

文章编号:1004-2539(2003)04-0012-04

LogiX 齿形的数学模型及其参数选择

(山东大学机械工程学院, 山东 济南 260061) 冯显英 王爱群 艾 兴

摘要 基于 LogiX 齿形的构造原理,建立了 LogiX 齿形的数学模型,分析了 LogiX 齿轮特有的基本参数对其齿形和齿轮啮合性能的影响及其合理选择,从而丰富和发展了新型齿廓的理论体系,对 LogiX 齿轮的推广应用,具有重要意义。

关键词 LogiX 齿形 构造原理 数学模型 参数选择

前言

齿轮作为机械传动的主要组件用来传递运动和动力,它的精度和性能直接影响到机器的性能。现代科技和生产的发展,要求齿轮传动的动态性能不断优化。

在齿轮传动中,决定其动态性能优劣的最基本要素就是齿轮的齿形。为了满足不同的使用场合,人们在实践中发展了诸多不同的齿形。由于渐开线齿形具有诸多优点,因此今天已占据了绝对的优势。但随着科技和生产发展的需要,为了弥补渐开线齿形的不足和满足不同的使用场合,相继出现了一些其它形式的齿形。为了满足高速重载和小型化的要求,基于基本渐开线齿形,日本学者小守勉 20 世纪 80 年代末提出了一种新型齿廓,称之为 LogiX 齿形^[1]。作为一种新型齿廓,LogiX 齿形从理论到实际都还有许多未知的领域有待于进一步的研究。为此,在国家自然科学基金的资助下,本文对这种新型齿廓作了进一步研究,对完善其啮合理论体系,加速和普及其推广应用,具有重要意义。

所示。

本文主要讨论激波器与活齿的相对滑动的问题。同样道理,活齿与中心轮之间亦存在相对滑动,而且两组的相对滑动速度不同,必然导致活齿的滚针轴承无法形成局部自由度。为解决这一问题,我们将活齿上的滚针轴承分成两组,一组与激波器啮合,另外一组与中心轮啮合,以便分别形成局部自由度,变滑动为滚动,解决激波器的胶合问题。

3 结论

本文从激波器相对速度的变化规律的分析中得出激波器产生胶合的原因,并通过改变活齿结构消除激

1 LogiX 齿轮简介

1.1 LogiX 齿形构造原理

LogiX 齿形是由许多微段渐开线连接而成的。如图 1 所示,取一点 O_1 并作夹角为 α_0 的两射线 O_1n_0 和 O_1N_1 。作节线 PL 垂直于 O_1N_1 ,交两射线于 N_1 和 n_0 点,并满足 $O_1n_0 = G_1$ 。然后以给定的压力角参数 δ 角,作 $O_1O_1' = 2G_1$,以 O_1 和 O_1' 为圆心,以 G_1 为半径分别作相切的两个基圆,两基圆和节线 PL 分别交于 n_0 点和 n_1 点,若两圆的公共发生线为 g_1s_1 ,按渐开线

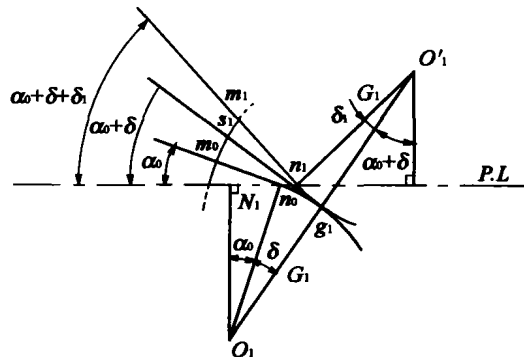


图 1 LogiX 基准齿条齿形的形成原理

波器与活齿间的相对滑动,变滑动和相对约束滑动为纯滚动,从而较好的解决激波器的胶合问题,延长激波器的使用寿命。

参 考 文 献

- 1 曲继方. 活齿传动理论. 北京:机械工业出版社,1993
- 2 吴序堂. 齿轮啮合原理. 北京:机械工业出版社,1982
- 3 陈和仲,樊庆文,侯力等. 摆动活齿传动内齿圈齿形计算的新方法,四川大学学报(工程科学版),2002(2)
- 4 孙桓,陈作模. 机械原理(第五版). 北京:高等教育出版社,1997

收稿日期:20021202

作者简介:王小龙(1978-),男,黑龙江齐齐哈尔市人,硕士

形成原理,微段渐开线 m_0s_1 和 s_1m_1 分别是发生线 g_1s_1 沿 O_1 和 O_1' 的基圆滚过弧长 g_1n_0 和 g_1n_1 形成的。整个齿廓的构造过程是一个递推过程,重复以上步骤可得下一微线段 m_1m_2 。下一微段渐开线 m_1m_2 的压力角应比上一微段渐开线的压力角有一增量,基圆半径取值满足一定的变化规律^[2],且各不同微段渐开线连接应平滑,这样连接点的曲率中心在节线上。依次进行下去,就可得到所需的整个齿廓曲线。基准齿条节线以下齿廓的形成与节线以上齿廓的形成原理相同。

1.2 LogiX 齿轮特点

依据齿轮啮合理论,按照上述规则原理构造的 LogiX 齿形齿轮凸凹对称啮合,且各微段渐开线的接合点在啮合时的相对曲率为零(这些点被称为零点或 $N-P$ 点)。齿形上大量零点的啮合使其滑动系数变的很小,基本上实现了滚动摩擦,于是增加了齿轮表面的接触疲劳强度。

研究表明,在相同条件下,LogiX 齿轮的齿面接触疲劳强度约为渐开线齿轮的 3 倍,弯曲疲劳强度约为渐开线齿轮的 2.5 倍。同时,LogiX 齿形的另一突出优点是可以设计成少齿数齿轮,最少齿数可以降到 3~4 个,比渐开线最少齿数 14~17 小的多,从而实现了大传动比传动。显然,新型齿轮不同于常规标准渐开线齿轮的这些特点,对改善动力机械传动的性能和质量,实现产品设计重载化、小型化、长寿命和结构的紧凑化,具有极其重要的意义。

2 LogiX 齿廓曲线的数学模型

2.1 LogiX 齿条齿廓数学模型

对 LogiX 齿廓,可分为图 2 所示的 4 段来处理。依据其成形原理可知齿形的曲率中心都应在节线上,且齿形在节线以上为凸,节线以下为凹。取其齿形段 2 建立如图 3 所示的坐标系,齿条节线与齿廓微段渐开线初始展开段交于端点 m_0 重合,并与坐标系原点 O 重合。

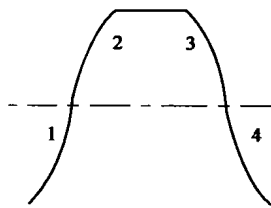


图 3 LogiX 齿条齿形

按上述坐标系的建立,LogiX 齿条节线处初始位置齿廓微段渐开线 m_0m_1 的形成过程如图 5 所示。

给定 α_0, δ, G_1 , 及 $\rho_{m0} = 0$, 则由渐开线的性质得渐开线在 s_1 点的曲率半径为

$$\rho_{s1} = G_1\delta \quad \text{及} \quad \rho_{s1} = \rho_{m1} + G_1\delta_1$$

所以微段渐开线在 m_1 点的曲率半径和压力角分别为

$$\rho_{m1} = \rho_{s1} - G_1\delta_1 = G_1(\delta - \delta_1) \quad (1)$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \delta + \delta_1 \quad (2)$$

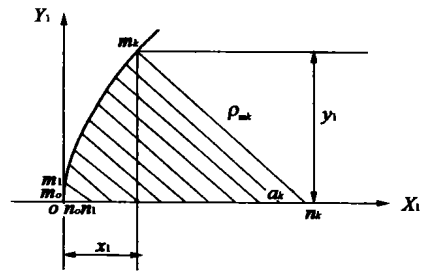


图 4 LogiX 齿条坐标建立

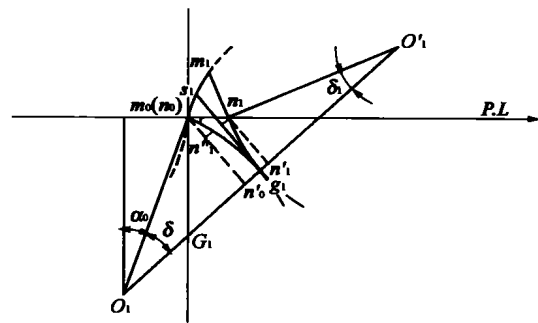


图 5 初始位置微段渐开线的形成过程

图中 n_0n_0', n_1n_1' 均垂直于 O_1O_1' , n_1n_1'' 垂直于 n_0n_0' , $\Delta n_0n_1n_1''$ 为直角三角形。由几何关系可得

$$\tan(\alpha_0 + \delta) = \frac{2G_1 - G_1\cos\delta - G_1\cos\delta_1}{G_1\sin\delta - G_1\sin\delta_1} = \frac{2 - (\cos\delta + \cos\delta_1)}{\sin\delta - \sin\delta_1}$$

$$\text{即} \quad \frac{\sin(\alpha_0 + \delta)}{\cos(\alpha_0 + \delta)} = \frac{2 - (\cos\delta + \cos\delta_1)}{\sin\delta - \sin\delta_1} \quad (3)$$

根据 LogiX 齿条齿形的形成过程和式(1)、式(2)、式(3)可得齿形上任一 $N-P$ 点的曲率半径为

$$\rho_{mi} = \rho_{mi-1} + G_i(\delta - \delta_i)$$

$$\text{当 } i = k \text{ 时, 因 } \rho_{m0} = 0$$

$$\rho_{mk} = G_1(\delta - \delta_1) + G_2(\delta - \delta_2) + \dots + G_k(\delta - \delta_k) = \sum_{i=1}^k G_i(\delta - \delta_i) \quad (4)$$

齿形上任一点的压力角由图 1 可递推得

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + (\delta + \delta_i)$$

而当 $i = k$ 时

$$\alpha_k = \alpha_0 + (\delta + \delta_1) + (\delta + \delta_2) + \dots + (\delta + \delta_k) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k (\delta + \delta_i) = \alpha_0 + k\delta + \sum_{i=1}^k \delta_i \quad (5)$$

同样由 $n_{i-1}n_i = \frac{G_i(\sin\delta - \sin\delta_i)}{\cos(\alpha_{i-1} + \delta)}$ 可推得

$$n_0n_k = \sum_{i=1}^k n_{i-1}n_i = \sum_{i=1}^k \frac{G_i(\sin\delta - \sin\delta_i)}{\cos(\alpha_{i-1} + \delta)} \quad (6)$$

因此,LogiX 齿条第 2 段的坐标方程为

$$\begin{cases} x_1 = n_0 n_k - \rho_{mk} \cos \alpha_k \\ y_1 = \rho_{mk} \sin \alpha_k \end{cases} \quad (7)$$

由齿形的形成过程并由几何关系可得齿廓第 1 段的坐标方程为

$$\begin{cases} x_1 = -(n_0 n_k - \rho_{mk} \cos \alpha_k) \\ y_1 = -\rho_{mk} \sin \alpha_k \end{cases} \quad (8)$$

齿廓第 3 段的坐标方程为

$$\begin{cases} x_1 = s - (n_0 n_k - \rho_{mk} \cos \alpha_k) \\ y_1 = \rho_{mk} \sin \alpha_k \end{cases} \quad (9)$$

齿廓第 4 段的坐标方程为

$$\begin{cases} x_1 = s + n_0 n_k - \rho_{mk} \cos \alpha_k \\ y_1 = -\rho_{mk} \sin \alpha_k \end{cases} \quad (10)$$

2.2 LogiX 齿轮齿廓数学模型

如图 6 所示,已知标准齿条的齿形,以齿条齿廓与节线的交点为原点,建立一个和齿条相固连的运动坐标系 $O_1 X_1 Y_1$,则在此坐标系中齿条齿廓上 $N-P$ 点的坐标方程可由式(7)表示。

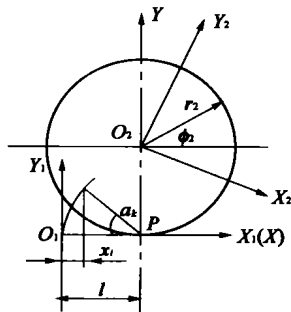


图 6 LogiX 齿轮的齿形

齿轮齿条传动,应满足齿轮节圆与齿条节线作纯滚动的要求。因此,当

已知 LogiX 齿条的基准齿形时,就可以通过坐标变换法求出与之共轭的 LogiX 齿轮的齿廓方程。图 6 中,以节圆与节线的切点 P 为原点建立一个固定坐标系 PXY ,以齿轮转动中心为原点建立一个与之固连的动坐标系 $O_2 X_2 Y_2$ 。在起始位置, O_1 与 P 重合, Y, Y_1, Y_2 重合。设给定的齿条移动一段距离 l ,由图知 $l = x_1 + y_1 \cot \alpha_k$,则齿轮应转过 φ_2 角, $\varphi_2 = l/r_2$ 。根据啮合原理^[3],将齿条齿廓曲线在动坐标 $O_1 X_1 Y_1$ 中的点变换到定坐标 OXY 中

$$\begin{cases} x = x_1 - l = -y_1 \cot \alpha_k = -\rho_{mk} \cos \alpha_k \\ y = y_1 = \rho_{mk} \sin \alpha_k \end{cases} \quad (11)$$

上式为齿条和齿轮的啮合线方程式。取 φ_2 以顺时针方向为正方向,将上式变换到 $O_2 X_2 Y_2$ 中,便得到齿轮齿廓上对应的方程

$$\begin{cases} x_2 = x \cos \varphi_2 - (y - r_2) \sin \varphi_2 \\ y_2 = x \sin \varphi_2 + (y - r_2) \cos \varphi_2 \end{cases}$$

将(11)式代入整理可得 LogiX 齿轮齿廓曲线坐标第一象限方程式

$$\begin{cases} x_2 = -\rho_{mk} \cos \alpha_k \cos \varphi_2 - (\rho_{mk} \sin \alpha_k - r_2) \sin \varphi_2 \\ y_2 = -\rho_{mk} \cos \alpha_k \sin \varphi_2 + (\rho_{mk} \sin \alpha_k - r_2) \cos \varphi_2 \end{cases} \quad (12)$$

同理,也可得对应基准齿条齿廓的 LogiX 齿轮的其余 3 段的方程式(略)。

3 LogiX 齿廓基本参数对齿形和啮合性能的影响和合理选择

LogiX 齿廓除具有渐开线齿廓所具有的基本参数以外,还有其特有的基本参数,包括初始压力角 α_0 、相对压力角 δ 和初始基圆半径 G_0 等。这些参数的选择直接影响到齿形形状,进而影响到 LogiX 齿轮的啮合性能、强度、耐磨性等。

3.1 初始压力角 α_0 的影响及选择

初始压力角 α_0 对齿形有很重要的影响,对于不同模数的齿轮,一般要选取不同的初始压力角 α_0 。实际计算时,为提高齿轮的传动效率,首先想到选取 α_0 为 0° ,但计算后发现,用 $\alpha_0 = 0^\circ$ 的齿条刀具加工出的齿轮将在分度圆处出现切入现象,所以不能选用。比较与 LogiX 齿轮相似的双圆弧齿轮的齿条可见^[4],双圆弧齿轮的齿条在节线处的连接,不是两圆弧相切连接而成的,而是用一段小圆弧把两个圆弧连接而成的,这样做正是为了避免在节线处出现压力角为 0° 的情况。对 LogiX 齿轮,同样也要避免这样的情况发生,因为在 $\alpha_0 = 0^\circ$ 时,LogiX 齿轮的根切齿数会很大,将导致齿轮在分度圆处被刀具切入。因此,在 LogiX 齿条节线附近, α_0 不能取为 0° 。并且 α_0 越小,齿轮根切的齿数越大,发生根切的可能性越大,所以不仅不能取 α_0 为 0° ,取 α_0 过小也是危险的。依据式(3)、式(4)、式(5), α_0 变化对 LogiX 齿条齿形弯曲程度的影响可用图 7 所示描述。显然,越大齿条齿形就越弯曲,反之,越小则齿形就越直。因为齿条的模数越大,其齿顶高 $h_a = h_a^* m$ 就越大,若此时 α_0 取得太大会使得齿顶厚度变得很小而出现齿顶变尖甚至被削掉。所以,对模数较大的齿条, α_0 的取值应较小,模数较小的齿条, α_0 的取值可较大。一般地由实际计算的经验, α_0 取 $2^\circ \sim 12^\circ$ 是比较合适的,并且模数越大, α_0 取值越小。

3.2 基圆半径 G_0 的影响及选择

在成形 LogiX 齿廓曲线时,由经验公式 $G_i = G_0 \times [1 - \sin(0.6\alpha_i)]$ 可知^[2], G_i 受两个参数的影响,一是 G_0 ,一是压力角 α_i 。图 8 是当 α_0 和 δ 的值一定时, G_0 对 LogiX 齿条齿形弯曲程度的影响。显然,随着 G_0 的增大,齿条的齿形将变得较直,反之,随着 G_0 的减小,齿条的齿形将变得更弯曲。因此,对模数较大的齿条,应取较大的 G_0 值,反之,模数较小的齿条应取较小的

G_0 值。

3.3 相对压力角 δ 的影响及选择

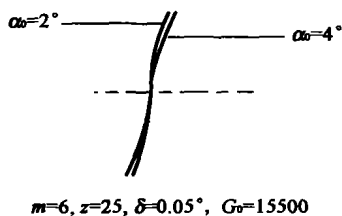


图 7 α_0 的变化对 LogiX 齿条齿形的影响

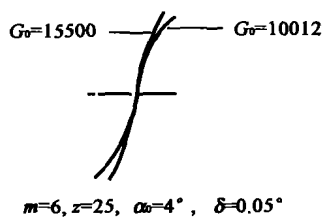


图 8 G_0 的变化对 LogiX 齿条齿形的影响

按照 LogiX 齿形的形成过程, δ 取值越小, LogiX 齿轮啮合时齿廓上相对曲率为零的啮合点(零点)数量就越大。结合 2.1 节, 不难递推出齿形上任一零点 m_k 处的相对压力角 δ_k 满足

$$\frac{\sin(\alpha_{k-1} + \delta)}{\cos(\alpha_{k-1} + \delta)} = \frac{2 - (\cos\delta + \cos\delta_k)}{\sin\delta - \sin\delta_k} \quad (13)$$

由式(5)、式(13)可知, δ 越大, δ_k 就越大。在初始压力角 α_0 和最大压力角 α_{max} 取值确定的情况下, 其零点就减少。反之, 零点数量就越多。

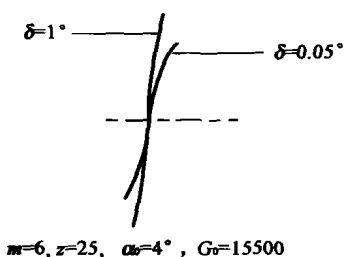


图 9 δ 的变化对 LogiX 齿条齿形的影响

表 1 不同模数的 LogiX 齿条所取的参数值

m/mm	α_0	δ	G_0/mm
1	100	0.050	6000
2	8.00	0.050	9500
4	6.00	0.050	10000
5	5.00	0.050	11000
6	4.00	0.050	12000
8	3.20	0.050	12024
10	2.80	0.050	14000
12	2.60	0.050	16500

m/mm	α_0	δ	G_0/mm
15	2.50	0.050	20024
18	2.40	0.050	30036
20	2.40	0.050	35000
22	2.30	0.050	38000

当 δ 减小至 0.0006° 时(约为 2 角秒), 零点的数目可达到 46000 多个^[2]。此时, 即便模数为 100(取得很大), 相临的零点间微段渐开线弧长也只有几微米。即在 LogiX 齿轮啮合传动时, 滚动接触是每隔几个微米交替进行。零点数量越大, 齿廓啮合过程中, 其相对滑动的时间越少, 相对滚动的时间越多, 从而减少了齿面磨损, 增加了齿轮的寿命和承载能力。但考虑到目前 CNC 系统内存容量、插补能力及其机床加工时的分辨率等方面的限制, 一般取 $\delta \geq 0.0006^\circ$ 。

3.4 选择例

依据上述讨论分析, 这里取 $\delta = 0.05^\circ$, 我们将不同模数的 LogiX 齿形所取的初始压力角 α_0 , 基圆半径 G_0 值经过计算列于表 1 中供选用。但对于实际取值, 还应参照上述选择规则, 视具体的加工条件和特殊使用要求, 在实践中作进一步的完善。

4 结论

对近年来国际上提出的全新齿廓曲面 LogiX 齿形, 作了进一步的研究。进一步分析了其齿廓形成的原理, 建立了 LogiX 齿轮啮合传动的二维数学模型。讨论了 LogiX 齿轮固有的各基本参数对其齿形形状和齿轮啮合性能的影响及其合理选择, 并计算给出了参数选择实例。从而丰富和发展了新型齿廓的理论体系。为利用 CNC 技术, 高效灵捷创成复杂的 LogiX 齿廓曲面奠定了数学基础。由于 LogiX 齿轮所具有的不同于常规标准渐开线齿轮的独特特点, 使得新型齿廓的推广应用对改善动力机械传动质量, 实现产品设计重载化、小型化和长寿命具有重要意义。

参 考 文 献

- 1 Konori. T and Nagata. S. A New Gear Profile of Relative Curvature Being Zero at Contact Points. Proceeding of International Conference on Gearing. China, CMES, 1988(1): 39 ~ 42
- 2 Konori. T, Arga. Y and Nagata. S. A New Gear Profile Having Zero Relative Curvature at Many Contact Points. Transactions of the ASME, 1990, Vol. 112 (3): 430 ~ 436
- 3 吴序堂编. 齿轮啮合原理. 北京: 机械工业出版社, 1982
- 4 邵家辉主编. 圆弧齿轮. 北京: 机械工业出版社, 1994

收稿日期: 20030218 收修改稿日期: 20030422

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59905018)

山东省优秀中青年科学家基金资助项目(01BS033)

作者简介: 冯显英(1965 -), 男, 山东金乡人, 工学博士, 副教授