  $u_a$  为

$$u_s = u_a = \frac{1}{2} u_0 = 0.04067\text{g}\cdot\text{mm}/\text{mm}$$

这两部分的不平衡量分布函数按付里叶级数可表示为

表 6.1 圆轴的类型函数值

校正面号 $i$	3	4
轴向位置 $z_i$	$\frac{4}{18}l$	$\frac{14}{18}l$
$\phi_1(z_i)$	0.6428	0.6428
$\phi_2(z_i)$	0.9848	-0.9848

$$\left. \begin{aligned} u_1(z) &= u_1 \frac{4}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi \frac{z}{l} & n=1, 3, 5, \dots \\ & & 0 \leq z \leq l \\ u_2(z) &= u_2 \frac{4}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi \frac{z}{l} & n=2, 4, 6, \dots \\ & & 0 \leq z \leq l \end{aligned} \right\} \quad (6.58)$$

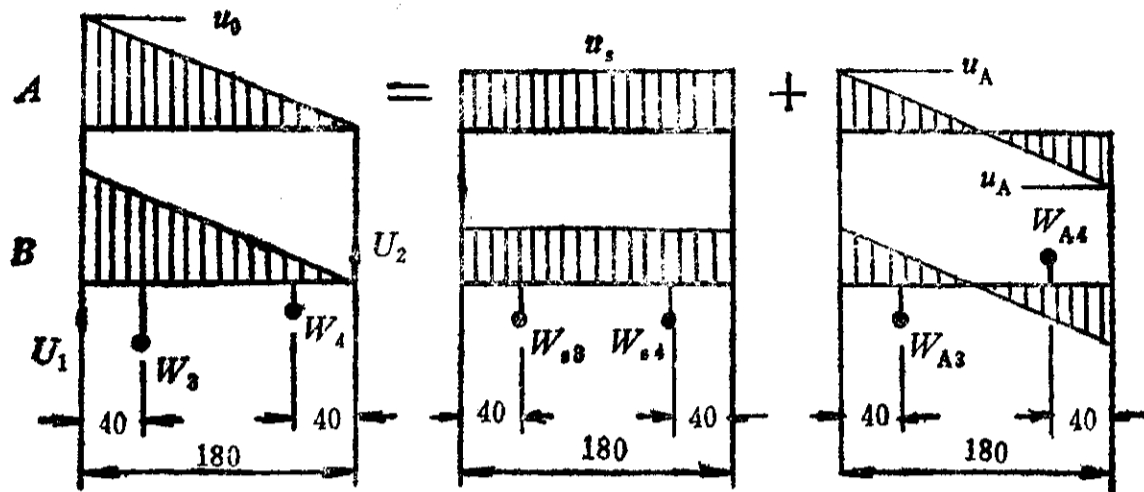


图 6.6 不平衡量分布状态 I  
A—刚性残余不平衡量分布；B—加校正量后的刚性平衡

则振型不平衡量分别为

$$A_1 H_1 = \frac{2l}{\pi} u_1 = 46.608 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

$$A_2 H_2 = \frac{l}{\pi} u_2 = 23.304 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

有了振型不平衡量和表 6.1 中所列的型函数值，就可按方程 (6.57) 建立振型平衡方程：

$$\begin{Bmatrix} 0.6428 & 0.6428 \\ 0.9848 & -0.9848 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} W_3 \\ W_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 46.608 \\ 23.304 \end{Bmatrix}$$

由此可解得

$$W_3 = 48.080 \text{ g} \cdot \text{mm}, \quad W_4 = 24.416 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

显然这个解是不能满足方程组 (6.55) 或 (6.56) 中前二式，即不能满足力与力矩的平衡方程。

现假定圆轴加上校正量  $W_3$  与  $W_4$  后，在支承平面上尚有剩余不平衡量为  $U_1$  与  $U_2$  (见图 6.6)，则它们的大小可从力与力矩平衡方程算出：

$$U_1 - U_2 = \frac{u_0 l}{2} - W_3 - W_4$$

$$U_1 l = \frac{u_0 l^2}{3} - \frac{14}{18} W_3 l - \frac{4}{18} W_4 l$$

由此可得

$$U_1 = -5.9865 \text{ g} \cdot \text{mm}, \quad U_2 = -5.2713 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

式中负号说明剩余不平衡量方向与图 6.6 中所示的相反。这两个剩余不平衡量即是省去  $W_1$  与  $W_2$  所造成的，其模量的总和为

$$|U_1| + |U_2| = 11.258 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

它在 9000r/min 下所产生的支承动负载为

$$L_1 = 11.258(942.5)^2 \cdot 10^{-6} = 10\text{N}$$

则相对支承动负载为

$$\Delta L_1 = \frac{L_1}{Mg} = 3.7\%$$

式中  $M$  为圆轴质量,  $g$  为重力加速度。

## 2. 不平衡分布状态 II

这个状态中  $u(z)$  为空间曲线, 见图 6.7。它可分解为  $u_x(z)$  与  $u_y(z)$ , 且假定  $U_R$  在  $x$

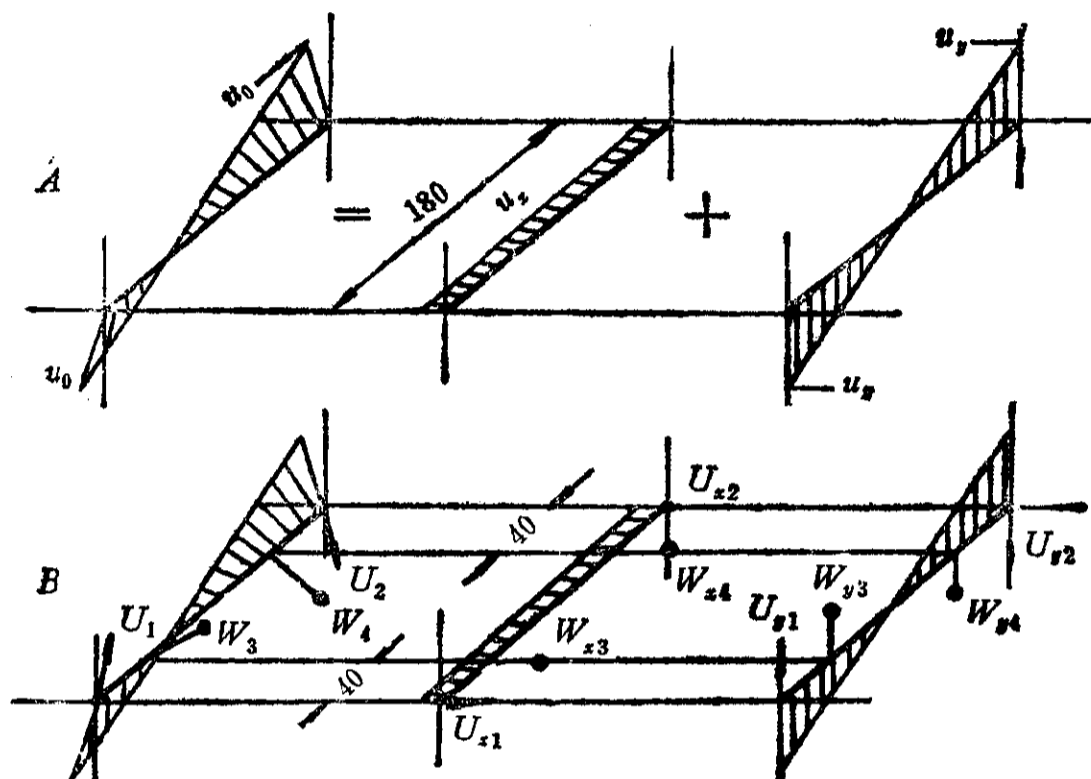


图 6.7 不平衡量分布状态 II

A—刚性残余不平衡量分布; B—加校正量后的刚性平衡

与  $y$  方向的分配是同等的, 则其最大值  $u_x$  与  $u_y$  分别为

$$u_x = \frac{U_R}{l} \sin 45^\circ = 0.02876g \cdot \text{mm}/\text{mm}$$

$$u_y = \frac{3U_R}{l} \cos 45^\circ = 0.08628g \cdot \text{mm}/\text{mm}$$

根据公式 (6.58), 振型不平衡量为

$$A_1 H_1 = \frac{2l}{\pi} u_x = 32.957g \cdot \text{mm}$$

$$A_2 H_2 = \frac{l}{\pi} u_y = 49.436g \cdot \text{mm}$$

建立振型平衡方程:

$$0.6428W_{x3} + 0.6428W_{x4} = 32.957g \cdot \text{mm}$$

$$0.9848W_{y3} - 0.9848W_{y4} = 49.436g \cdot \text{mm}$$

利用对称性, 有  $W_{x3} = W_{x4}$ ,  $W_{y3} = -W_{y4}$ , 则方程可解得

$$W_{x3} = W_{x4} = 25.636g \cdot \text{mm}$$

$$W_{y3} = -W_{y4} = 25.099g \cdot \text{mm}$$

同理, 支承平面上的剩余不平衡量可算得

$$U_{x1} = U_{x2} = -0.24839 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$U_{y1} = -U_{y2} = -11.940 \text{g} \cdot \text{mm}$$

式中负号也是说明剩余不平衡量方向与图6.7所示相反。两个方向的合成以及合成后模量之总和为

$$|U_1| = |U_2| = \sqrt{U_{x1}^2 + U_{y1}^2} = 11.943 \text{g} \cdot \text{mm}$$

$$|U_1| + |U_2| = 23.886 \text{g} \cdot \text{mm}$$

由此在9000r/min上所产生的支承动负载为

$$L_{\text{II}} = 23.886 (942.5)^2 \cdot 10^{-6} = 21.218 \text{N}$$

则相对的支承动负载为

$$\Delta L_{\text{II}} = \frac{L_{\text{II}}}{Mg} = 7.8\%$$

两种不平衡量分布状态的计算已完成，可以得到下列结果。

(1) 用  $N = n$  个校正平面，经过高速下的振型平衡校正，力与力偶不平衡量还是有所下降的。

(2) 力与力偶不平衡量的下降程度与其不平衡量分布状态有关。但是最后所产生的动负载尚小于一般通用的合格要求10%。

根据上述结果可以认为，从工程角度来说，转子经过低速动平衡校正后，用  $n$  个校正平面在高速动平衡中进行振型不平衡量的校正是可行的，且高速与低速动平衡中的校正面可以通用。

#### 6.4.5 校正量组比值的计算

校正量是不具有正交性的，要使一个校正量组只对某一阶振型有作用，而对其他振型没有作用，则其校正量之间必须保持一定的比值。这个比值也可以用动平衡方程来求得。

为叙述清楚起见，下面用65万kW汽轮发电机的转子作为实例<sup>[25]</sup>。这个转子前三阶临界转速分别为604、1840和4651r/min，相应的无阻尼型函数值见表6.2。

表 6.2 65万kW汽轮发电机转子的无阻尼型函数值

校正面号 $j$	1	2	3	4	5
轴向位置 $\xi_j = \frac{z_j}{l}$	0.078	0.283	0.512	0.717	0.922
$\phi_1(z_j)$	+0.37	+0.86	+1.00	+0.87	+0.40
$\phi_2(z_j)$	+0.63	+0.82	-0.04	-0.81	-0.72
$\phi_3(z_j)$	+0.87	+0.24	-0.68	+0.21	+0.94

校正面取用  $n$  个，则动平衡方程组为

$$\left. \begin{aligned} +0.37W_1 + 1.00W_3 + 0.40W_5 &= -A_1H_1 \\ +0.63W_1 - 0.04W_3 - 0.72W_5 &= -A_2H_2 \\ +0.87W_1 - 0.68W_3 + 0.94W_5 &= -A_3H_3 \end{aligned} \right\} \quad (6.59)$$

如果令  $A_2H_2 = 0$  与  $A_3H_3 = 0$ ，则方程组所求得的一组校正量只对  $A_1H_1$  有作用，而对  $A_2H_2$  与  $A_3H_3$  的作用显然为零。这样从方程 (6.59) 可求得

$$W_1 = -0.3356A_1H_1, \quad W_3 = -0.7756A_1H_1, \quad W_5 = -0.2505A_1H_1$$

各校正量相对于 $W_3$ 的比值为

$$W_1^{(1)} = \frac{W_1}{|W_3|} = -0.43, \quad W_2^{(1)} = -1.00, \quad W_3^{(1)} = -0.32$$

如果令 $A_1H_1=0$ 与 $A_3H_3=0$ , 则从方程 (6.59) 可求得

$$W_1^{(2)} = \frac{W_1}{|W_1|} = -1.00, \quad W_2^{(2)} = 0, \quad W_3^{(2)} = +0.93$$

再令 $A_1H_1=0$ 与 $A_2H_2=0$ , 从方程 (6.59) 求得的比值为

$$W_1^{(3)} = \frac{W_1}{|W_1|} = -1.00, \quad W_2^{(3)} = +0.74, \quad W_3^{(3)} = -0.92$$

现在求得了三个校正量组比值, 其中 $W_1^{(1)}$ 、 $W_2^{(1)}$ 和 $W_3^{(1)}$ 只对第一阶振型不平衡量起作用,  $W_1^{(2)}$ 、 $W_2^{(2)}$ 和 $W_3^{(2)}$ 只对第二阶振型不平衡量有作用, 而 $W_1^{(3)}$ 、 $W_2^{(3)}$ 和 $W_3^{(3)}$ 只对第三阶振型不平衡量有作用。如果原始不平衡量不大, 或者转子低速动平衡校正比较合理, 则三校正量组也将取得良好的效果。当然, 必须注意, 各阶型函数值要有一定的正确性。

## 第七章 挠性转子的动平衡方法

### 7.1 引言

前一章所阐述的动平衡方程是挠性转子动平衡的基本原理，它提出了下列基本概念。

(1) 挠性转子中，除了力与力偶两个基本不平衡量之外，尚存在第三个基本不平衡量——振型不平衡量：

$$U_n = \int u_n(z) \phi_n(z) dz$$

它对转子在临界转速附近所产生的动挠度有直接的作用。

(2) 对于无阻尼系统，型函数 $\phi_n(z)$ 具有正交性，因此各阶振型不平衡量之间也是正交的。所以 $U_n$ 也可表示为

$$U_n = \int u(z) \phi_n(z) dz$$

(3) 振型不平衡量的校正应满足的条件为

$$\int u(z) \phi_n(z) dz + \sum_1^N W_j \phi_n(z_j) = 0$$

必须注意，上述概念与公式是从无阻尼线弹性系统中推导出来的，所以与实际情况多少有一点差距。另外，虽然有了动平衡方程，但是不平衡量分布函数 $u(z)$ 是随机量，不能预知，并且也不能从低速测量中得到的力与力偶不平衡量反推出来。所以振型不平衡量的校正还必须依靠试验来完成，这就提出了试验方法的问题。

由于上述原因，挠性转子动平衡的试验方法始终是工程上很重要的问题。最初，试验方法是沿用刚性转子平衡中的试重法，见图7.1。这个方法很简单，图中矢量 $A(oa)$ 表示转子在某转速下机器上某测点的原始振动，矢量 $B(ob)$ 为转子上某校正平面上加上试量 $T$ 后在与矢量 $A$ 相同的转速下和相同的测点上的振动。显然矢量 $(B - A)$ ，即 $ab$ 为试量 $T$ 的响应。如果能把矢量 $ab$ 的方向如图7.1中所示旋角 $\theta$ 角，再将其模量放大（或缩小）到 $oa$ 的模量相等，则矢量 $B$ 就等于零，也就是机器上该测点的振动被抑制了。因此为了消除某测点的振动，转子在加试量 $T$ 的平面上所需加的校正量 $W$ 可以按下列式子计算：

$$W = -\Gamma \cdot T \quad (7.1)$$

式中

$$\Gamma = \frac{A}{B - A} \quad (7.2)$$

此称反应系数。公式(7.1)也可表示为

$$W = -C^{-1} \cdot A \quad (7.3)$$

式中

$$C = \frac{B - A}{T} \quad (7.4)$$

此称影响系数。请注意，以上四个公式都是矢量运算，详见附录一。

不论反应系数或影响系数都是与测点、校正面轴向位置和测量转速有关，有时甚至不能忽略校正面周向位置上的差别，例如周向非等刚度转子就是如此。所以公式(7.3)与(7.4)



严格地应表示为

$$W_i^{(p)} = - (C_{ij}^{(p)}(\Omega_k))^{-1} A_i^{(p)}(\Omega_k) \quad (7.5)$$

式中

$$C_{ij}^{(p)}(\Omega_k) = \frac{B_{ij}^{(p)}(\Omega_k) - A_i^{(p)}(\Omega_k)}{T_i^{(p)}} \quad (7.6)$$

公式中各下标与上标表示：(p)指转子周向方位或转子状态；i为振动测点序号；j为校正面序号； $\Omega_k$ 为第k次平衡角转速。但是，一般为方便起见，式(7.5)与(7.6)简写成

$$W_i = - C_{ij}^{-1} A_i \quad (7.7)$$

式中

$$C_{ij} = \frac{B_{ij} - A_i}{T_i} \quad (7.8)$$

上述方法可说是挠性转子动平衡最基本的方法，并且被命名为矢量平衡法，或简称矢量法。但在刚性转子的平衡中，由于测试技术的进步，这个方法倒很少使用了。这个方法的优点是系统与阻尼无关，而其缺点是只适用于单测点单校正面的情况，并且有时所求得的校正量会很大，以致在工程上很难实现。

较完善的挠性转子动平衡方法首先由西德Federn在1957年正式提出<sup>[22]</sup>，后称为振型分离法，简称振型法。对于校正面数N，Federn主张采用(n+2)。到了1959年英国Bishop提出N采用n的主张<sup>[23]</sup>，这个观点得到了Parkinson等的很大支持。于是两种观点发生了争论，直至1970年Bishop与瑞士的Kellenberge各自提出了对两个方法的评论后<sup>[25,26]</sup>，争论才告一段落，然而分歧并未解决，以致在ISO5406中也隐约可见。振型分离法经过十多年的发展已较为完善，其缺点是不便于使用电子计算机辅助动平衡。

在西欧发展振型分离法的同时，美国却发展了影响系数法。1963年Goodman正式提出了最小二乘法在影响系数法中的应用<sup>[27]</sup>。70年Tessarzik与Badgley对此作了补充，提出了正确测点转速法<sup>[29]</sup>，而丹麦的Lund与Tonneson又提出了优化影响系数<sup>[28]</sup>。影响系数法的最大优点是可以采用电子计算机辅助动平衡，但是使用不当时，也要出现校正量过大以致无法实施的情况。

鉴于上述情况，1974年西德Giers提出了计算机辅助动平衡的理论<sup>[30]</sup>，把振型法与影响系数法初步结合起来。1979年英国的Parkinson与美国的Darlow, Smalley和Badgley联合提出了混合法<sup>[33]</sup>，把振型法与影响系数法进一步结合起来，使计算机辅助动平衡更为完善了。

尽管挠性转子动平衡理论已有25年以上的发展历史，但是基本上仍没有超出无阻尼线弹性系统的范畴，也没有摆脱矢量法的试验方法。然而从实践看来，这些理论与方法对于一般的转子轴承系统还是很有效的。

挠性转子动平衡试验方法中的基本问题，归纳起来有下列几个：

- (1) 校正平面数N的选择及其轴向位置的安排；
- (2) 平衡转速数的选取和转速的确定；
- (3) 测点数的选用与原始振动测量数据的处理；
- (4) 最后校正量的计算。

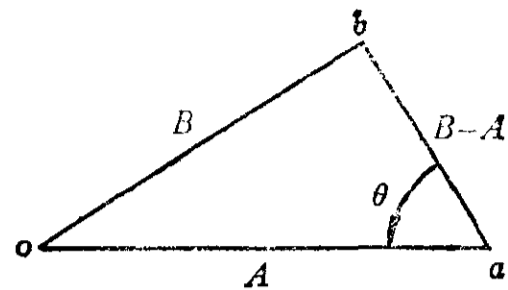


图 7.1 矢量平衡法

各种方法对上述问题的处理有所不同,但其优劣是用下列指标来衡量:

(1) 是否能使转子的平衡品质达到标准或设计要求;

(2) 平衡中的测量次数,特别是最高转速的测量次数应为最少;

(3) 最后的实际校正量的模量总和应为最小。

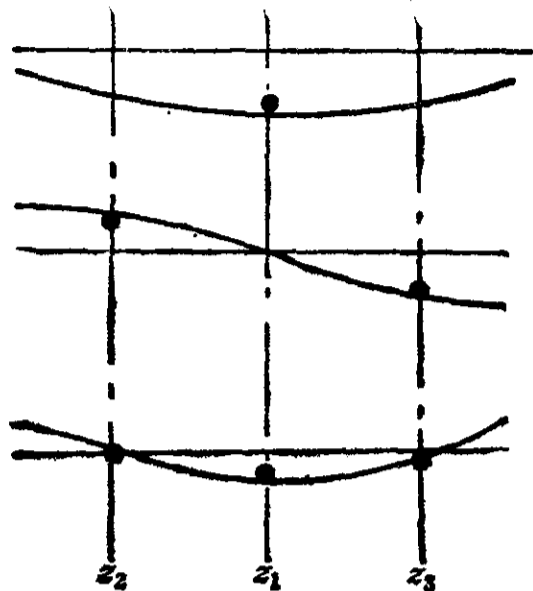


图 7.2 校正面的安排

后面将对各种方法逐一进行概括地介绍,各种方法都有优缺点,使用时要根据具体情况而定。所以,作为动平衡工作者,对各种方法都应熟悉和掌握。

## 7.2 振型分离平衡法(Modal Balancing)

这个方法概括地说就是动平衡方程加矢量平衡法,上节所述的四个基本问题是这样处理的。

(1) 校正平面数的问题在6.4.4节中已作了论证,不再重复。总的说,有 $(n+2)$ 与 $n$ 二种观点。其轴向位置的安排也可从振型平衡方程得到定性的分析。如果校正量数 $N=n$ ,则按方程(6.29)校正量为

$$\{W_i\} = [\phi_i(z_j)]^{-1} \left\{ \int u(z) \phi_j(z) dz \right\}, \quad \begin{matrix} i = 1 \dots n \\ j = 1 \dots N \end{matrix} \quad (7.9)$$

如果 $n=N=1$ ,则有

$$W_1 = \frac{\int u(z) \phi_1(z) dz}{\phi_1(z_1)} \quad (7.10)$$

由此可知, $\phi_1(z_1)$ 值越大,校正量 $W_1$ 就越小。所以对于第一阶振型不平衡量, $z_1$ 应取在转子的中间位置,使 $\phi_1(z_1)$ 值接近最大值。这个概念对其他阶振型不平衡量也是适用的。图7.2中出示了在工作转速范围内具有三阶振型不平衡量的转子的三个校正平面的安排。由于校正量不具备正交性,因此各阶振型不平衡量的校正平面位置的选择,不但要使它对本阶振型的型函数值接近最大,而且要使它另一阶振型的型函数值之和尽量小。

(2) 平衡转速数与转速的选取可从公式(6.13)

$$B_n = \frac{\eta_n^2}{1 - \eta_n^2} A_n$$

得到启示,各阶振型的动挠度系数只与本阶振型的偏心系数有关,且只有当 $\eta_n \rightarrow 1$ 时 $B_n$ 值 $\rightarrow$ 最大。不言而喻,平衡转速数应该取 $n$ 个,连同低速平衡转速共为 $(n+1)$ 。高速平衡的转速显然应尽量靠近临界转速,以便得到较大的振动讯号。但是对于系统阻尼较小的情况,要注意临界转速上过大的振动可能带来的后果,以及振动相位不太稳定的问题。所以对于平衡转速不易控制及重复性较差的动平衡设备,平衡转速不宜过于靠近临界转速。在一般情况下,可取 $\eta_1 = 0.8 \sim 0.85$ ,而 $\eta_2$ 与 $\eta_3$ 可取得比 $\eta_1$ 大些,习惯上都不取 $\eta_n > 1$ 。

(3) 测点数与测点位置一般都决定于平衡设备与测量参数情况。对于以轴承振动值作为平衡品质评价尺度的情况(详见第八章),单跨转子的测点数总是为2,位于轴承上。对于以轴振动值作为平衡品质评价尺度的(详见第八章),测点数可取所出现的最高阶振型不

平衡量的阶次  $n$ ，位置总是选在型函数值最大的地方或附近。关于测量数据的处理在实例中再行具体介绍。

(4) 校正量的计算采用图7.1所示的方法，按公式(7.1)与(7.2)计算。当校正面数多于1时，校正量组中的比值按6.4.5节所述方法计算，然后取其中比值为1者作为特征量，这样校正量的计算仍可按矢量平衡法计算。

实践证明，振型法是十分可靠和有效的，故被列入国际标准之中。ISO 5406中所推荐的方法1（振型平衡法）和方法2（刚性转子和振型平衡组合平衡法）实际上是  $n$  和  $(n+2)$  两种观点的反映。在我国的JB/Z 197—83文件中将这两种方法合并为一种方法，其平衡步骤转载如下。

(1) 将转子安装于硬支承的动平衡机上，轴承型式规格应尽量与工作轴承相同。

(2) 转子进行低速动平衡，校正平面应靠近轴承，以便于力偶不平衡量的校正。如果可能，力不平衡量应在转子整个长度上给予校正。

(3) 将转子升速到尽量靠近第一挠性临界转速，靠近程度取决于试验的安全性和测量数值的稳定性，测量两个轴承的振动。

(4) 转子加上试量，位置应尽量靠近转子中间，使它对第一阶弯曲固有振型影响最大。将转子升速至第(3)项中的平衡转速，测量两个轴承的振动。

(5) 根据第(3)和(4)项的测量结果，按图7.1所示的矢量平衡法计算出对第一阶弯曲固有振型不平衡量的校正量的大小和方位。把校正量加在试量所加的平面，这样转子应能平稳地通过第一挠性临界转速。

(6) 将转子升速至尽量靠近第二挠性临界转速（这里假定工作转速高于第二挠性临界转速），测量两个轴承的振动。

(7) 转子加上一对试量，这对试量分别加在两个校正平面上，并且在圆周方向上相差  $180^\circ$ 。校正面所处的轴向位置应对第二阶弯曲固有振型有较大的影响，并且两个试量分别对第一阶弯曲固有振型的影响应相互抵消。将转子升速至第(6)项中的试验转速，测量两个轴承的振动。

(8) 根据第(6)和(7)项的测量结果，计算对第二阶弯曲固有振型不平衡量的校正量的大小和方位。校正量也是相应地一对，加上后转子应能平稳地通过第二挠性临界转速。

(9) 前面所述的方法继续下去，直至最高工作转速。在每一个步骤中都应使新加上的校正量不影响低阶的平衡状态。

(10) 如果在工作转速上尚有不允许的振动，且固有振型不平衡量所相应的临界转速高于工作转速。这时平衡转速就不可能靠近临界转速，只能在工作转速上平衡，而校正量组的效应要借助于转子动力学的知识来分析，但是校正量组仍不能影响低阶的平衡状态。

应该指出，平衡过程中的轴承振动测量也可代之以轴振动测量，这时应注意测量位置的转子型函数值是否较大。

为了使读者对振型法有具体的了解，下面举实例说明<sup>[34]</sup>。

**例** 某转子，其最高工作转速为  $3150\text{r/min}$ ，经低速平衡后达到刚性转子合格标准。但在工作转速以下要出现第一与第二阶振型振动，因此要求进行高速动平衡。校正平面按振型平衡法取左中右三个（参见图7.2）。

平衡过程

(1) 转子装上高速动平衡机后，升速至第一临界转速附近，转速为  $860\text{r/min}$ 。测量

左右端轴承振动，分别为

$$3.5 \angle 175^\circ \text{ mm/s} \quad 4 \angle 195^\circ \text{ mm/s}$$

(2) 转子中间平面加试量  $24 \angle 263^\circ \text{ g}$  (这里省略了试量位置的半径)。升速至  $860 \text{ r/min}$ ，左右端轴承振动分别为

$$5.5 \angle 130^\circ \text{ mm/s} \quad 7.5 \angle 150^\circ \text{ mm/s}$$

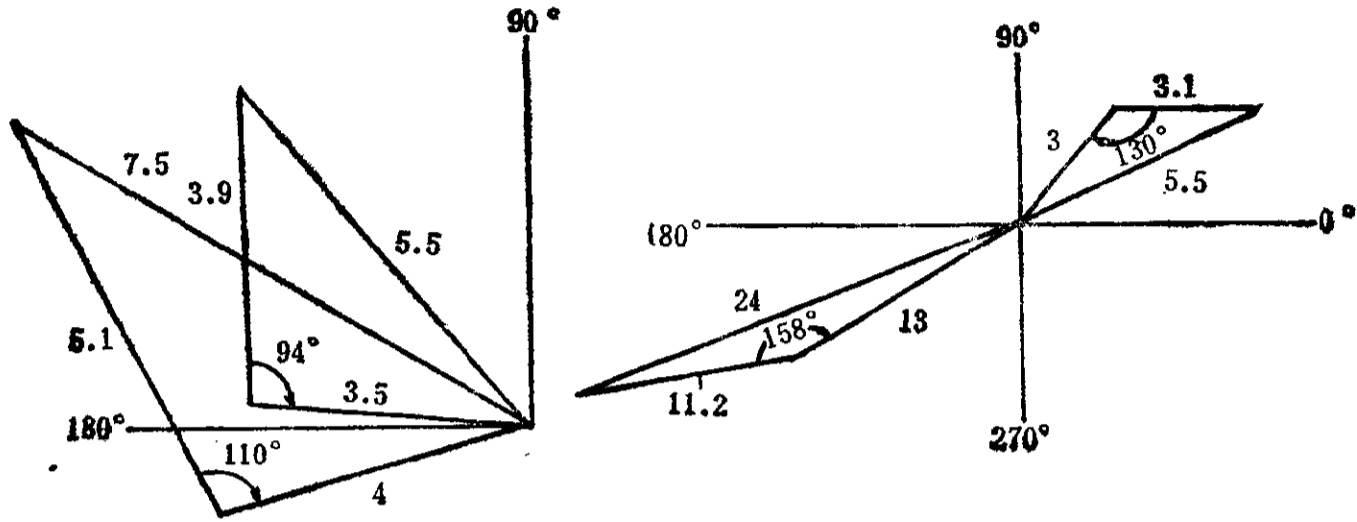


图 7.3 振型法中各阶振型的校正量计算

(3) 将第(1)与(2)项测量结果作图，见图7.3左。可得试量对左右两端的响应为

$$3.9 \text{ mm/s} \quad 5.1 \text{ mm/s}$$

方向角差 $\theta$ 分别为

$$94^\circ \quad 110^\circ$$

由此可分别算出校正量为

$$24 \left( \frac{3.5}{3.9} \right) = 21.6 \text{ g} \quad 24 \left( \frac{4}{5.1} \right) = 19.3 \text{ g}$$

实际所加校正量与方向都取平均值：

$$\frac{1}{2} (21.6 + 19.3) \angle \left( 263^\circ + \frac{1}{2} (94^\circ + 110^\circ) \right) = 20.4 \angle 5^\circ \text{ g}$$

此校正量加上后，转子在  $860 \text{ r/min}$  时左右端轴承振动分别为

$$0.3 \text{ mm/s} \quad 1 \text{ mm/s}$$

(4) 转子继续升速，由于振动较大，只升至  $2600 \text{ r/min}$ 。测量两端轴承振动分别为

$$3 \angle 50^\circ \text{ mm/s} \quad 13 \angle 210^\circ \text{ mm/s}$$

(5) 转子的左右二个平面上各加试量  $6.4 \angle 86^\circ \text{ g}$  和  $5.7 \angle 266^\circ \text{ g}$ 。升速至  $2600 \text{ r/min}$ ，左右端轴承振动分别为

$$5.5 \angle 25^\circ \text{ mm/s} \quad 24 \angle 200^\circ \text{ mm/s}$$

(6) 将第(4)与(5)项测量结果作图，见图7.3右。一对试量对二端轴承的总响应为

$$3.1 \text{ mm/s} \quad 11.2 \text{ mm/s}$$

方向角差 $\theta$ 分别为

$$130^\circ \quad 158^\circ$$

由此可分别算出校正量为

$$6.4 \left( \frac{3}{3.1} \right) = 6.2g \quad 5.7 \left( \frac{13}{11.2} \right) = 6.6g$$

实际所加的校正量与方向仍取平均值:

$$\frac{1}{2} (0.2 + 6.6) \angle \left( 86^\circ + \frac{1}{2} (130^\circ + 158^\circ) \right) = 6.4 \angle 230^\circ g$$

$$\frac{1}{2} (6.2 + 6.6) \angle \left( 266 + \frac{1}{2} (130^\circ + 158^\circ) \right) = 6.4 \angle 50^\circ g$$

将此加上转子后, 升速至2600r/min时左右轴承振动分别为

$$1\text{mm/s} \quad 4\text{mm/s}$$

可见右轴承振动尚大, 但决定不作补充处理。

(7) 转子继续升速, 直至3150r/min。测得左右轴承振动为

$$3.5 \angle 160^\circ \text{mm/s} \quad 9.5 \angle 310^\circ \text{mm/s}$$

(8) 在转子左右两个平面上再加试量 $2.5 \angle 43^\circ g$ 和 $2.5 \angle 223^\circ g$ 。升速至3150r/min, 左右轴承振动分别为

$$10.5 \angle 150^\circ \text{mm/s} \quad 28.5 \angle 310^\circ \text{mm/s}$$

(9) 将第(7)与(8)项测量结果作图, 按第(6)项中所用方法可计算得应加校正量分别为

$$7.6 \angle 223^\circ g \quad 7.6 \angle 43^\circ g$$

将此加到转子上, 升速至3150r/min。测量得的左右轴承振动为

$$2 \angle 230^\circ \text{mm/s} \quad 1.6 \angle 160^\circ \text{mm/s}$$

这已达到合格要求, 平衡过程到此结束。

### 7.3 混合振型的分离平衡法 (Modal Balancing For Mixed Modes)

混合振型的问题首先是英国的Moore与Dodd于1964年公开提出的, 并出色地解决了<sup>[24]</sup>, 这可说是振型法在60年代的一大发展。本节是以他们的论文为基础, 给予较详细的介绍。

一般总认为, 如果二阶临界转速靠得较近, 而转子的转速又处于它们之间, 这样就可能同时出现二阶振型不平衡量所激励的转子振动。事实不尽如此, 如图5.26所示的Ⅱ区中的转子, 或说ISO 5406中所指的3c类转子, 当转速接近第二阶临界转速、但尚低于它时, 经常会出现第二与第三阶振型的混合振型, 在轴承上所测到的振动是第二阶与第三阶振型振动的矢量合成。如果对此没有认识, 仍然用上节所介绍的一般的振型法来平衡, 则往往是不能如愿以偿的, 会出现“翘翘板”的现象, 即一端轴承振动压了下去, 另一端就会翘了起来。

对于混合振型的平衡必须要注意两个问题。首先是要把测量到的原始振动分离开来, 其次要知道校正量同时对二阶振型的作用。对于左右完全对称的转子, 振动的分离是很容易的。图7.4是对称分离的图示, 其中OA与OB为左右两个轴承振动的矢量, 连接AB线, 取中点C, 则OC即为两个轴承振动的同向分量, 而CA与CB为两个轴承的反向分量。反向分量可认为是第二阶振型不平衡量引起, 而同向分量——第三阶振型不平衡量引起。但是, 一般转子左右总不完全对称, 所以振动的分离也不那么容易。

假定转子的前三阶的振型曲线如图7.5所示, 型函数值在轴承A与B上都不为零。如果认为轴承振动正比于型函数值, 那末轴承A与轴承B的振动比值; 第一阶振型中为4, 第二阶振型中为1.75, 第三阶振型中为0.6。轴向不同位置上不平衡量(或校正量)在轴承A与

B上的振动响应见图7·6，其中实线是轴承A的响应，虚线是轴承B的响应。

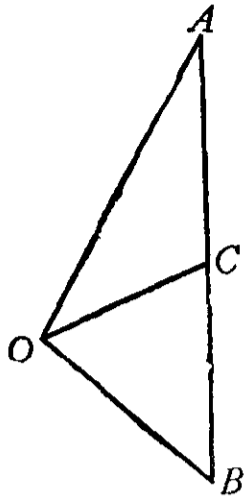


图 7·4 振动矢量的对称分离

校正面共取五个，其轴向位置依次为0.10、0.25、0.44、0.70和0.90。其第2与第4号校正面是用于第二阶振型不平衡量的校正，另外三个用于第三阶振型不平衡量的校正。这五个校正面上的第一阶振型函数值见表7·1，而第二阶与第三阶振型中两个轴承振动对五个校正面上不平衡量的响应见表7·2。

前一章中已阐明，校正量是不具备正交性的。因此，为了使对第二阶振型的校正量组不致于影响到第一阶振型，校正量组中两个校正

量之间必须保持下列比例：

$$W_2:W_4=1:-\frac{\phi_1(z_2)}{\phi_1(z_4)}=1:-\frac{5.4}{3.9}$$

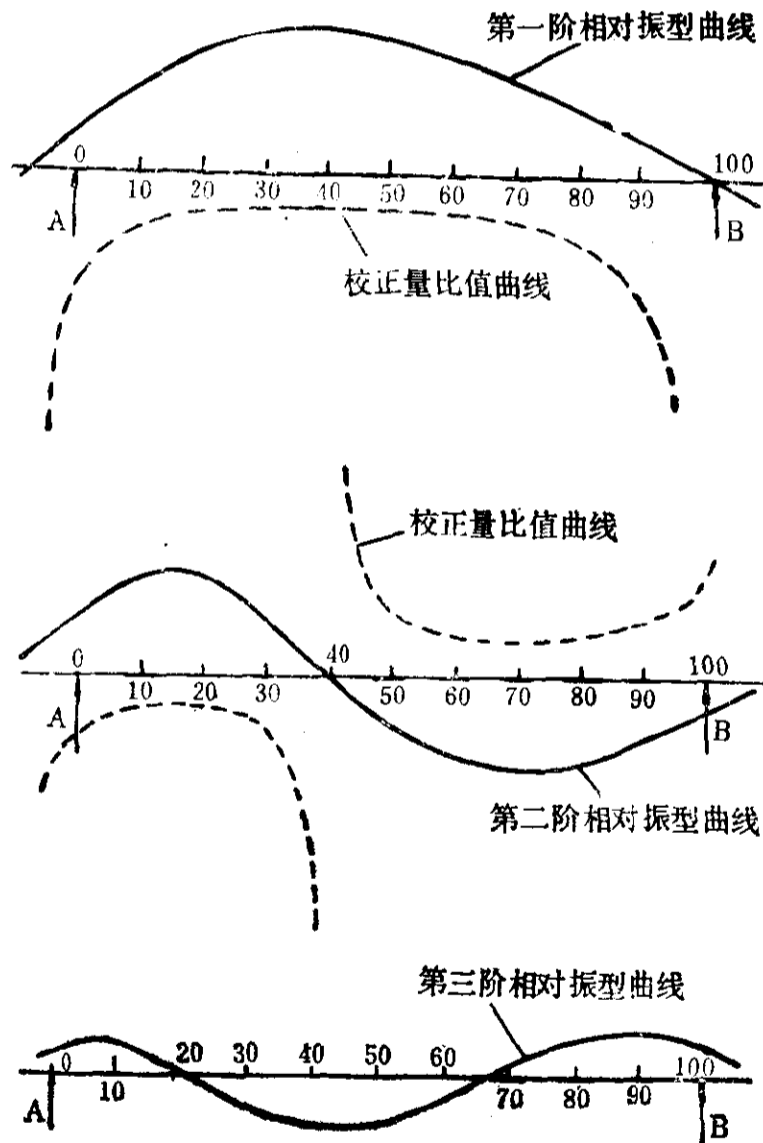


图 7·5 某转子的前三阶振型曲线

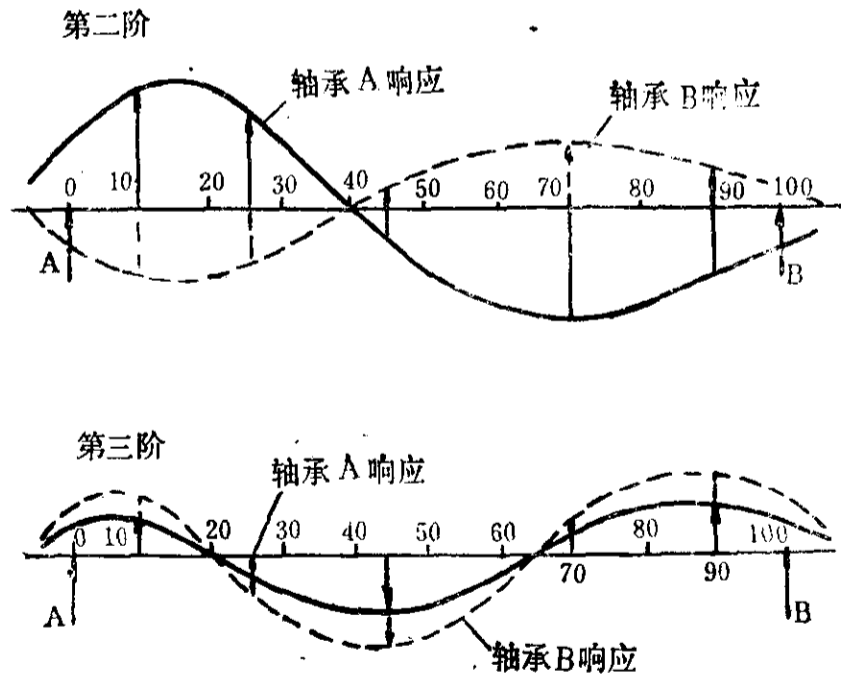


图 7·6 二个轴承对不平衡量的响应

而对第三阶振型的校正量组中必须保持下列比例：

$$W_1:W_3:W_5=1:-\frac{\phi_1(z_1)+\phi_1(z_5)}{\phi_1(z_3)}:1=1:-\frac{5.0}{5.9}:1$$

按照这二组比值，二组校正量在第二与第三阶混合振型中引起的轴承A或轴承B的总振动计算见表7·3和表7·4。

表 7.1 第一阶振型函数值 (取自图7.5)

校正面号 $j$	1	2	3	4	5
轴向位置 $\zeta_j$	0.10	0.25	0.44	0.70	0.90
$\phi_1(z_j)$	3.4	5.4	5.9	3.9	1.6

表 7.2 两个轴承对五个校正面上不平衡量的振动响应 (取自图7.6)

振型	轴承	校正面号				
		1	2	3	4	5
第二阶	A	3.95	3.3	-0.9	-3.85	-2.4
	B	-2.25	-1.9	0.5	2.2	1.35
第三阶	A	1.2	-0.65	-1.85	0.55	1.75
	B	2.0	-1.1	-3.1	0.9	2.9

表 7.3 第二阶振型校正量组在轴承上总的振动响应

校正量比值	校正面位置 $\zeta_j = \frac{z_j}{l}$	对第二阶振型的响应		对第三阶振型的响应	
		轴承 A	轴承 B	轴承 A	轴承 B
1	0.25	3.3	-1.9	-0.65	-1.1
$-\frac{5.4}{3.9}$	0.70	$3.85 \frac{5.4}{3.9}$	$-2.2 \frac{5.4}{3.9}$	$-0.55 \frac{5.4}{3.9}$	$-0.9 \frac{5.4}{3.9}$
各轴承对各振型的合计		8.64	-4.95	-1.41	-2.35

各轴承的总计: 轴承 A 为 7.23, 轴承 B 为 -7.3

表 7.4 第三阶振型校正量组在轴承上总的振动响应

校正量比值	校正面位置 $\zeta_j = \frac{z_j}{l}$	对第二阶振型的响应		对第三阶振型的响应	
		轴承 A	轴承 B	轴承 A	轴承 B
1	0.10	3.95	-2.25	1.2	2.0
$-\frac{5.0}{5.9}$	0.44	$0.9 \frac{5.0}{5.9}$	$-0.5 \frac{5.0}{5.9}$	$1.85 \frac{5.0}{5.9}$	$3.1 \frac{5.0}{5.9}$
1	0.90	-2.4	1.35	1.75	2.9
各轴承对各振型的合计		2.31	-1.32	4.52	7.53

各轴承的总计: 轴承 A 为 6.83, 轴承 B 为 6.21

从表7.3和表7.4的计算结果可见，对于第二阶振型校正量组，两个轴承的振动响应比为  $7.23/7.3=0.99$ ，而不是前面所提到的1.75。对于第三阶振型校正量组，两个轴承的振动响应比为  $6.83/6.21=1.1$ ，也不是0.6。

实际应用中，两个轴承的振动响应比用试验求得较为方便而可靠。如果试验中求得第二阶与第三阶的响应比分别为  $\mu$  与  $\nu$ ，则两个轴承振动矢量的分离见图7.7，其作图步骤如下：

- (1) 作轴承 A 与 B 的原始振动矢量  $OA$  与  $OB$ ；
- (2) 连  $AB$  线，取点  $C$ ，使  $AC/BC=\mu$ ；
- (3) 连  $OC$  线，并通过点  $A$  与  $B$  作与  $OC$  的平行线；
- (4) 延长  $OA$  线得交点  $D$ ，再在  $BD$  线中取点  $B'$ ，使  $DB'/BB'=\nu/\mu$ ；
- (5) 连  $OB'$  线，并延长得交点  $A'$ 。

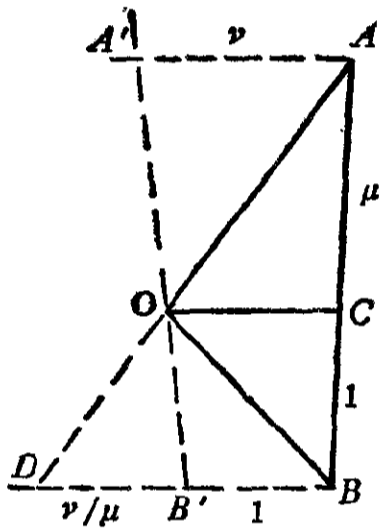


图 7.7 振动矢量的非对称分离

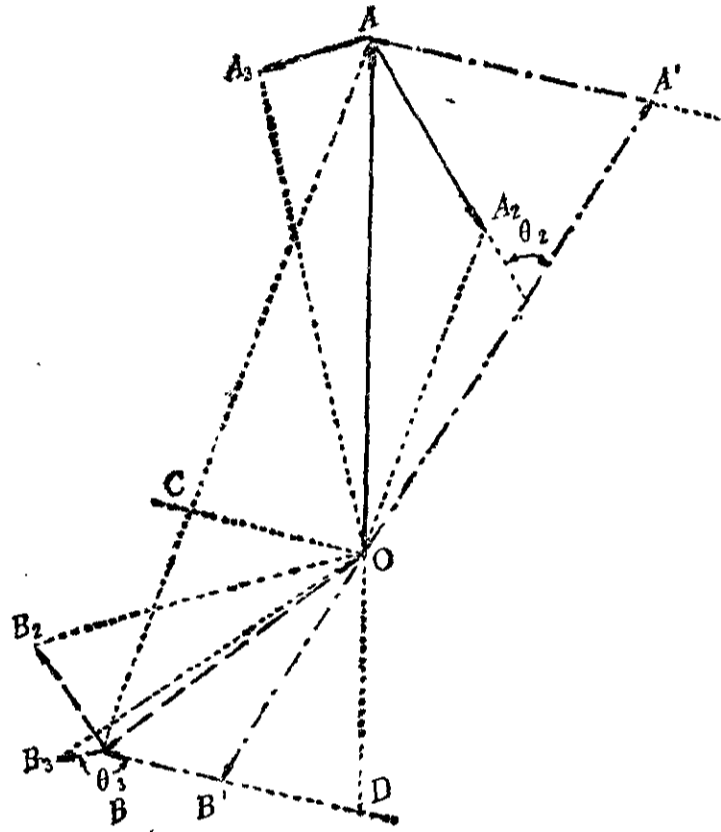


图 7.8 混合振型的分离与校正

矢量分离业已完成， $OA'$  与  $OB'$  为反向分量，而  $AA'$  与  $BB'$  为同向分量。对此如何进行校正，下面用实例来具体说明。

**例** 某发电机转子升速至  $2300\text{r/min}$  时出现了混合振型振动。校正面共取用 5 个，依次为风扇、联端器、铁心中部、护环和滑环等处。

**平衡过程**

- (1) 升速至  $2300\text{r/min}$ ，测量左右两轴承的原始振动为

$$5.3 \angle 72^\circ \qquad 3.45 \angle 199^\circ$$

- (2) 在联端器上加试量  $5\text{g}$ ，护环上加试量  $3\text{g}$ ，方位差  $180^\circ$ ，组成第二阶振型试量组。升速至  $2300\text{r/min}$ ，测量两轴承振动为

$$3.55 \angle 52.5^\circ \qquad 3.55 \angle 180^\circ$$

- (3) 拆下第 (2) 项所加试量，在风扇上加试量  $4\text{g}$ ，铁芯中加试量  $5\text{g}$ ，滑环上加试量  $6\text{g}$ ，中间试量方位与两端相差  $180^\circ$ ，组成第三阶振型试量组。升速至  $2300\text{r/min}$ ，测量两轴承振动为

$$5.05 \angle 85^\circ \qquad 3.95 \angle 197^\circ$$

- (4) 将前三项测量结果作图，见图7.8。图中  $OA$  与  $OB$  表示第 (1) 项中两个轴承的





若表示成矩阵形式, 方程为

$$\begin{cases} \{A_i\} + [C_{ij}]\{W_j\} = 0 & i = 1, 2, \dots, M \\ & j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (7.12)$$

显然, 当  $N = M$  时, 方程有唯一解:

$$\{W_j\} = -[C_{ij}]^{-1}\{A_i\} \quad (7.13)$$

式中  $[C_{ij}]^{-1}$  为  $[C_{ij}]$  的逆阵。这就是著名的影响系数法的线性平衡方程。

当  $M > N$  时, Goodman 提出用最小二乘法的方法<sup>[27]</sup>, 其原理如下。

假定由于  $M > N$  而使方程 (7.11) 不能满足时, 各测点所出现的剩余振动为  $\Delta_i$ 。于是方程可表示为

$$\{A_i\} + [C_{ij}]\{W_j\} = \{\Delta_i\} \quad (7.14)$$

方程中各元素均为矢量, 即

$$\left. \begin{aligned} A_i &= \text{CMPLX}(A_{xi}, A_{yi}) \\ C_{ij} &= \text{CMPLX}(C_{xij}, C_{yij}) \\ W_j &= \text{CMPLX}(W_{xj}, W_{yj}) \\ \Delta_i &= \text{CMPLX}(\Delta_{xi}, \Delta_{yi}) \end{aligned} \right\} \quad (7.15)$$

如果将式 (7.15) 代入方程 (7.14), 并将其实数部与虚数部分列, 则方程 (7.14) 就演变为

$$\begin{Bmatrix} A_{x1} \\ A_{y1} \\ \vdots \\ A_{xi} \\ A_{yi} \\ \vdots \\ A_{xM} \\ A_{yM} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} C_{x11} - C_{y11} \cdots C_{x1j} - C_{y1j} \cdots C_{x1N} - C_{y1N} \\ C_{y11} \quad C_{x11} \cdots C_{y1j} \quad C_{x1j} \cdots C_{y1N} \quad C_{x1N} \\ \vdots \\ C_{xi1} - C_{y11} \cdots C_{xij} - C_{yij} \cdots C_{xiN} - C_{y1N} \\ C_{y11} \quad C_{x11} \cdots C_{yij} \quad C_{xij} \cdots C_{y1N} \quad C_{x1N} \\ \vdots \\ C_{xM1} - C_{yM1} \cdots C_{xMi} - C_{yMi} \cdots C_{xMN} - C_{yMN} \\ C_{yM1} \quad C_{xM1} \cdots C_{yMi} \quad C_{xMi} \cdots C_{yMN} \quad C_{xMN} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{x1} \\ W_{y1} \\ \vdots \\ W_{xi} \\ W_{yi} \\ \vdots \\ W_{xN} \\ W_{yN} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_{x1} \\ \Delta_{y1} \\ \vdots \\ \Delta_{xi} \\ \Delta_{yi} \\ \vdots \\ \Delta_{xM} \\ \Delta_{yM} \end{Bmatrix} \quad (7.16)$$

剩余振动的平方和为

$$S = \sum_1^M |\Delta_i|^2 = \sum_1^M (\Delta_{xi}^2 + \Delta_{yi}^2) \quad (7.17)$$

现对式 (7.17) 取  $W_{xi}$  与  $W_{yi}$  的偏导求极小, 于是可得  $2N$  个方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial W_{xi}} &= \sum_1^M \left\{ C_{xij} \left[ A_{xi} + \sum_1^N (C_{xii}W_{xi} - C_{yij}W_{yj}) \right] + \right. \\ &\quad \left. + C_{yij} \left[ A_{yi} + \sum_1^N (C_{yij}W_{xi} + C_{xii}W_{yj}) \right] \right\} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial W_{yj}} &= \sum_1^M \left\{ -C_{yij} \left[ A_{xi} + \sum_1^N (C_{xii}W_{xi} - C_{yij}W_{yj}) \right] + \right. \\ &\quad \left. + C_{xij} \left[ A_{yi} + \sum_1^N (C_{yij}W_{xi} + C_{xii}W_{yj}) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7.18)$$

这 $2N$ 个方程若用矩阵来表示就很简单, 它为

$$[C_{ij}]^T \{A_i\} + [C_{ij}]^T [C_{ij}] \{W_j\} = 0 \quad (7 \cdot 19)$$

式中 $[C_{ij}]^T$ 为 $[C_{ij}]$ 之转置矩阵。尽管 $M \neq N$ , 但 $[C_{ij}]^T [C_{ij}]$ 总是方阵, 因此方程(7·19)的解可表示为

$$\{W_j\} = - [[C_{ij}]^T [C_{ij}]]^{-1} [C_{ij}]^T \{A_i\} \quad (7 \cdot 20)$$

式中

$$\{W_j\} = \begin{Bmatrix} W_{x1} \\ W_{y1} \\ \vdots \\ W_{xN} \\ W_{yN} \end{Bmatrix}, \quad \{A_i\} = \begin{Bmatrix} A_{x1} \\ A_{y1} \\ \vdots \\ A_{xM} \\ A_{yM} \end{Bmatrix}, \quad [C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{x11} - C_{y11} \cdots \cdots C_{x1N} - C_{y1N} \\ C_{y11} & C_{x11} \cdots \cdots C_{y1N} & C_{x1N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{xM1} - C_{yM1} \cdots \cdots C_{xMN} - C_{yMN} \\ C_{yM1} & C_{xM1} \cdots \cdots C_{yMN} & C_{xMN} \end{bmatrix}$$

从理论上说, 最小二乘法是完全可靠的, 但实践中并非十分理想, 因为它不能保证每个测点的剩余振动都能满足要求。为了弥补这个缺点, Goodman又提出用加权的办法, 以便把个别尚较大的振动点压下去些, 以达到使用要求, 具体方法如下。

首先判别下式是否成立:

$$|\Delta_i|_{\max} \gg R, \quad R = \sqrt{\frac{S}{M}} \quad (7 \cdot 21)$$

式中 $R$ 为均方根剩余振动,  $S$ 按式(7·17)计算,  $M$ 为测点数。如果成立, 说明最大的剩余振动大大超过了均方根数值, 要求加权处理。

加权因子可取

$$\left| \frac{\Delta_1}{R} \right|, \quad \left| \frac{\Delta_2}{R} \right|, \quad \dots \dots \left| \frac{\Delta_M}{R} \right|$$

将转置矩阵 $[C_{ij}]^T$ 之第1与第2列的元素乘以 $\left| \frac{\Delta_1}{R} \right|$ , 第3与第4列的元素乘以 $\left| \frac{\Delta_2}{R} \right|$ , 依次类推, 第 $(2M-1)$ 与第 $2M$ 列乘以 $\left| \frac{\Delta_M}{R} \right|$ 。这样就得到了新的转置矩阵 $[C'_{ij}]^T$ , 用它代

替方程[7·20]中的 $[C_{ij}]^T$ 来算新的校正量组 $\{W_j\}$ 。这个方法可反复使用, 直至 $|\Delta_i|_{\max}$ 下降到符合要求为止。

以上便是Goodman的影响系数法的全部原理。可以看出, 其中并未涉及到动平衡方程和其他转子动力学方面的知识。正因为如此, 这种方法尽管利用了优化处理, 但在实践中总是不能处处如意的, 有时计算得的校正量大得无法实施。然而这种方法有振型法无可相比的优点, 那就是可以用电子计算机辅助动平衡, 所以它也被列入国际标准之中, 并且在70年代后还有很大发展。

### 7·5 优化影响系数 (Optimized Influence Coefficient)

这是Lund与Tonneson提出的<sup>[28]</sup>。他们首先考核了Goodman影响系数法的可靠性, 认为该方法对线弹性系统是可靠而精确的。若平衡转速控制精度在 $\pm 5\%$ 之内, 振幅和相位的测量误差不超过 $3 \sim 4\%$ , 那么用公式(7·13)计算的校正量与预先装在试验转子上人为的不平衡量之间的平均误差为 $2 \sim 4\%$ 。但是, 其中影响系数的计算, 为了消除测量误差的影响, 作了最优化处理。优化影响系数的计算按下式进行:

$$C_{ij} = \frac{B_{ij} - B'_{ij}}{2T_j} \quad (7.22)$$

式中  $B'_{ij}$  为试量  $T'_j$  加在转子上后与  $B_{ij}$  相应的振动测量值, 而  $T'_{ij} = -T_{ij}$ , 也就是  $T'_{ij}$  与  $T_{ij}$  大小相同, 只是方位相差  $180^\circ$ 。

显而易见, 优化影响系数尽管提高了精度, 但是实施中增加了几乎一倍的工作量, 而影响系数法原有的主要缺陷仍然保留着。所以这种方法工程上并不愿意使用。关于公式 (7.22) 的来源, 请读者详见原著。

### 7.6 正确测点转速影响系数平衡法

(Exact Point-Speed Influence Coefficient Balancing)

这个命名出自该方法中测量值的测点与转速是指定的, 要求动平衡后这些测量值要降低到允许范围。这个方法特别适用于只有轴承振动测量的动平衡机或现场平衡, 是 Tessarzik 与 Badgley 提出的<sup>[29]</sup>。

假定指定的测点数为  $M$ , 需平衡的转速数为  $L$ , 校正平面数为  $N$ 。再假定转子原始不平衡量分布可用  $N$  个校正平面上的集中不平衡量  $U_1, U_2, \dots, U_j, \dots, U_N$  来代替, 则可建立方程:

$$\begin{pmatrix} A_1(\Omega_1) \\ \vdots \\ A_i(\Omega_1) \\ \vdots \\ A_M(\Omega_1) \\ \vdots \\ A_1(\Omega_k) \\ \vdots \\ A_i(\Omega_k) \\ \vdots \\ A_M(\Omega_k) \\ \vdots \\ A_1(\Omega_L) \\ \vdots \\ A_i(\Omega_L) \\ \vdots \\ A_M(\Omega_L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11}(\Omega_1) & C_{12}(\Omega_1) & \cdots & C_{1N}(\Omega_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{i1}(\Omega_1) & C_{i2}(\Omega_1) & \cdots & C_{iN}(\Omega_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{M1}(\Omega_1) & C_{M2}(\Omega_1) & \cdots & C_{MN}(\Omega_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{11}(\Omega_k) & C_{12}(\Omega_k) & \cdots & C_{1N}(\Omega_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{i1}(\Omega_k) & C_{i2}(\Omega_k) & \cdots & C_{iN}(\Omega_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{M1}(\Omega_k) & C_{M2}(\Omega_k) & \cdots & C_{MN}(\Omega_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{11}(\Omega_L) & C_{12}(\Omega_L) & \cdots & C_{1N}(\Omega_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{i1}(\Omega_L) & C_{i2}(\Omega_L) & \cdots & C_{iN}(\Omega_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{M1}(\Omega_L) & C_{M2}(\Omega_L) & \cdots & C_{MN}(\Omega_L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ U_j \\ \vdots \\ \vdots \\ U_N \end{pmatrix} \quad (7.23)$$

式中  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ ,  $k = 1, 2, \dots, L$ 。

如果取  $M=2$ , 平衡角转速为  $\Omega_1$ , 则方程 (7.23) 可简化为

$$\begin{pmatrix} A_1(\Omega_1) \\ A_2(\Omega_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11}(\Omega_1) & C_{12}(\Omega_1) & \cdots & C_{1N}(\Omega_1) \\ C_{21}(\Omega_1) & C_{22}(\Omega_1) & \cdots & C_{2N}(\Omega_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_j \\ \vdots \\ U_N \end{pmatrix} \quad (7.24)$$

现将试量  $T$  加在转子第 1 校正面上, 则有

$$\begin{pmatrix} B_{11}(\Omega_1) \\ B_{21}(\Omega_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11}(\Omega_1) & C_{12}(\Omega_1) & \cdots & C_{1N}(\Omega_1) \\ C_{21}(\Omega_1) & C_{22}(\Omega_1) & \cdots & C_{2N}(\Omega_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 + T \\ U_2 \\ \vdots \\ U_j \\ \vdots \\ U_N \end{pmatrix} \quad (7.25)$$

方程 (7.25) 减去方程 (7.24) 可得

$$\begin{Bmatrix} B_{11}(\Omega_1) - A_1(\Omega_1) \\ B_{21}(\Omega_1) - A_2(\Omega_1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{11}(\Omega_1) \\ C_{21}(\Omega_1) \end{Bmatrix} T$$

因此

$$C_{11}(\Omega_1) = [B_{11}(\Omega_1) - A_1(\Omega_1)]/T$$

$$C_{21}(\Omega_1) = [B_{21}(\Omega_1) - A_2(\Omega_1)]/T$$

然后将试量  $T$  从第 1 校正面移至第 2 校正面, 同理可得

$$C_{12}(\Omega_1) = [B_{12}(\Omega_1) - A_1(\Omega_1)]/T$$

$$C_{22}(\Omega_1) = [B_{22}(\Omega_1) - A_2(\Omega_1)]/T$$

这样做下去, 直至第  $N$  校正面, 就可求得所有转速为  $\Omega_1$  时的影响系数为

$$\begin{Bmatrix} C_{1j}(\Omega_1) = [B_{1j}(\Omega_1) - A_1(\Omega_1)]/T \\ C_{2j}(\Omega_1) = [B_{2j}(\Omega_1) - A_2(\Omega_1)]/T \end{Bmatrix} \quad j = 1, 2, \dots, N$$

再将转速升至  $\Omega_2$ , 同样可求得影响系数为

$$\begin{Bmatrix} C_{1j}(\Omega_2) = [B_{1j}(\Omega_2) - A_1(\Omega_2)]/T \\ C_{2j}(\Omega_2) = [B_{2j}(\Omega_2) - A_2(\Omega_2)]/T \end{Bmatrix} \quad j = 1, 2, \dots, N$$

试验继续下去, 直至转速  $\Omega_L$ , 于是方程 (7.23) 中的全部影响系数为

$$\begin{Bmatrix} C_{1j}(\Omega_k) = [B_{1j}(\Omega_k) - A_1(\Omega_k)]/T \\ C_{2j}(\Omega_k) = [B_{2j}(\Omega_k) - A_2(\Omega_k)]/T \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, N \\ k = 1, 2, \dots, L \end{matrix} \quad (7.26)$$

对于  $M \neq 2$  的情况, 公式 (7.26) 可表示为

$$C_{ij}(\Omega_k) = [B_{ij}(\Omega_k) - A_i(\Omega_k)]/T \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, M \\ j = 1, 2, \dots, N \\ k = 1, 2, \dots, L \end{matrix} \quad (7.27)$$

这就是公式 (7.6) 的来历。如果  $M \times L = N$  成立, 校正量可从方程 (7.23) 算出:

$$\{W_j\} = -\{U_j\} = -[C_{ij}(\Omega_k)]^{-1} \{A_i(\Omega_k)\} \quad (7.28)$$

若  $M=2$ , 则要求

$$L = \frac{N}{2} \quad (7.29)$$

对于  $N$  为奇数的情况, 可以取

$$L = \frac{N+1}{2} \quad (7.30)$$

以上是正确测点转速影响系数平衡法的全部内容, 这里似乎主要提出了平衡转速数与校正面数之间存在的关系。但是, 这并未超出 Goodman 的基本思想, 影响系数法所固有的缺点依然存在。

### 7.7 国际标准中推荐的影响系数平衡法

ISO 5406 中把影响系数法作为方法 3 来推荐, 在我国的 JB/Z 197—83 文件中也介绍了影响系数法, 二者基本相同, 现按 JB/Z 197—83 将其平衡步骤转载如下:

(1) 转子完成低速动平衡后, 选择高速平衡中的  $N$  个校正面,  $M$  个测量点和  $L$  个平衡转速;

- (2) 在每个平衡转速上记下各个测点的振动;
- (3) 将试量加在标号为 1 的校正面被任意指定的方位和半径上;
- (4) 如第 (2) 项记下各个振动;
- (5) 将试量从校正面标号 1 移到标号 2, 其方位和半径不必与前者相同, 将来计算时只要按此方位和半径为基准即可, 但是与前者相同显然是方便些;
- (6) 重复第 (4) 项;
- (7) 上述过程对各个校正面都进行一次, 共需进行  $N$  次;
- (8) 按公式 (7.6) 计算影响系数, 此为复数运算, 各校正面上试量完全相同时按公式 (7.27) 计算;
- (9) 按照测点标号与转速标号编制统一的测量值标号, 建立原始振动列阵  $\{A_i\}$  和相应的影响系数矩阵  $[C_{ij}]$ , 此可参照方程 (7.23);
- (10) 根据  $\{A_i\}$  和  $[C_{ij}]$  计算  $\{W_i\}$ , 此可参照方程 (7.28)。

对于这样的平衡过程在使用中应注意下列几点。

- (1) 为使方程 (7.28) 相容, 以求得唯一解, 尽量使

$$M \times L = N$$

(2) 为了得到较好的结果, 最好使  $M \times L < N$ , 以便对测量值可有所选择。对于  $M \times L > N$  的情况, 可使用最小二乘法, 即使用方程 (7.20), 以及加权来优化处理。为了避免使用优化处理, 则必须在选择校正面、测量点和平衡转速时充分合理, 应符合振型平衡方法。

(3) 为了改善平衡过程, 试量也可不用一个, 而用试量组。试量组中各试量之间的比例应适当选择——符合振型平衡方法。

(4) 对于平衡转速高于临界转速的情况, 所加试量不宜过大, 以免过临界转速时振动过大而发生危险。

### 7.8 振型影响系数平衡法 (Modal Influence Coefficient Balancing)

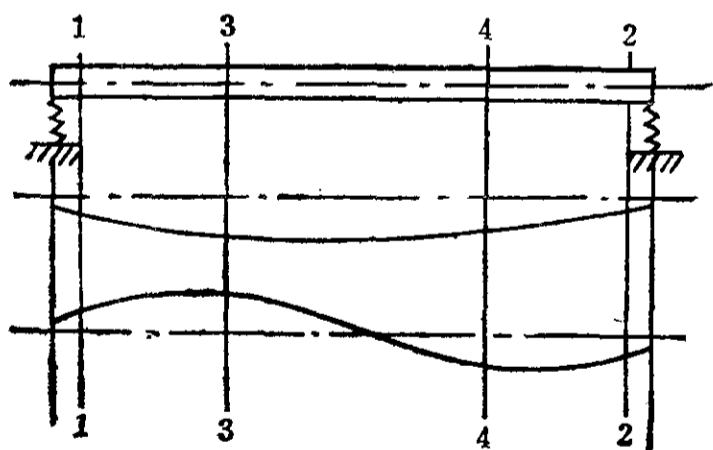


图 7.9 四个校正面的轴向位置

影响系数法之所以在使用上存在不能容忍的缺点, 就是因为其中没有运用振型平衡方法——动平衡方程, 所以在我国的 JB/Z 197—83 中, 对于影响系数法提示要结合振型平衡方法。试想, 如果校正面选择在形函数很小的位置, 岂不要求很大的、以致无法实施的校正量。所以自 70 年代起就有人主张把振型法与影响系数法结合起来。下面我们以一个工作转速下出现二阶振型不平衡量的转子为例, 对振型影响系数法作一阐述<sup>[35]</sup>。

如果采用  $(n+2)$  观点, 校正面数  $N=4$ , 其轴向位置也按振型平衡法安排, 见图 7.9。其中校正面 1 与 2 安排在靠近支承两侧  $\phi_n(z)$  值较小的地方, 用于力与力偶不平衡量的校正。校正面 3 与 4 安排在  $\phi_1(z)$  与  $\phi_2(z)$  都较大的位置, 用于振型不平衡量校正。

平衡转速数按振型平衡法选用 3 个, 一个用于低速平衡, 两个用于振型平衡。

关于振动测量值的取舍, 问题比较繁琐, 下面具体介绍一下。根据动平衡方程 (6.30) 可知, 对于本例转子说来, 四个校正量必须满足下列方程:

$$\begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ \phi_1(z_1) & \phi_1(z_2) & \phi_1(z_3) & \phi_1(z_4) \\ \phi_2(z_1) & \phi_2(z_2) & \phi_2(z_3) & \phi_2(z_4) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_m \\ U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (7.31)$$

式中  $U_s = \int u(z) dz$  —— 力不平衡量;

$U_m = \int u(z) z dz$  —— 力偶不平衡量;

$U_1 = \int u(z) \phi_1(z) dz$  —— 第一阶振型不平衡量;

$U_2 = \int u(z) \phi_2(z) dz$  —— 第二阶振型不平衡量。

为了表达方便、方程 (7.31) 简表成

$$\{W_i\} = - [D_{ki}]^{-1} \{U_k\} \quad (7.32)$$

可是  $U_k$  是随机的, 不能预先知道, 所以不能从方程 (7.31) 解得  $\{W_i\}$ 。

另外, 按影响系数法的方程 (7.13), 对本例转子可有

$$\begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} \quad (7.33)$$

为方便起见, 下面直接引用方程 (7.13)

$$\{W_i\} = - [C_{ij}]^{-1} \{A_j\}$$

如果方程 (7.33) 相容, 则  $\{W_i\}$  有唯一解, 它也必定满足方程 (7.32)。所以就有

$$[C_{ij}]^{-1} \{A_j\} = [D_{ki}]^{-1} \{U_k\}$$

二端乘以  $[C_{ij}]$  后为

$$\{A_i\} = [G_{ik}] \{U_k\} \quad (7.34)$$

式中

$$[G_{ik}] = [C_{ik}] [D_{ki}]^{-1}$$

方程 (7.34) 反映了测量值  $\{A_i\}$  与原始不平衡量  $\{U_k\}$  之间的关系。现在可用此方程来说明测量值的舍取问题。由于上述方程是以相容为前提得到的, 因此所取的  $A_i$  在方程 (7.34) 中必须相容。这样, 按方程 (7.33) 算得的  $\{W_i\}$  才是唯一的, 也能满足方程 (7.31)。否则,  $A_i$  是不能用的。

假定测量值取支承振动, 即  $M=2$ 。现今平衡前的转子称零态转子, 以右上标 (0) 表示。低速平衡角转速为  $\Omega_0$ , 则方程 (7.34) 可表示为:

$$\begin{Bmatrix} A_1^{(0)}(\Omega_0) \\ A_2^{(0)}(\Omega_0) \end{Bmatrix} = [G_{ik}(\Omega_0)]_{2 \times 4} \begin{Bmatrix} U_s^{(0)} \\ U_m^{(0)} \\ U_1^{(0)} \\ U_2^{(0)} \end{Bmatrix}$$

由于低速平衡中振型不平衡量基本上没有作用, 支承振动主要是  $U_s^{(0)}$  与  $U_m^{(0)}$  引起的, 所以方程可简化为

$$\begin{Bmatrix} A_1^{(0)}(\Omega_0) \\ A_2^{(0)}(\Omega_0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(\Omega_0) & G_{12}(\Omega_0) \\ G_{21}(\Omega_0) & G_{22}(\Omega_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s^{(0)} \\ U_m^{(0)} \end{Bmatrix}$$

这是一个相容的方程，所以对这两个支承振动的校正量为

$$\begin{Bmatrix} W_1^{(1)} \\ W_2^{(1)} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{11}(\Omega_0) & C_{12}(\Omega_0) \\ C_{21}(\Omega_0) & C_{22}(\Omega_0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} A_1^{(0)}(\Omega_0) \\ A_2^{(0)}(\Omega_0) \end{Bmatrix} \quad (7.35)$$

现在将第1次校正量 $W_1^{(1)}$ 和 $W_2^{(1)}$ 分别加在转子的校正面1和2上，这时转子状态命名为(1)。然后转子升速至靠近第一临界转速的转速 $\Omega_1$ ，进行第一次高速动平衡。此时两个支承振动按方程(7.34)可表示为

$$\begin{Bmatrix} A_1^{(1)}(\Omega_1) \\ A_2^{(1)}(\Omega_1) \end{Bmatrix} = [G_{ik}(\Omega_1)]_{2 \times 4} \begin{Bmatrix} U_s^{(1)} \\ U_m^{(1)} \\ U_1^{(1)} \\ U_2^{(1)} \end{Bmatrix}$$

式中

$$U_s^{(1)} = U_s^{(0)} + \sum_1^2 W_j^{(1)} \approx 0$$

$$U_m^{(1)} = U_m^{(0)} + \sum_1^2 W_j^{(1)} z_j \approx 0$$

$$U_1^{(1)} = U_1^{(0)} + \sum_1^2 W_j^{(1)} \phi_1(z_j)$$

$$U_2^{(1)} = U_2^{(0)} + \sum_1^2 W_j^{(1)} \phi_2(z_j)$$

由于 $\Omega_1$ 靠第一临界转速，支承振动主要由 $U_1^{(1)}$ 引起， $U_2^{(1)}$ 的作用微小，所以方程可简化为

$$\begin{Bmatrix} A_1^{(1)}(\Omega_1) \\ A_2^{(1)}(\Omega_1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G_{13}(\Omega_1) \\ G_{23}(\Omega_1) \end{Bmatrix} U_1^{(1)}$$

可见 $A_1^{(1)}(\Omega_1)$ 与 $A_2^{(1)}(\Omega_1)$ 是线性相关的，所以两个测量值只能取一个。一般为了提高精度，总是取大者。假定 $A_1^{(1)}(\Omega_1) > A_2^{(1)}(\Omega_1)$ ，校正量按 $(n+2)$ 取用3个，则它们为

$$\begin{Bmatrix} W_1^{(2)} \\ W_2^{(2)} \\ W_3^{(2)} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{11}(\Omega_0) & C_{12}(\Omega_0) & C_{13}(\Omega_0) \\ C_{21}(\Omega_0) & C_{22}(\Omega_0) & C_{23}(\Omega_0) \\ C_{11}(\Omega_1) & C_{12}(\Omega_1) & C_{13}(\Omega_1) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} A_1^{(1)}(\Omega_0) \\ A_2^{(1)}(\Omega_0) \\ A_1^{(1)}(\Omega_1) \end{Bmatrix} \quad (7.36)$$

式中 $A_1^{(1)}(\Omega_0)$ 与 $A_2^{(1)}(\Omega_0)$ 为转子状态(1)在转速为 $\Omega_0$ 时的二支承振动。

现将第2次校正量 $W_1^{(2)}$ 、 $W_2^{(2)}$ 和 $W_3^{(2)}$ 分别加在校正面1、2和3上。转子升速，应顺利通过第一临界转速，然后使转速尽量靠近第二临界转速，进行第二次高速动平衡。令平衡转速为 $\Omega_2$ （如果第二临界转速高于工作转速，则可取工作转速为平衡转速）。此时二支承振动按方程(7.34)可表示为



$$\begin{Bmatrix} A_1^{(2)}(\Omega_2) \\ A_2^{(2)}(\Omega_2) \end{Bmatrix} = [G_{ik}(\Omega_2)]_{2 \times 4} \begin{Bmatrix} U_s^{(2)} \\ U_m^{(2)} \\ U_1^{(2)} \\ U_2^{(2)} \end{Bmatrix}$$

式中

$$\begin{aligned} U_s^{(2)} &= U_s^{(1)} + \sum_1^3 W_j^{(2)} \approx 0 \\ U_m^{(2)} &= U_m^{(1)} + \sum_1^3 W_j^{(2)} z_j \approx 0 \\ U_1^{(2)} &= U_1^{(1)} + \sum_1^3 W_j^{(2)} \phi_1(z_j) \approx 0 \\ U_2^{(2)} &= U_2^{(1)} + \sum_1^3 W_j^{(2)} \phi_2(z_j) \approx 0 \end{aligned}$$

由于 $\Omega_2$ 靠近第二临界转速，支承振动主要由 $U_2^{(2)}$ 引起，所以有

$$\begin{Bmatrix} A_1^{(2)}(\Omega_2) \\ A_2^{(2)}(\Omega_2) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G_{14}(\Omega_2) \\ G_{24}(\Omega_2) \end{Bmatrix} U_2^{(2)}$$

所以 $A_1^{(2)}(\Omega_2)$ 与 $A_2^{(2)}(\Omega_2)$ 也是线性相关的，二者只能取用一个。当然也是取用大者，假定它为 $A_1^{(2)}(\Omega_2)$ 。校正量按 $(n+2)$ 取用四个，则它们为

$$\begin{Bmatrix} W_1^{(3)} \\ W_2^{(3)} \\ W_3^{(3)} \\ W_4^{(3)} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{11}(\Omega_0) & C_{12}(\Omega_0) & C_{13}(\Omega_0) & C_{14}(\Omega_0) \\ C_{21}(\Omega_0) & C_{22}(\Omega_0) & C_{23}(\Omega_0) & C_{24}(\Omega_0) \\ C_{11}(\Omega_1) & C_{12}(\Omega_1) & C_{13}(\Omega_1) & C_{14}(\Omega_1) \\ C_{11}(\Omega_2) & C_{12}(\Omega_2) & C_{13}(\Omega_2) & C_{14}(\Omega_2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} A_1^{(2)}(\Omega_0) \\ A_2^{(2)}(\Omega_0) \\ A_1^{(2)}(\Omega_1) \\ A_1^{(2)}(\Omega_2) \end{Bmatrix} \quad (7 \cdot 37)$$

最后四个校正面上总的校正量各为

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= W_1^{(3)} + W_1^{(2)} + W_1^{(1)} \\ W_2 &= W_2^{(3)} + W_2^{(2)} + W_2^{(1)} \\ W_3 &= W_3^{(3)} + W_3^{(2)} \\ W_4 &= W_4^{(3)} \end{aligned} \right\} \quad (7 \cdot 38)$$

以上便是振型影响系数平衡法的一个平衡过程，其中着重说明了测量值如何取舍和每次以及最后校正量的计算方法二个基本问题。应该说明，上述推导所得的方法与 Giers 所提出的方法基本上一致<sup>[30]</sup>。

实际使用中，由于目前动平衡机的进步，低速动平衡已毋需使用影响系数法了。如果低速平衡校正较为良好，则转子有可能直接升速至最高转速。这时就能充分利用影响系数平衡法的优点，第一与第二阶振型不平衡量，或第二与第三阶振型不平衡量可一起进行校正。在转子升速中同时测量转速为 $\Omega_0$ 、 $\Omega_1$ 和 $\Omega_2$ 时的支承振动，校正量可按方程(7·37)计算。其中上标应作相应修改， $W_j^{(3)}$ 改为 $W_j^{(2)}$ ， $A_j^{(2)}$ 改为 $A_j^{(1)}$ 。最后总校正量为

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= W_1^{(2)} + W_1^{(1)} \\ W_2 &= W_2^{(2)} + W_2^{(1)} \\ W_3 &= W_3^{(2)} \\ W_4 &= W_4^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (7 \cdot 39)$$

如果在高速平衡中采用  $n$  个校正面, 即只用校正面 3 与 4, 那就更简单了, 方程 (7·37) 可简化为

$$\left\{ \begin{array}{l} W_3^{(2)} \\ W_4^{(2)} \end{array} \right\} = - \left[ \begin{array}{cc} C_{13}(\Omega_1) & C_{14}(\Omega_1) \\ C_{13}(\Omega_2) & C_{14}(\Omega_2) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} A_1^{(1)}(\Omega_1) \\ A_1^{(1)}(\Omega_2) \end{array} \right\} \quad (7 \cdot 40)$$

方程 (7·39) 中的  $W_1^{(1)}$  和  $W_2^{(1)}$  也不用了。下节将用实例对振型影响系数平衡法作进一步的介绍。

### 7·9 计算机辅助平衡法实例

不论哪一种影响系数法都需要计算机辅助的, 影响系数法可说是计算机辅助平衡法的基础。但是在计算机辅助平衡的概念中, 所包含的内容就不仅是影响系数法, 还有不少其他内容, 目前还在发展之中, 尚难于概括起来。本节只是以 2102JHP 多级离心压气机转子为例对计算机辅助平衡法作一初步的介绍。该转子的纵剖面与动力特性见图 5·18 与图 5·19。制造厂只做了逐级低速平衡, 由于现场运行中振动过大, 决定进行高速动平衡。

平衡中采用了自编的 CPBC 80 程序, 这个程序中的主要功能是求影响系数逆阵。

转子的动力特性根据图 5·19 所示的振型曲线可以看出, 第一与第二临界转速是属弯曲刚性临界转速, 而工作转速处于第二与第三临界转速之间。在动平衡机上, 工作转速对各临界转速之比值为

$$\eta_1 = \frac{\Omega_0}{\omega_1} = \frac{13900}{5260} = 2.643$$

$$\eta_2 = \frac{\Omega_0}{\omega_2} = \frac{13900}{9500} = 1.463$$

$$\eta_3 = \frac{\Omega_0}{\omega_3} = \frac{13900}{21888} = 0.635$$

而在机组上各比值为

$$\eta_1 = \frac{\Omega_0}{\omega_1} = \frac{13900}{5488} = 2.533$$

$$\eta_2 = \frac{\Omega_0}{\omega_2} = \frac{13900}{10260} = 1.355$$

$$\eta_3 = \frac{\Omega_0}{\omega_3} = \frac{13900}{23734} = 0.586$$

可见动平衡机上的情况基本上与机组上相同。应该认为在设计上动力特性是良好的, 它基本上还属于半挠性转子。

低速平衡中采用了校正面 1 与 2 (即转子的第 1 级与第 6 级叶轮), 根据动平衡机测试仪指示进行了校正。接着升速, 顺利地通过了第一临界转速, 响应很小。升速至第二临界转速时, 响应增大, 但没有停留, 直升至工作转速 13900r/min, 测得二支承的振动为

5.6  $\angle 359^\circ$  mm/s, 1.7  $\angle 69^\circ$  mm/s

其中同向分量占很大比例，与反向分量相差不多。反向分量无疑是第二阶振型不平衡分量，而同向分量按转速所处位置也有可能是第三阶振型不平衡分量。根据这些情况，决定取用校正面 1 与 2 作为高速平衡中所需的校正面 3 与 4，见图 5·18。这样选择的目的在于，校正面 1 位于振型曲线计算点 6 上，而校正面 2 位于振型曲线计算点 11 上，两个平面对第二与第三阶振型都有作用。

根据公式 (7·34)，上述二支承振动测量可表示为

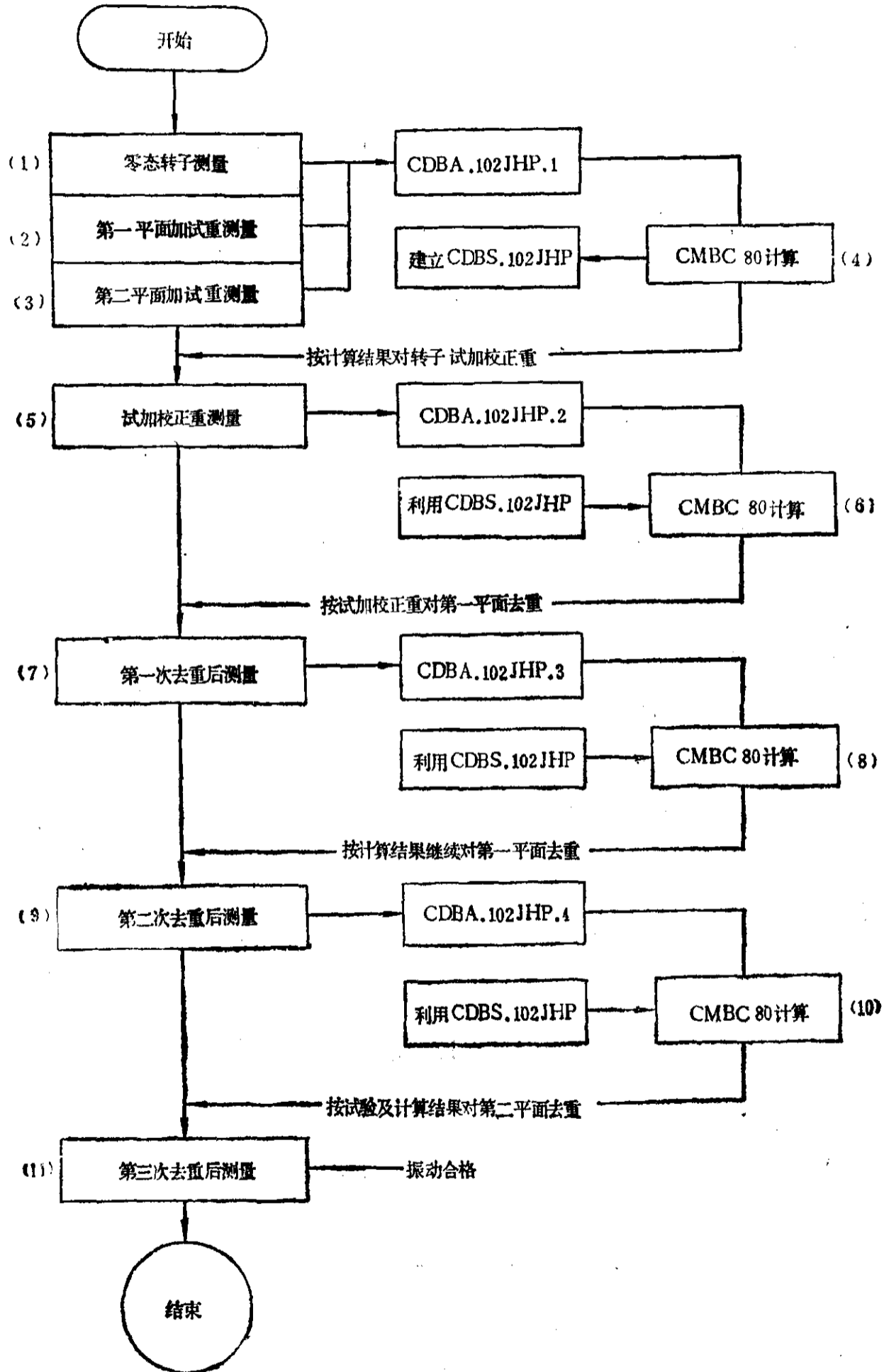


图 7·10 2102JHP转子的计算机辅助平衡过程

$$\begin{Bmatrix} A_1(\Omega_0) \\ A_2(\Omega_0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{12}(\Omega_0) & G_{13}(\Omega_0) \\ G_{22}(\Omega_0) & G_{23}(\Omega_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix}$$

这是相容的方程。另外，由于第一阶振型的响应很小，可以不予考虑。对这样的特殊情况，决定只用13900r/min一个平衡转速和两个测点（左右支承），问题显然简化了。影响系数矩阵是二次的，校正量可按下式计算：

$$\begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{11}(\Omega_0) & C_{12}(\Omega_0) \\ C_{21}(\Omega_0) & C_{22}(\Omega_0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} A_1(\Omega_0) \\ A_2(\Omega_0) \end{Bmatrix}$$

整个平衡过程如图7.10所示，说明如下。

(1) 以低速平衡校正后的转子作为高速平衡的零态转子，测量其在平衡转速下的支承振动（按上述说明）作为原始振动。

(2) 将试量5g放在校正面1的零度方位，如同第(1)项，测量得二支承振动为

$$11.7 \angle 11^\circ \text{ mm/s}, \quad 3.3 \angle 137^\circ \text{ mm/s}$$

(3) 将上述试量从校正面1移至校正面2，其所处的半径和方位与校正面1上相同，这样较简便。如同第1项，测量得二支承振动为

$$4.9 \angle 19^\circ \text{ mm/s}, \quad 5.5 \angle 33^\circ \text{ mm/s}$$

(4) 将前二项测量结果建立数据文件CDBA.102JHP.1，然后用CPBC80经编译后的模块CMBC80计算校正量，同时也建立了影响系数文件CDBS.102JHP，计算机输出打印如下：

@REA' CDBA.102JHP.1----- 第一次平衡输入数据

28. @P1-7

```
1.0000 102JHP.1P
2.0000      1      2      1
3.0000    13900
4.0000    5.000  0.000  5.000  0.000
5.0000    5.600 359.000  1.700  69.000
6.0000   11.700 11.000  3.300 137.000
7.0000    4.900 19.000  5.500  33.000
```

28. @H

```
/SYSFILE SYSDTA=CDBA.102JHP.1
/FILE CDBS.102JHP, LINK=DSET79
/EXEC CMBC80
```

第一次平衡计算结果输出打印

```
%C P500 * LOADING
```

```
FORTRAN IV PROGRAM CPBC80 STARTED --- 09/27/80
```

RESULTS OF CALCULATION FOR ROTOR :

102JHP.1

BALANCING SPEEDS (R.P.M.) : 13900

CORRECT WEIGHTS :

```
C-X1  C-Y1  C-X2  C-Y2
-3.740  2.567  -2.631  1.501
```

```

CORRECT WEIGHTS :
AMOUNT1  ANGLE1  AMOUNT2  ANGLE2
4.536 145.537  3.029 150.288

```

```

COEFFICIENTS :
0.602  0.380  -0.122  0.303
-0.380  0.602  -0.303  -0.122
0.227  0.467  0.919  0.532
-0.467  0.227  -0.532  0.919
** FORTRAN ** STOP

```

其中计算校正量 (CORRECT WEIGHTS) 有两种输出, 其一为直角坐标量, 其二是极坐标量。我们取用后者 (后同), 它们为

4.536/145.537°g, 3.029/150.288°g

(5) 将第(4)项中计算的校正量加在转子上, 如同第(1)项中测量二支承振动, 结果为

2.5/293°mm/s, 1.7/179°mm/s

在支承的数值尚超出合格标准, 因此再平衡校正一次。

(6) 根据第(5)项中测量结果建立数据文件CDBA.102JHP.2, 用CMBC80计算校正量, 其中把第(5)项的结果作为原始振动, 调用文件CDBS.102JHP中的影响系数计算, 所以数据文件中只有5项, 且第4项为空白。计算机输出打印如下:

```

1. @REA' CDBA.102JHP.2----- 第二次平衡输入数据
11. @P1-5
1.0000 102JHP.2P
2.0000 0 2 1
3.0000 13900
4.0000 0
5.0000 2.500 293.000 1.700 179.000

11. @H
/SYSFILE SYSDTA=CDBA.102JHP.2
/FILE CDBS.102JHP, LINK=DSET79 第二次平衡计算结果输出打印
/EXEC CMBC80
%C P500 * LOADING
FORTRAN IV PROGRAM CPBC80 STARTED --- 09/27/80

```

RESULTS OF CALCULATION FOR ROTOR : 102JHP.2

BALANCING SPEEDS (R.P.M.) : 13900

```

CORRECT WEIGHTS :
C-X1  C-Y1  C-X2  C-Y2
0.070 1.245 2.399 0.047

```

```

CORRECT WEIGHTS :
AMOUNT1  ANGLE1  AMOUNT2  ANGLE2
1.247    86.766   2.399    1.127

```

```

COEFFICIENTS :
0.602    0.380   -0.122    0.303
-0.380   0.602   -0.303   -0.122
0.227    0.467    0.919    0.532
-0.467   0.227   -0.532    0.919
** FORTRAN ** STOP

```

计算结果表明，再需的校正量为

1.247∠86.766°g, 2.399∠1.127°g

(7) 第(6)项计算的再需校正量并不大，考虑到此转子最终是去重校正，因此不再做加重试验，开始对转子进行实际去重。为了容易判断，校正面2上试重暂时不动，先把校正面1上的试重取下，进行实际去重。接下来如同第(1)项测量二支承振动，结果为

4.5∠341°mm/s, 3.0∠149°mm/s

此数值表明去重没有达到要求。

(8) 将第(7)项测量结果作为原始振动再建立数据文件CDBA.102JHP.3用CMBC80计算尚需校正的量。计算机输出打印如下：

```

1.      @REA 'CDBA.102JHP.3----- 第三次平衡输入数据
11      @P1-5

1.0000 102JHP.3P
2.0000      0      2      1
3.0000 13900
4.0000      0
5.0000 4.500 341.000 3.000 149.000

11.     @H
/SYSFILE SYSDTA=CDBA.102JHP.3
/FILE CDBS.102JHP, LINK=DSET79      第三次平衡计算结果输出打印
/EXEC CMBC80
%C P500 * LOADING
FORTRAN IV PROGRAM CPBC80  STARTED --- 09/27/80

```

RESULTS OF CALCULATION FOR ROTOR : 102JHP.3

BALANCING SPEEDS (R.P.M.) : 13900

```

CORRECT WEIGHTS :
C-X1  C-Y1  C-X2  C-Y2
-2.787 1.909 1.259 -0.469

```

```

CORRECT WEIGHTS :
AMOUNT1  ANGLE1  AMOUNT2  ANGLE2
3.378 145.592  1.343 -20.450

```

```

COEFFICIENTS :
0.602  0.380  -0.122  0.303
-0.380  0.602  -0.303  -0.122
0.227  0.467  0.919  0.532
-0.467  0.227  -0.532  0.919
** FORTRAN ** STOP

```

计算结果表明，尚需的校正量为

3.378 $\angle$ 145.592°g, 1.343 $\angle$ -20.450°g

(9) 按第(8)项计算结果，对校正面1再进行去重，校正面2尚需的校正量不大，仍保持不动。如同第(1)项测量二支承振动，结果为

2.0 $\angle$ 343°mm/s, 1.9 $\angle$ 163.0°mm/s

这两个数值尚大于1.8mm/s的合格标准，决定再继续校正。

(10) 再将第(9)项测量结果作为原始振动建立数据文件CDBA.102JHP.4,用CMBC80计算再需要的校正量。计算机输出打印如下：

1. @REA'CDBA.102JHP.4----- 第四次平衡输入数据

11. @P1-5

```

1.0000 102JHP.4P
2.0000      0      2      1
3.0000  13900
4.0000      0
5.0000  2.000 343.000  1.900 163.000

```

11. @H

/SYSFILE SYSDTA=CDBA.102JHP.4

/FILE CDBS.102JHP, LINK=DSET79

/EXEC CMBC80

%C P500 \* LOADING

FORTRAN IV PROGRAM CPBC80 STARTED --- 09/27/80

第四次平衡计算结果输出打印

RESULTS OF CALCULATION FOR ROTOR :

102JHP.4

BALANCING SPEEDS (R.P.M.) : 13900

```

CORRECT WEIGHTS :
C-X1  C-Y1  C-X2  C-Y2
-1.320  0.596  1.213  -0.452

```

```

CORRECT WEIGHTS :
AMOUNT1  ANGLE1  AMOUNT2  ANGLE2
1.448 155.688  1.294 -20.426

```

```

      COEFFICIENTS :
      0.602   0.380  -0.122   0.303
     -0.380   0.602  -0.303  -0.122
      0.227   0.467   0.919   0.532
     -0.467   0.227  -0.532   0.919
** FORTRAN ** STOP

```

计算结果表明，还需要的校正量为

1.448∠155.688°g, 1.294∠-20.426°g

(11) 第(10)项的计算校正量已不大,所以决定取下校正面2上的试重,对两个校正面同时进行实际去重。去重后如同第(1)项测量二支承的振动,在13900r/min时振动值为

1.0∠111°mm/s, 1.1∠289°mm/s

完全达到合格标准,平衡过程到此结束。

由上可见,平衡过程似乎比较繁琐,这完全是由去重的缺点引起,而与影响系数法的计算机辅助平衡无关。

上述平衡中所得的影响系数在第二根2102JHP转子上也获得了很好的效果,其过程如下。

(1) 首先测量零态转子的原始振动。

(2) 根据第(1)项的测量结果建立数据文件CDBA.AA,利用前一根转子的影响系数文件CDBS.102JHP及程序模块CMBC80计算校正量。计算机输出打印如下:

```

      @REA'CDB.AA'

6.      @P

1.0000 102JHP.RP*****
2.0000      0      2      1
3.0000 13900
4.0000      0
5.0000 2.800 115.000 5.100 297.000

6.      @H
/SYSFILE SYSDTA=CDB.AA
/FILE CDBS.102JHP,LINK=DSET7
/EXEC CM.BC80
%C P500 * LOADING
FORTRAN IV PROGRAM CPBC80 STARTED --- 04/09/81

```

RESULTS OF CALCULATION FOR ROTOR : 102JHP.

BALANCING SPEEDS (R.P.M.) : 13900

```

CORRECT WEIGHTS :
C-X1   C-Y1   C-X2   C-Y2
1.409  -1.831  -0.626  4.280

```

```

CORRECT WEIGHTS :
AMOUNT1  ANGLE1  AMOUNT2  ANGLE2
2.310  -52.426  4.325  98.322

```



```

COEFFICIENTS :
  0.602   0.380  -0.122   0.303
-0.380   0.602  -0.303  -0.122
  0.227   0.467   0.19   0.532
-0.467   0.227  -0.532   0.919
** FORTRAN ** STOP

```

(3) 按第(2)项的计算校正量加在转子的两个校正面上。如图第(1)项测量振动, 结果为

$$1.5 \angle 325^\circ \text{ mm/s}, \quad 0.4 \angle 77^\circ \text{ mm/s}$$

这数值已达到合格标准, 因此接着就可实际去重。

去重过程不再详述, 去重结束后二支承振动在13900r/min为

$$0.5 \angle 267^\circ \text{ mm/s}, \quad 0.5 \angle 13^\circ \text{ mm/s}$$

上述两个例子充分显示了计算机辅助平衡的优点, 如果在多平面轴系的现场平衡中, 将显示出更大的优越性和经济性。

### 7.10 挠性转子动平衡方法综述

本章的引言中已对挠性转子的动平衡方法的发展作了概述。自7.2节起对几种主要的方法作了较详细的介绍, 本节将对此再进行一些分析与比较, 供读者参考。

挠性转子动平衡方法详细地罗列起来, 不下十余种, 但是都可归纳入振型分离法与影响系数法两大方法之中去。对于这两大方法各自的优缺点, 美国的Darlow与Smalley和英国的Parkinson曾共同作了如下比较<sup>[33]</sup>。

#### 1. 振型分离法

优点为:

- (1) 在最高平衡转速上测量试验次数最少;
- (2) 在最高平衡转速上能得到良好的灵敏度;
- (3) 不影响低阶的平衡状态;
- (4) 可能完全凭试验进行。

缺点为:

- (1) 转子-轴承系统阻尼较大时不太有效;
- (2) 要求操作者具有较丰富的经验和知识;
- (3) 一般只能考虑一个或两个测量数据;
- (4) 不容易配备计算机辅助。

#### 2. 影响系数法

优点为:

- (1) 是完全凭试验进行的;
- (2) 两个振型或更多的振型是同时进行平衡的;
- (3) 可以采用计算机辅助和自动化;
- (4) 在测量点较多的情况下可以利用最小二乘法;
- (5) 可以利用测量误差补偿优化影响系数;
- (6) 不要求操作者具有丰富的知识。

缺点为:

- (1) 在最高平衡转速上的测量试验次数可能很多;
- (2) 对于较高阶振型的灵敏度不可能很高;
- (3) 要求有早先平衡过的振型数据;
- (4) 如果校正面选用不当, 校正量可能大到无法实施的地步。

从上述比较可见, 它们的优缺点能相互弥补, 只要把这两大方法结合起来, 就能克服各自所具有的缺点。所以, 自70年代起振型影响系数法得到了很大发展, Darlow、Smalley和Parkinson提出的混合法<sup>[33]</sup>也就是振型影响系数法的发展。可惜尚未见到混合法的详细介绍。

根据作者的实践体会, 用6.4.5节中所介绍的无阻尼计算的校正量组的比值, 即其中 $\phi_i(z_j)$ 值用5.4与5.5节介绍的方法计算, 还是有一定的可靠性。实际中所遇到的困难往往还与结构设计有关, 例如汽轮机与压缩机转子上的校正面不是可任意选择的, 一般只准许在轮盘上去重或加重, 这种限制给动平衡带来一定的麻烦。又如压缩机转子至今还都是采用去重校正, 而平衡试验中只能用试加重, 且试加重半径与轴向位置还不可能与最后去重的一样, 这也给动平衡带来了不少困难。所以一个挠性转子是否能顺利地平衡到合格要求, 不仅与试验方法有关, 而且还与其他很多因素有关。

为了方便挠性转子的动平衡过程, 在我国的JB/Z 197—83文件中, 对挠性转子设计上提出了应首先满足2.4节中对刚性转子的要求, 此外尚有下列要求。

- (1) 不平衡量的校正, 新设计的转子不要采用磨铰铲等去重方式, 尽量采用加重方式。
- (2) 高速动平衡使用的校正面, 如果是通用于低速平衡中的校正面, 则此平面上最好设计二个平衡槽或二列平衡螺孔。如二者直径不同, 一般直径大的用于低速, 小的用于高速。
- (3) 转子上各拆换件(例如联轴器及盘车齿轮等)最好自带平衡槽或平衡螺孔。
- (4) 对于有可能需要现场动平衡的转子, 设计时最好安排两个附加校正面, 位置应尽量靠近轴承, 以致现场不必揭缸就能进行平衡的校正。当然这两个附加校正面在动平衡机上是不允许使用的。
- (5) 转子在高速平衡中的驱动端, 在设计上应安排驱动连接螺孔, 全部螺钉所能承受的最大驱动扭矩, 应按照转子的转动惯量来设计, 并且应大于动平衡中驱动联轴器所传输的最大扭矩。

## 第八章 挠性转子动平衡品质的评定

### 8.1 引言

挠性转子动平衡品质的评定问题至今尚未完全统一。ISO中TC108委员会下SC1分委员会的WG2工作组是专门研究这个问题的。这个工作组提出的、且被批准颁布的ISO5343—83中，对品质评定仍提出了两种方法。然而在工业汽轮机与离心压缩机的国际商业中却是通用美国石油学会的API 612与API 617等标准。同此问题要比刚性转子复杂得多。

虽然上述的各标准中评定方法互不相同，但是其指导思想基本上是一致的，那就是动平衡的品质标准是以转子现场运转平稳为目标。所以在讨论动平衡品质评定问题前，先简单介绍一下机组振动的评定标准，在第十章中再行详细讨论。

机组机械振动的评定方法，即尺度与标准值，基本有三种。

#### 1. 轴承振幅

这是最古老的评定方法。50年代我国电力部根据苏联的经验，规定3000r/min的电站汽轮机轴承振幅（双振幅）小于50 $\mu\text{m}$ 为合格，6000r/min的小型汽轮机的轴承振幅（双振幅）小于30 $\mu\text{m}$ 为合格。对于固定转速的旋转机械，用轴承振幅是比较方便的，但是对于工作转速差别较大的各种工业汽轮机与离心压缩机来说，就比较麻烦了。因此在各种生产流程中的工业汽轮机与离心压缩机一般是不采用轴承振幅作为机组振动的评定尺度与标准值的。

#### 2. 轴承振动烈度

振动烈度即为振动有效速度，它把转速因素都包括进去了。西德VDI 2056与ISO 2372中都规定用振动烈度作为轴承振动的评定尺度。从工程上说，造成振动损坏主要是振动能量，也就是振动烈度：

$$v_c = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} \quad (8.1)$$

式中 $T$ 为积分周期， $v(t)$ 为振动速度的时间历程。因此用振动烈度作为评定尺度具有更直接的意义，具体标准数值见表8.1。

#### 3. 轴振幅

轴振幅首先是美国采用的，那是因为轴振幅测量仪器——涡流式测量仪首先由美国突破。测量轴振幅可以直接观察转轴是否与气封或轴瓦相碰，所以机组振动中公认为比较优越的监视手段。API 612和617标准中规定工业汽轮机与离心压缩机的轴振幅不得超过下列数值：

$$\text{双峰振幅 } A \leq \left[ \sqrt{\frac{12000}{n_{\max}}} + 0.25 \sqrt{\frac{12000}{n_{\max}}} \right] \text{ mil} \quad (8.2)$$

式中 $n_{\max}$ 为最高连续运行转速。并规定不论任何场合 $A$ 不得大于2mil(1mil=25.4 $\times 10^{-3}$ mm)。

以上是三种评定方法的简单介绍。目前第一种方法在我国的老机组上尚在使用。第二种方法主要在欧洲应用较多，而第三种方法则首先在美国、日本应用。但从发展趋势来再，在机组运行监视上，小机组是用第二种方法，中型机组是用第三种方法，而大型机组则用第一、第二与第三种方法的组合方法。关于轴振动方面的问题在第十章将进一步介绍。

表 8.1 ISO2372(VDI 2056)所推荐各类机器的机组振动评定标准

振动烈度级		各类机器的品级评定			
级标	有效速度上限 $v_0$ , mm/s	I类	II类	III类	IV类
0.28	0.28	A (良好)	A (良好)	A (良好)	A (良好)
0.45	0.45				
0.71	0.71				
1.12	1.12				
1.8	1.8	B (可用)	B (可用)	B (可用)	B (良好)
2.8	2.8	C (尚允许)	C (尚允许)	C (尚允许)	C (可用)
4.5	4.5	D (不允许)	D (不允许)	D (不允许)	D (不允许)
7.1	7.1				
11.2	11.2				
18	18				
28	28				
45	45				
71	71				

注: I类——固定的小机器或固定在整机上的小电机, 功率小于15kW。  
 II类——固定的中型机器, 15~75kW电机, 专用基础上约300kW机器。  
 III类——刚性或重型基础上的大型旋转机械, 例如透平发电机组。  
 IV类——轻结构基础上的大型旋转机械, 例如透平机组。

表 8.2 ISO5343附录A所推荐的修正系数

机器分类	典型机器	建议的修正系数范围				$v_0$ mm/s
		$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	
I	透平增压机	1.0	0.6~1.6	1.0	如果使用, $C_3 > 1.0$ ; 否则 $C_3 = 1.0$	1.12
	功率小于15kW的微型电机	1.0		1.0		
II	造纸机	0.7~1.0		2~6		1.8
	中等功率15~75kW的电机	0.7~1.0		2~6		
	专用基础上功率小于300kW的电机	0.7~1.0		2~6		
	压气机	0.7~1.0		2~6		
	小透平	1.0		2~6		
III	大型电机	0.7~1.0		2~5		2.8
	泵	0.7~1.0		2~6		
	二级发电机	0.8~1.0		2~6		
	透平和多极发电机	0.9~1.0	2~6			
IV	燃气透平	1.0	2~5	4.5		
	二级发电机	0.8~1.0	2~6			
	透平和多极发电机	0.9~1.0	2~6			

注: 表中 $v_0$ 取自ISO2372和ISO3945中数值的中间值。

根据机组振动的评定方法，动平衡品质的评定方法目前在使用中可说有四种：轴承振动烈度、轴振幅、轴承力和剩余振型不平衡当量。下面分别详细介绍。

## 8.2 评定方法之一——轴承振动烈度

这是ISO 5343中所推荐的第一种方法，也是我国JB/Z 197—83文件中所推荐的方法。这种方法特别适用于以轴承振动烈度作为机组振动评定标准的机组。假定机组在运行转速的范围内轴承上的振动烈度的允许值为 $v_0$ ，这个数值一般由产品说明书给出，也可以参考表8.2中的数值。对于工业汽轮机与离心压气机一般可取用

$$v_0 = 1.8 \text{ mm/s}$$

那末动平衡机上轴承速频振动烈度 $v_B$ 的合格标准应为

$$v_B = C_0 \times C_1 \times v_0 \quad (8.3)$$

式中  $C_0$ ——修正系数，即允许的每转一次的轴承座速频振动对于允许的轴承座总振动之比， $v_0$ 包括各种因素引起的分频和倍频振动分量，一般可取 $C_0 = 1.0$ ；

$C_1$ ——修正系数，用于当支座和（或）转子联轴器系统不同于机组上时，并作为平衡机上转子轴承座每转一次的速频振动相对于机组上轴承座每转一次的速频振动的比值（如不采用， $C_1 = 1.0$ ）。

修正系数 $C_1$ 对于不同机组可能差别很大，与转速也有关系，另外与转子和它的支承结构的共振频率也有关。表8.2中推荐了修正系数 $C_1$ 的一些数值。如果转子-平衡机系统的临界转速落入平衡转速范围内或十分靠近，则有关的修正系数可取用大些。

从测试技术上说，轴承振动有效速度测量是用电动式传感器，不论在灵敏度和稳定性上都是十分令人满意的，而且高速动平衡机上一般都装备这种测量系统，所以采用轴承振动烈度就显示了很大优越性，不必进行测量值的换算。

正因为如此，ISO 5343中把本方法作为第一种评定方法，显然它在目前应用得较多。在JB/Z 197—83中也选用了这种方法，并从国情出发也只推荐了这种方法。然而这种方法有两个修正系数，且修正系数的范围较大。其中 $C_1$ 由于机组上支承刚度往往没有确切的数据，所以难于确定，可能出入较大。为了保险起见，动平衡机的支承刚度总是取用比一般机器的支承刚度小些（也为了提高测量敏感性），如果再取 $C_1 = 1$ ，就能十分保险了。

如果机组振动是用轴振幅作为评定尺度，产品说明中只提出轴振幅的合格数值为 $A_0$ （双幅值），而动平衡机上只有振动烈度指示，则问题复杂些。这时公式（8.3）应改变为

$$v_B = \frac{C_0 \times C_1}{C_2 \times C_3} \cdot \frac{\pi n_0}{60 \sqrt{2}} A_0 \quad (8.4)$$

式中  $C_0, C_1$ ——通用于式（8.3）；

$C_2$ ——修正系数，此为平衡机上轴承中或附近转轴每转一次的速频振动相对于轴承座每转一次的速频振动的比值，见表8.2；

$C_3$ ——修正系数，此为平衡机上轴最大弯曲动挠度相对于轴承附近轴动挠度的比值，见表8.2（如不采用， $C_3 = 1.0$ ）；

$n_0$ ——与 $A_0$ 相应的转速，即平衡品质验收转速；

$A_0$ ——产品在现场运行所要求的轴振幅合格标准（双振幅）。

$C_3$ 一般可用计算确定， $C_2$ 可从表8.2中选取。然而 $C_2$ 值的范围很大，它与轴承油膜刚度与阻尼有关，并与系统共振程度有关，各机组也不一样，因此在使用中造成很大困难。

从作者的实践经验来看，不论何种情况，在动平衡机支承刚度比机组支承刚度小的情况

下, 工业汽轮机与离心压缩机转子取用

$$v_B = 1.8 \text{ mm/s}$$

一般都能取得满意的运行状态。

对于式(8.3)与(8.4)的应用方法, 下面用实例说明。

#### 例 1

转子	工业汽轮机
最高连续转速	12085r/min
运行中允许轴承振动烈度 $v_0$	1.8mm/s (由产品说明书规定)
测量场合	高速动平衡机上
测量位置	轴承上
修正系数	$C_0=1.0, C_1=1.0$ (由用户与制造厂商定)
平衡机上允许速频振动烈度 $v_B$ 按公式(8.3)计算得1.8mm/s	

#### 例 2

转子	离心压气机
最高连续转速	11230r/min
运行中允许最大轴振幅 $A_0$	1.4mil (1mil = $25.4 \times 10^{-3}$ mm)
测量场合	高速动平衡机上
测量位置	轴承上
修正系数	$C_0=0.9, C_1=1.0, C_2=5, C_3=1.3$ (由用户与制造厂商定)
平衡机上允许速频振动烈度 $v_B$ 按公式(8.4)计算得2.0mm/s	

### 8.3 评定方法之二——轴振幅

这个方法也是属于ISO 5343所推荐的第一种方法的, 本书为叙述上方便, 把它分成两种方法。如果产品对运行中给出的是允许的最大振幅值, 而动平衡机也能指示轴振幅的数值, 那么动平衡的品质要求也可用轴振幅来表示, 避免了测量值的换算, 修正系数也减少了。如果产品规定的现场轴振幅合格标准为 $A_0$ , 则动平衡机上允许的速频轴振幅 $A_B$ 为

$$A_B = C_0 \times C_1 \times A_0 \quad (8.5)$$

式中 $C_0$ 与 $C_1$ 为修正系数, 同公式(8.3), 可从表8.2中选取。如果 $A_0$ 与 $A_B$ 的测量位置不同, 则还应增加修正系数 $C_3$  (从表8.2中选取)。

如果产品说明书给出的是运行中轴承的允许振动有效速度 $v_0$ , 而动平衡机上只有轴振幅测量系统, 只能用轴振幅来评定时, 则动平衡机上速频轴振幅合格标准 $A_B$ 为

$$A_B = C_0 \times C_1 \times C_2 \times C_3 \frac{60\sqrt{2}}{\pi n_0} v_0 \quad (8.6)$$

式中诸符号含意同式(8.4)中, 各系数从表8.2中选取。

#### 例

转子	500MW电站汽轮机, 安装在刚性重型的基础上 (属表8.2中Ⅲ类)
运行转速	3000r/min
运行中允许轴承振动烈度 $v_0$	2.5mm/s (产品说明书规定)
测量场合	高速动平衡机上
测量位置	轴承中的轴上
修正系数	$C_0=0.9, C_1=1.3, C_2=2.0, C_3=1.0$ (由用户与制造厂商定)

动平衡机上轴承处允许速频

按公式 (8.6) 计算得

轴振幅  $A_b$

52.65  $\mu\text{m}$

#### 8.4 评定方法之三——轴承力

在机组的机械振动评定中, 用轴承振动烈度或轴振幅都能取得良好效果, 可是在动平衡品质的评定中就有些麻烦, 这主要是因为动平衡品质取决于机组振动允许值, 在转换中要使用修正系数, 而且修正系数范围大, 用户与制造厂之间有时不易取得统一意见。所以, 在 API 标准中, 尽管机组振动评定中规定用轴振幅, 而在动平衡品质评定中却规定使用轴承力。

API 标准中规定, 工业汽轮机与离心压缩机转子在动平衡后轴承上的动负载——轴承力应小于轴承静负载的 10%。这个规定简洁明了, 不受其他任何因素的影响, 因此商品验收者喜欢使用。

但是, 一般动平衡机上都没有轴承力的测量系统, 所以轴承力的数值需要通过响应试验和矢量法来测量计算, 其步骤如下。

(1) 对认为平衡合格的转子, 在品质验收的转速上, 测量两个轴承的振动 (振动烈度或轴振幅)。

(2) 按下列公式计算值准备试量  $U_T$ :

$$U_T = K \left( 8945 \times 10^4 \frac{M}{n^2} \right) \text{ g} \cdot \text{mm} \quad (8.7)$$

式中  $K$  为倍数 (一般可取 5 左右),  $M$  为转子重量 (kg),  $n$  为转子平衡品质验收转速 (r/min)。

(3) 把试量加到转子上去, 但有下列规定: 对于平动型,  $U_T$  应放在转子的中间部位, 而对摇摆型, 应将  $U_T$  均分为两个  $U_T/2$ , 分别放在转子两侧动挠度较大的部位, 一般为第一级与最末级的叶轮上, 相位应差  $180^\circ$ , 见图 8.1。

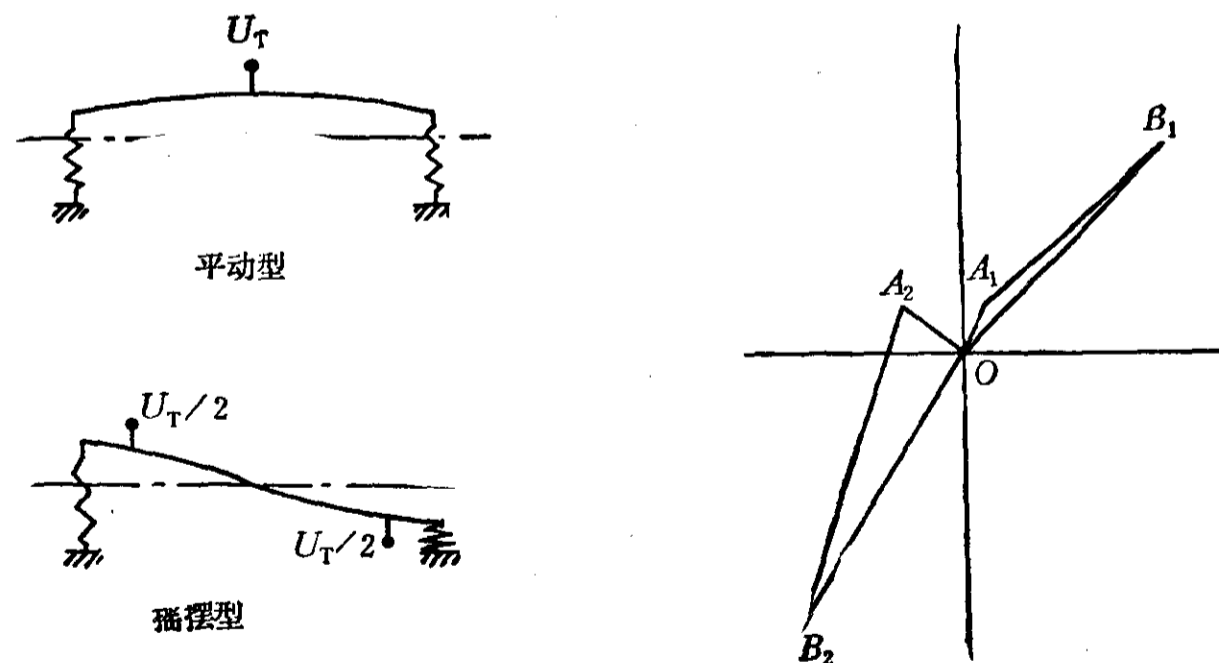


图 8.1 测定轴承力的响应试验  
 $OA_1$  与  $OA_2$ —加  $U_T$  前二个轴承的振动;  
 $OB_1$  与  $OB_2$ —加  $U_T$  后二个轴承的振动

(4) 如第 (1) 项测量两个轴承的振动。

(5) 将第 (1) 与第 (4) 项中测量结果绘制矢量图, 见图 8.1 右。

(6) 由图 8.1 可得,  $U_T$  的响应为  $A_1B_1$  与  $A_2B_2$ 。总的响应模量为

$$S = |A_1B_1| + |A_2B_2|$$

如果转子平衡后的轴承力要小于10%的轴承静负载，必须满足：

$$|OA_1| < \frac{S}{2K}, \quad |OA_2| < \frac{S}{2K} \quad (8.8)$$

或

$$(|OA_1| + |OA_2|) < \frac{S}{K} \quad (8.9)$$

**例** 转子质量 $M=340\text{kg}$ ，两个轴承静负载相差不多，平衡品质验收转速 $n=12085\text{r/min}$ ，平衡机测量指示为轴承振动烈度，求满足API标准的允许轴承振动烈度。

**试验过程**

(1) 10%静负载所相应的不平衡当量 $U_c$ 为

$$U_c = 8945 \times 10^4 \frac{340}{(12085)^2} = 208\text{g}\cdot\text{mm}$$

(2) 取试量 $U_T$ 为 $1520\text{g}\cdot\text{mm}$ ，则倍数 $K$ 为

$$K = \frac{U_T}{U_c} = \frac{1520}{208} = 7.3$$

(3) 把试量加在转子上，测得试量总响应模量为

$$S = |A_1B_1| + |A_2B_2| = 10.7 + 8.5 = 19.2\text{mm/s}$$

(4) 每个轴承上允许的振动烈度为

$$v_c = \frac{S}{2K} = \frac{19.2}{2 \times 7.3} = 1.3\text{mm/s}$$

从上述实例可见，满足API标准的允许轴承振动烈度比8.2节中介绍的小。那么究竟API与ISO 5343之间是什么关系呢？这是很多工程技术人员所关心的。为了说明这个问题，作者选两个实例作了计算比较，见表8.3。

表 8.3 两个实例转子的计算比较

	转子质量 kg	$n_{\max}$ r/min	允许剩余偏心, $\mu\text{m}$		允许轴承力 N	不平衡当量 g·mm	折合偏心 $\mu\text{m}$
			G1	G2.5			
A	1400	10900	0.876	2.19	1373	1054	0.75
B	21000	3000	3.19	7.96	20593	208732	9.94

由表8.3可见，转子A按允许轴承力的不平衡当量所折合的偏心小于按ISO 1940中G1级所允许的剩余偏心，而转子B——却大于G2.5级所允许的剩余偏心。这说明了API标准的要求在转速较高时将偏高，而在转速较低时将偏低。偏高问题不是很大，只要工艺上做得到，成本可能稍高些，但偏低的问题就比较大。所以，API标准对于工业汽轮机与离心压缩机的转子是较合适的，但不适用于电站汽轮机与发电机转子。这也是API标准不能在旋转机械中广泛使用的主要原因。请注意，这里所指的API标准仅仅是其转子动平衡品质评定部分。

#### 8.5 评定方法之四——允许剩余振型不平衡当量

这是ISO 5343中提出的第二种评定方法。关于振型不平衡当量的概念在6.3节中已阐明了，它可用公式(6.33a)和(6.33b)来表示。本节将介绍转子经平衡校正后尚剩余的振型



不平衡当量的测定方法及其合格标准。

关于剩余振型不平衡当量的试验测定方法及步骤在ISO 5343的附录B中作了说明，现转载如下。

(1) 下述过程可用于测定不平衡量对指定振型的作用，以用来估价转子中剩余振型不平衡当量。

(2) 把需要测量的转子安装在硬支承的动平衡机上或相似的高速设备上。

(3) 把转子升速，接近第一挠性临界转速的某个安全转速，记录轴承振动或力的数值。

(4) 转子上加一试量，试量应加在对第一阶振型有最大作用的轴向位置上，一般是放在转子的中间部位。如同第(3)项中转速上测量轴承振动或力。

(5) 按第(3)与第(4)项中得到的数值，用矢量法计算第一阶振型不平衡当量。

(6) 取下试量。

(7) 把转子升速，接近第二阶临界转速的某个安全转速，假定尚低于最高的连续运行转速。记录下轴承振动或力。

(8) 转子上加一对试量，试量应加在对第二阶振型有最大作用的轴向位置上。如同第(7)项中转速上测量轴承振动或力。

(9) 按第(7)与第(8)项中得到的数据，用矢量法计算第二阶振型不平衡当量。

(10) 继续上述过程，直至所有需要估价的振型不平衡当量全部得到。

试验中注意事项如下。

(1) 可能不能接近某些作用较大的振型的临界转速，而各阶振型分量的作用混合在一起。在这种情况下必须采用合理的方法，把各振型的作用分离开来。

(2) 在估价剩余振型不平衡当量时允许采用一个试量组，以便安全地通过低阶的临界转速。如果采用这个方法，必须符合公式(6·33a)的要求，而该振型不平衡当量按公式(6·33b)计算。

前面第(5)与第(9)项中提到的矢量法请参阅8·4节，不再重述。

关于剩余不平衡当量的合格标准，对各类转子是不相同的，下面按ISO 5343所推荐的数值介绍如下。

#### 1. 第2类转子——准刚性转子

任何整体装配好的第2类转子，其剩余不平衡量不能超过它被视为刚性转子时按ISO 1940推荐的允许剩余不平衡量。

另外，如果需要的话，对2f、2g和2h分类的转子(按ISO 5406中的转子分类，见表5·4)，整体装配好的原始不平衡量不能超过8·6节中所给出的允许原始不平衡量的数值。并且，对于这些分类的转子，每个部件的剩余不平衡量都不能超过下列二个数值：

(1) 装配部件的允许原始不平衡量除以零件数的三倍；

(2) 装配部件的允许剩余不平衡量。

例

转子	属第2类转子由6个部件组成
装配后允许剩余不平衡量	600g·mm
从8·6节中查得 $\epsilon_1/\epsilon_2$	~15
装配后允许原始不平衡量	9000g·mm

每个部件所允许的剩余不平衡量  $\frac{9000}{3 \times 6} = 500 \text{g} \cdot \text{mm}$

或

600gmm

## 2. 第3类转子——挠性转子

3a类转子 这种转子仅第一阶振型不平衡量有较大的作用，然而无论它的不平衡量分布如何，其剩余不平衡量不能超过下列极限，它被表示为转子视为刚性时按 ISO 1940 所推荐的总的允许剩余不平衡量的百分比，并且是对转子最高运行转速而言的。

- (1) 第一阶振型不平衡当量不超过60%；
- (2) 如果低速动平衡已通过，则总剩余不平衡量类似于刚性转子，不超过100%。

3b类转子 这种转子仅第一阶与第二阶振型不平衡量有较大的作用，然而无论它们的不平衡量如何分布，剩余不平衡量不能超过下列极限，它被表示为转子视为刚性时按 ISO 1940 所推荐的允许剩余不平衡量的百分比，并且是对转子最高运行转速而言的。

- (1) 第一阶振型不平衡当量不超过100%；
- (2) 第二阶振型不平衡当量不超过60%；
- (3) 如果低速动平衡已通过，则总剩余不平衡量类似于刚性转子不超过100%。

3c类转子 这类转子除第一阶与第二阶振型不平衡量有较大作用外，还有其他振型的作用。对于这类转子要提出一些推荐值是十分困难的，待实践中提出成功的经验时再来讨论。

以上各数值在使用中尚应注意下列事项。

- (1) 假如转子外伸的质量的挠度较大，则百分比要重新考虑。
- (2) 如果运行转速或运行转速范围接近第一或第二临界转速，这些数值可要求修正。
- (3) 在转子-平衡机的任一临界转速的80~120%转速范围内，如果振动在正常极限内，则不必要修正上述数值。如果出现较大的振动，也不一定意味着要求更精密的平衡，因为动平衡机上的阻尼常常大大小于机组上的阻尼。

由上述可见，用允许剩余振型不平衡当量来作为评定尺度，虽然也具有如轴承力那样的优点，但是比较烦琐。剩余振型不平衡当量需要用试验来求得，并且评定标准尚不成熟，所以这种方法目前使用者甚少。但是它毕竟不受其他因素的影响，因此还是有发展前途的。

## 8.6 允许的原始不平衡量

上节中已提到允许的原始不平衡量的问题，在 ISO 5406 的附录 C 中作了专题说明，本节将对此作详细介绍。

允许的原始不平衡量的含意，是指挠性转子通过合理的加工与装配使原始不平衡量控制在某个允许的数值以下，以致转子在动平衡中可以作为刚性转子来处理，不必进行昂贵的高速动平衡，这个原始不平衡量的允许数值被称为允许原始不平衡量。

从理论上不可能对各种截然不同的转子有通用的允许原始不平衡量的计算公式，所以 ISO 5406 的附录 C 中的计算公式是在下列假设下推导出来的：

- (1) 两端具有轴承的转子，并且两个校正面紧靠两个轴承；
- (2) 转子质量分布完全对称于跨距中心，并且没有外伸质量；
- (3) 转子的刚度分布也完全对称于跨距中心；
- (4) 连续工作转速低于和不很接近第二阶临界转速；
- (5) 转子-轴承系统的阻尼忽略不计。

另外，对转子的不平衡量也作下列假设：

(1) 转子的零部件装配前各自都已经过平衡, 且装配中已尽量使各零件的不平衡量相互补偿, 因此转子的原始不平衡量不很大;

(2) 不平衡量的分布中第一阶振型不平衡量最大。

转子的力学模型见图8.2。上图为低速平衡前的情况, 下图为低速平衡后的情况。图中各符号意义如下:

- $M$ ——转子质量;
- $\varepsilon_1$ ——转子原始不平衡量偏心;
- $\varepsilon_2$ ——转子视为刚性时的允许剩余不平衡量偏心;
- $\varepsilon_B$ ——轴承的振幅;
- $\varepsilon_w$ ——转轴的弯曲动挠度 (相对于  $OO$  轴线);
- $c_B$ ——轴承的刚度;
- $c_w$ ——转轴的刚度;
- $\omega_1$ ——转子第一固有圆频率;
- $\Omega$ ——转子工作角速度。

按图8.2, 两个轴承所承受的动负载均为

$$F = c_B \cdot \varepsilon_B = \frac{1}{2} M \Omega^2 (\varepsilon_w + \varepsilon_B + \varepsilon_2) \quad (8.10)$$

另外根据力的平衡可有

$$c_w \varepsilon_w = M \Omega^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_w + \varepsilon_B) \quad (8.11)$$

由上述二方程, 可以解得  $\varepsilon_w$  与  $\varepsilon_B$ , 其过程如下:

首先式 (8.11) 减去式 (8.10) 有

$$c_w \varepsilon_w - 2c_B \varepsilon_B = M \Omega^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (8.12)$$

由此可得

$$\varepsilon_w + \varepsilon_B = \frac{M \Omega^2}{c_w} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + (1 + a) \varepsilon_B \quad (8.13)$$

式中  $a = 2c_B/c_w$ 。将式 (8.13) 代回到式 (8.10), 可解得

$$\varepsilon_B = \frac{\frac{M \Omega^2}{c_w} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \varepsilon_2}{\frac{2c_B}{M \Omega^2} - (1 + a)} \quad (8.14)$$

如果  $\Omega = \omega_1$  时分母等于零, 则  $\varepsilon_B$  达无穷大, 此即为系统共振。由此条件可有

$$\frac{2c_B}{M} = (1 + a) \omega_1^2$$

因此系统的第一固有圆频率 (或说临界转速) 为

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2c_B}{M(1+a)}}$$

将此式代入式 (8.14), 可得

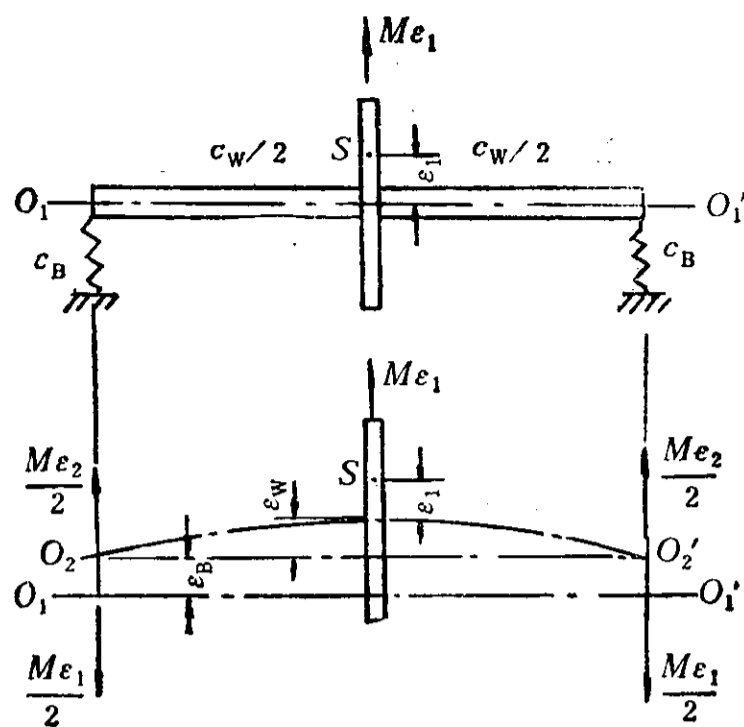


图 8.2 二个校正面的转子力学模型

$$\varepsilon_B = \frac{\eta_1^2 \left[ \frac{M\Omega^2}{c_w} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \varepsilon_2 \right]}{(1 - \eta_1^2)(1 + \alpha)} \quad (8.15)$$

式中  $\eta_1 = \Omega/\omega_1$ 。将式 (8.15) 代入式 (8.13) 得

$$\begin{aligned} \varepsilon_w + \varepsilon_B &= \frac{M\Omega^2}{c_w} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \frac{\eta_1^2 \left[ \frac{M\Omega^2}{c_w} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \varepsilon_2 \right]}{(1 - \eta_1^2)} \\ &= \frac{1}{(1 - \eta_1^2)} \left[ \frac{M\Omega^2}{c_w} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \eta_1^2 \varepsilon_2 \right] \end{aligned} \quad (8.16)$$

现在将式 (8.16) 代入式 (8.10)，可得

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} M\Omega^2 \left[ \frac{\frac{M\Omega^2}{c_w} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \eta_1^2 \varepsilon_2}{(1 - \eta_1^2)} + \varepsilon_2 \right] \\ &= \frac{M\Omega^2}{2(1 - \eta_1^2)} \left[ \frac{M\Omega^2}{c_w} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \varepsilon_2 \right] \end{aligned} \quad (8.17)$$

由于

$$\frac{M\Omega^2}{c_w} = \frac{M\Omega^2}{c_w \omega_1^2} \cdot \omega_1^2 = \frac{M\eta_1^2}{c_w} \frac{2c_B}{M(1 + \alpha)} = \eta_1^2 \frac{\alpha}{(1 + \alpha)}$$

所以式 (8.17) 可表达为

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} M\Omega^2 \left[ \frac{\alpha\eta_1^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + (1 + \alpha)\varepsilon_2}{(1 + \alpha)(1 - \eta_1^2)} \right] \\ &= \frac{1}{2} M\varepsilon_2\Omega^2 \left[ \frac{\alpha\eta_1^2 \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right) + (1 + \alpha - \alpha\eta_1^2)}{(1 + \alpha)(1 - \eta_1^2)} \right] \end{aligned} \quad (8.18)$$

按ISO 1940，刚性转子可以运转至第一临界转速的80%。对于具体的挠性转子，在确定其允许原始不平衡量之前，可以先考虑一根当量的“刚性”转子，称此为“基准”转子。

“基准”转子的平衡品质是达到ISO 1940所要求的品级。这样，“基准”转子在第一临界转速80%时的轴承动负载就是上述挠性转子的允许原始不平衡量的界限，平衡后的轴承动负载不会大于“基准”转子的轴承动负载。

对于“基准”转子，其重量、运行转速以及外形主要尺寸和平衡品级都与原来转子是相同的。另外再假定转子的刚度等于支承刚度的二倍，工作转速为第一临界转速的80%，而原始不平衡量偏心为允许的剩余不平衡量偏心的10倍。也就是

$$\alpha = 1, \eta_1 = 0.8, \varepsilon_1/\varepsilon_2 = 10$$

那末轴承的动负载按公式 (8.18) 为

$$F = 5.38M\varepsilon_2\Omega^2 \quad (8.19)$$

如果以式 (8.19) 所表示的轴承力作为允许轴承动负载，则其他转子就有

$$5.38M\varepsilon_2\Omega^2 = \frac{1}{2} M\varepsilon_2\Omega^2 \left[ \frac{\alpha\eta_1^2 \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right) + (1 + \alpha - \alpha\eta_1^2)}{(1 + \alpha)(1 - \eta_1^2)} \right]$$

经过整理可得

$$\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) = \frac{9.76(1-\eta_1^2)(1+\alpha) - \eta_1^2}{\alpha\eta_1^2} \quad (8.20)$$

这个方程根据  $\alpha$  与  $\eta_1$  值就可确定允许的最大  $(\varepsilon_1/\varepsilon_2)$  值。为使用方便，此方程被绘制成曲线族，其中以  $\alpha$  为参变量，见图8.3。

确定一根实际转子的允许原始不平衡量的步骤如下：

(1) 估计轴承总刚度对转子在跨中的集中载荷下刚度的比值  $\alpha$ ；

(2) 估计最高运行转速对第一临界转速的比值  $\eta_1$ ；

(3) 用上述的  $\alpha$  与  $\eta_1$  值从图8.3中查取相应的  $(\varepsilon_1/\varepsilon_2)$  值；

(4) 从ISO 1940中(图3.1)查取当量刚性转子相应品级的允许剩余不平衡偏心作为  $\varepsilon_2$  值；

(5) 由  $(\varepsilon_1/\varepsilon_2)$  值和  $\varepsilon_2$  值以及转子质量就能求得允许原始不平衡偏心量和允许原始不平衡量；

(6) 如果设计、加工和单个零部件的平衡，以及装配都能合理安排，就可能使转子的原始不平衡量低于上述计算所得的允许原始不平衡量，这样，这个转子就允许用两个靠近轴承的校正面在低速下平衡就行了。

上述方法在使用中应注意下列情况。

(1) 这个方法是在很多假定条件下推导而得的，使用中要注意实际转子与“基准”转子的差别。其中应特别提出，在有阻尼的情况下，并非  $\eta_1 = 1$  时  $(\varepsilon_1/\varepsilon_2) \rightarrow 0$ ，而且计算也不反映转子通过临界转速的情况。

(2) 这个分析是以ISO 1940为基础推导的，如果所取用的允许剩余偏心比查取的小些，则所得的好处并不相应增加。在一般情况下，如果剩余不平衡量的允许值减少50%，那末原始不平衡量的允许值只能增加5~10%，其效果随  $\alpha$  的减小而增加。

(3) 分析中假定了两个校正面紧靠轴承，实际上最佳校正面位置总是距轴承有一定距离，因此对于实际转子中校正面不靠近轴承的情况，不会带来不良的效果。

### 8.7 评定问题综述

前面几节中介绍了各种挠性转子动平衡品质的评定尺度与标准值。这些方法可分为两类：其一称为同尺度评定法，也就是动平衡中评定尺度与机组振动的评定尺度相同，例如都用振动烈度，或都用轴振幅；其二称为异尺度，也就是动平衡中评定尺度与机组振动评定尺度不相同，例如用轴承力或允许剩余振型不平衡当量等。这两类方法各有优缺点。同尺度评定法中需要对支承刚度、驱动联接条件等给予必要的修正，修正中要凭借经验。异尺度评定法中虽然没有修正系数，但其标准值有的情况比较难定，也要借助于经验。所以在品质评定中目前还离不开经验。

除了上述情况外，在评定中尚需注意的问题还很多，下面概括地给予逐一介绍。

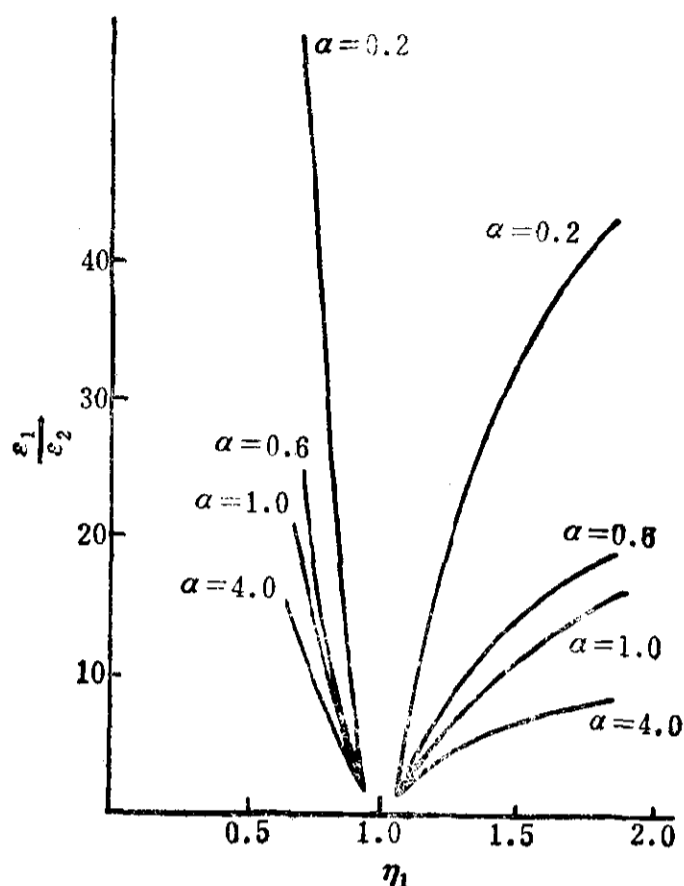


图 8.3  $(\varepsilon_1/\varepsilon_2)-\eta_1$  曲线族

### 1. 转子的归类

这是动平衡中的首要问题，它将影响到动平衡的全过程，当然在品质的评定中也是首要的问题。所以，首先要通过计算得知转子的动力特性，确定它在转子频率-刚度特性图（图5·26）中的位置，是属于哪个区域的。

刚性转子区域（I区）的转子显然只需在低速平衡机上平衡校正，按ISO1940评定品级。挠性转子区域（II区）的转子是必须在高速动平衡机上给予全速平衡校正，并按本章所介绍的各种评定方法之一在全速范围内进行品质评定。问题比较复杂的是准刚性转子区域（II-Q区）与半挠性转子区域（II-S区）的转子，它们究竟按刚性转子还是按挠性转子来处理，事先有时很难确定。但是，如果需要进行高速动平衡，那就按挠性转子的动平衡品质来评定。对于实在难于肯定的转子，为稳妥起见，有条件时按挠性转子处理为好。

对于准刚性与半挠性转子，基本上相当于ISO5406中的2类与3a类所包括的转子，可有下列几种情况：

（1）符合5·7节中所阐明的条件

$$1.4n_1 < n_{\min} \text{ 与 } n_{\max} < 0.7n_2$$

的转子可按刚性转子处理，只做低速动平衡；

（2）如6·4·2节所述，进行逐级低速平衡；

（3）如6·4·3节所述，进行三平面低速平衡；

（4）如8·6节所述，控制原始不平衡量而进行二平面低速平衡。

对于ISO 5406中的第4与第5类转子，要格外谨慎处理好各个环节中的问题。

### 2. 动平衡机的选择

根据转子是否需要高速动平衡来选用低速或高速动平衡机。制造厂是没有多大的选择余地，而用户可选择在制造厂，也可选择在其他方便而可靠的设备上进行动平衡品质验收。不论何种情况，动平衡机必须符合ISO 2953的要求（将在第九章作简要介绍）。一般总是在制造厂的平衡设备上对转子的平衡品质进行验收。如果在其他动平衡机上验收品质，则用户应该允许有一个误差范围，但是目前对高速动平衡品质的误差范围尚无标准可循。

### 3. 转子状态

这一点容易被人们所忽略。转子状态有两方面内容，其一是转子的完整性，其二是转子结构的稳固性。

完整性要求转子在平衡前及评定品质时转子上的零件全部装上，没有遗缺的。但是转子有拆换件时，如联轴器等，应该规定平衡品质评定应以未装拆换件时为主。装上拆换件后转子是否再需平衡与品质验收应事先经双方商定。如果装上拆换件后转子不再平衡（特别是高速动平衡的转子），则应对拆换件自身的平衡品质有所规定，并且拆换件的不平衡量应在自身上给予校正。

稳固性对于新制造的转子有很大关系，例如汽轮机和电机转子，转子超速前后平衡状态有较大变化，因此平衡品质的评定应在超速试验后完成精密平衡时进行。一般转子只超速一次，所以对于返修的老转子没有特殊情况是不再进行超速试验的。只有返修的内容较多时，例如汽轮机转子的叶片大量调换，电机转子更换绕组，才考虑是否再需超速。总而言之，在动平衡品质验收后是不允许再超速的。

### 4. 安装状态

转子在动平衡机上安装状态有三方面内容：支承机构、驱动机构和测量系统。

支承机构最好是周向等刚度的，总的要求转子在动平衡机上的支承应与现场机组上的支承尽量相似。对于动力特性受轴承影响较大的转子，平衡中一定要用产品轴承，不要用其他轴承代替。如果事先难以预料轴承的影响，则用产品轴承比较稳妥。

驱动机构与转子的连接刚度，弯曲方向应尽量小，而旋转方向要尽量大，所以一般都用卡登十字联轴器。当平衡转速超过8000r/min时应采用弹性联轴器，这在第九章中给予介绍。不论什么联轴器，其质量相对于转子质量应尽量小。联轴器不平衡量的影响，可以用2.3节中介绍的180°翻转法来测量。

测量系统在专用的动平衡机上都是固定的。对于自制的设备，则应注意，测量头轴线应在与转子轴线垂直的平面上，并且测量头轴线应与转子轴线相交。对于轴承支架不是等刚度的情况，测量头轴线还应与重力垂线平行或垂直，以测量水平与垂直振动分量。若用非接触式测量头时，测量头的固定支架应足够牢固，并在测量转速上不应发生共振。

#### 5. 评定中的测量

如果平衡品质的评定验收在动平衡结束时立即进行，则问题比较简单。如果不是立即进行，那么在品质验收前，转子应先低速运转20分钟，使转子消除重力引起的变形。

高速动平衡品质，一般是指转子第一临界转速以下直至最高连续转速的全转速范围内的平衡品质。如经双方同意，也可把评定的转速范围限定在最高连续转速上下，按ISO5406中第5类转子要求处理。在最高转速上测量时至少应保持2分钟，待振动稳定后测量速频振动的数值。

如果用户需要测量转子通过共振的过程，则测量一般在降速时进行，降速率不应超过最高转速的5%；但也可按实际运行规程要求经双方协商在升速时进行。

#### 6. 最后数据的处理

作为评定的振动数据，都是指速频振动的最大值。如果支承不是等刚度的，则应把水平与垂直分量合成，求出最大值。如果测量值中尚有其他分频或倍频的分量，则振动讯号应经过同步滤波处理。

如果最后评定是在现场机组上进行，则应排除其他因素，诸如不对中、联轴器误差等带来的影响。

如果动平衡品质确实不能使转子达到平稳的运转，则应考虑提高动平衡品质。

#### 7. 关于转子的不平衡响应

在API 612标准中规定，对于转子的临界转速落入工作转速范围的情况，必须用试验来表明转子的不敏感性，即不平衡响应试验。但是，这并不属于转子动平衡范畴，为方便读者，在附录二中给予介绍。

## 第九章 高速动平衡机

### 9.1 现代高速动平衡机的特点

高速动平衡机是50年代后期才发展起来的，开始在透平发电机制造厂中应用，设备都是自制的。不久西德辛克(Schenck)公司就设计制造出专用的高速动平衡机。我国自70年代中先后从辛克公司引进了四套DH系列的高速动平衡机，同时还自己设计制造了一套。因此本章主要介绍辛克公司DH系列的高速动平衡机。

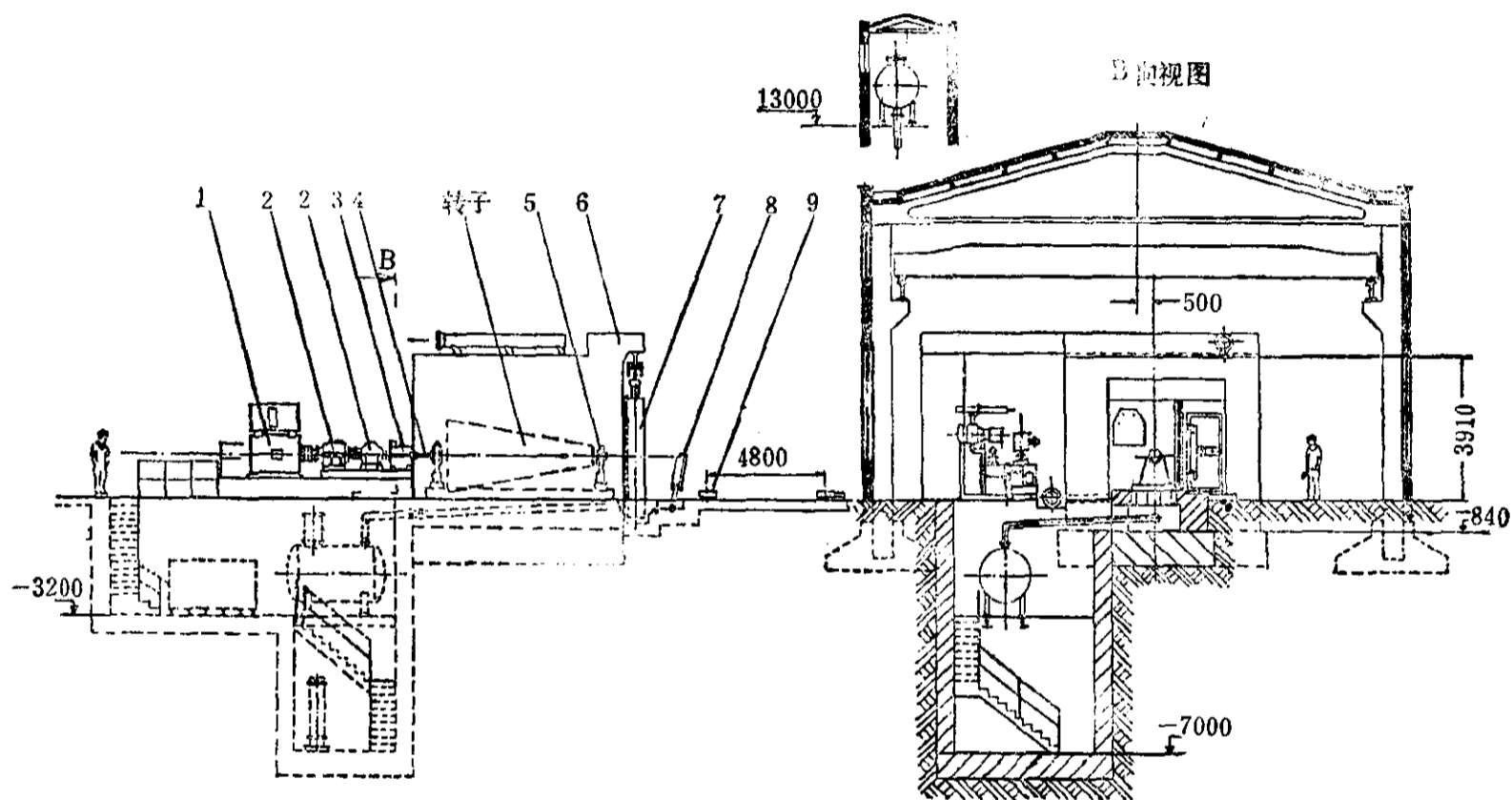


图 9.1 DH6/DH4型高速动平衡机主体部分

这类的高速动平衡机之一，DH6/DH4型高速动平衡机的主体部分见图9.1，整套设备有下列三大部分组成。

(1) 主体部分：包括驱动直流主电机1；增速齿轮箱组2；中间连接轴3；联轴器4；转子等刚度支架5；真空筒体6；大门7；翻板8；载运车9；主电机电源可控硅整流器。

(2) 辅机部分：包括大气润滑油系统；真空润滑油系统；等刚度支架附加刚度高压油系统；轴顶起高压油系统；大门及翻板液压驱动油系统；润滑油系统备用电源及自启动系统；真空油系统及筒体抽真空系统；筒体通风与照明系统；气动压缩空气系统；冷却水系统。

(3) 控制监视及测量分析部分：包括主电机启动、变速与停机控制系统；润滑油及真空参数指示与报警系统；筒体内闭路电视监视系统；轴承力指示报警系统；轴承振动烈度及轴振幅测量指示系统；计算机辅助动平衡系统。

由上可见，整个设备是一种现代化的精密而复杂的高级设备。本章不可能把每个系统都给予介绍，只对用户关系较大的，如等刚度支架，高速弹性联轴器，M482振动测量仪，计算机辅助动平衡系统以及动平衡机的校验作一简单介绍。



## 9.2 等刚度支架

转子轴承的支架采用等刚度是辛克公司DH系列高速动平衡机的一个主要特点。所谓等刚度是指在垂直于旋转轴线的平面上轴承的支承刚度在圆周方向都是相同的，结构上采用45度支撑方式，见图9.2。这种45度支撑在力学上可以得到周向等刚度的效果。

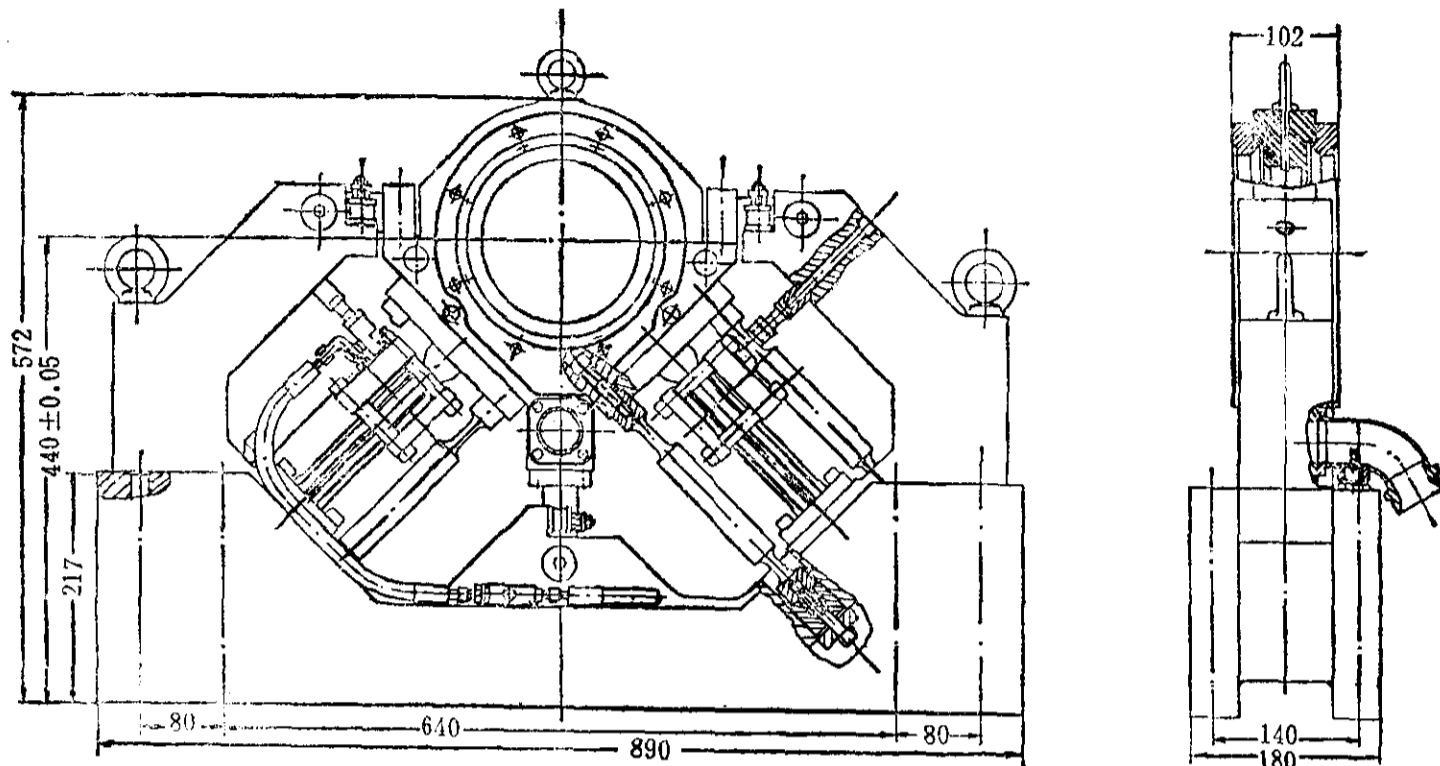


图 9.2 等刚度的轴承支架

支架采用等刚度具有两大优点。其一，轴承力在周向产生的轴承振动位移是相同的，这样就可认为影响系数在周向是等同的，与振动相位无关。其二，转子-轴承系统的动力特性较为简单，各阶临界转速只有一个。但是，不能忽视，轴承油膜总是不等刚度的，所以还不是完全等刚度。然而实践证明，对于多油楔轴承，油膜因素的影响不大，也就是多油楔轴承-等刚度支架系统在动平衡中可作为等刚度处理。

一台高速动平衡机，为了扩大其使用范围，往往配备两付等刚度支架。目前国内各高速动平衡机所配备的支架及其参数见表9.1。

表 9.1 等刚度支架各型号的主要参数

	DH30	DH4	DH5	DH50	DH6	DH8	DH90	DH12	DG200
转子质量范围, kg	30 ~630	60 ~1250	150 ~3000	250 ~4500	400 ~8000	1600 ~25000	4000 ~50000	32000 ~320000	15000 ~200000
轴承最大静载, kg	315	625	1500	2250	4000	16000	25000	160000	130000
轴承最大动载, kN	20	40	63	100	100	630	1000	2000	3430
支承刚度, N/ $\mu$ m	160/400	250/560	350/700	450/960	600/1150	1350/ 2250	2000/ 3150	2500/ 4000	3000/ 5440
转子最大外径, mm	1200	2000	1200	2800	2000	2800	6500	6500	6100
允许最大轴颈, mm	80	100	125	180	220	400	630	1000	900
轴承内径, mm	125	160	200	250	320	560	900	1320	1200
轴承最小间距, mm	200	400	250	1200	480	1200	3000	3000	2000
轴承最大间距, mm	4000	4800	4000	7500	4800	7500	18000	18000	16000
轴承最大油量, L/min	35	45	55	70	90	225	450	2200	2500
最高转速, r/min	20000	24000	20000	18000	15000	8000	4320	4320	4320
最高灵敏度, mm/s	0.01	0.02	0.01	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.02

低速动平衡机的轴承支架按动力特性分为两类：软支承和硬支承。它们工作区的动力性能是不相同的（见图9.3），而且支架的结构也有很大差别。软支承往往采用悬挂式摆动支架，因此俗称摆架，已有不少书籍对此作了详细介绍，本书不再赘述。硬支承普通是采用H型支架，刚性较大，允许平衡转速较高。二者在测量技术上也不同，前者采用位移测量，后者采用力测量，但现在大多是振动烈度测量。

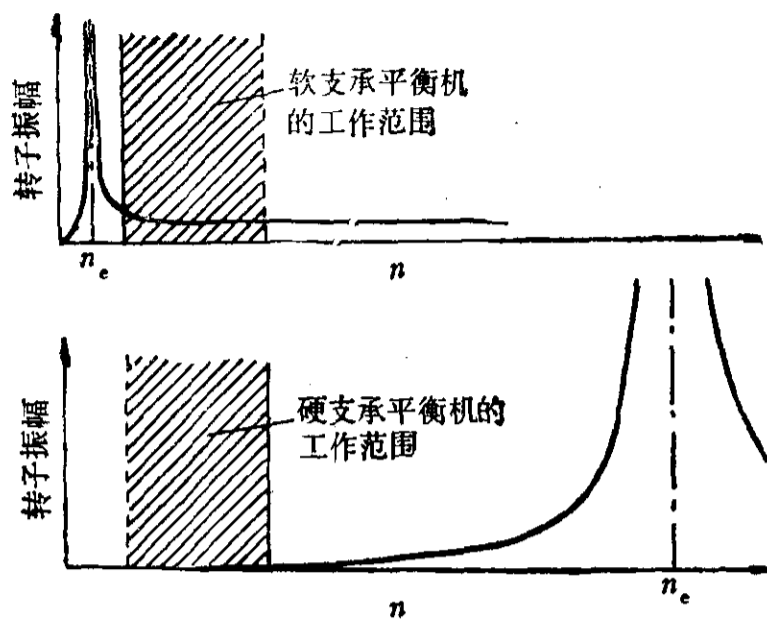


图 9.3 动平衡机软支承与硬支承的工作区

高速动平衡机的等刚度支架也是属于硬支承一类的，为避免支承系统的共振，还备有附加刚度机构，以避免平衡转速上出现支承共振，也为了超速试验的安全性。但是对高速动平衡而言，支承工作区的动力性能远比低速动平衡复杂，并非如图9.3所示那么简单。对于不同的转子，工作区是各不相同的，差别较大。因此在转子进行高速动平衡前，转子在支架上的动力特性应作必要的计算和分析，以便对平衡转速所处的工作区域有所了解。这在第四、五章中已作了讨论，这里仅简单讨论支架的选择问题。

高速动平衡的主要目的是为了降低振型不平衡量，而振型不平衡量为

$$U_n = \int u(z) \phi_n(z) dz$$

与支承刚度有一定关系，因为型函数  $\phi_n(z)$  是与支承刚度有关的。所以从这点出发，要求动平衡机的支架刚度应与转子在机组上的支承刚度相接近。DH系列等刚度支架虽有附加刚度，但不是无级控制的，只有附加或不附加两种刚度。所以目前还不是一定能做到动平衡时支架刚度与机组上支承刚度十分接近，这是工程上的实际困难，但是对于油膜轴承，影响并不大。

机组上的支承刚度一般是与转子质量有关的，转子质量大时支承刚度也大些，以使支承振动烈度在正常情况下不致过大。实际调查表明，机组的支承刚度一般在  $500 \sim 5000 \text{ N}/\mu\text{m}$  之内，这就使动平衡支架刚度的设计比较方便些。DH系列等刚度支架的刚度基本上设计在这个范围内，刚度随支架的最大轴承静载的加大而增加。由表9.1中可见，轴承最大静载由  $315 \text{ kg}$  增加到  $160000 \text{ kg}$ ，而支承刚度相应由  $160(400) \text{ N}/\mu\text{m}$  加大到  $2500(4000) \text{ N}/\mu\text{m}$ ，所以一般都可以按转子质量来选择支架。如果有两种支架型号可选时，则应分析一下，哪个支架刚度与机组上的支承刚度比较接近。不要片面要求支架刚度越小越好。当支架刚度与机组上支承刚度区别很大而导致动力特性相差很大时，平衡合格的转子安装到机组上不一定能运行平稳，这个问题是需要注意的。

### 9.3 高速弹性联轴器

在低速动平衡机上一般都是用卡登十字联轴器——万向联轴器来驱动转子的。在高速动平衡机中，这种联轴器由于在高速中十字爪变形过大而被限制在  $8000 \text{ r}/\text{min}$  以下使用。 $8000 \text{ r}/\text{min}$  以上改用弹性联轴器，见图9.4。

这种联轴器由辛克公司设计。其特点是两端各有一个板式弹簧，使联轴器的弯曲柔性很好，而且高速旋转中零件变形很小。表9.2中列出了这种联轴器的规格系列，以及其主要参

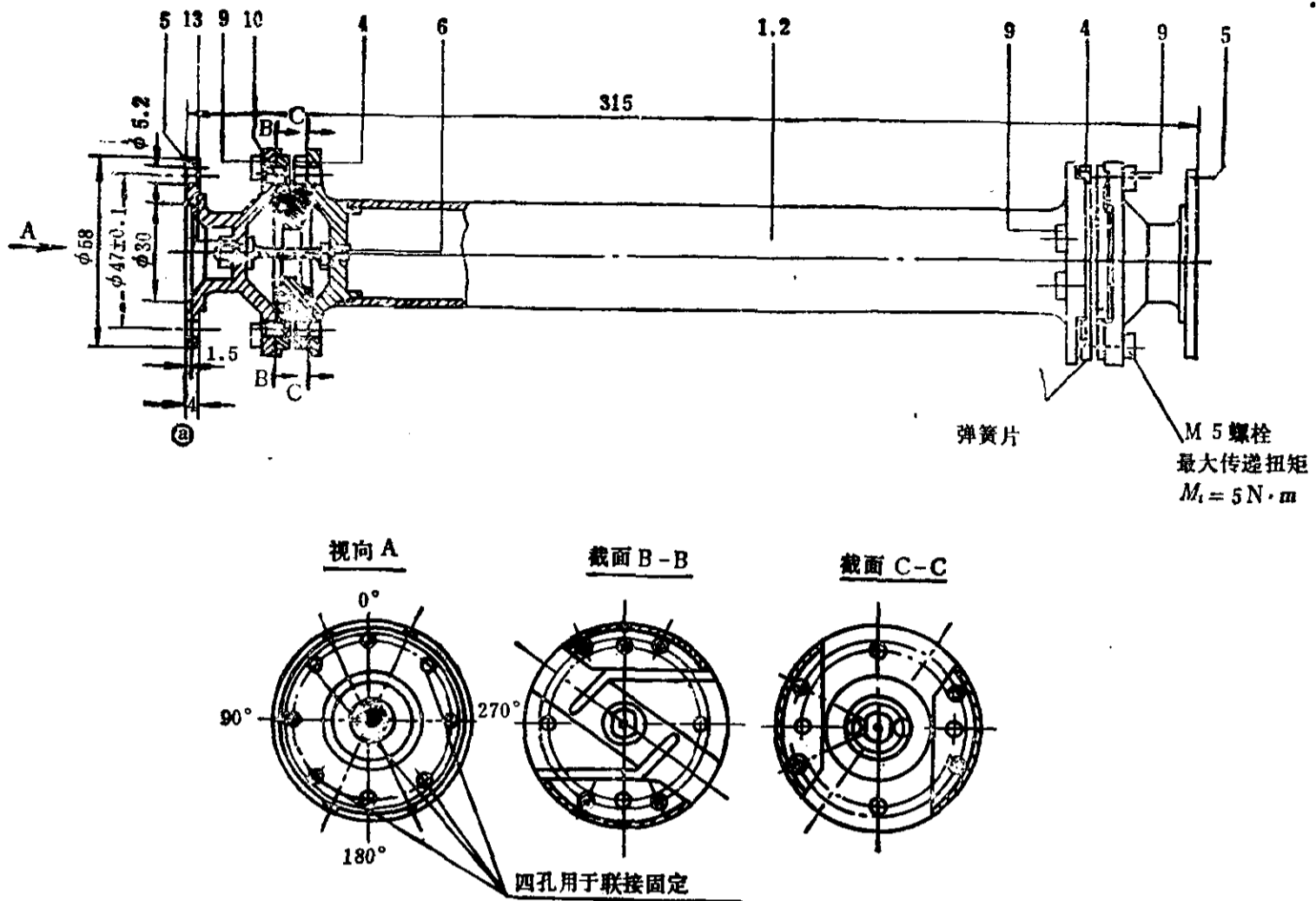


图 9·4 高速弹性联轴器

数和连接端的尺寸配合。

高速动平衡中所用联轴器原则上应达到下列要求：

- (1) 在不长的时间内把转子驱动到所需平衡转速；
- (2) 对转子的不平衡状态影响极小，以致在工程上可忽略不计；
- (3) 对转子的动力特性影响可忽略不计。

由于高速动平衡一般是在真空中约为10mmHg(1mmHg $\approx$ 133.3Pa)左右进行，所需驱动功率不大，所以上述要求是容易得到满足的。

对于具体的转子，在选用联轴器时，主要根据转子静止启动所需的扭矩，以及平衡转速时所需的驱动扭矩和升速率。但这是很难计算的，因此一般总是凭以往经验来选用。在没有先例可循时可先选用小些，不行时再加大，原则上总是尽量选用小些。

当联轴器选定后，就应根据联轴器所允许的最大扭矩来限定驱动电机的扭矩，即电流，以免联轴器超载而损坏。允许电流可按下述方法计算。

从物理学可知，扭矩、转速与功率之间有如下关系：

$$M_o = \frac{1000 \times 60}{2\pi} \cdot \frac{N_o}{n_o} = 9549 \frac{N_o}{n_o} \quad (9.1)$$

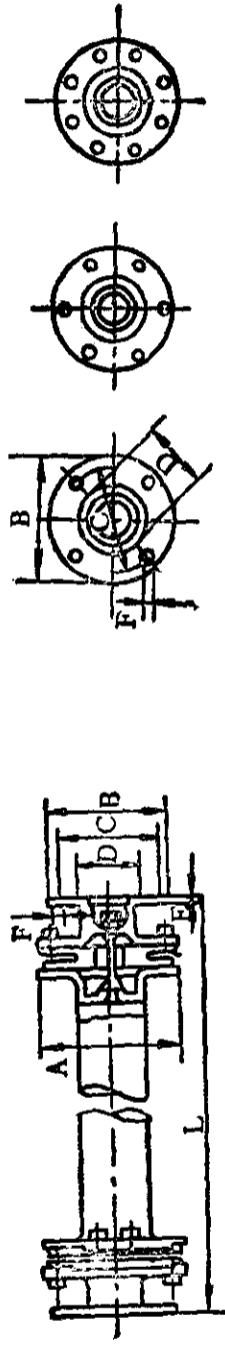
式中 $M_o$ 为扭矩(N·m)； $N_o$ 为功率(kW)； $n_o$ 为转速(r/min)。对于直流电动机，其功率与电流和电压的关系为

$$N_o = U_o I_o \quad (9.2)$$

式中 $U_o$ 为额定电压,kV； $I_o$ 为额定电流,A。将式(9.2)代入式(9.1)得

表 9.2 高速弹性联轴器的规格系列(1976.2)

高速动平衡用弹性联轴器



名义扭矩	主要尺寸		法兰尺寸						法兰孔数	紧固螺钉	质量	最高转速	起用转速	最小平衡质量	允许最大力	转速不高于 超速试验于	第一临界转速 刚性支承上	弯曲刚度	扭转刚度	剩余不平衡量 联轴器允许	每端允许恢复力 形状误差引起力	图号
	M, N	A	L	B	C	D	E	F														
▲30	58	250	45	36	20	1.5	4	4	M4	0.8	35000	4000	8	400	38000	45000	1.5	40	2.5	1.25	036807	
▲80	63	315	58	47	30	1.5	5	4	M5	1.2	27000	3500	20	600	29700	40000	3	70	4	1.60	033533	
(140)	74	400	65	52	35	1.7	6	4	M6	1.9	23000	3000	50	1000	25300	31000	5	120	6	2.00	007136	
▲250	84	400	75	62	42	2	6	6	M6	3	20000	2500	100	1600	22000	31000	12	240	10	2.50	022715	
(400)	105	500	90	74.5	47	2.5	8	4	M8	4.5	16000	2100	200	2500	17600	31000	23	280	16	3.15	005079	
▲700	125	500	100	84	57	2.5	8	6	M8	7.2	13500	1750	500	4000	14850	28500	26	600	25	4.00	024376	
(1400)	150	630	120	101.5	75	2.5	8	8	M8	11.5	11000	1500	1000	6300	12100	24700	39	1100	40	5.00	005084	
2250	184	630	150	130	90	2.5	10	8	M10	22.5	9000	1250	2000	10000	10000	20700	65	2200	63	6.30	024429	
4000	225	800	180	155.5	110	2.5	12	8	M12	43	7500	1000	4000	16000	8300	19500	125	4200	100	8.00	024488	
7000	273	800	225	196	140	5	16	8	M16	75	6000	800	8000	25000	6600	15000	200	7000	160	10.00	052602	

注: 1. ▲为基本的; (.....) 为备用的; \* 这些数据是标准值, 实际数据由试验校核中提供。

2. 最大允许轴偏角约为±0.002L(mm), L见上列数值; 最大允许法兰倾斜角约为±0.1°。

$$M_o = 9549 \frac{U_o}{n_o} I_o \quad (9.3)$$

这个扭矩是电机输出轴上的。如果通过增速齿轮箱驱动转子，则有

$$M_g R_g = M_o \quad (9.4)$$

式中 $M_g$ 为齿轮箱输出轴上的扭矩； $R_g$ 为齿轮箱增速比。将式(9.4)代入式(9.3)得

$$M_g R_g = 9549 \frac{U_o}{n_o} I_o \quad (9.5)$$

从电工学可知，直流电机的转速与电压成正比，故扭矩与电流成正比，所以式(9.3)与(9.5)可表示为

$$M_o = C I_o \quad (9.6)$$

$$M_g R_g = C I_o \quad (9.7)$$

式中 $C$ 为比例常数。如果联轴器所允许的最大扭矩为 $M_c$ ，则按式(9.7)可有

$$M_c R_g = C I_c \quad (9.8)$$

式中 $I_c$ 为相应 $M_c$ 所允许的直流电机电流。于是从式(9.6)与式(9.8)可得

$$I_c = R_g \frac{M_c}{M_o} I_o \quad (9.9)$$

$M_o$ 可从式(9.1)求出， $I_o$ 一般可从电机说明书中查得， $R_g$ 也是已知的，这样就可从联轴器所允许的扭矩 $M_c$ 求得直流电机所应控制的最大电流 $I_c$ 。

弹性联轴节的安装工艺有如下要求：

(1) 接合法兰面的倾斜偏差不能超过 $0.1^\circ$ ，此即指转子旋转轴线与驱动轴旋转轴线之间交角；

(2) 上述两个旋转轴线的偏离应小于 $0.002l_c$ ， $l_c$ 为联轴器长度；

(3) 接合法兰面的配合最好是过渡配合，以致轴中心偏差保持在 $0.1\text{mm}$ 以下。

由于上述偏差所造成的弹性恢复力与转速是无关的，所以在动平衡试验中，如作为不平衡当量效应，它与转速的平方成反比。平衡转速越高，它的影响越小。因此对于质量较小的转子，低速平衡转速应取用高些。

弹性联轴器是一精密的工具，应妥为保存，不能承受撞击与弯曲。在安装中，当一端已固定，而另一端尚未固定时，务必托持，以免承受由自重引起的弯矩。

辛克公司尚指出，弹性联轴器外面的漆衣不能有明显的剥落或溶解。

#### 9.4 振动测量仪及计算机辅助动平衡系统

DH系列高速动平衡机所装备的振动测量仪有M481型和M482型两种。这两种型号在使用上没有多少区别，按键是完全一样的。本节主要介绍它们的应用功能，因此下面不再分两种型号来阐述。

M481(M482)振动测量仪的主要特点是采用了光点式矢量瓦特计和正交滤波器。光点式矢量瓦特计的优点是比较直感，且可以把光点轨迹用X-Y记录仪绘制下来。其缺点是读数误差稍大，但是从工程应用上说，精确度已够了。正交滤波器在50~60年代中算是最佳的，其唯一缺点是频率下限为 $2.5\text{c/s}$ 。因此低速平衡的转速不能太低，一般要求高于 $180\text{r/min}$ 。

为使读者对M481(M482)振动测量仪的功能有较清楚的了解，下面把该仪器的前面板上各显示器及按键的用途作一说明，见图9.5。

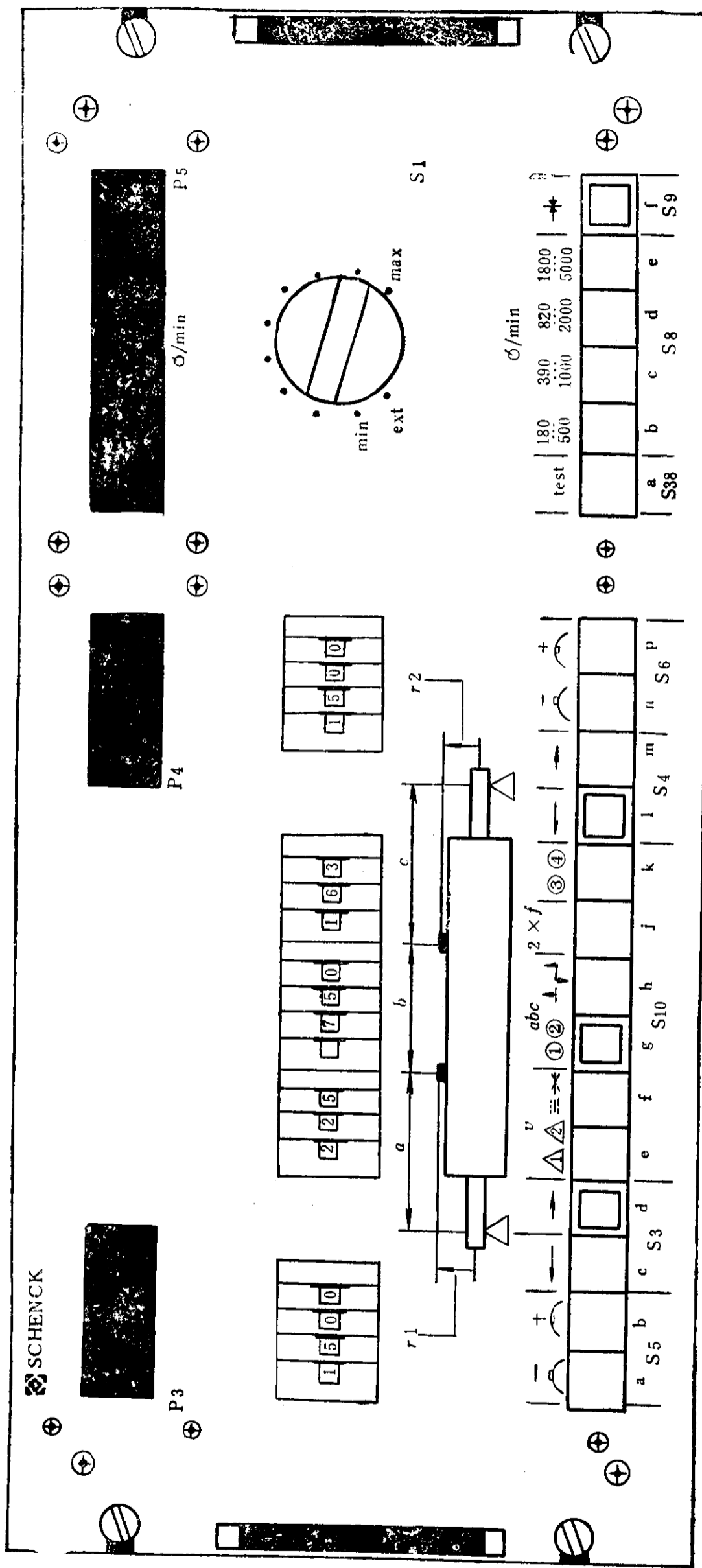


图 9·5 M481 (M482) 前面板各按键

## (1) 前面板上各显示器功能

P3——左校正面不平衡量指示单位，即矢量瓦特计①上每小格相应单位显示。

P4——右校正面不平衡量指示单位，即矢量瓦特计②上每小格相应单位显示。

P5——转速指示，显示范围由S8控制。

## (2) 前面板上各旋钮与拨盘功能

S1——灵敏度调整，max表示最大，min表示最小。它同时控制P3和P4的显示，在使用前调好。ext表示由外界控制，例如计算机控制。

$r_1, r_2$ ——左右校正半径，试验前调好。标准单位为mm，也可以为cm或inch，需在侧面“technical data”处调整。 $r_1$ 与 $r_2$ 的最小数值为10，如果小于10，可以乘倍数放大，则校正量指示也应乘同样倍数放大。

$a, b, c$ ——为校正面所在的轴向位置。 $a$ 为左校正面与左轴承之间的距离， $b$ 为左右校正面之间的距离， $c$ 为右校正面与右轴承之间的距离。 $a, b, c$ 没有一定的单位，只要用同样单位就可以。但 $b$ 之极限值为999.9，如果数值超过，则只要 $a, b, c$ 同时缩小一个比例，保持原来比值即可，这样指示数值仍有效。

注：如果 $r$ 或 $b$ 超过允许值时P3与P4将闪光。

## (3) 前面板上各按键功能

S3——左校正面位置，校正面位于轴承跨外侧按下键c，位于内侧按下键d。

S4——右校正面位置，校正面位于轴承跨外侧按下键m，位于内侧按下键l。

S5——左校正面上不平衡量指示性质，即矢量瓦特计①上指示性质。按下键b(+)指示为正的平衡量(重位)，此用于去重校正方式中。按下键a(-)指示为负的平衡量(轻位)，此用于加重校正方式中。

S6——右校正面上不平衡量指示性质，即矢量瓦特计②上指示性质。按键P相应于b，n相应于a。

S8——转速范围选择，共有四个按键，相应为四个转速范围，最高档的转速范围为1800~5000r/min。四个转速范围的重叠部分，其灵敏度高档比低档高十倍。

S9——矢量瓦特计指示的电子存储锁扣。

S10——共有六个按键，即e, f, g, h, i, k, 其中：

g, h——为校正面上不平衡量测量，代号为abc，这时上述参数 $r_1, r_2, a, b, c$ 和按键S3, S4, S8等都起作用。按下g键时矢量瓦特计①与②分别指示左右校正面上的不平衡量，按下h键时矢量瓦特计①指示两个校正面上的同向分量，而矢量瓦特计②指示反向分量。

e, f——为轴承速频振动有效速度测量，代号为v，这时上述参数 $r_1, r_2, a, b, c$ 和按键S3, S4, S8等都不起作用。按下e键时矢量瓦特计①与②分别指示左右轴承①与②的振动烈度，按下f键时矢量瓦特计①指示两个轴承振动的同向分量，而矢量瓦特计②指示反向分量。

i——按下此键，矢量瓦特计指示倍频振动讯号，代号为 $2 \times f$ 。

k——按下此键，矢量瓦特计指示③和④号传感器的振动讯号(③与④号传感器为备用测量头，一般不用)。

S38——此为test按键，用于仪器电路功能的自校。

从上述各个按键的功能可以看到，振动测量仪对于两个校正面上不平衡量的指示功能比较齐全，但最高转速为5000r/min。因此这台仪器对于低速动平衡而言是较完善的，而对高速动平衡只是提供了两个轴承的振动烈度和相位。为了满足高速动平衡中的测量需要，DH系列的高速动平衡机上还配备了轴振动测量系统，更重要的是装备了计算机辅助动平衡系统。

这个计算机辅助动平衡系统是以M481(M482)的输出振动信号作为信息源，见图9·6。整

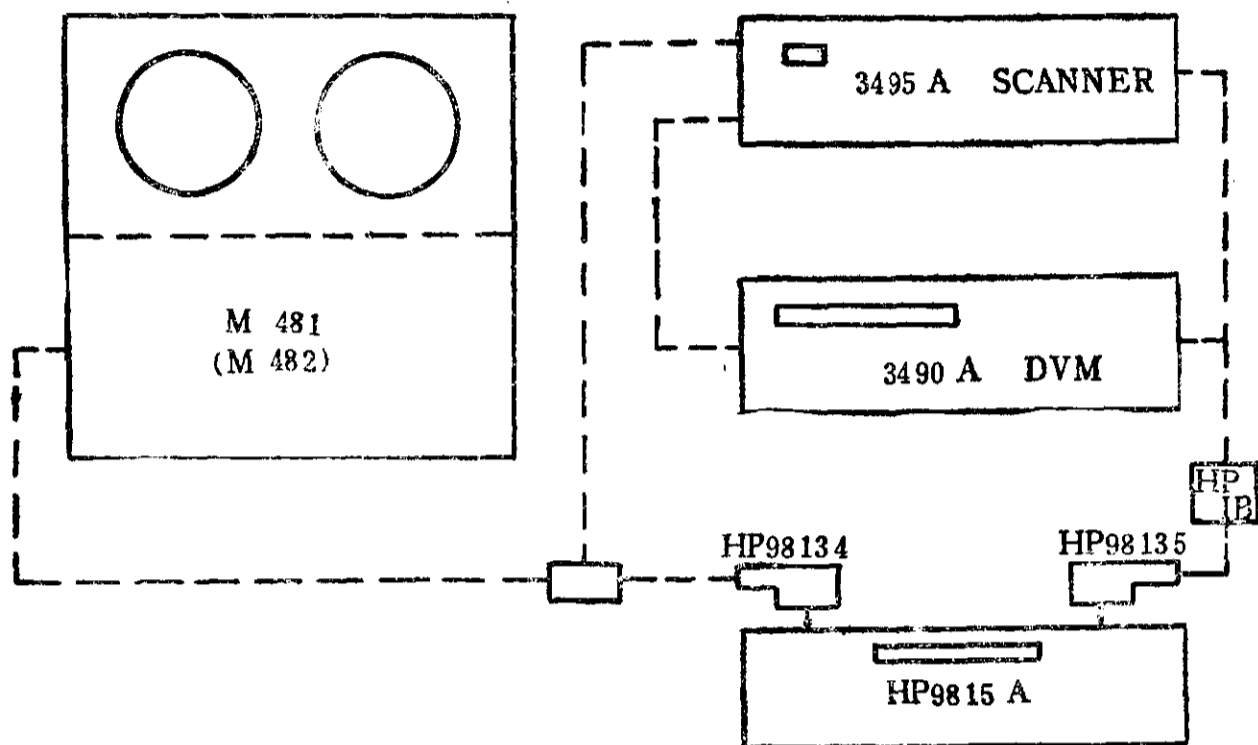


图 9·6 计算机辅助动平衡系统

个系统包括M481(M482)共有四大组件，各组件的功能如下：

(1) M481(M482)振动测量仪，提供振动信息。共有四个信息，支承①的 $x$ 与 $y$ 方向振动分量和支承②的 $x$ 与 $y$ 方向振动分量；

(2) 3495 A 扫描仪，执行计算机程序的指令，控制上述四个信息输入计算机的次序；

(3) 3490 A 数字式电压测量仪，处理振动信息，把电压模拟信息转变为计算机可接受的数码信息；

(4) HP9815A(或HP9825A或HP9835A) 台式计算机，对信息按给定的程序进行处理，最后打印输出校正量的大小与方位。

辛克公司所提供的信息处理程序，虽然可以在线(on-line)操作，但仍属于初级的，因此在应用中大部分尚需要依靠人工智能(包括理论知识与实践经验两方面)来指导完成。所以不能有这种错误的概念，认为有了计算机辅助动平衡系统，什么问题都解决了。到目前为止，尽管计算机辅助动平衡有了很大发展，但仍不能离开操作人员的智慧，这当然是对挠性转子动平衡而言的。

### 9.5 动平衡机的精度校验

JSO2953—81中对动平衡机的校验作了详细的规定，内容很多。但是对于转子的用户来说，主要是剩余不平衡量的精度。因此本节只是根据ISO 1940与我国JB 3330—83中对动平衡机的最小可达剩余不平衡量，也就是转子的剩余不平衡量的校验方法作一介绍。

对于一个校正面的转子，其步骤如下：

(1) 将转子的不平衡量校正到动平衡机所能达到的最低程度；



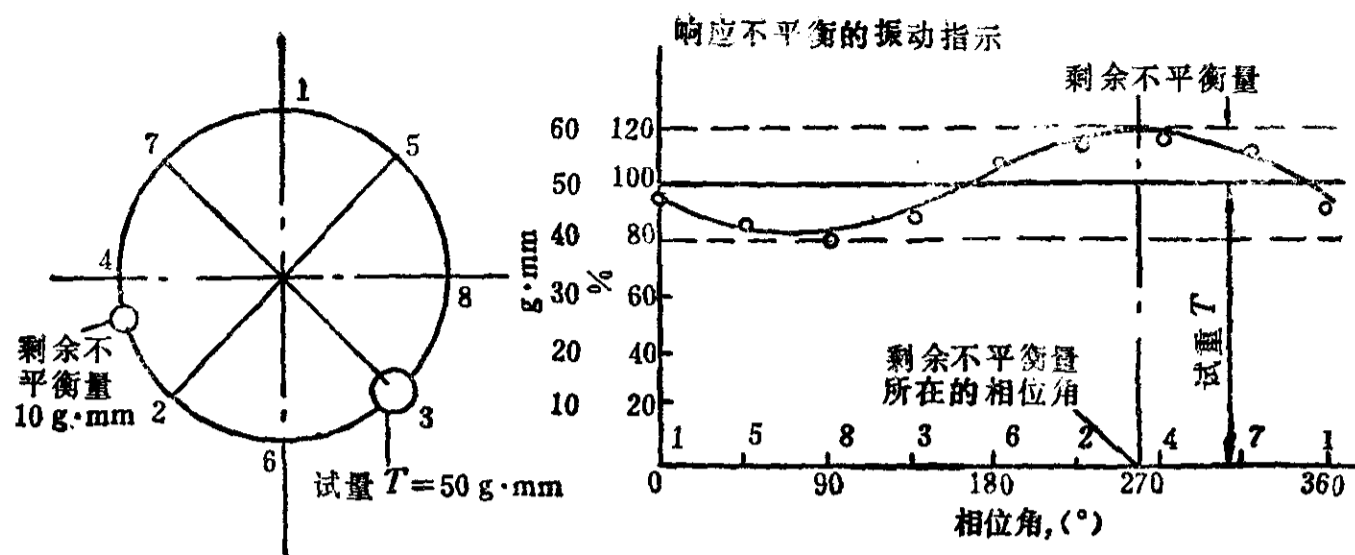


图 9·7 剩余不平衡量的试验方法

- (2) 取一试验量  $T$ ，约为所估计的剩余不平衡量的5~10倍；
- (3) 将校正面的圆周方向分成8或12等分；
- (4) 将试验量以任意不规则的次序先后放在校正面上的各等分点上，并记录下平衡机的相应指示；

(5) 将上述记录按图9·7绘制曲线，曲线的摆幅的一半即为转子校正面上的剩余不平衡量，也是动平衡机的最小可达剩余不平衡量。

上述方法中，只要求转子-支承系统的刚度及测试系统灵敏度在所试验的范围内具有一定的线性。

对于两个校正面的转子，可以用影响系数法，其步骤如下：

- (1) 将转子的不平衡量在两个校正面上校正到动平衡机所能达到的最低程度，假定两个支承振动测量值为  $|A_1|$  与  $|A_2|$ ；
- (2) 取试验量  $T$ ，约为所估计的剩余不平衡量的5~10倍；
- (3) 将两个校正面圆周分成8或12等分；
- (4) 将试验量以任意次序轮流放在两个校正面的各等分点上，并记录下两个支承的振动值  $|B_{ij}|_k$  ( $i=1, 2, j=1, 2$ ，如果是8等分， $k=1, 2, \dots, 8$  总共32个数据)；
- (5) 参照图9·7绘制曲线。共有四根曲线，分别可求出四个  $|B_{ij}|_{\max}$ ，以及其相应的相位角  $\varphi_{ij}$ ；

- (6) 按下式求出四个影响系数

$$C_{ij} = \frac{|B_{ij}|_{\max} - |A_j|}{T} \exp(\sqrt{-1} \cdot \varphi_{ij})$$

- (7) 按下式求出两个校正面上的剩余不平衡量  $|U_{R1}|$  与  $|U_{R2}|$ ，

$$\begin{Bmatrix} |U_{R1}| \\ |U_{R2}| \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} |A_1| \\ |A_2| \end{Bmatrix}$$

或

$$|U_{R1}| = \left| \frac{|A_1|C_{22} - |A_2|C_{12}}{C_{11}C_{22} - C_{12}C_{21}} \right|$$

$$|U_{R2}| = \left| \frac{|A_2|C_{11} - |A_1|C_{21}}{C_{11}C_{22} - C_{12}C_{21}} \right|$$

以上介绍了一个校正面与两个校正面上剩余不平衡量校验的试验方法。显然，这两种方法只能校验平衡机的低速平衡品质，对于平衡机的高速平衡品质，目前国际标准中尚未推荐校验方法。

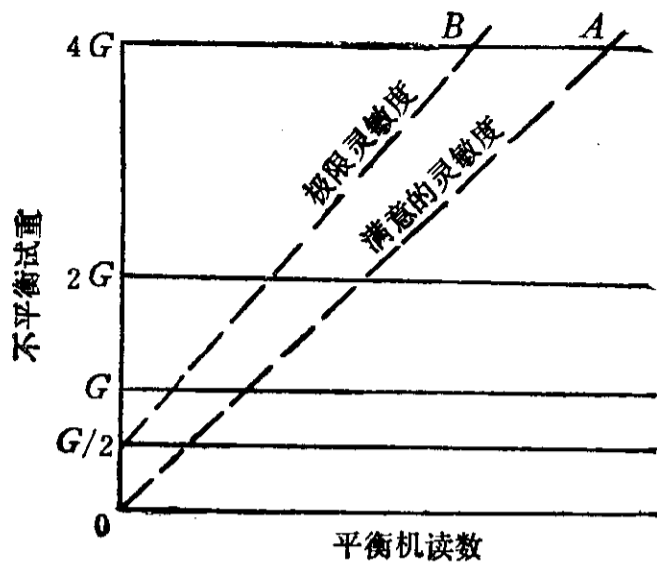


图 9.8 平衡机响应试验

API 612中推荐了一种平衡机灵敏度的检验方法，其步骤如下：

(1) 按下式计算试验不平衡量 $U_c$ ，

$$U_c = 8945 \times 10^4 \frac{M}{n^2} \text{ g} \cdot \text{mm}$$

式中 $M$ 为转子质量，kg； $n$ 为最高平衡转速，r/min。

(2) 按下式计算试重 $G$ ，

$$G = \frac{U_c}{R} \text{ g}$$

式中 $R$ 为试重 $G$ 所处的半径，mm。

- (3) 准备四个试重 $G/2$ 、 $G$ 、 $2G$ 和 $4G$ ；
- (4) 将试重依次加在转子比较敏感的部位，测量左右轴承的振动；
- (5) 绘制平衡机的振动-试重曲线，见图9.8。

理想情况下，左右轴承的振动-试重曲线的延长线应通过坐标的零点。如果曲线超出图9.8中的极限灵敏度，特别是与纵坐标相交点超过 $G/2$ ，说明平衡机的灵敏度不合格。

由上可见，这种检验方法只能观察平衡机测量系统的敏感性及其线性性质，而不能得知测量指示的正确度。所以它只能用于以轴承力作为评定 $R$ 度的品质校验中，尚不能用于其他情况。对于一台高速动平衡机的性能，较为可靠的校验方法，是把经该机平衡合格的转子安装到现场机组上来考核，当然这里应排除其他引起转子振动的因素。问题是比较复杂的，正因为如此，国际标准中至今尚未有所推荐。

## 第十章 机组振动概要

### 10.1 机组振动特点和测量方法

转子动平衡的目的，就是为了使转子运行平稳，使机组的机械振动不会超出安全允许的范围。但是机组振动并非完全由转子不平衡引起，因素很多，所以作为动平衡工作者必须对机组振动有所了解。

本章所述的机组振动是指转子在现场机组上运转时所出现的各种机械振动，其中主要是指机组的轴振动和轴承振动。由于现场机组的转子支承条件以及其他条件要比动平衡机上复杂得多，所以转子在机组上的振动也要比在动平衡机上复杂，复杂之处主要有下列几方面：

(1) 支承刚度不是等刚度的，而且各个支承的刚度也不相同；

(2) 转子在运转中不但受油膜力作用，而且还有气封中的气膜力以及工作介质的作用力等的作用，这个问题在压气机转子上比较突出；

(3) 转子总是串联成轴系，但连接弯曲刚度在各种机组中并不相同，在发电机组中往往连接刚度较大，而压气机组中连接刚度比较小些；

(4) 机组上其他构件振动的影响，例如壳体、基础振动等。

所以转子在机组上的振动——轴心轨迹与幅相轨迹也都比较复杂。工程上主要限制其振动幅度或烈度，具体地说，主要观察轴承与轴的振动，并把它们作为机组振动的表征值和评定项目。为此首先简单介绍一下轴在旋转运动中的各种参数与其测量方法等。

#### 10.1.1 轴的旋转运动

为了表明轴的旋转运动，用了不少术语，下面分三个部分介绍。

##### 1. 静力弯曲线、旋转中心线和截面质心线

一般说来，中心线应是各个轴截面中心的连线。但是轴截面有各种特性，例如几何中心、截面形心、旋转中心和截面质心等。对于圆截面，几何中心与截面形心是重合的，因此圆轴的中心线只有三条。对于水平轴来说，重力作用下轴总是有所弯曲的，这种弯曲称为静挠度，见图10.1。所以轴的几何中心线严格地说总是一根曲线。在低速旋转中，可以认为旋转中心线与静挠度线是一致的，因此图中点 $W$ 与 $B$ 是重合的。截面质心线，在第一章中已经介绍过，是一条随机的空间曲线。截面质心与旋转中心之间的距离（低速旋转时）称为偏心

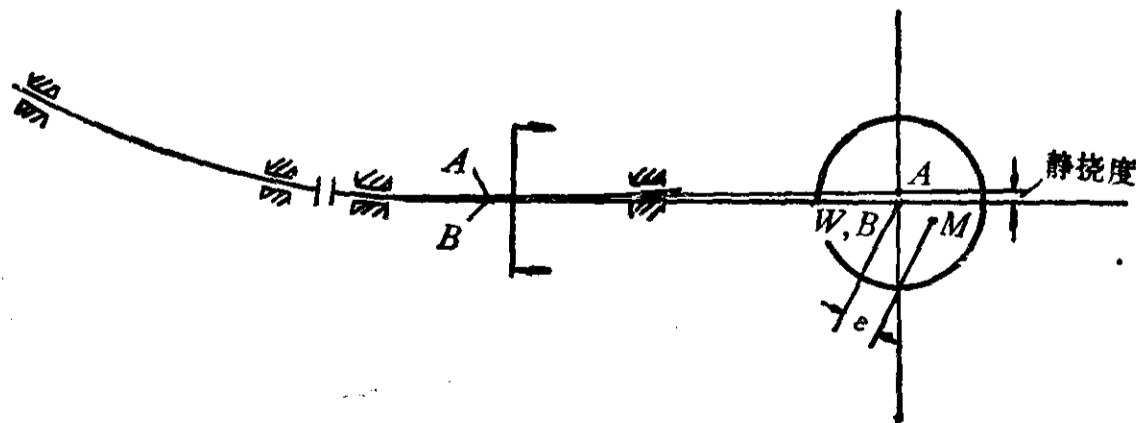


图 10.1 轴的中心线

A—轴承中心连线与点；B—静力弯曲线与点；W—轴的旋转中心；M—截面质心

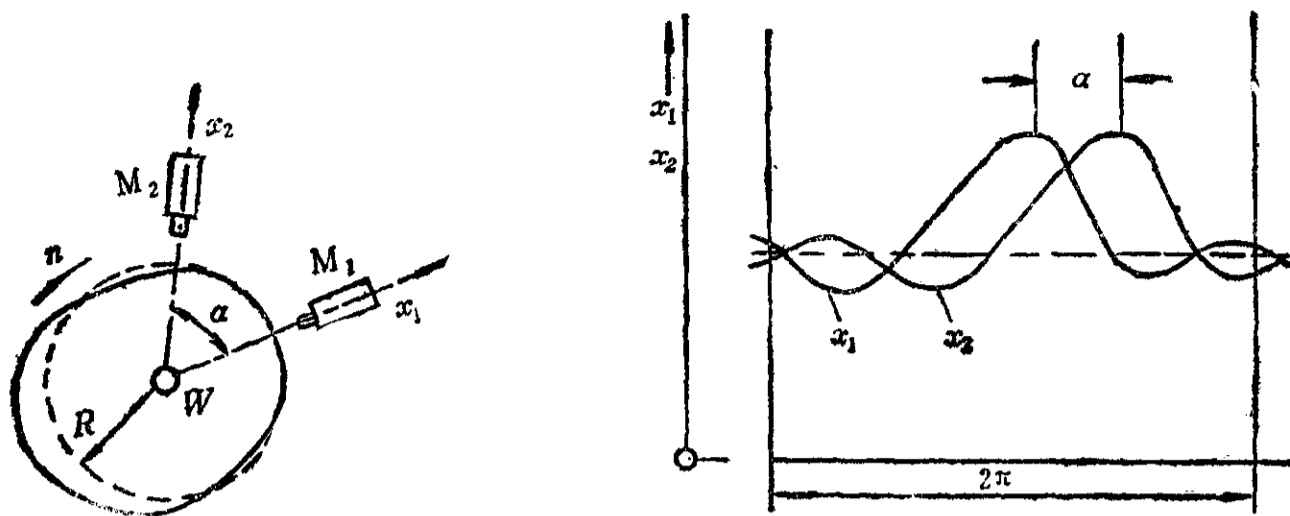


图 10·2 轴慢转时的测量

$M_1, M_2$ 为测量头;  $x_1, x_2$ 分别为 $M_1$ 与 $M_2$ 测得的位移;  $\alpha$ 为 $M_1$ 与 $M_2$ 之间夹角;  $R$ 为轴半径;  $W$ 为轴旋转中心

距, 本书中用 $\varepsilon$ 来表示, 其空间曲线函数为 $\varepsilon(z)$ 。

### 2. 轴慢转时的运动状态

当轴慢转时, 如果旋转中各种静力保持不变, 且每一个截面对于任一直径的弯曲刚度都相等, 则轴的挠度在旋转中保持不变, 即 $B$ 点保持不动。在这种条件下, 假定轴颈为准确圆形, 则传感器测量到的将是截面形状与圆轮廓之间的偏差, 见图10·2。如果截面是圆的, 而其中心与旋转中心不一致时, 测量结果为一正弦曲线。如果轴截面的两个主直径上抗弯矩不同, 则测量曲线在一转内有两个最大和最小值。

### 3. 轴快转时的运动状态

轴在快速旋转时截面质量中心围绕旋转中心所产生的离心力将起作用, 其大小取决于 $\varepsilon(z)$ 的分布与转速。这种力通过轴本身的动力特性将引起轴的动力弯曲, 引起轴的弓形回转, 即所谓的轴振动, 见图10·3。轴心 $W$ 在弓形回转时的轨迹 $K$ 被称为轴心轨迹, 它是以旋转中心 $B$ 为中心的,  $S_K$ 即为轴振幅。轴心轨迹总是指轴截面几何中心在运转中的运动轨迹。 $K$ 的运动方向(转向)与轴的旋转方向一致时称同向旋转, 否则称反向旋转, 这在第五章中已说明。

由不平衡量所激发的轴截面的运动轨迹在一般情况下呈椭圆形, 其中心线的运动呈一空间曲线, 见图10·4。轴心轨迹的椭圆程度取决于轴承-支座系统的周向刚度, 在动平衡机的等刚度支架上, 轴心轨迹接近于圆。

轴心轨迹一般都随转速而变化, 在临界转速时达最大值, 这在第四、五章中已详述过了。

当转子临近失稳时, 轴心轨迹往往呈现出较大的不规则性, 轴振动的频率中, 除了旋转频率, 还出现了旋转分频。但当转子失稳时, 轴心轨迹又比较规则些, 然而其轨迹的回转频率要比转速低得多, 基本上等于或略高于第一临界转速。失稳问题比较复杂, 图10·5中仅是一个简单的例子。

#### 10·1·2 轴心轨迹与轴承振动的特征参数

轴心轨迹都是相对某一轴截面而言的, 它是一平面图形, 因此可以在直角坐标中给予描绘。假定一任意的轴心轨迹如图10·6所示, 那么它有下列参数。

(1) 轨迹中心 $O$ , 它的 $x$ 轴与 $y$ 轴上的坐标定义为

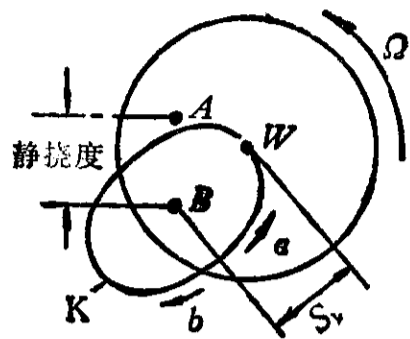


图 10.3 轴快转时的截面运动  
A, B, W同图10.1; K为轴心轨迹;  $S_k$ 为最大振幅值;  
a为同向旋转; b为反向旋转;  $\Omega$ 为轴角速

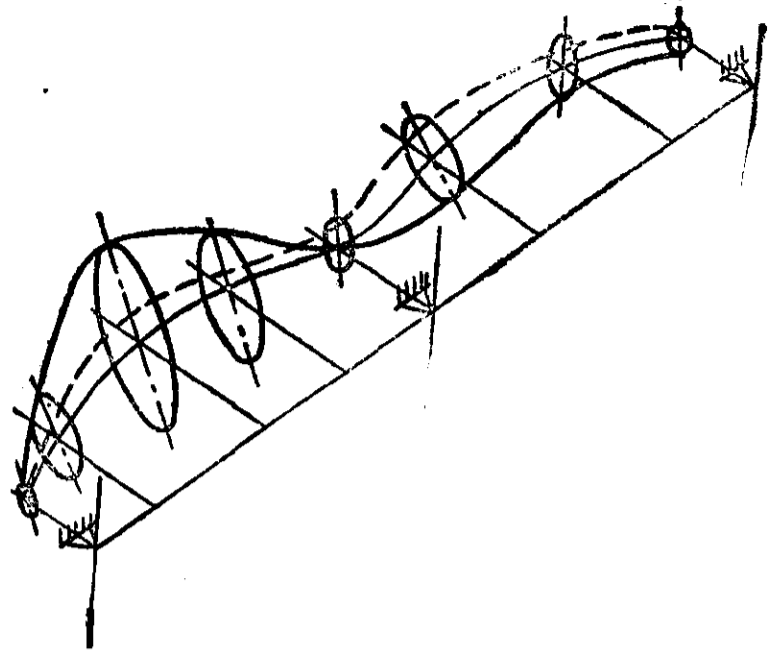


图 10.4 有三个轴承的轴运动状态  
——静弯曲线; -----不同时间动弯曲线

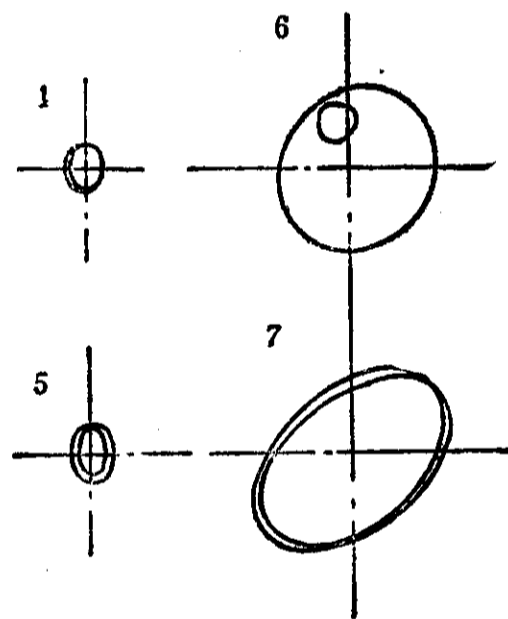
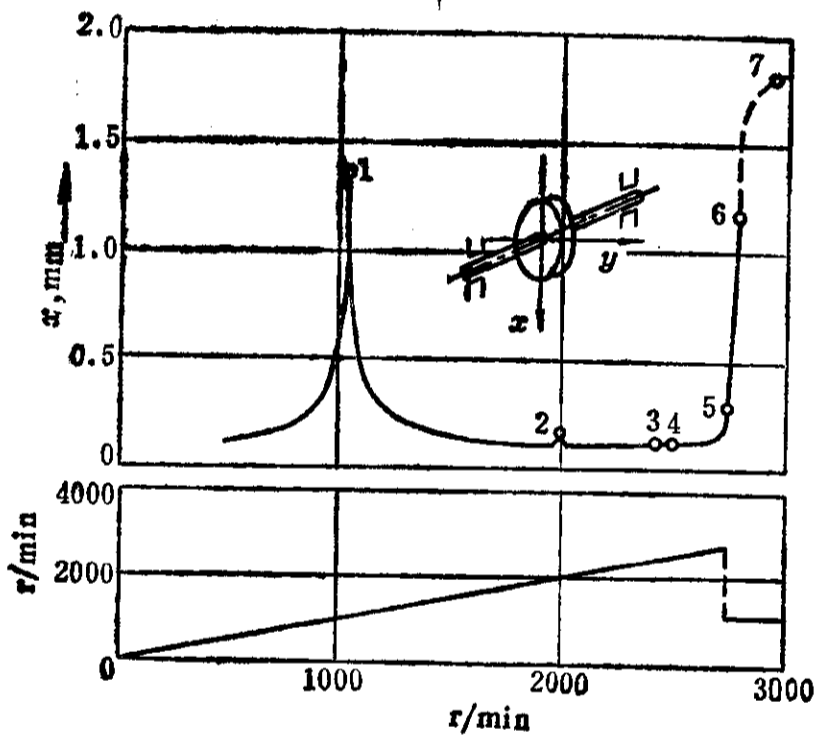


图 10.5 转子振动及其频率与轴心轨迹随转速的变化

$$x_0 = \bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^{T} x(t) dt$$

$$y_0 = \bar{y} = \frac{1}{T} \int_0^{T} y(t) dt$$

(10.1)

式中  $T = 2\pi/\Omega$  即为振动周期,  $x(t)$  与  $y(t)$  分别为轴心轨迹在  $x$  轴与  $y$  轴上投影的时间历程。

(2) 轴振动位移最大值  $S_{max}$ , 它是轴心轨迹中偏离  $O$  点的最大距离, 即图中  $OP$  的长度。一般说来, 这个数值不易测量。

(3) 轴振动位移最大峰峰值  $S_{ppmax}$ , 它是轴心轨迹在圆周方向上的最大投影, 它不一定与  $S_{max}$  在同一方位。

(4) 轴振动位移定向峰峰值  $S_{ppA}$  与  $S_{ppB}$ , 这是轴心轨迹在  $A$  与  $B$  方向上的测量值。这

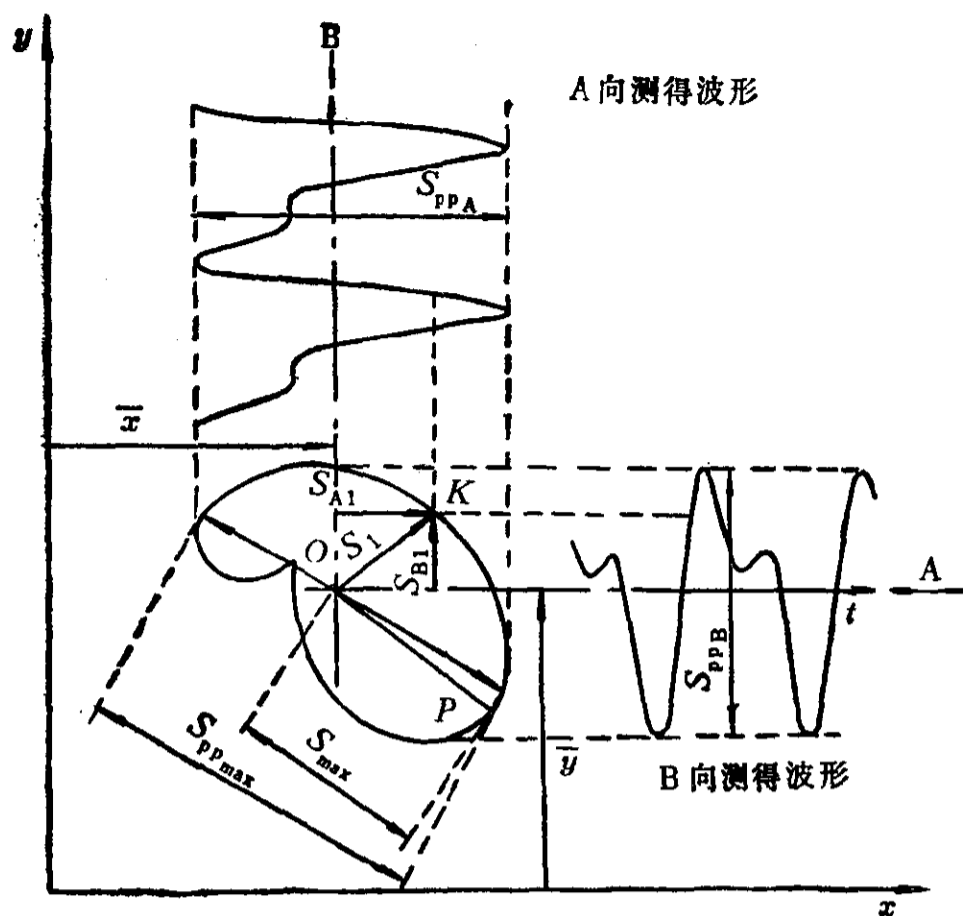


图 10-6 直角坐标中的轴心轨迹

个数值是最容易测量的。

由于轨迹中心随转速而变化，并且还受随机因素的影响而有所浮动，不易测量准确。所以目前国际上已基本统一意见，不采用 $S_{max}$ 值，而采用 $S_{PPmax}$ 来作为轴振动的特征参数。

虽然 $S_{PPmax}$ 是可以测量的，但是它随转速与工况而改变方向，这使工程上比较困难，因为机组的振动测量系统中不太可能安排可任意改变测量方向的传感器。如果在示波器上测量，误差是很大的，也不方便。因此在ISO/DIS 7919/1中允许使用一些近似值，它由下列公式来计算：

$$[S_{PPmax}] = \sqrt{(S_{PPA})^2 + (S_{PPB})^2} \quad (10.2)$$

$$[S_{PPmax}] = \text{MAX}[S_{PPA}, S_{PPB}] \quad (10.3)$$

$$[S_{PPmax}] = 2S_{max} \quad (10.4)$$

这三个公式都是有误差的。当轨迹是圆时，式(10.2)偏大40%；当轨迹是 $45^\circ$ 斜线时，式(10.3)偏小30%；而式(10.4)始终是偏大的。我国JB4057—85标准中，为统一起见，规定使用公式(10.2)。

对于较小功率的汽轮机组，特别是对于刚性、准刚性和半挠性转子，可以采用较为简单的轴承振动参数来衡量机组的振动状态。

轴承振动最早是用振动位移（垂直或水平）定向峰峰值作为特征参数，但近年来在ISO 2372及我国JB4057—85中都规定了以振动速度有效值作为特征参数。它被称为振动烈度，见公式(8.1)。由于轴承振动总是以速频分量为主的，所以上式中 $v(t)$ 可用付里叶级数以速频 $\Omega_1$ 及其倍频 $\Omega_2, \dots$ 展开为

$$v(t) = \hat{v}_1 \sin(\Omega_1 t + \varphi_1) + \hat{v}_2 \sin(\Omega_2 t + \varphi_2) + \dots \quad (10.5)$$

将此式代入式(8.1)，利用函数正交性可得

$$v_e = \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dots)} \quad (10.6)$$

从这个式子可以看出，振动烈度反映的是各次谐分量振动能量的均方根，并不受其相互之间相位差的影响，因此各谐分量的变化都会在振动烈度上反映出来。就这点而言，它要比轴承振动的位移峰峰值和轴振动位移峰峰值优越。一般说来，轴承振动烈度不是一个时间历程函数，它的垂直与水平值不予合成。

### 10.1.3 振动的测量方法

近代的透平机组都装配有轴承振动烈度或轴振幅测量指示系统，作为机组运行安全的监控。轴承振动烈度一般都使用惯性式电动传感器，这种传感器灵敏度高，性能稳定，但测量频率下限普通为3Hz左右。轴振幅一般都使用非接触式的涡流传感器，这种传感器的灵敏度与稳定性都不及前一种，但它没有测量频率下限，作为监控仪表是比较合适的。

上述两种传感器在安装中必须满足下列要求。

(1) 传感器的测量轴线必须座落在垂直于转子旋转轴线的平面上，并且要通过旋转轴线，这个平面称为测量平面。

(2) 实际的测量平面与所要求的测量平面应尽量一致，例如轴振幅的测量平面最好在轴承中间平面上，至少应在轴承边上，不能距轴承太远。又如最小间隙的轴振幅监控，也应尽量在最小间隙处。

(3) 一个测量平面上最好有两个相互垂直的传感器。测量振动烈度的传感器的安装角一般总是相对水平面为 $0^\circ$ 和 $90^\circ$ ，而测量轴振幅的传感器的安装角相应为 $45^\circ$ 和 $135^\circ$ 。

另外必须注意，惯性式传感器测量的是轴承的绝对振动，而非接触式传感器，由于它被固定在轴承或机壳上，测量的是轴相对于轴承或机壳的振动，一般所说的轴振幅都是指相对的轴振幅。对于大型的转子，近年来已开始增加了轴的绝对振动的测量，它也是用惯性式传感器，通过滑块直接与轴接触。

现场的运行条件一般都比较复杂，所以振动传感器及其放大与指示系统都必须能抵抗现场各种因素的干扰，例如温度、湿度、振动、介质腐蚀、电和磁的散射场等因素的影响。一台机组上必须使用同一型号规格的传感器，测量系统应具有同样的线性度，系统中的传递系数应具有充分的稳定性。

最后还应指出，采用涡流传感器时，测量平面的轴表面必须经过滚压，保证表面金属组织的紧密性。

## 10.2 机组振动的评定标准

这个问题在第八章中已简单地提过，本节再扩展一些内容<sup>[40]</sup>。评定尺度目前仍然还是三种：轴承振幅、轴承振动烈度和轴振幅，只是轴承振幅的评定标准值已根据轴承振动烈度的评定标准值来规定。例如国际电工委员会(IEC)对电站用汽轮机的轴承振动要求它的振动烈度 $v_e \leq 2.8 \text{ mm/s}$ ，按照这个数值规定了不同转速的汽轮机轴承振幅的合格标准，见表10.1。所以实际上评定尺度已只有两种。

轴承振动烈度的评定比较简单，且国际上比较统一，已有正式标准ISO 2372与ISO 3945，显得比较成熟。在我国的JB 4057—85标准中也有明确规定，见表10.2。其中参照了ISO 3945，共分四个品质段：品质段A为机组运行的优级水平；品质段B为机组良好运行所应达到的水平；品质段C表示机器运行已产生了一些故障，应予检查和修复；品质段D表示机器

表 10.1 IEC对汽轮机轴承振幅合格标准值的规定

轴承振动烈度 $v_0 \leq 2.8 \text{ mm/s}$	汽轮机的额定转速, r/min						
	1000	1500	1800	3000	3600	6000	12000
轴承振幅允许值, $\mu\text{m}$	70	50	42	25	21	12	6

表 10.2 JB 4057-85轴承振动烈度标准

振动烈度 $v_0$ mm/s	汽轮机支承刚度	
	刚性支承	柔性支承
0.45	A	A
0.71		
1.12	B	B
1.8		
2.8	C	C
4.5		
7.1	D	D
11.2		
18.0		
28.0		
45.0		
71.0		

应立即停止运行。

轴振幅的评定比较复杂, 首先它有两种评定准则。准则 I 中是以轴振幅最大峰峰值  $S_{pp\max}$  来评定的, 而准则 II 中是以  $S_{pp\max}$  的变化来评定的。现分别简单介绍如下。

#### 1. 轴振幅评定准则 I

这个准则目前使用得较多, 但是尚未完全统一。ISO/DIS 7919/1 中只规定了一个评定格式, 见图 10.7。其中也分了四个品质段: A、B、C 和 D。在我国的汽轮机组的机械振动标准 JB 4057-85 中也采用了这种格式, 其中四个品质段的含意与表 10.2 相同。

至于四个品质段间的界限值, 国际标准中尚无推荐。API 标准中所推荐的仅仅是个验收标准, 见公式 (8.2), 若把单位转化为公制就有

$$S_{pp\max} \leq \left[ \frac{2782}{\sqrt{n_{\max}}} + 0.25 \frac{2782}{\sqrt{n_{\max}}} \right] \mu\text{m} \quad (10.7)$$

对机组运行监控来说, 一个界限值就显得不够了。在我国的 JB 4057-85 中, 对于工业汽轮



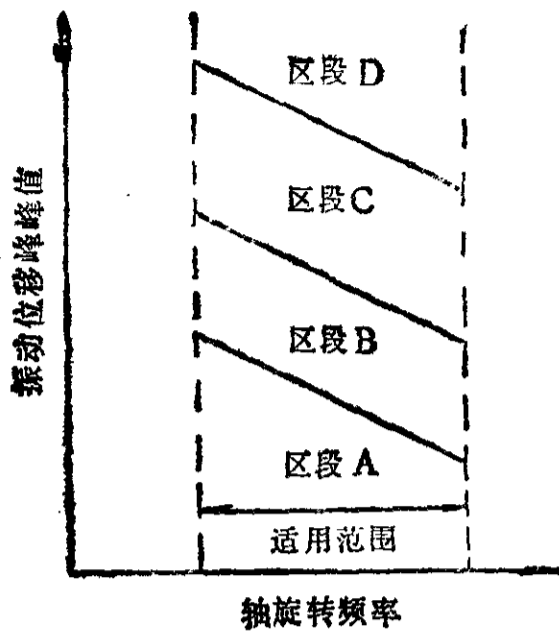


图 10.7 ISO/DIS 7919/1的轴振幅评定格式

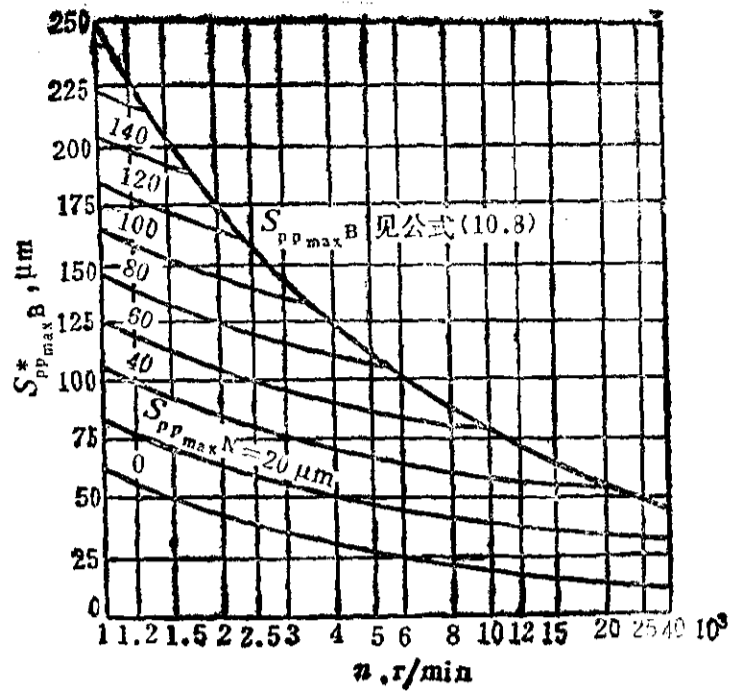


图 10.8  $S_{pp,max}^*$ 的图示

机参考西德给ISO的提案推荐了下列界限值:

$$\begin{aligned}
 S_{pp,max}^A &= \frac{4200}{\sqrt{n_{max}}} \mu\text{m} \text{——良好界限值} \\
 S_{pp,max}^B &= \frac{7875}{\sqrt{n_{max}}} \mu\text{m} \text{——报警界限值} \\
 S_{pp,max}^C &= \frac{11550}{\sqrt{n_{max}}} \mu\text{m} \text{——停机界限值}
 \end{aligned} \tag{10.8}$$

式中 $n_{max}$ 为最高连续转速, r/min。对于电站汽轮机参考了英国给ISO的提案, 暂时推荐了下列界限值:

$$\begin{aligned}
 S_{pp,max}^A &= 155\sqrt{\frac{D}{n}} \mu\text{m} \text{——良好界限值} \\
 S_{pp,max}^B &= 280\sqrt{\frac{D}{n}} \mu\text{m} \text{——报警界限值} \\
 S_{pp,max}^C &= 400\sqrt{\frac{D}{n}} \mu\text{m} \text{——停机界限值}
 \end{aligned} \tag{10.9}$$

式中 $n$ 为工作转速, r/min;  $D$ 为轴颈直径, mm。

### 2. 轴振幅评定准则 II

这个准则中只提出了一个最大峰峰值的报警界限值, 在我国的JB 4057—85中仍采用了西德给ISO提案中的公式:

$$S_{pp,max}^* = \text{MIN}[S_{pp,max}^B, (S_{pp,max}^N + 0.25S_{pp,max}^B)] \tag{10.10}$$

式中 $S_{pp,max}^N$ 表示汽轮机组现场运行的正常水平。这个公式可以用图来表示, 见图10.8。显然, 这个评定准则只能用于运行监控之中。

### 10.3 机组振动故障诊断指南

机器振动原因分析目前已发展成一门学科, 称为机器振动故障诊断, 本节只是对透平机组中的一些主要问题作一极为简单的介绍, 供故障原因分析中参考。

机组振动的主要原因总是转子的不平衡，其振动频率是速频。除此以外，尚有联轴器误差、轴对中误差、轴翘曲、轴承油膜失稳、介质激励失稳等。下面逐一给予简单介绍。

### 1. 联轴器误差

刚性联轴器的误差有两种，一种是平面误差，另一种是中心误差，分别见图10·9与图10·10。

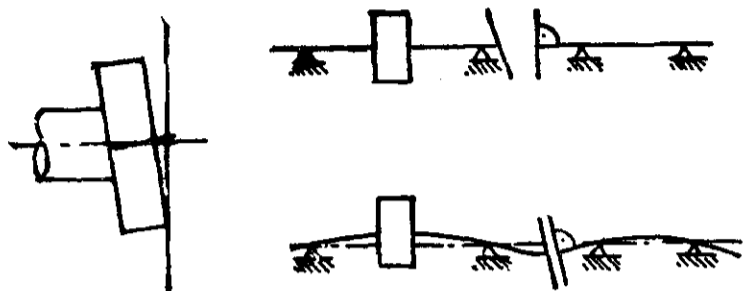


图 10·9 联轴器的平面误差

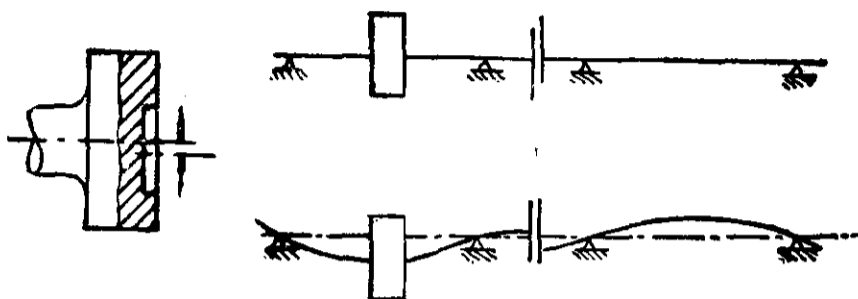


图 10·10 联轴器的中心误差

平面误差是指联轴器的接合平面与旋转轴线不成直角，而中心误差是指联轴器的中心与旋转中心的偏离。这两种误差在轴连接后就会出现强迫力，且它在轴旋转中也随轴而旋转，对轴承将产生附加的旋转负载，其频率为速频。这种强迫力也使轴产生变曲，引起了转子的不平衡。所以这两种误差引起的振动与不平衡量的作用很相像，这点务必注意。

对挠性联轴器说来，上述误差的影响就小得多了。

### 2. 轴对中误差

轴对中误差现象与联轴器误差现象比较相似，在安装中都反映在外圆偏差与上下（或左右）开口上，但是也有所区别。两个联轴器，如果一半不动，另一半转动，反映出来的跳动值是联轴器误差；如果两个联轴器一起转动，则反映出来的平均值是轴对中误差。轴对中误差是由于轴承位置调整不当引起，见图10·11。

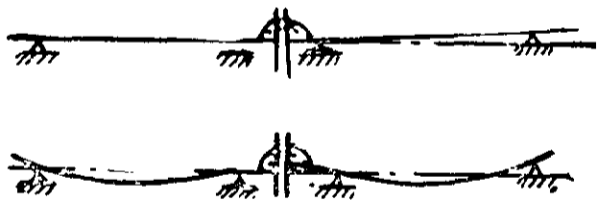


图 10·11 轴对中误差

这种误差也会对轴承附加一个强迫力，但请注意，它不随轴而旋转，它的作用大小也不随转速而变化，这是与联轴器误差根本不同的。所以，理论上它不会引起轴的振动。

### 3. 轴翘曲影响

对于热力旋转机械或高温的旋转机械，如果运行维护不妥，转子可能产生热翘曲。热翘曲所引起的转子变形可以造成转子不平衡状态的改变和联轴器误差的变化，所以它会改变转子旋转时的振动状态，而且一般都使机组振动增大。

热翘曲有两种情况，一种是弹性好的，一种是塑性的。所谓塑性的是指转子发生翘曲后到机停时也不会恢复的情况。这种翘曲，当它的量还不会造成装配上的超差时，一般可以通过转子动平衡来处理，否则转子就应进行校直处理。所谓弹性的是指转子的翘曲在停机后会自行消失，也就是在高温时产生，而到低温时就恢复了。对于这种翘曲，一般它的量不会很大，转子最好进行热态动平衡。这种情况主要发生在大型的高温的汽轮机中。

#### 4. 轴承油膜失稳

油膜失稳现象在本世纪初就有人研究，但是至今仍是转子动力学中的主要课题。失稳是由于油膜阻尼在特定的条件下转变为负而引起的，图10·5是一个模型转子的试验记录，但是其中的分频涡动至今还没有解释得十分完美。

早期是从流动连续条件出发来解释的，其中假定油在轴瓦表面的周向流动速度为零，而在轴颈表面的周向流动速度为角转速 $\Omega$ ，其间是线性变化的，即周向流速与径向位置成正比，见图10·12(a)。如果再假设轴承的进油通过AA'截面后全部再通过BB'截面才排出，那么就有

$$\Omega_T/\Omega = 0.5 \frac{\xi}{\xi_T} \quad (10\cdot11)$$

式中 $\Omega_T$ 为分频涡动角速， $\xi_T$ 为分频涡动半径， $\xi$ 为轴颈偏心距。失稳时如果 $\xi_T = \xi$ ，则 $\Omega_T/\Omega = 0.5$ ，因此被称为半速涡动。如果认为失稳时 $\xi_T = \Delta$ （轴承半径间隙），即稍大于 $\xi$ ，则就有 $\Omega_T/\Omega < 0.5$ 。

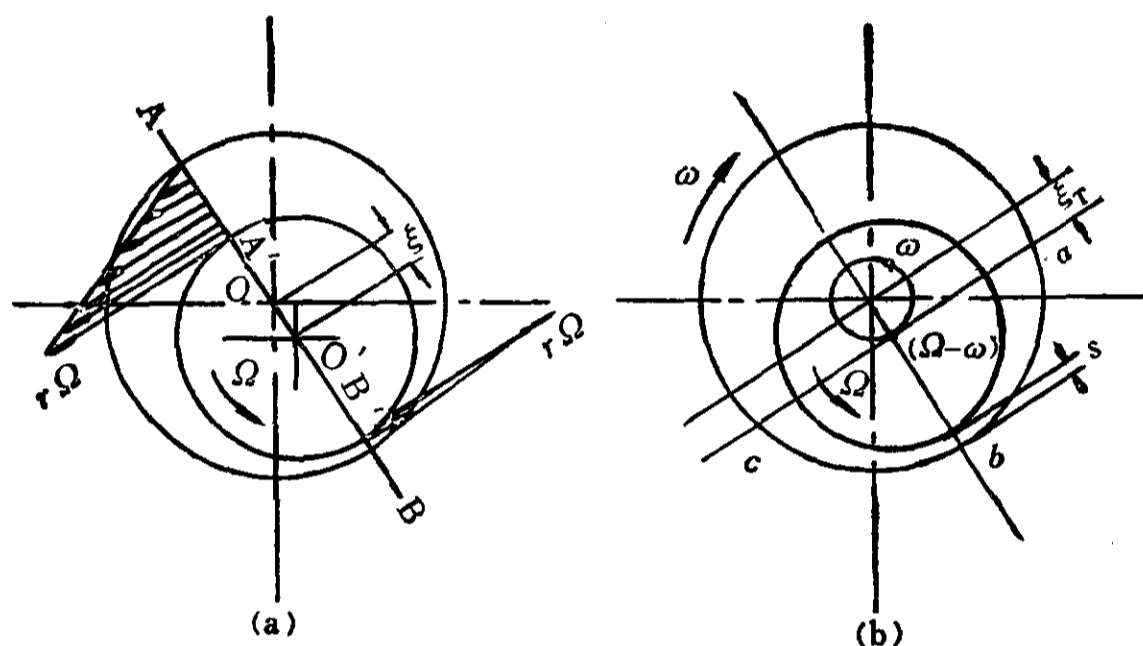


图 10·12 油膜轴承中的流动

近年来又有从流动的动力来解释，其中假定轴颈因某种因素以圆频率 $\omega$ 和半径 $\xi_T$ 作同向进动，见图10·12(b)。如果我们在以 $\omega$ 旋转的坐标上观察，轴瓦就以 $-\omega$ 作反方向旋转。当轴旋转角速 $\Omega > 2\omega$ 时，即 $(\Omega - \omega) > \omega$ 时，旋转坐标中轴颈旋转将比轴瓦旋转快（二者方向不同），这样轴承间隙中s通道上存在一个自左向右的流量，所以bc段的压力高于ab段，其合力将与进动同向，它要激励进动，使转子失稳。当 $\Omega < 2\omega$ 时就不存在上述现象，所以只有当 $\Omega > 2\omega$ 时才发生失稳。这个 $\omega$ 的进动显然最可能由转子第一固有振型引起。

这两种解释从不同角度说明了分频涡动的起因，工程中大多数的油膜失稳中 $\Omega_T/\Omega = 0.35 \sim 0.45$ ，并以第一固有振型振动的。但是工程实践中也遇到 $\Omega_T = \Omega$ 的油膜失稳，这不是上述解释可以说明的。

尽管如此，目前对于油膜失稳的处理已有比较成熟的经验。总的说来，都是改变松曼费尔德数S（见表5·2），即

$$S = \frac{F\psi^2}{BD\eta_0\Omega}$$

式中F（轴承静载）、D（轴径）和 $\Omega$ （轴角速）一般是不能改变的，能改变的只有 $\psi$ （相对间隙）、B（轴承宽度）和 $\eta_0$ （油粘度）。大多数情况中都是从提高S值着手，即增大 $\psi$

值，减小  $B$  值，或降低  $\eta_0$  值（换油或提高油温）。

一般说来，多油楔（叶）轴承的稳定性最好，而圆轴承较差。

5. 介质激励失稳

介质激励是指转子受工作介质的作用，在汽轮机中指蒸汽的作用，在压缩机中指流通气体的作用。这种作用一般是间隙流造成的，图10·13中表示了蒸汽轮机中间隙流激励的情况。

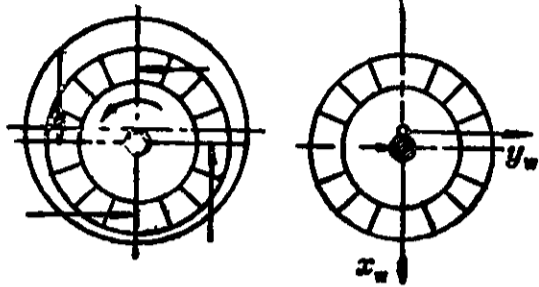
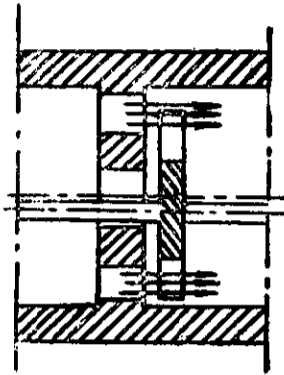


图 10·13 间隙流的激励机理

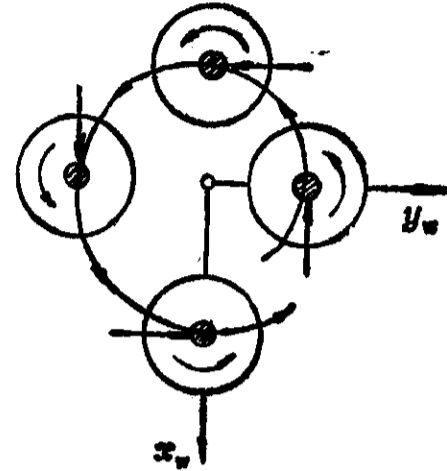


图 10·14 同向旋转激励

表 10·3 VDI 2059的机组振动诊断索引

轴振动的 原因	最大振动的 时间特性曲线	最大振动所 相关的因素	振动频谱中 的特征频率	轴运动的 轨迹形状	振动位移的 时间函数
常态的不平衡量	稳定的	转速			
热态的不平衡量	按运行工况变化而变化，工况稳定后也稳定	功率及其变化情况	旋转频率	椭圆形及其特殊情况：圆或直线	正弦形
由腐蚀、冲刷或污物等引起的不平衡	在较长时间中缓慢地变化	转速			
由于转子部件（例如动叶）的断裂引起的不平衡	突然上升或下降	转速			
自激振动，例如由于弹性滞后，间隙激励或轴承失稳等引起	一般呈强烈的波动	转速、功率（如间隙激励），或轴承温度（如轴承失稳）	频率在数量级上往往等于轴承-转子系统的最低弯曲固有频率	不规则的，很少呈封闭曲线	常类似正弦形，并且是波动的
轴瓦压迫（例如对中误差或联轴器卡紧）与压迫消失	稳定的	转速与功率	旋转频率及其倍频（尤其是二倍频）	常呈形状不同的封闭曲线（例如“8”形）	一般是周期的
齿轮箱的缺陷	稳定的	转速与功率	特定的齿轮频率，同时存在传动和从动的旋转频率	不规则的，大多不呈封闭形曲线	大多是周期性的，往往不是正弦形
电动机及发电机的电磁干扰	稳定的或有时呈周期性变化	一般为功率	旋转频率，一倍和二倍的电源频率与作为调制频率的转差频率	常是椭圆形曲线	正弦形或类似正弦形，有时是调幅的

由图可见，由于转子偏离机壳中心，上下蒸汽的作用力就不同，这相对于转子中心就附加了一个推力。如果转子中心与机壳中的偏离是旋转的，例如转子第一固有振型的弓形回转，那推力也将旋转，它将使振动增大而致转子失稳，见图10·14。

这种激励引起的振动增大，如同油膜失稳，归属于自激振动，也总是激发起转子的第一固有振型的振动。与油膜失稳不同的，介质激励失稳总是与工作介质的流量有关，也就是与工况有关。尽管转子在空载时运转平稳，但当流量增加到一定程度（不一定达到设计流量），振动就会激发起来。

以上介绍了五种引起转子振动的原因，另外还有气膜失稳、基础共振等等，这里从略了。但造成机组振动的主要原因往往是转子的不平衡。所以遇到机组振动过大，首先应设法把转子的不平衡因素排除。西德VDI 2059中推荐了一个机组振动的诊断索引，现转载于表10·3，供参考。

## 附录一 影响系数的复数运算

影响系数按公式 (7.4) 为

$$C = \frac{B - A}{T}$$

式中  $C$ 、 $B$ 、 $A$  和  $T$  都是矢量。它们的运算要通过复数表达式进行, 则

$$C = C_R + jC_I = \text{CMPLX}(C_R, C_I)$$

$$B = B_R + jB_I = \text{CMPLX}(B_R, B_I)$$

$$A = A_R + jA_I = \text{CMPLX}(A_R, A_I)$$

$$T = T_R + jT_I = \text{CMPLX}(T_R, T_I)$$

式中下标  $R$  表示实部, 下标  $I$  表示虚部,  $j = \sqrt{-1}$ 。第二等号的右端为 FORTRAN 语言

中的复函数表示。这样就有 (见附录一图)

$$(B - A) = (B_R + jB_I) - (A_R + jA_I) = (B_R - A_R) + j(B_I - A_I) = \text{CMPLX}((B - A)_R, (B - A)_I)$$

由此影响系数的 FORTRAN 的计算表达式为

$$C = (B - A) * \text{CONJG}(T) / (T * \text{CONJG}(T))$$

式中  $\text{CONJG}(T)$  为  $T$  之共轭复数。它们的乘积为

$$(T * \text{CONJG}(T)) = (T_R + jT_I)(T_R - jT_I) = T_R^2 + T_I^2$$

此为实数, 因此可以对复数进行除法运算。

以上方法适合于计算程序中使用。在手算中可以采用下列方法。首先各矢量表示为

$$C = |C| e^{j\alpha_C} \quad \text{或} \quad C = |C| \angle \alpha_C$$

$$B = |B| e^{j\alpha_B} \quad \text{或} \quad B = |B| \angle \alpha_B$$

$$A = |A| e^{j\alpha_A} \quad \text{或} \quad A = |A| \angle \alpha_A$$

$$T = |T| e^{j\alpha_T} \quad \text{或} \quad T = |T| \angle \alpha_T$$

其次, 用图解法求出  $(B - A)$ , 它被表示为

$$(B - A) = |(B - A)| e^{j\beta} \quad \text{或} \quad (B - A) = |(B - A)| \angle \beta$$

于是影响系数可按式计算:

$$C = \frac{(B - A)}{T} = \frac{|(B - A)| e^{j\beta}}{|T| e^{j\alpha_T}} = \frac{|(B - A)|}{|T|} e^{j(\beta - \alpha_T)}$$

因此工程运算中表示为

$$C = \frac{|(B - A)|}{|T|} \angle (\beta - \alpha_T)$$

## 附录二 转子不平衡响应的测试与评定

由于近代高速动平衡技术的发展, 某些转子已允许在临界转速上运转, 而机组振动不会超过工程上对安全的要求。那么, 究竟哪些转子可以被允许呢? API 标准中提出, 这种转子

应在试验台上被证明对临界转速是不敏感的，也就是要在临界转速上观察一下转子对不平衡的响应，其试验步骤如下。

(1) 对认为平衡合格的转子，在临界转速上，测量两个支承的轴振幅峰峰值。

(2) 根据下列公式准备试量

$$U_T = 5(8945 \times 10^4) \frac{M}{n^2} \text{ g} \cdot \text{mm}$$

式中  $M$  为转子质量，kg； $n$  为转子最高连续转速的105%转速，r/min。

(3) 把试量加到转子上，对平动振型， $U_T$  应放在转子的中间部位，而对摇摆振型，应把  $U_T$  分成二个  $U_T/2$ ，分别放在转子的两侧，周向相差应为180度，参见图8·1。总而言之，要把  $U_T$  放在转子上动挠度最大的地方，但一般均限于叶轮上。

(4) 如同第(1)项测量两个支承的轴振幅峰峰值。

(5) 将第(1)与第(4)项的测量结果进行比较。假定第(1)项的测量轴振幅为  $A_1$  与  $A_2$ ，而第(4)项的轴振幅相应为  $B_1$  与  $B_2$ ，则必须满足：

$$B_1 - A_1 \leq \frac{5565}{\sqrt{n_{\max}}} \mu\text{m},$$

$$B_2 - A_2 \leq \frac{5565}{\sqrt{n_{\max}}} \mu\text{m}$$

式中  $n_{\max}$  为转子最高连续转速。

如果轴心轨迹不是圆，则测量值应取轴心轨迹最大幅度处。另外，轴封处的最大轴振幅不应超过设计间隙。

对于临界转速高出最高连续运行转速5%者，用最高连续运行转速的105%作为试验转速。而对于临界转速高于最高连续运行转速之20%或低于最低运行转速15%的转子，则不必进行本项试验。

## 参 考 文 献

### I 著作

- [1] Тимошенко, С. П., "Колебания в инженерном деле", ФИЗМАТГИЗ, 1959.
- [2] 铁摩辛柯等著, 胡人礼译, 《工程中的振动问题》(第四版), 人民铁道出版社, 1978年。
- [3] Gasch, R., Pfützner, H., "Rotordynamik", Springer, 1975.
- [4] Schneider, H., "Balancing Technique", Schenck, 1977.
- [5] Traupel, W., "Thermische Turbinenmaschinen", Zweiter Band, Springer, 1966.

### II 标准

- [6] ISO 1925, Balancing—Vocabulary, . 1981.
- [7] Draft Proposal for Second Edition of ISO 1940, Balance Quality of Rotating Rigid Bodies, 1981.
- [8] Draft International Standard ISO/DIS 5406, The Mechanical Balancing of Flexible Rotors, 1979.
- [9] Draft International Standard ISO/DIS 5343, Criteria for Evaluating Flexible Rotor Balance, 1982.
- [10] ISO 2372, Mechanical Vibration of Machines with Operating Speeds from 10rev/s to 200 rev/s, —Basis for Specifying Evaluation Standards, 1974.
- [11] ISO 3945, Mechanical Vibration of Large Rotating Machines with Rotational Operating Speeds from 10 rev/s to 200 rev/s, —Measurement and Evaluation of Vibration Severity in Situ, 1977.
- [12] ISO/DIS 7919/1, Mechanical Vibration of Non-reciprocating Machines—Measurement on Rotating Shafts and Evaluation—Part 1: General Guidelines, 1984.
- [13] VDI 2056, Beurteilungsmaßstäbe für mechanische Schwingungen von Maschinen, 1964.
- [14] VDI 2059, Blatt 1(Entwurf), Wellenschwingungen von Turbosätzen, Grundlagen für die Messung und Beurteilung, 1979.
- [15] VDI 2059, Blatt 2(Entwurf), Wellenschwingungen von Dampfturbosätzen für Kraftwerke, Mes-

sung und Beurteilung, 1979.

- [16] VDI 2059, Blatt 3 (Entwurf), Wellenschwingungen von Industrieturbosätzen, Messung und Beurteilung, 1979.
- [17] API Standard 612, Special Purpose Steam Turbines for Refinery Services, 1979.
- [18] 机械部标准JB3330—83, 汽轮机刚性转子动平衡标准。
- [19] 机械部指导性技术文件JB/Z197—89, 汽轮机挠性转子动平衡。
- [20] 机械部标准JB4057—85, 汽轮机组的机械振动标准。

### III 论文、报告

- [21] Кальменс, В. Я., Креван, Л. О., Критические скорости роторов крупных турбоагрегатов, "Исследование элементов паровых и газовых Турбин и осевых компрессоров (ЛМЗ)", МАШГИЗ, 1960.
- [22] Federn, K., Grundlagen einer systematischen Schwingungsentstörung wellenelastischer Rotoren, VDI-Berichte Nr. 24, 1957.
- [23] Bishop, R. E. D., The Vibration of Rotating Shafts, Journal of Mech. Eng. Science, 1, 1(1959).
- [24] Moore, L. S., Dodd, E. G., Mass Balancing of Large Flexible Rotors, G. E. C. Journal of Science and Technology, 31, 2(1964).
- [25] Kellenberge, W., Should a Flexible Rotor Be Balanced in N or N+2 Planes, ASME Vibr. Conf., 1, 55(1971).
- [26] Bishop, R. E. D., Parkinson, A. G., On the Use of Balancing Machines for Flexible Rotors, ASME Vibr. Conf., 1, 73(1971).
- [27] Goodman, T. P., A Least Squares Method for Computing Balance Correction, ASME Paper, 63-WA-295(1963).
- [28] Lund, J. W., Tonneson, J., Analysis and Experiments on Multi-Plane Balancing of a Flexible Rotor, ASME Vibr. Conf., 1, 74(1971).
- [29] Tessarzik, J. M., Badgley, R. H., Flexible Rotor Balancing by the Exact Point-Speed Influence Coefficient Method, ASME Vibr. Conf., 1, 91(1971).
- [30] Giers, A., Rechnergestütztes Auswuchten elastischer Rotoren, ATM Archiv für technisches Messen, 1974.
- [31] Badgley, R. H., Recent Developments in Multiplane-multispeed Balancing of Flexible Rotors in the United States, "Dynamics of Rotors", 1975.
- [32] Salamone, D. J., Gunter, E. J., Balancing of a Double Overhung Compressor with Skewed Wheels and a Bowed Shaft, "Vibrations in Rotating Machinery", 2nd. Inter. Conf., C289/80(1981).
- [33] Darlow, M. S., Smalley, A. J. and Parkinson, A. G., A Unified Approach to Flexible Rotor Balancing: Outline and Experimental Verification, "Vibrations in Rotating Machinery", 2nd. Inter. Conf., C340/80(1981).
- [34] 上海交大670教研室试验报告, 挠性转子动平衡试验小结, 1973年2月。
- [35] 周仁睦, 计算机辅助的挠性转子动平衡, 动力工程, 6(1981)。
- [36] 周仁睦, 半挠性转子的动力特性及安全问题, 动力工程, 4(1982)。
- [37] 周仁睦, 半挠性LAVAL转子动力特性的理论分析, 杭州汽轮机厂技术报告, 1982年。
- [38] 周仁睦, 多级离心压气机转子的高速动平衡, 应用力学学报, 1(1984)。
- [39] 刘杰, 转子的高速动平衡及其设备, 哈尔滨汽轮机厂技术报告, 1982年。
- [40] 周仁睦, 汽轮机组的机械振动评定问题, 振动与动态测试, 1(1985)。