

齿轮技术实用篇

齿轮技术实用篇（中级）将齿轮全盘的解说做为中心，
并将与各部分相关的标准规格等一并加以介绍。
加深对齿轮的传动及机能的理解，设计更为适用的齿轮，
齿轮技术关连的实用篇一定会为你提供帮助。



齿轮技术实用篇目录

1	齿轮的特殊用语	3
2	使用齿轮的机构	4
2.1	行星齿轮机构	4
2.2	少齿差行星齿轮机构	6
2.3	封闭行星齿轮机构	6
3	齿轮的齿厚	7
3.1	弦齿厚法	7
3.2	公法线长度法	12
3.3	量柱(球)法	13
4	齿轮的齿隙	22
4.1	各种齿轮的齿隙	22
4.2	齿厚与齿隙	25
4.3	齿轮系与齿隙	25
4.4	减少齿隙的方法	26
5	齿轮的精度	28
5.1	正齿轮与斜齿齿轮的精度	28
5.2	伞形齿轮的精度	30
5.3	齿轮的啮合精度	31
6	齿轮的齿接触	32
6.1	伞形齿轮的齿接触	32
6.2	蜗轮副的齿接触	33
7	齿轮的润滑	35
7.1	齿轮的润滑法	35
7.2	齿轮的润滑油	37
8	作用于齿轮上的力	39
8.1	作用于正齿轮轮齿上的力	39
8.2	作用于斜齿齿轮轮齿上的力	40
8.3	作用于伞形齿轮轮齿上的力	40
8.4	作用于弧齿伞形齿轮轮齿上的力	41
8.5	作用于蜗杆蜗轮轮齿上的力	43
8.6	作用于交错轴斜齿齿轮轮齿上的力	45
9	齿轮的重合度	46
9.1	端面重合度	46
9.2	纵向重合度	48
10	齿轮的噪音及对策	49
11	正齿轮的测绘	50
12	斜齿齿轮的测绘	50

1 齿轮的特殊用语

齿轮有许多特殊用语.在这里,介绍几个比较重要的术语.

(1) 齿形修整

齿形修整是修缘和修根的总称.

一般地说,修缘的方法使用比较普遍.

修缘是指将齿顶的齿形切削成比正确的渐开曲线略呈凸形.

由此,当齿轮齿面受外力产生变形时,可以避免对与之啮合的齿轮产生干涉,并且可以降低噪音,延长齿轮寿命.

但是,要注意不能修整过量.过量修整等于增加了齿形误差,将对啮合产生不良影响.

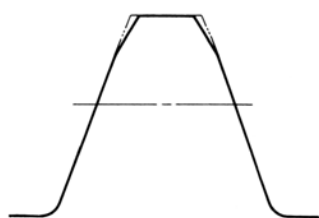


图 1.1 齿形修整

(2) 鼓形加工和齿形修薄

鼓形加工和齿形修薄都是沿齿线方向的修整.特别是鼓形加工,是以使齿接触集中到齿宽的中央部为目的的加工,所以,沿齿线方向加工适当的鼓形.此时,应注意不能加工过甚.过量的鼓形加工会引起齿接触面积的减小,对齿轮强度产生不良影响.

齿形修薄是将齿宽的两端部加以适当的倒角加工的方法.



图 1.2 鼓形加工和齿形修薄

(3) 外径加工及齿顶倒角加工

使用滚齿展成法加工齿轮的方法,已经在齿轮入门篇的 3.4,渐开线齿轮的展成中加以说明.滚齿加工的同时,齿轮的外径加工及齿顶倒角加工亦可同时进行.

齿轮入门篇的图 3.5、图 3.6、图 3.7 示意了利用齿条刀具进行齿形展成加工和外径加工的情形.通过这种加工,可以减少外径的偏差,还可以防止齿顶产生毛边.

图 1.3 示意了齿顶倒角刀具的刀刃形状及由此刀具切削加工的齿轮齿形.通过齿顶倒角加工,对防止发生在齿顶的撞痕及毛刺等起了很好的作用.

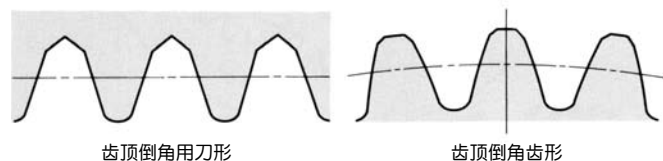


图 1.3 齿顶倒角的刀形及齿形

因为实行了齿顶倒角,啮合时有效的齿顶高减少,啮合率也降低,所以,通常不希望过量的倒角.

图 1.4 示意了标准的齿顶倒角的大小及形状.

外径加工及齿顶倒角有时并用,有时单独采取其中的一种.

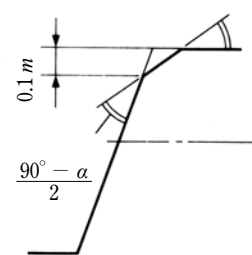


图 1.4 齿顶倒角的大小及形状

2 使用齿轮的机构

2.1 行星齿轮机构

最单纯的行星齿轮机构如图 2.1 所示.由太阳齿轮 A,行星齿轮 B,内齿轮 C,支架 D 这四个基本要素组成.

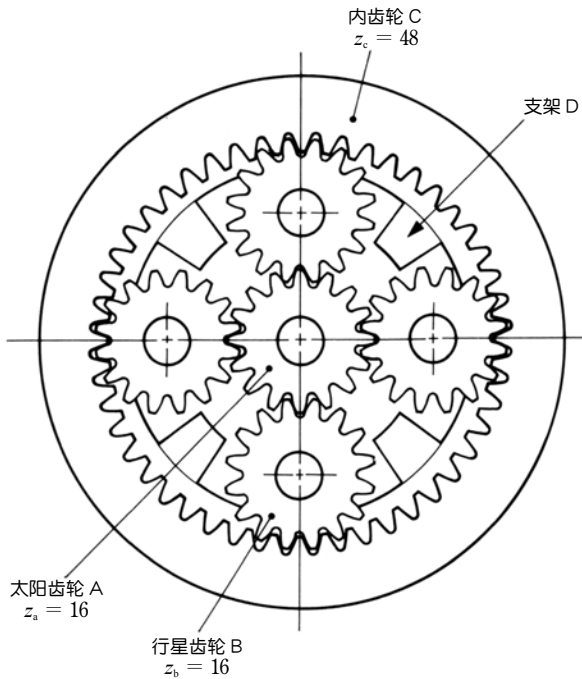


图 2.1 行星齿轮机构的构造

这种行星齿轮机构,输入轴与输出轴可以配置在同一轴线上,使用二个行星齿轮以分担负荷等,因而可以使整个装置结构紧凑,这些为其优点.

但是另一方面,有构造的复杂性及内齿轮的干涉等比较难以对付的问题.

图 2.1 的行星齿轮机构被称为 2K-H 型,太阳齿轮和内齿轮及支架拥有相同的中心轴线.

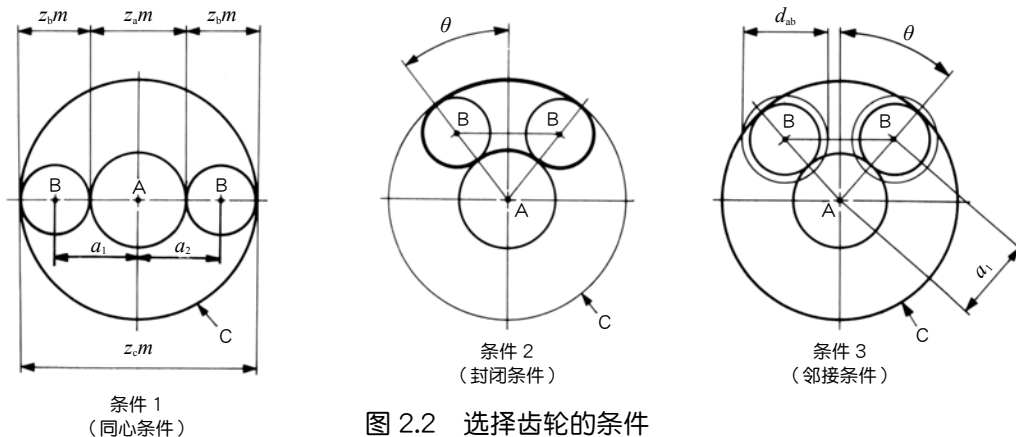


图 2.2 选择齿轮的条件

(1) 行星齿轮机构的齿数条件

此机构中太阳齿轮 A (z_a) 行星齿轮 B (z_b) 内齿轮 C (z_c) 的齿数和行星齿轮的个数 N 之间要满足下列的三个条件.

$$\text{条件 1} \quad z_c = z_a + 2z_b \quad (2.1)$$

这是保持中心距相等的必要条件,称为同心条件.

因为此条件是针对标准齿轮而言,通过对啮合中心距 a 进行调整,亦可选择不满足此条件齿数的齿轮.

也就是说,太阳齿轮 A 和行星齿轮 B 的中心距 a_1 和行星齿轮 B 与内齿轮 C 的中心距 a_2 必须相等.

$$a_1 = a_2 \quad (2.2)$$

$$\text{条件 2} \quad \frac{z_a + z_c}{N} = \text{整数} \quad (2.3)$$

这是行星齿轮 B 均匀对称地配置在太阳轮与内齿轮之间的必要条件,称为封闭条件.

行星齿轮 B 不均匀配置时,则必须满足式 (2.4) 的条件.

一般地说,行星齿轮 B 只要满足下面的封闭啮合条件,就可以配置.

$$\frac{(z_a + z_c)\theta}{180} = \text{整数} \quad (2.4)$$

其中 θ : 相邻行星齿轮构成的半角($^\circ$)

条件 3 $z_b + 2 < (z_a + z_b) \sin \frac{180^\circ}{N}$ (2.5)

这是保证行星齿轮间不得互相碰撞的必要条件，称为邻接条件（外径干涉条件）。

因为使用标准齿轮（全高齿）均匀地配置时的条件，所以，在其他的情况下，需要满足下式的条件：

$$d_{ab} < 2a_1 \sin \theta \quad (2.6)$$

其中 d_{ab} ：行星齿轮的齿顶圆直径

a_1 ：太阳齿轮和行星齿轮的中心距

满足了上述三个条件后，还有行星齿轮 B 与内齿轮 C 的啮合时产生干涉的问题。

关于内齿轮的干涉问题，齿轮入门篇 4.2，内齿轮的计算中已经做了说明，也就是说，不能满足所有的这些条件，行星机构就不能成立。

(2) 行星齿轮机构的传动比

改变行星机构中的固定要素，就能改变传动比及旋转方向，如图 2.3 所示。

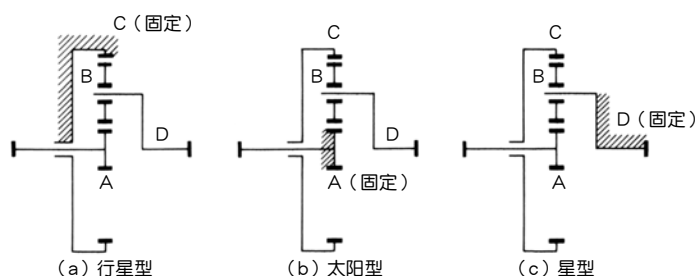


图 2.3 行星齿轮机构的类型

(a) 行星型

行星型是内齿轮 C 固定型。

在这个类型中，输入轴为太阳齿轮 A，输出轴为支架 D。根据数表法，可以求出传动比。如下所示。

表 2.1 行星型的传动比计算

序号	说明	太阳齿轮 A z_a	行星齿轮 B z_b	内齿轮 C z_c	支架 D
1	将支架齿轮固定后，太阳齿轮 A 旋转一周	+ 1	$-\frac{z_a}{z_b}$	$-\frac{z_a}{z_c}$	0
2	全体上胶后，转动 $+\frac{z_a}{z_c}$ 周	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$
3	(1)+(2)的合计	$1 + \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{z_a}{z_c} - \frac{z_a}{z_b}$	0 (固定)	$+\frac{z_a}{z_c}$

$$\text{传动比} = \frac{1 + \frac{z_a}{z_c}}{\frac{z_a}{z_c}} = \frac{z_c}{z_a} + 1 \quad (2.7)$$

输入轴与输出轴旋转方向一致。

例如 $z_a = 16$ 、 $z_b = 16$ 、 $z_c = 48$ 的话，传动比为 4。

(b) 太阳型

太阳型是太阳齿轮固定型。

当输入轴为内齿轮 C，输出轴为支架 D 时，求传动比。

表 2.2 太阳型的传动比计算

序号	说明	太阳齿轮 A z_a	行星齿轮 B z_b	内齿轮 C z_c	支架 D
1	将支架齿轮固定后，太阳齿轮 A 旋转一周	+ 1	$-\frac{z_a}{z_b}$	$-\frac{z_a}{z_c}$	0
2	全体上胶后，转动一周	- 1	- 1	- 1	- 1
3	(1)+(2)的合计	0 (固定)	$-\frac{z_a}{z_b} - 1$	$-\frac{z_a}{z_c} - 1$	- 1

$$\text{传动比} = \frac{-\frac{z_a}{z_c} - 1}{-1} = \frac{z_a}{z_c} + 1 \quad (2.8)$$

输入轴与输出轴的旋转方向相同。

例如当 $z_a = 16$ 、 $z_b = 16$ 、 $z_c = 48$ 时，传动比为 1.33333。

(c) 星型

星型是支架 D 固定型。

在星型机构中，行星齿轮只进行自转没有公转。严格的讲，应不属于行星机构。

当输入轴为太阳齿轮，输出轴为内齿轮时的传动比为：

$$\text{传动比} = -\frac{z_c}{z_a} \quad (2.9)$$

也就是说，行星齿轮做为惰轮（空转轮）对传动比不产生影响。

输入轴与输出轴的旋转方向相反。例如，当 $z_a = 16$ 、 $z_b = 16$ 、 $z_c = 48$ 时，传动比为 -3。

2.2 少齿差行星齿轮机构

齿数差很小的内齿轮与正齿轮通过适当的变位后可以避免干涉的发生。

设内齿轮的齿数 $z_2 = 50$, 齿数差由 1 到 8 的齿轮要素, 列于表 2.3.

表 2.3 少齿数差的内齿轮和正齿轮 ($m = 1, \alpha = 20^\circ$)

z_1	49	48	47	46	45	44	43	42
x_1	0							
z_2	50							
x_2	1.00	0.60	0.40	0.30	0.20	0.11	0.06	0.01
α_b	61.0605°	46.0324°	37.4155°	32.4521°	28.2019°	24.5356°	22.3755°	20.3854°
a	0.971	1.354	1.775	2.227	2.666	3.099	3.557	4.010
ε	1.105	1.512	1.726	1.835	1.933	2.014	2.053	2.088

对于这些齿轮, 不会发生渐开曲线干涉与次摆线干涉, 但是会发生齿形重迭干涉. 所以, 将齿轮移动至啮合位置时, 需要沿轴方向进行移动。

少齿数差的变位内齿轮做为少齿数差行星齿轮机构使用时, 单级即可获得高传动比。

此时的传动比为:

$$\text{传动比} = \frac{z_1}{z_2 - z_1} \quad (2.10)$$

图 2.4 中示意了 $z_1 = 30, z_2 = 31$ 的齿数差为 1 的内齿轮与正齿轮的啮合。

此时, 传动比为 30.

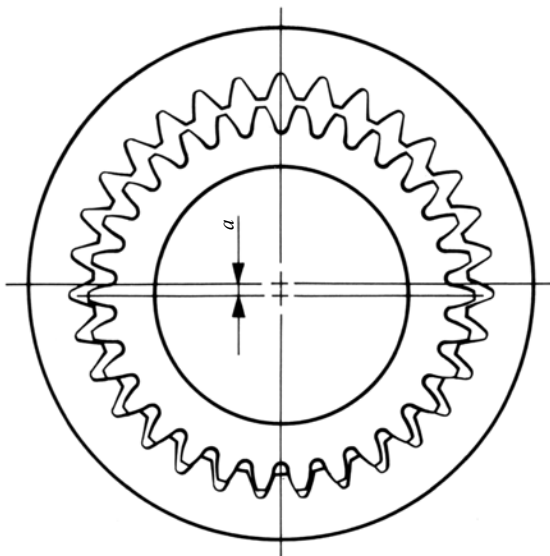


图 2.4 齿数差为 1 的内齿轮与正齿轮的啮合

2.3 封闭行星齿轮机构

已经在行星齿轮的齿数条件中有过说明, 象图 2.2 的条件中所示的四个齿轮的啮合, 称为封闭行星机构 (封闭啮合齿轮系), 封闭行星机构的特点是, 啮合封闭在齿轮系中, 旋转一周后回到原来的位置。

此齿轮系中, 不能满足齿数条件的话, 齿轮的啮合就无法成立。

图 2.5 中所示的封闭啮合中, 将成立的齿数分别设为 z_1, z_2, z_3 . 将图中的粗实线所示部分的长度除以齿轮的齿距, 得出的数值为整数的话, 此封闭啮合成立。

公式 (2.11) 为啮合条件公式:

$$\frac{z_1 \theta_1}{180} + \frac{z_2 (180 + \theta_1 + \theta_2)}{180} + \frac{z_3 \theta_2}{180} = \text{整数} \quad (2.11)$$

图 2.6 示意了使用齿条的封闭啮合齿轮系. 图中粗实线部分的长度与齿轮齿距的商为整数的话, 此封闭啮合成立。

公式 (2.12) 为啮合条件公式:

$$\frac{z_1 \theta_1}{180} + \frac{z_2 (180 + \theta_1)}{180} + \frac{a}{\pi m} = \text{整数} \quad (2.12)$$

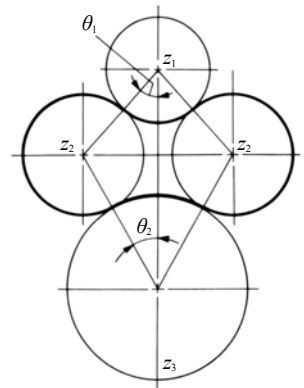


图 2.5 封闭啮合齿轮机构

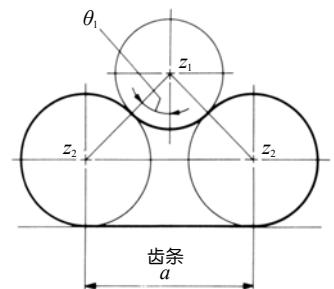


图 2.6 封闭啮合齿轮机构

3 齿轮的齿厚

齿轮的齿厚测定方法有二种,一种是直接测齿厚,另一种是测与齿厚有关的其他尺寸.

一般采用弦齿厚法,公法线长度法,量柱(球)法.

3.1 弦齿厚法

如图 3.1 所示,将齿轮的齿顶圆做为基准,用卡钳测量分度圆上的弦齿厚.

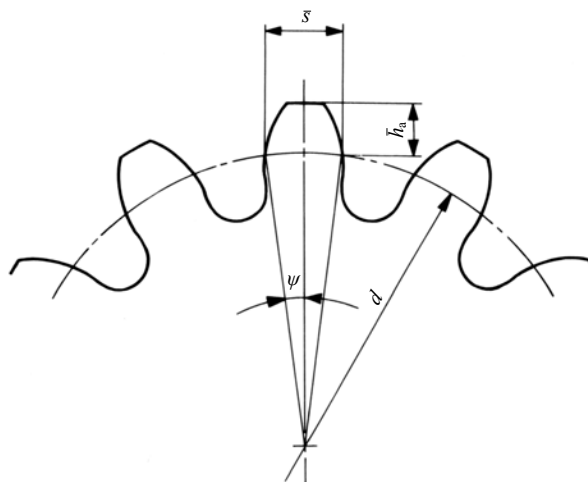


图 3.1 弦齿厚法

(1) 正齿轮

表 3.1 为正齿轮的弦齿厚计算公式.

表 3.1 正齿轮的弦齿厚

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	圆弧齿厚	s	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha\right) m$	$m = 10$ $\alpha = 20^\circ$ $z = 12$ $x = +0.3$ $h_a = 13.000$ $s = 17.8918$ $\psi = 8.54270^\circ$ $\bar{s} = 17.8256$ $\bar{h}_a = 13.6657$
2	齿厚半角	ψ	$\frac{90}{z} + \frac{360x \tan \alpha}{\pi z}$	
3	弦齿厚	\bar{s}	$zm \sin \psi$	
4	弦齿高	\bar{h}_a	$\frac{zm}{2}(1 - \cos \psi) + h_a$	

(2) 齿条和斜齿齿条

因为齿条的齿形为直线型,所以使用的计算公式也很简单,见表 3.2.

表 3.2 齿条的弦齿厚

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	弦齿厚	\bar{s}	$\frac{\pi m}{2}$ 或 $\frac{\pi m_a}{2}$	$m = 3$ $\alpha = 20^\circ$ $\bar{s} = 4.7124$ $\bar{h}_a = 3.0000$
2	弦齿高	\bar{h}_a	h_a	

斜齿齿条亦可使用上表的公式进行计算.

(3) 斜齿齿轮

弦齿厚在法平面上测定。

表 3.3 是齿直角方式斜齿齿轮的计算表。表 3.4 是轴直角方式斜齿齿轮的计算表。

表 3.3 齿直角方式斜齿齿轮的弦齿厚

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	法向齿厚	s_n	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x_n \tan \alpha_n\right) m_n$	$m_n = 5$ $\alpha_n = 20^\circ$ $\beta = 25^\circ 00' 00''$ $z = 16$ $x_n = +0.2$ $h_a = 6.0000$ $s = 8.5819$ $z_v = 21.4928$ $\psi_v = 4.57556^\circ$ $\bar{s} = 8.5728$ $\bar{h}_a = 6.1712$
2	当量齿轮齿数	z_v	$\frac{z}{\cos^3 \beta}$	
3	齿厚半角	ψ_v	$\frac{90}{z_v} + \frac{360 x_n \tan \alpha_n}{\pi z_v}$	
4	弦齿厚	\bar{s}	$z_v m_n \sin \psi_v$	
5	弦齿高	\bar{h}_a	$\frac{z_v m_n}{2} (1 - \cos \psi_v) + h_a$	

表 3.4 轴直角方式斜齿齿轮的弦齿厚

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	法向齿厚	s_n	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x_t \tan \alpha_t\right) m_t \cos \beta$	$m_t = 4$ $\alpha_t = 20^\circ$ $\beta = 22^\circ 30' 00''$ $z = 20$ $x_t = +0.3$ $h_a = 4.7184$ $s = 6.6119$ $z_v = 25.3620$ $\psi_v = 4.04196^\circ$ $\bar{s} = 6.6065$ $\bar{h}_a = 4.8350$
2	当量齿轮齿数	z_v	$\frac{z}{\cos^3 \beta}$	
3	齿厚半角	ψ_v	$\frac{90}{z_v} + \frac{360 x_t \tan \alpha_t}{\pi z_v}$	
4	弦齿厚	\bar{s}	$z_v m_t \cos \beta \sin \psi_v$	
5	弦齿高	\bar{h}_a	$\frac{z_v m_t \cos \beta}{2} (1 - \cos \psi_v) + h_a$	

(注) 计算例所列为 Sunderland 齿形人字齿轮。

(4) 伞形齿轮

表 3.5 是格里森直齿伞形齿轮的计算表, 表 3.6 是标准直齿伞形齿轮的计算表, 表 3.7 是格里森弧齿伞形齿轮的计算表。

表中的弦齿高的计算公式为近似公式。

表 3.5 格里森直齿伞形齿轮的弦齿厚

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	齿厚变动系数 (切向变位系数)	K	由图 3.2 中查出。	$m = 4$ $\alpha = 20^\circ$ $\Sigma = 90^\circ$ $z_1 = 16$ $z_2 = 40$ $z_1/z_2 = 0.4$ $K = 0.0259$ $h_{a1} = 5.5456$ $h_{a2} = 2.4544$ $\delta_1 = 21.8014^\circ$ $\delta_2 = 68.1986^\circ$ $s_1 = 7.5119$ $s_2 = 5.0545$ $\bar{s}_1 = 7.4946$ $\bar{s}_2 = 5.0536$ $\bar{h}_{a1} = 5.7502$ $\bar{h}_{a2} = 2.4692$
2	弧齿厚	s_1 s_2	$\pi m - s_2$ $\frac{\pi m}{2} - (h_{a1} - h_{a2}) \tan \alpha - Km$	
3	弦齿厚	\bar{s}	$s - \frac{s^3}{6d^2}$	
4	弦齿高	\bar{h}_a	$h_a + \frac{s^2 \cos \delta}{4d}$	

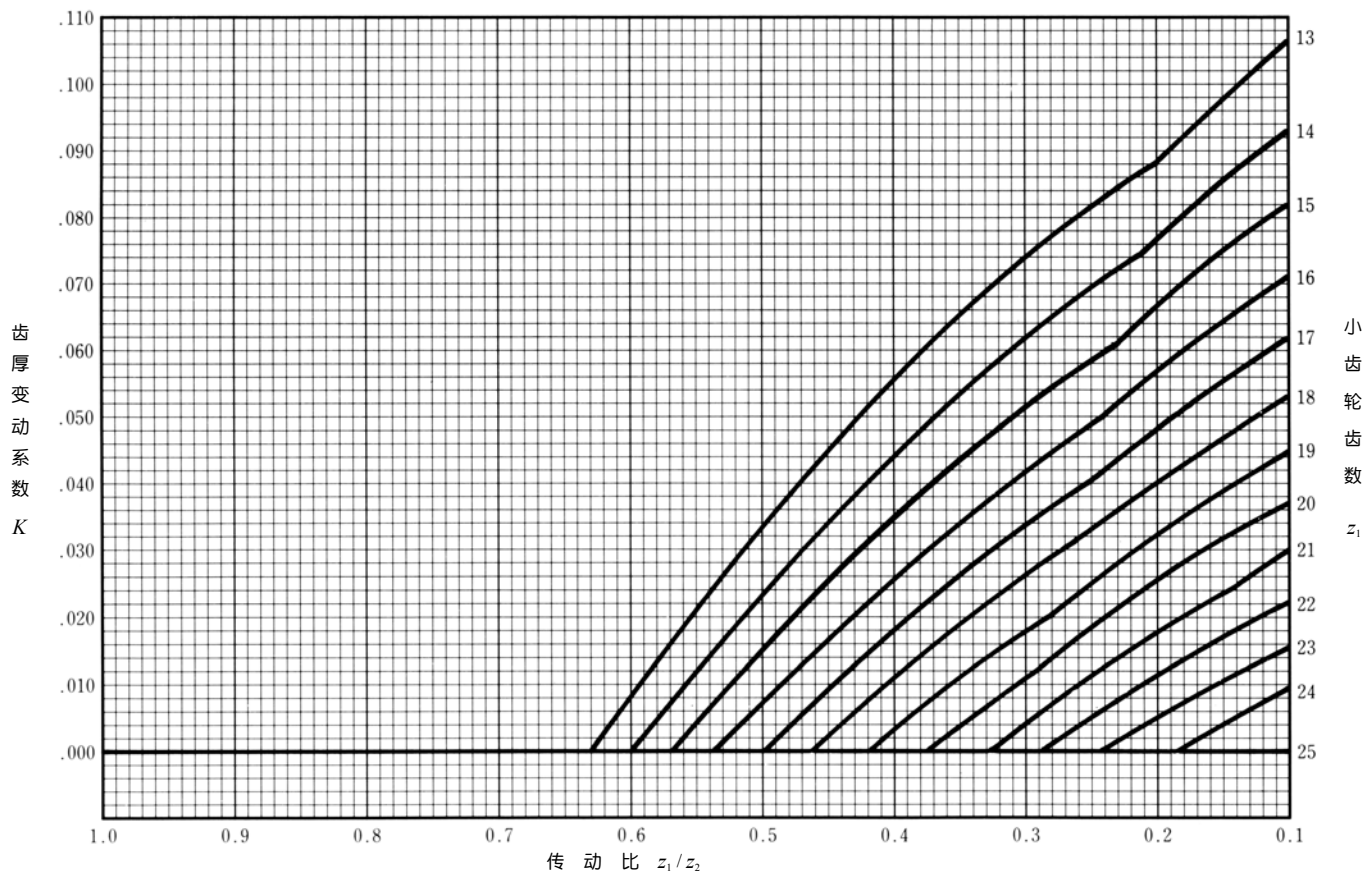


图 3.2 格里森直齿伞形齿轮的齿厚变动系数 K 线图

表 3.6 标准直齿伞形齿轮的弦齿厚

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	弧齿厚	s	$\frac{\pi m}{2}$	$m = 4$ $\alpha = 20^\circ$ $\Sigma = 90^\circ$ $z_1 = 16$ $z_2 = 40$ $d_1 = 64$ $d_2 = 160$ $\bar{h}_a = 4.0000$ $\delta_1 = 21.8014^\circ$ $\delta_2 = 68.1986^\circ$ $s = 6.2832$ $z_{v1} = 17.2325$ $z_{v2} = 107.7033$ $R_{v1} = 34.4650$ $R_{v2} = 215.4066$ $\psi_{v1} = 5.2227^\circ$ $\psi_{v2} = 0.83563^\circ$ $\bar{s}_1 = 6.2745$ $\bar{s}_2 = 6.2830$ $\bar{h}_{a1} = 4.1431$ $\bar{h}_{a2} = 4.0229$
2	当量齿轮齿数	z_v	$\frac{z}{\cos \delta}$	
3	背锥距	R_v	$\frac{d}{2 \cos \delta}$	
4	齿厚半角	ψ_v	$\frac{90}{z_v}$	
5	弦齿厚	\bar{s}	$z_v m \sin \psi_v$	
6	弦齿高	\bar{h}_a	$h_a + R(1 - \cos \psi_v)$	

直齿伞形齿轮在使用格里森刨齿机切齿时,有必要计算刨齿机用的齿角. 计算公式如(3.1)所示:

$$\text{齿角}(\circ) = \frac{180}{\pi R} \left(\frac{s}{2} + h_f \tan \alpha \right) \quad (3.1)$$

这个角度是为了决定直齿伞形齿轮的弧齿厚 s 而设置的. 只为参考值.

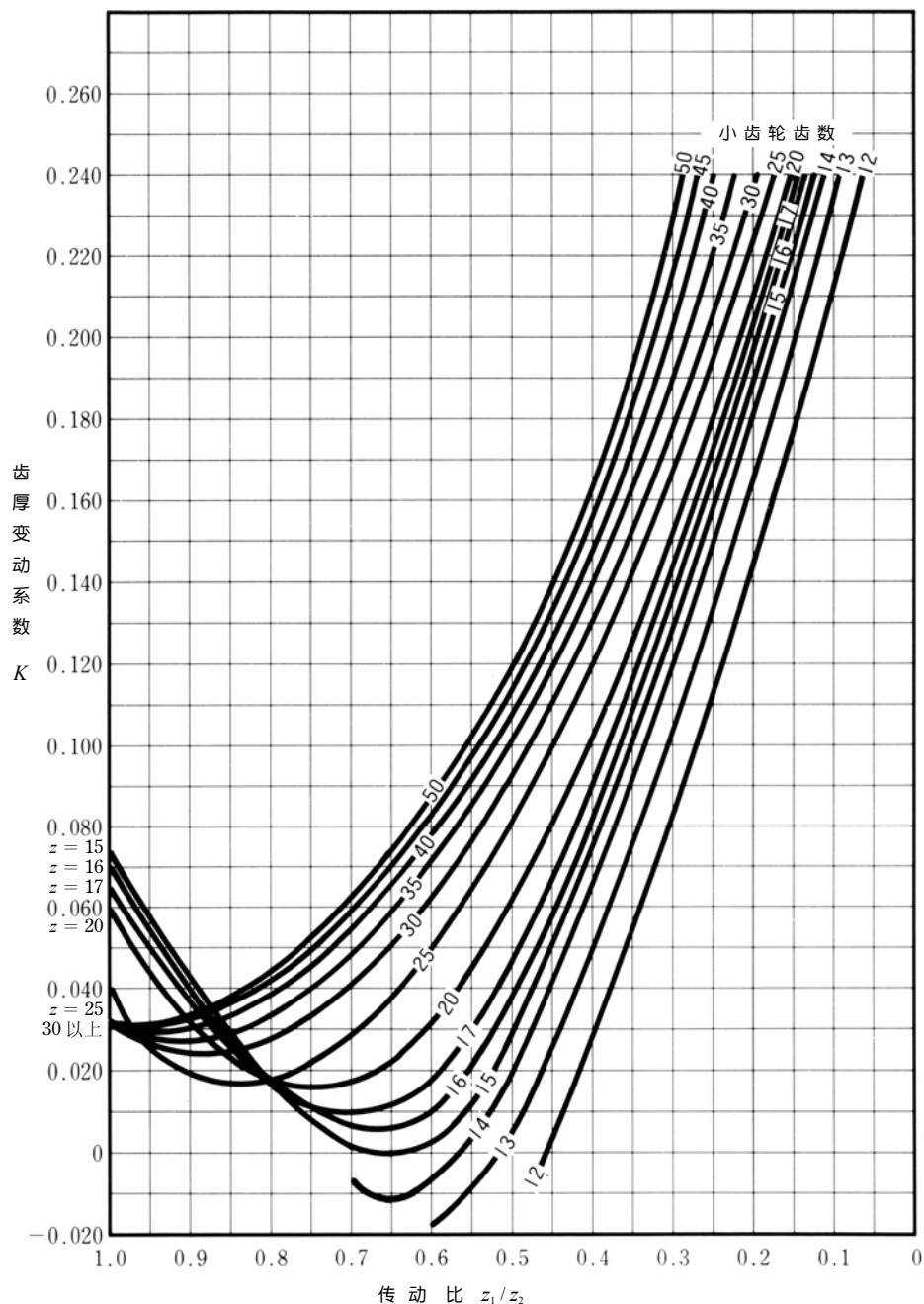


图 3.3 格里森弧齿伞形齿轮的齿厚变动系数 K 线图

表 3.7 格里森弧齿伞形齿轮

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	齿厚变动系数	K	由图 3.3 中查出.	$\Sigma = 90^\circ$ $m = 3$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 20$ $z_2 = 40$ $\beta_m = 35^\circ$
2	弧齿厚	s_1 s_2	$p - s_2$ $\frac{p}{2} - (h_{a1} - h_{a2}) \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m} - Km$	$h_{a1} = 3.4275$ $h_{a2} = 1.6725$ $K = 0.060$ $p = 9.4248$ $s_1 = 5.6722$ $s_2 = 3.7526$

弦齿厚的计算公式,随切齿方式而变化,计算亦非常复杂,在这里加以省略.

(5) 蜗杆蜗轮

表 3.8 是轴向模数方式蜗杆副的计算表。

表 3.9 是齿直角方式蜗杆副的计算表。

表 3.8 轴向模数方式蜗杆副

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	端面弧齿厚	s_{t1}	$\frac{\pi m_t}{2}$	$m_t = 3$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 2$ $d_1 = 38$ $a = 65$ $z_2 = 30$ $d_2 = 90$ $x_{t2} = +0.33333$ $h_{a2} = 4.0000$ $h_{a1} = 3.0000$ $\gamma = 8.97263^\circ$ $\alpha_t = 20.22780^\circ$ $s_{t1} = 4.71239$ $s_{t2} = 5.44934$ $z_{v2} = 31.12885$ $\psi_{v2} = 3.34335^\circ$ $s_1 = 4.6547$ $s_2 = 5.3796$ $\bar{h}_{a1} = 3.0035$ $\bar{h}_{a2} = 4.0785$
		s_{t2}	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x_{t2} \tan \alpha_t\right) m_t$	
2	当量齿轮齿数 (蜗轮)	z_{v2}	$\frac{z_2}{\cos^3 \gamma}$	
3	齿厚半角 (蜗轮)	ψ_{v2}	$\frac{90}{z_{v2}} + \frac{360x_{t2} \tan \alpha_t}{\pi z_{v2}}$	
4	弦齿厚	\bar{s}_1 \bar{s}_2	$s_{t1} \cos \gamma$ $z_v m_t \cos \gamma \sin \psi_{v2}$	
5	弦齿高	\bar{h}_{a1}	$h_{a1} + \frac{(s_{t1} \sin \gamma \cos \gamma)^2}{4 d_1}$	
		\bar{h}_{a2}	$h_{a2} + \frac{z_v m_t \cos \gamma}{2} (1 - \cos \psi_{v2})$	

表 3.9 齿直角方式蜗杆副

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	法向弧齿厚	s_{n1}	$\frac{\pi m_n}{2}$	$m_n = 3$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 2$ $d_1 = 38$ $a = 65$ $z_2 = 30$ $d_2 = 91.1433$ $x_{n2} = 0.14278$ $h_{a2} = 3.42835$ $h_{a1} = 3.0000$ $\gamma = 9.08472^\circ$ $s_{n1} = 4.71239$ $s_{n2} = 5.02419$ $z_{v2} = 31.15789$ $\psi_{v2} = 3.07964^\circ$ $\bar{s}_1 = 4.7124$ $\bar{s}_2 = 5.0218$ $\bar{h}_{a1} = 3.0036$ $\bar{h}_{a2} = 3.4958$
		s_{n2}	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x_{n2} \tan \alpha_n\right) m_n$	
2	当量齿轮齿数 (蜗轮)	z_{v2}	$\frac{z_2}{\cos^3 \gamma}$	
3	齿厚半角 (蜗轮)	ψ_{v2}	$\frac{90}{z_{v2}} + \frac{360 x_{n2} \tan \alpha_n}{\pi z_{v2}}$	
4	弦齿厚	\bar{s}_1 \bar{s}_2	s_{n1} $z_{v2} m_n \sin \psi_{v2}$	
5	弦齿高	\bar{h}_{a1}	$h_{a1} + \frac{(s_{n1} \sin \gamma)^2}{4 d_1}$	
		\bar{h}_{a2}	$h_{a2} + \frac{z_v m_n}{2} (1 - \cos \psi_{v2})$	

3.2 公法线长度法

如图 3.4 所示,使用卡尺测定跨齿数为 k 的公法线长度 W 。卡爪相切于轮齿的不同侧面。用这个方法所测出的公法线长度是基圆柱上的基圆齿厚 s_{bn} 与基圆齿距 $p_{bn} \times (k - 1)$ 的和。

(1) 正齿轮与内齿轮

表 3.10 列出了计算公式。

表 3.10 正齿轮及内齿轮的公法线长度

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	跨齿数	k	$k_{th} = zK(f) + 0.5$ k 是与 k_{th} 最接近的整数。 注 1	$m = 3$ $\alpha = 20^\circ$ $z = 24$ $x = +0.4$
2	公法线长度	W	$m \cos \alpha \{ \pi (k - 0.5) + z \operatorname{inv} \alpha \}$ $+ 2xm \sin \alpha$	$k_{th} = 3.78787$ $k = 4$ $W = 32.8266$

注 1. 其中

$$K(f) = \frac{1}{\pi} \{ \sec \alpha \sqrt{(1 + 2f)^2 - \cos^2 \alpha} - \operatorname{inv} \alpha - 2f \tan \alpha \} \quad (3.2)$$

$$\text{只是 } f = \frac{x}{z}$$

图 3.4 示意了正齿轮的公法线长度测定法,测量轮齿的外侧尺寸。

内齿轮的齿形,因为齿槽的部分为轮齿,所以,内齿轮的公法线测定测量时与正齿轮相反,在齿的内测进行测量。

(2) 斜齿齿轮

表 3.11 是齿直角方式斜齿齿轮的计算表。表 3.12 是轴直角方式斜齿齿轮的计算表。

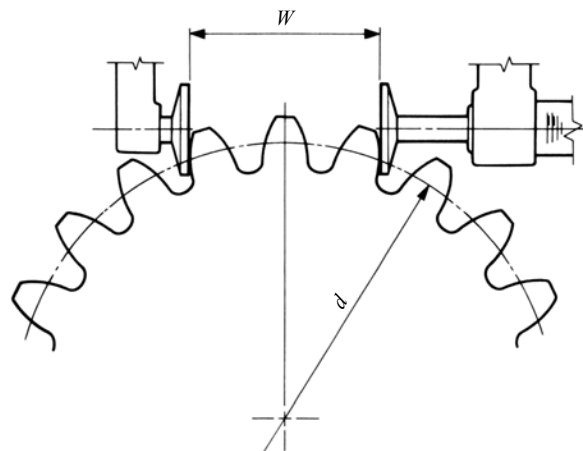


图 3.4 公法线长度法(正齿轮)

表 3.11 齿直角方式斜齿齿轮的公法线长度

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	跨齿数	k	$k_{th} = zK(f, \beta) + 0.5$ k 是与 k_{th} 最接近的整数。 注 1	$m_n = 3, \alpha_n = 20^\circ, z = 24$ $\beta = 25^\circ 00' 00''$ $x_n = +0.4$ $\alpha_t = 21.88023^\circ$
2	公法线长度	W	$m_n \cos \alpha_n \{ \pi (k - 0.5) + z \operatorname{inv} \alpha_t \}$ $+ 2x_n m_n \sin \alpha_n$	$k_{th} = 4.63009$ $k = 5$ $W = 42.0085$

注 1. 其中

$$K(f, \beta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \left(1 + \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n} \right) \sqrt{(\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n) (\sec \beta + 2f)^2 - 1} - \operatorname{inv} \alpha_t - 2f \tan \alpha_n \right\} \quad (3.3)$$

$$\text{只是 } f = \frac{x_n}{z}$$

表 3.12 轴直角方式斜齿齿轮的公法线长度

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	跨齿数	k	$k_{th} = zK(f, \beta) + 0.5$ k 是与 k_{th} 最接近的整数.	$m_t = 3, \alpha_t = 20^\circ, z = 24$ $\beta = 22^\circ 30' 00''$ $x_t = +0.4$ $\alpha_n = 18.58597^\circ$
2	公法线长度	W	$m_t \cos \beta \cos \alpha_n \{ \pi (k - 0.5) + z \operatorname{inv} \alpha_t \} + 2x_t m_t \sin \alpha_n$	$k_{th} = 4.31728$ $k = 4$ $W = 30.5910$

注 1. 其中

$$K(f, \beta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \left(1 + \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n} \right) \sqrt{(\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n)(\sec \beta + 2f)^2 - 1} - \operatorname{inv} \alpha_t - 2f \tan \alpha_n \right\} \quad (3.4)$$

只是 $f = \frac{x_t}{z \cos \beta}$

如图 3.5 所示, 斜齿齿轮的公法线长度测定时, 需要有一定的齿宽(端面宽度)

如果设最低齿宽为 b_{min} 的话:

$$b_{min} = W \sin \beta_b + \Delta b \quad (3.5)$$

其中 β_b 是基圆螺旋角.

$$\left. \begin{aligned} \beta_b &= \tan^{-1}(\tan \beta \cos \alpha_t) \\ &= \sin^{-1}(\sin \beta \cos \alpha_n) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

要想获得安定的测量数据, Δb 的量至少要取 3mm 左右.

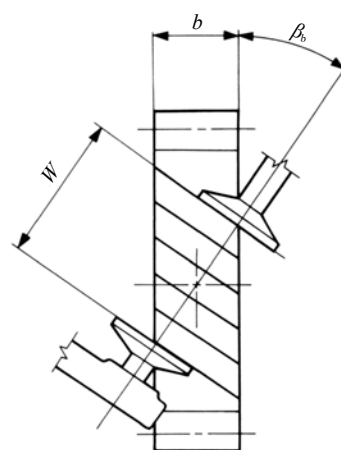


图 3.5 斜齿齿轮的齿宽

3.3 量柱(球)法

正齿轮及斜齿齿轮测定时, 如图 3.6 所示. 偶数齿时, 量柱(球)放入沿直角方向相对应的两齿槽中, 奇数齿时, 将量柱(球)放入偏转 $180/z$ 角度的齿槽中, 然后测定其外侧尺寸.

内齿轮时, 测定其内侧尺寸.

测定斜齿齿轮时, 使用两个量柱(球).

测定齿条时如图 3.8 所示, 将量柱(球)放入到齿槽中, 用卡尺测量从基准面到量柱(球)的距离. 只需使用一个量柱(球).

测定蜗杆时, 将三根量柱放入齿槽中, 测量其外侧尺寸.

这种方法称为三量柱法, 与螺丝的精密测定时使用的三针法相同.

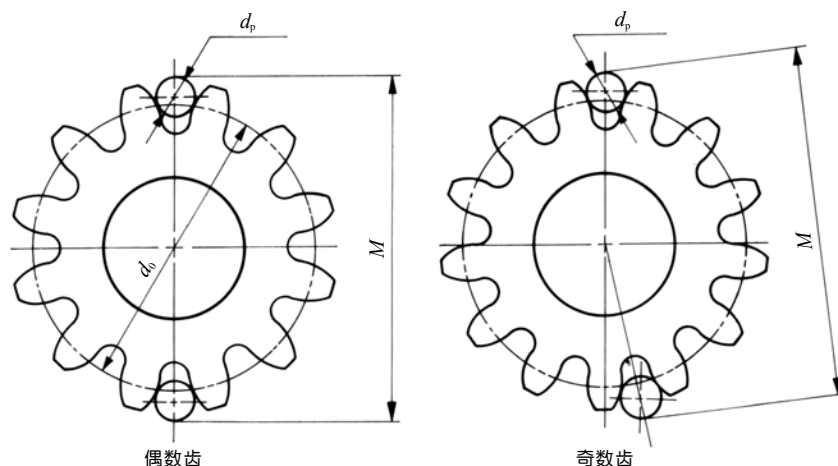


图 3.6 正齿轮的量柱(球)法

(1) 正齿轮

量柱(球)法的量柱(球),标准齿轮时在啮合节圆上,变位齿轮时在 $d + 2xm$ 的圆上与齿轮相接触是最为理想的。

如图 3.7 中所示的正齿轮中,求出在理想齿面上的量柱(球)直径的方法列于表 3.13.

表 3.13 与正齿轮接触的量柱(球)直径

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	齿槽半角	η	$\left(\frac{\pi}{2z} - \text{inv } \alpha\right) - \frac{2x \tan \alpha}{z}$	$m = 1$ $\alpha = 20^\circ$ $z = 20$ $x = 0$ $\eta = 0.0636354$ $\alpha' = 20^\circ$ $\varphi = 0.4276057$ $d'_p = 1.7245$
2	量柱(球)与齿面接触点上的压力角	α'	$\cos^{-1} \left\{ \frac{zm \cos \alpha}{(z + 2x)m} \right\}$	
3	通过量柱中心的作用角	φ	$\tan \alpha' + \eta$	
4	量柱(球)的理想直径	d'_p	$zm \cos \alpha (\text{inv } \varphi + \eta)$	

注: 角度 η 、 φ 的单位是弧度。

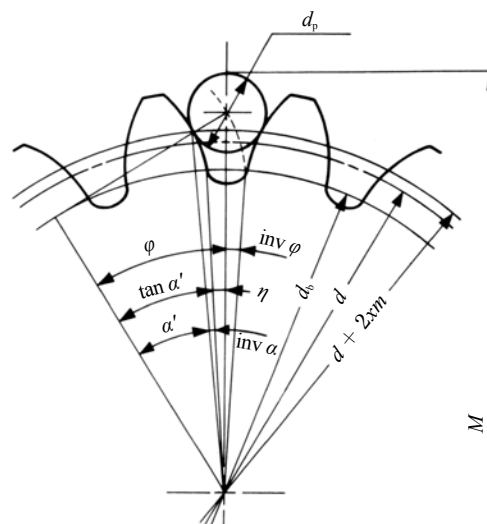


图 3.7 正齿轮的量柱跨距

在这里所计算出的量柱(球)的直径为理想值,需要特别制作,才能得到手。

这种情况下,使用与所计算的直径值相近,在市场上出售的高精度量柱(球)进行测量才是比较现实的。

量柱的直径定下来后,通过表 3.14 进行量柱跨距计算。

表 3.14 正齿轮的量柱(球)跨距

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	量柱(球)直径	d_p	注 1	$d_p = 1.7$ (设定) $\text{inv } \varphi = 0.0268197$ $\varphi = 24.1350^\circ$ $M = 22.2941$
2	φ 的渐开线函数	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{zm \cos \alpha} - \frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha + \frac{2x \tan \alpha}{z}$	
3	通过量柱中心的作用角	φ	由渐开线函数表中查出。	
4	量柱(球)跨距	M	偶数齿 $\frac{zm \cos \alpha}{\cos \varphi} + d_p$ 奇数齿 $\frac{zm \cos \alpha}{\cos \varphi} \cos \frac{90^\circ}{z} + d_p$	

注 1. 使用由表 3.13 所求出的理想量柱(球)直径或与之接近的直径。

表 3.15 为模数 $m = 1$, 分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ$ 的正齿轮在 $d + 2xm$ 的圆上与量柱(球)相接时, 量柱(球)的计算直径值.

表 3.15 $d + 2xm$ 圆上与正齿轮相接的量柱(球)直径

$m = 1, \alpha = 20^\circ$

齿数 z	变 位 系 数 x							
	- 0.4	- 0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
10		1.6348	1.7886	1.9979	2.2687	2.6079	3.0248	3.5315
20	1.6231	1.6599	1.7245	1.8149	1.9306	2.0718	2.2389	2.4329
30	1.6418	1.6649	1.7057	1.7632	1.8369	1.9267	2.0324	2.1542
40	1.6500	1.6669	1.6967	1.7389	1.7930	1.8589	1.9365	2.0257
50	1.6547	1.6680	1.6915	1.7248	1.7675	1.8196	1.8810	1.9516
60	1.6577	1.6687	1.6881	1.7155	1.7509	1.7940	1.8448	1.9032
70	1.6598	1.6692	1.6857	1.7090	1.7392	1.7759	1.8193	1.8691
80	1.6614	1.6695	1.6839	1.7042	1.7305	1.7625	1.8003	1.8438
90	1.6625	1.6698	1.6825	1.7005	1.7237	1.7521	1.7857	1.8242
100	1.6635	1.6700	1.6814	1.6975	1.7184	1.7439	1.7740	1.8087
110	1.6642	1.6701	1.6805	1.6951	1.7140	1.7372	1.7645	1.7960
120	1.6649	1.6703	1.6797	1.6931	1.7104	1.7316	1.7567	1.7855
130	1.6654	1.6704	1.6791	1.6914	1.7074	1.7269	1.7500	1.7766
140	1.6659	1.6705	1.6785	1.6900	1.7048	1.7229	1.7444	1.7690
150	1.6663	1.6706	1.6781	1.6887	1.7025	1.7195	1.7394	1.7625
160	1.6666	1.6706	1.6777	1.6877	1.7006	1.7164	1.7351	1.7567
170	1.6669	1.6707	1.6773	1.6867	1.6989	1.7138	1.7314	1.7517
180	1.6672	1.6708	1.6770	1.6858	1.6973	1.7114	1.7280	1.7472
190	1.6674	1.6708	1.6767	1.6851	1.6960	1.7093	1.7250	1.7432
200	1.6676	1.6708	1.6764	1.6844	1.6947	1.7074	1.7223	1.7396

(2) 齿条与斜齿齿条

在齿条上, 量柱(球)与分度圆节线上相接是最为理想的.

齿条的量柱跨距计算列于表 3.16.

斜齿齿条的情况下, 将表中的模数 m 换成法向模数 m_n , 分度圆压力角 α 换成法向压力角 α_n 后进行计算.

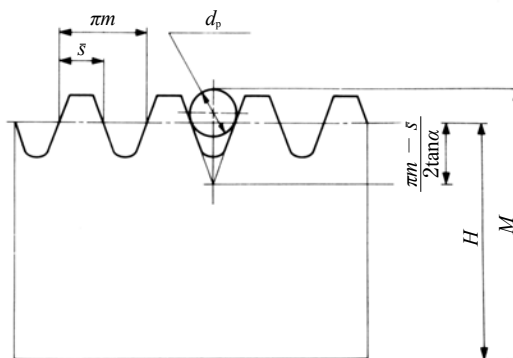


图 3.8 齿条的量柱跨距

表 3.16 齿条的量柱(球)跨距

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	理想量柱(球)直径	d'_p	$\frac{\pi m - s}{\cos \alpha}$	$m = 1$ $\alpha = 20^\circ$ $\bar{s} = 1.5708$ $d'_p = 1.6716$
2	量柱(球)跨距	M	$H - \frac{\pi m - \bar{s}}{2 \tan \alpha} + \frac{d'_p}{2} \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha} \right)$	$d_p = 1.7$ (设定) $H = 14.0000$ $M = 15.1774$

表 3.16A 斜齿齿条的量柱(球)跨距

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	理想量柱(球)直径	d'_p	$\frac{\pi m_n - \bar{s}}{\cos \alpha_n}$	$m_n = 1$ $\alpha_n = 20^\circ, \beta = 15^\circ$ $\bar{s} = 1.5708$ $d'_p = 1.6716$ $d_p = 1.7$ (设定) $H = 14.0000$ $M = 15.1774$
2	量柱(球)跨距	M	$H - \frac{\pi m_n - \bar{s}}{2 \tan \alpha_n} + \frac{d'_p}{2} \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha_n}\right)$	

(3) 内齿轮

如图 3.9 所示,内齿轮的情况下,也是量柱(球)在 $d + 2xm$ 的圆上于内齿轮相接是最为理想的。

表 3.17 是理想量柱(球)直径的求法计算表,表 3.18 是内齿轮的内侧量柱跨距计算表。

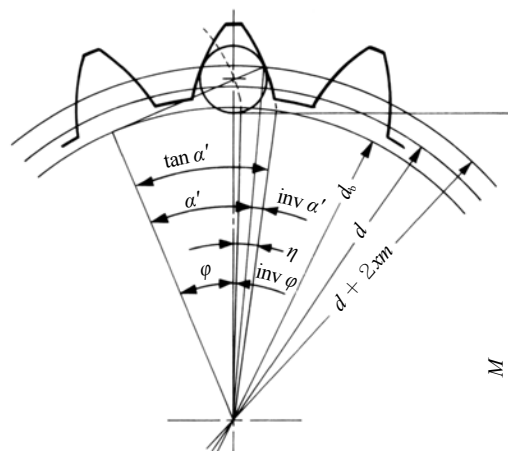


图 3.9 内齿轮的量柱(球)跨距

表 3.17 量柱(球)的直径

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	齿槽半角	η	$\left(\frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha\right) + \frac{2x \tan \alpha}{z}$	$m = 1$ $\alpha = 20^\circ$ $z = 40$ $x = 0$ $\eta = 0.054174$ $\alpha' = 20^\circ$ $\varphi = 0.30796$ $d'_p = 1.6489$
2	量柱(球)与齿面接触点上的压力角	α'	$\cos^{-1} \left\{ \frac{zm \cos \alpha}{(z + 2x)m} \right\}$	
3	通过量柱中心的压力角	φ	$\tan \alpha' - \eta$	
4	理想的量柱(球)直径	d'_p	$zm \cos \alpha (\eta - \text{inv } \varphi)$	

注: 角度 η 、 φ 的单位是弧度。

表 3.18 内齿轮的量柱(球)内侧跨距

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	量柱(球)直径	d_p	注 1	$d_p = 1.7$ (设定) $\text{inv } \varphi = 0.0089467$ $\varphi = 16.9521^\circ$ $M = 37.5951$
2	φ 的渐开线函数	$\text{inv } \varphi$	$\left(\frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha\right) - \frac{d_p}{zm \cos \alpha} + \frac{2x \tan \alpha}{z}$	
3	通过量柱中心的作用角	φ	由渐开线函数表中查出。	
4	量柱内侧跨距	M	偶数齿 $\frac{zm \cos \alpha}{\cos \varphi} - d_p$ 奇数齿 $\frac{zm \cos \alpha}{\cos \varphi} \cos \frac{90^\circ}{z} - d_p$	

注 1. 使用通过表 3.16 所求出的量柱(球)直径或与之接近的量柱直径。

表 3.19 为模数 $m = 1$, 分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ$ 的内齿轮在 $d + 2xm$ 的圆上与量柱(球)相接时, 量柱(球)的计算直径值.

表 3.19 在 $d + 2xm$ 圆上与内齿轮相接的量柱直径

$m = 1 \quad \alpha = 20^\circ$

齿数 z	变 位 系 数 x							
	- 0.4	- 0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
10	—	1.4789	1.5936	1.6758	1.7283	1.7519	1.7460	1.7092
20	1.4687	1.5604	1.6284	1.6759	1.7047	1.7154	1.7084	1.6837
30	1.5309	1.5942	1.6418	1.6751	1.6949	1.7016	1.6956	1.6771
40	1.5640	1.6123	1.6489	1.6745	1.6895	1.6944	1.6893	1.6744
50	1.5845	1.6236	1.6533	1.6740	1.6862	1.6900	1.6856	1.6732
60	1.5985	1.6312	1.6562	1.6737	1.6839	1.6870	1.6832	1.6725
70	1.6086	1.6368	1.6583	1.6734	1.6822	1.6849	1.6815	1.6721
80	1.6162	1.6410	1.6600	1.6732	1.6810	1.6833	1.6802	1.6718
90	1.6222	1.6443	1.6612	1.6731	1.6800	1.6820	1.6792	1.6717
100	1.6270	1.6470	1.6622	1.6729	1.6792	1.6810	1.6784	1.6716
110	1.6310	1.6492	1.6631	1.6728	1.6785	1.6801	1.6778	1.6715
120	1.6343	1.6510	1.6638	1.6727	1.6779	1.6794	1.6772	1.6714
130	1.6371	1.6525	1.6644	1.6727	1.6775	1.6788	1.6768	1.6714
140	1.6396	1.6539	1.6649	1.6726	1.6771	1.6783	1.6764	1.6714
150	1.6417	1.6550	1.6653	1.6725	1.6767	1.6779	1.6761	1.6713
160	1.6435	1.6561	1.6657	1.6725	1.6764	1.6775	1.6758	1.6713
170	1.6451	1.6570	1.6661	1.6724	1.6761	1.6772	1.6755	1.6713
180	1.6466	1.6578	1.6664	1.6724	1.6759	1.6768	1.6753	1.6713
190	1.6479	1.6585	1.6666	1.6724	1.6757	1.6766	1.6751	1.6713
200	1.6491	1.6591	1.6669	1.6723	1.6755	1.6763	1.6749	1.6713

(4) 斜齿齿轮

斜齿齿轮上, 在 $d + 2x_n m_n$ 圆上与齿轮相接的理想量柱(球)直径, 利用正齿轮的公式, 将式中的齿数 z 换成当量齿数 z_v , 即可得到量柱直径的计算值.

表 3.20 是齿直角方式斜齿齿轮的量球(柱)直径的计算表, 表 3.21 是量球(柱)跨距的计算表.

表 3.20 齿直角方式斜齿齿轮的量球(柱)直径

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	当量齿轮齿数	z_v	$\frac{z}{\cos^3 \beta}$	$m_n = 1$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z = 20$ $\beta = 15^\circ 00' 00''$ $x_n = + 0.4$ $z_v = 22.19211$ $\eta_v = 0.0427566$ $\alpha'_v = 24.90647^\circ$ $\varphi_v = 0.507078$ $d'_p = 1.9020$
2	齿槽半角	η_v	$\frac{\pi}{2z_v} - \text{inv } \alpha_n - \frac{2x_n \tan \alpha_n}{z_v}$	
3	量球(柱)与齿面接点上的压力角	α'_v	$\cos^{-1} \left(\frac{z_v \cos \alpha_n}{z_v + 2x_n} \right)$	
4	过量球(柱)中心的压力角	φ_v	$\tan \alpha'_v + \eta_v$	
5	理想的量球(柱)的直径	d'_p	$z_v m_n \cos \alpha_n (\text{inv } \varphi_v + \eta_v)$	

注: 角度 η_v 、 φ_v 的单位为弧度.

表 3.21 齿直角方式斜齿齿轮的量球(柱)跨距

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	量球(柱)直径	d_p	注 1	$d_p = 2$ (设定) $\alpha_t = 20.646896^\circ$ $\text{inv } \varphi = 0.058890$ $\varphi = 30.8534^\circ$ $M = 24.5696$
2	φ 的渐开线函数	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{m_n z \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha_t + \frac{2x_n \tan \alpha_n}{z}$	
3	通过中心的压力角	φ	由渐开线函数表中查出.	
4	量球(柱)跨距	M	偶数齿 $\frac{zm_n \cos \alpha_t}{\cos \beta \cos \varphi} + d_p$ 奇数齿 $\frac{zm_n \cos \alpha_t}{\cos \beta \cos \varphi} \cos \frac{90^\circ}{z} + d_p$	

注 1. 使用通过表 3.20 所求出的量球(柱)直径或与之接近的量球.

表 3.22 是轴直角方式斜齿齿轮的量球(柱)直径的计算表,表 3.23 是量球(柱)跨距的计算表.

表 3.22 轴直角方式斜齿齿轮的量球(柱)直径

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	当量齿轮齿数	z_v	$\frac{z}{\cos^3 \beta}$	$m_t = 3$ $\alpha_t = 20^\circ$ $z = 36$ $\beta = 33^\circ 33' 26.3''$ $\alpha_n = 16.87300^\circ$ $x_t = +0.2$ $z_v = 62.20800$ $\eta_v = 0.014091$ $\alpha'_v = 18.26390$ $\varphi_v = 0.34411$ $\text{inv } \varphi_v = 0.014258$ $d'_p = 4.2190$
2	齿槽半角	η_v	$\frac{\pi}{2z_v} - \text{inv } \alpha_n - \frac{2x_t \tan \alpha_t}{z_v}$	
3	量球(柱)与齿面接点上的压力角	α'_v	$\cos^{-1} \left(\frac{z_v \cos \alpha_n}{z_v + 2 \frac{x_t}{\cos \beta}} \right)$	
4	通过量球(柱)中心的压力角	φ_v	$\tan \alpha'_v + \eta_v$	
5	理想的量球(柱)的直径	d'_p	$z_v m_t \cos \beta \cos \alpha_n (\text{inv } \varphi_v + \eta_v)$	

注. 角度 η_v 、 φ_v 的单位为弧度.

表 3.23 轴直角方式斜齿齿轮的量球(柱)跨距

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	量球(柱)直径	d_p	注 1	$d_p = 4.5$ $\text{inv } \varphi = 0.027564$ $\varphi = 24.3453^\circ$ $M = 115.892$
2	φ 的渐开线函数	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{m_n z \cos \beta \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha_t + \frac{2x_t \tan \alpha_t}{z}$	
3	通过球心的压力角	φ	由渐开线函数表中查出.	
4	量球(柱)跨距	M	偶数齿 $\frac{zm_t \cos \alpha_t}{\cos \varphi} + d_p$ 奇数齿 $\frac{zm_t \cos \alpha_t}{\cos \varphi} \cos \frac{90^\circ}{z} + d_p$	

注 1. 使用通过表 3.22 所求出的量球(柱)直径或与之接近的量球.

(5) 蜗杆的三量柱法

做为蜗杆的齿形被广泛使用的 3 型齿形, 虽然以工具压力角 $\alpha_0 = 20^\circ$ 做为基准, 但是用此刀具切齿时, 蜗杆的法向压力角 α_n 将小于 20° , 求出这个法向压力角 α_n 的 AGMA(美国齿轮制造商协会) 近似值的方程式如下所示.

$$\alpha_n = \alpha_0 - \frac{90}{z_1} \frac{r}{r_0 \cos^2 \gamma + r} \sin^3 \gamma \quad (3.7)$$

其中 r : 蜗杆的分度圆半径
 r_0 : 刀具的半径
 z_1 : 蜗杆的头数
 γ : 蜗杆的分度圆柱导程角

有关 3 型齿形三量柱跨距的资料非常少, 在这里介绍几种近似的计算方法.

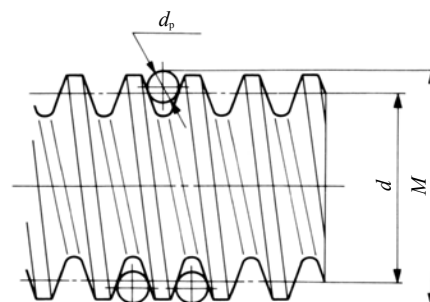


图 3.10 蜗杆的三量柱法

(a) 将蜗杆看成与齿条相同的直线齿形进行计算

如果将蜗杆的齿形近似地看成直线齿形的话, 可以与齿条同样利用表 3.24 的方法进行计算.

表 3.24 蜗杆的三量柱跨距的计算 (a)- 1

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	理想的量柱(球)直径	d'_p	$\frac{\pi m_x}{2 \cos \alpha_x}$	$m_x = 2$ $z_1 = 1$ $\gamma = 3.691386^\circ$ $\alpha_x = 20.03827^\circ$
2	三量柱跨距	M	$d_1 - \frac{\pi m_x}{2 \tan \alpha_x} + d'_p \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha_x} \right)$	$\alpha_n = 20^\circ$ $d_1 = 31$ $d'_p = 3.3440$ $d_p = 3.3$ $M = 35.3173$

但是, 这种方法中, 因为蜗杆的导程角很小, 所以没有加以考虑其影响. 当导程角变大时, 误差也将随之增加.

考虑导程角影响的计算方法列于表 3.25.

表 3.25 蜗杆的三量柱跨距的计算 (a)- 2

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	理想的量柱(球)直径	d'_p	$\frac{\pi m_n}{2 \cos \alpha_n}$	$m_x = 2$ $z_1 = 1$ $\gamma = 3.691386^\circ$
2	三量柱跨距	M	$d_1 - \frac{\pi m_n}{2 \tan \alpha_n} + d'_p \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha_n} \right) - \frac{(d'_p \cos \alpha_n \sin \gamma)^2}{2 d_1}$	$\alpha_n = 20^\circ$ $d_1 = 31$ $m_n = 1.99585$ $d'_p = 3.3363$ $d_p = 3.3$ $M = 35.3344$

(b) 斜齿齿轮的计算公式近似代用的方法

这种方法是将斜齿齿轮的量柱(球)跨距计算公式做为蜗杆的三量柱跨距计算的代用公式进行跨距计算。

3型的蜗杆齿形因为不是渐开线齿形,所以,这种方法只能是一种近似的代用法,但在实际应用中完全可以满足要求。

表 3.26, 3.27 是轴向模数方式蜗杆的计算表。

表 3.28, 3.29 是法向模数方式蜗杆的计算表。

表 3.26 轴向模数方式蜗杆的量柱(球)直径

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	当量齿轮齿数	z_v	$\frac{z_1}{\cos^3(90^\circ - \gamma)}$	$m_x = 2$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 1$ $d_1 = 31$ $\gamma = 3.691386^\circ$ $z_v = 3747.1491$ $\eta_v = -0.014485$ $\alpha'_v = 20^\circ$ $\varphi_v = 0.349485$ $\text{inv } \varphi_v = 0.014960$ $d'_p = 3.3382$
2	齿槽半角	η_v	$\frac{\pi}{2z_v} - \text{inv } \alpha_n$	
3	量柱与齿面相接点上的压力角	α'_v	$\cos^{-1}\left(\frac{z_v \cos \alpha_n}{z_v}\right)$	
4	通过中心的压力角	φ_v	$\tan \alpha'_v + \eta_v$	
5	理想的量柱直径(球)	d'_p	$z_v m_x \cos \gamma \cos \alpha_n (\text{inv } \varphi_v + \eta_v)$	

注: 角度 η_v 、 φ_v 的单位为弧度。

表 3.27 轴向模数方式蜗杆的三量柱跨距

序号	计算项目	代号	计算方程式	计算例
1	量柱(球)直径	d_p	注 1	$d_p = 3.3$ $\alpha_t = 76.96878^\circ$ $\text{inv } \alpha = 4.257549$ $\text{inv } \varphi = 4.446297$ $\varphi = 80.2959^\circ$ $M = 35.3345$
2	φ 的渐开线函数	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{m_x z_1 \cos \gamma \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z_1} + \text{inv } \alpha_t$	
3	通过球心的压力角	φ	由渐开线函数表中查出。	
4	三量柱跨距	M	$\frac{z_1 m_x \cos \alpha_t}{\tan \gamma \cos \varphi} + d_p$	

注 1. 使用通过表 3.26 所求出的量球(柱)直径或与之接近的量柱。

注 2. 其中 $\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \alpha_n}{\sin \gamma}\right)$

下面介绍法向（齿直角）模数方式蜗杆的计算方法。

基本上说，不论是轴向模数还是法向模数方式，完全可以使用同样的公式进行计算。为了使用做为基准的模数，将计算公式做了变形。

表 3.28 法向模数方式蜗杆量柱（球）的直径

序号	计算项目	记号	计算式	计算例
1	当量齿轮齿数	z_v	$\frac{z_1}{\cos^3(90^\circ - \gamma)}$	$m_n = 2.5$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 1$ $d_1 = 37$ $\gamma = 3.874288^\circ$ $z_v = 3241.792$ $\eta_v = -0.014420$ $\alpha'_v = 20^\circ$ $\varphi_v = 0.349550$ $\text{inv } \varphi_v = 0.0149687$ $d'_p = 4.1785$
2	齿槽半角	η_v	$\frac{\pi}{2z_v} - \text{inv } \alpha_n$	
3	量球（柱）与齿面接点上的压力角	α'_v	$\cos^{-1}\left(\frac{z_v \cos \alpha_n}{z_1}\right)$	
4	通过量球（柱）中心的压力角	φ_v	$\tan \alpha'_v + \eta_v$	
5	理想的量球（柱）的直径	d'_p	$z_v m_n \cos \alpha_n (\text{inv } \varphi_v + \eta_v)$	

注：角度 η_v 、 φ_v 的单位为弧度。

表 3.29 法向模数方式蜗杆的三量柱跨距

序号	计算项目	记号	计算式	计算例
1	量柱（球）直径	d_p	注 1	$d_p = 4.2$ $\alpha_t = 79.48331^\circ$ $\text{inv } \alpha_t = 3.999514$ $\text{inv } \varphi = 4.216536$ $\varphi = 79.8947^\circ$ $M = 42.6897$
2	φ 的渐开线函数	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{m_n z_1 \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z_1} + \text{inv } \alpha_t$	
3	通过球心的压力角	φ	由渐开线函数表中查出。	
4	三量柱跨距	M	$\frac{z_1 m_n \cos \alpha_t}{\sin \gamma \cos \varphi} + d_p$	

注 1. 使用通过表 3.28 所求出的量球（柱）直径或与之接近的量柱。

注 2. $\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \alpha_n}{\sin \gamma}\right)$

4 齿轮的齿隙

一对齿轮要想达到圆滑流畅的旋转传动, 需要有齿隙. 齿隙是指一对齿轮啮合时, 齿面间的间隙. 根据测定方向, 被分类为圆周齿隙 j_t , 法向齿隙 j_n , 径向齿隙 (中心距方向) j_r 和旋转角度齿隙 j_θ ($^\circ$). 如图 4.1 所示.

4.1 各种齿轮的齿隙

表 4.1 中, 列出了各种齿轮的圆周齿隙, 法向齿隙及径向齿隙之间的关系式.

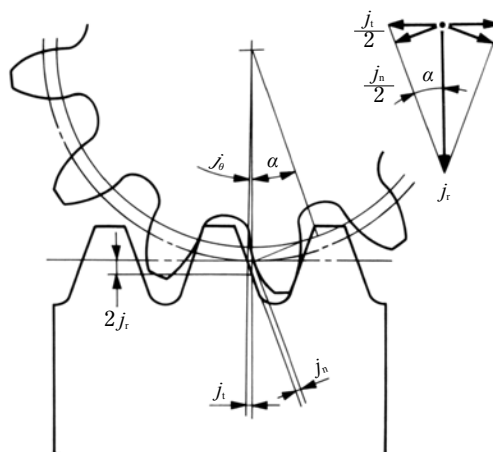


图 4.1 齿隙的种类和方向

表 4.1 齿隙关系式

序号	齿轮的种类	圆周方向 j_t 与法线方向 j_n 的关系式	半径方向 (中心距离方向) j_r 与圆周方向 j_t 的关系式
1	正 齿 轮	$j_n = j_t \cos \alpha$	$j_r = \frac{j_t}{2 \tan \alpha}$
2	斜 齿 齿 轮	$j_n = j_{tt} \cos \alpha_n \cos \beta$	$j_r = \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t}$
3	直 形 齿 伞 轮	$j_n = j_t \cos \alpha$	$j_r = \frac{j_t}{2 \tan \alpha \sin \delta}$
4	弧 齿 伞 形 齿 轮	$j_n = j_{tt} \cos \alpha_n \cos \beta_m$	$j_r = \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t \sin \delta}$
5	蜗 杆	$j_n = j_{tt1} \cos \alpha_n \sin \gamma$	$j_r = \frac{j_{tt2}}{2 \tan \alpha_x}$
	蜗 轮	$j_n = j_{tt2} \cos \alpha_n \cos \gamma$	

圆周齿隙 j_t 与旋转角度齿隙 j_θ 之间, 如下的关系式成立.

$$j_\theta = j_t \times \frac{360}{\pi d} (\text{度}) \quad (4.1)$$

(1) 正齿轮的齿隙

正齿轮的齿隙由图 4.1 可以导出:

$$\left. \begin{aligned} j_n &= j_t \cos \alpha \\ j_r &= \frac{j_t}{2 \tan \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

(2) 斜齿齿轮的齿隙

斜齿齿轮的齿隙,可以根据测定的截面,将法向截面(n)和端面截面(t)分别加以考虑.

图 4.2 中 j_{nn} 、 j_{tn} 、 j_{nt} 、 j_{tt} 的定义分别如下:

- j_{nn} = 法平面法向齿隙
- j_{tn} = 法平面圆周齿隙
- j_{nt} = 端面法向齿隙
- j_{tt} = 端面圆周齿隙

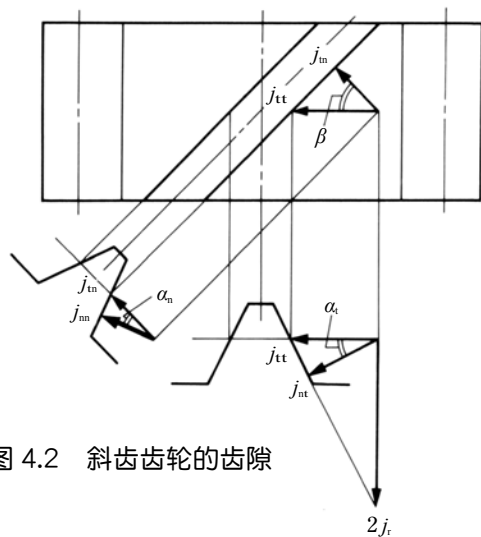


图 4.2 斜齿齿轮的齿隙

图 4.2 中的齿隙间,有如下的关系式成立.

在法平面上:

$$j_{nn} = j_{tn} \cos \alpha_n \quad (4.3)$$

在节面上:

$$j_{tn} = j_{tt} \cos \beta \quad (4.4)$$

在端平面上:

$$\left. \begin{aligned} j_{nt} &= j_{tt} \cos \alpha_t \\ j_t &= \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

(3) 直齿伞形齿轮的齿隙

在图 4.3 中,示意了直齿伞形齿轮的齿隙.

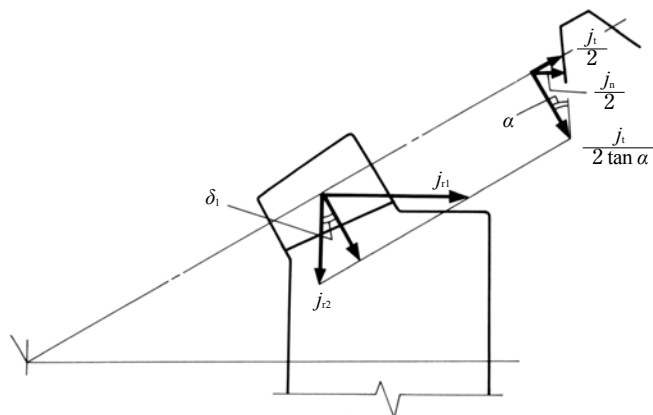


图 4.3 直齿伞形齿轮的齿隙

图中所示的法平面上,圆周齿隙 j_t , 法向齿隙 j_n , 径向齿隙 j_r' 三者之间有如下所示的关系.

$$\left. \begin{aligned} j_n &= j_t \cos \alpha \\ j_r' &= \frac{j_t}{2 \tan \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

径向齿隙 j_r' 在轴平面上,可以分解成小齿轮中心距方向(安装距)齿隙 j_{e1} 和大齿轮中心距方向齿隙 j_{e2} .

$$\left. \begin{aligned} j_{e1} &= \frac{j_t}{2 \tan \alpha \sin \delta_1} \\ j_{e2} &= \frac{j_t}{2 \tan \alpha \cos \delta_1} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

(4) 弧齿伞形齿轮的齿隙

弧齿伞形齿轮的齿隙示意在图 4.4 中。

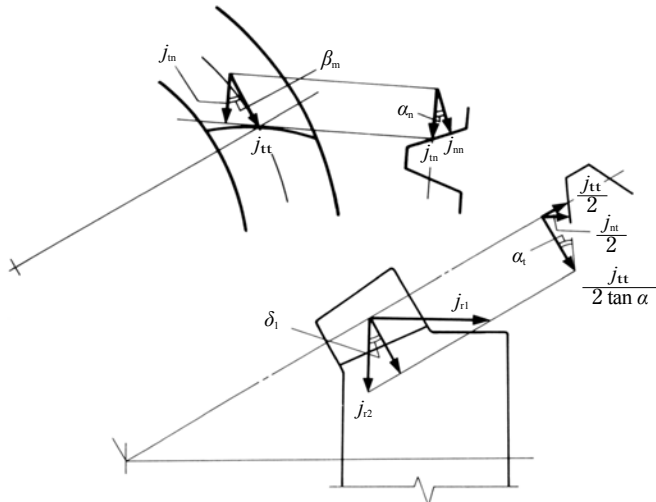


图 4.4 弧齿伞形齿轮的齿隙

在齿宽中央的法平面上：

$$j_{tn} = j_{tn} \cos \alpha_n \quad (4.8)$$

在节平面上：

$$j_{tn} = j_{tt} \cos \beta_m \quad (4.9)$$

在端平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{nt} &= j_{tt} \cos \alpha_t \\ j_r' &= \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t} \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

径向齿隙 j_r' 在轴平面上，可以分解为小齿轮中心距方向齿隙 j_{r1} 和大齿轮中心距方向齿隙 j_{r2} 。

$$\left. \begin{aligned} j_{r1} &= \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t \sin \delta_1} \\ j_{r2} &= \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t \cos \delta_1} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

(5) 蜗杆副的齿隙

图 4.5 示意了蜗杆副的齿隙。

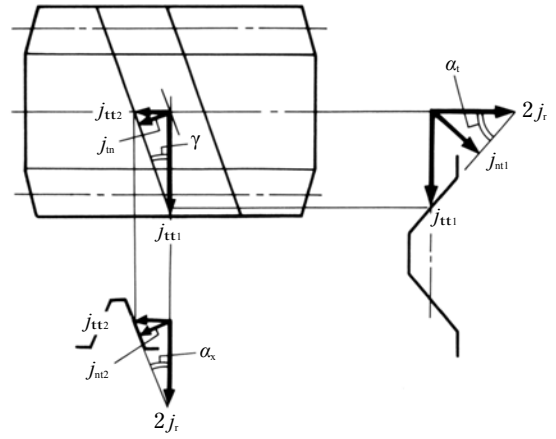


图 4.5 蜗杆蜗轮副的齿隙

在蜗杆的节平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{tn} &= j_{tt1} \sin \gamma \\ j_{tn} &= j_{tt2} \cos \gamma \\ \tan \gamma &= \frac{j_{tt2}}{j_{tt1}} \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

在蜗杆的端平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{nt1} &= j_{tt1} \cos \alpha_t \\ j_r &= \frac{j_{tt1}}{2 \tan \alpha_t} \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

在蜗轮的端平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{nt2} &= j_{tt2} \cos \alpha_x \\ j_r &= \frac{j_{tt2}}{2 \tan \alpha_x} \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

4.2 齿厚与齿隙

使齿轮产生齿隙的方法有两种,一是将齿厚减薄,二是增大中心距.一般的说,前者较为常用.在这里,将介绍齿厚减薄的方法.

前面已经介绍了齿轮的齿厚计算方法,所计算的齿厚值为齿轮的基础齿厚.在一对相互啮合的正齿轮中,将小齿轮的圆弧齿厚 s_1 减薄 Δs_1 ,大齿轮的齿厚 s_2 减薄 Δs_2 时,圆周方向齿隙为 $\Delta s_1 + \Delta s_2$.设齿厚的减少量 Δs_1 、 Δs_2 分别为 0.1,压力角 $\alpha = 20^\circ$ 时,圆周齿隙 j_i 为:

$$j_i = \Delta s_1 + \Delta s_2 = 0.1 + 0.1 = 0.2$$

将其换算成法向齿隙 j_n , 则:

$$j_n = j_i \cos \alpha = 0.2 \times \cos 20^\circ = 0.1879$$

换算成半径方向齿隙 j_r , 则:

$$j_r = \frac{j_i}{2 \tan \alpha} = \frac{0.2}{2 \times \tan 20^\circ} = 0.2747$$

实际上需要减少圆弧齿厚,增加齿隙时,应该参考 JIS 的齿隙标准进行.JIS 的齿隙规格包括 JIS B1703-76(正齿轮及斜齿齿轮的齿隙)和 JIS B1705-73(伞形齿轮齿隙).这些标准中,都规定了在端平面上的圆周齿隙 j_i 或 $j_{\pi i}$ 的数值.规格中的数值是一般情况下的标准齿隙值.根据使用目的,亦可采用规格外的齿隙.

在图纸上注明齿厚值时,除记入齿厚外,还应该记入齿厚的容许尺寸公差及齿隙.

例如:

弧齿厚	3.141	$\begin{matrix} -0.050 \\ 0.100 \end{matrix}$
齿隙	0.100 ~ 0.200	

因为齿厚的容许公差决定齿隙,所以非常重要.

4.3 齿轮系与齿隙

在单级齿轮机构中的齿隙已经在各种齿轮的齿隙中做以介绍.在此,来考虑两级齿轮机构的齿隙.

如图 4.6 所示的两级齿轮机构中,设 j_{i1} 为第一级的圆周齿隙, j_{i4} 为第二级的圆周齿隙.

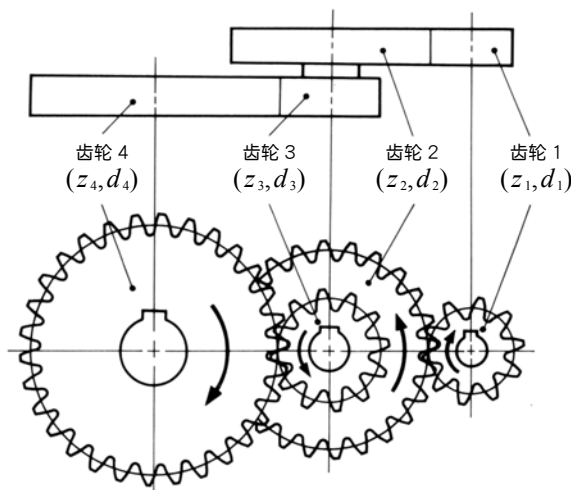


图 4.6 两级齿轮机构的齿隙

若在此将第一级的小齿轮 1 固定,第二级的大齿轮 4 的总圆周齿隙 $j_{\pi 4}$ 为:

$$j_{\pi 4} = j_{i1} \frac{d_3}{d_2} + j_{i4} \tag{4.15}$$

换算成旋转角齿隙则为:

$$j_\theta = j_{\pi 4} \frac{360}{\pi d_4} \text{ (度)} \tag{4.16}$$

当固定大齿轮 4 时,第一级的小齿轮 1 的总圆周齿隙 $j_{\pi 1}$ 为:

$$j_{\pi 1} = j_{i4} \frac{d_2}{d_3} + j_{i1} \tag{4.17}$$

换算成旋转角齿隙则为:

$$j_\theta = j_{\pi 1} \frac{360}{\pi d_1} \text{ (度)} \tag{4.18}$$

4.4 减小齿隙的方法

伴随机械的高精度化趋势,小齿隙齿轮的需求不断增加.减少齿隙的方法可大致分为静态和动态两种.

静态方法是指将齿轮副的齿隙调整后固定齿轮的方法.

动态方法是指为消除齿隙而对齿轮施加作用力,使得齿轮能保持在无齿隙状态下运转.

(1) 静态方法(调整·固定方法)

这种调整固定方法基本上有如下两种方式.其一是对齿轮做调整固定,其二是对中心距做调整固定,根据其不同的组合,可以考虑有如下的四种方式(I~IV).

表 4.2

		中心距离调整	
		无	有
齿调 轮整	无	I	III
	有	II	IV

(I) 方法 I

齿轮和中心距都不做任何调整,在中心距固定的条件下,制造齿隙可以达到最小的齿轮.

(II) 方法 II

在齿轮可以调整的构造中,按固定中心距使齿轮啮合后,将齿轮向齿隙变小的方向进行调整,然后固定齿轮.

调整齿轮的方法,可以有如下三种.

- ① 将两个齿轮重迭后,将其中一个沿旋转方向移动.
- ② 斜齿齿轮等带有螺旋角的齿轮相互重迭后,将其中一个沿轴向移动.
- ③ 伞形齿轮和锥齿轮等圆锥型的齿轮沿轴向移动(双导程蜗杆副也属于此类).

以上三种方法示意于图 4.7 中.

①是旋转移动方式,②,③是平行移动方式.

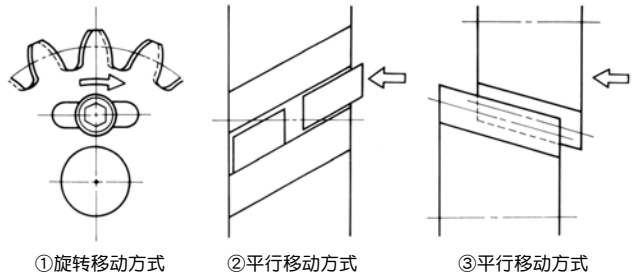


图 4.7 齿轮的调节·固定方法

(III) 方法 III

不调整齿轮,在中心距可以调整的构造中,将齿隙调整后,固定中心距的方法.

调整中心距的方法有旋转移动方式和平行移动方式两种.

① 平行移动方式

将齿轮沿中心距减少的方向平行移动,调整好齿隙后,固定中心距离.

② 旋转移动方式

与齿轮不同心,拥有偏心的旋转中心的机构中,以偏心的旋转中心做为中心转动齿轮,调整中心距离后,将此中心距固定.

受偏心量的影响,其构造会多少有些不同.

以上的调整方法示意于图 4.8 中.

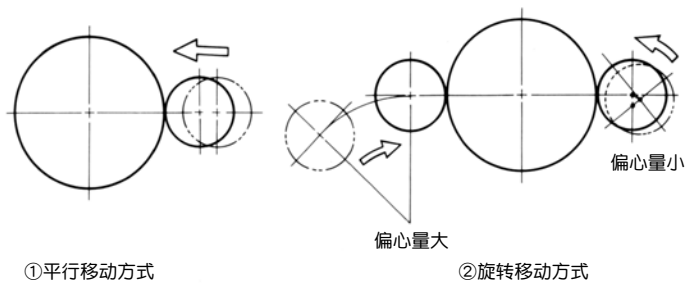


图 4.8 中心距离调节·固定的方法

(IV) 方法 IV

这种方法是齿轮与中心距同时进行调整的方法,因为没有必要同时做调整,所以不大被采用.

(2) 动态方法(强制去除齿隙的方法)

这种强制去除齿隙的方法基本上与(1)中所述的调整固定方式相同.强制地实行(1)方式的调整即是(2)的动态方式.这种方式,有通过调整齿轮强制去除齿隙和通过调整中心距强制去除齿隙的两种方法.

(I) 通过调整中心距强制去除齿隙的方法

这种方法是在图 4.7 中所示的方法 II 的情况下,利用弹簧等的外力,强制去除齿隙的方法.

(II) 通过调整中心距强制去除齿隙的方法

这种方法是图 4.8 中所示的方法 III 的情况下,利用弹簧等的外力,强制去除齿隙的方法.

在这里,弹簧等强制力 F 的大小需要大于齿的受力 F_1 和摩擦力 F_2 的和.

$$F > F_1 + F_2 \quad (4.19)$$

强制力 F 太小的话,无法达到除去齿隙的目的.相反,太大的话,齿部的预加载过大,会增加齿轮的摩擦,降低齿轮寿命.通过强制方法除去齿隙时,在计算齿轮强度时,应该将预加载的影响也加以考虑.

(3) 双导程蜗杆副

双导程蜗杆做为减少齿隙的一个方法,做为基准蜗杆副等使用在滚齿机等要求高精度的部分.

图 4.9 为双导程蜗杆副的示意图.

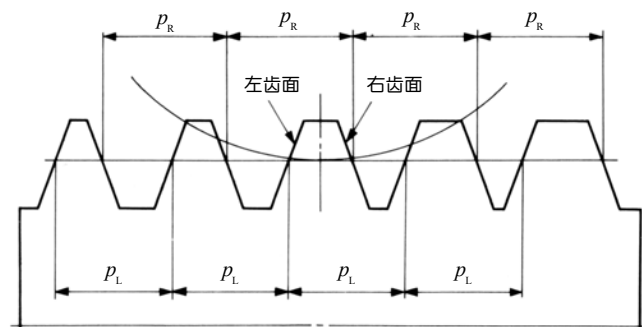


图 4.9 双导程蜗杆副原理图

双导程蜗杆蜗轮的左齿面齿距 p_L 和右齿面齿距 p_R 不相等.此例中 $p_L > p_R$.

与之啮合的蜗轮也与蜗杆相同,左右齿面的齿距分别为 p_L 、 p_R .

在上图所示的情况下,因为由左到右,蜗杆的齿厚逐渐变厚,所以蜗杆沿轴方向移动时,齿隙可以得到正确的调整.

5 齿轮的精度

齿轮是传达动力和旋转的机械要素.对于齿轮的性能要求主要有:

- ① 更大的动力传达能力
- ② 尽可能使用体积小的齿轮
- ③ 低噪音
- ④ 正确性

要想满足如上所述的要求,提高齿轮的精度将成为必须解决的课题.本章中,将就「齿轮的精度」问题做以说明.

5.1 正齿轮与斜齿齿轮的精度

正齿轮与斜齿齿轮的精度,在以下的标准中做有明确的规定.这里,按照标准的顺序加以说明.

JIS B 1702-1:1998 圆柱齿轮—精度等级 第1部:齿轮的齿面误差及容许值(在此标准中,共有13个精度等级,0级精度为最高,12级精度为最低.)

JIS B 1702-2:1998 圆柱齿轮—精度等级 第2部:径向综合偏差及径向跳动的定义和精度容许值.(由最高精度4级,最低精度12级的9个精度等级所构成.)

在旧标准 JIS B1702:1976 中,精度等级被分为0~8级的9个等级.新标准与此有很大的不同.在本社的产品中,为了避免新,旧标准的混乱,在按1998年版新标准表示精度等级时,精度级别数字的前面加注N,以示区别.

单齿距偏差 (f_{pt})

单齿距偏差是端平面上,接近齿高中心部分的一个与齿轮轴线同心的圆上,实际齿隙与理论齿隙的代数差.

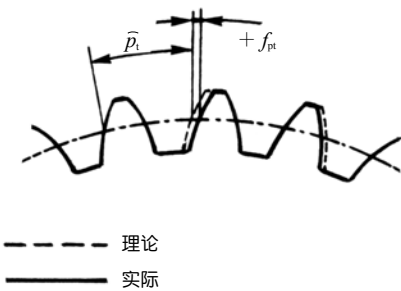


图 5.1 单齿距偏差 f_{pt}

齿距累积总偏差 (F_p)

齿轮的同侧齿面在任意弧段内的最大齿距累积偏差.它表现为齿距累积偏差曲线的总幅值.

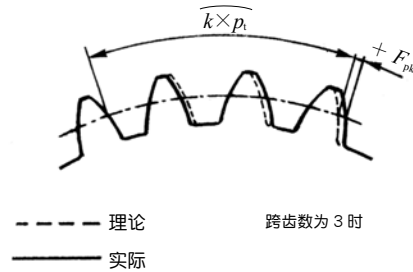


图 5.2 齿距偏差

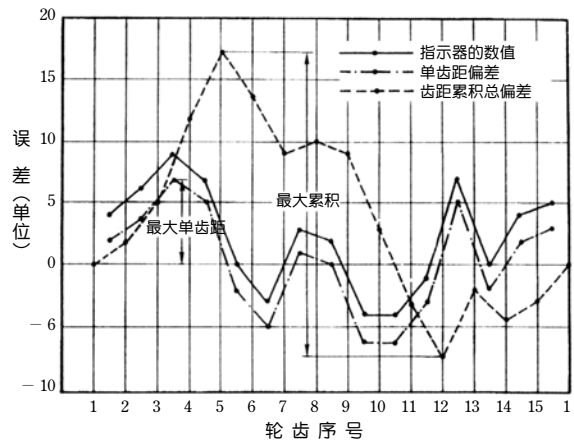


图 5.3 齿距偏差的例子

齿形总偏差 (F_a)

齿形总偏差是在预定的齿形检查范围内,包容实际齿形的两条设计齿形线间的距离.

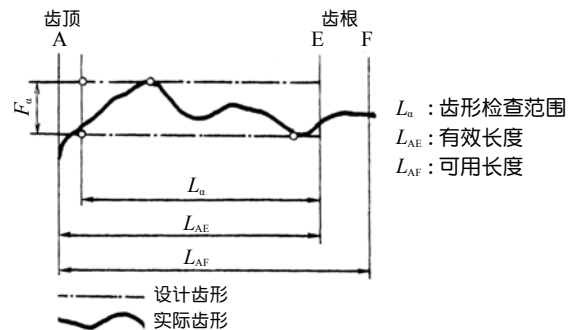


图 5.4 齿形总偏差 F_a

螺旋线总偏差 (F_{β})

螺旋线总偏差是在预定的齿形检查范围内, 包容实际螺旋线的两条设计螺旋线间的距离。

螺旋线总偏差对齿面接触产生影响. 偏差过大会使齿接触集中于轮齿宽度端部, 造成齿接触不良. 为了避免产生这种齿接触, 对齿面施行鼓型加工或齿形修薄等齿线方向的修整。

图 5.6 是利用 ZEISS UMC550 测定齿形及螺旋线偏差的例子。

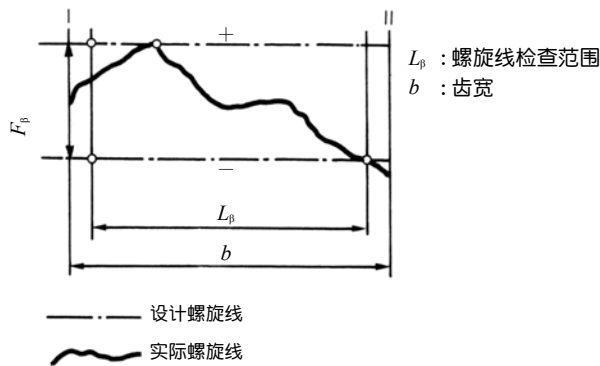


图 5.5 螺旋线总偏差 F_{β}

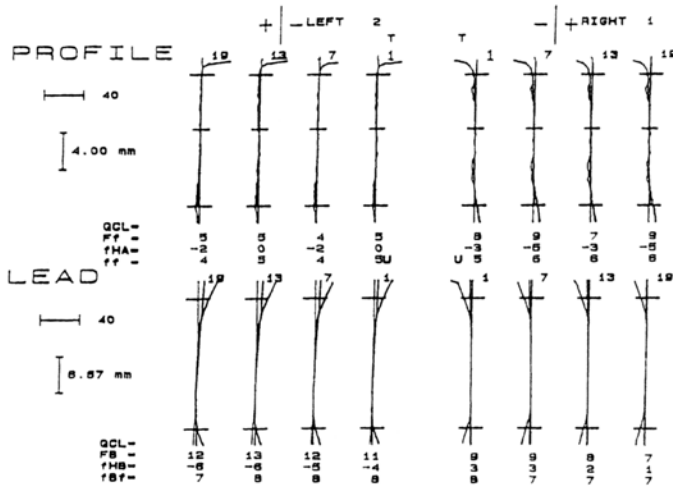


图 5.6 齿形偏差及螺旋线方向偏差的测定例

径向综合总偏差 (F_i'')

径向综合总偏差是被测齿轮的左右齿面同时与测量齿轮接触, 被测齿轮旋转一周时, 中心距的最大值与最小值的差。

f_i'' : 单齿轮径向综合总偏差

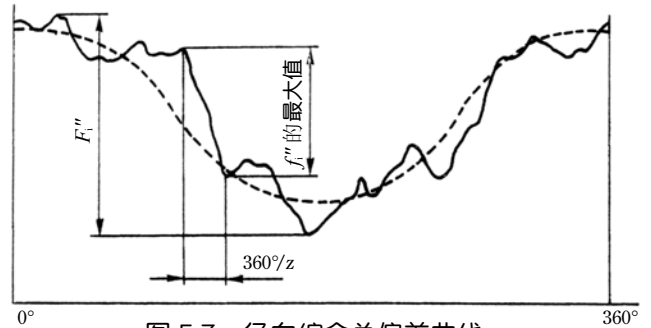


图 5.7 径向综合总偏差曲线

径向跳动 (F_r)

径向跳动的数值, 是将测头 (球, 圆柱等) 在齿轮旋转时, 将测头逐一地放置在齿槽中, 测头径向位置的最大值与最小值之差。

径向跳动对齿轮的噪音等产生不良影响. 齿轮加工或磨削时, 工件夹具的摆动有很大的影响. 最近, 因为机械设备的精度逐渐提高, 要想减小径向跳动, 使用高质量的夹具机械齿轮的加工成为必要的选择. 图 5.8 示意了径向跳动线, 在径向跳动中, 还包括偏心。

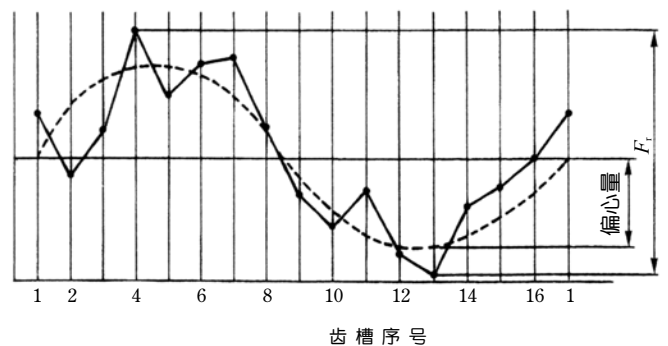


图 5.8 齿轮 (齿数为 16) 的径向跳动

5.2 伞形齿轮的精度

伞形齿轮的精度,在 JIS B 1704:1978 标准中有明确的规定.在这里,我们按照标准的顺序加以说明.

齿轮的精度等级由 0~8 分为 9 个等级.

齿轮的容许偏差,规定了以下四个项目:

- (1) 单齿距偏差
- (2) 相邻齿距偏差
- (3) 齿距累积偏差
- (4) 径向跳动

以上容许偏差的定义,基本上与正齿轮及斜齿齿轮的精度中的定义相同.

① 单齿距偏差

在中点分度圆上,相邻两齿的实际齿距与公称齿距之差.

② 相邻齿距偏差

在中点分度圆上的两相邻齿距差的绝对值.

③ 齿距累积偏差

在中点分度圆上任意两齿之间实际的齿距之和与公称齿距之和的差.

④ 径向跳动

测头在齿槽内于齿面中部分度圆附近双面接触时,沿分锥法向的最大变动量.

表 5.1 列出了单齿距,累积,径向跳动容许值的计算公式.

表 5.1 单齿距,累积齿距偏差,径向跳动容许值的计算公式 (μm)

等级	单齿距偏差	齿距累积偏差	径向跳动
JIS 0	$0.4W + 2.65$	$1.6W + 10.6$	$2.36\sqrt{d}$
1	$0.63W + 5.0$	$2.5W + 20.0$	$3.6\sqrt{d}$
2	$1.0W + 9.5$	$4.0W + 38.0$	$5.3\sqrt{d}$
3	$1.6W + 18.0$	$6.4W + 72.0$	$8.0\sqrt{d}$
4	$2.5W + 33.5$	$10.0W + 134.0$	$12.0\sqrt{d}$
5	$4.0W + 63.0$	—	$18.0\sqrt{d}$
6	$6.3W + 118.0$	—	$27.0\sqrt{d}$
7	—	—	$60.0\sqrt{d}$
8	—	—	$130.0\sqrt{d}$

其中 W : 公差单位

$$W = \sqrt[3]{d} + 0.65m \quad (\mu\text{m})$$

d : 分度圆直径 (mm)

表 5.2 列出了相邻齿距偏差容许值的计算公式.

表 5.2 相邻齿距偏差容许值的计算公式 (μm)

单齿距偏差 k	相邻齿距偏差
70 以下	$1.3k$
70 ~ 100	$1.4k$
100 ~ 150	$1.5k$
超过 150	$1.6k$

齿轮的容许偏差以外,伞形齿轮轮坯的尺寸及角度公差,跳动公差等,分以下八个项目作了规定,在这里不再做详细的说明.

- ① 齿轮坯外径及轮冠距的公差
- ② 齿轮轮坯顶锥角的公差
- ③ 齿轮轮坯圆锥母线跳动公差
- ④ 齿轮轮坯基准端面跳动公差
- ⑤ 齿轮轮坯基准端面的翘曲测定用测隙规的尺寸
- ⑥ 齿轮轮坯轴跳动公差
- ⑦ 齿轮轮坯内孔径尺寸公差
- ⑧ 齿接触.

其中最重要的是第 8 项的齿接触.

因为齿轮的其他精度再高,齿接触不良的伞形齿轮,不可能充分地发挥其性能.

5.3 齿轮的啮合精度

若想简单、高效率地测定齿轮的综合精度,使用啮合试验机,测定啮合精度是十分有效的手段。

啮合试验机有单面啮合试验(中心距固定方式)和两齿面啮合试验(中心距变动方式)的两种方法。这两种方法中,两齿面啮合试验的方法较为常用。

JIS 标准中,没有关于啮合精度的标准。但是,在 JGMA(日本齿轮工业会)的标准中,有关于两齿面啮合精度的标准。

(1) 两齿面啮合试验

两齿面啮合试验是将被检齿轮与基准齿轮在无齿隙状态下相啮时,测定中心距的变动。

测试结果的例,示意在图 5.9 中。

单齿距啮合误差是啮合旋转单齿距的期间中中心距的变动值。

啮合总误差是齿轮旋转一周时中心距变动的最大值。

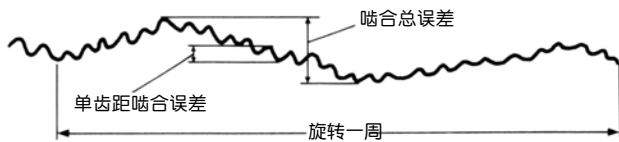


图 5.9 两齿面啮合试验的结果

在表 5.3 中, JGMA116-01「正齿轮及斜齿齿轮的两齿面啮合总误差」中所规定的单齿距啮合误差和啮合总误差的容许值计算公式。

表 5.3 啮合误差容许值 (μm)

等级	单齿距啮合误差	啮合总误差
特(0)	$1.12m + 3.55$	$(1.4W + 4.0) + 0.5(1.12m + 3.55)$
1	$1.6m + 5.0$	$(2.0W + 5.6) + 0.5(1.6m + 5.0)$
2	$2.24m + 7.1$	$(2.8W + 8.0) + 0.5(2.24m + 7.1)$
3	$3.15m + 10.0$	$(4.0W + 11.2) + 0.5(3.15m + 10.0)$
4	$4.5m + 14.0$	$(5.6W + 16.0) + 0.5(4.5m + 14.0)$
5	$6.3m + 20.0$	$(8.0W + 22.4) + 0.5(6.3m + 20.0)$
6	$9.0m + 28.0$	$(11.2W + 31.5) + 0.5(9.0m + 28.0)$
7	$12.5m + 40.0$	$(22.4W + 63.0) + 0.5(12.5m + 40.0)$
8	$18.0m + 56.0$	$(45.0W + 125.0) + 0.5(18.0m + 56.0)$

其中 W : 公差单位

$$W = \sqrt[3]{d} + 0.65m \quad (\mu\text{m})$$

d : 分度圆直径 (mm)

m : 模数 (mm)

(2) 单齿面啮合试验

单齿面啮合试验是齿轮在一定的中心距下相啮时,测定其角度传达误差。

单齿面啮合总误差所测定的是有关齿轮的不均匀旋转和接触密度的误差。对于齿轮来说是非常重要的指标。但是,现状是能够测定此误差的试验机很少。

6 齿轮的齿接触

齿轮的齿接触与精度相同，是对齿轮的噪音及效率产生重大影响的因素之一。要想获得好的轮齿接触，需要注意以下几点：

- 齿线（螺旋线）修整
对齿轮施行鼓型加工或修薄加工
- 提高齿轮精度
对齿轮施行磨削加工或磨齿加工
- 提高齿轮箱精度
提高平行度，垂直度等加工精度

以上几点都是与齿轮及齿轮箱的加工精度有关的指标。

但是，尽管在加工阶段尽了最大的努力，仍然会出现最终组装后轮齿接触检查时，发生轮齿接触不良的问题。这种情况下，对于伞形齿轮或蜗杆副来说，通过将齿轮沿轴方向移动，齿接触会得到一定程度的改善。

齿轮的齿接触是齿轮精度的一部分。特别是对伞形齿轮及蜗杆副来说是一项极为重要的指标。与正齿轮及斜齿齿轮相比，伞形齿轮及蜗轮的精度测试比较困难。做为最后的精度确认方法，轮齿接触的检查非常重要。

关于轮齿接触，JIS B 1741：1977 标准中做有规定。在这个标准中，齿轮的轮齿接触被分为 A、B、C 三级。

表 6.1 轮齿接触的百分比

区分	齿轮类型	轮齿接触百分比	
		齿线方向	齿高方向
A	圆柱齿轮	70% 以上	40% 以上
	伞形齿轮	50% 以上	
	蜗轮		
B	圆柱齿轮	50% 以上	30% 以上
	伞形齿轮	35% 以上	
	蜗轮		
C	圆柱齿轮	35% 以上	20% 以上
	伞形齿轮	25% 以上	
	蜗轮	20% 以上	

这里所示的轮齿接触百分比是相对各个齿轮的有效齿线及有效（工作）齿高的指标。

6.1 伞形齿轮的齿接触

制作伞形齿轮时，利用轮齿接触试验机进行轮齿接触及齿隙检查是必不可少的。通过这个检查，可以判断齿轮的综合性能。

利用试验机检查轮齿接触的原理是：首先在对齿轮施加轻制动负荷的状态下使齿面接触，此时的理想轮齿接触如图 6.1 所示，齿宽中央部靠近小端。对于伞形齿轮，随负载增大，齿接触面逐渐向齿宽中央移动。负载值达到伞形齿轮使用时的全负载量，轮齿接触面刚好在齿宽中央部附近时为最理想状态。

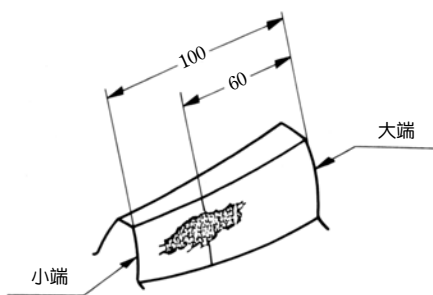


图 6.1 中央靠近小端接触

伞形齿轮如图所示，在加工阶段即使得到了理想的轮齿接触，由于齿轮箱的加工精度不良，齿轮的装配位置不良等原因，最终，轮齿接触会无法达到理想状态。影响伞形齿轮轮齿接触的原因，可以考虑有如下三种误差：

- ① 齿轮箱的偏心误差
- ② 齿轮箱的轴角误差
- ③ 齿轮的组装距离误差

在以上三种误差中，①和②的误差的情况下，不重新加工齿轮箱的话，无法得到理想的轮齿接触。关于③的误差，可以通过沿轴向移动齿轮（小齿轮）的调整，得到理想的轮齿接触。

这三种误差，虽然程度不同，但都对齿隙产生很大的影响。

(1) 齿轮箱的偏心误差

如图 6.2 所示, 齿轮箱有偏心误差时, 轮齿会出现交叉接触。

齿轮箱的偏心误差, 如同齿轮有齿线误差 (螺旋角误差), 同样对轮齿接触产生影响。

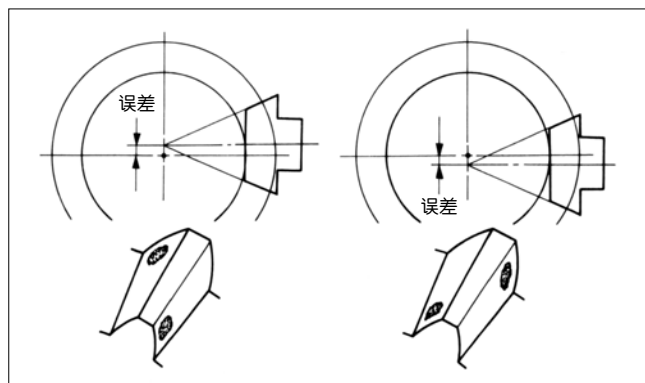


图 6.2 齿轮箱有偏心误差时的轮齿接触

(2) 齿轮箱的轴角度误差

如同 6.3 所示, 齿轮箱的轴角误差有正误差时, 伞形齿轮的轮齿接触大, 小齿轮共同靠近小端。

相反, 负误差时, 共同靠近大端。

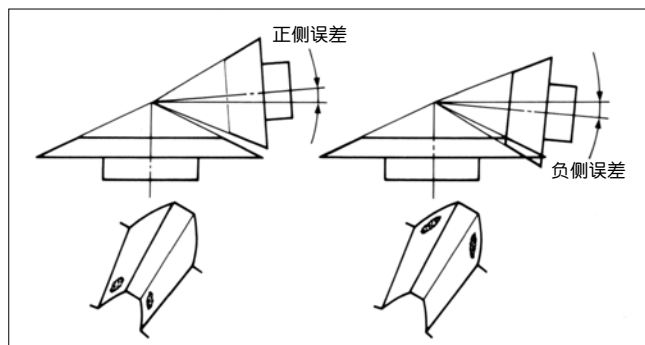


图 6.3 齿轮箱有轴角误差时的轮齿接触

(3) 齿轮的组装距离误差

如图 6.4 所示, 小齿轮在组装时出现正误差, 在小高方向, 小齿轮的齿接触变低, 大齿轮则出现高位接触。这是因为小齿轮组装距离出现正误差时, 与小齿轮的压力角有正误差时产生同样影响。

相反的, 小齿轮的组装距离出现负误差时, 小齿轮会出现高位接触, 而大齿轮则为低位接触。与小齿轮的压力角有负误差时, 带来同样效果。

组装距离的误差, 可以通过组装时的垫片调整等方法加以修正。

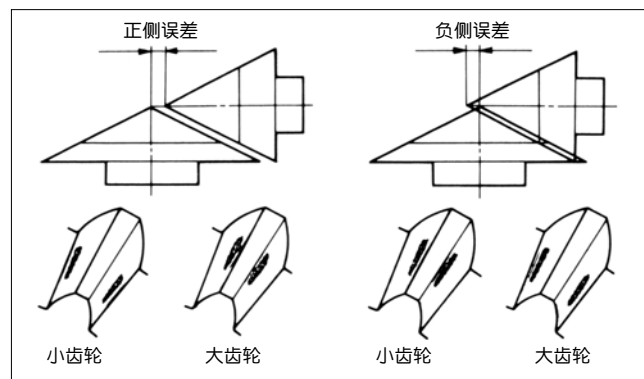


图 6.4 齿轮组装距离有误差时的轮齿接触

组装距离的误差对齿隙的大小也产生影响。误差正向增加时, 齿隙也随之变大。

因为小齿轮的组装距离误差对轮齿接触的影响很大, 所以调整齿隙时, 将大齿轮沿轴向调整的方法较为常用。

6.2 蜗轮副的齿接触

现在, 在日本国内, 还没有关于蜗杆蜗轮的精度标准。日本的工业标准中, 有关齿轮的轮齿接触的标准, 只有 JIS B 1741 : 1977。

因此, 关于蜗杆蜗轮的轮齿接触及齿隙的检查, 最一般的方法是使用轮齿接触测试机。

轮齿接触测试时, 理想的轮齿接触状况示意于图 6.5 中。

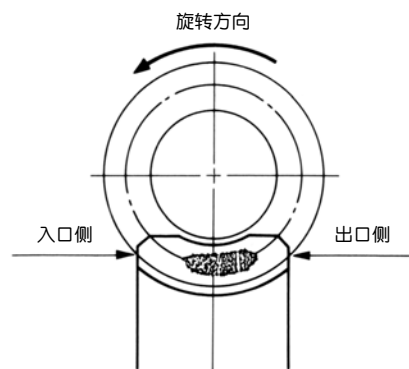


图 6.5 理想的轮齿接触

图中所示的轮齿接触, 齿线方向的齿接触中心多少有些偏向出口侧, 以确保油膜形成时所必要的入口间隙。

实际上, 即使能保证生产出理想的轮齿接触的蜗杆

蜗轮,由于齿轮箱的加工精度不够,蜗杆的组装位置不良等,仍然会造成轮齿的接触不良.

影响蜗杆副轮齿接触的误差,可以考虑有以下三种:

- ① 齿轮箱的轴角误差
- ② 齿轮箱的中心距离误差
- ③ 蜗轮的组装位置误差

其中,①和②的误差无法调整,只能重新加工齿轮箱.③的误差,可以通过沿轴向移动蜗轮调整安装位置而获得正确的轮齿接触.

上述的三种误差,虽然程度不同,但都对齿隙产生很大影响.

(1) 齿轮箱的轴角误差

如图 6.6 所示,齿轮箱有轴角误差时,轮齿将出现交叉接触.

交叉接触在齿轮有齿线方向误差时(螺旋角误差)也同样发生.

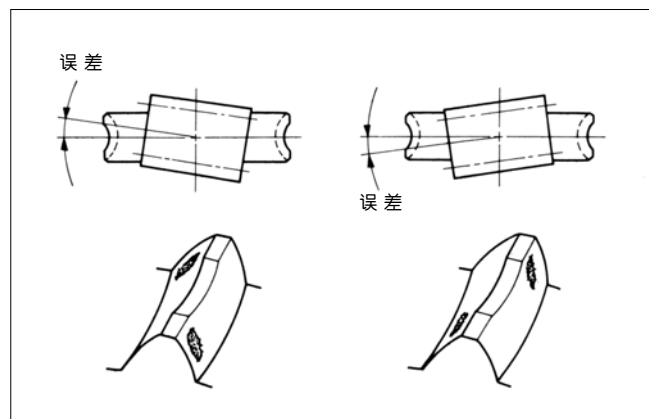


图 6.6 齿轮箱有轴角误差时的轮齿接触

(2) 齿轮箱的中心距误差

如图 6.7 所示,齿轮箱的中心距误差非常大时,轮齿也将出现交叉接触.

产生这种误差时,不仅是对齿轮的轮齿接触,对齿隙的大小也将产生很大的影响.有正侧误差时,齿隙变大,有负侧误差时齿隙变小.

负侧误差过大会造成无齿隙状态,致使齿轮无法啮合.

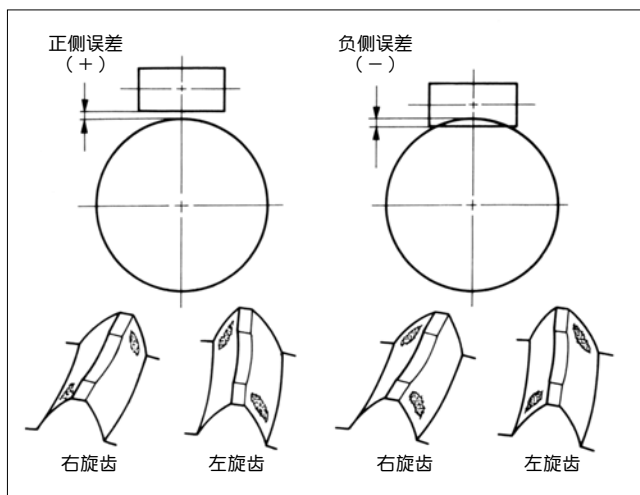


图 6.7 齿轮箱有中心距误差时的轮齿接触

(3) 蜗轮的组装位置误差

如图 6.8 所示,蜗轮有安装位置误差时,轮齿接触会向齿的端部移动,齿接触的移动方向与蜗轮的组装位置误差的方向一致,安装误差对齿隙产生很大影响,随误差之增加,齿隙减小.

安装位置误差可以通过组装时的垫片调整加以修正.

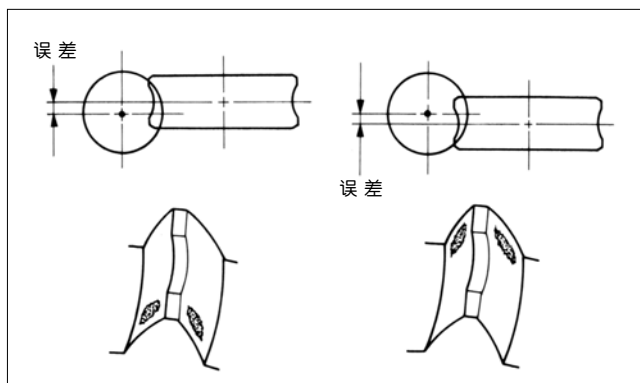


图 6.8 蜗轮有安装位置误差时的轮齿接触

7 齿轮的润滑

齿轮的润滑,主要有二个目的:

1. 促进齿面间的滑动,也就是说,减低齿面间的动摩擦系数.
2. 抑制齿面间由摩擦所引起的温度上升,即冷却齿面.

要想满足上述两个条件,需要适当地选择润滑方法及润滑油,以避免润滑不良而引起的故障.

7.1 齿轮的润滑法

齿轮的润滑大致可以分为以下三类:

- (1) 润滑脂润滑法
- (2) 飞溅润滑法(油浴润滑)
- (3) 强制润滑法(循环喷油润滑)

润滑方法需要根据齿轮的使用条件进行适当的选择.选择的基准主要依据齿轮的圆周速度(m/s)及转速(min^{-1}).

通常,根据圆周速度对润滑法进行分类的话,应为低速时使用润滑脂润滑,中速时使用油浴润滑,高速时使用强制润滑.但是,这只是一般的原则.有时,在相当高的周转速度下,由于保养等理由仍然采用润滑脂润滑.

表 7.1 中,列出了三种润滑法所适用的圆周速度范围.

表 7.1 - ① 正齿轮及伞形齿轮的圆周速度范围 (m/s)

序号	润 滑 法	圆 周 速 度 v (m/s)					
		0	5	10	15	20	25
1	润滑脂润滑法	←→					
2	飞溅润滑法	←→					
3	强制润滑法	←→					

表 7.1 - ② 蜗杆副的滑动速度范围

序号	润 滑 法	滑 动 速 度 v_s (m/s)					
		0	5	10	15	20	25
1	润滑脂润滑法	←→					
2	飞溅润滑法	←→					
3	强制润滑法	←→					

下面,就此三种润滑法做以简单的说明.

(1) 润滑脂润滑法

润滑脂润滑法主要使用在低速的开式及闭式齿轮传动中.

关于润滑脂润滑法,有各种需要注意的问题.这里,主要介绍下列三点:

◎选择合适稠度的润滑脂

特别是密封齿轮箱中,要保持润滑脂在润滑部位连续流动,需要选择高流动性润滑脂.

◎不适合使用在高负荷,连续运转的场合

因为润滑脂的冷却效果远远不如润滑油,所以,在高负荷,连续工作的条件下,会出现温度上升的问题.

◎润滑脂的适量使用

润滑脂过少,达不到润滑目的,相反的,在密封齿轮箱中,润滑脂过多会造成搅拌损失过大.

(2) 飞溅润滑法(油浴式)

飞溅润滑法是以齿轮箱做为油箱,将齿轮浸入到润滑油中至一定深度,依靠齿轮旋转时飞溅起来的油润滑齿轮及轴承部位.低速传动箱中使用油浴润滑时,圆周速度应在 3m/s 以上.

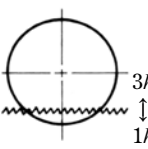
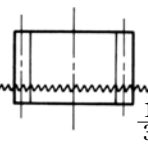
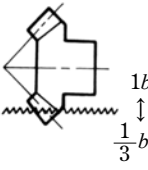
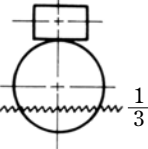
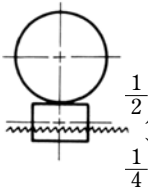
使用飞溅润滑法(油浴式)时,有许多需要注意的问题.这里就油面的规定及齿轮箱的最高油温做以说明.

① 油面的高度

使用润滑油的量越多,搅拌损失也随之增大,相反,油量过小则达不到所期待的润滑及冷却效果.表 7.2 中,列出了油面高度推荐值.

油面高度在齿轮开始转动后比静止时要下降,高度差过大时,需要采取对策加以改善.比如,增高静止时的油量或安装油盘等.

表 7.2 适当的油面高度

齿轮的种类	正齿轮及斜齿齿轮		伞形齿轮	蜗杆蜗轮	
齿轮配置	水平轴	垂直轴	(水平轴)	蜗杆在上	蜗杆在下
油面高度					
水准 0					

其中 h = 全齿高, b = 齿宽, d_2 = 蜗轮的节径, d_1 = 蜗杆的节径

(3) 强制润滑法

强制润滑法是利用油泵直接对啮合部上油润滑.根据上油的方式,分为滴下式,喷射式和喷雾式三种.

下面就三种方式做以简单的说明.

○滴下式

利用导管将润滑油直接注入到啮合部.

○喷射式

利用喷油嘴将润滑油直接喷射到啮合部.

② 齿轮箱的极限温度

齿轮箱内的温度,随齿轮及轴承的摩擦损失及润滑油的搅拌损失等上升.温度上升会造成各种不良的影响.例如:

- 润滑油的粘度下降
- 润滑油劣化
- 齿轮箱,齿轮,轴等产生变形
- 齿隙减少

最近,随生产技术的进步,高性能的润滑油不断增加.做为大体上的基准 $80^{\circ}\text{C} \sim 90^{\circ}\text{C}$ 左右为极限温度.

超过这个极限温度使用时,需要采取手段增强齿轮箱的放热性,以达到冷却齿轮箱的目的.例如,在齿轮箱内安装散热片,或在轴上安装风扇送风.

○喷雾式

利用压缩空气将润滑油转变成雾状,喷入轮齿的啮合部位.这种润滑方法特别常用在高速传动时.

强制润滑法因为需要油槽,油泵,过滤器,配管等一系列的配套装置,所以主要使用在特殊的高速,大型齿轮装置中.

利用强制润滑法,可以把经过过滤,冷却,粘度适宜的润滑油适量地送到啮合部,是最良的齿轮润滑方式.

7.2 齿轮的润滑油

要想使齿轮维持高效率的动力传动,必须在啮合齿面上形成安定的油膜以防止金属接触.为达到此目的,对所使用的润滑油的性能要求及其特性,列表于 7.3.

表 7.3 对润滑油性能的要求

序号	特 性	内 容 说 明
1	适当的粘度	润滑油需要在齿轮的一定转速及温度下保持其适当的粘度,在齿轮表面形成油膜以达到润滑目的.
2	极 压 性 (抗溶结性)	对重载荷齿面,润滑油需要具有防止滑动时产生磨损融结,擦痕等损伤的作用.
3	热氧化安定性	因为高温及潮湿等原因,润滑油长期使用容易产生氧化.所以润滑油需要具有良好的抗氧化性能.
4	抗乳化性	由于开机,停机等的温度变化所产生的水蒸气会使润滑油中混入水,所以,润滑油需要具有分离沉淀水分的性能.
5	抗 泡 性	齿轮的旋转使被搅拌的润滑油产生气泡,对油膜的形成产生不利影响.所以,润滑油需要具有良好的消泡性能.
6	防锈防腐性	润滑油中混入铁锈会造成齿面磨损及加快润滑油的氧化.所以,润滑油需要具有防锈·防腐性能.

(1) 润滑油的粘度

选择润滑油时,最重要的指标是合适的粘度.关于润滑油的粘度,在 JIS K2001 工业用润滑油粘度分类的标准中做有规定,表 7.4 中列出了工业用润滑油 ISO 粘度等级.

除 JIS 粘度分类外,在表 7.5 中,列出了 AGMA 粘度分类及与其对应的 ISO 粘度等级.

表 7.4 工业用润滑油 ISO 粘度等级 (JIS K 2001)

ISO 粘 度 等 级	动粘度中心值	动粘度范围	
	10 ⁻⁶ m ² /s (cSt) (40℃)	10 ⁻⁶ m ² /s (cSt) (40℃)	
ISO VG 2	2.2	1.98 以上	2.42 以下
ISO VG 3	3.2	2.88 以上	3.52 以下
ISO VG 5	4.6	4.14 以上	5.06 以下
ISO VG 7	6.8	6.12 以上	7.48 以下
ISO VG 10	10	9.0 以上	11.0 以下
ISO VG 15	15	13.5 以上	16.5 以下
ISO VG 22	22	19.8 以上	24.2 以下
ISO VG 32	32	28.8 以上	35.2 以下
ISO VG 46	46	41.4 以上	50.6 以下
ISO VG 68	68	61.2 以上	74.8 以下
ISO VG 100	100	90.0 以上	110 以下
ISO VG 150	150	135 以上	165 以下
ISO VG 220	220	198 以上	242 以下
ISO VG 320	320	288 以上	352 以下
ISO VG 460	460	414 以上	506 以下
ISO VG 680	680	612 以上	748 以下
ISO VG 1000	1000	900 以上	1100 以下
ISO VG 1500	1500	1350 以上	1650 以下

表 7.5 AGMA 粘度分类

AGMA No.		ISO 粘 度 等 级
R & O 型齿轮油	Ep 型齿轮油	
1		VG 46
2	2 Ep	VG 68
3	3 Ep	VG 100
4	4 Ep	VG 150
5	5 Ep	VG 220
6	6 Ep	VG 320
7 7 comp	7 Ep	VG 460
8 8 comp	8 Ep	VG 680
8 Acomp		VG 1000
9	9 Ep	VG 1500

(2) 选择润滑油

选择在齿轮装置中使用的润滑油粘度,可以参考各国的规格标准及制造厂家的资料.

表 7.6 为 AGMA 250.03 Lubrication of Industrial Enclosed Gear Drives 所推荐的齿轮传动用润滑油牌号表.

表 7.6 AGMA 所推荐的齿轮传动用润滑油牌号表

齿轮型式		大小	AGMA No.	
			环境温度 °C	
		齿轮装置大小 mm	-10~16	10~52
平行轴 齿轮装置	单级减速	200 以下	2-3	3-4
		200~500	2-3	4-5
		超过 500	3-4	4-5
	双级减速	220 以下	2-3	3-4
		200~500	3-4	4-5
		超过 500	3-4	4-5
	三级减速	200 以下	2-3	3-4
		200~500	3-4	4-5
		超过 500	4-5	5-6
行星齿轮装置	齿轮箱 外径	400 以下 超过 400	2-3 3-4	3-4 4-5
直齿,弧齿伞 形齿轮装置	锥 距	300 以下 超过 300	2-3 3-4	4-5 5-6
齿 轮 发 动 机			2-3	4-5
高 速 齿 轮 装 置			1	2

表 7.8 列出了 JGMA 405-01 圆柱蜗杆副强度计算式中所提示的润滑油适当粘度参考值.

表 7.8 适当粘度参考值

单位: cSt/37.8°C

运 转 油 温		滑 动 速 度 m/s		
运转最高油温	起动时油温	2.5 以下	2.5 以上 5 以下	5 以上
0°C 以上 10°C 以下	-10°C 以上 0°C 以下	110~130	110~130	110~130
	0°C 以上	110~150	110~150	110~150
10°C 以上 30°C 以下	0°C 以上	200~245	150~200	150~200
30°C 以上 55°C 以下	0°C 以上	350~510	245~350	200~245
55°C 以上 80°C 以下	0°C 以上	510~780	350~510	245~350
80°C 以上 100°C 以下	0°C 以上	900~1100	510~780	350~510

根据润滑油的用途(正齿轮,蜗杆等)和使用条件(装置的大小,环境温度等)选择适当的粘度后,再通过各个厂家的资料确认润滑油的具体牌号.

表 7.7 与 7.6 相同是 AGMA250.03 中规定的蜗杆副用润滑油适用粘度表.

表 7.7 AGMA 推荐的使用润滑油粘度表

种类	中心距离 mm	蜗杆转速 rpm	环境温度 °C		蜗杆转速 rpm	环境温度 °C	
			-10~16	10~52		-10~16	10~52
圆 柱 型	≤ 150	≤ 700	7 Comp	8 Comp	700 <	7 Comp	8 Comp
	150 ~ 300	≤ 450			450 <		
	300 ~ 460	≤ 300			300 <		
	460 ~ 600	≤ 250			250 <		
	600 <	≤ 200			200 <		
鼓 型	≤ 150	≤ 700	8 Comp	8 AComp	700 <	8 Comp	
	150 ~ 300	≤ 450			450 <		
	300 ~ 460	≤ 300			300 <		
	460 ~ 600	≤ 250			250 <		
	600 <	≤ 200			200 <		

8 作用于齿轮上的力

齿轮副在传动动力时,调查作用于轮齿的力的大小及方向,对决定齿轮的形状、轴、轴承的尺寸是非常重要的。

要想求出作用于轮齿的力,设负荷集中作用在轮齿的中央部分会非常方便。

表 8.1 中示意了集中于齿宽中央的垂直作用于齿面上的负荷在切线方向(圆周方向)分力, F_t (kgf) 轴向分力(推力) F_x (kgf) 及径向分力 F_r 的计算公式. 其中的 T 及 T_1 是输入扭矩 (kgf · m)。

表 8.1 作用于齿轮的力

齿轮的种类		F_t : 切向力	F_x : 轴向力	F_r : 径向力
正 齿 轮		$F_t = \frac{2000T}{d}$	—————	$F_t \tan \alpha$
斜 齿 齿 轮			$F_t \tan \beta$	$F_t \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$
直 齿 伞 形 齿 轮		$F_t = \frac{2000T}{d_m}$ 其中 d_m 是中央分度圆直径 $d_m = d - b \sin \delta$	$F_t \tan \alpha \sin \delta$	$F_t \tan \alpha \cos \delta$
弧 齿 伞 形 齿 轮			凸齿面为工作面时:	
			$\frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta - \sin \beta_m \cos \delta)$	$\frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta + \sin \beta_m \sin \delta)$
			凹齿面为工作面时:	
	$\frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta + \sin \beta_m \cos \delta)$	$\frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta - \sin \beta_m \sin \delta)$		
蜗 杆 副	蜗 杆 (驱动)	$F_t = \frac{2000T_1}{d_1}$	$F_t \frac{\cos \alpha_n \cos \gamma - \mu \sin \gamma}{\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma}$	$F_t \frac{\sin \alpha_n}{\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma}$
	蜗 轮 (被动)	$F_t \frac{\cos \alpha_n \cos \gamma - \mu \sin \gamma}{\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma}$	F_t	
交错轴 斜齿齿轮 ($\Sigma = 90^\circ$ $\beta = 45^\circ$)	驱动齿轮	$F_t = \frac{2000T_1}{d_1}$	$F_t \frac{\cos \alpha_n \sin \beta - \mu \cos \beta}{\cos \alpha_n \cos \beta + \mu \sin \beta}$	$F_t \frac{\sin \alpha_n}{\cos \alpha_n \cos \beta + \mu \sin \beta}$
	被动齿轮	$F_t \frac{\cos \alpha_n \sin \beta - \mu \cos \beta}{\cos \alpha_n \cos \beta + \mu \sin \beta}$	F_t	

8.1 作用于正齿轮轮齿上的力

图 8.1 是正齿轮的轮齿上的作用力示意图. 垂直作用在齿面上的作用力 F_n 被分解为切线方向力 F_t 和半径方向力 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha' \\ F_r &= F_n \sin \alpha' \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

不发生轴向力 F_x .

图 8.2 中,示意了作用在正齿轮轮齿上力的方向.

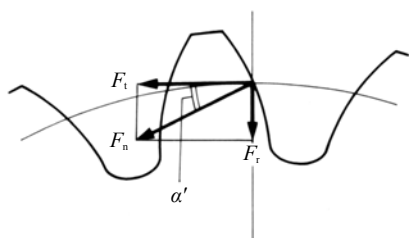


图 8.1 作用于正齿轮轮齿上的力

在图中,作用在驱动齿轮节圆的圆周方向力 F_{t1} 与作用在被动齿轮节圆的圆周方向力 F_{t2} 大小相同. 半径方向也是同样.

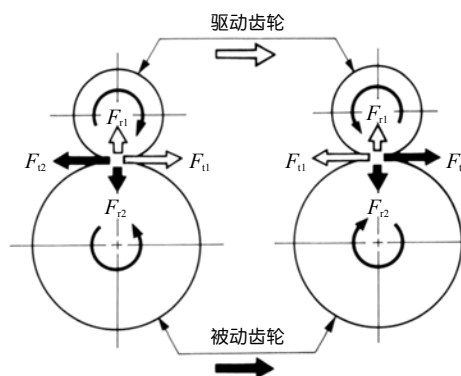


图 8.2 正齿轮轮齿上的作用力方向

8.2 作用于斜齿轮轮齿上的力

作用于斜齿轮轮齿上的力示意于图 8.3. 垂直于齿面的作用力 F_n 示意于图 8.3 中的法平面上. F_n 在法平面上被分解为圆周方向力 F_t 和半径方向力 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha_n \\ F_r &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

法平面中的圆周方向力 F_t 被分解为切向力 F_t 和轴向力 F_x .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_t \cos \beta \\ F_x &= F_t \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (8.3)$$

综合三者之间的关系:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_t \tan \beta \\ F_r &= F_t \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \end{aligned} \right\} \quad (8.4)$$

图 8.4 中示意了斜齿齿轮轮齿上的作用力方向. 图中, 作用在驱动齿轮的轴向力 F_{x1} 和被动齿轮的轴向力 F_{x2} 相等. 圆周方向力及半径方向力亦相同.

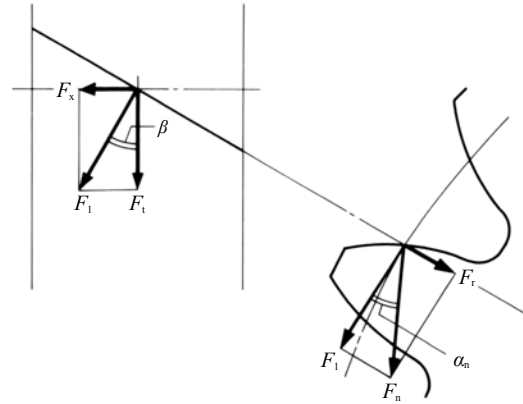


图 8.3 作用在斜齿齿轮上的力

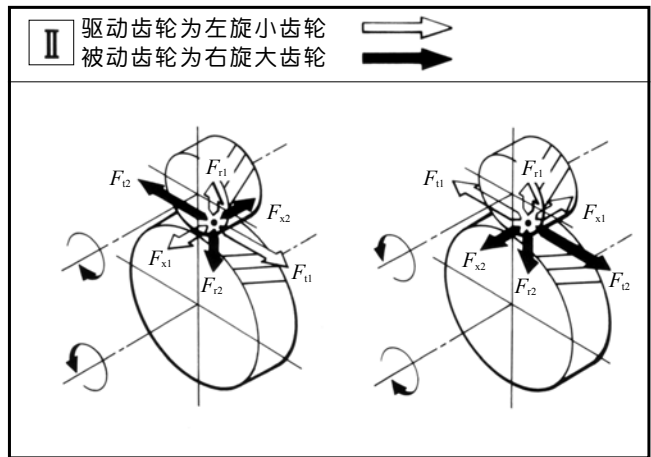
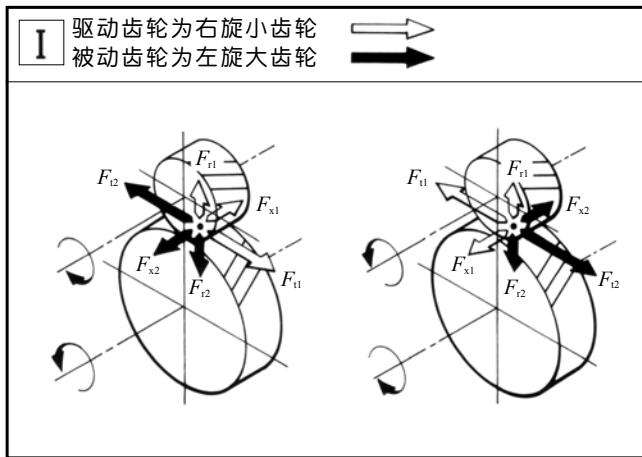


图 8.4 斜齿齿轮轮齿上的作用力方向

8.3 作用于伞形齿轮轮齿上的力

直齿伞轮的轮齿上的作用力示意于图 8.5.

垂直于齿面的作用力 F_n 示意于齿宽中央的法平面上. F_n 在法平面上被分解为切向力 F_t 及半径方向力 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha_n \\ F_r &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.5)$$

这个半径方向力 F_r 在轴平面上被分解为轴向力 F_x 和径向力 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_r \sin \delta \\ F_r &= F_r \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

综合三者之间的关系:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_t \tan \alpha_n \sin \delta \\ F_r &= F_t \tan \alpha_n \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

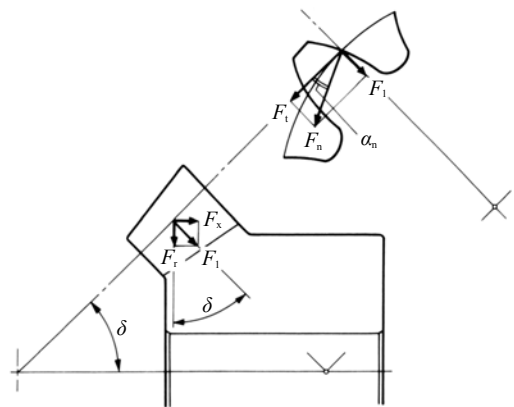


图 8.5 直齿伞形齿轮轮齿上的作用力

设轴交角 $\Sigma = 90^\circ$, 法向压力角 $\alpha_n = 20^\circ$ 的直齿伞形齿轮齿宽中央的切向力 F_t 为 100 时, 轴向力 F_x 和径向力 F_r 的大小列于表 8.2.

表 8.2 $\frac{\text{轴向力 } F_x}{\text{径向力 } F_r}$ 的值

(1) 小齿轮

作用于轮齿的力	齿 数 比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
轴 向 力	25.7	20.2	16.3	13.5	11.5	8.8	7.1
径 向 力	25.7	30.3	32.6	33.8	34.5	35.3	35.7

(2) 大齿轮

作用于轮齿的力	齿 数 比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
轴 向 力	25.7	30.3	32.6	33.8	34.5	35.3	35.7
径 向 力	25.7	20.2	16.3	13.5	11.5	8.8	7.1

图 8.6 示意了直齿伞形齿轮轮齿上的作用力方向.

轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ 的直齿伞形齿轮啮合时, 作用于驱动齿轮的轴向力 F_{x1} 和作用于被动齿轮的径向力 F_{r2} 相同. 同样, 作用于驱动齿轮的径向力 F_{r1} 和被动齿轮的轴向力 F_{x2} 也相同. 圆周方向力 F_{t1} 和 F_{t2} 也相等.

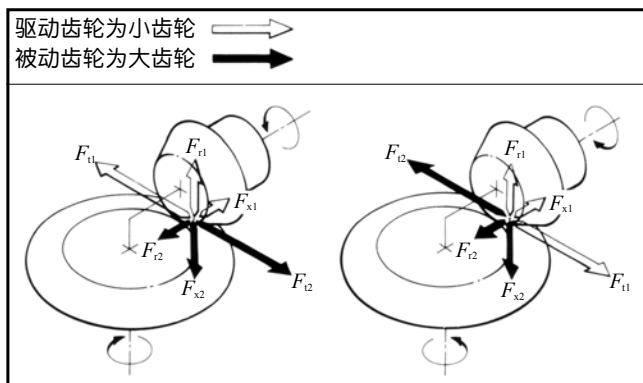


图 8.6 直齿伞形齿轮轮齿上的作用力方向

如图 8.6 所示, 伞形齿轮轮齿的受力之间, 有如下关系:

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_{t2} \\ F_{r1} &= F_{x2} \\ F_{x1} &= F_{r2} \end{aligned} \right\} \quad (8.8)$$

8.4 作用于弧齿伞形齿轮轮齿上的力

弧齿伞形齿轮, 有凸齿面及凹齿面, 工作面不同, 轮齿所受的作用力也不同.

图 8.7 示意了凸齿面及凹齿面的分辨方法.

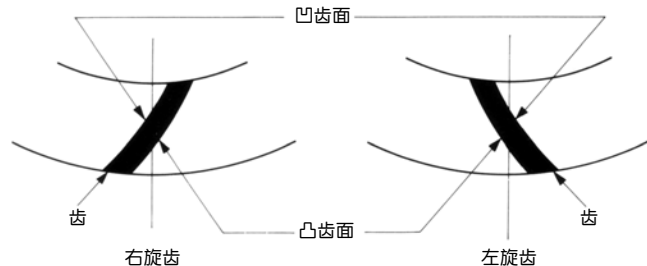


图 8.7 弧齿伞形齿轮的凸齿面和凹齿面

齿轮在相互啮合时, 小齿轮的凸齿面为啮合面时, 相配的大齿轮的啮合面则为凹齿面.

啮合齿面的分类列于表 8.3. 齿轮的旋转方向是从齿轮的背面看上去时的转向.

表 8.3 啮合齿面一览表

右旋齿为驱动齿轮时

驱动齿轮的旋转方向	啮合齿面	
	右旋齿轮驱动	左旋齿轮被动
右旋 (顺时针)	凸齿面	凹齿面
左旋 (逆时针)	凹齿面	凸齿面

左旋齿为驱动齿轮时

驱动齿轮的旋转方向	啮合齿面	
	左旋齿轮驱动	右旋齿轮被动
右旋 (顺时针)	凹齿面	凸齿面
左旋 (逆时针)	凸齿面	凹齿面

(1) 凸齿面为啮合齿面时

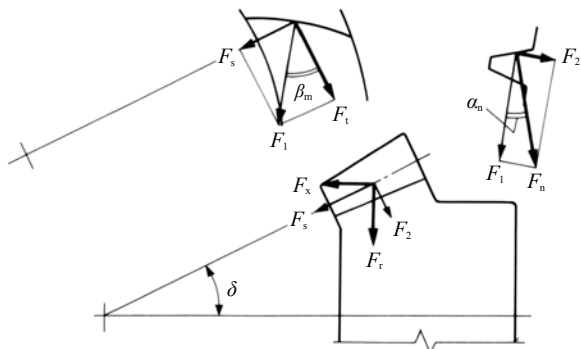


图 8.8 凸齿面为啮合齿面时

齿宽中央的法平面上,垂直于齿面的作用力 F_n 在此平面上被分解为 F_t 和 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha_n \\ F_r &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

F_t 在节平面上被分解为 F_{t1} 和 F_{s1} .

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_t \cos \beta_m \\ F_{s1} &= F_t \sin \beta_m \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

F_{s1} 和 F_{t1} 在轴平面上分解为轴向力及径向力,将其合成后:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_{s1} \sin \delta - F_{t1} \cos \delta \\ F_r &= F_{s1} \cos \delta + F_{t1} \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad (8.11)$$

上述关系式综合为:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta - \sin \beta_m \cos \delta) \\ F_r &= \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta + \sin \beta_m \sin \delta) \end{aligned} \right\} \quad (8.12)$$

(2) 凹齿面为啮合齿面时

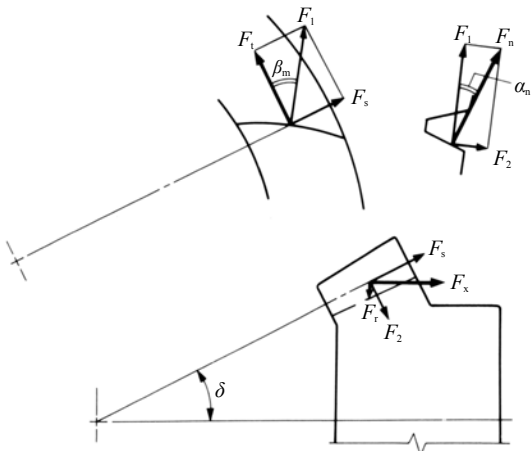


图 8.9 凹齿面为啮合齿面时

齿宽中央的法平面上垂直于齿面的作用力 F_n 被分解为 F_t 和 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha_n \\ F_r &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

F_t 在节平面上被分解为 F_{t1} 和 F_{s1} .

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_t \cos \beta_m \\ F_{s1} &= F_t \sin \beta_m \end{aligned} \right\} \quad (8.14)$$

到此为止,计算公式与凸齿面相同.下面的计算公式则有所不同.

F_{s1} 和 F_{t1} 在轴平面上分解为轴向力及径向力,将其合成后:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_{s1} \sin \delta + F_{t1} \cos \delta \\ F_r &= F_{s1} \cos \delta - F_{t1} \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad (8.15)$$

上述关系式综合为:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta + \sin \beta_m \cos \delta) \\ F_r &= \frac{F_{t1}}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta - \sin \beta_m \sin \delta) \end{aligned} \right\} \quad (8.16)$$

轴交角 $\Sigma = 90^\circ$, 法向压力角 $\alpha_n = 20^\circ$, 中央螺旋角 $\beta_m = 35^\circ$ 的弧齿伞形齿轮齿宽中央的切向力 F_t 设为 100 时,轴向力 F_x 和径向力 F_r 的大小列于表 8.4.

表 8.4 轴向力 F_x / 径向力 F_r 的值

(1) 小齿轮所受作用力

啮合齿面	齿 数 比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
凹齿面	80.9 -18.1	82.9 -1.9	82.5 8.4	81.5 15.2	80.5 20.0	78.7 26.1	77.4 29.8
凸齿面	-18.1 80.9	-33.6 75.8	-42.8 71.1	-48.5 67.3	-52.4 64.3	-57.2 60.1	-59.9 57.3

(2) 大齿轮所受作用力

啮合齿面	齿 数 比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
凹齿面	80.9 -18.1	75.8 -33.6	71.1 -42.8	67.3 -48.5	64.3 -52.4	60.1 -57.2	57.3 -59.9
凸齿面	-18.1 80.9	-1.9 82.9	8.4 82.5	15.2 81.5	20.0 80.5	26.1 78.7	29.8 77.4

如表 8.4 所示,弧齿伞形齿轮的轴向力 F_x 会出现负值.此时,齿轮相互间在接近方向受力,轴向上轴承有空隙的话,齿轮的两齿面啮合,有造成无齿隙状态的可能性.两齿面啮合,会对齿轮造成不良影响,所以,需要特别注意轴向的空隙.

表 8.4(2) 的大齿轮受力凸齿面中,齿数比在 1.5 到

2.0 之间时, 轴向力 F_x 由负向正变化. 齿数比为 $z_2/z_1 = 1.57357$ 时, 是轴向力由负变正的过渡点.

图 8.10 为轴交角 $\Sigma = 90^\circ$, 法向压力角 $\alpha_n = 20^\circ$, 中央螺旋角 $\beta_m = 35^\circ$ 的弧齿伞形齿轮, 齿数比 $z_2/z_1 = 1 \sim 1.57357$ 的齿轮轮齿的受力方向图, 图 8.11 为齿数比 $z_2/z_1 > 1.57357$ 以上的齿轮轮齿的受力方向图.

$\Sigma = 90^\circ \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta_m = 35^\circ \quad u < 1.57357$

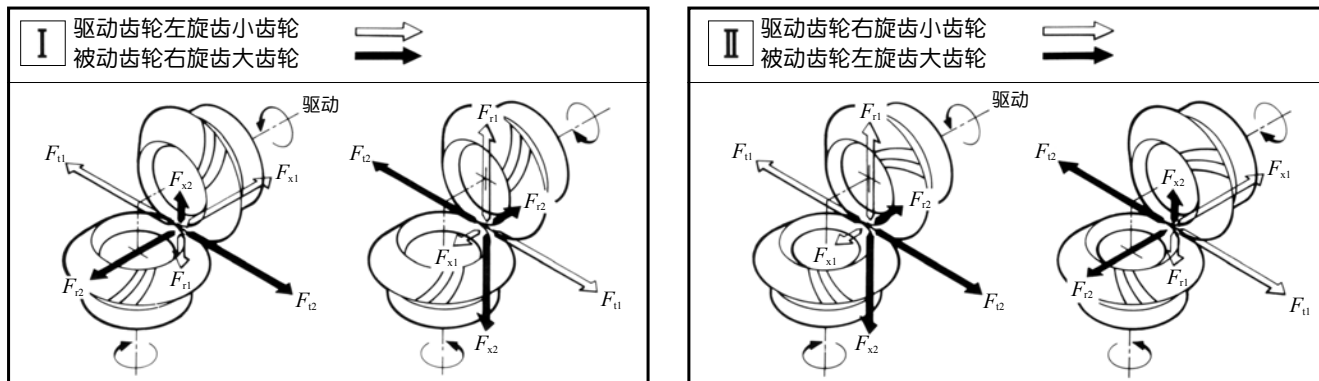


图 8.10 弧齿伞形齿轮的轮齿受力方向 (1)

$\Sigma = 90^\circ \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta_m = 35^\circ \quad u \geq 1.57357$

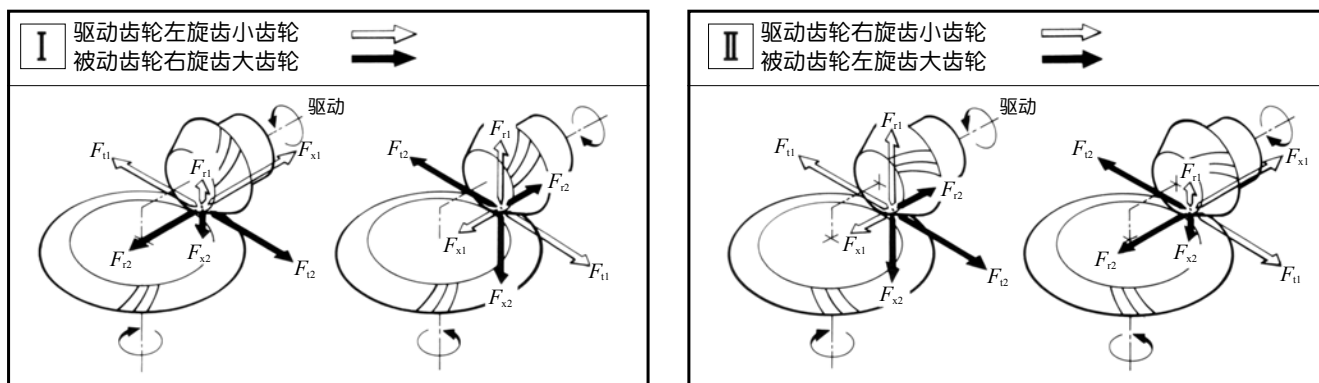


图 8.11 弧齿伞形齿轮的轮齿受力方向 (2)

8.5 作用于蜗杆蜗轮轮齿上的力

(1) 蜗杆为驱动齿轮时

蜗杆为驱动齿轮时, 图 8.12 所示的法平面中, 垂直作用在齿面上的作用力 F_n 被分解为 F_t 和 F_{r1} .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha_n \\ F_{r1} &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.17)$$

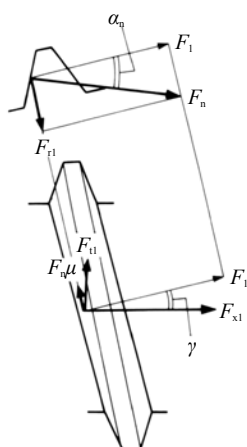


图 8.12 蜗杆轮齿上的作用力

在节平面上, 除 F_t 外, 还有另外一个作用力, 称为蜗杆副的齿面滑动摩擦抵抗力 $F_n \mu$ (μ 是摩擦系数). F_t 和 $F_n \mu$ 分解为圆周方向力及轴向力. 合成为:

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_t \sin \gamma + F_n \mu \cos \gamma \\ F_{x1} &= F_t \cos \gamma - F_n \mu \sin \gamma \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

综合上述各式, 得出结论, 蜗杆轮齿的受力为:

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_n (\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma) \\ F_{x1} &= F_n (\cos \alpha_n \cos \gamma - \mu \sin \gamma) \\ F_{r1} &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.19)$$

图 8.13 示意了轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ 的蜗杆副中, 轮齿的受力方向。

如图 8.13 所示的轴交角为 90° 的蜗杆蜗轮的轮齿受力之间, 成立有下列关系式:

$$\left. \begin{aligned} F_{x1} &= F_{t2} \\ F_{t1} &= F_{x2} \\ F_{r1} &= F_{r2} \end{aligned} \right\} \quad (8.20)$$

如式中所示, 轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ 的交错轴齿轮, 作用在驱动齿轮的轴向力 F_{x1} 和被动齿轮的切向力 F_{t2} 大小相同。同样, 驱动齿轮的切向力 F_{t1} 和被动齿轮的轴向力 F_{x2} 亦相同。径向力 F_{r1} 和 F_{r2} 也是大小相同。

蜗杆副轮齿的受力中, 考虑了摩擦系数 μ 。根据摩擦系数的大小可以判断蜗杆副的传动效率。

由蜗杆驱动的蜗杆副传动效率计算方程式如下:

$$\left. \begin{aligned} \eta_R &= \frac{T_2}{T_1 i} = \frac{F_{t2}}{F_{t1}} \tan \gamma \\ &= \frac{\cos \alpha_n \cos \gamma - \mu \sin \gamma}{\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma} \tan \gamma \end{aligned} \right\} \quad (8.21)$$

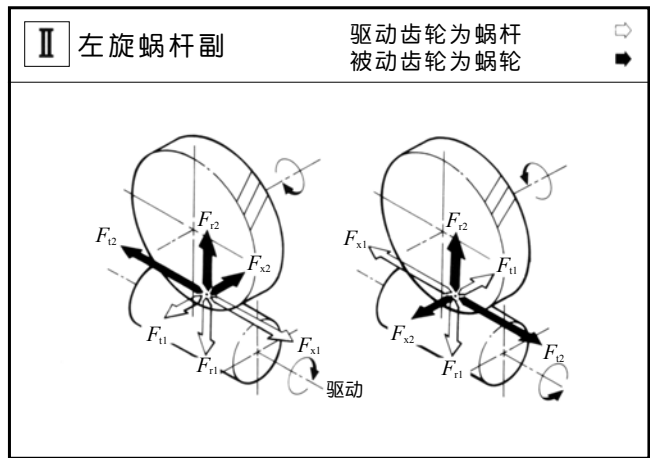
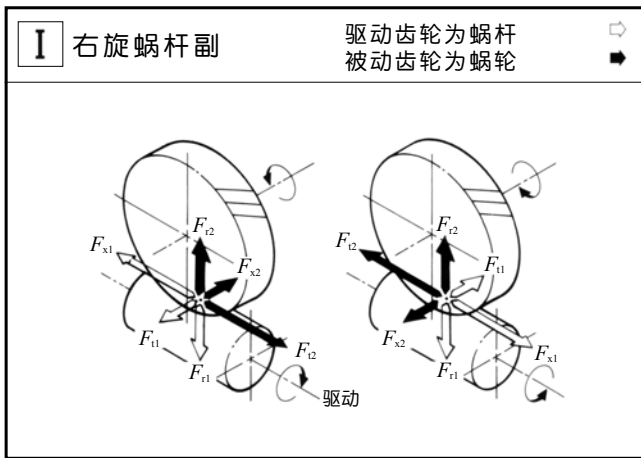


图 8.13 蜗杆副的轮齿受力方向

(2) 蜗轮为驱动齿轮时

蜗轮为驱动齿轮时, 蜗轮轮齿的受力情况如图 8.14 所示。关系式如下:

$$\left. \begin{aligned} F_{t2} &= F_n (\cos \alpha_n \cos \gamma + \mu \sin \gamma) \\ F_{x2} &= F_n (\cos \alpha_n \sin \gamma - \mu \cos \gamma) \\ F_{r2} &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.22)$$

轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ 的蜗杆和蜗轮, 成立有公式 (8.20) 中所示的关系。所以, 在蜗轮驱动时, 蜗杆副的效率 η_1 可根据下式进行计算。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{T_1 i}{T_2} = \frac{F_{t1}}{F_{t2} \tan \gamma} \\ &= \frac{\cos \alpha_n \sin \gamma - \mu \cos \gamma}{\cos \alpha_n \cos \gamma + \mu \sin \gamma} \frac{1}{\tan \gamma} \end{aligned} \right\} \quad (8.23)$$

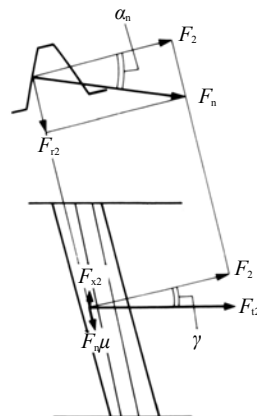


图 8.14 蜗轮轮齿的受力

8.6 作用于交错轴斜齿轮轮齿上的力

交错轴斜齿齿轮的轮齿所受作用力的情况可以看成与蜗杆副的状况相似。

轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ ，分度圆螺旋角为 β_1 的交错轴斜齿齿轮的轮齿受力计算公式，可以利用蜗杆副的计算公式 8.22 进行。只需将式中的 γ 换成 β_1 即可。

下面就轴交角 Σ 不等于 90° 的一般情况下，对轮齿的受力情况加以分析。

因为图 8.15 的驱动齿轮的轮齿受力与蜗杆副相同，所以：

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_n (\cos \alpha_n \cos \beta_1 + \mu \sin \beta_1) \\ F_{x1} &= F_n (\cos \alpha_n \sin \beta_1 - \mu \cos \beta_1) \\ F_{r1} &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.24)$$

被动齿轮的圆周方向及轴方向的轮齿受力，是驱动齿轮的受力 F_{t1} 及 F_{x1} 的反力，分解为 F_{t2} 及 F_{x2} ，所以，被动齿轮的受力为：

$$\left. \begin{aligned} F_{t2} &= F_{x1} \sin \Sigma + F_{t1} \cos \Sigma \\ F_{x2} &= F_{t1} \sin \Sigma - F_{x1} \cos \Sigma \\ F_{r2} &= F_{r1} \end{aligned} \right\} \quad (8.25)$$

其中的轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ 的话，与蜗杆副的公式 8.20 一致。

图 8.16 中，示意了轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ ，螺旋角 $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$ 的齿轮，其轮齿的受力状况。

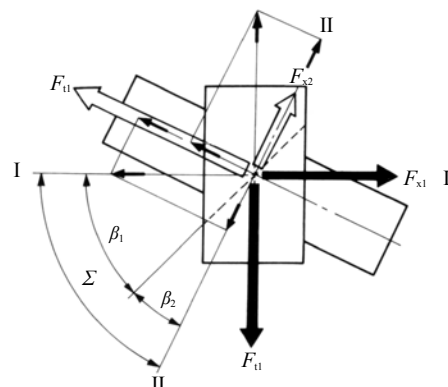


图 8.15 交错轴斜齿齿轮的轮齿受力

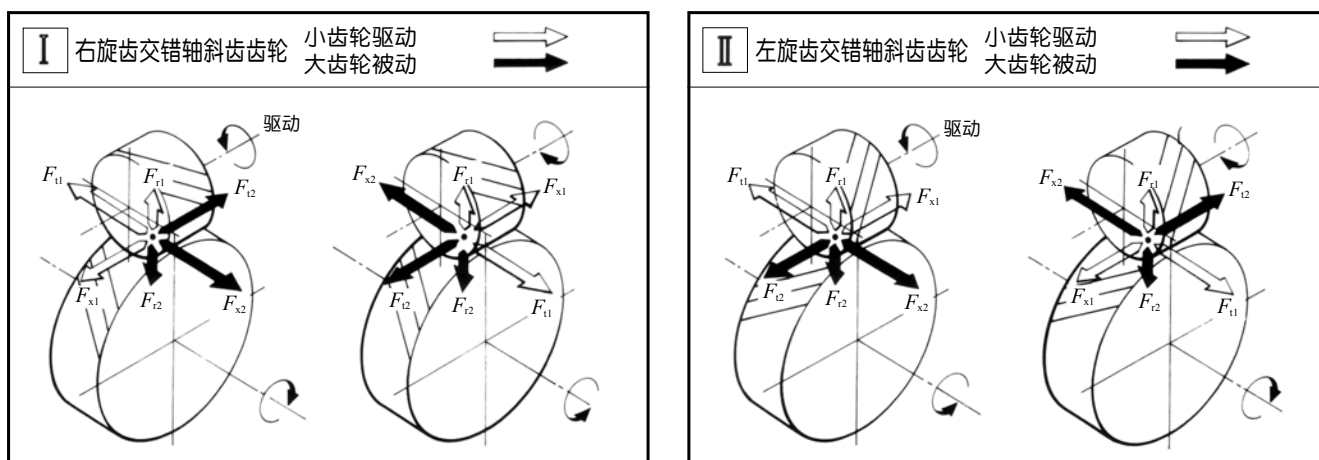


图 8.16 交错轴斜齿齿轮的轮齿受力方向

9 齿轮的重合度

齿轮啮合时的重合度,是对齿轮的噪音,振动,强度,不规则旋转等产生影响的重要要素.一般地说,重合度高的齿轮,静音,振动小,圆滑地旋转传动,强度高.

重合度分为端面重合度 ε_α ,纵向重合度 ε_β 和总重合度 ε_γ .

9.1 端面重合度 ε_α

端面重合度 ε_α 是端面作用线上的啮合长度除以基圆齿距 p_b 的商.

影响端面重合度 ε_α 的要素有啮合角 α' , 齿数 z_1 、 z_2 和工作高度 h' 等三个因素.

增大端面重合度 ε_α 的方法有如下三点:

① 减小啮合压力角

减小分度圆压力角,啮合角也会随之减小.另外,负变位也可以减小啮合角.

② 增加齿数

如果中心距没有限制的话,齿数越多,端面重合度就越高.如果中心距一定时,通过降低模数以增加齿数也同样可以达到提高端面重合度的目的.

③ 增大工作高度

标准的全高齿的工作齿高是模数的两倍.要想提高工作齿高,需要将齿形更改为高齿.

(1) 平行轴齿轮的端面重合度

使用于平行轴的齿轮其端面重合度的计算列于表 9.1.

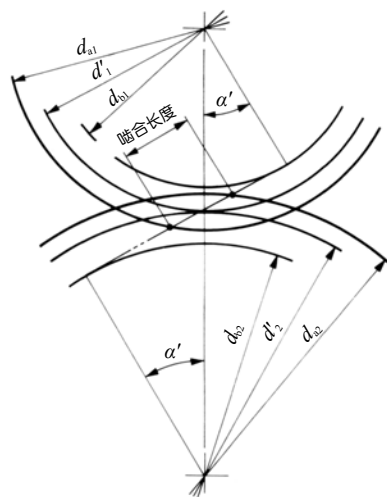


图 9.1 端面重合度 ε_α

表 9.1 平行轴齿轮的端面重合度 ε_α

序号	齿轮类型	端面重合度 ε_α
1	正齿轮 ① ②	$\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - \alpha \sin \alpha'}{\pi m \cos \alpha}$
2	正齿轮 ① 齿条 ②	$\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} + \frac{h_{a2} - x_1 m}{\sin \alpha} - \frac{d_1}{2} \sin \alpha}{\pi m \cos \alpha}$
3	正齿轮 ① 齿轮 ②	$\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} + \alpha \sin \alpha'}{\pi m \cos \alpha}$
4	斜齿齿轮 ① ②	$\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - \alpha \sin \alpha'_t}{\pi m_t \cos \alpha_t}$

◎斜齿齿轮的计算例

$m_n = 3$ $\alpha_n = 20^\circ$ $\beta = 30^\circ$ $z_1 = 12$ $z_2 = 60$ $x_1 = +0.09809$ $x_2 = 0$
 $a = 125$ $\alpha_t = 22.79588^\circ$ $\alpha'_t = 23.1126^\circ$ $m_t = 3.46410$
 $d_{a1} = 48.153$ $d_{a2} = 213.842$ $d_{b1} = 38.322$ $d_{b2} = 191.611$
 $\varepsilon_\alpha = 1.2939$

(2) 伞形齿轮的端面重合度 ϵ_a

伞形齿轮的端面重合度 ϵ_a 如果如齿轮入门篇的图 4.9 所示, 在背锥上进行考虑的话, 可以与正齿轮、斜齿轮的啮合同样地进行计算. 表 9.2 列出了伞形齿轮的端面重合度 ϵ_a 的计算公式.

表 9.2 伞形齿轮的端面重合度 ϵ_a

序号	计算项目	代号	计算方程式	
1	背锥距	R_v	$\frac{d}{2 \cos \delta}$	
2	背锥上当量齿轮的基圆半径	R_{vb}	直齿伞形齿轮 $R_v \cos \alpha$	弧齿伞形齿轮 $R_v \cos \alpha_t$
3	背锥上当量齿轮的齿顶圆半径	R_{va}	$R_v + h_a$	
4	端面重合度	ϵ_a	直齿伞形齿轮 $\frac{\sqrt{R_{va1}^2 - R_{vb1}^2} + \sqrt{R_{va2}^2 - R_{vb2}^2} - (R_{v1} + R_{v2}) \sin \alpha}{\pi m \cos \alpha}$	
			弧齿伞形齿轮 $\frac{\sqrt{R_{va1}^2 - R_{vb1}^2} + \sqrt{R_{va2}^2 - R_{vb2}^2} - (R_{v1} + R_{v2}) \sin \alpha_t}{\pi m \cos \alpha_t}$	

◎弧齿伞形齿轮的计算例

$m = 3 \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta = 35^\circ \quad z_1 = 20 \quad z_2 = 40 \quad \alpha_t = 23.95680^\circ$
 $d_1 = 60 \quad d_2 = 120 \quad R_{v1} = 33.54102 \quad R_{v2} = 134.16408$
 $R_{vb1} = 30.65152 \quad R_{vb2} = 122.60610 \quad h_{a1} = 3.4275 \quad h_{a2} = 1.6725$
 $R_{va1} = 36.9685 \quad R_{va2} = 135.83658$
 $\epsilon_a = 1.2825$

(3) 交错轴齿轮的端面重合度 ϵ_a

表 9.3 示意了蜗杆蜗轮副的端面重合度 ϵ_a 的计算方程式.

蜗轮副的重合度是指含有轴部的蜗杆在蜗轮的端面啮合时, 与正齿轮和齿条相啮合时的状况大体上相同, 基于这种考虑而求出的近似公式.

表 9.3 交错轴齿轮的重合度 ϵ_a

序号	齿轮的类型	重合度 ϵ_a
1	蜗杆 ① 蜗轮 ②	$\frac{h_{a1} - x_{12} m_x}{\sin \alpha_x} + \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - \frac{d_2}{2} \sin \alpha_x$ $\pi m_x \cos \alpha_x$

◎蜗杆副的计算例

$m_x = 3 \quad \alpha_n = 20^\circ \quad z_1 = 2 \quad z_2 = 30$
 $d_1 = 44 \quad d_2 = 90 \quad \gamma = 7.76517^\circ$
 $\alpha_x = 20.17024^\circ \quad h_{a1} = 3$
 $d_1 = 96 \quad d_{b2} = 84.48050$
 $\epsilon_a = 1.8066$

9.2 纵向重合度 ϵ_β

纵向重合度是斜齿齿轮及弧齿锥齿轮等拥有螺旋角的齿轮上, 齿宽 b 与齿宽方向齿距的商。

表 9.4 中, 列出了斜齿齿轮和弧齿伞形齿轮的纵向重合度的计算方程式。

表 9.4 纵向重合度 ϵ_β

序号	齿轮的类型	计算方程式	计算例
1	斜齿齿轮	$\frac{b \sin \beta}{\pi m_n}$	$b = 50 \quad \beta = 30^\circ \quad m_n = 3$ $\epsilon_\beta = 2.6525$
2	弧齿伞形齿轮	$\frac{R}{R - 0.5b} \frac{b \tan \beta_m}{\pi m}$	根据齿轮技术入门篇表 4.21 $R = 67.08204 \quad b = 20 \quad \beta_m = 35^\circ \quad m = 3$ $\epsilon_\beta = 1.7462$

(注) 弧齿伞形齿轮中模数 m 是指大端端面模数。

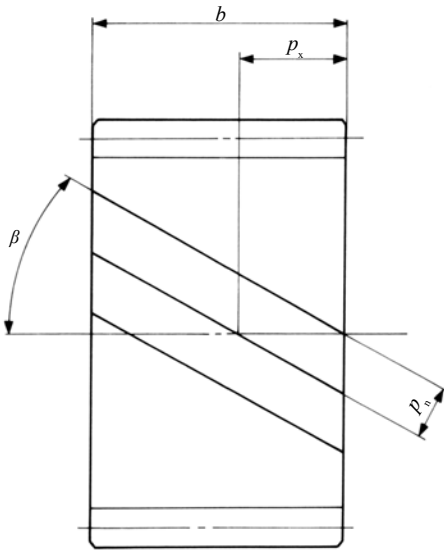


图 9.2 纵向重合度 ϵ_β

10 齿轮的噪音及对策

齿轮噪音形成的原因很多,尤其是在高负荷,高速度旋转时,齿轮的噪音及振动会成为很大的问题.我们将降低齿轮噪音的对策整理如下,设计齿轮时若能注意以下各点,噪音问题可以得到大幅度改善.

(1) 高精度的齿轮

- 通过减小齿距误差,径向跳动及齿线方向误差,降低噪音.
- 研磨齿面,不仅可以提高精度,还可以改善齿面粗糙度,故对改善噪音有很好的效果.

(2) 高齿面光洁度

- 齿轮磨削,磨齿及珩齿等可以达到理想的齿面粗糙度.另外,适当的磨合运转也可以达到降低噪音的目的.

(3) 正确的齿接触

- 对齿面施行鼓型加工或削端加工,以防止轮齿的片面接触,降低噪音.
- 适当的齿形修整也对降低噪音有效.
- 消除齿面及齿顶的碰伤及打痕.

(4) 适当的齿隙

- 齿顶具有脉动性时,容易产生碰撞,减小齿隙可得到良好的效果.
- 一般较为均匀负荷的情况下,齿隙较大对降低噪音有利.

(5) 高重合度

- 重合度越高,噪音越低.提高端面重合度可通过减小啮合角或者增加齿高来实现.
- 纵向重合度高,则重合度也越高.所以,斜齿齿轮比正齿轮,弧齿伞轮比直齿伞轮的噪音要低.

(6) 体积小的齿轮

- 使用小模数及小外径的齿轮.

(7) 高刚性

- 增加齿宽.高刚性形状的齿轮对降低噪音有利.
- 增强轴及齿轮箱的刚性.

(8) 振动衰减率高的材质

- 轻负荷,低速旋转时,塑料齿轮会有很好的效果.但是,要注意温度的上升.
- 铸铁齿轮比钢齿轮对降低噪音有效.

(9) 适当的润滑

- 进行适当充分的润滑.
- 粘度高的润滑油对降低噪音比较有利.

(10) 低速旋转及低负荷

- 齿轮的转速及负荷越低,噪音也随之降低.

11 正齿轮的测绘

通过对样品的正齿轮进行测绘,将决定齿轮要素的方法及顺序说明如下。

测绘的顺序

- ① 数出齿轮的齿数 $z = \square$
- ② 测量齿轮的外径 $d_a = \square$
- ③ 假设齿轮为全高齿,无变位.通过下式计算大体上的模数值.

$$m = \frac{d_a}{z + 2} \quad m \approx \square$$

- ④ 选择适当的跨齿数 k 和 $k - 1$, 然后测量其公法线长度,计算其差值.

跨齿数 $k = \square$ 时, 公法线长度 $W_k = \square$
 // $k - 1 = \square$ $W_{k-1} = \square$

差值为 $= \square$

- ⑤ 因为此差值为基圆齿距 $p_b = \pi m \cos \alpha$, 可在附表中选择模数 m 及压力角 α .

$$m = \square$$

$$\alpha = \square$$

- ⑥ 利用模数 m , 压力角 α 及公法线长度 W 可求出变位系数 x .

$$x = \square$$

附表 基圆齿距 p_b

模数	压力角		模数	压力角	
	20°	14.5°		20°	14.5°
1	2.952	3.042	8	23.619	24.332
1.25	3.690	3.802	9	26.569	27.373
1.5	4.428	4.562	10	29.521	30.415
2	5.904	6.083	11	32.473	33.456
2.5	7.380	7.604	12	35.425	36.498
3	8.856	9.125	14	41.329	42.581
3.5	10.332	10.645	16	47.234	48.664
4	11.808	12.166	18	53.138	54.747
5	14.760	15.208	20	59.042	60.830
6	17.712	18.249	22	64.946	66.913
7	20.664	21.291	25	73.802	76.037

注: 齿形除全高齿外, 还有短齿及高齿. 也有使用 20° 及 14.5° 以外的压力角的齿轮.

12 斜齿齿轮的测绘

斜齿齿轮的测绘与正齿轮的不同之处是需要测定螺旋角. 要想正确地测定螺旋角, 需要使用专用的齿轮试验机. 在此, 我们将介绍在没有齿轮试验机的条件下, 利用分度器粗略地测定螺旋角的方法.

斜齿齿轮的导程 p_z 可以通过下式进行计算:

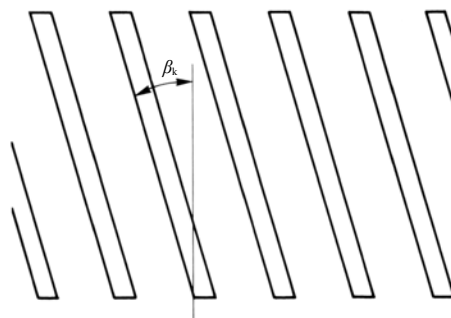
$$p_z = \frac{\pi z m_n}{\sin \beta}$$

由此而知, 只要知道导程 p_z , 齿数 z 和法向模数 m_n , 即可通过上式求出螺旋角 β .

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{\pi z m_n}{p_z} \right)$$

齿数 z 及法向模数 m_n 可以应用 11 中正齿轮的测绘方法求出. 求导程 p_z 时, 正确地测定齿轮的外径 d_a . 在齿轮的外径上涂布一层红丹, 压紧齿轮在白纸上滚动, 测量在白纸上所留下的压痕的螺旋角 β_k . 然后根据下式计算出导程 p_z :

$$p_z = \frac{\pi d_a}{\tan \beta_k}$$



附图 齿顶螺旋角的测定