

## Logix 齿轮的形成原理\*

李剑峰 李荣刚<sup>①</sup> 冯显英

(250061 山东省济南市 山东大学机械工程学院)

① (250100 山东省济南市 山东轻工业学院轻化工程系)

**摘要** Logix 齿轮是依据全新的齿形理论所提出的一种新型齿轮. 在分析研究 Logix 齿形形成原理的基础上, 推导了 Logix 齿条、齿轮的齿廓曲线方程, 得出了齿根过渡曲线的齿廓曲线方程. 为 Logix 齿轮的计算机辅助设计和 Logix 齿轮的加工提供了理论依据.

**关键词** 齿轮; 齿形; 啮合原理/Logix 齿形

**中图分类号** TH132 **文献标识码**: A

**文章编号**: 1000-5323-(2002)01-0030-04

## CONSTRUCTING PRINCIPLE OF LOGIX GEAR

LI Jian-feng LI Rong-gang<sup>①</sup> FENG Xian-ying

(School of Mech. Eng., Shandong Univ., Jinan City, Shandong Province 250061, China)

① (Dept. of Light Chem. Eng., Shandong Institute. of Light Indus., Jinan City, Shandong Province 250100, China)

**ABSTRACT** Logix gear is a new gear based on new tooth profile theory. Based on the forming principle of the Logix gear tooth profile, the profile equations of Logix rack and Logix gear are obtained. The equation of dedendum transition curve is given. The study lays a foundation for the computer aided design and manufacturing of Logix gears.

**KEY WORDS** Gears; Tooth forms; Theories of engagement/Logix tooth profile

## 0 前言

随着生产的发展和科技的进步, 要求齿轮传动的性能不断提高. 80 年代后期, 为了满足对齿轮高速重载和小型化的要求, 日本学者小守勉用新的齿形理论, 提出了名为 Logix 齿轮的新型齿轮<sup>[1,2]</sup>, 其齿形由许多微段渐开线连接而成, 采用对称的凸凹啮合形式, 且微段渐开线的结合点在啮合时的相对曲率为零. 和渐开线齿轮相比, Logix 齿轮的承载能力和耐磨性显著提高, 且克服了圆弧齿轮的缺点. Logix 齿轮的另一突出优点是可以设计成少齿数齿轮, 易于实产品的小型化, 紧凑化. 本文研究了

Logix 齿轮的形成原理.

## 1 Logix 齿条

## 1.1 Logix 齿条齿廓曲线的形成原理

Logix 齿条的齿廓曲线是由许多微段渐开线连接而成的. 如图 1 所示, 取一点  $O_1$  并作夹角为  $\alpha_0$  的两射线  $O_1n_0$  和  $O_1N_1$ . 作节线  $PL$  垂直于  $O_1N_1$ , 交两射线于  $N_1$  和  $n_0$  点, 并满足  $O_1n_0 = G_1$ . 然后选定  $\delta$  角 ( $\delta$  角为给定的压力角参数) 做出  $O_1O_1' = 2G_1$ , 以  $O_1$  和  $O_1'$  为圆心, 以  $G_1$  为半径分别作相切的两个基圆, 两基圆和节线  $PL$  分别交于  $n_0$  点

和  $n_1$  点. 若两圆的公共发生线为  $g_1s_1$ , 按渐开线形成原理, 微段渐开线  $m_0s_1$  和  $s_1m_1$  分别是发生线  $g_1s_1$  沿  $O_1$  和  $O_1'$  的基圆滚过弧长  $g_1n_0$  和  $g_1n_1$  形成的. 因此, 微段渐开线在两端点  $m_0$  和  $m_1$  (称为  $N-P$  点, 在这类点处啮合时的相对曲率为 0) 的曲率中心分别为节线上的  $n_0$  和  $n_1$  点.

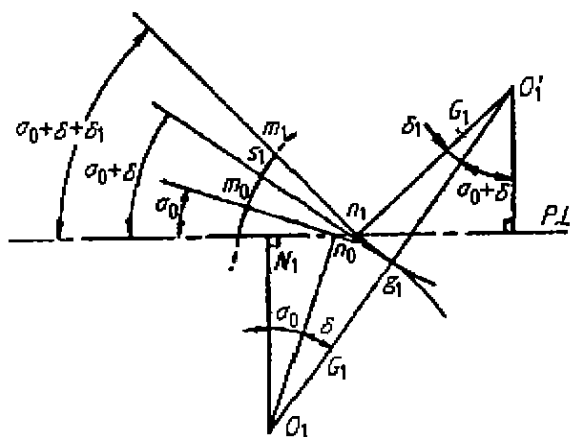


图 1 Logix 齿条齿形的形成原理  
Fig. 1 Constructing principle of Logix-rack tooth profile

构造过程是一种递推过程, 下一微段  $m_1m_2$  的压力角应比上一微段的压力角有一增量,  $m_1$  点处上下两微段应光滑连接,  $m_1, m_2$  点的曲率中心在节线上. 如图 2 所示, 过  $O_1'$  点作与  $O_1O_1'$  成  $\delta_1$  夹角的线段  $O_1'O_2$  并交节线于  $n_1$  点, 使  $O_2n_1$  长度等于  $G_2$  ( $G_1, G_2 \dots$  满足一定的变化规律), 重复以上步骤可得下一微线段  $m_1m_2$ . 如此依次进行下去, 就可得到所需的齿廓曲线.

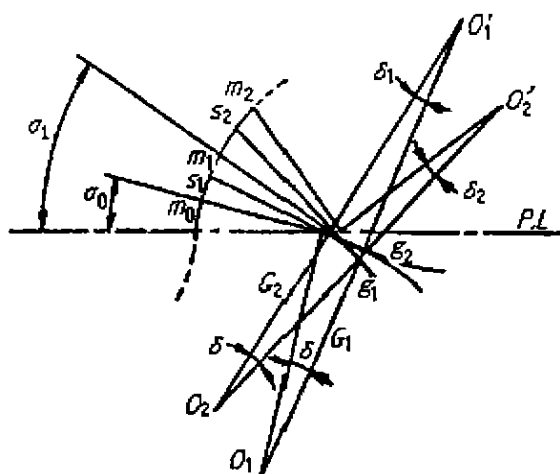


图 2 Logix 齿条齿形的形成过程  
Fig. 2 Forming process of Logix-rack tooth profile

基本齿条节线以下齿廓的形成与节线以上齿廓的形成原理相同. 齿形的曲率中心都在节线上, 齿形在节线以上为凸, 节线以下为凹, 这样的齿条加工出的齿轮保证了凸凹的啮合形式, 且有很多相对曲率为零的点 ( $N-P$  点).

### 1.2 Logix 齿条的齿形计算

若给定初始位置处的参数  $\alpha_0, \delta, G_1$ , 并使  $\rho_{m0} = 0$ , 根据 Logix 齿条齿形的形成过程, 可得齿形上任一  $N-P$  点的曲率半径:

$$\rho_{mk} = \sum_{i=1}^k G_i (\delta - \delta_i) \quad (1)$$

其中:  $\delta_i = \arccos[2\cos(\alpha_{i-1} + \delta) - \cos\alpha_{i-1}] - (\alpha_{i-1} + \delta)$

齿形上任一  $N-P$  点的压力角:

$$\alpha_k = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k (\delta + \delta_i) \quad (2)$$

$$n_0n_k = \sum_{i=1}^k n_{i-1}n_i = \sum_{i=1}^k \frac{G_i (\sin\delta - \sin\delta_i)}{\cos(\alpha_{i-1} + \delta)} \quad (3)$$

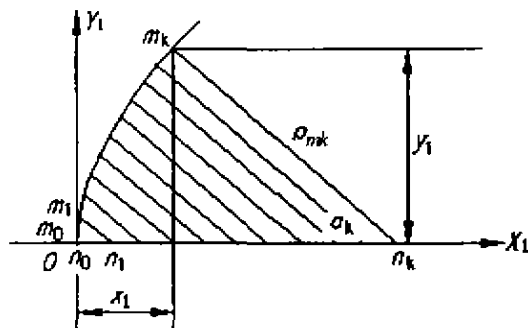


图 3 Logix 齿条坐标示意  
Fig. 3 Coordinate of Logix-rack

图 3 中建立以  $n_0$  为原点, 以节线为  $X_1$  轴的坐标系, 由图得 Logix 齿条的坐标方程式为:

$$\begin{cases} x_1 = \pm (n_0n_k - \rho_{mk}\cos\alpha_k) \\ y_1 = \pm (\rho_{mk}\sin\alpha_k) \end{cases} \quad (4)$$

式中正号用于节线以上的齿形, 负号用于节线以下的齿形.

## 2 Logix 齿轮

### 2.1 Logix 齿轮的齿形计算

如图 4 所示, 已知标准齿条的齿形, 以齿条齿廓与节线的交点为原点, 建立一个和齿条相固连的移

动坐标系  $O_1X_1Y_1$ , 则在此坐标系中齿条齿廓上  $N$ - $P$  点的坐标方程可由式(4)表示. 齿轮齿条传动, 应满足齿轮节圆与齿条节线作纯滚动的要求. 因此, 当已知 Logix 齿条的基准齿形时, 就可以通过坐标变换法求出与之共轭的 Logix 齿轮的齿廓方程. 图 4 中, 以节圆与节线的切点  $P$  为原点建立一个固定坐标系  $PXY$ , 以齿轮转动中心为原点建立一个与之固连的动坐标系  $O_2X_2Y_2$ . 在起始位置,  $O_1$  与  $P$  重合,  $Y, Y_1, Y_2$  重合. 设给定的齿条移动一段距离  $l$ , 由图知  $l = x_1 + y_1 \text{ctg} \alpha_k$ , 则齿轮应转过  $\varphi_2$  角,  $\varphi_2 = l/r_2$ .

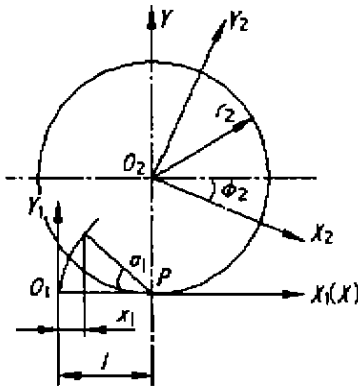


图 4 Logix 齿轮的齿形  
Fig. 4 Tooth profile of Logix gear

根据啮合原理<sup>[3]</sup>, 取  $\varphi_2$  以顺时针方向为正方向, 将齿条齿廓曲线在坐标  $O_1X_1Y_1$  中的点变换到坐标  $O_2X_2Y_2$  中, 得到齿轮的齿廓曲线方程:

$$\begin{cases} x_2 = -\rho_{mk} \cos \alpha_k \cos \varphi_2 - (\rho_{mk} \sin \alpha_k - r_2) \sin \varphi_2 \\ y_2 = -\rho_{mk} \cos \alpha_k \sin \varphi_2 + (\rho_{mk} \sin \alpha_k - r_2) \cos \varphi_2 \end{cases} \quad (5)$$

### 2.2 Logix 齿轮的齿根过渡曲线

齿根过渡曲线有多种形式, 过渡曲线对于齿轮轮齿的弯曲强度具有重要的意义. 目前, 常用的过渡曲线主要有五种形式<sup>[4]</sup>. 经理论推导及实验研究可知: 齿条型刀具加工的齿轮弯曲疲劳强度最高, 齿条型刀具加工的齿轮弯曲疲劳强度居中, 齿根过渡曲线为一整段圆弧者弯曲疲劳强度最低. 而顶部为一整段圆弧的刀具加工出的齿轮比顶部为两个圆角的刀具加工出的齿轮强度要高.

如采用齿条型刀具加工, 且刀具顶部为一整段圆弧, 则刀具如图 5 所示:

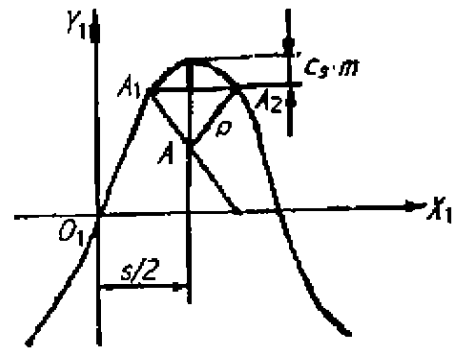


图 5 齿条型刀具尺寸图  
Fig. 5 Dimension of rack cutter

由图 5 可知:  $[\frac{s}{2} - x_{11r}(k)]^2 + (\rho - c_s m)^2 =$

$$\rho^2; \text{推导后求得: } \rho = \frac{c_s m}{2} + \frac{[\frac{s}{2} - x_{11r}(k)]^2}{2c_s m}$$

在以上各式中,  $s$  为 Logix 齿条分度圆上的齿厚,  $x_{11r}(k)$  为齿条节线以上齿廓曲线的横坐标,  $\rho$  为齿条加工刀具齿顶圆角半径,  $c_s$  为径向间隙系数,  $m$  为齿轮的模数.

图中  $A$  点是齿顶圆弧的圆心,  $A_1$  和  $A_2$  为齿顶圆弧与两齿侧的切点. 齿轮的过渡曲线就是当齿条型刀具的节线与被加工的齿轮的节圆作纯滚动时, 由圆弧  $A_1A_2$  包围出来的曲线. 由齿轮啮合原理可知,  $A_1A_2$  包围出来的过渡曲线应该是  $A$  点的运动轨迹(延伸渐开线)的法向等距线.

过渡曲线的方程式可以用齿形法线法<sup>[3]</sup>求得. 如图 6 所示, 若用  $\xi$  作为表示动点  $N$  位置的参数,  $\xi \in (\xi_2', \xi_1)$ .

$$\xi_2' = \arctg\left(\frac{\rho - c_s m}{\frac{s}{2} - x_{11r}(k)}\right),$$

$$\xi_1 = \frac{\pi}{2} + \xi_2' = \frac{\pi}{2} + \arctg\left(\frac{\rho - c_s m}{\frac{s}{2} - x_{11r}(k)}\right)$$

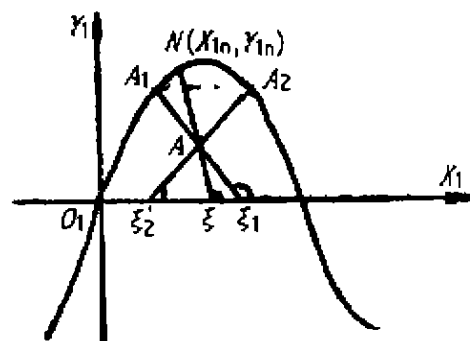


图 6 齿条型刀具齿顶坐标示意图  
Fig. 6 Addendum coordinate of rack cutter

为计算方便起见,根据图形的对称性,只取  $\xi \in (\pi/2, \xi_1)$  的区间进行计算. 圆弧  $A_1A_2$  的方程式为:

$$\begin{cases} x_{1n} = \rho \cos \xi + \frac{s}{2} \\ y_{1n} = \rho \sin \xi + y_{11r}(k) + c_3 m - \rho \end{cases} \quad (6)$$

根据齿形法线法可得:  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\rho \cos \xi}{-\rho \sin \xi} = -\operatorname{ctg} \xi$

要使得动点  $N$  成为啮合点,齿条要从起始位置沿节线平移距离  $l_n$ :

$$l_n = x_{1n} + y_{1n} \operatorname{tg} \gamma = \frac{s}{2} + (\rho - y_{11r}(k) - c_3 m) \operatorname{ctg} \xi \quad (7)$$

若计算所得的  $l_n$  为正值,表示齿条要从起始位置向左移动;若算得的  $l_n$  为负值,则表示齿条要从起始位置向右移动. 由啮合原理知  $l_n = r_2 \varphi_{2n}$ , 所以

$$\varphi_{2n} = \frac{l_n}{r_2}$$

由坐标变换可得 Logix 齿轮齿根过渡曲线的方程式为:

$$\begin{cases} x_{2n} = (x_{1n} - l_n) \cos \varphi_{2n} - (y_{1n} - r_2) \sin \varphi_{2n} \\ y_{2n} = (x_{1n} - l_n) \sin \varphi_{2n} + (y_{1n} - r_2) \cos \varphi_{2n} \end{cases} \quad (8)$$

### 3 结论

Logix 齿轮传动满足齿轮啮合基本定理,能实现定传动比传动,且齿廓上微段渐开线的结合点在啮合时的相对曲率为零,因而该齿廓具有较好的啮合特性.

基于 Logix 齿轮的形成过程和啮合理论推导的 Logix 齿条、齿轮的齿廓曲线方程,并得出的齿根过渡曲线坐标方程,为 Logix 齿轮的计算机辅助设计和 Logix 齿轮的加工提供了理论依据.

### 参 考 文 献

- [1] Komori T, Nagata S. A new gear profile of relative curvature being zero at contact points. In: Proc of Inter Conf on Gearing[C]. China, CMES, 1988(1): 39~42.
- [2] Komori T, Ariga Y, Nagata S. A new gear profile having zero relative curvature at many contact points[J]. Trans of the ASME, 1990, 12(3): 430~436.
- [3] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 北京:机械工业出版社, 1982. 62~75.
- [4] 吴继泽,王统. 齿根过渡曲线与齿根应力[M]. 北京:国防工业出版社, 1989. 5~7.



李剑峰 教授

作者简介 李剑峰,男,1963年1月生,博士、教授、博士生导师,博士后流动站教师,机械工程学院院长. 1985年、1990年、1994年在山东大学分别获工学学士、硕士和博士学位. 在国内外学术刊物发表论文60余篇,第一作者的论文中有20余篇分别被SCI和EI收录. 目前主要从事

新型齿轮设计及动态性能分析、基于环境意识的计算机辅助设计与制造等方面的研究. 李荣刚,男,1972年生,硕士,讲师. 冯显英,男,1965年生,博士,副教授.