

多级行星轮系传动比优化分配

内蒙古电大 高丽萍

内容摘要: 多级行星轮系传动比应以各级间外廓尺寸协调以及体积和最小等原则进行分配。通过对单级行星轮系逐级优化, 实现多级行星轮系的优化。

关键词: 行星轮系 传动比 优化分配

多级行星轮系以其体积小、重量轻、传动比大及传动效率高等优点, 广泛应用于工程领域。在设计过程中, 行星轮系的体积及外形尺寸的协调, 很大程度上取决于传动比的分配是否合理。文章重点探讨了图 1 所示 (2k-H NGW 型) 多级串联式行星轮系传动比的优化分配。在此基础上, 对多级行星轮系进行了优化设计。

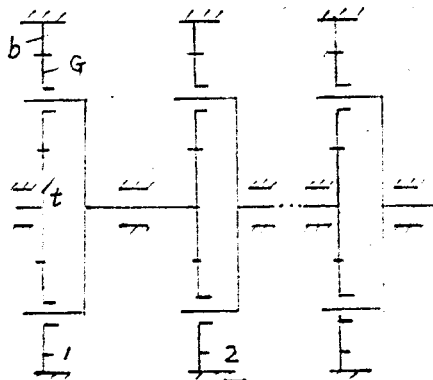


图 1

1 多级行星轮系传动比的优化分配

众所周知, 各级行星轮系传动比的分配直接影响整个减速器的外形、体积等, 本文研究了各级间外廓尺寸协调以及体积和最小两种原则进行传动比分配的方法:

1.1 按多级行星轮系体积和最小分配传动比

各级行星轮系的体积受强度影响, 按外啮合接触强度相等考虑影响体积因素, 接触应力及其许用值公式见文献[1]第 160 页。

$$\sigma_{H1} = Z_{E1} Z_{H1} Z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{k_i F_{ii} (u_i + 1)}{b_i d_{ii} u_i}} \quad (1)$$

$$\sigma_{Hpi} = \frac{\sigma_{Hlimi} Z_{Ni} Z_{wi}}{S_{Hi}} \quad (2)$$

式中, F_{ii} ——第 i 级可动中心轮分度圆上齿面圆周力。

$$F_{ii} = \frac{2T_{ii}}{d_{ii} C_i}$$

T_{ii} 、 d_{ii} 、 C_i ——第 i 级可动中心轮传递扭矩、分度圆直径、行星轮个数;

u_i ——第 i 级外啮合齿轮齿数比。

其余参数含义见文献[1]第 159 页。

$$\text{令: } A_i = Z_{E1} Z_{H1} Z_{\alpha} \sqrt{k_i};$$

$$f_i = \frac{Z_{Ni} Z_{wi}}{S_{Hi}}$$

假设各齿轮为分度圆圆柱体, 其体

积 $V = \frac{\pi d^2 b}{4}$, 由 (1) 式推导得:

$$\sigma_{Hi} = A_i \sqrt{\frac{\pi T_{ii}}{2C_i V_{ii}} \cdot \frac{i_i}{i_i - 2}} \quad (3)$$

当接触应力与其许用值相等时,由文献[5]第325页同心条件,可得第*i*级可动中心轮,行星轮体积分别为:

$$V_{ii} = \left(\frac{A_i}{\sigma_{HLim1} f_i} \right)^2 \cdot \frac{\pi T_{ii} i_i}{2C_i (i_i - 2)}$$

$$V_{Gi} = \frac{\pi}{4} d_{Gi}^2 b_i = V_{ii} (i_i - 2)^2 / 4$$

$$\text{令 } BB_i = \left(\frac{A_i}{\sigma_{HLim1} f_i} \right)^2$$

第*i*级行星轮系总体积(不计齿圈体积)

$$V_i = V_{ii} + C_i V_{Gi}$$

$$= V_{ii} \left[1 + C_i \frac{(i_i - 2)^2}{4} \right]$$

上列各式中:下标*i*=1, 2, ……*n*分别表示第一、二、……、*n*级;*i_i*—第*i*级传动比;*i_n*=*I₀*/(*i₁**i₂*…*i_{n-1}*)

I₀—总传动比

建立数学模型

设计变量 $x = [x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n, x_{n+1}, \dots$

$$x_{2n-1}]^T = [i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, C_1, C_2, \dots, C_n]^T$$

目标函数 $\min f(x) = V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

$$= BB_1 \frac{\pi T_{i1} x_1}{2x_n (x_1 - 2)}$$

$$\cdot \left[1 + x_n \frac{(x_1 - 2)^2}{4} \right] + BB_2$$

$$\times \frac{\pi T_{i2} x_2}{2x_{n+1} (x_2 - 2)} \left[1 + x_{n+1} \frac{(x_2 - 2)^2}{4} \right]$$

$$+ \dots + BB_n \frac{\pi T_{in} I_0}{2x_{2n-1} (I_0 - 2x_1 x_2 \dots x_{n-1})}$$

$$\cdot \left[1 + x_{2n-1} \frac{(I_0 / x_1 x_2 \dots x_{n-1} - 2)^2}{4} \right]$$

式中:*T_{i1}*、*T_{i2}*、……*T_{in}*—分别为各级行星轮系可动中心轮传递扭矩;

$$T_{i2} = T_{i1} i_1 \eta; \dots; T_{in} = T_{i1} i_1 i_2 \dots i_{n-1} \eta^{n-1};$$

η —单级传动效率.

约束条件

设每级行星轮系传动比不小于2.8,行星轮个数范围3-6,得约束条件:

$$2.8 < x_1 < I_0 / 2.8^{n-1}; 2.8 < x_2 <$$

$$I_0 / 2.8^{n-1}; \dots \dots 2.8 < x_{n-1} < I_0 / 2.8^{n-1};$$

$$I_0 / 2.8 - x_1 x_2 \dots x_{n-1} > 0$$

$$3 < x_n < 6; 3 < x_{n+1} < 6; \dots \dots 3 < x_{2n-1} < 6$$

1.2 按各级行星轮系径向尺寸协调分配传动比

多级行星轮系径向尺寸、外廓形状取决于内齿圈分度圆直径*d_b*,本文用*C₁₂*、*C₂₃*……表示外廓特征,*C₁₂*=*d_{b2}*/*d_{b1}*,*C₂₃*=*d_{b3}*/*d_{b2}*…….取不同的*C₁₂*、*C₂₃*……,可得到不同的外廓形状(如:*C₁₂*=*C₂₃*=*C₃₄*=……=1,各级行星传动外廓尺寸相同).分配传动比时首先根据设计要求选定外廓特征参数*C₁₂*、*C₂₃*……,然后按各级外啮合接触强度相等进行传动比优化分配,这种方法既满足了外形要求,又满足了强度条件.

外啮合接触应力及其许用值见式

(1)、(2),将*b_i*=*d_{ai}* ψ_{di} (ψ_{di} —齿宽系数),*d_{ai}*=*d_{bi}*/(*i_{i-1}*)代入式(1)整理得.

$$\sigma_{Hi} = A_i \sqrt{\frac{2T_{ii}}{d_{bi}^3 / (i_i - 1)^3 \psi_{di} C_i (i_i - 2)}} \quad (4)$$

式中,*d_{bi}*—第*i*级内齿圈分度圆直径.各级内齿圈分度圆直径可用第一级内齿圈分度圆直径*d_{b1}*和外廓特征参数表示,如:*d_{b2}*=*C₁₂**d_{b1}*,*d_{b3}*=*C₁₂**C₂₃**d_{b1}*…….

当接触应力与其许用值相等时,由各级强度条件推导得下列各式:

$$\text{第一级 } \left(\frac{\sigma_{HLim1} f_1}{A_1} \right)^2$$

$$= \frac{2T_{i1} i_1 (i_1 - 1)^3}{d_{b1}^3 \psi_{d1} C_1 \cdot (i_1 - 2)} \quad (5)$$

第二级 $\left(\frac{\sigma_{HLim2} f_2}{A_2}\right)^2$

$$= \frac{2T_{i2} i_2 (i_2 - 1)^3}{C_{12}^3 d_{b1}^3 \cdot \psi_{d2} C_2 (i_2 - 2)} \quad (6)$$

第三级 $\left(\frac{\sigma_{HLim3} f_3}{A_3}\right)^2$

$$= \frac{2T_{i3} i_3 (i_3 - 1)^3}{C_{12}^3 C_{23}^3 d_{b1}^3 \psi_{d3} C_3 (i_3 - 2)} \quad (7)$$

.....

第n级 $\left(\frac{\sigma_{HLimn} f_n}{A_n}\right)^2$

$$= \frac{2T_{in} i_n (i_n - 1)^3}{C_{12}^3 C_{23}^3 \dots d_{b1}^3 \psi_{dn} C_n (i_n - 2)} \quad (8)$$

令 $D_i = \left(\frac{\sigma_{HLimi} f_i}{A_i}\right)^2 \psi_{di}$ ，由 (5) 式推
 导得。

$$d_{b1}^3 = \frac{2T_{i1} i_1 (i_1 - 1)^3}{C_1 (i_1 - 2) D_1}$$

代入(6),(7),(8)式可得:

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{C_1 i_2 \eta (i_2 - 1)^3 (i_1 - 2)}{C_2 C_{12}^3 (i_2 - 2) (i_1 - 1)^3} = D_{21} \quad (9)$$

$$\frac{D_3}{D_1} = \frac{C_1 i_2 i_3 \eta^2 (i_3 - 1)^3 (i_1 - 2)}{C_3 C_{12}^3 C_{23}^3 (i_3 - 2) (i_1 - 1)^3} = D_{31} \quad (10)$$

.....

$$\frac{D_n}{D_1} = \frac{C_1 I_0 \eta^{n-1} (i_n - 1)^3 (i_1 - 2)}{C_n C_{12}^3 C_{23}^3 \dots (i_n - 2) (i_1 - 1)^3 i_1} = D_{n1} \quad (11)$$

$$i_n = I_0 / (i_1 i_2 \dots i_{n-1})$$

建立数学模型

(9)、(10)、(11) 三式是在保证径向尺寸协调，满足强度条件的前提下推导出来的。由于传动比分配时，上述各式中，各级传动比相互制约，各式受行星轮个数影响，使得各式很难同时成立，有些式子等号两边存在偏差，偏差值为

$|D_{21} - D_2 / D_1| \dots$ 。目标函数是上述各

式总偏差和最小。最理想的情况是 (9)、(10)、(11) 三式同时成立，总偏差和为零。

目标函数

$$\min f(x) = |D_{21} - \frac{D_2}{D_1}| + |D_{31} - \frac{D_3}{D_1}| + \dots + |D_{n1} - \frac{D_n}{D_1}|$$

设计变量，约束条件与第一种传动比优化分配相同。

2 多级行星轮系优化设计

上述传动比的优化分配，实质上已将多级行星轮系转化为多个单级行星轮系，因此，可通过对单级行星轮系逐级优化，实现多级行星轮系的优化。

2.1 单级行星轮系优化设计数学模型

目标函数

在保证承载能力条件下，以中心轮、行星轮体积和最小建立目标函数（用内部结构参数表示体积，并考虑齿圈体积）

$$\min f(x) = V = V_c + V_g + V_b$$

$$= \frac{\pi}{4} b m^2 Z_c^2 \left[1 + C \frac{(i-2)^2}{4} \right]$$

$$+ \pi b \left[\left(\frac{m Z_b}{2} + 1.25m + 4 \right)^2 - \left(\frac{m Z_b}{2} \right)^2 \right]$$

式中，c、i 在传动比优化分配中已确定。

设计变量

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [b, m, Z_c, Z_b]^T$$

约束条件：包括配齿条件，强度条件，几何条件。

2.2 优化设计方法

由上述可知，单级行星轮系优化设计属于多维非线性优化设计问题，宜采用分层降维法，该方法是将高维数的复杂优化设计进行分层（各层为简单的低维优化设计），自上而下逐层设计（上层设计变量最优解，在下层作为设计常量使用），最终得到满足所有约束的最优解。

第一层：单级行星轮系配齿计算

功能：获得满足本层约束的可行配齿方案，即 $x_3, x_4 (Z_1, Z_b)$ 的可行组合。首先根据传动平稳性，避免根切等条件，初选可动中心轮齿数范围 (Z_{min}, Z_{max}) ，传动比误差 ΔI ；然后按传动比、同心、装配条件循环枚举可能的配齿方案，最后按传动比误差条件、邻接条件验算，获得可行配齿方案，计算公式见文献[4]。

第二层：单级行星轮系强度校核

上层获得的可行配齿方案，作为本层的最优解域。本层的功能：在最优解域中寻找满足强度条件、几何条件、边界条件，使目标函数值最小的最佳配齿方案及本层设计变量 $x_1, x_2(b, m)$

(1) 强度条件

行星轮系内啮合承载能力高于外啮合，因此只需对外啮合进行强度校核。

接触强度条件 $\sigma_H < \sigma_{HP}$ (12)

σ_H, σ_{HP} 见式(1)，(2) (略去式中下标，使其表示某级应力及其许用值)。

(1) 式中： $F_t = \frac{2T_i}{cmz_i}$ ； u - 外啮合

两齿轮大齿轮齿数 (Z_d) 与小齿轮齿数 (Z_x) 之比； d_1 - 小齿轮节圆直径。

由式(12)推导得：

$$Cbm^2 z_x - BB \frac{2T_i}{Z_i} \left(1 + \frac{Z_x}{Z_d} \right) \geq 0$$

式中：BB--与传动比分配所设参数相同。

弯曲强度条件： $\sigma_F < \sigma_{FP}$ (13)

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{bm} y_{Fa} y_{sa} y_s;$$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{FLim}}{S_F} y_N y_x$$

令： $A_F = ky_{Fa} y_{sa} y_s;$

$$FF = y_N y_x / S_F;$$

$$B_F = \frac{A_F}{\sigma_{FLim} FF}$$

由式(13)推导得： $cbm^2 - B_F \frac{2T_i}{Z_i} \geq 0$

强度条件用设计变量表示

$$cx_1 x_2^2 z_x - BB \cdot \frac{2T_i}{Z_i} \left(1 + \frac{z_x}{Z_d} \right) \geq 0$$

$$cx_1 x_2^2 - B_F \frac{2T_i}{Z_i} \geq 0$$

当 $i > 4$ 时， $Z_x = Z_i, Z_d = Z_G$ ；否则， $Z_x = Z_G, Z_d = Z_i$

(2)边界条件，几何条件，详见文献[3]

第三层：离散化处理

上层优化设计， b, m 均按连续变量求解，本层对它们进行离散处理，方法见文献(4)。

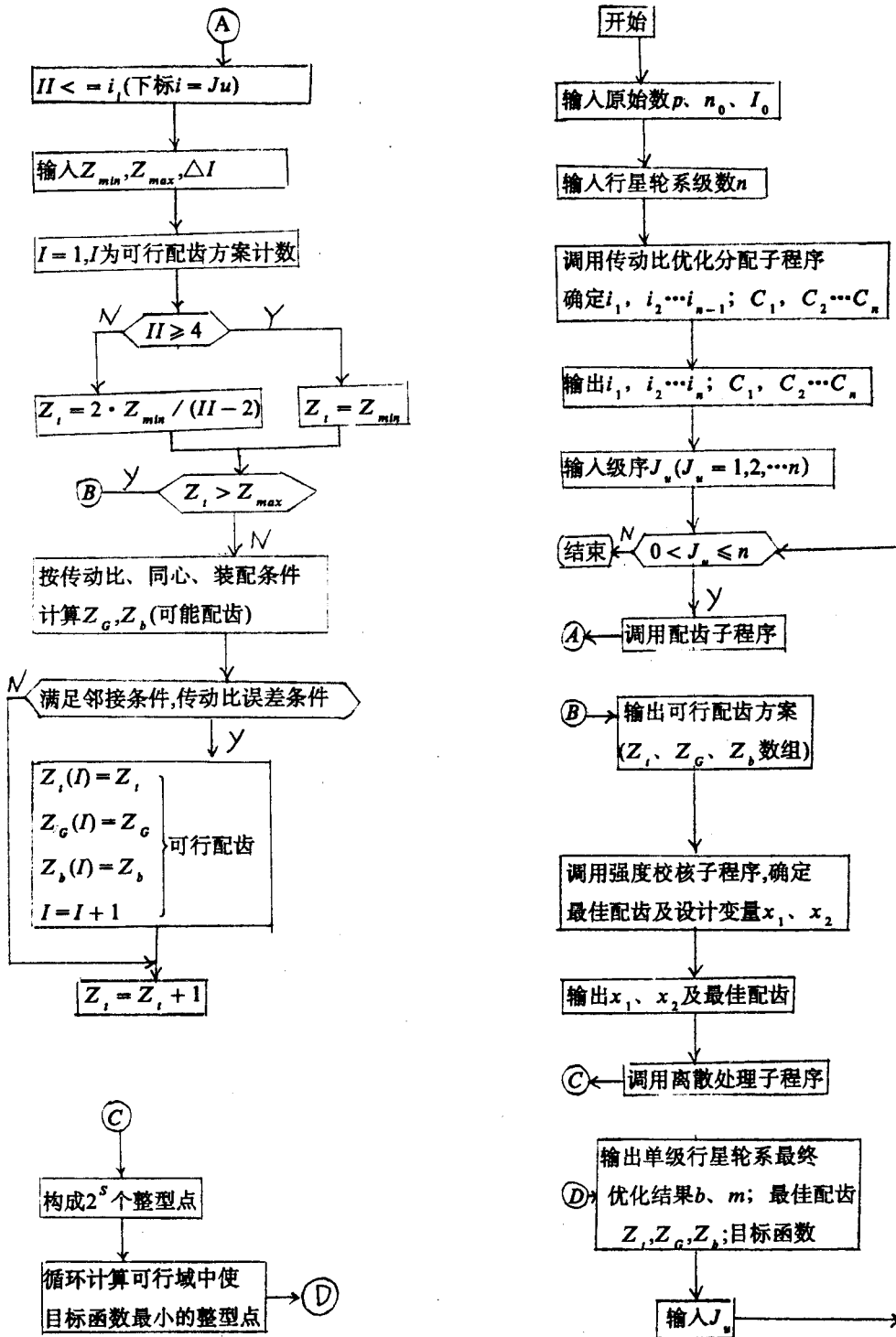
3. 程序框图及说明

程序框图如图2所示。其中，传动比优化分配子程序(针对第一种优化分配设计)、强度校核子程序均选用求解约束最优化问题的复合形法，框图详见文献(4)。

本优化设计程序具有较强的通用性和灵活性，即可对任意多级行星轮系在不同的工作性能要求下，只进行传动比优化分配，也可在速比优化分配的基础上对其进行优化设计或只对其中某级进行优化设计，各级优化设计可按级序进行，也可按随机顺序进行。

4. 实例及结果

呼市小黑河机械厂生产的代号为NGW102-16型两级行星减速器，其功率 $p = 15kw$ ，转速 $n_0 = 750rpm$ ，传动比 $I_0 = 80$ ，可动中心轮和行星轮均选用 $20CrMnTi$ 渗碳淬火，内齿圈选用 $40Cr$ 调质，有关参数见表一。



(下转第 19 页)

图 2

乎什么也学过,但是什么也不通,加上没有过硬的专业技能,就不符合社会的需求。

(八)为了适应经济发展的需要,适应内蒙古自治区牧业的发展,我们要求单独开设“畜牧”“兽医”“草原”专业,农业部门设立有与之相对应的机构“改良站”“兽医站”“草原站”急需这方面的专门人才。

电大的农科大专学历教育是一项系统工程,只要中央电大及各级地方电大齐抓共管,积极争取社会各界的支持,摸索办好电大农科大专学历教育的路子,就会迎来光辉灿烂的明天。

(上接第 13 页)

表一

级数	项目		齿宽 行星轮				体积 (cm ³)	
	参数	传动比	模数	(mm)	个	数		
第 I 级	11.2	2.5	60	3	14	63	145	4220
第 II 级	7.1	6	70	3	14	34	85	9274

在相同的工作性能要求下,对该减速器进行传动比优化分配并对其进行优化设计。各级齿轮材料与原设计相同,各级可动中心轮齿数范围均选 17-45,优化结果见表二。

表二

级数	项目		齿宽 行星轮				体积 (cm ³)	
	参数	传动比	模数	(mm)	个	数		
第 I 级	11.99	2	20	3	18	90	198	1954
第 II 级	6.67	5	25	3	26	61	148	6789

实例表明,当只考虑中心轮、行星轮体积时,本文介绍的设计方法与原设计相比体积减小约 50%,设计时间仅约 3.5 分钟,取得了较好的技术经济效果。

参考文献

- 1、吴宗泽主编·机械零件·中央电大出版社,1986年
- 2、蔡春源主编·机械零件设计手册·冶金工业出版社,1986年
- 3、张国瑞主编·行星传动技术·上海交通大学出版社,1989年
- 4、汪萍,候慕英编·机械优化设计·中国地质大学出版社,1981年
- 5、张世民主编·机械原理·中央电大出版社,1989年