

Logix 齿轮的形成原理研究

李荣刚¹, 李剑锋², 冯显英²

(1. 山东轻工业学院 轻化与环境工程学院, 山东 济南 250100;

2. 山东大学 机械工程学院, 山东 济南 250061)

摘要: Logix 齿轮是依据全新的齿形理论所提出的一种新型齿轮。在充分研究 Logix 齿形形成原理的基础上, 本文基于啮合理论推导了 Logix 齿条、齿轮的齿廓曲线方程, 讨论了 Logix 齿轮的各参数对其齿形的影响及其选取原则, 得出了齿根过渡曲线的坐标方程。并根据齿形形成原理, 开发了 Logix 齿轮及其齿条的图形仿真程序。

关键词: 齿轮; Logix 齿形; 啮合原理

中图分类号: TH132 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-4280(2002)01-0038-06

随着生产的发展和科技的进步, 要求齿轮传动的性能不断提高。80 年代后期, 为了满足对齿轮高速重载和小型化的要求, 日本学者小守勉用新的齿形理论, 提出了名为 Logix 齿轮的新型齿轮^[1,2]。它的齿形由许多微段渐开线连接而成, 采用对称的凸凹啮合形式, 并且使微段渐开线的结合点在啮合时的相对曲率为零。研究表明, 在相同条件下, Logix 齿轮的齿面接触强度约为渐开线齿轮的 3 倍, 弯曲强度约为渐开线齿轮的 2.5 倍, 并且它还克服了圆弧齿轮的缺点, 能制成直齿轮。Logix 齿轮的另一优点是可以设计成少齿数齿轮, 易于实现产品的小型化, 紧凑化。本文研究了 Logix 齿轮的形成原理, 并在此基础上完成了其齿形的图形仿真。

1 Logix 齿轮的形成原理

1.1 Logix 齿条齿廓曲线的形成原理

Logix 齿条的齿廓曲线是由许多微段渐开线连接而成的。如图 1 所示, 取一点 O_1 并作夹角为 α_0 的两射线 O_1n_0 和 O_1N_1 。作节线 PL 垂直于 O_1N_1 , 交两射线于 N_1 和 n_0 点, 并满足 $O_1n_0 = G_1$ 。然后选定 δ 角做出 $O_1O'_1 = 2G_1$, 以 O_1 和 O'_1 为圆心, 以 G_1 为半径分别作相切的两个基圆, 两基圆和节线 PL 分别交于 n_0 点和 n_1 点, 若两圆的公共发生线为 g_1s_1 , 按渐开线形成原理, 微段渐开线 m_0s_1 和 s_1m_1 分别是发生线 g_1s_1 沿 O_1 和 O'_1 的基圆滚过弧长 g_1n_0 和 g_1n_1 形成的。因此, 微段渐开线在两端点 m_0, m_1 (称为 $N-P$ 点, 在这类点处啮合时的相对曲率为 0) 的曲率中心分别是节线上的 n_0 和 n_1 点。

构造过程是一种递推过程, 且下一微段 m_1m_2 的压力角应比上一微段的压力角有一增

收稿日期: 2001-06-05

作者简介: 李荣刚(1972-), 男, 山东省广饶县人, 工学硕士, 山东轻工业学院讲师, 主要从事机械传动及绿色制造方面的科研与工程工作。

量, m_1 点处上下两微段应光滑连接, m_1, m_2 点的曲率中心在节线上。如图 2 所示, 过 O'_1 点作与 $O_1O'_1$ 夹 δ_1 角的线段 O'_1O_2 并交节线于 n_1 点, 使 O_2n_1 长等于 G_2 ($G_1, G_2 \dots$ 满足一定的变化规律), 重复以上步骤可得下一微线段 m_1m_2 。如此依次进行下去, 就可得到所需的齿廓曲线。

齿条节线以下齿廓的形成与节线以上齿廓的形成原理相同。齿形的曲率中心都在节线上, 齿形在节线以上为凸, 节线以下为凹, 这样的齿条加工出的齿轮保证了凸凹的啮合形式, 且有很多相对曲率为零的点 ($N-P$ 点)。

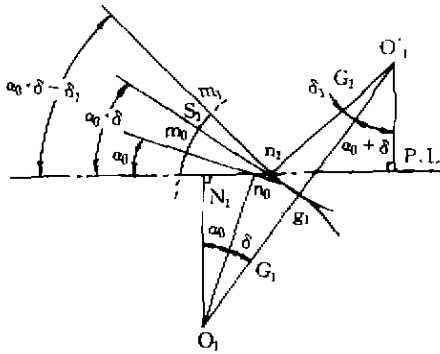


图 1 Logix 齿条齿形的形成原理

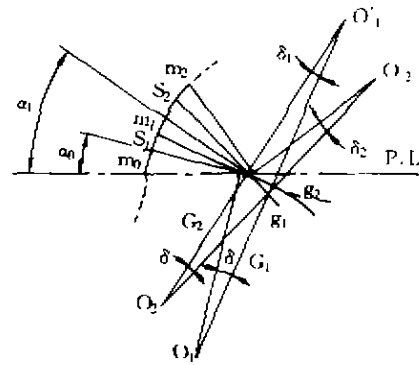


图 2 Logix 齿条齿形的形成过程

1.2 Logix 齿条的齿形计算

若给定初始位置处的参数 α_0, δ, G_1 , 并使 $\rho_{m0} = 0$, 根据 Logix 齿条齿形的形成过程, 可得齿形上任一 $N-P$ 点的曲率半径:

$$\rho_{mk} = \sum_{i=1}^k G_i (\delta - \delta_i) \quad (1)$$

$$\text{其中: } \delta_i = \arccos[2\cos(\alpha_{i-1} + \delta) - \cos\alpha_{i-1}] - (\alpha_{i-1} + \delta) \quad (2)$$

$$\text{齿形上任一 } N-P \text{ 点的压力角: } \alpha_k = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k (\delta + \delta_i) \quad (3)$$

$$n_0 n_k = \sum_{i=1}^k n_{i-1} n_i = \sum_{i=1}^k \frac{G_i (\sin\delta - \sin\delta_i)}{\cos(\alpha_{i-1} + \delta)} \quad (4)$$

图 3 中建立以 n_0 为原点, 以节线为 X_1 轴的坐标系, 由图得 Logix 齿条的坐标方程式为:

$$\begin{cases} x_1 = \pm (n_0 n_k - \rho_{mk} \cos\alpha_k) \\ y_1 = \pm (\rho_{mk} \sin\alpha_k) \end{cases} \quad (5)$$

式中正号用于节线以上的齿形, 负号用于节线以下的齿形。

1.3 Logix 齿轮的齿形计算

如图 4 所示, 已知标准齿条的齿形, 以齿条齿廓与节线的交点为原点, 建立一个和齿条相固连的移动坐标系 $O_1X_1Y_1$, 则在此坐标系中齿条齿廓上 $N-P$ 点的坐标方程可由式 5 表示。齿轮齿条传动, 应满足齿轮节圆与齿条节线作纯滚动的要求。因此, 当已知 Logix 齿条的基准齿形时, 就可以通过坐标变换法求出与之共轭的 Logix 齿轮的齿廓方程。图 4 中, 以节圆与节线的切点 P 为原点建立一个固定坐标系 PXY , 以齿轮转动中心为原点建立一个与之固连的动坐标系 $O_2X_2Y_2$ 。在起始位置, O_1 与 P 重合, Y, Y_1, Y_2 重合。设给定的齿条移动一段

距离 l , 由图知 $l = x_1 + y_1 \operatorname{ctg} \alpha_k$, 则齿轮应转过 φ_2 角, $\varphi_2 = l/r_2$

根据啮合原理^[3], 取 φ_2 以顺时针方向为正方向, 将齿条齿廓曲线在坐标 $O_1 X_1 Y_1$ 中的点变换到坐标 $O_2 X_2 Y_2$ 中, 得到齿轮的齿廓曲线方程:

$$\begin{cases} x_2 = -\rho_{mk} \cos \alpha_k \cos \varphi_2 - (\rho_{mk} \sin \alpha_k - r_2) \sin \varphi_2 \\ y_2 = -\rho_{mk} \cos \alpha_k \sin \varphi_2 + (\rho_{mk} \sin \alpha_k - r_2) \cos \varphi_2 \end{cases} \quad (6)$$

1.4 Logix 齿条中各参数的影响

Logix 齿条除具有渐开线齿条所具有的基本参数以外, 还有一些自己特有的参数, 包括初始压力角 α_0 、相对压力角 δ 和初始基圆半径 G_0 等。这些参数的选择将直接影响到齿条的齿形以及对应齿轮的性能。

1.4.1 初始压力角 α_0 的影响

初始压力角 α_0 对齿条的齿形有重要的影响, 对于不同模数的齿条, 一般要选取不同的初始压力角 α_0 。为提高齿轮的传动效率, α_0 应取较小的值, 但计算后发现, α_0 越小, 齿轮发生根切的可能性越大, 所以取 α_0 过小是危险的。计算发现对于基本的 Logix 齿条, α_0 取 $2^\circ \sim 12^\circ$ 是比较合适的, 并且模数越大, α_0 取值应越小。图 5 所示为 α_0 变化对 Logix 齿条齿形弯曲程度的影响, 由图可知, α_0 越大, 齿条齿形就越弯曲。因为齿条的模数越大, 其齿顶高 $h_a = h_a^* m$ 就越大, 由图 5 可知, 若此时 α_0 取得太大会使得齿顶厚度变得很小而出现齿顶变尖。所以, 对模数较大的齿条, α_0 的取值应较小。

1.4.2 初始基圆半径 G_0 的影响

在计算齿条、齿轮齿廓曲线时, 有一个参数为基圆半径 G_0 。经过试算, 得到一个计算 G_0 的公式: $G_0 = G_0 [1 - \sin(0.6\alpha_0)]$ 。这个公式主要用于一般的 Logix 齿条的齿形。由公式可知, G_0 受两个参数的影响, 一是初始基圆半径 G_0 , 一是压力角 α_0 。图 6 是当 α_0 和 δ 的值一定时, G_0 的取值对 Logix 齿条齿形变曲程度的影响。由图可知, 随着 G_0 的增大, 齿条的齿形将变得较直, 反之, 随着 G_0 的减小, 齿条的齿形将变得更弯曲。因此, 对模数较大的齿条, 应取较大的 G_0 值。

1.4.3 相对压力角 δ 的影响

相对压力角 δ 对于 Logix 齿条齿廓上相对曲率为零的点 ($N-P$ 点) 的数目有重要的影

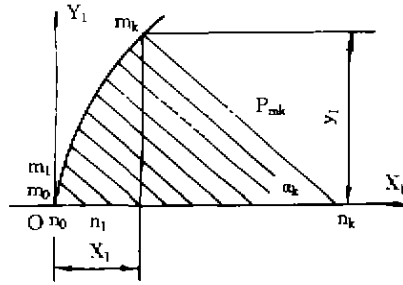


图 3 Logix 齿条坐标示意图

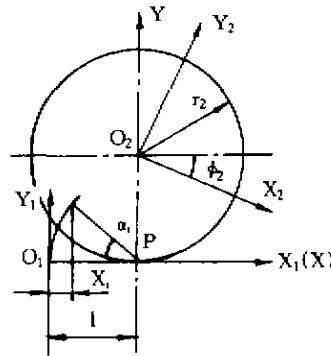


图 4 Logix 齿轮的齿形

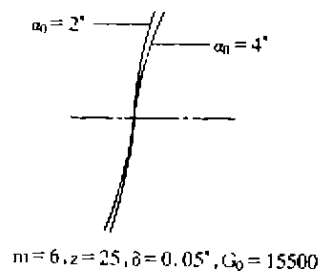


图 5 α_0 的变化对齿条齿形的影响

响。计算可知, δ 值越小, 则 $N-P$ 点的数量越大。当 δ 为 0.0006° 时, $N-P$ 点的数目可以达到几万个, 而 $N-P$ 点的数量越大, 齿轮在啮合时相对曲率为零的点越多, 齿轮间相对滑动的时间越少, 相对滚动的时间越多, 从而减少了齿面的磨损, 增加了齿轮的寿命和承载能力。

图 7 所示为 δ 的变化对 Logix 齿条齿形弯曲程度的影响。由图可知, δ 值越小, 则齿形越变曲, 反之则越平直。在 δ 较小时, 为了使齿廓平直一些, 则对相同模数的齿条要取更大的 G_0 值。 δ 值越小齿轮性能越好, 但考虑到制造加工方面的限制, 在此取 $\delta = 0.05^\circ$ 。

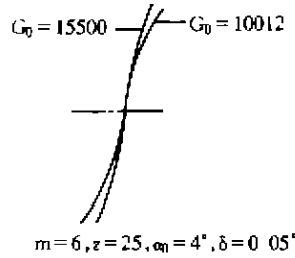


图 6 G_0 的变化对齿条齿形的影响

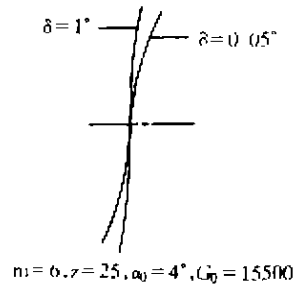


图 7 δ 的变化对齿条齿形的影响

2 Logix 齿轮的齿根过渡曲线

齿根过渡曲线有多种形式, 过渡曲线对于齿轮轮齿的弯曲强度具有重要的意义。目前, 常用的过渡曲线主要有五种形式^[4]。经理论推导及实验研究后可知: 齿轮型刀具加工的齿轮弯曲疲劳强度最高, 齿条型刀具加工的齿轮弯曲疲劳强度居中, 齿根过渡曲线为一整段圆弧者弯曲疲劳强度最低。而顶部为一整段圆弧的刀具加工出的齿轮比顶部为两个圆角的刀具加工出的齿轮, 强度要高。

如采用齿条型刀具加工, 且刀具顶部为一整段圆弧, 则刀具如图 8 所示:

由图 8 可知:

$$\left[\frac{s}{2} - x_{11}t(k)\right]^2 + (\rho - c_s m)^2 = \rho^2$$

推导后求得:

$$\rho = \frac{c_s m}{2} + \frac{\left[\frac{s}{2} - x_{11}t(k)\right]^2}{2c_s m}$$

在以上各式中, s 为 Logix 齿条分度圆上的齿厚, $x_{11}t(k)$ 为齿条节线以上齿廓曲线的横坐标, ρ 为齿条加工刀具齿顶圆角半径, c_s 为径向间隙系数, m 为齿轮的模数。

图中 A 点是齿顶圆弧的圆心, A_1 和 A_2 为齿顶圆弧与两齿侧的切点。齿轮的过渡曲线就是当齿条型刀具的节线与被加工的齿轮的节圆作纯滚动时, 由圆弧 A_1A_2 包络出来的曲线。根据齿轮啮合原理可知, A_1A_2 包络出来的过

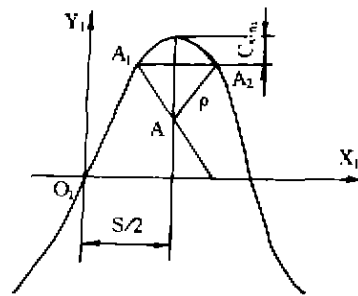


图 8 齿条型刀具尺寸图

渡曲线应该是 A 点的运动轨迹(延伸渐开线)的法向等距线。

过渡曲线的方程式可以用齿形法线法^[3]求得。如图 9 所示,若用 ξ 作为表示动点 N 位置的参数,则 $\xi \in (\xi_2, \xi_1)$ 。

$$\xi_2 = \arctg\left(\frac{\rho - c_2 m}{\frac{s}{2} - x_{11} t(k)}\right)$$

$$\xi_1 = \frac{\pi}{2} + \xi_2 = \frac{\pi}{2} + \arctg\left(\frac{\rho - c_2 m}{\frac{s}{2} - x_{11} t(k)}\right)$$

为计算方便起见,根据图形的对称性,只取 $\xi \in (\pi/2, \xi_1)$ 的区间进行计算。圆弧 $A_1 A_2$ 的方程式为:

$$\begin{cases} x_{1n} = \rho \cos \xi + \frac{s}{2} \\ y_{1n} = \rho \sin \xi + y_{11} t(k) + c_2 m - \rho \end{cases} \quad (7)$$

根据齿形法线法可得: $\text{tg} \gamma = \frac{\rho \cos \xi}{-\rho \sin \xi} = -\text{ctg} \xi$

要使得动点 N 成为啮合点,齿条要从起始位置沿节线平移距离 l_n : $l_n = x_{1n} + y_{1n} \text{tg} \gamma$ (8)

若计算所得的 l_n 为正值,表示齿条要从起始位置向左移动;若算得的 l_n 为负值,则表示齿条要从起始位置向右移动。由啮合原理知 $l_n = r_2 \varphi_{2n}$, 所以 $\varphi_{2n} = \frac{l_n}{r_2}$

由坐标变换可得 Logix 齿轮齿根过渡曲线的方程式为:

$$\begin{cases} x_{2n} = (x_{1n} - l_n) \cos \varphi_{2n} - (y_{1n} - r_2) \sin \varphi_{2n} \\ y_{2n} = (x_{1n} - l_n) \sin \varphi_{2n} + (y_{1n} - r_2) \cos \varphi_{2n} \end{cases} \quad (9)$$

3 齿轮齿形的图形仿真

根据本文所推导的 Logix 齿条、齿轮的计算公式,编制相应的软件。输入 Logix 齿轮的初始参数,包括:模数 m 、齿数 z 、齿顶高系数 h_a^* 、径向间隙系数 c^* 、初始压力角 α_0 、相对压力角 δ 、初始基圆半径 G_{11} 等,即可绘出 Logix 齿条、齿轮的图形。

图 10 为模数为 6,齿数为 20 的 Logix 齿条的图形。图 11 为模数为 6,齿数为 20 的 Logix 齿轮的图形。

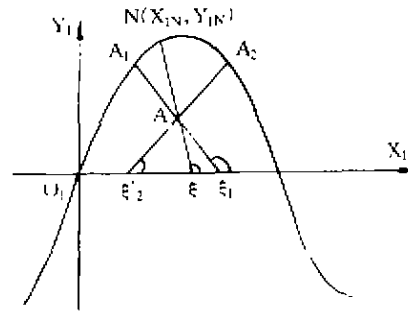


图 9 齿条型刀具齿顶坐标示意图

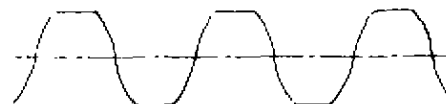


图 10 Logix 齿条的图形

$m = 6, z = 20, \alpha = 4^\circ, \delta = 0.05^\circ, \kappa_0 = 12000$

4 结论

(1) 本文基于啮合理论推导了 Logix 齿条、齿轮的齿廓曲线方程, 讨论了 Logix 齿轮的各参数对其齿形的影响及其选取原则, 得出了齿根过渡曲线的坐标方程。

(2) Logix 齿轮传动满足齿轮啮合基本定理, 能实现定传动比传动, 且齿廓上微段渐开线的结合点在啮合时的相对曲率为零, 因而该齿廓具有较好的啮合特性。

(3) 根据齿形形成原理, 进行了 Logix 齿轮及其齿条的计算机图形仿真。所绘图形表明了理论推导的正确性。

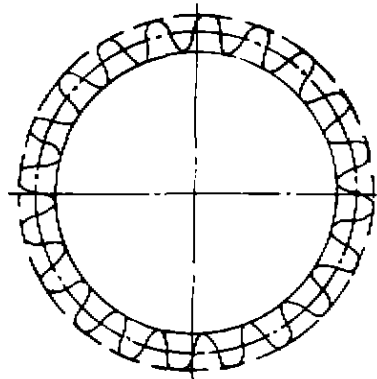


图 11 Logix 齿轮的图形

参考文献:

- [1] Kojima T, Nagata S. A new gear profile of relative curvature being zero at contact points[A]. Proceeding of International Conference on Gearing[C]. China: CMES, 1988. (1): 39 - 42.
- [2] Kojima T, Anaga Y, Nagata S. A new gear profile having zero relative curvature at many contact points[J]. Transactions of the ASME, 1990, 112(3): 430 - 436.
- [3] 吴序章. 齿轮啮合原理[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982.
- [4] 吴继泽, 王统. 齿根过渡曲线与齿根应力[M]. 北京: 国防工业出版社, 1989.

Study on constructing principle of Logix gear

LI Rong - gang¹, LI Jian - feng², FENG Xian - ying²

(1. College of Light Chemistry and Environmental Engineering, Shandong Institute of Light Industry, Jinan 250100, China; 2. College of Mechanical Engineering Shandong University, Jinan 250061, China)

Abstract: Logix gear is a new gear produced based on new tooth profile theory. The profile curve equation of rack and gear are derived based on the constructing principle of the tooth profile. The effect of tooth profile's parameters on tooth profile and principle of choosing parameters are discussed. The curve equation of dedendum transition curve is given. Figure simulating programs of rack and gear are developed based on the analysis of constructing principle of Logix gear.

Key words: gear; Logix tooth profile; meshing theory