

渐开线齿轮变位系数选择的新方法

变位齿轮设计的关键问题是正确地选择变位系数，如果变位系数选择得当，可使齿轮的承载能力提高 20—30%；假若变位系数选择不当，反而可能降低齿轮的承载能力。

关于变位系数的选择方法，以前，人们作过大量的研究工作，世界各国也有着自己的不同推荐，或制订了一些标准和制度。在我国，由于各行各业的不同特点，应用变位的齿轮的情况和选择变位系数的方法也各不相同。近年来，用“封闭图”法选择变位系数[1]、[7]得到了普遍的重视和推广，大齿形角齿轮的“封闭图”也已制作出来并即将出版。利用“封闭图”，可以根据齿轮的传动要求，综合地考虑各种性能指标，比较合理地确定变位系数。但是，由于它的篇幅太大，一般的机械设计手册中均不推荐它，而推荐一些较简单的篇幅小的选择变位系数方法。

本文提出的选择变位系数方法，是根据齿轮的破坏情况，抓住主要矛盾，并以“封闭图”作为研究工具而得出的。为了说明本方法的优点，笔者还将它与国内应用得较多的一些变位系数选择方法（如西德标准 DIN3992[9]、瑞士标准 VSM15525[4]、苏联的 B. H. 库德里也夫切夫选择变位系数方法[7]、英国的 N. E. 曼里特选择变位系数方法[8]以及“封闭图”法等）进行了全面的分析和比较，本方法具有下列优点：在满足限制条件下，它配凑中心距的范围大，可以很方便地确定啮合角的数值，并能按最大啮合角和等滑动率选择变位系数、方法简单，使用方便，篇幅小等。

一、选择变位系数的基本原则

为了提高齿轮传动的承载能力，必须分析各种齿轮传动的失效原因及破坏方式，找出主要矛盾，从而确定选择变位系数的基本原则。

1. 对于润滑良好的软齿面（ $HB < 350$ ）的闭式齿轮传动，其齿面在循环应力的作用下，易产生点蚀破坏而失去工作能力。为了减小齿面的接触应力，提高接触强度，应当增大啮合节点处的当量曲率半径。这时应采用尽可能大的正变位，即尽量增大传动的啮合角 α 。

2. 对于润滑良好的硬齿面（ $HB > 350$ ）的闭式齿轮传动，一般认为其主要危险是在循环应力的作用下齿根的疲劳裂纹逐渐扩展而造成齿根折断。但是，实际上也有许多硬齿面齿轮传动因齿面点蚀剥落而失去工作能力的。因而，对这种齿轮传动，仍应尽量增大传动的啮合角 α （即尽量增大总变位系数 ξ_{Σ} ），这样不仅可以提高接触强度，还能增大齿形系数 y 值，提高齿根的弯曲强度。必要时还可以适当地分配变位系数，使 $[\sigma]_{w1}y_1 = [\sigma]_{w2}y_2$ ，即达到两齿轮的齿根弯曲强度大致相等。

3. 对于开式齿轮传动，由于润滑不良，且易落入灰尘成为磨料，故极易产生齿面磨损而使传动失效。为了提高齿轮的耐磨损能力，应增加齿根厚度并降低齿

面的滑动率。这也要求采用尽可能大的啮合角的正传动,并合理地分配变位系数,以使两齿轮齿根处的最大滑动率接近或相等(即 $\eta' = \eta''$)。

4. 对于高速或重载的齿轮传动,易产生齿面胶合破坏而使传动失效。除了应在润滑方面采取措施外,应用变位齿轮时,也应尽可能减小其齿面的接触应力及滑动率,因而它也要求尽量增大啮合角 α ,并使 $\eta' = \eta''$ 。

综上所述,虽然由于齿轮的传动方式、材料和热处理的不同,其失效的形式各异,但为了提高承载能力而采用变位齿轮时,不论是闭式传动还是开式传动,硬齿面还是软齿面,一般情况下,都应尽可能地增大齿轮传动的啮合角 α (即增大总变位系数 ξ_{Σ}),并使齿根处的最大滑动率接近或相等(即 $\eta' = \eta''$)。

二、选择变位系数的限制条件

1. 几何条件

一对变位齿轮传动,要实现无侧隙啮合,就必须满足下式:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{inv} \alpha_0 + \frac{2(\xi_1 + \xi_2)}{Z_1 + Z_2} \operatorname{tg} \alpha_0 \quad (1)$$

即

$$\xi_{\Sigma} = \frac{Z_{\Sigma}}{2 \operatorname{tg} \alpha_0} (\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_0) \quad (1')$$

式中: ξ_1 、 ξ_2 ---分别为齿轮 Z_1 、 Z_2 的变位系数;

ξ_{Σ} ---总变位系数, ;

Z_{Σ} ---齿数和; $Z_{\Sigma} = Z_1 + Z_2$;

α ---啮合角;

α_0 ---刀具的齿形角。

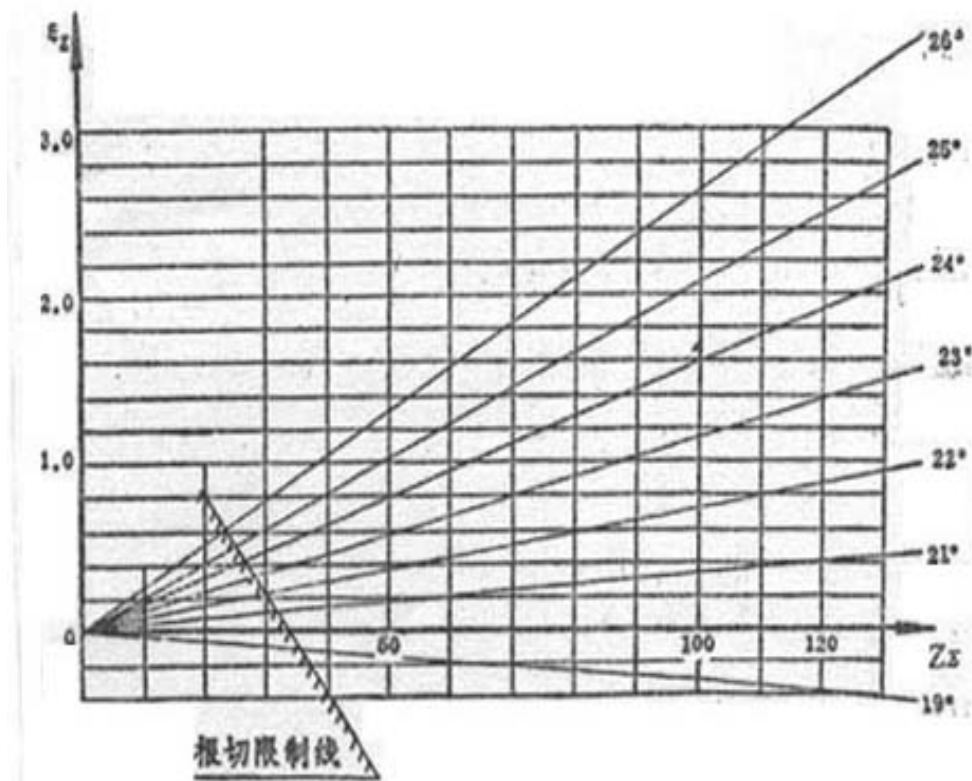


图 1

ξ_{Σ} 为 α 和 Z_{Σ} 的函数，当给定 α ，如 $\alpha = 19^{\circ}$ ， 20° ， 21° ……等，即可求得如图 1 的 ξ_{Σ} — Z_{Σ} 曲线，这就是一对变位齿轮所必须满足的几何条件。

从图 1 可以看出，对于一定的 Z_{Σ} ，只要给定啮合角 α ，即可求得相应的 ξ_{Σ} 。而根据前述选择变位系数的基本原则，为了提高齿轮的承载能力，应该尽量增大啮合角 α ；但是， α 大到一定数值后，将会使重合度 $\epsilon < 1$ 或产生啮合干涉，甚至使齿顶变尖。因而变位系数绝不能仅按照几何条件来确定，还必须满足以下几个限制条件。

2. 保证齿轮加工时不根切

用齿条型刀具加工标准齿轮时，不产生根切的最小齿数 Z_{\min} 及不根切的最小变位系数 ξ_{\min} 分别为：

$$Z_{\min} = \frac{2f_0}{\sin^2 \alpha_0} \quad (2)$$

$$\xi_{\min} = f_0 \frac{Z_{\min} - Z}{Z_{\min}} \quad (3)$$

式中： f_0 --- 齿顶高系数。

当 $f_0 = 1$, $\alpha_0 = 20^\circ$ 时,

$$Z_{\min} = 17, \quad \xi_{\min} = \frac{17 - Z}{17} \quad (3')$$

$$\therefore \xi_{\Sigma \min} = \xi_{1 \min} + \xi_{2 \min} = \frac{34 - Z_{\Sigma}}{17} \quad (3'')$$

根据公式 (3')，可以作出如图 1 的根切限制线，在该线右侧选取变位系数并按公式 (3') 分配 ξ_1 及 ξ_2 时，就不会产生根切。

3. 保证有必要的重合度

为保证齿轮传动的平衡性，重合度 ε 必须大于 1。一般多要求 $\varepsilon \geq 1.2$ ；其计算公式为：

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} [Z_1 (\operatorname{tg} \alpha_{e1} - \operatorname{tg} \alpha) + Z_2 (\operatorname{tg} \alpha_{e2} - \operatorname{tg} \alpha)] \quad (4)$$

式中： α_{e1} 、 α_{e2} --- 分别为两齿轮的齿顶压力角，

$$\alpha_{e1,2} = \arccos \frac{d_{j1,2}}{D_{e1,2}}$$

D_e --- 齿顶圆直径

d_j --- 基圆直径

$$d_j = mZ \cos \alpha_0$$

对于一定齿数的齿轮付（即 Z_1 、 Z_2 一定时），如果限定重合度的数值，如 $\varepsilon = 1.2$ 时，公式（4）可以改写成：

$$Z_1 \operatorname{tg} \alpha_{e1} + Z_2 \operatorname{tg} \alpha_{e2} = 2.4\pi + (Z_1 + Z_2) \operatorname{tg} \alpha \quad (4')$$

将公式（4'）对变位系数求解，即可作出如图2所示的 $\varepsilon = 1.2$ 曲线。

在该曲线的任一点上选取 ξ_1 及 ξ_2 时，该对齿轮传动的重合度 ε 均为1.2。可以看出，在曲线的不同点上选取变位系数时，其 $\xi_\Sigma = (\xi_1 + \xi_2)$ 的数值是不一样的，因而齿轮的啮合角 α 也是不同的。若在该曲线与等啮合角线（图2中的 45° 斜直线）的切点A取变位系数，此时啮合角为最大值（ $\varepsilon = 1.2$ 时），即 $\alpha = \alpha_{\max}$ ，其总变位系数 $\xi_{\Sigma A} = (\xi_{1A} + \xi_{2A})$ 。

为了提高齿轮的接触强度，希望选取尽可能大的啮合角 α ，这就要求在最大啮合角 α_{\max} 处选取总变位系数。另一方面，为了提高齿轮的抗胶合和耐磨损能力，还应尽量减小齿轮的滑动率，并使其相等（ $\eta' = \tilde{\eta}$ ）。

经过对 $\varepsilon = 1.2$ 曲线和 $\eta' = \tilde{\eta}$ 曲线的分析，一般情况下，在该二曲线的交点B（见图2）上选取变位系数时，其啮合角大都接近或等于最大啮合角 α_{\max} ，此时所得的总变位系数 $\xi_{\Sigma B}$ 大都接近或等于 $\xi_{\Sigma A}$ ，因此，我们可以用 $\xi_{\Sigma B} = (\xi_{1A} + \xi_{2A})$ 代替 $\xi_{\Sigma A}$ 。

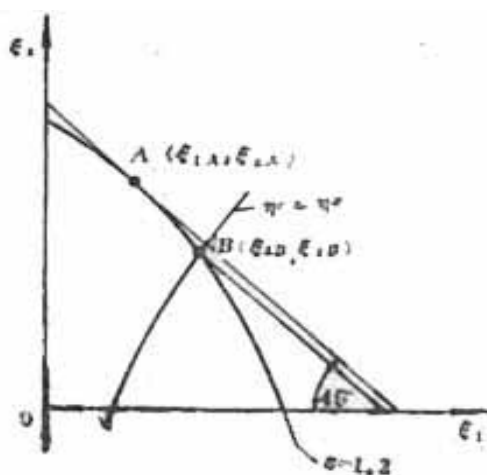


图 2

在图 3 中，曲线组 II 中的每一条曲线即为 Z_1 一定时（如 $Z_1=12, 13, \dots$ 等），对于不同的 Z_2 所得到的 $\xi_{\Sigma B}—Z_{\Sigma}$ 变化曲线。而曲线组 I 为 $\varepsilon = 1$ 的曲线与 $\eta' = \eta''$ 曲线的交点所得的总变位系数 $\xi_{\Sigma}—Z_{\Sigma}$ 曲线。

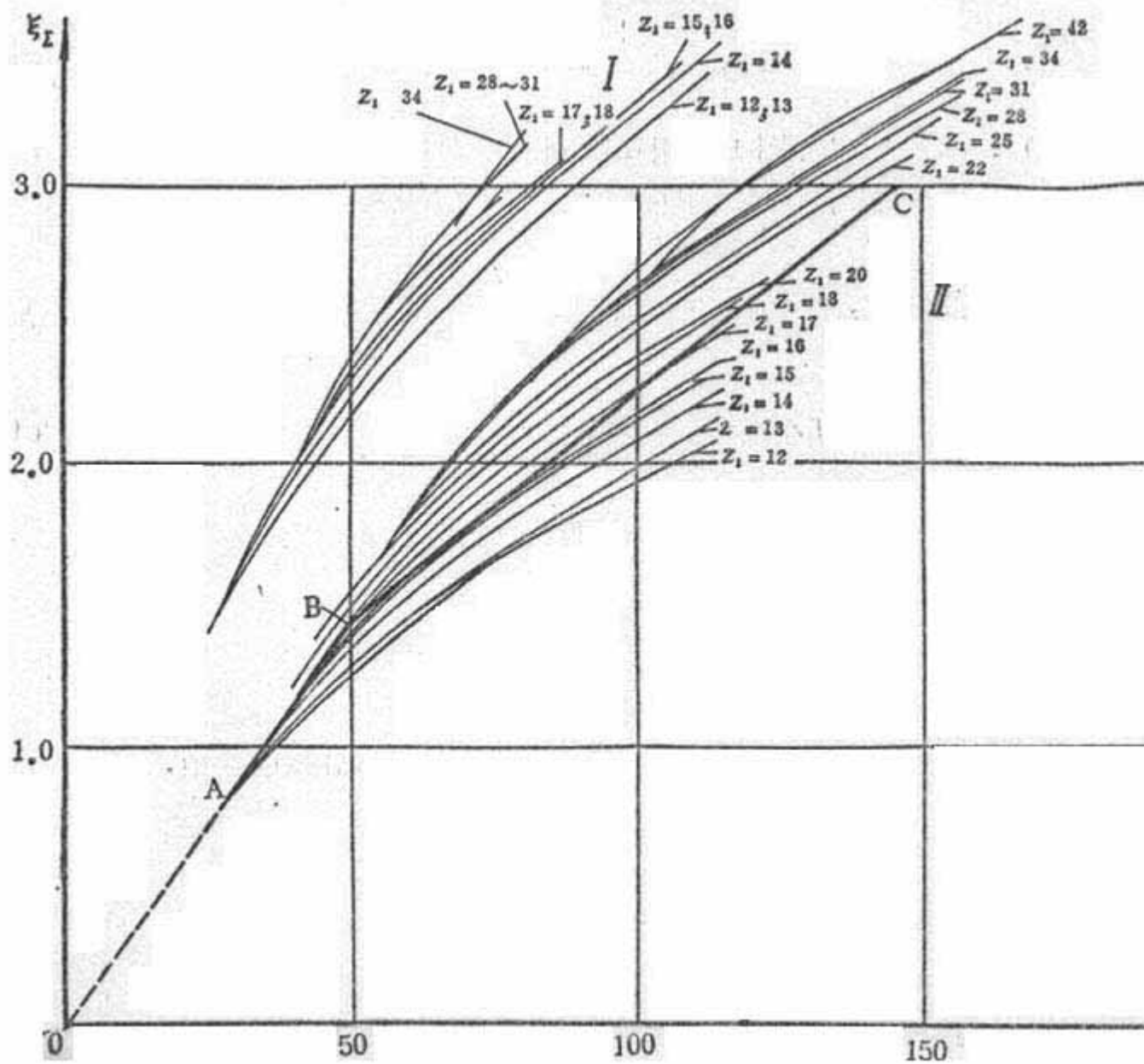


图 3

从图 3 中可以看出，当小齿轮数 Z_1 一定时， $\xi_{\Sigma B}$ 随 Z_{Σ} 的增加而增加，而当 Z_{Σ} 一定时，随小齿轮齿数 Z_1 的增大， $\xi_{\Sigma B}$ 也不断增大。

为了兼顾各种齿数的齿轮传动，并考虑到一对齿轮传动的齿数比 $u = (Z_2/Z_1)$ 不大于 8，对于不同的 Z_1 和 Z_2 ，我们规定总变位系数 ξ_Σ 不超过图 3 听 ABCD 折线，即折线 ABCD 为 ξ_Σ 的限制曲线。这样，当小齿轮的齿数 $Z_1 = 12—16$ 时，若在折线 ABC 上选取 ξ_Σ ，其重合度 ε 将略小于 1.2（大于 1.1）；而当 $Z_1 > 17$ 时，若在折线 ABCD 上选取 ξ_Σ ，其重合度 ε 都大于 1.2。

4. 保证齿轮啮合时不干涉

一齿轮的齿顶与另一齿轮根部的过渡曲线接触时，将产生过渡曲线干涉。对于齿条型刀具加工的齿轮，小齿轮根不产生干涉的条件是：

$$\operatorname{tg} \alpha - \frac{Z_2}{Z_1} (\operatorname{tg} \alpha_{e_2} - \operatorname{tg} \alpha) \geq \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{4(f_0 - \xi_1)}{Z_1 \sin 2\alpha_0} \quad (5)$$

大齿轮齿根不产生干涉的条件是：

$$\operatorname{tg} \alpha - \frac{Z_1}{Z_2} (\operatorname{tg} \alpha_{e_1} - \operatorname{tg} \alpha) \geq \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{4(f_0 - \xi_2)}{Z_2 \sin 2\alpha_0} \quad (5')$$

对于一定齿数的齿轮付（即 Z_1 、 Z_2 一定），将公式（5）及（5'）对变位系数求解，即可作出如图 4 的干涉限制曲线①和②。在该图中， $\eta' = \eta''$ 曲线与大齿轮的干涉限制线②的交点 D 大都在它与 $\varepsilon = 1.2$ 曲线的交点 B 之外，不必考虑它的影响，而 $\eta' = \eta''$ 曲线与小齿轮的干涉限制线①的交点为 C，若在 C 点外面的阴影区内选取变位系数 $\xi_{\Sigma C} = (\xi_{1C} + \xi_{2C})$ ，齿轮将产生啮合干涉。所以，在 C 点选取变位系数是不产生啮合干涉的极限情况。

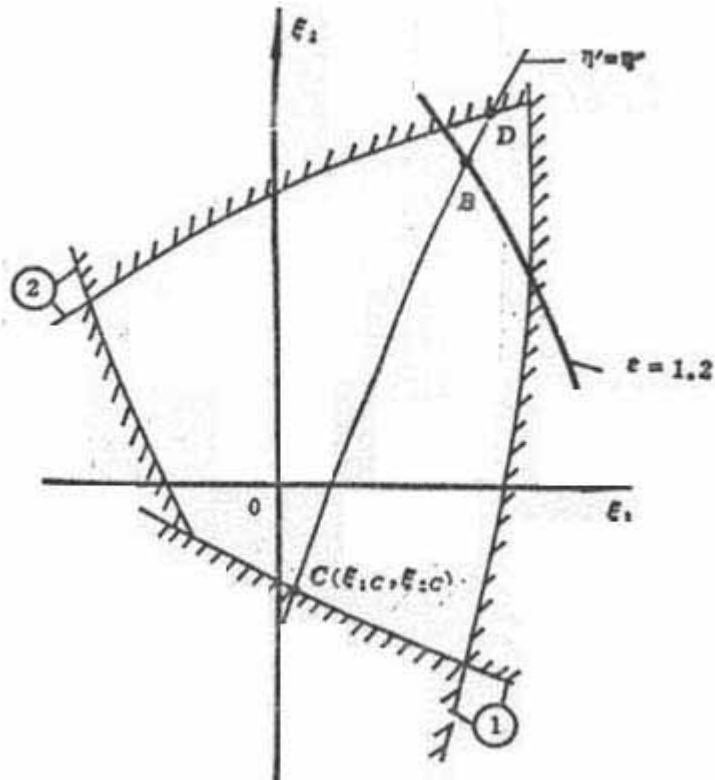


图 4

对于不同齿数的齿轮付， $\eta' = \eta''$ 曲线与小齿轮的干涉曲线的交点C（即 $\xi_{\Sigma C}$ ）是不同的。图 5 为 $\xi_{\Sigma B} - Z_{\Sigma}$ 的变化曲线。为了保证各种齿数的齿轮付都不产生干涉，我们规定啮合角不得小于 $18^{\circ} 30'$ （对于 $\alpha_0 = 20^{\circ}$ 的齿轮）， ξ_{Σ} 不得小于 -0.4（如图 5 中的折线 EFGH）。

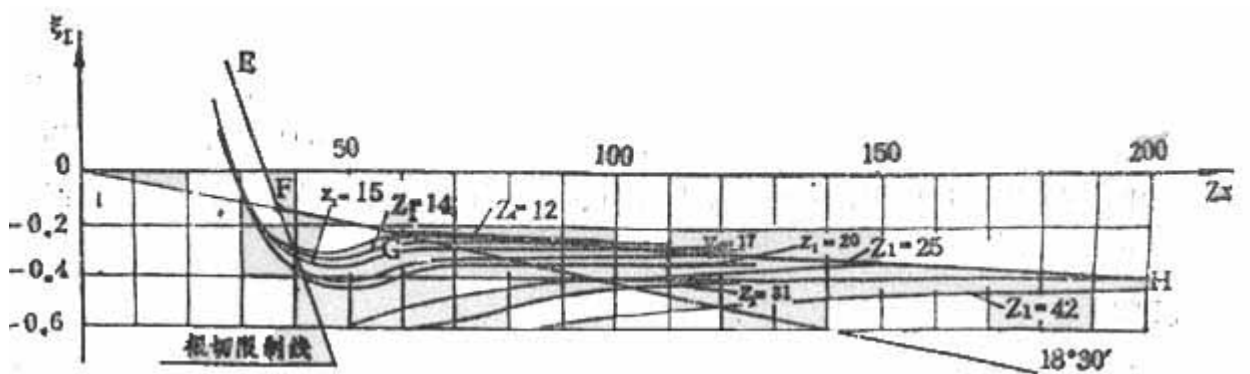


图 5

5. 保证有必要的齿顶厚

变位系数越大，齿轮的齿顶厚 S_e 越小，为了保证齿轮的齿顶强度，一般要求 $S_e \geq (0.25 \sim 0.4)m$ 。

齿顶厚 S_e 按下式计算：

$$S_e = D_e \left[\frac{\pi + 4\xi \operatorname{tg} \alpha_0}{2Z} + \operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha_e \right] \quad (6)$$

根据对 $S_e = 0.4m$ 线的分析，当满足前述各项限制条件选取总变位系数，并按 $\eta' = \eta$ 原则分配变位系

数时，就可以保证 $S_e = 0.4m$ ，不必再进行验算。*

6. 用标准滚刀加工时，轮齿不完全切削的限制

滚刀加工齿轮时，齿轮的齿形是由刀具齿廓在其啮合NB上范成出来的。如图6所示，当轮齿转出其齿顶与啮合线的变点B时，齿形应该加工完了。因而滚刀的螺纹部分长度 l 必须大于 $2BC$ 。而 $BC = R_e \sin(\alpha_e - \alpha_0)$ ，故应有：

$l > D_e \sin(\alpha_e - \alpha_0)$ ；否则轮齿将产生不完全切削现象。

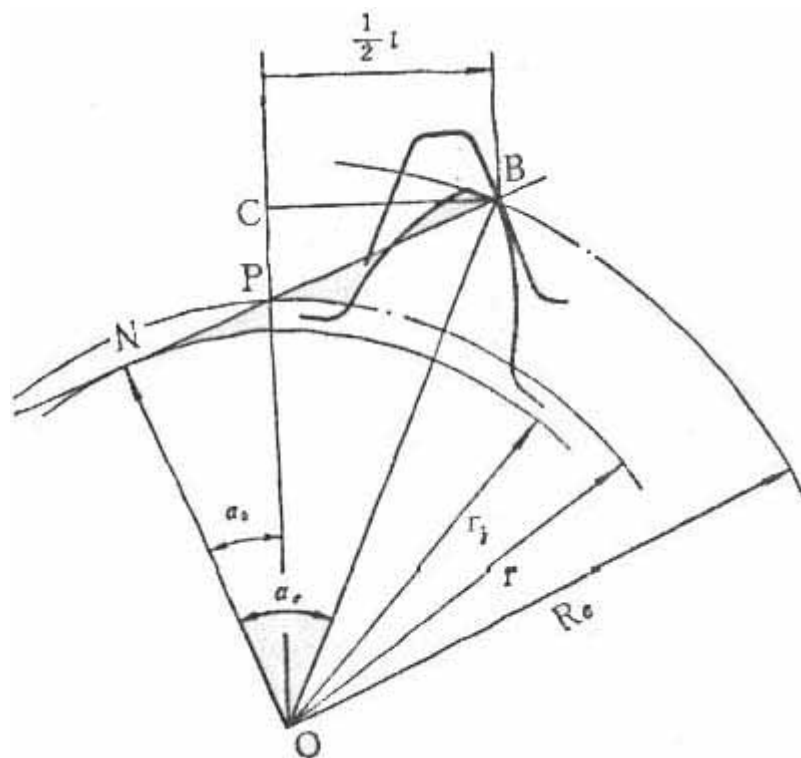


图 6

考虑到滚刀齿顶厚度的规定，为了避免不完全切削现象，必须满足下式：

$$l - \frac{\pi}{2}m > D_e \sin(\alpha_e - \alpha_0) \quad (7)$$

可以从齿轮刀具标准中查出不同模数的滚刀的螺纹部分长度 l ，即当模数一定时，公式(7)左端的数值是一定的。而该式右端的数值则与齿轮的齿数 Z 和变位系数 ξ 有关，当齿数 Z 一定时，变位系数 ξ 越大，则 $D_e \sin(\alpha_e - \alpha_0)$ 之值就越大，越易产生不完全切削。而当变位系数一定时，只要大齿轮 Z_2 能满足公式(7)，则小齿轮 Z_1 也必然能满足。

根据公式(7)和齿轮刀具标准(“机标(草案)”)规定的滚刀长度，算出了如图11中的模数限制线($m=7, \dots, m=10$ 等线)**，在该模数限制线以下选取变位系数时，用标准滚刀加工该模数的齿轮，不会产生不完全切削现象。当 $m < 6.5$ 时，选取变位系数将不受不完全切削条件的限制。

设计时，若必须在模数限制线以上选取变位系数时，可以采用大于标准滚刀长度的非标准滚刀加工。

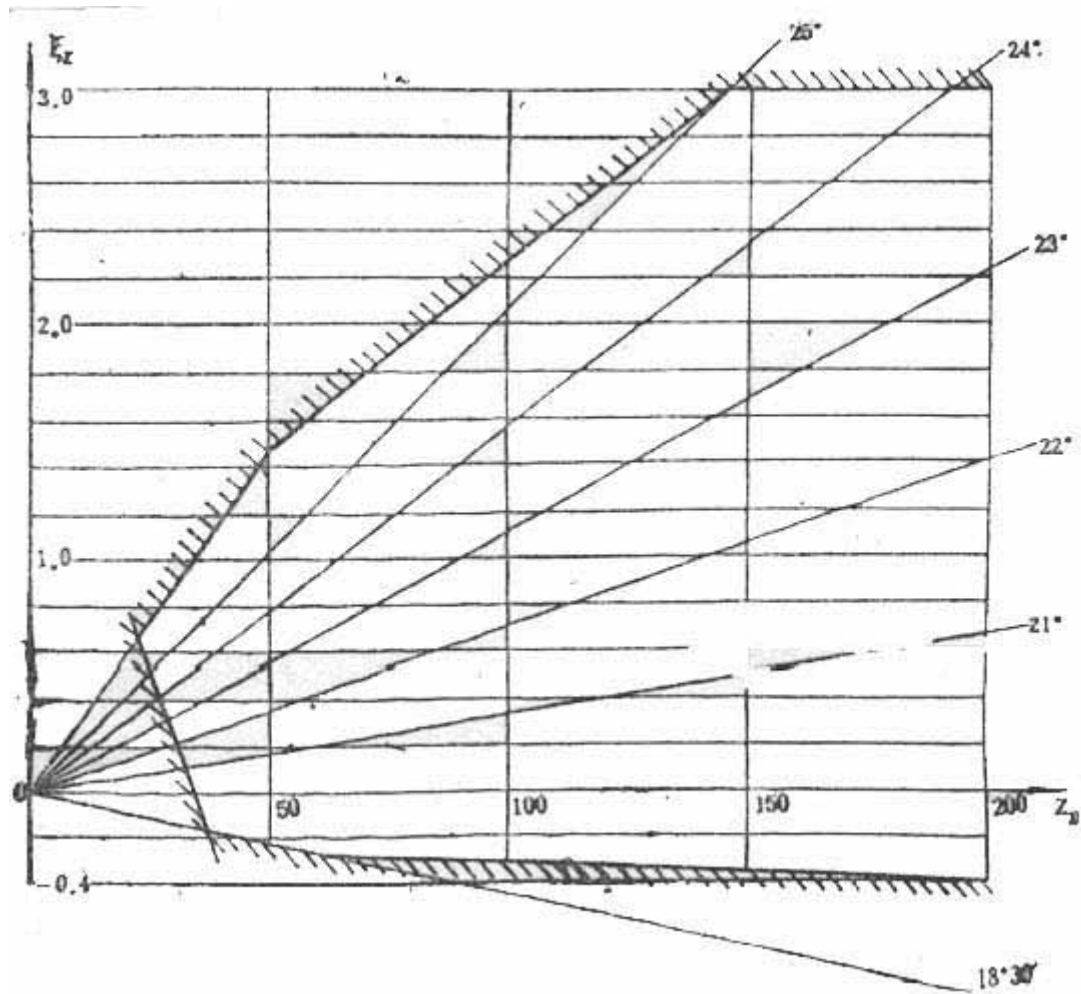


图 7

将上述诸条件合并起来，则得图 7。根据齿数和 Z_2 的大小和其它具体要求，在图 7 的阴影线以内的许用区中选取总变位系数，并合理分配，即可满足上述各项限制条件。

三、变位系数的分配

当根据传动的不同要求，按 Z_2 确定 ξ_z 之后，还必须把分配给每个齿轮，否则，将无法计算齿轮的尺寸。

变位系数分配得是否恰当，将直接影响齿轮的传动质量。根据前面的分析，我们按滑动率相等的原则($\eta' = \eta''$)分配变位系数。

所谓滑动率，就是两齿面在啮合点的相对切向速度（齿面相对滑动速度）与该点的切向速度的比值。当一齿轮的齿根与另一齿轮的齿顶啮合时，齿根处的滑动率达到最大值 η_{\max} 。

小齿轮 Z_1 的最大滑动率 η' 为：

$$\eta' = \eta_{1\max} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_{e2} - \operatorname{tg}\alpha}{\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right)\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_{e2}} \bullet \frac{1+u}{u} \quad (8)$$

大齿轮 Z_2 的最大滑动率 η'' 为：

$$\eta'' = \eta_{2\max} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_{e1} - \operatorname{tg}\alpha}{\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_{e1}} \bullet (1+u) \quad (9)$$

若令 $\eta' = \eta''$ 时，则有：

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_{e2} - \operatorname{tg}\alpha}{\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right)\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_{e2}} = u \bullet \frac{\operatorname{tg}\alpha_{e1} - \operatorname{tg}\alpha}{\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_{e1}} \quad (10)$$

式中： u ——齿数比， $u=Z_2/Z_1$

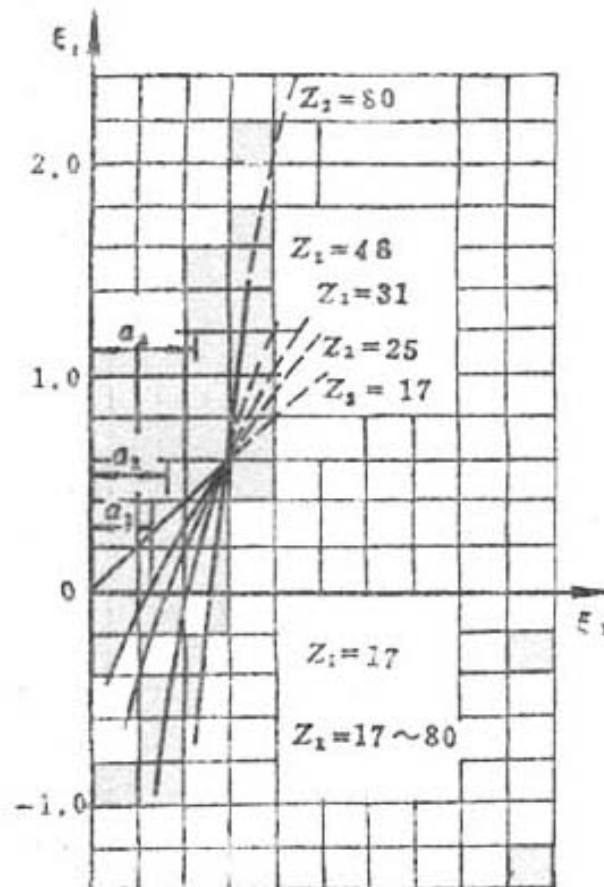
将公式（10）对变位系数求解，即可作出等滑动率曲线（见图 2 中的 $\eta' = \eta''$ 曲线），在该曲线上选取变位系数时，齿轮的最大滑动率是相等的。

从公式（10）还可以看出， $\eta' = \eta''$ 曲线的基本斜率主要取决于齿数比 u 的大小，当然，曲线的具体形状还与齿数 Z_2 、 Z_1 有关。

图 8 为 $Z_1=17$ ，而 Z_2 不同（即 u 不同）时的 $\eta' = \eta''$ 曲线。可以看出，各曲线的基本斜率及其与原点的截距（图中的 $0, \alpha_1, \alpha_2 \dots$ 等）都相差较大。

图 9 为齿数比 $u=2$ ，而小齿轮的齿数 $Z_1=12 \sim 42$ ($Z_2=uZ_1$) 时的 $\eta' = \eta''$ 曲线。可以看出，各曲线的基本斜率很相近，而且截距也相差不多。

经过对各种齿数组合的齿轮付的 $\eta' = \eta''$ 曲线的分析，发现当 u 在一定范围内时，各 $\eta' = \eta''$ 曲线的形状、斜率都比较接近，可以用一条斜直线近似地代替这一组曲线。



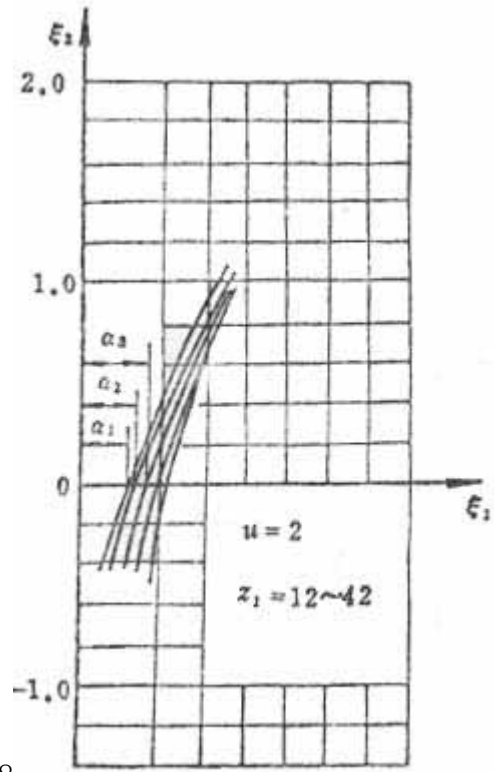


图 8

图 9

为了使用方便，我们将齿数 u 比分为下列五个范围：

- ① $u=1\sim 1.2$
- ② $u>1.2\sim 1.6$
- ③ $u>1.6\sim 2.2$
- ④ $u>2.2\sim 3.0$
- ⑤ $u>3.0$

图 10 中的斜线①代替 $u=1\sim 1.2$ 时的各种齿轮组合的 $\eta' = \eta''$ 曲线；斜线②代替 $u>1.2\sim 1.6$ 时的各种齿轮组合的 $\eta' = \eta''$ 曲线；……等等。这样，只要根据齿数比 u 的大小，用图 10 中的对应斜线分配变位系数，即可保证齿轮的滑动率相等（或接近）。

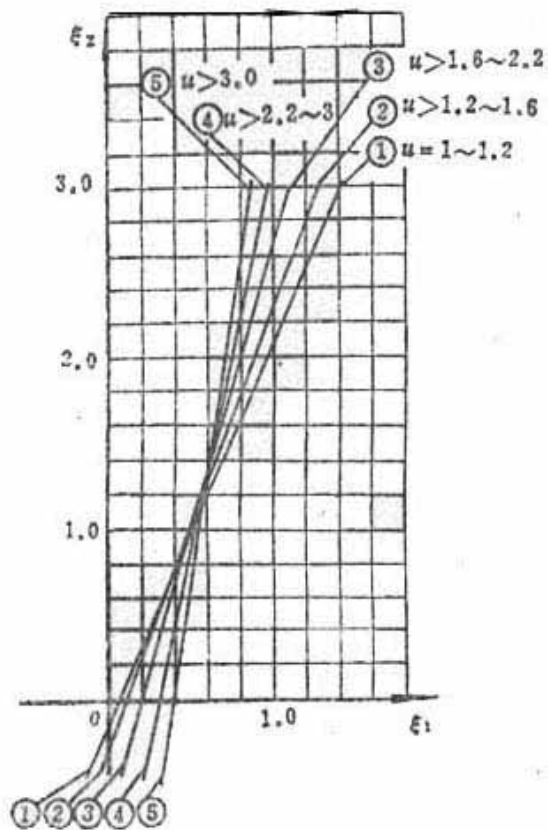


图 10

四、选择变位系数线图及应用举例

为了使用方便，将图 7 和 10 图合在一起得图 11，称为选择变位系数线图。在该图中，由坐标原点 0 向左， ξ_1 为正值，反之为负值。

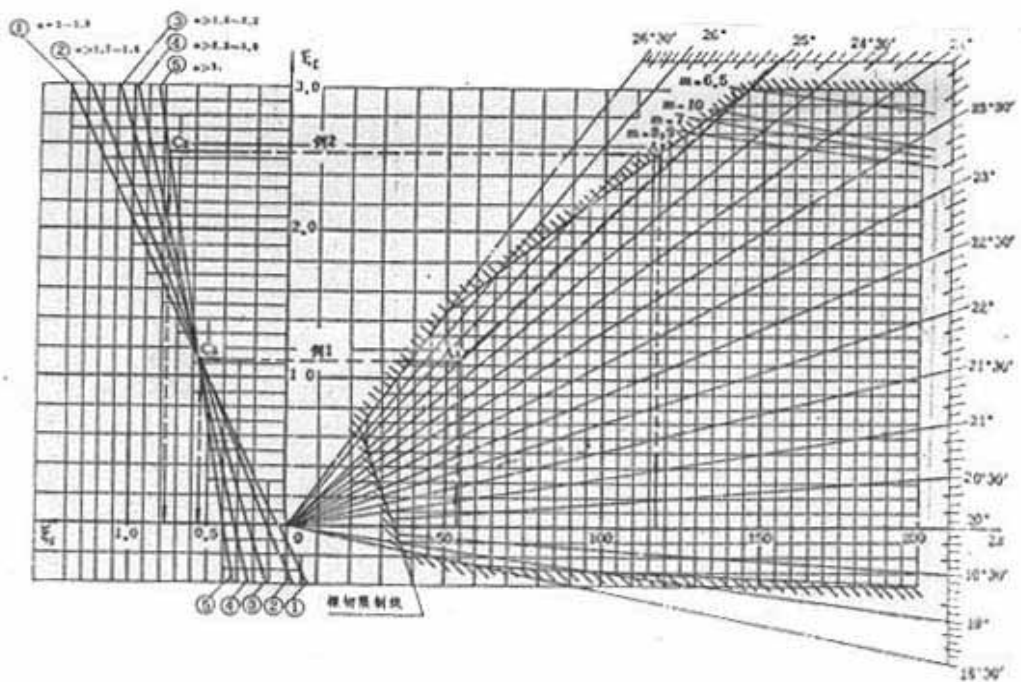


图 11

根据以上所述的基本原理及方法,并以大齿形角齿轮的“封闭图”为研究工具,制作了图 12~15 的选择变位系数线图。

图 12 用于 $\alpha_0=22.5^\circ$ 、 $f_0=1$;

图 13 用于 $\alpha=25^\circ$ 、 $f_0=1$;

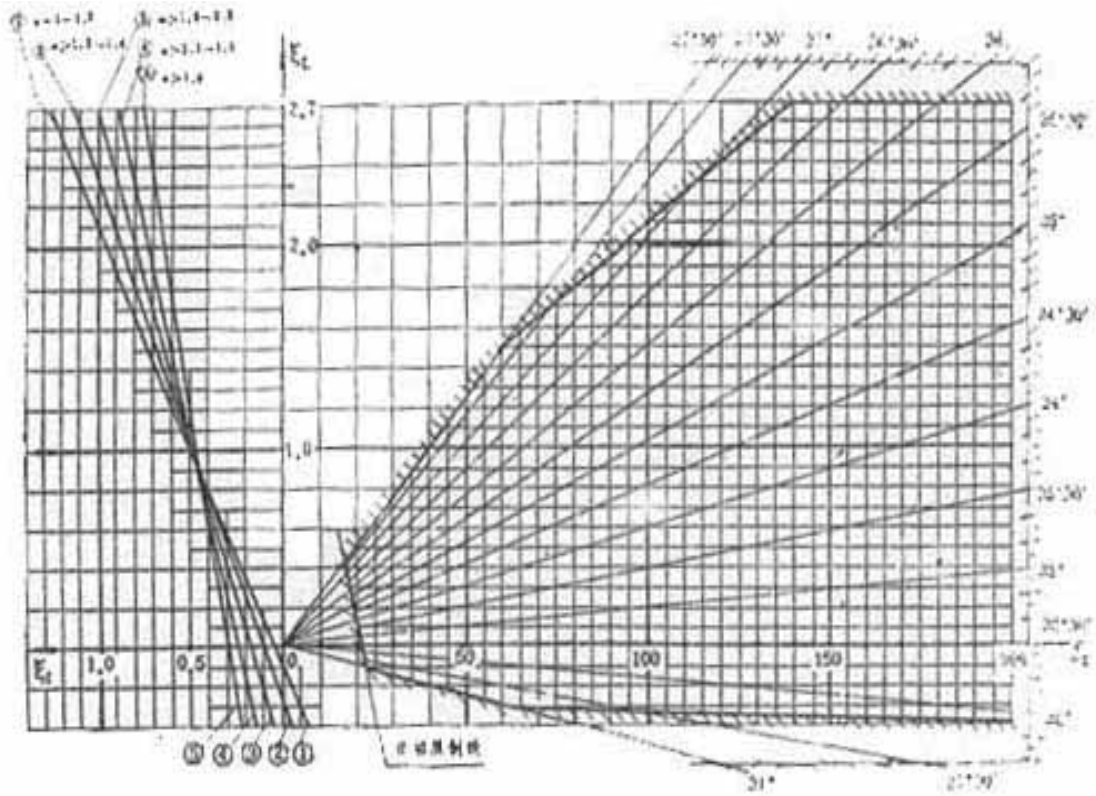


图 12

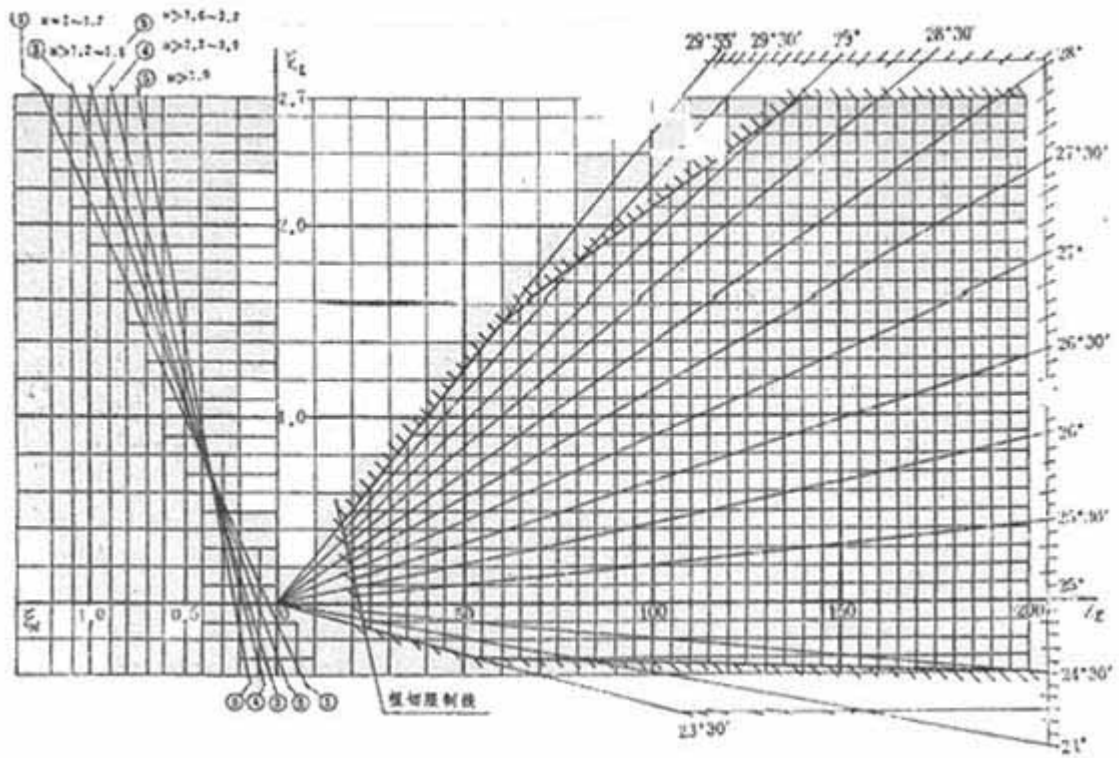


图 13

图 14 用于 $\alpha_0=25^\circ$ 、 $f_0=0.9$ ；

图 15 用于 $\alpha_0=28^\circ$ 、 $f_0=0.9$ ；

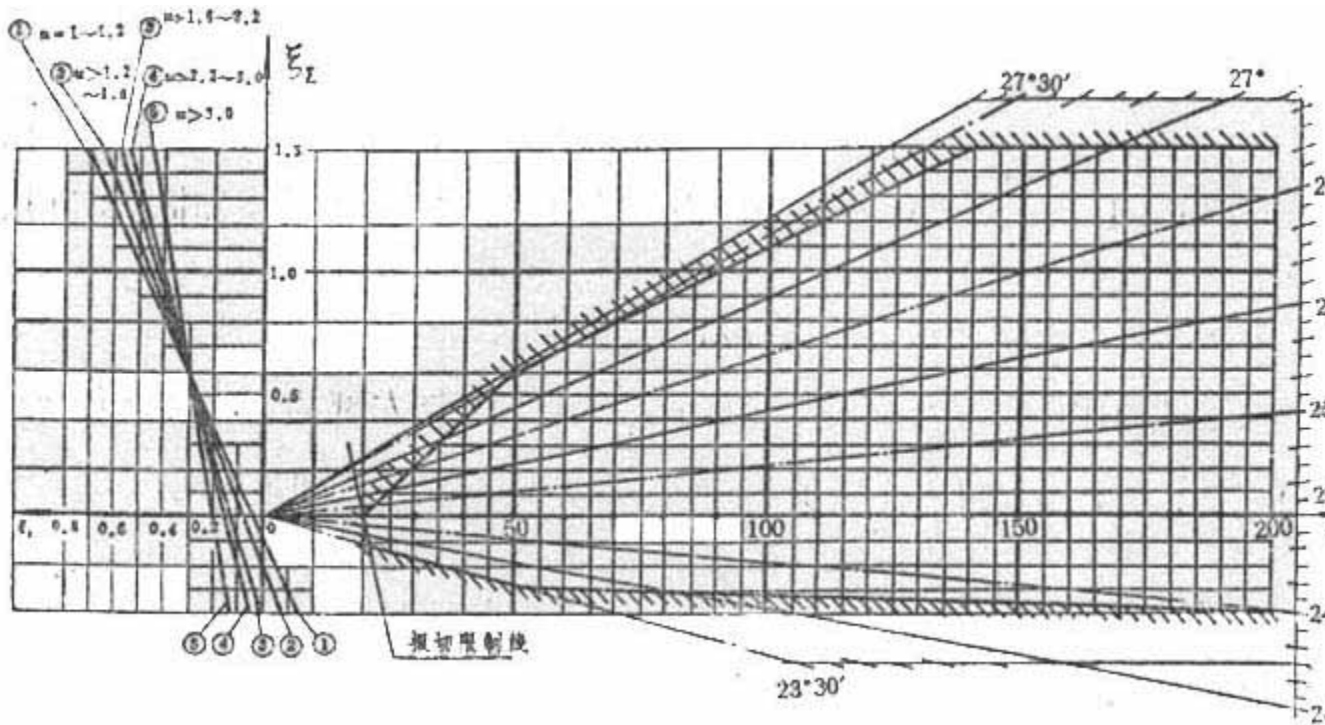


图 14

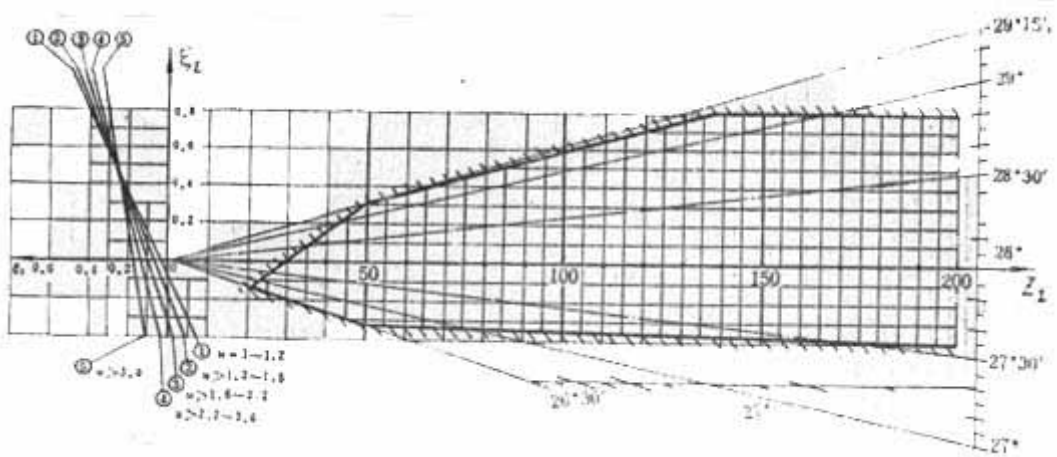


图 15

这些选择变位系数线图的使用方法是相同的，下面仅以图 11 为例，对其用法，举例加以说明。根据齿数和 Z_2 及其它具体要求（如给定中心距或要求提高接触强度等），在该线图右部的许用区内（阴影线以内）选择总变位系数 ξ_Σ 。

对同一 Z_{Σ} ，当所选 ξ_{Σ} 越小时，其重合度 ε 越大，越大（啮合角 α 越大）时，重合度越小（越接近于1.2）。

确定 ξ_{Σ} 之后，再根据齿数比 $u=(Z_2/Z_1)$ 的大小，按线图左部的五条斜线分配变位系数。

例：某机床变速箱中的一对齿轮， $Z_1=21$ 、 $Z_2=33$ ， $m=2.5$ ，中心距=70 毫米，试选择变位系数。

解：

(1) 根据给定的中心距 A 求啮合角 α ：

$$\cos \alpha = \frac{m}{2A} (Z_1 + Z_2) \cos \alpha_0 = \frac{2.5}{2 \times 70} (21 + 33) \times 0.93969 = 0.90613$$

$$\therefore \alpha = 25^{\circ} 1' 25''$$

(2) 在图 11 中，由 0 点向 $\alpha = 25^{\circ} 1' 25''$ 作射线，它与自 $Z_{\Sigma}=Z_1+Z_2=21+33=54$ 处引垂线相交于 A_1 点， A_1

在许用区内，故可用。 A_1 点的纵坐标值即为所求的总变位系数， $\xi_{\Sigma}=1.12$ 。

若精度要求高时，应根据求得的啮合角 α ，按照公式（1'）计算 ξ_{Σ} 。

(3) 根据齿数比 $u=(Z_2/Z_1)=33/21=1.57$ ，故应按线图左部的斜线②分配变位系数。即自 A_1 点作水平线与斜线②交于点 C_1 ， C_1 点的横坐标值即为 ξ_1 。

$$\xi_1=0.55$$

$$\xi_2=\xi_{\Sigma}-\xi_1=1.12-0.55=0.57$$

例 2：齿轮的齿数 $Z_1=17$ ， $Z_2=100$ ，要求尽可能地提高接触强度，试选择变位系数。

解：为提高接触强度，应按最大啮合角选取总变位系数。在线图上，自 $Z_{\Sigma}=Z_1+Z_2=17+100=117$ 处引垂线，与线图上边界线交于 A_2 点， A_2 点处的啮合角（作射线 OA_2 即可求得啮合角的数值），即为 $Z_{\Sigma}=117$ 时的最大许用啮合角（ $\alpha=25^{\circ}11'$ ）。

A_2 点的纵坐标值即为所求的 ξ_{Σ} ， $\xi_{\Sigma}=2.54$ （若需圆整中心距，可适当调整总变位系数 ξ_{Σ} ）。齿数比 $u=(Z_2/Z_1)=100/17=5.9>3.0$ ，故应按斜线 ⑤ 分配变位系数，即自 A_2 点引水平线与斜线 ⑤ 交于 c_2 点， c_2 点的横坐标值即为 ξ_1 。

$$\xi_1=0.77$$

$$\xi_2=\xi_{\Sigma}-\xi_1=2.54-0.77=1.77$$

例 3：齿轮 $Z_1=15$ ， $Z_2=28$ ，试确定高度变位系数。

解：高度变位时，啮合角 $\alpha=\alpha_0=20^{\circ}$ ，总变位系数 $\xi_{\Sigma}=0$ ，变位系数 ξ_1 应根据齿数比 u 的大小，由线图左部诸斜线与横坐标轴（ $\xi_{\Sigma}=0$ ）的交点来确定。

齿数比 $u=(Z_2/Z_1)=28/15=1.87$ ，故应按斜线 ③ 与横坐标轴（ $\xi_{\Sigma}=0$ ）的交点来确定 ξ_1 。

$$\xi_1=0.23$$

$$\xi_2=-\xi_1=-0.23$$

五、各种选择变位系数方法的分析与比较

上述选择变位系数方法（以后简称为“线图法”），不仅适用于直齿圆柱齿轮传动，还能用于斜齿圆柱齿轮与直齿圆锥齿轮传动，此时只要用当量齿数 Z_v 替线图齿数 Z 就行了。

对于齿形角 $\alpha_0=20^{\circ}$ 的齿轮，目前，国内的各种设计资料中推荐的选择变位系数方法很多，例如，发行量很大的《机械零件设计手册》[2] 主要推荐了西德标准 DIN3992 选择变位系数的三幅线图（以后简称“DIN3992”法）；最近修订出版的《机修手册》[4] 却又主要推荐了英国的曼里特变位制（以后简称“曼里特法”）[8]，同时，它还介绍了其它一些方法；而变齿轮应用得较多的行星减速

器部颁标准，却又是按照苏联的B. H. 库德里也夫切夫提出的方法[7]（以后简称为“库氏法”）计算变位系数的；……如此等等。

选择变位系数的方法如此繁多，如何判断各种方法的优劣，以便择其优者而用之呢？下面分析“线图法”的特点入手，对各种方法加以分析和比较，从而判明孰优孰劣。

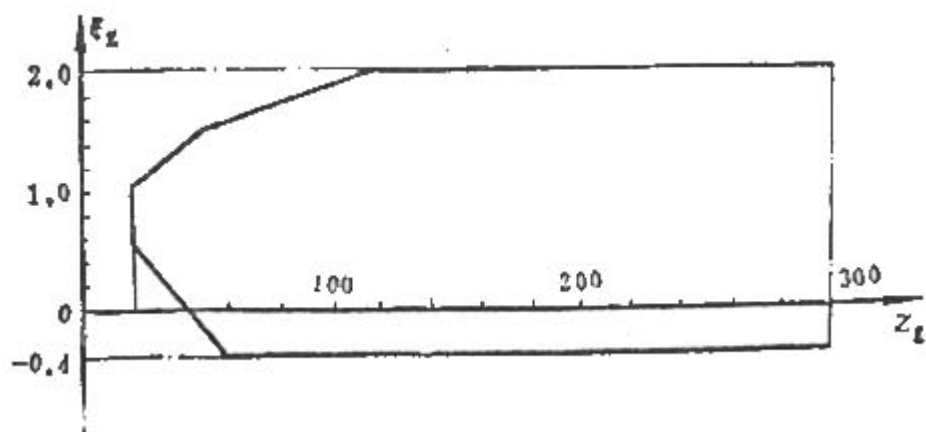


图 16

1. “线图法”配凑中心距的范围大，既能用于角度变位，又能用于高度变位。

如图 11 所示，“线图法”所允许的总变位系数的最大值 $\xi_{\Sigma \max} = 3.0$ ，最小值 $\xi_{\Sigma \min} = -0.4$ ；其啮合角可达 $\alpha_{\max} = 26^\circ 30'$ ， $\alpha_{\min} = 18^\circ 30'$ 。

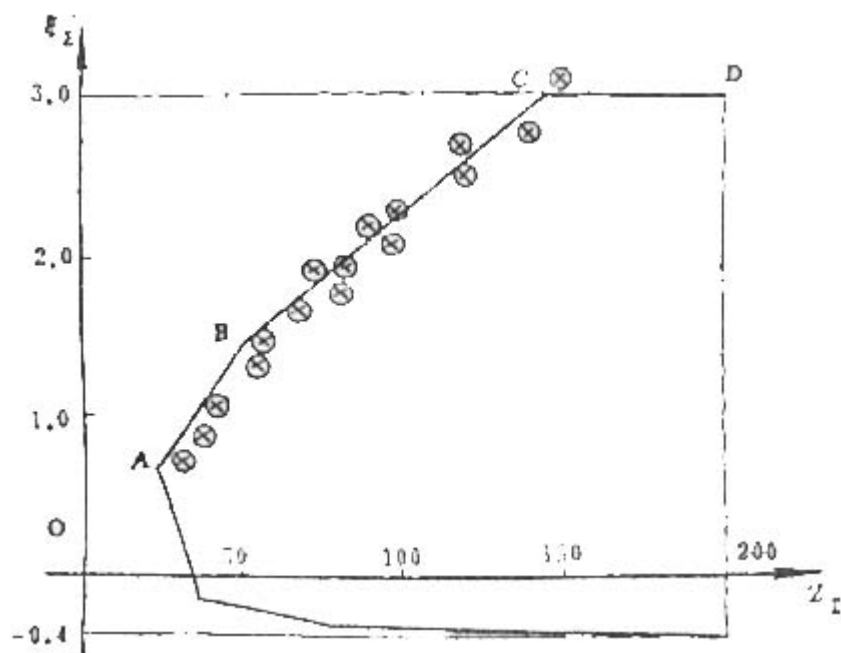


图 17

图 16 为 DIN3992 法选取变位系数范围（不必验算的）的线图[9]，与图 11 比较，当 $Z_{\Sigma} < 60^{\circ}$ 时，其所允许的最大啮合角略大于“线图法”值，但当 $Z_{\Sigma} > 60$ 后，随 Z_{Σ} 的增加， ξ_{Σ} 增大的范围较小，其最大值为 2.0，仅为“线图法”的 2/3。它所允许的负变位的数值与“线图法”基本一样。

为了与“库氏法”进行比较，现将“库氏法”所允许的选取变位系数的最大值折算到图 17 上，在该图上，折线 ABCD 为“线图法”允许的选取变位系数的范围，各点的位置是按照不同的小齿轮齿数及不同的齿数比，根据资料[7]所给定的齿高缩短系数 σ 曲线求得的 ξ_{Σ} 之值。从图 17 中可以看出，“库氏法”与“线图法”所允许的最大变位系数是基本相同的。但“库氏法”没有给出负变位的情况，因而，其总的可以凑中心距的范围比“线图法”为小。

为了清楚起见，以 $Z_{\Sigma}=145$ 为例，将各种方法选取变位系数的情况列于表 1：

表 1

序号	方法	$\xi_{\Sigma\max}$	$\xi_{\Sigma\min}$	$\xi_{\Sigma} = \xi_{\Sigma\max} - \xi_{\Sigma\min}$	备注
1	线图法	3.0	-0.34	3.34	
2	西德 DIN3992 法	2.0	-0.4	2.40	
3	苏联库氏法	2.87	0	2.87	取 $Z_1=25$ 时
4	英国曼里特法	1.0	-1.0	2.0	需要验算
5	瑞士 VSM15525 法	1.2	-0.6	1.8	
6	封闭图法	3.2	-0.36	3.56	

从表中可以看出，“线图法”所能选取变位系数的范围 $\Delta \xi_{\Sigma}$ ，仅比“封闭图法”小 6% 左右，是各种简便方法中的最大者。因而它能配凑中心距的范围也是各种简便方法中的最大者。

2. “线图法”可以直接查得啮核角 α 的数值。

在选取变位系数时，能够直接确定啮合角 α 的数值，这是“线图法”的另一优点。用此法设计变位齿轮时，可以先估计两齿轮的齿数和的范围，从而初步选定啮合角 α 的数值，进行接触强度计算，确定中心距，而后再经弯曲强度计算确定齿轮的模数及齿数。这样不仅可以提高设计速度，更主要的是便于选择最小的机构尺寸。

其它的选择变位系数方法，包括“封闭图法”均不能直接查得啮合角 α 的数值，就是“库氏法”也需

用两幅图才能查出啮合角，而且它并不能简化设计步骤。

在这里应该指出,有些选择变位系数的数字表格,也给出啮合角 α 的数值(见资料[4]附表4-3),但是,因它无法配凑不同的中心距,使用极不方便。此外,还需指出,有些选择变位系数表格存在着严重的问题,如资料[4]的附表9-1~9-3所转引的库德里也夫切夫制角度变位系数表中(或资料[1]附表1~3),当 $Z_1 > 21$, $Z_2 > 40$ 时,按该表选择变位系数,小齿轮齿根都将产生过渡曲线干涉。例如, $Z_1=40$, $Z_2=80\sim 200$)时,按该表可取 $\xi_1=2.00$ 、 $\xi_2=0.349\sim 1.21$,;此时小齿轮齿根的干涉是极为严重的。因此,对这类问题,我们必须加以分析,决不能以讹传讹,给生产造成损失。

3. “线图法”分配变位系方法简单,并能保证齿根处的最大滑动率接近相等,有利于抗胶合和耐磨损。“线图法”仅用一幅线图即可选取并分配变位系数,而其它方法均需二幅以上的线图或用公式计算才能决定变位系数的分配。用“线图法”分配变位系数后,其齿根的最大滑动率如表2:

表 2

	$Z_1=17、Z_2=100$			$Z_1=25、Z_2=50$			$Z_1=15、Z_2=42$		
	标准齿 轮	高度变 位	角度变 位	标准齿 轮	高度变 位	角度变 位	标准齿 轮	高度变 位	角度变 位
α	20°	20°	25°13'	20°	20°	25°44'	20°	20°	26°15'
ξ_1	0	0.39	0.76	0	0.23	0.76	0	0.32	0.65
ξ_2	0	-0.39	1.74	0	-0.23	1.09	0	-0.32	0.92
η'	18.75	1.74	0.61	2.30	1.37	0.644	155	3.177	1.042
η''	1.036	1.42	0.78	1.16	1.49	0.648	1.608	2.342	0.998
$ \eta'-\eta'' $	17.71	0.32	0.17	1.14	0.12	0.004	153.39	0.835	0.044

从表2中可以看出:(1)高度变位时,小齿轮的滑动率 η' 比标准齿轮时减少较多,且 η' 与 η'' 趋于平齐。(2)角度变位($\alpha > \alpha_0$)时,二齿轮的滑动率比高度变位时还能进一步减小,而且也能保证 $\eta' \approx \eta''$ 。因此,角度变位时,不仅使啮合角 α 增大,提高了接触强度,而且二齿轮的滑动率比标准齿轮或高度变位齿轮均小,更有利于抗胶合和耐磨损能力的提高。

“线图法”还能适应生产中提出的不同要求而选取不同的总变位系数 ξ_Σ (即不同的 α)，以配凑不同的中心距或满足重合度等方面的要求。下面以为 $Z_1=17$ ， $Z_2=100$ 为例，将各种方法选取并分配变位系数的数值列于表 3:

表 3 $Z_1=17$ ， $Z_2=100$ 时，各种方法选取并分配变位系数的比较

	线图法		西德	苏联	英国	瑞士
	ξ_1	ξ_2	DIN3392 法	库氏法	曼里特法	VSM15525 法
2.5	ξ_1	0.76		0.565		
	ξ_2	1.74		1.935		
2.0	ξ_1	0.68		0.429		
	ξ_2	1.32		1.571		
1.5	ξ_1	0.62	0.66	0.36		
	ξ_2	0.88	0.84	1.14		
1.0	ξ_1	0.53	0.50	0.267	0.55	0.50
	ξ_2	0.47	0.50	0.733	0.45	0.50
0.5	ξ_1	0.46	0.38	0.178	0.48	0.35
	ξ_2	0.04	0.12	0.322	0.02	0.15
0	ξ_1	0.39	0.26	0.10	0.41	0.23
	ξ_2	-0.39	-0.26	-0.10	-0.41	-0.23
-0.3	ξ_1	0.35	0.21		0.36	0.14
	ξ_2	-0.65	-0.51		-0.66	-0.44
-1.0	ξ_1				0.27	
	ξ_2				* -1.27	

* 需验算干涉。

为了清楚起见，现将表中的数值画入 ξ_1 、 ξ_2 的直角坐标系中，并与“封闭图”中的 $\eta' = \eta''$ 曲线比较，如图 18 所示。

图 18 图 19 图 20

为了对各种选择变位系数的方法进行全面的分析，现用上述同样的方法，对不同的 Z_1 和不同的齿数比 u 的齿轮付进行比较并作出如图 19~图 22 等几幅图。

图 21 图 22

图中：①—线图法
②——DIN3992 法
③- · - · - 库氏法
④- · · - · · - 曼里特法

从上述几幅图的比较中可以看出：

(1) 不论小齿轮齿数如何，当齿数比 $u < 2$ 时，各种方法分配的变位系数都比较接近于“封闭图”中的 $\eta' = \eta''$ 曲线。但当 $u > 2$ 之后，各种方法所得结果差别较大。

(2) 就各种不同的齿数比 u 而言，“线图法”及“曼里特法”分配的变位系数最接近于 $\eta' = \eta''$ 曲线，其次为“DIN3992法”；当 u 较大时，“库氏法”分配的变位系数与 $\eta' = \eta''$ 曲线距离较远。

因此，用“线图法”选取并分配变位系数比其它各种方法（除封闭图法外）都更有利于抗胶合和耐磨损。

4. “线图法”方法简单，使用方便。

要满足机械工程中的齿轮设计的需要，应用“封闭图法”约需近 200 幅图才行；而“线图法”只需要一幅图，其篇幅还不到“封闭图法”的 1/100；而其可以配凑中心距的范围、提高接触强度的程度等与“封闭图法”所差无几。当然，“封闭图法”还考虑了节点外啮合及双齿对啮合等情况，这对于高精度的齿轮设计是有益的，线图法没有考虑这一点。此外，“封闭图”中的等弯曲强度曲线，是在一对齿轮具有相同的材料及热处理并具有相同的计算寿命时求得的。而实际生产中，一对齿轮所用的材料及热处理多不一样，这时若仍然按其等弯曲强度曲线选择变位系数，就可能造成大齿轮的弯曲强度低于小齿轮的不合理现象。与几种较简单的选择变位系数方法相比，“线图法”除具有前述优点外，其方法也更为简单，使用也更为方便。

六、结论

1. 与“DIN3992法”、“库氏法”、“曼里特法”、“瑞士VSM15525法”以及一些数字表格法进行比较，“线图法”具有配凑中心距范围大、可直接查出啮合角 α 的数值、更接近于等滑动率等优点；而且它比“封闭图法”的篇幅大为缩小，又能满足齿轮设计中的一般需要，方法简单，使用方便，因此，我们认为，在一般机械设计中，用“线图法”选取变位系数是比较合适的。因而该法已为一机部主编的《机械工程手册》所推荐。

2. 应用“线图法”的基本原理作出的几种不同齿形角的齿轮的选择变位系数线图，对大齿形角的齿轮设计提供了新的设计资料，这对机械工业的发展必将起到一定的促进作用。