

## 齿 轮 传 动

在现代机械设备中,广泛应用着齿轮传动。目前齿轮技术可达到的指标:圆周速度  $v=300\text{m/s}$ ;转速  $n=10^5\text{r/min}$ ;传递的功率  $P=10^5\text{kW}$ ,模数  $m$  可从  $0.004\text{mm}$  到  $100\text{mm}$ ;圆周力  $F_t$  从  $1$  克到几千吨;直径  $d$  从  $1\text{mm}$  到  $152.3\text{m}$ ,效率  $\eta$  从  $0.98$  到  $0.995$ (每对齿轮);寿命可达十几年以至数百年(正确设计制造及使用)。

齿轮传动就装置形式来说,有开式、半开式及闭式之分;就使用情况来说,有低速、高速及轻载、重载之别;就齿轮材料的性能及热处理工艺的不同,齿轮有较脆(如整体淬火,齿面硬度很高的钢齿轮或铸铁齿轮)或较韧(如经调质、常化的优质碳钢及合金钢齿轮),齿面有较硬(轮齿工作面的硬度大于  $350\text{HBS}$  或  $\text{HRC}38$ ,并称为硬齿面齿轮)或较软(齿面硬度小于或等于  $350\text{HBS}$  或  $\text{HRC}38$ ,并称为软齿面齿轮)的差别等。由于上述条件的不同,齿轮传动也就出现不同的失效形式。一般地说,齿轮传动的失效主要是轮齿的失效,通常有轮齿折断和工作齿面磨损、点蚀、胶合及塑性变形等。因此,到目前为止,针对齿轮传动的各种工作情况及失效形式,一般使用的齿轮传动通常只按保证齿根弯曲强度及齿面接触强度两个准则来进行计算。对于高速大功率的齿轮传动(如航空发动机、燃气轮机的主传动齿轮),还应按保证齿面抗胶合能力的准则进行计算。至于抵抗其他失效的能力,目前虽然一般不进行计算,但也应采取相应的措施,以增强轮齿抵抗这些失效的能力。

从实践得知,闭式齿轮传动,在齿面硬度  $\text{HBS} \leq 350$  时,常由于齿面点蚀而造成齿轮报废,所以应按接触强度计算定出齿轮尺寸,再校核它的弯曲强度。当齿面硬度  $\text{HBS} > 350$  时,闭式传动常由于轮齿折断面造成齿轮报废,在设计时应按弯曲强度计算,再校核其接触强度。对于开式(半开式)齿轮传动,应按保证齿面抗磨损及齿根抗折断能力两准则进行计算,但对齿面抗磨损能力的计算,迄今尚无行之有效的计算方法及设计数据,所以开式(半开式)齿轮传动,目前仅以保证齿根弯曲疲劳强度为设计准则。

### § 4—1 直齿圆柱齿轮传动的设计计算

#### 一、齿轮传动的计算载荷

为了便于分析计算,通常取沿齿面接触线单位长度上所受的载荷进行计算。沿齿面接触线单位长度的平均载荷  $p$  为

$$p = \frac{F_n}{L}, \text{N/mm}$$

式中  $F_n$ ——作用于齿面接触线上的法向公称载荷, N;

$L$ ——沿齿面的接触线长,mm。

由于工况变化、制造误差和轮齿变形面引起附加载荷,再加上同时啮合的齿对间载荷分配不均匀,即使一对齿上载荷沿接触线分布也不是均匀的。因此在计算齿轮传动的强度时,应按接触单位长度上的最大载荷,即计算载荷  $p_{ca}$  进行计算。即

$$p_{ca} = KP = K \frac{F_n}{L}, \text{ N/mm} \quad (4-1)$$

式中  $K$  为载荷系数。

载荷系数  $K$  包括工况系数  $K_A$ 、动载系数  $K_v$ 、载荷分配系数  $K_H$  和载荷分布不均系数  $K_\beta$ 。即

$$K = K_A K_v K_H K_\beta$$

#### (一) 工况系数 $K_A$

工况系数  $K_A$  是表征原动机及工作机的性能对齿轮所受载荷大小的影响。 $K_A$  的实用值应针对设计对象,通过实践确定。表 4-1 所列  $K_A$  值可供参考。

#### (二) 动载系数 $K_v$

动载荷与基圆齿距误差、齿形误差、圆周速度、齿轮的质量、啮合刚度和所传递的载荷大小等有关,此外,还与润滑情况、轴和轴承的刚度有关。

设计齿轮时,应根据分度圆的圆周速度、工作条件、制造工艺条件等,选用合适的制造精度,以避免由于制造误差过大引起严重的动载荷,同时也可避免过高地要求制造精度,造成不必要的成本提高。

表 4-1 工作情况系数  $K_A$

载荷状态	工作机器	原 动 机		
		电动机、汽轮机、燃气轮机	多缸内燃机	单缸内燃机
均匀、轻微冲击	均匀加料的运输机和喂料机,轻、中型工作制的卷扬机及起重机,发电机,离心式鼓风机,机床的辅助传动,压缩机,离心泵,搅拌液体的机器	1	1.25	2.5
中等冲击	重型工作或不均匀加料的运输机和喂料机,重型工作制的卷扬机及起重机,重载升降机,球磨机,冷轧机,混凝土搅拌机,大型鼓风机,机床的主传动,多缸往复式压缩机,双作用及单作用的往复式泵	1.5	1.5	1.75
较大冲击	往复式或振动式运输机和喂料机,特重型工作制的卷扬机及起重机,碎矿机,混合碾磨机,单缸往复式压缩机	1.75	$\geq 2$	$\geq 2.25$

注:表中所列  $K_A$  值仅适用于减速传动;若为增速传动, $K_A$  值约为表值的 1.1 倍。

减小齿轮传动的动载荷,采用提高齿轮制造精度,减小齿轮直径以降低圆周速度都有一定的效果。但对重要的齿轮传动,可采用修缘齿,对外啮合圆柱齿轮,当圆周速度  $v$  大于表 4-2 的数值而需要修缘时,推荐使用表 4-3 的数值。

以下情况不进行齿顶修缘：

1. 因修缘的结果，在直齿轮传动中使重合度  $\varepsilon < 1.089$ ，在斜齿轮传动中使端面重合度  $\varepsilon_a < 1$ 。

2. 当斜齿轮的螺旋角  $\beta < 17^\circ 45'$  时。

由于影响齿轮传动动载荷的因素很多， $K_d$  值的精确确定，是比较困难的。对于一般齿轮传动的动载荷系数  $K_d$  值，可近似地根据齿轮的速度、齿数和齿轮的精度等级，由图 4-1 选取。若为圆锥齿轮传动，应按图 4-1 中低一级的精度线及  $v_m Z_1/100$  值查取  $K_d$  值，此处  $v_m$  为圆锥齿轮平均分度圆处的圆周速度，m/s。

表 4-2 外啮合圆周齿轮的许用圆周速度

齿轮类型	用 I 组精度		
	6 级	7 级	8 级
	圆周速度 m/s		
直齿圆柱齿轮	10	6	4
斜齿圆柱齿轮	16	10	6

表 4-3 齿顶修缘高度和深度

图 形	I 组精度					
	6 级		7 级		8 级	
	$m$	$e$	$m$	$e$	$m$	$e$
<p>按模数和精度等级决定</p> <p>修缘高度 <math>h_x = 0.45m</math></p>	2~2.75	0.01	2~2.5	0.015	2~2.75	0.02
	3~4.5	0.008	2.75~3.5	0.012	3~3.5	0.0175
	5~10	0.006	3.75~5	0.010	3.75~5	0.015
	11~16	0.005	5.5~7	0.009	5.5~8	0.012
			8~11	0.008	9~16	0.010
			12~20	0.007	18~25	0.009
			22~30	0.006	28~50	0.008

注：1. 表中的数值是指在基准齿形上的修缘数值。

2. 基准齿形上的修缘部分，是一条直线，也允许采用均匀的凸形曲线。

3. 在大批量生产中，对于特别重要的传动齿轮以及受工艺要求所限制时，允许改变修缘形状和数值。

4. 内啮合齿轮传动也可以应用本表数值。

### (三) 啮合齿对间载荷分配系数 $K_a$

载荷分配系数是考虑同时啮合的各对轮齿间载荷分配不均匀的影响系数。对一般齿轮传动可用以下方法确定：

1. 对直齿轮和窄斜齿轮（即纵向重合度  $\varepsilon_\beta \geq 1$  的齿轮传动），为了安全，均假定啮合区中只有一对齿啮合，则  $K_a = 1$ 。

2. 对宽斜齿轮(即纵向重合度  $\epsilon_\beta > 1$  的齿轮传动), 在进行齿面接触强度计算时取  $K_a = K_{Ha}$ , 其值可按图 4-2 选取(当圆周速度  $v$  不知时, 可暂设一个圆周速度值, 待初步计算完成后进行校核)。当作齿根弯曲疲劳强度计算,  $K_a = H_{Fa}$ , 其值可按式(4-3)计算

$$K_{Fa} = 1 + \frac{(n-5)(\epsilon_\alpha - 1)}{4} \quad (4-3)$$

式中  $\epsilon_\alpha$  —— 齿轮传动的端面重合度;

$n$  —— 精度等级(GB179—83 中第 II 公差组控制齿轮接触精度的精度等级)。

(四) 载荷分布不均系数  $K_\beta$

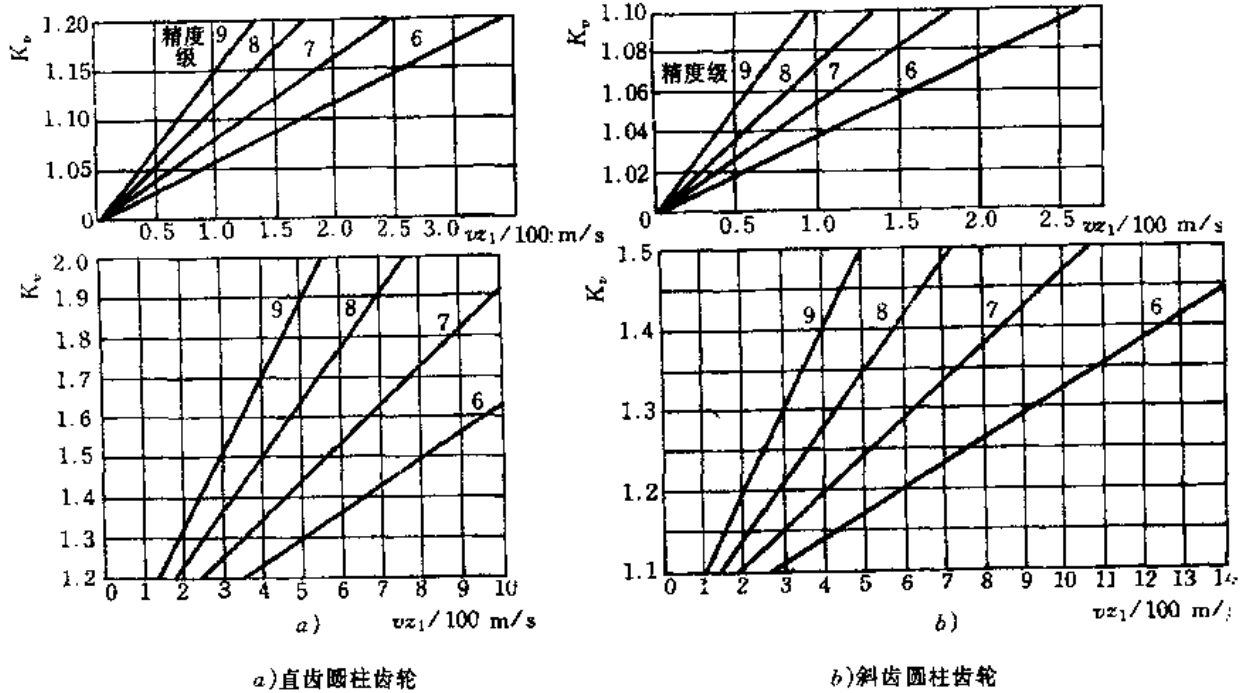


图 4-1 动载系数  $K_d$  值

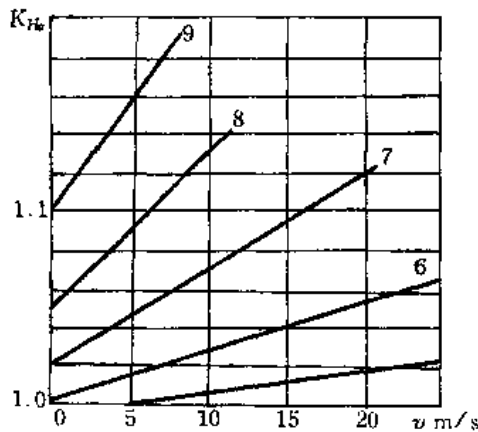


图 4-2 斜齿轮传动的啮合对间载荷分配系数  $K_{Ha}$

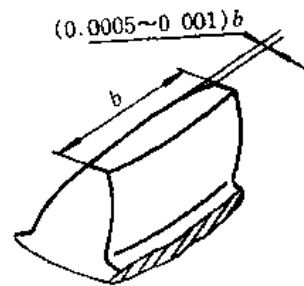


图 4-3 鼓形齿

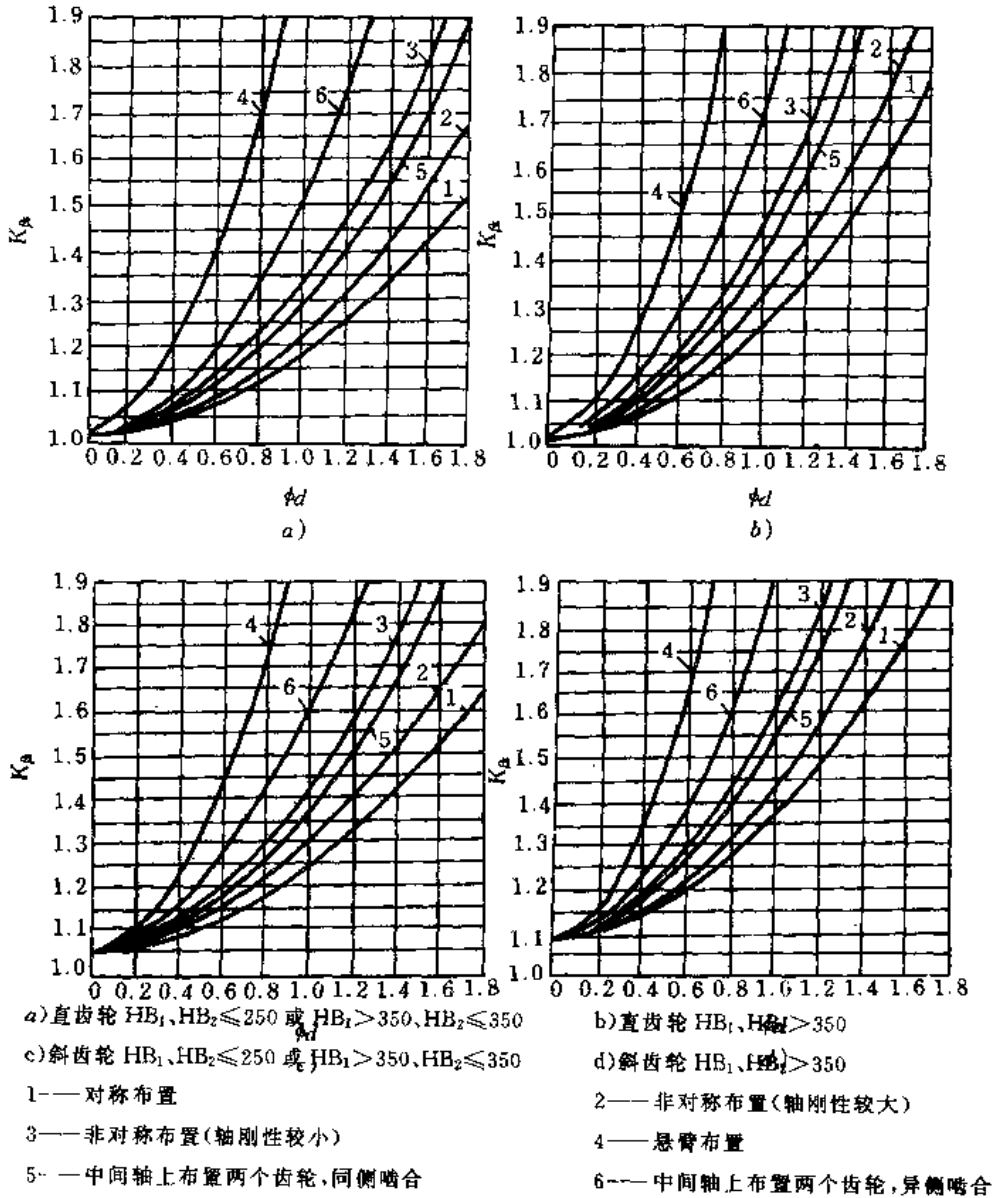


图 4-4  $K_{\beta}$  值

计算轮齿强度时,为了计及齿面上载荷沿接触线分布不均的现象,通常以系数  $K_{\beta}$  来表征齿面上载荷分布不均匀程度对轮齿强度的影响。

为了改善载荷沿接触线分布不均匀的程度,可以采取增大轴、轴承及支座的刚度,对称地布置轴承,以及适当地限制轮齿的宽度等措施,同时应尽可能避免齿轮作悬臂布置(即两个支承皆在齿轮的一边)。这对高速、重载(如航空发动机)的齿轮传动应更加重视。

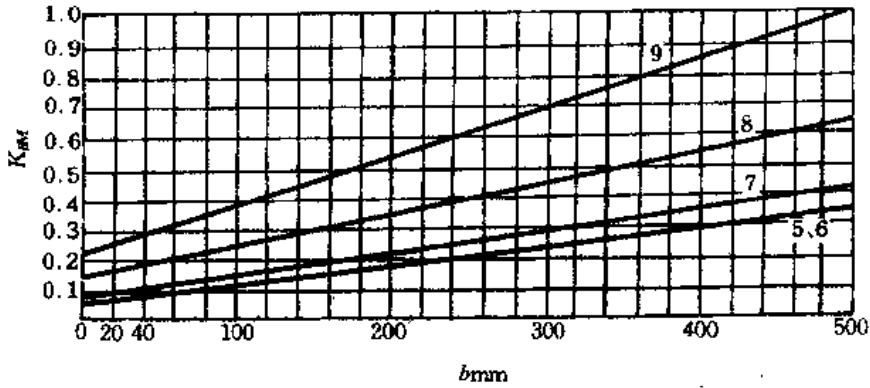
除上述一般措施外,也可把一个齿轮做成鼓形(图 4-3),对圆柱斜齿轮及人字齿轮进行螺旋角修形。这些修形均可改善齿向载荷分布不均匀现象。

在接触强度计算中取齿向载荷分布系数为  $K_{H\beta}$ ,在弯曲强度计算取为  $K_{F\beta}$ 。 $K_{H\beta}, K_{F\beta}$  的值可按式计算

$$K_{H\beta} = K_{F\beta} = K_{\beta} + K_{\beta M}$$

式中  $K_{\beta}$ ——是考虑综合变形对载荷沿齿向分布影响的系数,其值由图 4-4 查取。

$K_{\beta M}$ ——是考虑制造安装误差对载荷沿齿向分布影响的系数,其值由图 4-5 查取。



1. 图中齿轮的精度为第Ⅲ组精度
2.  $HB_1$  和  $HB_2 > 350$  时,  $K_{\beta M}$  为图值的 1.5 倍
3. 装配时调整, 鼓形齿  $K_{\beta M}$  为图值的 0.5 倍
4. 齿端修薄  $K_{\beta M}$  为图值的 0.75 倍

图 4-5  $HB \leq 350$  装配时不作调整的一般齿轮的  $K_{\beta M}$  值

## 二、轮齿的受力分析

受力分析的目的,除为了计算轮齿的强度外,也为计算支承齿轮的轴及轴承的设计计算提供基础。

如图 4-6 所示是直齿圆柱齿轮轮齿的受力情况。齿轮传动一般均加以润滑,啮合轮齿间的摩擦力很小,可以忽略不计。

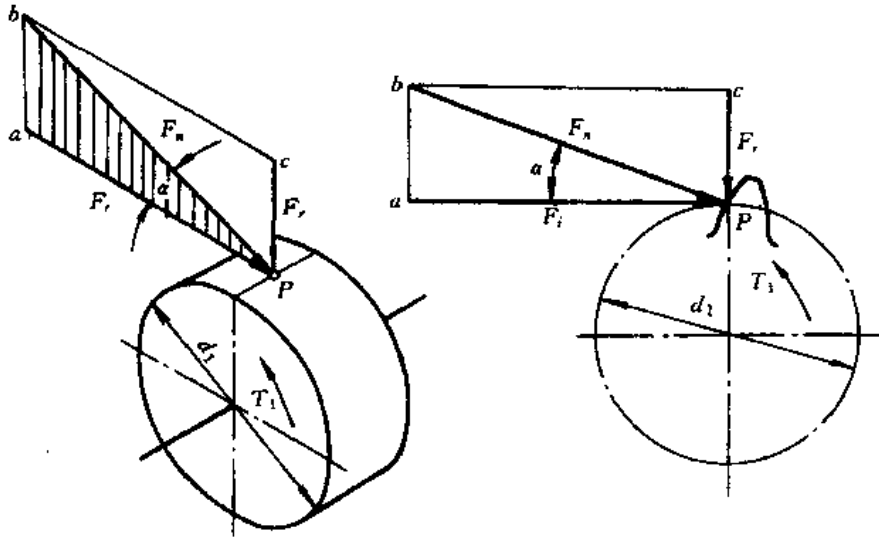


图 4-6 直齿圆柱齿轮轮齿受力分析

沿啮合线作用在齿面上的正压力  $F_n$ , 垂直于齿面, 为了计算方便, 将正压力  $F_n$  在节点  $P$  处分解为两个相互垂直的分力, 即圆周力  $F_t$  与径向力  $F_r$ , 如图 4-6 所示。由此得

$$\left. \begin{aligned} F_t &= \frac{2T_1}{d_1} \\ F_r &= F_t \tan \alpha \\ F_n &= F_t / \cos \alpha = \frac{2T_1}{d_1 \cos \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

式中  $T_1$ ——小齿轮传递的扭矩,  $N \cdot mm$ ;  
 $d_1$ ——小齿轮的节圆直径, 对标准齿轮即为分度圆直径,  $mm$ ;  
 $\alpha$ ——啮合角, 对标准齿轮,  $\alpha = 20^\circ$ 。

各力的方向: 在主动轮上, 圆周力  $F_t$  的方向与圆周速度相反; 在从动轮上和圆周速度相同。径向力  $F_r$  的方向在主、从动轮都是由作用点指向轮心。

### 三、齿根弯曲疲劳强度计算

图 4-7 所示为单位齿宽的轮齿在齿顶啮合时的受力情况。图 4-8 所示为齿顶受载时, 轮齿根部的应力图。

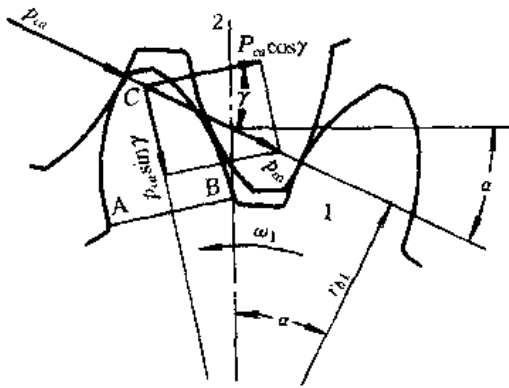


图 4-7 齿顶啮合受载

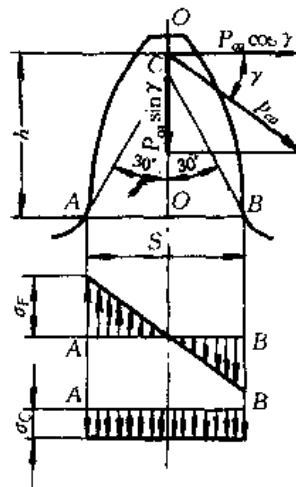


图 4-8 齿根应力图

在齿根危险剖面  $AB$  处的压应力  $b_c$  仅为弯曲应力  $\sigma_F$  的很小一部分, 可略而不计, 仅按水平分力  $p_{ca} \cos \gamma$  所产生的弯矩进行弯曲强度计算。

如图 4-8 所示, 齿根危险剖面的弯曲强度条件按单位齿宽计算为

$$\sigma_{F_0} = \frac{M}{W} = \frac{p_{ca} \cos \gamma \cdot h}{\frac{1}{6} \cdot s^2} = \frac{6 p_{ca} \cos \gamma \cdot h}{s^2} \leq [\sigma]_F$$

取  $h = K_h m$ ,  $s = K_s m$ , 并将式(4-1)及式(4-4)代入。对直齿圆柱齿轮, 齿面上接触线长  $l$  即为齿宽  $b$  ( $mm$ ), 得

$$\sigma_{F_0} = \frac{6 K F_t \cos \gamma \cdot K_h m}{b \cos \alpha (K_s m)^2} = \frac{K F_t}{b m} \cdot \frac{6 K_h \cos \gamma}{K_s^2 \cos \alpha} \leq [\sigma]_F$$

$$\text{令 } Y_{Fa} = \frac{6 K_h \cos \gamma}{K_s^2 \cos \alpha}$$

$Y_{Fa}$  为载荷作用于齿顶时的齿形系数表 4-5。

计入齿根危险剖面处的过渡圆角所引起的应力集中作用, 则得

$$\sigma_F = \frac{K F_t}{b m} Y_{Fa} Y_{sa} \leq [\sigma]_F \text{ MPa} \quad (4-5)$$

式中  $Y_{sa}$  —— 载荷作用于齿顶时, 计及齿根过渡圆角处应力集中作用的应力校正系数, 表 4-5。

表 4-5 齿形系数  $Y_{Fa}$  及消应校正系数  $Y_{sa}$

$z(z_v)$	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$Y_{Fa}$	2.97	2.91	2.85	2.80	2.76	2.72	2.69	2.65	2.62	2.60	2.57	2.55	2.53
$Y_{sa}$	1.52	1.53	1.54	1.55	1.56	1.57	1.575	1.58	1.59	1.595	1.60	1.61	1.62
$z(z_v)$	30	35	40	45	50	60	70	80	90	100	150	200	$\infty$
$Y_{Fa}$	2.52	2.45	2.40	2.35	2.32	2.28	2.24	2.22	2.20	2.18	2.14	2.12	2.06
$Y_{sa}$	1.625	1.65	1.67	1.68	1.70	1.73	1.75	1.77	1.78	1.79	1.83	1.865	1.97

注: 1. 基准齿形的参数为  $\alpha=20^\circ, h_f^*=1, c^*=0.25, \rho=0.38m$ ;

2. 内齿轮的齿形系数及应力校正系数可近似地取为  $z=\infty$  时的齿形系数及应力校正系数。

令  $\varphi_a = b/d_1$  —— 齿宽系数 (表 4-7), 并将  $F_t = \frac{2T_1}{d_1}$  及  $m = \frac{d_1}{Z}$  代入式 (4-5), 得

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{\varphi_a m^3 z_1^2} Y_{Fa} F_{sa} \leq [\sigma]_F, \text{ MPa} \quad (4-6a)$$

$$\text{设计公式: } m = \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_a Z_1^2} \left( \frac{Y_{Fa} Y_{sa}}{[\sigma]_F} \right)}, \text{ mm} \quad (4-6b)$$

一般计算  $m$  值后应按表 4-8 选取标准值。中、低速齿轮传动, 如已知中心距  $a$ , 可取  $m = (0.01 \sim 0.02)a$ , 软齿面、载荷平稳时取小值; 硬齿面、冲击载荷时取较大值。传递动力的齿轮模数一般不宜小于  $1.5 \sim 2\text{mm}$ 。轮齿过小, 磨损后有过载折断的危险。

#### 四、齿面接触疲劳强度计算

对闭式齿轮传动, 最常见的损坏形式就是轮齿工作表面的点蚀。因此, 按工作表面不发生点蚀来计算齿轮, 已经获得广泛的应用。这种计算通常按接触强度计算。

计算要满足的条件, 即接触应力不超过许用值。

计算按节点啮合处理, 这是由于齿廓通过节点处首先开始点蚀的缘故。

计算的基础是, 如图 4-9 所示, 把齿廓在接触点处的曲率半径  $\rho_1$  和  $\rho_2$  视为两接触圆柱体的半径  $R_1$  和  $R_2$ 。在预定使用期限内, 齿面不发生点蚀, 其计算公式为

校核公式:

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma]_H, \text{ MPa} \quad (4-7)$$

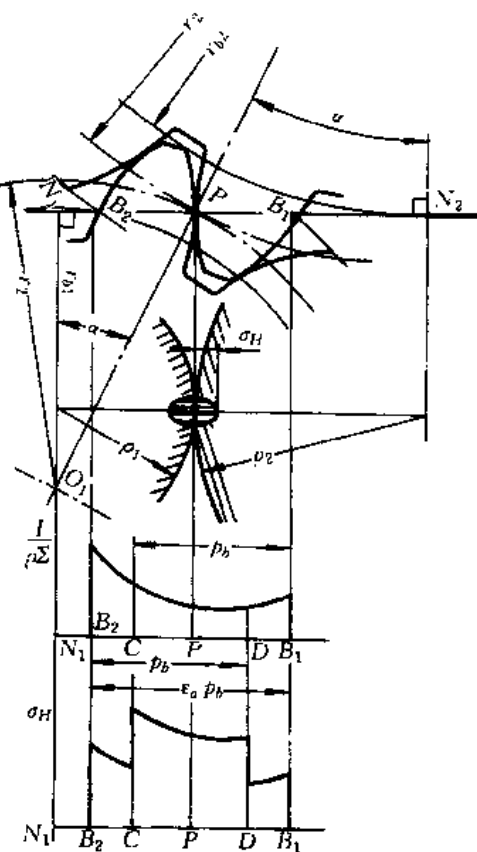


图 4-9 齿面上的接触应力



将  $F_t = \frac{2T_1}{d_1}$ ,  $\varphi_d = b/d_1$  代入上式得

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{2KT_1}{\varphi_d d_1^3} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma]_H, \text{ 于是得}$$

设计公式:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left( \frac{Z_E Z_H}{[\sigma]_H} \right)^2}, \text{ mm} \quad (4-8)$$

将  $d_1 = \frac{2a}{u \pm 1}$  代入, 得

$$a \geq (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \cdot \left( \frac{Z_E Z_H}{2[\sigma]_H} \right)^2}, \text{ mm} \quad (4-9)$$

式中  $Z_H$  称为区域系数。标准直齿轮  $\alpha = 20^\circ$ , 时  $Z_H = 2.5$ 。

$Z_H$  称为弹性影响系数, 表 4-6。

若将  $Z_E = 2.5$  代入 (4-7) 及 (4-8), 得

$$\sigma_H = 2.5 Z_E \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma]_H \quad (4-7a)$$

表 4-6 弹性影响系数  $Z_E \quad \sqrt{\text{MPa}}$

弹性模量 $E(\text{MPa})$	配对齿轮材料				
	灰铸铁	球墨铸铁	铸 钢	锻 钢	夹布塑胶
齿轮材料	$11.8 \times 10^4$	$17.3 \times 10^4$	$20.2 \times 10^4$	$20.0 \times 10^4$	$0.785 \times 10^4$
锻 钢	162.0	181.4	188.9	189.8	56.4
铸 钢	161.4	180.5	188.0		
球墨铸铁	156.6	173.9	—	—	—
灰铸铁	143.7	—	—	—	—

注: 表中所列夹布塑胶的油松比  $\mu$  为 0.5, 其余材料的  $\mu$  均为 0.3。

及 
$$d_1 \geq 2.32 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}, \text{ mm} \quad (4-8a)$$

## 五、齿轮传动的设计参数与许用应力

### (一) 齿轮传动设计参数的选择

#### 1. 压力角 $\alpha$ 的选择

我国对一般用途的齿轮传动规定的标准压力角为  $\alpha = 20^\circ$ 。为增强航空用齿轮传动的弯曲强度及接触强度, 我国航空齿轮传动标准还规定了  $\alpha = 25^\circ$  的标准压力角。

#### 2. 小齿轮齿数 $z_1$ 的选择

闭式齿轮传动一般转速较高, 为了提高传动的平稳性, 减小冲击振动, 以齿数多一些为好, 小齿轮的齿数可取为  $z_1 = 20 \sim 40$ 。开式(半开式)齿轮传动, 由于轮齿主要为磨损失效, 为使轮齿尺寸不致过小, 故小齿轮不宜选用过多的齿数, 一般可取  $z_1 = 17 \sim 20$ 。

为使轮齿免于根切, 对于  $\alpha = 20^\circ$  的标准直齿圆柱齿轮, 应取  $z_1 \geq 17$ 。

### 3. 齿宽系数 $\varphi_d$

由齿轮的强度计算公式可知, 轮齿愈宽, 承载能力也愈高, 因而轮齿不宜过窄; 但增大齿宽又会使齿面的载荷分布更趋不均匀, 故齿宽系数应取得适当。圆柱齿轮齿宽系数  $\varphi_d$  的荐用值列于表 4-7。对于标准圆柱齿轮减速器, 齿宽系数取为  $\varphi_d = b/a = \frac{b}{0.5d_1(1+u)}$ , 对于外啮合齿轮传动:

$$\varphi_d = \frac{b}{d_1} = 0.5(1+u)\varphi_a \quad (4-9)$$

$\varphi_a$  的值定为 0.2, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.80, 1.0, 1.2。应用设计计算公式时, 对于标准减速器, 可先选定  $\varphi_a$  后再用式(4-9)计算相应的  $\varphi_d$  值。

表 4-7 圆柱齿轮的齿宽系数  $\varphi_d$

装置状况	两支承相对小齿轮作对称布置	两支承相对小齿轮作不对称布置	小齿轮作悬臂布置
$\varphi_d$	0.9~1.4(1.2~1.9)	0.7~1.15(1.1~1.65)	0.4~0.6

注: 1. 大、小齿轮皆为硬齿面时,  $\varphi_d$  应取表中偏下限的数值; 若皆为软齿面或仅大齿轮为软齿面时,  $\varphi_d$  取表中偏上限的数值;

2. 括号内的数值用于人字齿轮, 此时  $b$  为人字齿轮的总宽度;
3. 金属切削机床的齿轮传动, 若传递功率不大时,  $\varphi_d$  可小到 0.2;
4. 非金属齿轮可取  $\varphi_d \approx 0.5 \sim 1.2$ 。

### 4. 模数 $m$

(1) 模数 模数是齿轮传动的的基本参数, 它的数值必须符合国家标准, 表 4-8。

表 4-8 渐开线圆柱齿轮标准模数

第一序列	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	
第二序列	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)	4.5	5.5	6.5	7	8	(11)	14	18	22	28	(30)	36	45

注: 1. 对于斜齿圆柱齿轮是指法向模数  $m_n$ 。

2. 优先选用第一序列, 括号内的数值尽可能不用。

### (二) 轮齿传动的许用应力

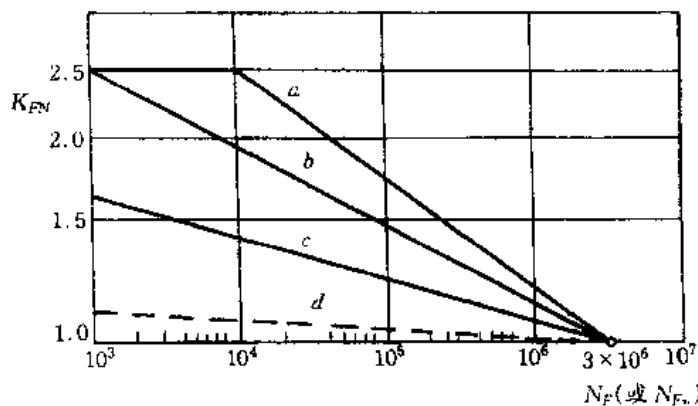
齿轮的许用应力( $\sigma$ )按下式计算

$$[\sigma] = \frac{K_N \sigma_{lim}}{S} \quad (4-10)$$

式中  $S$ ——疲劳强度安全系数, 对接触疲劳强度计算, 由于点蚀破坏发生后虽引起噪声、振动增大, 但还可以继续工作, 故可取  $S = S_H = 1$ 。但是, 如果一旦发生断齿, 就会引起严重事故, 因此在进行齿根弯曲疲劳强度计算时取  $S = S_F = 1.25 \sim 1.5$ 。

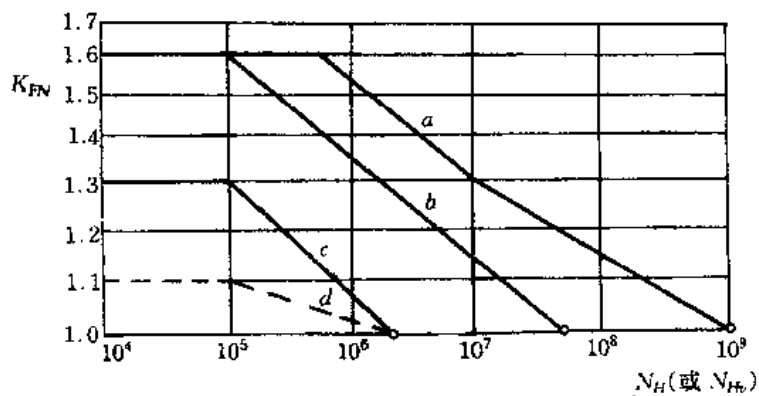
$K_N$ ——考虑应力循环次数影响的系数, 称为寿命系数。弯曲疲劳寿命系数  $K_{FN}$  查图 4-10; 接触疲劳寿命系数  $K_{HN}$  查图 4-11。

$\sigma_{lim}$ ——齿轮的疲劳极限。弯曲疲劳强度极限  $\sigma_{Flim}$  查图 4-12, 图中的  $\sigma_{Flim}$  值已计入试验齿轮应力集中的影响; 接触疲劳强度极限值  $\sigma_{Hlim}$  查图 4-13。



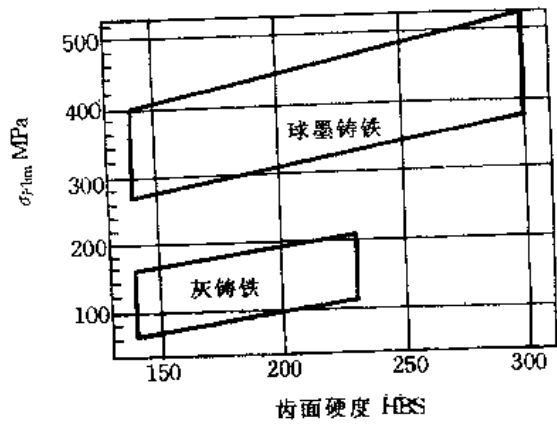
*a*——正火钢、调质钢、球墨铸铁；    *b*——渗碳淬火钢、表面淬火钢；  
*c*——调质钢，气体渗氮；    *d*——调质钢，液体渗氮

图 4-10 弯曲寿命系数  $K_{FN}$

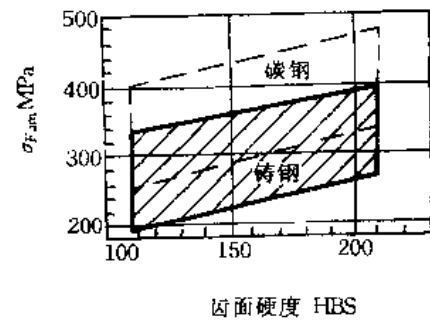


*a*——调质钢、球墨铸铁，齿面允许有一定数量的局限性点蚀  
*b*——调质钢、球墨铸铁、渗碳淬火和表面硬化钢  
*c*——调质钢，气体渗氮、铸铁    *d*——调质钢，液体渗氮

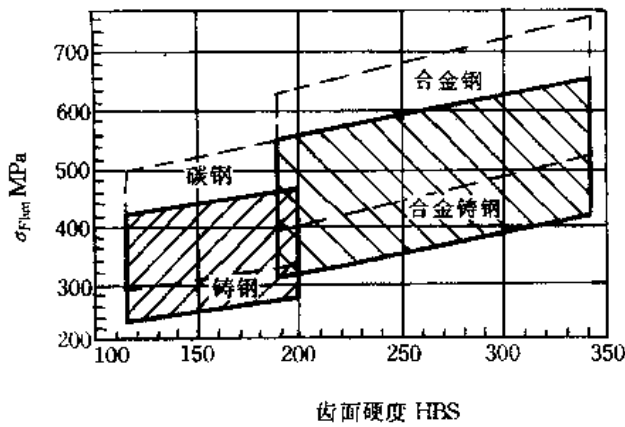
图 4-11 接触寿命系数  $K_{HN}$



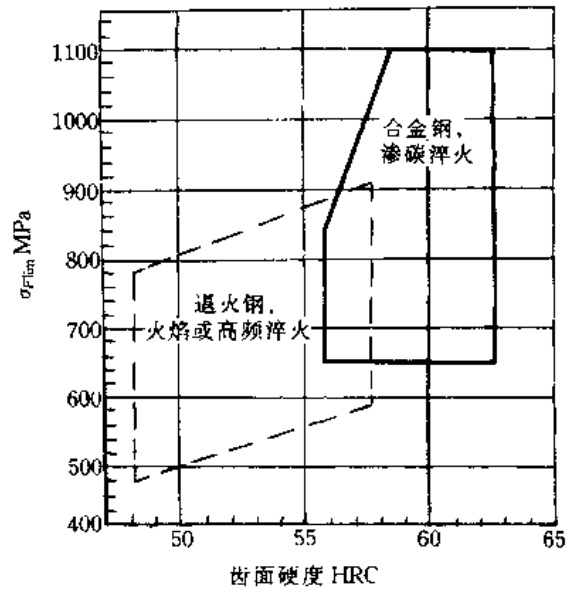
a) 铸铁



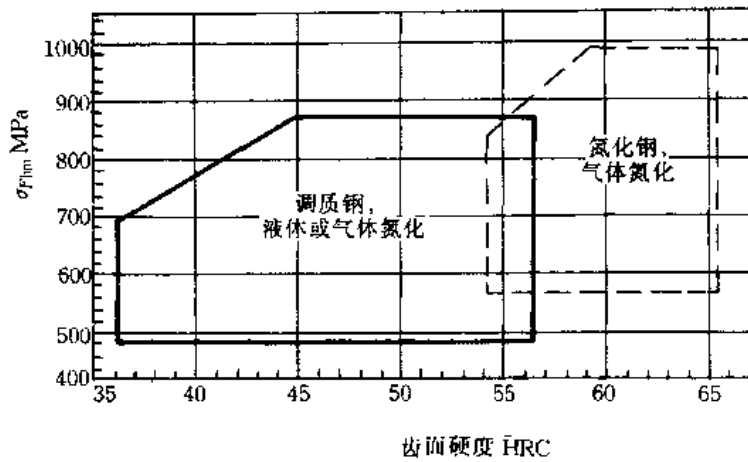
b) 碳钢常化



c) 调质

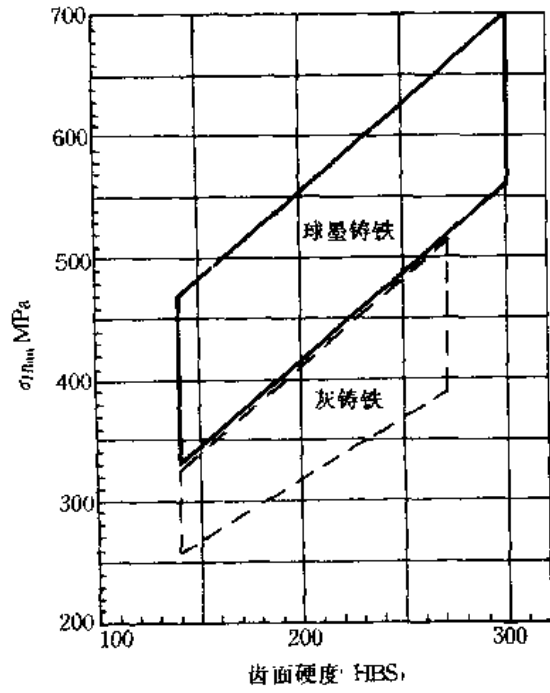


d) 渗碳、淬火

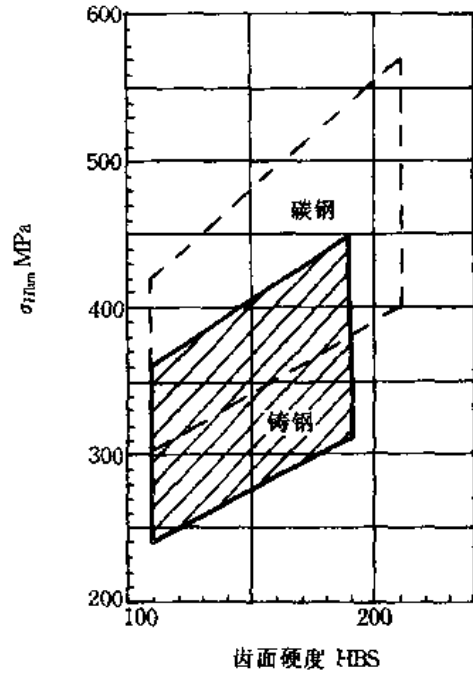


e) 氮化

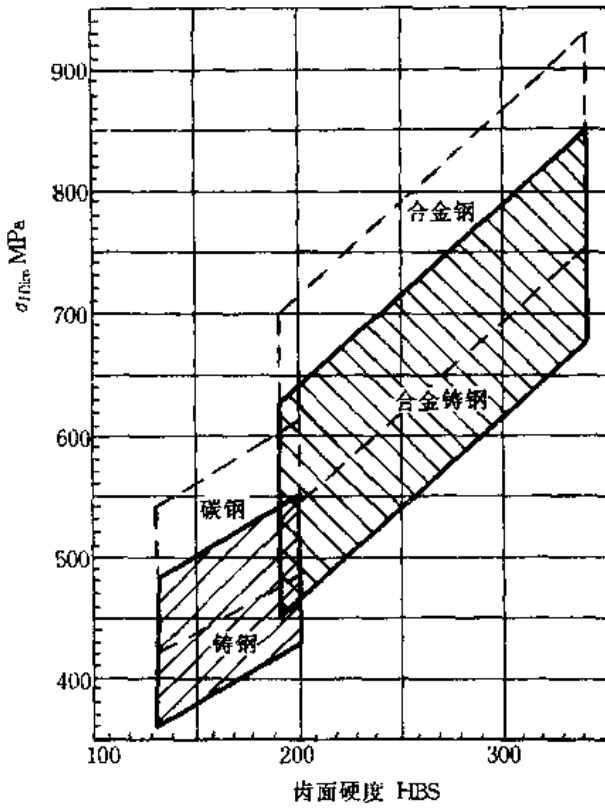
图 4-12 齿轮材料的弯曲疲劳强度极限  $\sigma_{Flim}$



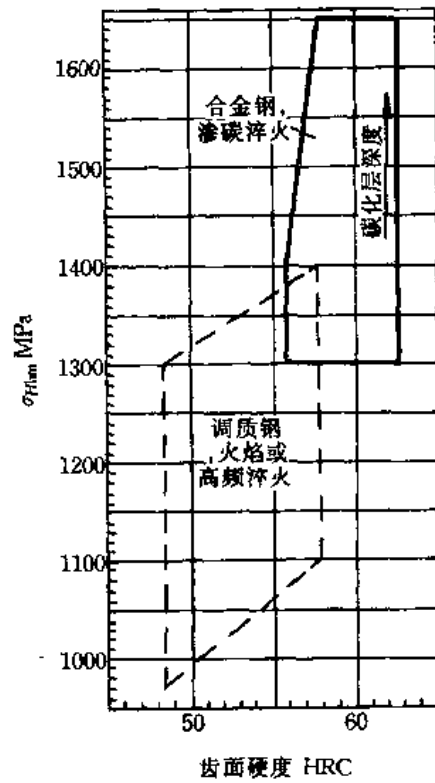
a) 铸铁



b) 碳钢常化



c) 调质



d) 渗碳、淬火

图 4-13 齿轮材料的接触疲劳强度极限  $\sigma_{Hlim}$

设  $n$  为齿轮的转速, r/min;  $j$  为齿轮每转一圈时, 同一齿面啮合的次数;  $L_h$  为齿轮的工作寿命, h, 则齿轮的工作应力循环次数  $N$  按下式计算。

$$N = 60njL_h \quad (10-11)$$

图 4-12、图 4-13 所示的极限应力值, 对一般设计建议取框内中偏下之值; 仅当材料的化学成分及机械性能符合国家标准的规定, 并经材料实验验证, 热处理后经过金相及硬度检验合格, 齿轮的结构设计也合理时, 才可选取中偏上的数值。使用图 4-12c 及图 4-13c 时, 若齿面硬度超出图中荐用的范围, 可大体按外插法查取相应的  $\sigma_{Hlim}$  值。图 4-12 所示为脉动循环应力时的极限应力。对称循环应力的极限应力值仅为脉动循环应力的 70%。夹布塑胶的弯曲疲劳的许用应力  $[\sigma]_F = 50\text{MPa}$ , 接触疲劳许用应力  $[\sigma]_H = 110\text{MPa}$ 。

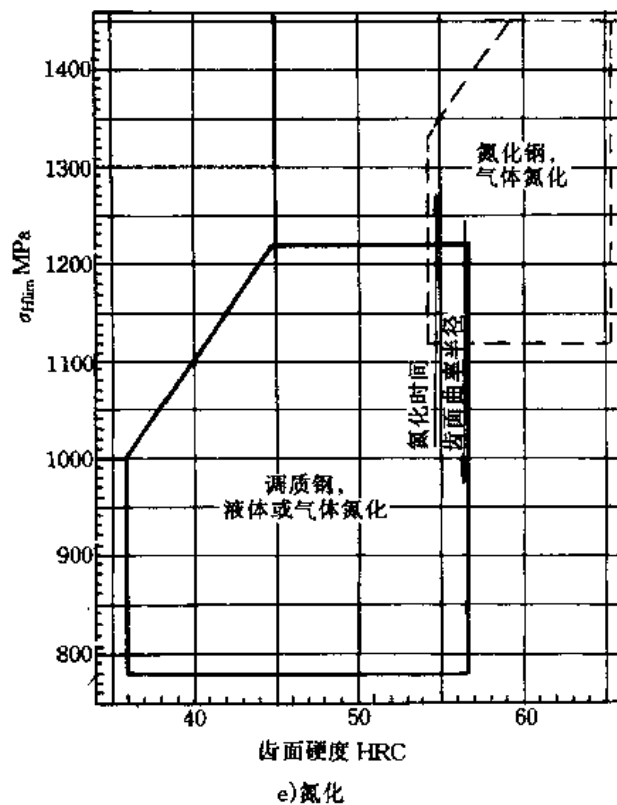


图 4-13 齿轮材料的接触疲劳强度极限  $\sigma_{Hlim}$

### (三) 齿轮传动的强度计算说明

1. 由式(4-5)可得  $\sigma_F/Y_{Fa}Y_{Sa} = K_{Ft}/bm \leq [\sigma]_F/Y_{Fa}Y_{Sa}$ , 即配对齿轮的  $\sigma_F/Y_{Fa}Y_{Sa}$  值皆一样, 而  $[\sigma]_F/Y_{Fa}Y_{Sa}$  的值却可能不同。因此按齿根弯曲疲劳强度设计齿轮传动时, 应将  $\sigma_{F1}/Y_{Fa1}Y_{Sa1}$  或  $\sigma_{F2}/Y_{Fa2}Y_{Sa2}$  中较小的数值代入设计公式进行计算。

2. 因配对齿轮的接触应力皆一样, 即  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ 。同上理由, 若按齿面接触疲劳强度设计直齿轮传动时, 应将  $[\sigma]_{H1}$  或  $[\sigma]_{H2}$  中较小的数值代入设计公式进行计算。

3. 当配对齿轮的齿面均属硬齿面时(在生产技术条件可能时广为采用, 这样传动尺寸可大为减小), 两轮的材料、热处理方法及硬度均可取成一样的。设计这种齿轮传动时, 可分别按齿根弯曲疲劳强度及齿面接触疲劳强度的设计公式分别进行计算, 并取其中较大者作为设计

结果。

4. 当用设计公式初步计算齿轮的分度圆直径  $d_1$  (或模数) 时, 动载荷系数  $K_v$  及啮合齿对间载荷分配系数  $K_a$  不能预先确定, 此时可试选一载荷系数  $K_t$  ① (如取  $K_t=1.2\sim 1.4$ ), 则算出来的分度圆直径 (或模数) 也是一个试算值  $d_{1t}$  (或  $m_{nt}$ ), 然后按  $d_{1t}$  计算齿轮的圆周速度, 查取动载荷系数  $K_v$  及啮合齿对间载荷分配系数  $K_a$ , 计算载荷系数  $K$ 。若得到的  $K$  值与试选的  $K_t$  值相差不多, 就不必再进行修改原计算; 若二者相差较大时, 应按下式校正试算所得分度圆直径  $d_1$  (或  $m_n$ ):

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= d_{1t} \sqrt[3]{K/K_t} \\ \text{或} \quad m_n &= m_{nt} \sqrt[3]{K/K_t} \end{aligned} \right\} \quad (4-12)$$

## 六、齿轮传动精度的选择

渐开线圆柱齿轮精度按标准规定分为 12 级, 从 1 级到 12 级, 精度顺次降低。齿轮副中两个齿轮的精度等级一般取成相同, 也允许取成不同。

齿轮传动的精度等级由三种精度组成: 运动精度、工作平稳性精度及接触精度。

由于齿轮传动的工作条件不同, 对上述三方面的精度要求也不一样。因此在齿轮精度标准中规定, 即使是同一齿轮传动, 其运动精度、工作平稳性精度和接触精度亦可按工作要求分别选择不同的等级。例如仪表及机床分度机构中的齿轮传动, 以工作平稳性精度要求为主; 而轧钢机或锻压机械中的低速重载齿轮传动, 则应以接触精度要求为主。所要求的主要精度可选取较其他精度为高的等级。

确定精度等级时, 还要考虑加工条件, 正确处理精度要求与加工技术及经济性的矛盾。

为了防止轮齿在运转中卡死和润滑的需要, 对高温、高速、重载工作的齿轮传动, 应留有较大的侧隙; 一般齿轮传动, 可有中等大小的侧隙; 经常正反转, 转速又不高的齿轮传动, 应有较小的侧隙。

标准中对侧隙的大小用规定齿厚的上、下极限偏差来保证。标准中对齿厚的极限偏差规定有 C~S 共 14 种, 其中以“D”为基准 (偏差为零), “E~S”都为负偏差, 并且数值顺次增大。齿厚的上、下偏差, 即由选定的两种齿厚极限偏差来确定。如选取极限偏差为 F 及 K, 则齿厚的上偏差为 F, 下偏差为 K。偏差的具体数值可查标准。

标准中, 还规定了精度等级的代号表示方法。例如: 7-6-6FK JB179-83 表示按渐开线齿轮传动精度标准 JB179-83 规定的齿轮精度, 第一位数字 7 表示第 I 公差组的精度等级为 7 级, 第二位数字 6 表示第 II 公差组的精度等级为 6 级, 第三位数字 6 表示第 III 公差组的精度等级为 6 级, 代号 FK 分别表示齿厚的上偏差及下偏差。若二个精度都为同一精度等级时, 如同为 7 级, 则可表示为 7-FK JB179-83。

① 下标  $t$  表示试选或试算值, 下同。

表 4-9 圆锥齿轮传动的侧隙结合形式

侧隙的结合形式		应用 举 例
名 称	代号	
零保证侧隙	D	仪器中的读数齿轮机构
较小保证侧隙	Db	常正反转,但转速不高的齿轮传动
标准保证侧隙	Dc	一般齿轮传动
较大保证侧隙	De	速度或温度较高的齿轮传动;重型机器中的开式齿轮传动

圆锥齿轮传动精度等级的表示方法与圆柱齿轮传动的一样,侧隙则用侧隙结合形式的代号表示,如 7-7-6Dc JB180-60 或 7-Dc JB180-60。结合形式的种类、名称、代号及应用举例见表 4-9。

齿轮传动的精度等级和齿厚的极限偏差(或侧隙的结合形式)是分别按齿轮传动的要求单独选定的,二者无必然联系。

各类机器所用齿轮传动的精度等级范围列于表 4-10 中,按载荷及速度推荐的齿轮传动精度等级如图 4-14 所示。

表 4-10 各类机器所用齿轮传动的精度等级范围

机 器 名 称	精度等级	机 器 名 称	精度等级
汽 轮 机	3~6	拖 拉 机	6~8
金属切削机床	3~8	通用减速器	6~8
航空发动机	4~8	锻压机床	6~9
轻型汽车	5~8	起 重 机	7~10
载重汽车	7~9	农业机器	8~11

注:主传动齿轮或重要的齿轮传动,精度等级偏上限选择;辅助传动的齿轮或一般齿轮传动,精度等级居中或偏下限选择。

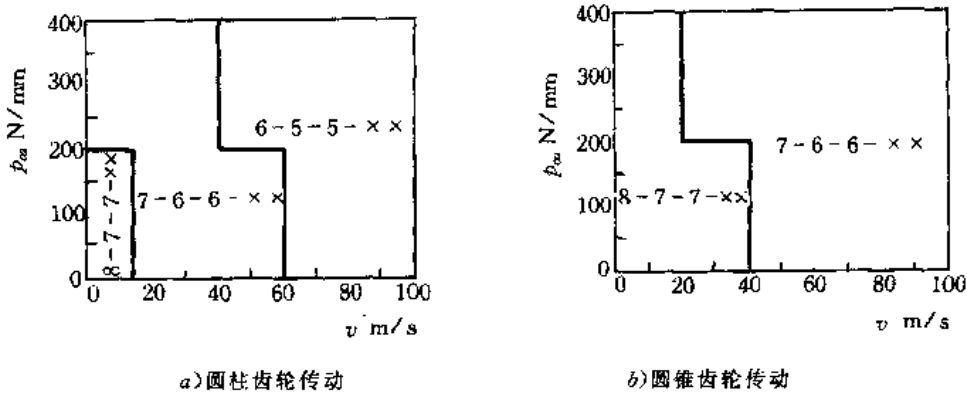


图 4-14 齿轮传动的精度选择



## 七、齿轮材料的选择

齿轮材料的种类很多,在选择时应考虑的因素也很多,下列几点可供选择材料时参考:

1. 齿轮材料要满足工作条件的要求。例如,用于飞行器上的齿轮,要满足质量小、传递功率大和可靠性高的要求,因此必须选择机械性能高的合金钢;矿山机械中的齿轮传动,一般功率大、工作速度低、周围环境中粉尘含量高,因此往往选择铸钢或铸铁材料;家用及办公用机械功率很小,但要求传动平稳、低噪声或无噪声、以及能在少润滑或无润滑状态下正常工作,因此常选用工程塑料作为齿轮材料。总之,工作条件的要求是选择齿轮材料时首先应考虑的因素。

2. 应考虑齿轮尺寸的大小、毛坯成型方法及热处理和制造工艺。大尺寸的齿轮一般采用铸造毛坯,可选用铸钢或铸铁作为齿轮材料。中等或中等以下尺寸要求较高的齿轮常选用锻造毛坯,可选择锻钢制造。尺寸较小而又要求不高时,可选用圆钢作毛坯。

齿轮的表而硬化的方法有:渗碳、氮化和表面淬火。采用渗碳工艺时,应选用低碳钢或低碳合金钢作为齿轮材料;只有氮化钢才能采用氮化工艺;采用表面淬火时,对材料没有特别的要求。

3. 正火碳钢,不论毛坯的制作方法如何,只能用于制作在载荷平稳或轻度冲击下工作的齿轮,调质碳钢可用于制作在中等冲击载荷下工作的齿轮。

4. 合金钢常用于制作高速,重载并在冲击载荷下工作的齿轮。

5. 飞行器中的齿轮传动,要求齿轮尺寸尽可能小,应采用表面硬化处理的高强度合金钢。

6. 金属制的软齿面齿轮,配对两轮齿面的硬度差应保持为 30~50 HBS 或更多。当小齿轮与大齿轮的齿面具有较大的硬度差(如小齿轮齿面淬火并磨制,大齿轮齿面为常化或调质),且速度又较高时,在运转过程中较硬的小齿轮对较软的大齿轮齿面,会起较显著的冷作硬化效应,从而提高了大齿轮齿面的疲劳极限。因此,当配对的两齿轮齿面具有较大的硬度差时,大齿轮的接触疲劳许用应力可提高约 20%,但应注意硬度高的齿面,粗糙度值也要相应地减小。

常用的齿轮材料及其机械性能列于表 4-11。

表 4-11 常用齿轮材料及其机械特性

材料牌号	热处理方法	强度极限 $\sigma_B$ (MPa)	屈服极限 $\sigma_s$ (MPa)	硬度(HB)		
				齿芯部	齿面	
HT250		250		170~241		
HT300		300		187~255		
HT350		350		197~269		
QT500-5		500		147~241		
QT600-2	常化	600	320	229~302		
ZG310-370		580		156~217		
ZG340-640		650		350	169~229	
45		580		290	162~217	

续表

材料牌号	热处理方法	强度极限 $\sigma_B$ (MPa)	屈服极限 $\sigma_S$ (MPa)	硬度(HB)	
				齿芯部	齿面
ZG700—2	调质	700	380	241~269	
45		650	360	217~255	
30CrMnSi		1100	900	310~360	
35SiMn		750	450	217~269	
28SiMnMo		700	550	217~269	
40Cr		700	500	241~286	
45	调质后表面淬火				HRC40~50
40Cr					HRC48~55
20Cr	渗碳后淬火	650	400	300	HRC53~62
18CrMnTi		1000	800		
20CrMnTi		1100	850		
12Cr2Ni4		1100	850	320	
20Cr2Ni4		1200	1000	350	
35CrAlA	调质后氮化 (氮化层厚 $\delta \geq 0.3 \sim 0.5\text{mm}$ )	950	750	255~321	HV>850
38CrMoAlA		1000	850		
夹布塑胶		100		25~35	

注:40Cr 钢可用 40MnB 或 40MnVB 钢代替;20Cr,18CrMnTi,20CrMnTi 钢可用 20Mn2B 或 20MnVB 钢代替。

**例题 1** 如图 4-15 所示,试设计此带式输送机的高速级齿轮传动。已知:功率  $P_1=5.5$  kW,小齿轮转速  $n_1=960\text{r/min}$ ;齿数比  $u=4.8$ 。该机器每日工作两班制,每班 8 小时,工作寿命为 15 年(每年以 300 天计算)。带式输送机工作平稳,转向不变。

解:

1. 选定齿轮类型、精度等级、材料及齿数

(1)按图 4-15 所示的传动方案,选用直齿圆柱齿轮传动。

(2)输送机为一般工作机器,速度不高故齿轮用 8 级精度。

(3)齿轮选用便于制造且价格便宜的材料。由表 4-10 选取小齿轮材料为 45 钢(调质), $HBS_1=240$ ;大齿轮材料为 45 钢(常化), $HBS_2=200$ 。

(4)选取小齿轮齿数  $z_1=24$ ;大齿轮齿数  $z_2=uz_1=4.8 \times 24=115$ 。

2. 按齿面接触疲劳强度设计

由于是齿面硬度  $HBS < 350$  的闭式齿轮传动,应按齿面接触疲劳强度设计,再校核齿根弯曲疲劳强度。

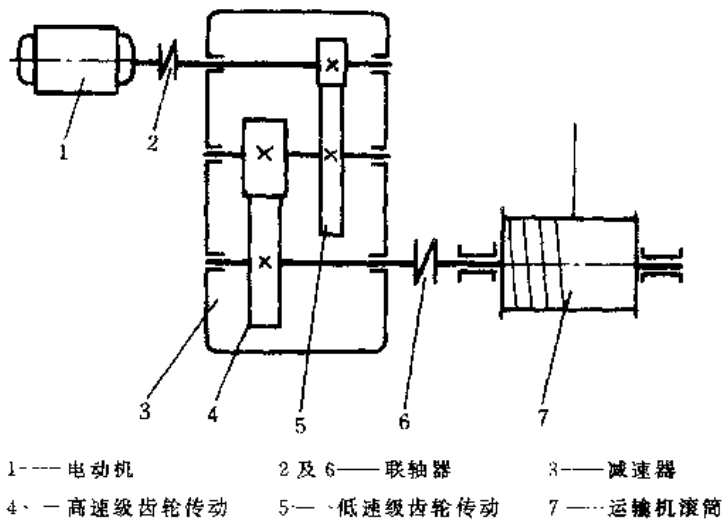


图 4-15 带式运输机传动简图

由式(4-8a)设计公式

$$d_u \geq 2.32 \sqrt[3]{\frac{K_t T_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u+1}{u} \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}, \text{mm}$$

(1)确定公式内的各计算值

1)试选载荷系数  $K_t=1.3$ ;

2)计算小齿轮传递的转矩

$$T_1 = 95.5 \times 10^5 P_1 / n_1 = 95.5 \times 10^5 \times 5.5 / 960 = 54715 \text{N} \cdot \text{mm}$$

3)由表 4-6 查得弹性影响系数  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$ ;

4)由表 4-7 选取齿宽系数  $\varphi_d = 0.8$ ;

5)由图 4-13c 查得接触疲劳强度极限  $\sigma_{Hlim_1} = 590 \text{MPa}$ ; 由图 4-13b 查得接触疲劳强度极限  $\sigma_{Hlim_2} = 470 \text{MPa}$ ;

6)由式(4-11)计算应力循环次数

$$N_1 = 60 n_1 j L_k = 60 \times 960 \times 1 \times (2 \times 8 \times 300 \times 15) = 41.4 \times 10^8$$

$$N_2 = \frac{N_1}{u} = \frac{41.4 \times 10^8}{4.8} = 8.62 \times 10^8$$

7)由图 4-11 查得寿命系数  $K_{HN_1} = 1; K_{HN_2} = 1$

8)计算接触疲劳许用应力

取失效概率为 1%, 安全系数  $S=1$ , 由式(4-10)得

$$[\sigma]_{H_1} = K_{HN_1} \sigma_{Hlim_1} = 1 \times 590 = 590 \text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = K_{HN_2} \sigma_{Hlim_2} = 1 \times 470 = 470 \text{MPa}$$

(2)计算

1)试算小齿轮分度圆直径  $d_u$

$$d_u \geq 2.32 \sqrt[3]{\frac{K_t T_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}$$

$$= 2.32 \sqrt[3]{\frac{1.3 \times 54715}{0.8} \cdot \frac{4.8+1}{4.8} \cdot \left(\frac{189.8}{470}\right)^2}$$

$$= 60.256 \text{mm}$$

2) 计算圆周速度

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 60.256 \times 960}{60 \times 1000} = 3.03 \text{m/s}$$

3) 计算载荷系数

根据  $v \cdot z_1/100 = 3.03 \times 24/100 = 0.7272 \text{m/s}$ , 由图 4-1a 查得  $K_v = 1.08$ , 因是直齿圆柱齿轮可取  $K_a = 1$ ; 同时由表 4-1 查得  $K_A = 1$ ; 由图 4-4 查得  $K_{\beta S} = 1.11$ , 由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.18$  ( $b = 60.25 \times 0.8 = 48.2 \text{mm}$ ), 故  $K_{H\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.11 + 0.18 = 1.29$ 。故载荷系数  $K = K_A \cdot K_v \cdot K_a \cdot K_{H\beta} = 1 \times 1.08 \times 1 \times 1.29 = 1.393$

4) 按实际的载荷系数校正所计算得分度圆直径, 由式(4-12)得

$$d_1 = d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}} = 60.256 \sqrt[3]{\frac{1.393}{1.3}} = 62 \text{mm}$$

5) 计算模数

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{62}{24} = 2.5833$$

取模数为标准值,  $m = 2.5 \text{mm}$ 。

6) 计算分度圆直径

$$d_1 = z_1 m = 24 \times 2.5 = 60 \text{mm}$$

$$d_2 = z_2 m = 115 \times 2.5 = 287.5 \text{mm}$$

7) 计算中心距

$$a = (d_1 + d_2)/2 = (60 + 287.5)/2 = 173.75 \text{mm}$$

8) 计算齿轮宽度

$$b = \varphi_d d_1 = 0.8 \times 60 = 48 \text{mm}$$

圆整, 取  $B_1 = 55 \text{mm}$ ,  $B_2 = 50 \text{mm}$ 。

3. 校核齿根弯曲疲劳强度

由式(4-5)得校核公式为

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{bm} Y_{Fa} F_{Sa} \leq [\sigma]_F$$

(1) 确定公式内的各计算数值

1) 计算圆周力

$$F_t = 2T_1/d_1 = \frac{2 \times 54715}{60} = 1824 \text{N}$$

2) 查取齿形系数及应力校正系数, 由表 4-5 查得

$$Y_{Fa1} = 2.65; Y_{Sa1} = 1.58; Y_{Fa2} = 2.17; Y_{Sa2} = 1.8$$

3) 计算载荷系数, 这里取  $K_{H\beta} = K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.29$

$$K = K_A K_v K_a K_{F\beta} = 1 \times 1.08 \times 1 \times 1.29 = 1.393$$

4) 查取弯曲疲劳强度极限应力  $\sigma_{F\text{lim}}$  及寿命系数。由图 4-12c 查得  $\sigma_{F\text{lim}} = 450 \text{MPa}$ ; 由图 4-12b 查得  $\sigma_{F\text{lim}_2} = 390 \text{MPa}$ ;

由图 4-10 查得  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$ 。

5) 计算弯曲疲劳许用应力 取弯曲疲劳安全系数  $S = S_F = 1.4$ , 由式(4-10)得

$$[\sigma]_{F_1} = \frac{K_{FN_1} \sigma_{Flm_1}}{S} = \frac{1 \times 450}{1.4} = 321.43 \text{ MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN_2} \sigma_{Flm_2}}{S} = \frac{1 \times 390}{1.4} = 278.57 \text{ MPa}$$

(2) 校核计算

$$\sigma_{F_1} = \frac{1.393 \times 1824}{50 \times 2.5} \times 2.65 \times 1.58 = 85.10 \text{ MPa} \ll [\sigma]_{F_1}$$

$$\sigma_{F_2} = [\sigma]_{F_1} \frac{Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}}{Y_{Fa_1} Y_{Sa_1}} = 85.1 \frac{2.17 \times 1.8}{2.65 \times 1.58} = 76.76 \text{ MPa} \ll [\sigma]_{F_2}$$

4. 结构设计(从略)

**例题 2** 设计某一机器上的一级直齿轮圆柱齿轮减速器。已知其高速轴与电动机相连, 传递功率  $P = 50 \text{ kW}$ , 转速  $n_1 = 1450 \text{ r/min}$ , 传动比  $i = 4$ , 每天工作 10 小时, 一年 300 天, 使用期限为 10 年, 有中等冲击。

解:

按齿根弯曲疲劳强度及齿面接触疲劳强度分别设计计算, 取其较大的数值作为设计答案。

1. 选择材料、精度及参数

(1) 选择齿轮的材料、热处理方法及齿面硬度

考虑到此减速器的功率较大, 故大、小齿轮均选用硬齿面。由表 4-11 选大、小齿轮材料约为 40Cr, 并经调质和表面淬火, 齿面硬度为 HRC48~55。

(2) 选取精度等级, 因表面淬火, 轮齿的变化较小, 不需磨削, 故初选 8 级精度。

(3) 选小齿轮齿数  $z_1 = 25$ , 大齿轮齿数  $z_2 = uz_1 = 4 \times 25 = 100$ 。

2. 按齿面接触疲劳强度设计

按式(4-8a)得

$$d_1 \geq 2.32 \sqrt[3]{\frac{K_t T_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u+1}{u} \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}$$

(1) 确定公式内的计算数

1) 试选载荷系数  $K_t = 1.3$

2) 计算小齿轮传递的扭矩

$$T_1 = 95.5 \times 10^5 \frac{P_1}{n_1} = 95.5 \times 10^5 \frac{50}{1450} = 329310.345 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

3) 由表 4-7 选取  $\varphi_d = 0.8$

4) 由表 4-6 查得  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

5) 图 4-13d 查得  $\sigma_{Hlm_1} = \sigma_{Hlm_2} = 1200 \text{ MPa}$

6) 由式(4-11)计算应力循环次数

$$N_1 = 60n_1jL_h = 60 \times 1450 \times 1 \times (10 \times 300 \times 15) = 39.15 \times 10^8$$

$$N_2 = N_1/u = \frac{39.15 \times 10^8}{4} = 9.7875 \times 10^8$$

7) 由图 4-11 查得寿命系数  $K_{HN_1} = K_{HN_2} = 1$

8) 计算接触疲劳许用应力

取失效概率为 1%, 安全系数  $S=1$ , 由式(4-10)得

$$[\sigma]_{H_1} = [\sigma]_{H_2} = K_{HN_1} \sigma_{Hlim_1} = K_{HN_2} \sigma_{Hlim_2} = 1200 \text{ MPa}$$

(2) 计算

1) 试算小齿轮分度圆直径  $d_{1t}$

$$\begin{aligned} d_{1t} &\geq 2.32 \sqrt[3]{\frac{K_t T_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u+1}{u} \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2} \\ &= 2.32 \sqrt[3]{\frac{1.3 \times 329310.345}{0.8} \cdot \frac{4+1}{4} \left( \frac{189.8}{1200} \right)^2} = 58.526 \text{ mm} \end{aligned}$$

2) 计算圆周速度

$$v = \frac{\pi d_{1t} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 58.526 \times 1450}{60 \times 1000} = 4.4434 \text{ m/s}$$

3) 计算载荷系数

由表 4-1 查得  $K_A=1.25$ ; 由图 4-1a 查得  $K_v=1.12$ ; 由图 4-4 查得  $K_{BS}=1.115$ ; 由图 4-5 查得  $K_{\beta H}=0.18$  ( $b=58.526 \times 0.8=46.82 \text{ mm}$ ), 因此  $K_{H\beta}=K_{F\beta}=K_{BS}+K_{\beta M}=1.115+0.18=1.295$ 。所以,  $K=K_A K_v K_{\beta} K_{H\beta}=1.25 \times 1 \times 1.12 \times 1.295=1.813$

4) 按实际的载荷系数校正所得的分度圆直径, 由式(4-12)得

$$d_1 = d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}} = 58.526 \sqrt[3]{\frac{1.813}{1.3}} = 65.4 \text{ mm}$$

5) 计算模数

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{65.4}{25} = 2.6155 \text{ mm}$$

3. 按齿根弯曲疲劳强度设计

由式(4-6b),  $m \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_d Z_1^2} \cdot \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F}}$

(1) 确定公式中各计算参数

1) 计算载荷系数

$$K = K_A K_v K_{\beta} K_{F\beta} = 1.25 \times 1 \times 1.12 \times 1.295 = 1.813$$

2) 查取齿形系数及应力校正系数

由表 4-5 查得:  $Y_{Fa_1}=2.65, Y_{Fa_2}=2.18, Y_{Fs_1}=1.58, Y_{Fs_2}=1.79$

3) 查取弯曲疲劳极限及寿命系数

查图 4-12, 查得大、小齿轮弯曲疲劳强度极限  $\sigma_{Flim_1} = \sigma_{Flim_2} = 680 \text{ MPa}$ 。

按  $N_1=39.15 \times 10^8, N_2=9.7875 \times 10^8$ , 由图 4-10 查得寿命系数  $K_{FN_1}=K_{FN_2}=1$

4) 计算弯曲疲劳许用应力

取弯曲疲劳安全系数  $S=1.4$ , 由式(4-10)得:

$$[\sigma]_{F_1} = [\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN} \sigma_{Flim}}{S} = \frac{680}{1.4} = 485.7 \text{ MPa}$$

5) 计算大、小齿轮的  $\frac{Y_{Fa_1} Y_{Sa_1}}{[\sigma]_{F_1}} = \frac{2.65 \times 1.58}{485.7} = 0.00862, \frac{Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}}{[\sigma]_{F_2}} = \frac{2.18 \times 1.79}{485.7}$

$= 0.008034$  小齿轮的数值大。

(2)设计计算

$$m = \sqrt[3]{\frac{2KT_1 Y_{Fa} Y_{FSa}}{\varphi_d z_1^2 [\sigma]_F}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.813 \times 329310.345}{0.8 \times (25)^2}} \times 0.00862$$

$$= 2.734\text{mm}$$

对比计算结果,由齿根弯曲疲劳强度计算得出的模数大于齿面接触疲劳强度计算的模数,因此取  $m=2.734\text{mm}$ 。

4. 几何计算

(1)由表 4-8 取标准模数  $m=3\text{mm}$

(2)计算分度圆直径

$$d_1 = mZ_1 = 3 \times 25 = 75\text{mm}$$

$$d_2 = mZ_2 = 3 \times 100 = 300\text{mm}$$

(3)中心距  $a$

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{75 + 300}{2} = 187.5\text{mm}$$

(4)计算齿轮宽度

$$b = \varphi_d d_1 = 0.8 \times 75 = 60\text{mm}$$

取  $B_1 = 65\text{mm}$      $B_2 = 60\text{mm}$

5. 结构设计(从略)

**例题 3** 铣床中一级齿轮传动减速器,已知:  $P_1 = 10\text{kW}$ ,  $n_1 = 1450\text{r/min}$ ,  $i = u = 2$ ,使用寿命  $L_h = 12000\text{h}$ ,小齿轮对轴承不对称布置。试设计此齿轮传动减速器。

解:

1. 选定齿轮类型、精度等级、材料及齿数

(1)选用直齿圆柱齿轮传动

(2)选择 7 级精度

(3)机床齿轮一般要求尺寸小,因而材料要好,故大、小齿轮均选用 40Cr 钢,小齿轮调质、氮化处理硬度为 HRC45;大齿轮调质硬度为 HBS300。

(4)选取小齿轮齿数  $Z_1 = 25$ ,大齿轮齿数  $Z_2 = uZ_1 = 2 \times 25 = 50$ 。

设计方法:按齿根弯曲疲劳强度设计,校核齿面接触疲劳强度

2. 齿根弯曲疲劳强度设计

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_d Z_1^2} \cdot \left( \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)}$$

(1)确定公式内的各计算值

1)试选载荷系数  $K_t = 1.3$

2)计算小齿轮传递的扭矩

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P_1}{n_1} = 9.55 \times 10^6 \frac{10}{1450} = 105862.1 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

3)由表 4-7 选取  $\varphi_d = 0.8$

4)由表 4-6 查取  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

5)由图 4-12 查得弯曲疲劳极限  $\sigma_{Flim_1} = 660\text{MPa}$ ,由图 4-12c 查得弯曲疲劳极限

$\sigma_{F_{lim_2}} = 550\text{MPa}$ 。

6) 由式(4-11)计算应力循环次数

$$N_1 = 69njL_n = 60 \times 1450 \times 1 \times 12000 = 10.44 \times 10^6$$

$$N_2 = \frac{N_1}{u} = \frac{10.44 \times 10^6}{2} = 5.22 \times 10^6$$

7) 由图 4-10 查得寿命系数  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$

8) 计算齿根弯曲疲劳许用应力

如一但发生断齿,就会引起严重事故,因此在进行齿根弯曲疲劳强度计算时,应选  $S = S_F = 1.4$ 。

$$[\sigma]_{F_1} = \frac{\sigma_{F_{lim_1}}}{S} = \frac{660}{1.4} = 471.43\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{\sigma_{F_{lim_2}}}{1.4} = \frac{550}{1.4} = 393\text{MPa}$$

9) 齿形系数及应力校正系数 由表 4-5 查得:

$$Y_{Fa_1} = 2.62 \quad Y_{Fa_2} = 2.32$$

$$Y_{Sa_1} = 1.59 \quad Y_{Sa_2} = 1.70$$

10) 计算大、小齿轮  $\frac{Y_{Fa}Y_{Sa}}{[\sigma]_F}$  值

$$\frac{Y_{Fa_1}Y_{Sa_1}}{[\sigma]_{F_1}} = \frac{2.62 \times 1.59}{471.43} = 0.0088365$$

$$\frac{Y_{Fa_2} \cdot Y_{Sa_2}}{[\sigma]_{F_2}} = \frac{2.32 \times 1.70}{393} = 0.0100356$$

大齿轮的数值大。

(2) 计算

$$m_t = \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_d Z_1^2} \cdot \frac{Y_{Fa}Y_{Sa}}{[\sigma]_F}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.3 \times 65862.1}{0.8 \times 25^2}} \times 0.0100356 = 2.58\text{mm}$$

(3) 计算载荷系数

1) 分度圆直径  $d_1 = mZ_1 = 2.58 \times 25 = 64.5\text{mm}$

2) 计算圆周速度  $v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 64.5 \times 1450}{60 \times 1000} = 5\text{m/s}$

由表 4-1 查得  $K_A = 1$ ; 由图 4-1a 查得  $K_v = 1.105$ ;  $K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M}$ , 由图 4-4a 查得  $K_{\beta S} = 1.12$ , 由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.11$ , 则  $K_{F\beta} = 1.12 + 0.11 = 1.23$ 。于是

$$K = K_A K_A K_v K_{F\beta} = 1 \times 1 \times 1.105 \times 1.23 = 1.359$$

(4) 实际模数

$$m = m_t \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}} = 2.58 \sqrt[3]{\frac{1.359}{1.3}} = 2.618\text{mm}$$

由表 4-8 取标准模数  $m = 3\text{mm}$ , 则

$$d_1 = mz_1 = 3 \times 25 = 75\text{mm}$$

$$b = \varphi_d \cdot d_1 = 0.8 \times 75 = 60\text{mm}$$



### 3. 校核齿面接触疲劳强度

(1) 校验公式  $\sigma_H = 2.5 Z_E \sqrt{\frac{KT_1}{bd_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \leq [\sigma]_H$

(2) 计算公式内的各数值

1) 查表 4-6 得  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

2) 计算圆周力  $F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \times 65862.1}{75} = 1756.3$

3) 许用应力 查图 4-13e 得  $\sigma_{Hlim_1} = 950 \text{MPa}$ , 查图 4-13c 得  $\sigma_{Hlim_2} = 780 \text{MPa}$ ; 取  $K_{HN_1} = K_{HN_2} = 1$ , 则

$$[\sigma]_{H_1} = K_{HN_1} \sigma_{Hlim_1} = 1 \times 950 = 950 \text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = K_{HN_2} \sigma_{Hlim_2} = 1 \times 780 = 780 \text{MPa}$$

$$\sigma_H = 2.5 \times 189.8 \sqrt{\frac{1.359 \times 1756.3}{75 \times 60} \times \frac{2+1}{2}} = 423.24 \text{MPa}, \text{ 小于 } [\sigma]_{H_2} = 780 \text{MPa}, \text{ 合适}$$

### 4. 几何计算

$$d_1 = 3 \times 25 = 75 \text{mm}$$

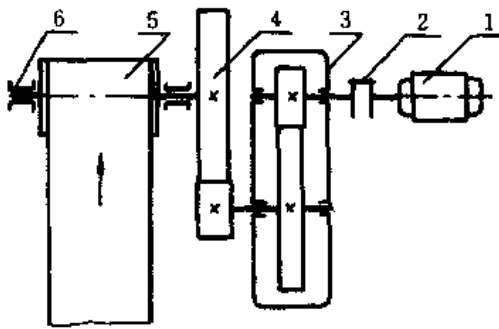
$$d_2 = 3 \times 50 = 150 \text{mm}$$

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{75 + 150}{2} = 112.5 \text{mm}$$

齿轮宽度: 取  $B_1 = 65 \text{mm}$ ,  $B_2 = 62 \text{mm}$

### 5. 齿轮结构设计(略)

**例题 4** 图 4-16 所示为一带式输送机。已知:  $P = 4 \text{kW}$ ,  $n_1 = 720 \text{r/min}$ , 齿轮减速器 3 的  $\eta_3 = 0.95$ , 开式齿轮传动的  $\eta_4 = 0.94$ , 减速器传动比  $i_3 = 4.2$ , 开式齿轮传动比  $i_4 = 3$ , 单向传动, 载荷稳定, 每天平均工作 4h, 使用寿命 15y。试设计其中开式齿轮传动(联轴器效率不计)。



- |          |           |
|----------|-----------|
| 1——电动机   | 2——联轴器    |
| 3——齿轮减速器 | 4——开式齿轮传动 |
| 5——运输带   | 6——滑动轴承   |

图 4-16 带式输送机

**解:** 开式齿轮传动按弯曲疲劳强度计算, 将计算所得的模数加大 15%, 以补偿轮齿磨损后强度的削弱。

#### 1. 确定齿轮材料、齿面硬度、制造精度及齿数

(1) 确定齿轮材料 如图示系悬臂安装, 应力求缩小齿轮传动尺寸。故小齿轮选取 40Cr 号钢调质 HBS=250, 大齿轮为 45 号钢正火 HBS200, 按 8—Dc 制造。小齿轮齿数定为  $Z_1 = 19$ , 则

大齿轮齿数  $Z_2 = 3 \times 19 = 57$ 。取较小的齿数  $Z_1$  是为了增大其模数, 即使有较多的磨损量也能维持需要的寿命。

2. 计算小齿轮的扭矩

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P\eta_3}{n/i_3} = 9.55 \times 10^6 \frac{4 \times 0.95}{720/4.2} = 2.117 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

3. 求许用弯曲应力  $[\sigma]_F$

1) 确定齿根弯曲疲劳极限  $\sigma_{Flim}$

由图 4-12c 查得  $\sigma_{Flim_1} = 690 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{Flim_2} = 630 \text{ MPa}$

2) 由式(4-11)计算应力循环次数

$$N_1 = 60n_1jL_h = 60 \frac{720}{4.2} \times 1 \times 15 \times 300 \times 4 = 18.5 \times 10^7$$

$$N_2 = \frac{N_1}{i_1} = \frac{18.5 \times 10^7}{3} = 6.17 \times 10^7$$

3) 由图 4-10 查得寿命系数  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$

4) 计算弯曲疲劳许用应力

取弯曲疲劳安全系数  $S = 1.4$ , 由式(4-10)得

$$[\sigma]_{F_1} = \frac{K_{FN_1} \sigma_{Flim_1}}{S} = \frac{1 \times 690}{1.4} = 493 \text{ MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN_2} \sigma_{Flim_2}}{S} = \frac{1 \times 630}{1.4} = 450 \text{ MPa}$$

5) 齿形系数及应力校正系数

由表 4-5 查得:  $Y_{Fa_1} = 2.85$       $Y_{Fa_2} = 2.28$

$$Y_{Fs_1} = 1.54$$

$$Y_{Fs_2} = 1.73$$

6) 计算大、小齿轮的  $\frac{Y_{Fa_1} Y_{Fs_1}}{[\sigma]_F} = \frac{2.85 \times 1.54}{493} = 0.0089$ ,  $\frac{Y_{Fa_2} Y_{Fs_2}}{[\sigma]_F} = \frac{2.28 \times 1.73}{450} = 0.008765$

4. 试选载荷系数  $K_t = 1.3$ ; 齿宽系数  $\varphi_d = 0.5$

5. 设计计算

$$\begin{aligned} m_t &= 1.15 \sqrt[3]{\frac{2K_t T_1}{\varphi_d Z_1^2} \cdot \frac{Y_{Fa} F_{Sa}}{[\sigma]_F}} \\ &= 1.15 \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.3 \times 2.117 \times 10^5}{0.5 \times 19^2} \times 0.0089} \\ &= 3.456 \text{ mm} \end{aligned}$$

求实际载荷系数

计算圆周速度

小齿轮分度圆直径  $d_{1v} = m_t Z = 3.456 \times 19 = 65.664 \text{ mm}$

圆周速度  $v = \frac{\pi d_{1v} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 65.664 \times \frac{720}{4.2}}{60 \times 1000} = 0.59 \text{ m/s}$ , 由图 4-1a 查得  $K_v = 1.02$ ,  $K_A = 1$

(表 4-1);  $K_a = 1$ ,  $K_{\beta S} = 1.31$  (图 4-4a), 由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.17$  ( $b = 0.3 \times 65.664 = 19.7 \text{ mm}$ ), 因而  $K_{F\beta} = K_{\beta M} + K_{\beta S} = 0.17 + 1.31 = 1.48$ 。所以  $K = K_A K_v K_a K_{F\beta} = 1 \times 1.02 \times 1.48 = 1.5$

$$m = m_i \sqrt[3]{\frac{K}{K_i}} = 3.456 \sqrt[3]{\frac{1.5}{1.3}} = 3.625 \text{mm}$$

取标准模数  $m = 4 \text{mm}$  (增大 15%, 以补偿其磨损量)。

## 6. 几何计算

### (1) 小齿轮分度圆直径

$$d_1 = mZ_1 = 4 \times 19 = 76 \text{mm}$$

$$d_2 = mZ_2 = 4 \times 57 = 228 \text{mm}$$

齿宽  $B_2 = \varphi_d d = 0.3 \times 76 = 22.8 \text{mm}$  取  $B_2 = 24 \text{mm}$

$$B_1 = B_2 + 5 = 24 + 5 \approx 30 \text{mm}$$

$$\text{中心距 } a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{1}{2}(76 + 228) = 152 \text{mm}$$

**例题 5** 现有一旧的双级开式直齿圆柱齿轮传动, 传动布置如图 4-17 所示。已知高速级齿轮的几何尺寸为:  $a_f = 150 \text{mm}$ 、 $b = 60 \text{mm}$ 、 $z_1 = 23$ 、 $z_2 = 97$ 、 $m = 2.5$ 、小齿轮为 45 号钢调质  $\text{HBS}_1 = 240$ , 大齿轮为 45 号钢调质  $\text{HBS}_2 = 200$ 。由电动机驱动,  $n_1 = 1450 \text{r/min}$ , 载荷平稳, 轴的刚性较大。试按无限寿命求此对齿轮允许传递的功率。由于是旧的传动装置, 低速级齿轮遭遗失, 但测得低速级中心距  $a_s = 210 \text{mm}$ , 齿宽  $b = 80 \text{mm}$ , 要求双级减速比  $i_s = 14$ 。现在要按高速级齿轮传动的工作要求, 配对低速级齿轮传动。

解:

### 一、求高速级齿轮允许传递的功率

开式齿轮传动, 主要失效形式是轮齿磨薄后导致折断, 只要计算弯曲疲劳强度, 再将模数加大 10%~15% 以补偿其磨损量。因此在计算其允许传递功率时, 要用计算的模数为

$$m' = \frac{m}{1.1 \sim 1.15} = \frac{2.5}{1.1 \sim 1.15} = 2.27 \sim 2.17$$

原计算模数  $m' = 2.2 \text{mm}$

#### 1. 许用弯曲应力

(1) 弯曲疲劳极限 由图 4-12c 查得:  $\sigma_{Flim_1} = 560 \text{MPa}$ ,  $\sigma_{Flim_2} = 500 \text{MPa}$

(2) 寿命系数 无限寿命;  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$

(3) 疲劳强度安全系数

进行齿根弯曲疲劳强度时取  $S = S_F = 1.25 \sim 1.5$ , 这里取

$$S_F = 1.4.$$

(4) 许用弯曲应力

$$[\sigma]_{F_1} = \frac{K_{FN_1} \sigma_{Flim_1}}{S_F} = \frac{1 \times 560}{1.4} = 400 \text{MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN_2} \sigma_{Flim_2}}{S_F} = \frac{1 \times 500}{1.4} = 371.43 \text{MPa}$$

#### 2. 载荷系数

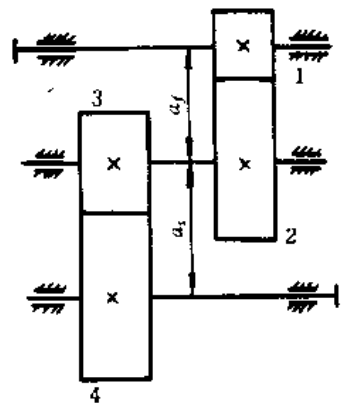


图 4-17 双级开式直齿圆柱齿轮传动

$$(1) \text{ 圆周速度 } v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000} \\ = \frac{\pi \times 23 \times 2.2 \times 1450}{60 \times 1000} = 4.36 \text{ m/s}$$

(2) 动载系数  $K_v$ , 查图 4-1a,  $K_v = 1.0$

(3) 载荷分布不均系数  $K_\beta$

$K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M}$ : 当齿宽系数  $\varphi_d = \frac{b}{d} = \frac{60}{23 \times 2.2} = 1.04$  时, 由图 4-4a 看 2 线查得  $K_{\beta S} = 1.31$ , 由图 4-5, 当  $b = 60 \text{ mm}$  时, 看 9 线查得  $K_{\beta M} = 0.31$ , 则  $K_{F\beta} = 1.31 + 0.31 = 1.61$ 。

(4) 载荷系数

$$K = K_A K_\alpha K_v K_{F\beta} = 1 \times 1 \times 1 \times 1.61 = 1.61 \text{ (这里取 } K_A = 1, K_\alpha = 1)$$

3. 比较大、小齿轮的抗弯能力

(1) 齿形系数及应力校正系数

$$\text{当 } Z_1 = 23 \quad Y_{Fa_1} = 2.69 \quad Y_{sa_1} = 1.575$$

$$Z_2 = 97 \quad Y_{Fa_2} = 2.186 \quad Y_{sa_2} = 1.787$$

(2) 比较齿轮能力

$$\frac{[\sigma]_{F_1}}{Y_{Fa_1} Y_{sa_1}} = \frac{400}{2.69 \times 1.575} = 94.4$$

$$\frac{[\sigma]_{F_2}}{Y_{Fa_2} Y_{sa_2}} = \frac{371.43}{2.186 \times 1.787} = 95.1$$

由于  $\frac{[\sigma]_{F_1}}{Y_{Fa_1} Y_{sa_1}} < \frac{[\sigma]_{F_2}}{Y_{Fa_2} Y_{sa_2}}$ , 故小齿轮的抗弯能力较弱, 故应以  $\frac{[\sigma]_{F_1}}{Y_{Fa_1} Y_{sa_1}}$  值代入计算

4. 计算扭矩  $T_1$

由式(4-6b)得

$$T_1 = \frac{\varphi_d Z_1^2 m^3}{2K} \cdot \frac{[\sigma]_{F_1}}{Y_{Fa_1} Y_{sa_1}} = \frac{1.04 \times 23^2 \times 2.2^3}{2 \times 1.61} \times 94.4 = 171740.68 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

5. 许用功率

$$P_1 = \frac{T_1 n_1}{9.55 \times 10^6} = \frac{171740.68 \times 1450}{9.55 \times 10^6} = 26 \text{ kW}$$

## 二、低速级齿轮传动的配置

既然是配置齿轮, 就要求传动的功率应与高速级相适应。由于中心距  $a_s$  和齿宽  $b$  已定, 所以就可以根据需要的弯曲强度选定材料和热处理方法。

1. 齿数比  $u$

$$\text{减速传动: } u = i = \frac{i_\Sigma}{i_f} = \frac{14}{97/23} = 2.32$$

2. 运动参数

$$\text{小齿轮转速 } n_3: \quad n_3 = n_2 = n_1 \frac{Z_1}{Z_2} = 1450 \frac{23}{97} = 344 \text{ r/min}$$

小齿轮传递的功率  $P_3$

设高级齿轮传动的效率  $\eta = 0.97$ , 则

$$P_3 = P_1 \eta = 26 \times 0.97 = 25.22 \text{ kW}$$

$$T_3 = 9.55 \times 10^6 \frac{P_3}{n_3} = 9.55 \times 10^6 \frac{25.22}{344} = 700148.256 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

### 3. 几何计算

#### (1) 模数 $m$

在已知中心距  $a_s$  的条件下, 可由下式计算

$$m = (0.01 \sim 0.02)a_s = (0.01 \sim 0.02)210 = 2.1 \sim 4.2 \text{ mm}$$

由表 4-8 取标准模数  $m = 4 \text{ mm}$

考虑磨损, 低速级计算模数  $m' = \frac{m}{1.1 \sim 1.15} = \frac{4}{1.1 \sim 1.5} = 3.6 \sim 3.4$ , 取  $m' = 3.5 \text{ mm}$

#### (2) 齿数

$$Z_3 + Z_4 = \frac{2a_s}{m} = \frac{2 \times 210}{4} = 105$$

$$Z_3 = \frac{Z_3 + Z_4}{u + 1} = \frac{105}{3.32 + 1} = 24.3 \quad \text{取 } Z_3 = 25$$

$$Z_4 = 105 - 25 = 80$$

$$\text{实际传动比 } i = \frac{80}{25} = 3.2$$

$$\text{误差 } \Delta i = \frac{3.32 - 3.2}{3.32} = 0.036 = 3.6\% < 5\%, \text{ 允许。}$$

#### (3) 小齿轮直径 $d_3$

$$d_3 = mZ_3 = 4 \times 25 = 100 \text{ mm}$$

### 4. 载荷系数

(1) 工况系数  $K_A$ , 表 4-1, 查得  $K_A = 1$

(2) 载荷分配系数 按完全跑合, 取  $K_\alpha = 1$

(3) 动载荷系数  $K_v$

$$\text{圆周速度 } v = \frac{\pi d_3 n_3}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 100 \times 344}{60 \times 1000} = 1.8 \text{ m/s}$$

由图 4-1a, 当  $\frac{vZ_3}{100} = \frac{1.8 \times 25}{100} = 0.45$ , 9 级精度查得  $K_v = 1.04$ 。

(4) 载荷分布系数  $K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M}$

1)  $K_{\beta S}$ :  $\varphi_d = \frac{80}{100} = 0.8$ , 由图 4-4a, 2 线查得  $K_{\beta S} = 1.24$

2)  $K_{\beta M}$ : 当  $b = 80 \text{ mm}$ , 由图 4-5, 9 线查得  $K_{\beta M} = 0.35$

因此  $K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.24 + 0.35 = 1.59$

$$K = K_A K_\alpha K_v K_{F\beta} = 1 \times 1 \times 1.04 \times 1.59 = 1.6356$$

### 5. 弯曲疲劳强度极限

(1) 齿形系数及应力校正系数

$$\text{当 } Z_3 = 25 \quad Y_{Fa_3} = 2.62 \quad Y_{Sa_3} = 1.59$$

$$Z_4 = 80 \quad Y_{Fa_4} = 2.22 \quad Y_{Sa_4} = 1.77$$

比较:  $Y_{Fa_3} Y_{Sa_3} = 2.62 \times 1.59 = 4.1658$

$$Y_{Fa_4} Y_{Sa_4} = 2.22 \times 1.77 = 3.9294$$

2) 齿根弯曲疲劳强度安全系数  $S$

取  $S=S_F=1.4$

3) 弯曲疲劳强度

$$\sigma_F = \frac{2KT_3S_F}{bd_3m^2} \cdot Y_{Fa_3}Y_{Sa_3} = \frac{2 \times 1.59 \times 700148.256 \times 1.4}{80 \times 100 \times 3.5} \times 4.1658 \\ = 445.3 \text{MPa}$$

6. 选定材料和热处理方法

若选用 45 号小齿轮调质 HBS 280, 大齿轮调质 HBS 240。由图 4-12c 查得

$$\sigma_{Flim_1} = 560 \text{MPa} \quad \sigma_{Flim_2} = 520 \text{MPa}$$

由此,  $\sigma_F < \sigma_{Flim} = 520 \text{MPa}$ , 弯曲强度满足。所以上述配置的低速级齿轮确定选用材料和热处理方法合适。

**例题 6** 计算一闭式直齿圆柱齿轮传动。已知  $P=40 \text{kW}$ ,  $n_1=970 \text{r/min}$ ,  $i=u=2$ , 中等冲击, 单向工作。工作情况是: 满足功率  $P$  占  $0.15t_h$  ( $t_h$  是工作总时间),  $0.5P$  占  $0.45t_h$ ;  $0.1P$  占  $0.4t_h$ 。机器每天使用 8h, 每年使用 300 天, 使用年限 10 年。在全部使用期限内, 工作时间占 20%。齿轮装在刚性较大的轴上, 但不对称于轴承。

解:

一、选定齿轮类型、精度等级、材料及齿数

1. 选用直齿圆柱齿轮传动;

2. 一般工作机器, 无特殊要求, 可选用 8 级精度;

3. 由表 4-11, 根据中等冲击, 大小齿轮选用 40Cr 钢。大齿轮调质处理硬度 HBS 300, 小齿轮表面淬火 HRC48~55, 取 HRC50。

因系齿面硬度  $HBS_1 > 350$ ,  $HBS_2 \leq 350$  的闭式齿轮传动, 现采用按齿面接触疲劳强度设计, 然后校核齿根弯曲疲劳强度。

二、齿面接触疲劳强度设计计算

1. 许用接触应力

(1) 总工作时间  $t_h$

$$t_h = 10 \times 300 \times 0.2 \times 8 = 4800 \text{h}$$

(2) 应力循环次数

$$N_1 = 60 \sum_i n_i t_{mi} \left( \frac{T_i}{T_{\max}} \right)^3 = 60 n_1 t_h \sum_i \left( \frac{T_i}{T_{\max}} \right)^3 \frac{t_{hi}}{t_h} \\ = 60 \times 970 \times 4800 (1^3 \times 0.15 + 0.5^3 \times 0.45 + 0.1^3 \times 0.4) \\ = 5.8 \times 10^7$$

$$N_2 = \frac{N}{i} = \frac{5.8 \times 10^7}{2} = 2.9 \times 10^7$$

(3) 寿命系数

由图 4-11 查得  $K_{HN_1} = 1.17$   $K_{HN_2} = 1.22$

(4) 许用接触应力 取失效概率为 1%, 安全系数  $S=1$ , 由式(4-10)

$$[\sigma] = \frac{K_{HN} \sigma_{lim}}{S}$$

1) 由图 4-13d 查得  $\sigma_{Hlim_1} = 1150 \text{MPa}$

$$[\sigma]_{H_1} = \frac{K_{HN_1} \sigma_{Hlim_1}}{S} = \frac{1.17 \times 1150}{1} = 1345.5 \text{MPa}$$

2)由图 4-13c 查得  $\sigma_{Hlim_2} = 780\text{MPa}$

$$[\sigma]_{H_2} = \frac{1.22 \times 780}{1} = 950\text{MPa}$$

2. 计算小齿轮直径  $d_1$ ,

(1)弹性影响系数  $Z_E$

由表 4-6 查得  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

(2)试选载荷系数  $K_t = 1.3$

(3)计算小齿轮传递的扭矩

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P_1}{n_1} = 9.55 \times 10^6 \frac{40}{970} = 39400\text{N} \cdot \text{mm}$$

(4)由表 4-7,选取齿宽系数  $\varphi_d = 0.8$

(5)小齿轮分度圆直径  $d_1$ ,

$$\begin{aligned} d_1 &= 2.32 \sqrt[3]{\frac{K_t T_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u+1}{u} \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2} \\ &= 2.32 \sqrt[3]{\frac{1.3 \times 394000}{0.8} \frac{2+1}{2} \left( \frac{189.8}{950} \right)^2} = 75\text{mm} \end{aligned}$$

(6)计算实际载荷系数

1)计算圆周速度  $v$

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 75 \times 970}{60 \times 1000} = 3.8\text{m/s}$$

采用 8 级精度,根据  $\frac{v z_1}{100} = \frac{3.8 \times 24}{100} = 0.912$ ,由图 4-1a 查得  $K_v = 1.11$ 。

2)因为直齿圆柱齿轮,取  $K_\alpha = 1$

3)由表 4-1,中等冲击取  $K_A = 1.25$

4) $K_{H\beta}$ : 由图 4-4c,2 线查得  $K_{\beta S} = 1.15$ ;当  $b = 0.8 \times 75 = 60\text{mm}$ ,由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.2$ 。因此  $K_{H\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.15 + 0.2 = 1.35$ 。

$$K = K_A K_v K_\alpha K_{H\beta} = 1.25 \times 1.11 \times 1.35 = 1.875$$

(7)按实际的载荷校正的小齿轮直径

$$d_1 = d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}} = 75 \sqrt[3]{\frac{1.875}{1.3}} = 85\text{mm}$$

3. 传动尺寸计算

(1)中心距  $a$

$$a = \frac{d_1(i+1)}{2} = \frac{85(2+1)}{2} = 127.5\text{mm}$$

(2)齿轮分度圆直径

$$d_1 = \frac{2a}{i+1} = \frac{127.5 \times 2}{2+1} = 85\text{mm}$$

$$d_2 = i d_1 = 2 \times 85 = 170\text{mm}$$

(3)模数  $m$

$$m = (0.01 \sim 0.02)a = (0.01 \sim 0.02) \times 127.5 = 1.275 \sim 2.55$$

由表 4-8,取标准模数  $m = 2.5\text{mm}$

(4) 齿数

$$z_1 = \frac{d_1}{m} = \frac{85}{2.5} = 34$$

$$z_2 = iz_1 = 2 \times 34 = 68$$

(5) 齿宽

$$b = \varphi_d d_1 = 0.8 \times 85 = 68 \text{mm}, \text{取 } B_2 = 70 \text{mm}, B_1 = 75 \text{mm}。$$

### 三、验算弯曲强度

1. 许用弯曲应力

(1) 应力循环次数

$$\begin{aligned} N_1 &= 60 \sum_i n_i t_{hi} \left( \frac{T_i}{T} \right)^9 = 60 n t_h \sum_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^9 \frac{t_{hi}}{t_h} \\ &= 60 \times 970 \times 4800 (1^9 \times 0.15 + 0.5^9 \times 0.45 + 0.1^9 \times 0.4) = 4.38 \times 10^7 \\ N_2 &= \frac{N_1}{i} = \frac{4.38 \times 10^7}{2} = 2.19 \times 10^7 \end{aligned}$$

(2) 寿命系数 由图 4-10 查得  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$

(3) 弯曲疲劳极限

由图 4-12d 查得  $\sigma_{Flim_1} = 650 \text{MPa}$ ; 由图 4-12c 查得  $\sigma_{Flim_2} = 590 \text{MPa}$

(4) 安全系数  $S = S_F = 1.4$

(5) 许用弯曲应力

$$\begin{aligned} [\sigma]_{F_1} &= \frac{K_{FN_1} \sigma_{Flim_1}}{S} = \frac{1 \times 650}{1.4} = 464.3 \text{MPa} \\ [\sigma]_{F_2} &= \frac{K_{FN_2} \sigma_{Flim_2}}{S} = \frac{1 \times 590}{1.4} = 421.5 \text{MPa} \end{aligned}$$

2. 计算圆周力  $F_t$

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \times 394000}{85} = 9270.6 \text{N}$$

3. 校核计算

(1) 应力校正系数及齿形系数 表 4-5

当  $z_1 = 34$   $Y_{Fa_1} = 2.45$   $Y_{Sa_1} = 1.65$

$z_2 = 68$   $Y_{Fa_2} = 2.24$   $Y_{Sa_2} = 1.75$

(3) 载荷系数 同接触强度计算一样, 其  $K = 1.873$ 。

(4) 校核计算

$$\begin{aligned} \sigma_{F_1} &= \frac{KF_t Y_{Fa_1} Y_{Sa_1}}{bm} = \frac{1.875 \times 9270.6}{68 \times 2.5} \times 2.45 \times 1.65 = 409 \text{MPa} \\ \sigma_{F_2} &= [\sigma]_{F_1} \frac{Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}}{Y_{Fa_1} Y_{Sa_1}} = 409 \times \frac{2.24 \times 1.75}{2.45 \times 1.65} = 401 \text{MPa} \end{aligned}$$

计算结果:  $\sigma_{F_1} < [\sigma]_{F_1}$ ,  $\sigma_{F_2} < [\sigma]_{F_2}$ , 合适。

### 四、结构设计(略)

注: 本题齿轮传动所受的载荷是属于不稳定的载荷, 在计算应力循环次数时应考虑: (1) 接触强度计算, 当其他条件相同时, 轮齿上的接触应力与传递扭矩( $T$ )平方根成正比; (2) 弯曲强度计算时, 当其他条件相同时, 轮齿上的弯曲应力与传递扭矩( $T$ )成正比。详情可参考许镇宇等编著的《机械零件》。



## § 4—2 斜齿圆柱齿轮传动的设计计算

将直齿圆柱齿轮传动与斜齿圆柱齿轮传动比较一下。

### 1. 直齿圆柱齿轮传动

#### (1) 平稳性差

直齿圆柱齿轮在传动时,齿面上的接触线是一条与轴线平行的直线(图 4-18a)。这就使齿轮的啮合是沿整个齿宽同时接触或同时离开。所以直齿圆柱齿轮传动对制造误差反映敏感,容易引起冲击、振动和噪音,以致平稳性差(特别是高速传动)。

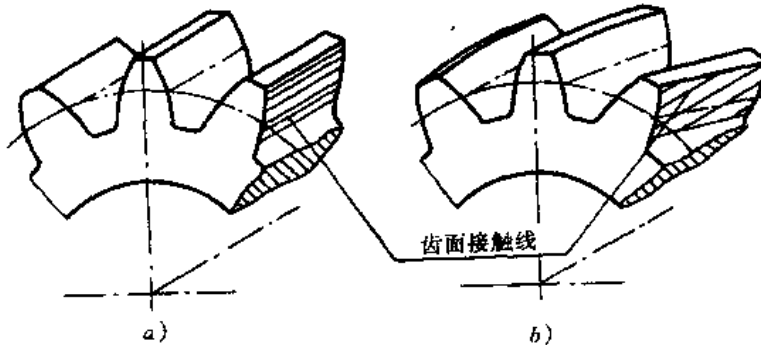


图 4-18 直齿轮与斜齿轮

(2)  $Z_{mn}$  多  $\left( = \frac{2h_a^*}{\sin^2\alpha} \right)$ , 因而紧凑性差。

(3)  $\varepsilon$  小, 也就是同时啮合的齿对数少, 以致齿轮承载能力小, 平稳性也差些。

### 2. 斜齿圆柱齿轮传动

#### (1) 平稳性较好

斜齿圆柱齿轮传动时, 轮齿从开始啮合到终了时, 其接触线情况如图 4-18b 所示为 1、2、3……, 即由齿顶开始进入啮合, 齿面上的接触线由短变长, 然后又由长变短, 直到脱开啮合为止。因此, 每一轮齿上所受的载荷也是由小到大, 又由大到小的, 这样分散了对制造误差的不良影响, 因而冲击和噪音小, 平稳性较好。

(2)  $Z_{mn}$  少  $\left( = \frac{2h_a^* \cos\beta}{\sin^2\alpha} \right)$ , 因而紧凑性较好。

(3)  $\varepsilon$  大  $\left( = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \varepsilon_\alpha + \frac{B \sin\beta}{\pi m_n} \right)$ , 齿轮同时啮合轮齿对数多, 所以斜齿轮承载能力大, 平稳性高, 因而适用于高速重载的传动。

斜齿轮传动的主要缺点: 在传动时产生了轴向分力, 同时斜齿轮也不便于变速。

#### 一、轮齿的受力分析

在斜齿轮传动中, 作用在齿面上的法向载荷  $F_n$  仍垂直于齿面。如图 4-19 所示,  $F_n$  位于齿面  $pabc$  内, 与节圆柱的切面  $pa'ae$  倾斜一法向啮合角  $\alpha_n$ 。力  $F_n$  可沿齿轮的周向、径向及轴向分解成三个相互垂直的分力。

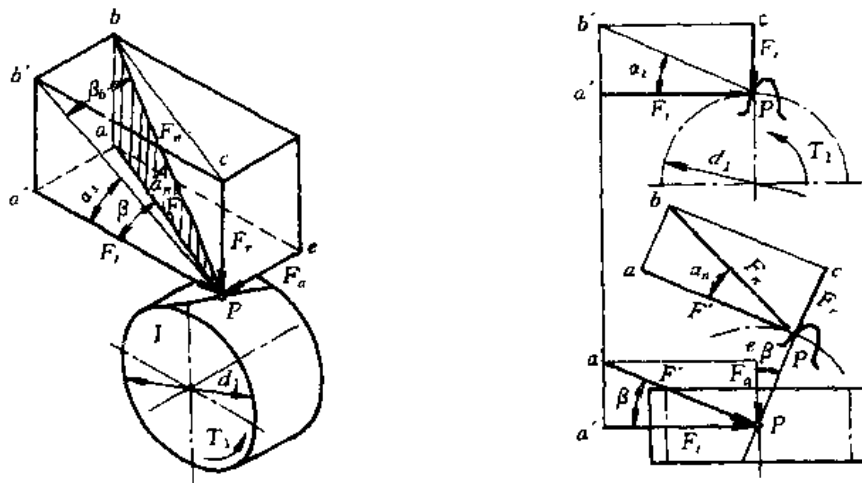


图 4-19 斜齿轮的轮齿受力分析

首先,将力  $F_n$  在法面内分解成沿径向的(径向力)  $F_r$  和  $pac$  面内的分力  $F'$ , 然后再将力  $F'$  在  $pa'ae$  面分解成沿周向分力(圆周力)  $F_t$  和沿轴向的分力  $F_a$ 。各力的方向如图 4-19 所示; 各力的大小为:

$$\left. \begin{aligned} F_t &= \frac{2T_1}{d_1} \\ F' &= F_t / \cos \beta \\ F_r &= F' \operatorname{tg} \alpha_n = F_t \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta \\ F_a &= F_t \operatorname{tg} \beta \\ F_n &= F' / \cos \alpha_n = F_t / \cos \alpha_n \cos \beta \\ &= F_t / \cos \alpha_n \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (4-13)$$

式中:  $\beta$ ——节圆螺旋角, 对标准斜齿轮即分度圆螺旋角;

$\beta_b$ ——啮合平面的螺旋角, 亦即基圆螺旋角;

$\alpha_n$ ——法面压力角, 对标准斜齿轮,  $\alpha_n = 20^\circ$ ;

$\alpha_t$ ——端面压力角。

由式(4-13)可知, 轴向力  $F_a$  与  $\operatorname{tg} \beta$  成正比。为了不使轴承承受过大的轴向力, 斜齿圆柱齿轮传动的螺旋角  $\beta$  不宜选得过大, 常在  $8^\circ \sim 20^\circ$  之间选择。

根据力学分析, 人字齿轮轴向分力可以相互抵消, 因而其螺旋角可取得大一些(约为  $15^\circ \sim 40^\circ$ ), 传动的功率也较大。人字齿轮受力分析及强度计算都可沿用斜齿轮传动的公式。

## 二、计算载荷

由式(4-1)可知, 轮齿上的计算载荷与啮合轮齿齿面接触线上的长度有关。对于斜齿轮, 如图 4-20 所示, 啮合区中的实线为实际接触线, 每一条全齿宽的接触线长为  $b / \cos \beta_b$ , 接触线总长为所有啮合线上接触线长度之和, 即为接触区的几

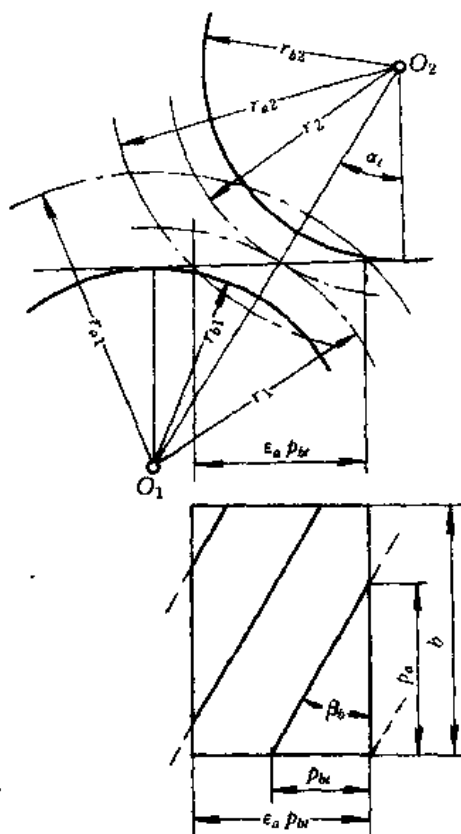


图 4-20 斜齿圆柱齿轮传动的啮合区

条实线长度之和。在啮合过程中,啮合线总长度一般是变动的,据研究,可用  $b\epsilon_a/\cos\beta_b$  作为总长度的代表值。因此,

$$p_a = \frac{KF_n}{L} = \frac{KF_t}{\frac{b\epsilon_a}{\cos\beta_b} \cos\alpha_t \cos\beta_b} = \frac{KF_t}{b\epsilon_a \cos\alpha_t} \quad (4-14)$$

式中  $\epsilon_a$  为斜齿轮传动的端面重合度,可由图 4-21 查取,或由《机械原理》中公式计算。

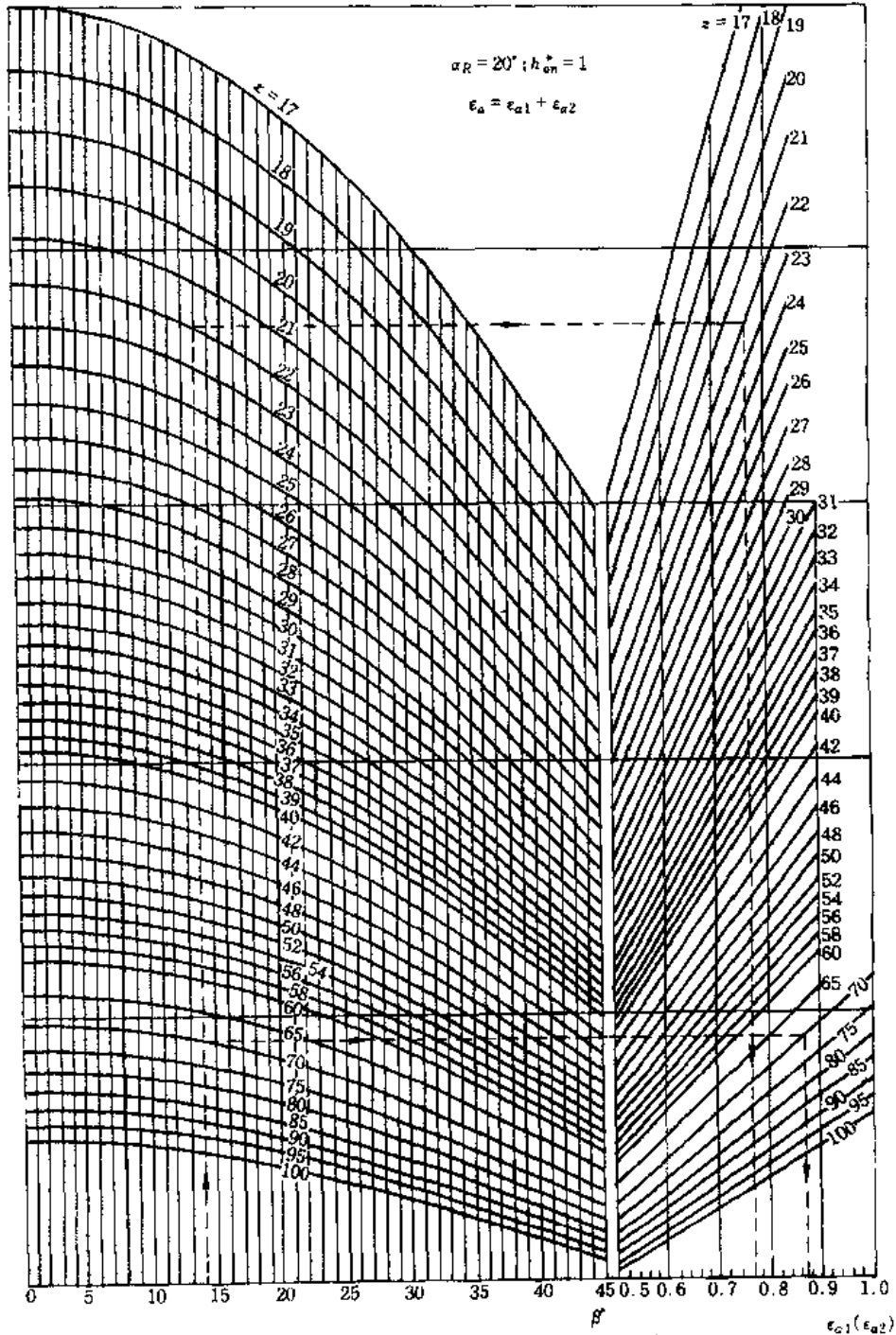


图 4-21 标准圆柱齿轮传动的端面重叠系数  $\epsilon_a$ 。

用法举例:已知  $z_1=22, z_2=70, \beta_0=14^\circ$ , 求  $\epsilon_a$  值。

解:由图分别查得  $\epsilon_{a1}=0.765; \epsilon_{a2}=0.87$

得  $\epsilon_a = \epsilon_{a1} + \epsilon_{a2} = 0.765 + 0.87 = 1.635$ 。

### 三、齿根弯曲疲劳强度计算

图 4-22 所示,斜齿轮齿面上的接触线为一斜线,受载时,轮齿的失效形式为局部折断。斜齿轮的弯曲强度,如按轮齿局部折断分析则较复杂。现对比直齿轮的弯曲强度计算,仅就其计算特点作必要的说明。

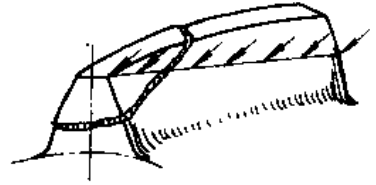


图 4-22 斜齿圆柱齿轮轮齿受载及折断

首先,由式(4-14)可知,斜齿轮的计算载荷要比直齿轮的多计入一个参数  $\epsilon_a$ ,其次还应计入反映螺旋角  $\beta$  对轮齿弯曲强度影响的因素,即计入螺旋角影响系数  $Y_\beta$ 。由上述特点,参照式(4-5)及(4-6)可得斜齿轮轮齿的弯曲疲劳强度公式为

$$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\beta}{b m_n \epsilon_a} \leq [\sigma]_F, \text{MPa} \quad (4-15)$$

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1 Y_\beta \cos^2 \beta}{\varphi_d z_1^2 \epsilon_a} \left( \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)}, \text{mm} \quad (4-16)$$

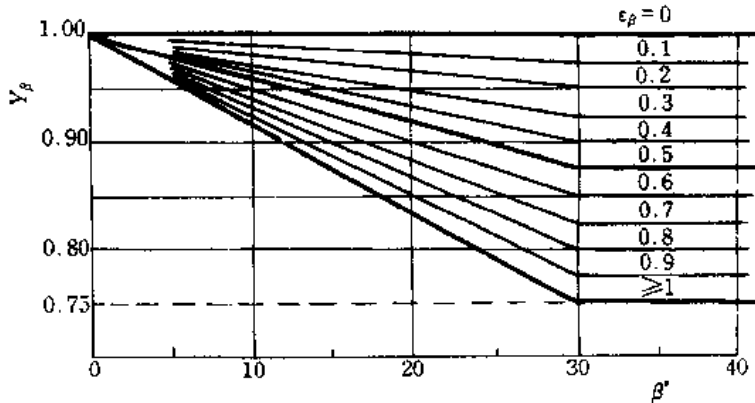


图 4-23 螺旋角影响系数  $Y_\beta$

式中:  $Y_{Fa}$  ——斜齿轮的齿形系数,可近似地按当量齿数  $z_v \approx z / \cos^3 \beta$  由表 4-5 查取;

$Y_{Sa}$  ——斜齿轮的应力校正系数,可近似地按当量齿数  $z_v$  由表 4-5 查取;

$Y_\beta$  ——螺旋角影响系数,数值由图 4-23 查取,图中的  $\epsilon_\beta$  为纵向重合度,可由下述公式计算  $\epsilon_\beta = b \sin \beta / \pi m_n = 0.318 \varphi_d z_1 \tan \beta$ ;

$m_n$  ——法面模数,mm。

式(4-15)为校核公式,式(4-16)为设计公式。

### 四、齿面接触疲劳强度计算

斜齿轮的齿轮接触疲劳强度为

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{KF_t}{b d_1 \epsilon_a} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \cdot Z_H Z_E} \leq [\sigma]_H, \text{MPa} \quad (4-17)$$

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_d \epsilon_a} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left( \frac{Z_H Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}, \text{mm} \quad (4-18)$$

式中  $Z_H$  称为区域系数。图 4-24 为法面压力角  $\alpha_n = 20^\circ$  的标准齿轮的  $Z_H$  值。

式(4-18)为设计计算公式,式(4-17)为校核计算公式。

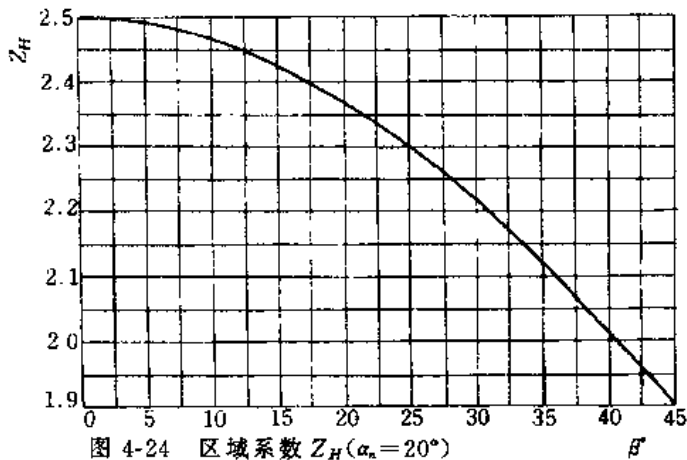


图 4-24 区域系数  $Z_H$  ( $\alpha_n = 20^\circ$ )

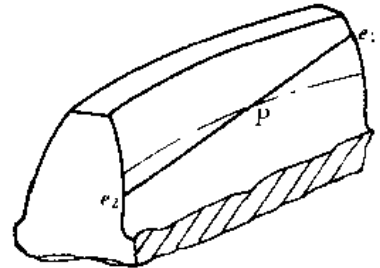


图 4-25 斜齿轮齿面上的接触线

应该注意,对于斜齿圆柱齿轮传动,因齿面上的接触线是倾斜的(图 4-25),即在同一齿面上就会有齿顶面(其上接触线段为  $e_1p$ )与齿根面(其上接触线段为  $e_2p$ )同时参与啮合的情况(直齿轮传动,齿面上接触线与轴线平行,就没有这种现象)。由实践得知,同一齿面上,往往齿根面上先发生点蚀,然后才扩展到齿顶面上。也就是说,齿顶面比齿根面具有较高的接触疲劳强度。设小齿轮的齿面接触疲劳强度比大齿轮的高(即小齿轮的材料较好,齿面硬度较高),那么,当大齿轮的齿根面产生点蚀, $e_2p$ 一段接触线已不能再承受原来所分担的载荷,而要部分地由齿顶面上的  $e_1p$ 一段接触线来承担时,因同一齿面上,齿顶面的接触疲劳强度较高,所以即使承担的载荷有所增加,只要还未超过其承载能力时,大齿轮的齿顶面仍然不会出现点蚀;同时,因小齿轮齿面的接触疲劳强度较高,与大齿轮齿顶面相啮合的小齿轮的齿根面,也未因载荷增大而出现点蚀。这就是说,在斜齿轮传动中,当大齿轮齿根面产生点蚀,仅实际承载区由大齿轮的齿根面向齿顶面有所转移而已,并不导致斜齿轮传动的失效(直齿轮传动齿面上的接触线为一平行于轴线的直线,大齿轮齿根面点蚀时,纵然小齿轮不坏,这对齿轮也不能再继续工作了)。因此,斜齿圆柱齿轮传动的接触疲劳强度应同时取决于大、小齿轮。实用中斜齿圆柱齿轮传动的许用接触应力约可取为  $[\sigma]_H = ([\sigma]_{H_1} + [\sigma]_{H_2})/2$ ,当  $[\sigma]_H > 1.23[\sigma]_{H_2}$  时,应取  $[\sigma]_H = 1.23[\sigma]_{H_2}$ 。 $[\sigma]_{H_2}$  为较软齿面的许用接触应力。

人字齿轮可以视作由两个螺旋角相反的斜齿轮组成,所以其强度计算可近似地按斜齿圆柱齿轮的有关公式进行,但载荷应取人字齿轮的一半代人计算。

**例题 7** 设计一两级同轴式斜齿圆柱齿轮减速器的高速级齿轮传动。已知输入功率  $P_1 = 40\text{kW}$ ,  $n_1 = 960\text{r/min}$ , 齿数比  $\mu = 3.2$ , 由电动机驱动,工作寿命 15 年(每年 300 个工作日),每个工作日两班制,工作时有轻微冲击。

解:

1. 选择材料、精度、齿数及螺旋角

(1) 选择齿轮的材料、热处理方法及齿面硬度,由表 4-11 选得大、小齿轮材料为 40Cr,并经调质及表面淬火,齿面硬度为 HRC 48~55。

(2) 精度等级 因表面淬火,轮齿的变形不大,不需磨削,故初选 8 级精度。

(3)选择齿数 小齿轮  $z_1=25$ ,大齿轮  $z_2=uz_1=3.2 \times 25=80$ 。

(4)选取螺旋角 初选螺旋角  $\beta=14^\circ$ 。

## 2. 按齿面接触强度设计

按式(4-18)得

$$d_H \geq \sqrt[3]{\frac{2K_t T_1}{\varphi_d \epsilon_a} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left( \frac{Z_H Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}, \text{mm}$$

(1)确定计算参数

1)由图 4-21 查得,  $\epsilon_{\alpha_1}=0.78, \epsilon_{\alpha_2}=0.89, \epsilon_\alpha=0.78+0.89=1.67$

2)试选  $K_t=1.3$

3)计算扭矩

$$T=9.55 \times 10^6 \frac{P_1}{n_1}=9.55 \times 10^6 \frac{40}{960}=3.98 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

4)两支承对小齿轮作对称布置,大、小齿轮皆为硬齿面,由表 4-7 选取齿宽系数  $\varphi_d=0.9$ 。

5)由表 4-6 查取弹性影响系数  $Z_E=189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

6)由图 4-24 查得区域系数  $Z_H=2.433$

7)取 HRC 52 由图 4-13 查大、小齿轮的接触疲劳强度  $\sigma_{H\text{lim}_1}=\sigma_{H\text{lim}_2}=1200\text{MPa}$ 。

8)计算应力循环次数

$$N_1=60n_1j_t=60 \times 960 \times 1 \times (300 \times 8 \times 2 \times 15)=2.147 \times 10^9$$

$$N_2=\frac{N_1}{u}=4.147 \times \frac{10^9}{3.2}=1.296 \times 10^9$$

由图 4-11,寿命系数  $K_{HN_1}=K_{HN_2}=1$ 。

9)接触疲劳许用应力 取失效概率为 1%,安全系数  $S=1$ ,则

$$[\sigma]_{H_1}=[\sigma]_{H_2}=\frac{K_{HN}\sigma_{\text{lim}}}{S}=\frac{1 \times 1200}{1}=1200\text{MPa}$$

$$[\sigma]_H=\frac{[\sigma]_{H_1}+[\sigma]_{H_2}}{2}=\frac{1200+1200}{2}=1200\text{MPa}$$

(2)计算

1)试算小齿轮分度圆直径  $d_H$ ,由上列试算公式得

$$d_H \geq \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.3 \times 3.98 \times 10^5}{0.9 \times 1.67} \left( \frac{2.433 \times 189.8}{1200} \right)^2 \times \frac{3.2+1}{3.2}}=51.35\text{mm}$$

2)计算圆周速度

$$v=\frac{\pi d_H n_1}{60 \times 1000}=\frac{\pi \times 51.35 \times 960}{60 \times 1000}=2.58\text{m/s}$$

3)计算载荷系数 由表 4-1 查得工作情况系数  $K_A=1$ ;按  $\frac{v z_1}{100}=2.58 \times \frac{25}{100}=0.64$ ,由图 4-1b 查得动载荷系数  $K_v=1.05$ ;由图 4-2 查得啮合齿对间载荷分配系数  $K_{H\alpha}=1.07$ ;由图 4-1 查得  $K_{\beta S}=1.25$ ,当  $b=51 \times 9 \approx 46\text{mm}$ ,由图 4-5 查得  $K_{\beta M}=0.105$ ,则  $K_{H\beta}=K_{\beta S}+K_{\beta M}=1.25+0.105=1.355$ 。于是  $K=K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta}=1 \times 1.05 \times 1.07 \times 1.355=1.52$ 。

4)按实际的载荷系数校正,计得分度圆直径

$$d_1=d_H \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}}=51.35 \sqrt[3]{\frac{1.52}{1.3}}=54.09\text{mm}$$

5) 计算模数

$$m_n = \frac{d_1 \cos \beta}{z_1} = \frac{54.09 \cos 14^\circ}{25} \approx 2 \text{ mm}$$

3. 按齿根弯曲疲劳强度设计

由式(4-16)得

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1 Y_\beta \cos^2 \beta}{\varphi_d z_1^2 \epsilon_\sigma} \left( \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)}$$

(1) 确定计算参数

$$\text{由式(4-3)计算 } K_{F\sigma} = 1 + \frac{(n-5)(\epsilon_\alpha-1)}{4} = 1 + \frac{(8-5)(1.67-1)}{4} = 1.5; K_{F\beta} = K_{H\beta} =$$

$$1.355。 \text{故 } K = K_A K_V K_{F\sigma} K_{F\beta} = 1 \times 1.05 \times 1.5 \times 1.355 = 2.134$$

2) 计算纵向重合度  $\epsilon_\beta$ , 查取螺旋角影响系数  $Y_\beta$

$$\epsilon_\beta = 0.318 \varphi_d z_1 \tan \beta = 0.318 \times 0.9 \times 25 \times \tan 14^\circ = 1.784$$

由图 4-23 查得  $Y_\beta = 0.881$

3) 计算当量齿数

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{25}{\cos^3 14^\circ} = 27.27$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{80}{\cos^3 14^\circ} = 87.57$$

4) 查取齿形系数 由表 4-5 查得  $Y_{Fa1} = 2.563; Y_{Fa2} = 2.205。$

5) 查取应力校正系数 由表 4-5 查取  $Y_{Sa1} = 1.604; Y_{Sa2} = 1.778。$

6) 查取弯曲疲劳强度极限及寿命系数, 由图 4-12d 查得大、小齿轮弯曲疲劳极限  $\sigma_{Flim1} = \sigma_{Flim2} = 680 \text{ MPa}$ ; 按  $N_1 = 2.147 \times 10^9, N_2 = 1.296 \times 10^9$ , 由图 4-10 分别查得寿命系数  $K_{FN1} = K_{FN2} = 1。$

7) 计算弯曲疲劳许用应力 取弯曲疲劳安全系数  $S = 1.4$ , 由式(4-10)得

$$[\sigma]_{F1} = [\sigma]_{F2} = \frac{K_{NF} \sigma_{Flim}}{S} = \frac{680}{1.4} = 485.7 \text{ MPa}$$

8) 计算大、小齿轮  $\frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F}$  并加以比较

$$\frac{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}{[\sigma]_{F1}} = \frac{2.563 \times 1.604}{485.7} = 0.008464$$

$$\frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{[\sigma]_{F2}} = \frac{2.205 \times 1.778}{485.7} = 0.00807$$

小齿轮的数值大。

(2) 设计计算

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2 \times 2.134 \times 3.98 \times 10^5 \times 0.88 \times (\cos 14^\circ)^2}{0.9 \times 25^2 \times 1.67} \times 0.008464} = 2.333 \text{ mm}$$

对比计算结果, 由齿根弯曲疲劳强度计算的法面模数  $m_n$  大于由齿面接触疲劳强度计算的法面模数, 因此取  $m_n = 2.333 \text{ mm}$ 。

4. 几何计算

(1) 将法面模数圆整, 取标准值

由表 4-8, 查得标准值  $m_n = 2.5\text{mm}$ 。

(2) 中心距

$$a = \frac{(z_1 + z_2)m_n}{2\cos\beta} = \frac{(25 + 80) \times 2.5}{2\cos 14^\circ} = 135.268\text{mm}$$

因所取模数已大于按强度计算的模数值, 故可向下圆整取  $a = 135\text{mm}$ 。

(3) 按圆整后的中心距修正螺旋角

$$\beta = \arccos \frac{(z_1 + z_2)m_n}{2a} = \arccos \frac{(25 + 80) \times 2.5}{2 \times 135} = 13^\circ 32' 10''$$

因  $\beta$  值改变不多, 故参数  $\varepsilon_\alpha, K_\alpha, Z_H$  不必修正。

(4) 计算大、小齿轮的分度圆直径

$$d_1 = \frac{z_1 m_n}{\cos\beta} = \frac{25 \times 2.5}{\cos 13^\circ 32' 10''} = 64.286\text{mm}$$

$$d_2 = \frac{z_2 m_n}{\cos\beta} = \frac{80 \times 2.5}{\cos 13^\circ 32' 10''} = 205.714\text{mm}$$

(5) 计算齿轮宽度  $b = \varphi_d d_1 = 0.9 \times 64.286 = 57.857\text{mm}$

圆整  $B_2 = 58\text{mm}; B_1 = 62\text{mm}$

### 5. 结构设计

以大齿轮为例,  $d_{a2} < 500\text{mm}$ , 以选腹板式结构为宜。其它有关尺寸按图 4-64 荐用的结构尺寸设计(尺寸计算参考图 4-64 所列经验公式), 并绘制大齿轮的工作图(图 4-26)。

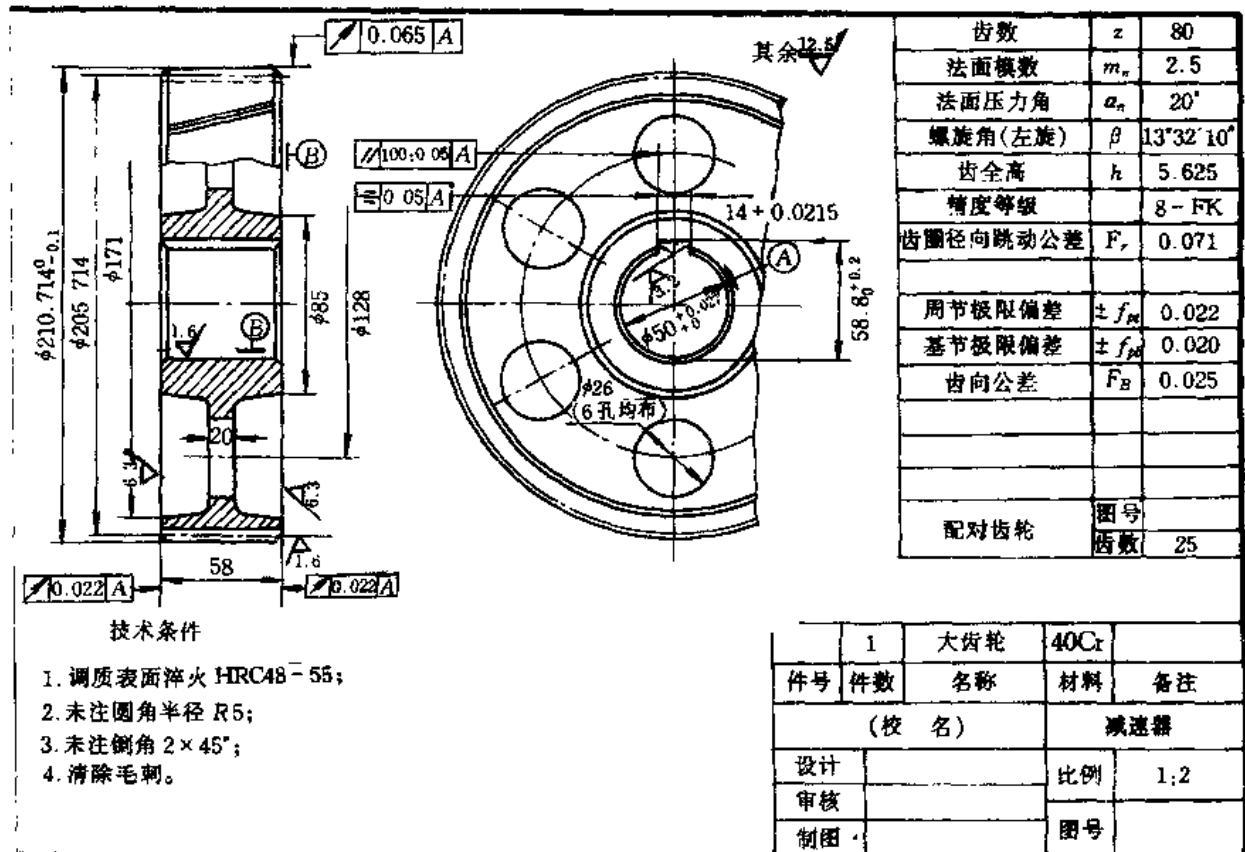


图 4-26 大齿轮零件图



例题 8 某机械中的斜齿圆柱齿轮增速装置。已知传递功率  $P=30\text{kW}$ , 主动轮转速为  $1470\text{r/min}$ , 主动轮齿数为 73, 从动轮齿数为 23, 使用寿命  $t_h=1000\text{h}$ , 小齿轮作悬臂布置, 载荷有中等冲击。试设计该齿轮传动。

解:

增速传动, 要求精度较高, 选用 20CrMnTi 合金钢渗碳淬火 HRC 60。采用磨齿加工, 6 级精度。硬齿面闭式传动, 由于齿面硬度较高, 主要失效形式为疲劳折断, 故按齿根弯曲疲劳强度计算, 决定模数, 后作接触疲劳强度校核。

### 1. 齿根弯曲疲劳强度计算

由式(4-16)得

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1 Y_\beta \cos^2 \beta}{\varphi_d z_1^2 \epsilon_a} \left( \frac{Y_{Fa} F_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)}$$

#### (1) 确定计算参数

1) 初选螺旋角  $\beta=15^\circ$

2) 确定端面重合度  $\epsilon_a$

由图 4-21 查得:  $z_1=23, \epsilon_{a_1}=0.738; z_2=73, \epsilon_{a_2}=0.9$ 。  $\epsilon_a = \epsilon_{a_1} + \epsilon_{a_2} = 0.738 + 0.9 = 1.638$

3) 取  $\varphi_d=0.25$

4) 螺旋角影响系数

$$\epsilon_\beta = 0.318 \varphi_d z_1 \tan \beta = 0.318 \times 0.25 \times 23 \times \tan 15^\circ = 0.49$$

由图 4-23 查得  $Y_\beta=0.943$

5) 计算当量齿数

$$z_{v_1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{23}{\cos^3 15^\circ} = 25.5$$

$$z_{v_2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{73}{\cos^3 15^\circ} = 81.1$$

6) 查取齿形系数及应力校正系数

由表 4-5 查得:  $z_{v_1}=25.5$       $Y_{Fa_1}=2.61$       $Y_{Sa_1}=1.592$

$z_{v_2}=80.1$       $Y_{Fa_2}=2.22$       $Y_{Sa_2}=1.77$

7) 查取弯曲疲劳极限及寿命系数

由图 4-12d 查得大、小齿轮弯曲疲劳极限:

$$\sigma_{Flim_1} = \sigma_{Flim_2} = 870\text{MPa}$$

按  $N_2 = 60n_2 t_h = 60 \times 1470 \times 1000 = 8.82 \times 10^7$

$$N_1 = N_2 \cdot \frac{z_2}{z_1} = 8.82 \times 10^7 \times \frac{73}{23} = 28 \times 10^7$$

由图 4-10 查得  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$

7) 计算弯曲疲劳许用应力

取弯曲疲劳安全系数  $S=1.4$ , 由式(4-10)得

$$[\sigma]_{F_1} = [\sigma]_{F_2} = \frac{K_{NF} \sigma_{Flim}}{S} = \frac{1 \times 870}{1.4} = 621.43\text{MPa}$$

8) 计算大、小齿轮  $\frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F}$  并加以比较:

$$\frac{Y_{Fa_1} Y_{Fa}}{[\sigma]_{F_1}} = \frac{2.61 \times 1.592}{621.43} = 0.006686$$

$$\frac{Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}}{[\sigma]_{F_2}} = \frac{2.22 \times 1.77}{621.43} = 0.006323$$

比较结果,小齿轮值大。

9) 试选  $K_f = 1.5$

10) 小齿轮转矩  $T$

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P}{n_2} \cdot \frac{z_1}{z_2} = 9.55 \times 10^6 \frac{30}{1470} \times \frac{23}{73} = 61406 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

(2) 计算模数

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.5 \times 61406 \cos^2 15^\circ \times 0.943}{0.25 \times 23^2 \times 1.638}} \times 0.006686 = 1.71 \text{ mm}$$

1) 计算圆周速度

$$v = \frac{\pi n_2 d_2}{60 \times 1000} = \frac{\pi n_2 m_n z_2}{600 \times 1000 \cos \beta} = \frac{\pi \times 1470 \times 1.71 \times 73}{60 \times 1000 \times \cos 15^\circ} = 10 \text{ m/s}$$

2) 计算载荷系数

查取  $K_v$ :  $v_z/100 = 2.3 \text{ m/s}$ , 由图 4-1b 查得  $K_v = 1.07$ ;  $K_{F_v} = 1 + \frac{(n-5)(\epsilon_d-1)}{4} = 1 + \frac{(6-1)(1.638-1)}{4} = 1.16$ ;  $K_{F_\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M}$ ;  $K_{\beta S}$  由图 4-4d 查得  $K_{\beta S} = 1.12$ , 由图 4-5 当  $b =$

12mm 时, 查  $K_{\beta M} = 0.065 \times 1.5 = 0.1$ , 故  $K_{F_\beta} = 1.12 + 0.1 = 1.22$ 。查表 1-1, 得  $K_A = 1.25$ 。于是

$$K = K_A K_v K_{F_v} K_{F_\beta} = 1.25 \times 1.07 \times 1.16 \times 1.22 = 1.9459$$

3) 按实际载荷系数修正所计得的模数  $m_n$

$$m_n = m_{n_0} \sqrt[3]{\frac{K}{K_f}} = 1.71 \sqrt[3]{\frac{1.9459}{1.5}} = 1.865 \text{ mm}$$

取标准值  $m_n = 2 \text{ mm}$ 。

(3) 几何计算

1) 中心距  $a$

$$a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} = \frac{2(23 + 73)}{2 \cos 15^\circ} = 98.6 \text{ mm}$$

圆整取  $a = 100 \text{ mm}$ 。

2) 螺旋角  $\beta$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a} = \cos^{-1} \frac{2 \times (23 + 73)}{2 \times 100} = 16^\circ 15' 37''$$

3) 分度圆直径  $d$

$$d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{2 \times 23}{\cos 16^\circ 15' 37''} = 47.917 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = \frac{2 \times 73}{\cos 16^\circ 15' 37''} = 152.083 \text{ mm}$$

4) 齿宽  $b$

$$b = \varphi_d d_1 = 0.25 \times 47.917 = 11.98 \text{ mm}$$

圆整取  $b = 12 \text{ mm}$ 。取  $b_2 = 12, b_1 = 15 \text{ mm}$ 。

## 二、齿面接触疲劳强度校核

由式(4-17)得校核公式为

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1 \epsilon_a} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot Z_H Z_E \leq [\sigma]_H$$

### 1. 确定计算参数

#### (1) 确定载荷系数

由表 4-1 查得  $K_A = 1.25$ ;

按  $v = 10 \text{ m/s}$ ,  $\frac{vz}{100} = \frac{10 \times 23}{100} = 2.3$ , 由图 4-1b 查得  $K_v = 1.07$ ;  $K_{H\alpha}$  由表 4-2 查得  $K_{H\alpha} = 1.022$ ;  $K_{H\beta} = K_{F\alpha} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.12 + 0.1 = 1.22$ 。于是  $K = 1.25 \times 1.07 \times 1.022 \times 1.22 = 1.66765$ 。

#### (2) 确定接触强度许用应力

$N_1 = 28 \times 10^7$ ,  $N_2 = 8.82 \times 10^7$ , 由图 4-11 查得  $K_{HN_1} = 1.08$ ,  $K_{HN_2} = 1.14$ ; 大、小齿轮接触疲劳极限, 由图 4-13d 查得  $\sigma_{Hlim_1} = \sigma_{Hlim_2} = 1460 \text{ MPa}$ ; 取失效概率为 1%, 安全系数  $S = 1$ , 则

$$[\sigma]_{H_1} = \frac{K_{HN_1} \sigma_{Hlim_1}}{S} = \frac{1.08 \times 1460}{1} = 1576.8 \text{ MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = \frac{K_{HN_2} \sigma_{Hlim_2}}{S} = \frac{1.14 \times 1460}{1} = 1664.4 \text{ MPa}$$

#### (3) 齿数比

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{73}{23} = 3.17$$

#### (4) 区域系数 $Z_H$

由图 4-25 查得  $Z_H = 2.45$

#### (5) 弹性影响系数 由表 4-6 查得 $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

#### (6) 计算圆周力

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \times 61406}{47.917} = 2563 \text{ N}$$

### 2. 接触强度校核

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{2 \times 2563}{12 \times 47.97 \times 1.618} \cdot \frac{3.17+1}{3.17}} \times 2.45 \times 189.8 = 1250.8 \text{ MPa}$$

计算结果  $\sigma_H < [\sigma]_{H_1} = 1576.8$ ,  $\sigma_H < [\sigma]_{H_2} = 1664.4 \text{ MPa}$ , 合适。

## 三、结构设计(略)

**例题 9** 设计一单级斜齿圆柱齿轮减速器。已知小齿轮传递的功率  $P_1 = 10 \text{ kW}$ , 小齿轮转速  $n_1 = 1450 \text{ r/min}$ , 传动比  $i = 3$ , 单向转动有轻微冲击。满足工作时间  $t_h = 35000 \text{ h}$ 。

解:

### 1. 选择材料、精度及参数

#### (1) 选择材料

小齿轮: 38SiMnMo 调质 HBS<sub>1</sub> 320~340

大齿轮: 38SiMnMo 调质 HBS<sub>2</sub> 280~300

#### (2) 选取 8 级精度

(3) 选定齿数  $z_1=20, z_2=iz_1=3 \times 20=60$

(4) 初选螺旋角  $\beta=15^\circ$

## 2. 按齿面接触强度设计

由式(4-18)计算

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_d \epsilon_a} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left( \frac{Z_H Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}$$

(1) 确定计算参数

1) 初选  $K_t=1.5$

2) 由图 4-21 查得:  $\epsilon_{a_1}=0.8, \epsilon_{a_2}=0.9, \epsilon_a=\epsilon_{a_1}+\epsilon_{a_2}=0.8+0.9=1.7$

3) 由表 4-6 查得  $Z_E=189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

4) 由图 4-24 查得  $Z_H=2.42$

5) 由表 4-7 选取  $\varphi_d=1.00$

6) 计算转矩  $T_1$

$$T_1=9.55 \times 10^6 \frac{P_1}{n_1}=9.55 \times 10^6 \frac{10}{1450}=65862 \text{N} \cdot \text{mm}$$

7) 由图 4-13c 查得  $\sigma_{H\text{lim}_1}=800 \text{MPa}, \sigma_{H\text{lim}_2}=720 \text{MPa}$

8) 应力循环次数

$$N_1=60n_1j t_h=60 \times 1450 \times 1 \times 35000=30.45 \times 10^8$$

$$N_2=\frac{N_1}{i}=\frac{30.45 \times 10^8}{3}=10.15 \times 10^8$$

9) 寿命系数 由图 4-11 查得  $K_{HN_1}=K_{HN_2}=1$

10) 安全系数 当失效概率为 1%, 取  $S=1$

11) 接触强度许用应力

$$[\sigma]_{H_1}=\frac{K_{HN_1} \sigma_{H\text{lim}_1}}{S}=\frac{1 \times 800}{1}=800 \text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2}=\frac{K_{HN_2} \sigma_{H\text{lim}_2}}{S}=\frac{1 \times 720}{1}=720 \text{MPa}$$

(2) 计算

1) 计算小齿轮分度圆直径

$$\begin{aligned} d_u &\geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_d \epsilon_a} \cdot \frac{u+1}{u} \left( \frac{Z_H Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2} \\ &= \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.5 \times 65862}{1 \times 1.7} \times \frac{(3+1)}{3} \left( \frac{189.8 \times 2.42}{720} \right)^2} \\ &= 39 \text{mm} \end{aligned}$$

2) 计算圆周速度

$$v=\frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000}=\frac{\pi \times 39 \times 1450}{60 \times 1000}=3.9 \text{m/s}$$

3) 计算载荷系数

① 工况系数 查表 4-1, 取  $K_A=1$

② 动载荷系数 按  $\frac{vZ_1}{100}$ , 由图 4-1b,  $K_v=1.075$

③载荷分配系数  $K_{H\alpha}$  由图 4-2 查取  $K_{H\alpha}=1.078$

④载荷分布系数  $K_{H\beta}=K_{F\beta}=K_{\beta S}+K_{\beta M}$

由图 4-4 查得  $K_{\beta S}=1.25$ ; 当  $b=\varphi_d d_{1t}=1 \times 39=40\text{mm}$ , 由图 4-5 查得  $K_{\beta M}=0.19$ , 则

$$K_{H\beta}=K_{\beta S}+K_{\beta M}=1.25+0.19=1.44$$

⑤载荷系数  $K$

$$K=K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta}=1 \times 1.073 \times 1.078 \times 1.44=1.66564$$

4) 修正小齿轮分度圆直径

$$d=d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}}=39 \sqrt[3]{\frac{1.66564}{1.5}}=40.385\text{mm}$$

5) 计算法面模数  $m_n$

$$m_n=\frac{d_t \cos \beta}{z_1}=\frac{40.385 \cos 15^\circ}{20}=1.95\text{mm}$$

取标准值  $m_n=2\text{mm}$

3. 按齿根弯曲疲劳强度校核

由公式(4-15)计算

$$\sigma_F=\frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\beta}{b m_n \epsilon_\alpha} \leq [\sigma]_F$$

(1) 确定计算参数

1) 载荷分配系数 由式(4-3)

$$K_{F\alpha}=1+\frac{(n-5)(\epsilon_\alpha-1)}{4}=1+\frac{(8-5)(1.7-1)}{4}=1.275$$

其余各载荷系数同上, 则

$$K=K_A K_v K_{F\alpha} K_{F\beta}=1 \times 1.073 \times 1.275 \times 1.44=1.97$$

(2) 计算纵向重合度  $\epsilon_\beta$  查取螺旋角影响系数

$$\epsilon_\beta=0.318 \varphi_d z_1 \tan \beta=0.318 \times 1 \times 20 \tan 15^\circ=1.5246, \text{由图 4-23 查得 } Y_\beta=1$$

(3) 当量齿数

$$z_{v_1}=\frac{z_1}{\cos^3 \beta}=\frac{20}{\cos^3 15^\circ}=22.2$$

$$z_{v_2}=\frac{z_2}{\cos^3 \beta}=\frac{60}{\cos^3 15^\circ}=66.6$$

(4) 查取齿形系数和应力校正系数

由表 4-5 查取:

$$\text{当 } z_{1v}=22.2 \quad Y_{Fa_1}=2.72 \quad Y_{Sa_1}=1.57$$

$$z_{2v}=66.6 \quad Y_{Fa_2}=2.26 \quad Y_{Sa_2}=1.74$$

(5) 弯曲强度极限

由表 4-12c 查取  $\sigma_{Flim_1}=660\text{MPa}$ ,  $\sigma_{Flim_2}=600\text{MPa}$

(6) 寿命系数  $K_{FN_1}=K_{FN_2}=1$

(7) 安全系数 取  $S=1.4$

(8) 弯曲强度许用应力

$$[\sigma]_{F_1}=\frac{K_{FN_1} \sigma_{Flim_1}}{S}=\frac{1 \times 660}{1.4}=471.43\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN_2} \sigma_{Flim_2}}{S} = \frac{1 \times 600}{1.4} = 428.7 \text{MPa}$$

(9) 齿宽  $b = \varphi_d d_1 = 1 \times 40 = 40 \text{mm}$

(10) 计算圆周力  $F_t$ ,

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \times 65862}{40} = 3293 \text{N}$$

(11) 校核

$$\sigma_{F_1} = \frac{1.97 \times 3293}{40 \times 2 \times 1.7} \times 1 \times 2.72 \times 1.57 = 203.7 \text{MPa}$$

$$\sigma_{F_2} = \frac{1.97 \times 3293}{40 \times 2 \times 1.7} \times 1 \times 2.26 \times 1.74 = 187.6 \text{MPa}$$

计算结果: 满足。

3. 几何计算

(1) 法向模数  $m_n = 2 \text{mm}$

(2) 中心距

$$a = \frac{(z_1 + z_2)m_n}{2\cos\beta} = \frac{(20 + 60) \times 2}{2\cos 15^\circ} = 82.824 \text{mm}, \text{取 } a = 82 \text{mm}$$

(3) 螺旋角  $\beta$  的修正

$$\begin{aligned} \beta &= \cos^{-1} \frac{(z_1 + z_2)m_n}{2a} = \cos^{-1} \frac{(20 + 60) \times 2}{2 \times 82} = \cos^{-1} 0.97560 = 15.0719^\circ \\ &= 15^\circ 4' 19'' \end{aligned}$$

因  $\beta$  值改变不多, 故参数  $\epsilon_a, K_a, Z_H$  不必修正。

(4) 计算大、小齿轮的分度圆直径

$$d_1 = \frac{z_1 m_n}{\cos\beta} = \frac{20 \times 2}{\cos 15^\circ 4' 19''} = 41 \text{mm}$$

$$d_2 = \frac{z_2 m_n}{\cos\beta} = \frac{60 \times 2}{\cos 15^\circ 4' 19''} = 123 \text{mm}$$

(5)  $b = \varphi_d d_1 = 41 \text{mm}$ ; 圆整取  $B_2 = 41 \text{mm}, B_1 = 45 \text{mm}$

4. 结构设计(略)。

## § 4—3 标准圆锥齿轮传动的强度计算

由于工作要求的不同, 圆锥齿轮传动可设计成不同的形式。本节只介绍最常用的、轴交角为  $\Sigma = 90^\circ$  的标准直齿圆锥齿轮传动的强度计算。

### 一、设计参数

直齿圆锥齿轮传动是以大端参数为标准值的。在强度计算时, 则以齿宽中点处的当量齿轮作为计算的依据。对轴夹角  $\Sigma = 90^\circ$  的直齿圆锥齿轮传动, 其齿数比  $u$ , 锥距  $R$  (图 4-27), 分度圆直径  $d_1, d_2$ , 平均分度圆直径  $d_{m1}, d_{m2}$  之间的关系分别为:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} = \text{ctg}\delta_1 = \text{tg}\delta_2 \quad (a)$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{d_1}{2} \sqrt{(d_2/d_1)^2 + 1} = \frac{d_1}{2} \sqrt{u^2 + 1} \quad (b)$$

$$\frac{d_{m1}}{d_1} = \frac{d_{m2}}{d_2} = \frac{R-0.5b}{R} = 1 - 0.5 \frac{b}{R} \quad (c)$$

令  $\varphi_R = \frac{b}{R}$ , 称为圆锥齿轮传动的齿宽系数。常取  $\varphi_R = 0.25 \sim 0.35$ , 最常用的值为  $\varphi_R = \frac{1}{3}$ 。于是

$$\left. \begin{aligned} d_{m1} &= d_1(1 - 0.5\varphi_R) \\ d_{m2} &= d_2(1 - 0.5\varphi_R) \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

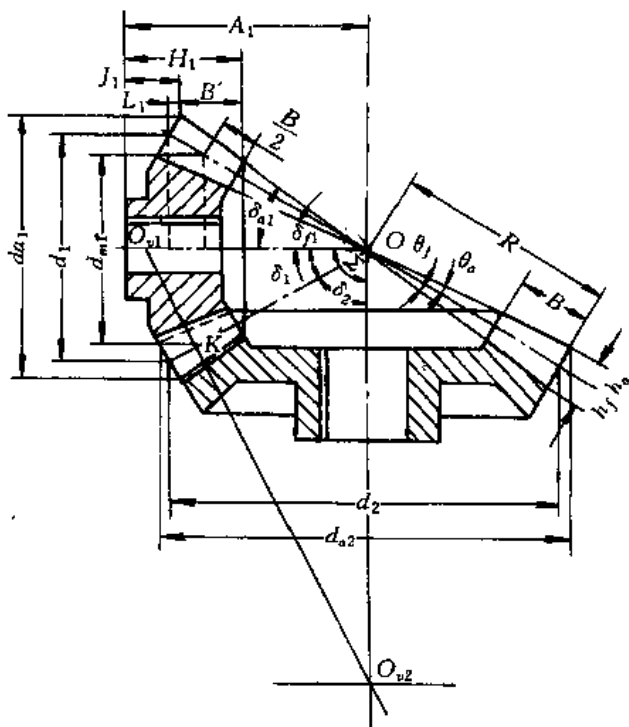


图 4-27 直齿圆锥齿轮传动的几何参数

由图 4-28 可知, 当量直齿圆柱齿轮的分度圆半径  $r_{v1} = \overline{O_{v1}K}$ ,  $r_{v2} = \overline{O_{v2}K}$ , 它们与平均分度圆直径  $d_{m1}, d_{m2}$  的关系分别为

$$r_{v1} = \frac{d_{m1}}{2\cos\delta_1} \quad r_{v2} = \frac{d_{m2}}{2\cos\delta_2} \quad (e)$$

现以  $m_m$  表示当量圆柱齿轮的模数, 亦即圆锥齿轮平均分度圆上轮齿的模数(简称平均模数), 则当量齿数  $z_v$  为

$$\left. \begin{aligned} z_{v1} &= \frac{d_{v1}}{m_m} = \frac{2r_{v1}}{m_m} = \frac{z_1}{\cos\delta_1} \\ z_{v2} &= \frac{d_{v2}}{m_m} = \frac{2r_{v2}}{m_m} = \frac{z_2}{\cos\delta_2} \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

$$u_v = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\cos\delta_1}{\cos\delta_2} = u^2 \quad (g)$$

显然, 为使圆锥齿轮不致发生根切, 应使当量齿数不小于直齿圆柱齿轮的根切齿数。

另外, 由式(d)极易得出平均模数  $m_m$  和大端模数  $m$  的关系为

$$m_m = m(1 - 0.5\varphi_R) \quad (h)$$

## 二、轮齿的受力分析

直齿圆锥齿轮齿面所受的法向载荷  $F_n$  通常都被视为集中作用在平均分度圆上, 即在齿宽

中点的法向剖面  $N-N$  ( $Pabc$  平面) 内 (图 4-29)。与圆柱齿轮一样, 将法向载荷  $F_n$  分解为切于分度圆锥的周向分力 (圆周力)  $F_t$  及垂直于分度圆锥母线的分力  $F'$ , 再将力  $F'$  分解为径向力  $F_{r1}$  及轴向分力  $F_{a1}$ 。从圆锥齿轮轮齿上所受各力的方向如图 4-28 所示, 各力的大小分别为:

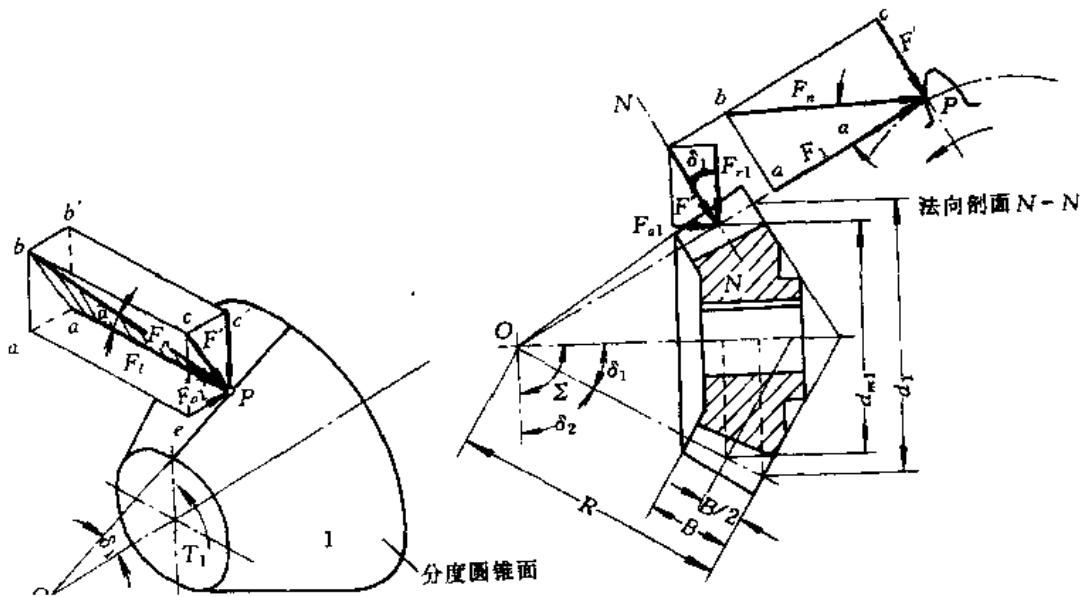


图 4-28 直齿圆锥齿轮的轮齿受力分析

$$\left. \begin{aligned}
 F_t &= \frac{2T_1}{d_{m1}} \\
 F' &= F_t \operatorname{tg} \alpha \\
 F_{r1} &= F' \cos \delta_1 = F_t \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1 = F_{a2} \\
 F_{a1} &= F' \sin \delta_1 = F_t \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_1 = F_{r2} \\
 F_n &= \frac{F_t}{\cos \alpha}
 \end{aligned} \right\} \quad (4-19)$$

圆周力  $F_t$  的方向在主动轮与其回转方向相反, 在从动轮上与其回转方向相同; 径向力的方向分别指向各自的轮心; 轴向力分别指向各自的大端, 且有下列关系:

$$F_{r1} = -F_{a2} \quad F_{a1} = -F_{r2}$$

### 三、齿根弯曲疲劳强度计算

直齿圆锥齿轮的弯曲疲劳强度可近似地按平均分度圆处的当量圆柱齿轮进行计算。因而可直接沿用式 (4-5) 得

$$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa}}{bm_m} \leq [\sigma]_F, \text{ MPa}$$

式中  $Y_{Fa}$ 、 $Y_{Sa}$  分别为齿形系数及应力修正系数, 按当量齿数  $z_v$  查表 4-5。

引入式 (h), 得

$$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa}}{bm(1-0.5\varphi_R)} \leq [\sigma]_F \text{ MPa} \quad (4-20)$$

引入式 (b), 得

$$b = R\varphi_R = d_1 \varphi_R \frac{\sqrt{u^2+1}}{2} = m z_1 \varphi_R \frac{\sqrt{u^2+1}}{2}$$



并将

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2T_1}{m_n z_1} = \frac{2T_1}{m(1-0.5\varphi_R)z_1}$$

代入式(4-20),可得

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 z_1^2 \sqrt{u^2+1}} \left( \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)}, \text{mm} \quad (4-21)$$

式(4-21)为设计公式;式(4-20)为校核公式。

#### 四、齿面接触疲劳强度计算

直齿圆锥齿轮的齿面接触疲劳强度,也是按平均分度圆处的当量圆柱齿轮计算,工作齿宽即为圆锥齿轮的齿宽**b**。

对  $\alpha=20^\circ$  的直齿圆锥齿轮,可得

$$\text{校核公式 } \sigma_H = 5Z_E \sqrt{\frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 d_1^3 u}} \leq [\sigma]_H, \text{MPa} \quad (4-22)$$

$$\text{设计公式 } d_1 \geq 2.92 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 u} \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}, \text{mm} \quad (4-23)$$

以上对渐开线标准直齿、斜齿圆柱齿轮及直齿圆锥齿轮的基本设计理论和计算方法作了扼要介绍。考虑齿轮强度计算公式及参数较多,为了便于查用,现汇总列于表 4-13。

表 4-13 齿轮强度计算公式表

		齿根弯曲疲劳强度			齿面接触疲劳强度			
直齿圆柱齿轮	设计公式	$m \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_R z_1^2} \left( \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)}$ mm (4-6)			$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_R} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left( \frac{Z_H Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}$ mm (4-8a)			
	校核公式	$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa}}{bm} \leq [\sigma]_F$ MPa (4-5)			$d_1 \geq 2.32 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\varphi_R} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}$ mm (4-8a)			
斜齿圆柱齿轮	设计公式	$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1 Y_{\beta} \cos^2 \beta}{\varphi_R z_1^2 \epsilon_a} \left( \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)}$ mm (4-16)			$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\varphi_R \epsilon_a} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left( \frac{Z_H Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}$ mm (4-18)			
	校核公式	$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\beta}}{b m_n \epsilon_a} \leq [\sigma]_F$ MPa (4-15)			$\sigma_H = \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1 \epsilon_a} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \cdot Z_H Z_E} \leq [\sigma]_H$ MPa (4-17)			
直齿圆锥齿轮	设计公式	$m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 z_1^2 \sqrt{u^2+1}} \left( \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)}$ mm (4-21)			$d_1 \geq 2.92 \sqrt[3]{\left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2 \frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 u}}$ mm (4-23)			
	校核公式	$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa}}{bm(1-0.5\varphi_R)} \leq [\sigma]_F$ MPa (4-20)			$\sigma_H = 5Z_E \sqrt{\frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 d_1^3 u}} \leq [\sigma]_H$ MPa (4-22)			
许用应力		$[\sigma]_F = K_{FN} K_{Fa} \sigma_{Flim} / S_F$ MPa (4-10)			$[\sigma]_H = K_{HN} \sigma_{Hlim} / S_H$ MPa (4-10)			
$Y_{Fa}$	$Y_{Sa}$	$Y_{\beta}$	$K_{FN}$	$\sigma_{Flim}$	$Z_H$	$Z_E$	$K_{HN}$	$\sigma_{Hlim}$
表 4-5	表 4-5	图 4-24	图 4-10	图 4-12	图 4-25	表 4-6	图 4-11	图 4-13
载荷系数		$K = K_A K_v K_{\beta} K_{H\alpha}$						
$K_A$	$K_v$	$K_{\beta}$	$K_{H\alpha}$		$K_{Fa}$	$\epsilon_a$	$\varphi_d$	
表 4-1	图 4-1	图 4-4 4-5	图 4-2		式(4-3)	按《机械原理》公式计算,或查图 4-22		表 4-7

① 该式仅适用于  $\alpha_n=20^\circ$  时。

**例题 10** 设计电动机驱动的一闭式直齿圆锥齿轮传动。已知传动功率  $P=9\text{kW}$ ，小齿轮转速  $n_1=970\text{r/min}$ ，减速比  $i=3$ 。工作平稳，长期使用，小齿轮悬臂布置。

解：没有特殊要求，且功率小。大、小齿轮均选用 45 号钢，小齿轮调质， $\text{HBS}_1=240\sim 260$ ，大齿轮正火， $\text{HBS}_2=190\sim 210$ 。8 级精度，取  $z_1=27$ ， $z_2=iz_1=3\times 27=81$ 。

### 一、按齿面接触设计

由式(4-23)得

$$d_1 \geq 2.92 \sqrt[3]{\left(\frac{Z_E}{[\sigma]_H}\right)^2 \cdot \frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 u}}$$

1. 确定式中的各计算数值

1) 试选载荷系数  $K=1.5$

2) 计算小齿轮传递的扭矩

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P_1}{n_1} = 9.55 \times 10^6 \frac{9}{970} = 88608.24 \text{N} \cdot \text{mm}$$

3) 取齿宽系数  $\varphi_R = \frac{b}{R} = 0.3$

4)  $Z_E$ : 由表 4-6 查  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

5)  $\sigma_{Hlim}$ : 由图 4-13c 查得小齿轮  $\sigma_{Hlim_1} = 700\text{MPa}$ ，大齿轮  $\sigma_{Hlim} = 550\text{MPa}$

6) 寿命系数: 长期使用，因而  $K_{FN} = K_{HN} = 1$

7) 接触强度许用应力 取失效概率 1%，安全系数  $S=1$ ，由式(4-10)得

$$[\sigma]_{H_1} = \frac{K_{HN_1} \sigma_{Hlim_1}}{S} = \frac{1 \times 700}{1} = 700\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = \frac{K_{HN_2} \sigma_{Hlim_2}}{S} = \frac{1 \times 550}{1} = 550\text{MPa}$$

(2) 计算

1) 计算小锥齿轮分度圆直径

$$\begin{aligned} d_1 &\geq 2.92 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 u} \cdot \left(\frac{Z_E}{[\sigma]_H}\right)^2} \\ &= 2.92 \sqrt[3]{\frac{1.5 \times 88608.24}{0.3(1-0.5 \times 0.3)^2 \times 3} \cdot \frac{1.5 \times 88608.24}{0.3(1-0.5 \times 0.3)} \cdot 3 \left(\frac{189.8}{550}\right)^2} = 84.5\text{mm} \end{aligned}$$

2) 计算圆周速度

$$\text{平均直径 } d_{m1} = (1-0.5\varphi_R)d_1 = (1-0.5 \times 0.3) \times 84.6 = 72\text{mm}$$

$$\text{则 } v = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 72 \times 970}{60 \times 1000} = 3.567\text{m/s}$$

① 工况系数 由表 4-1 查得  $K_A=1$ ;

② 动载荷系数 当  $\frac{v z_1}{100} = \frac{27 \times 3.657}{100} = 1$ ，由图 4-1，9 精度线(直齿圆锥齿轮传动，应按图中低一级精度)查得  $K_v=1.15$ ;

③ 载荷分配系数  $K_a$  按直齿圆柱齿轮传动处理取  $K_{a1} = 1$ ;

④ 载荷分布不均系数  $K_{H\beta} = K_{\beta s} + K_{\beta M} - K_{\beta P}$ 。

$$K_{\beta s}: \text{当 } \varphi_{dm} = \frac{\varphi_R \sqrt{u^2+1}}{2-\varphi_R} = \frac{0.3 \sqrt{u^2+1}}{2-0.3} = 0.588, \text{由图 4-4a 查得 } K_{\beta s} = 1.449.$$

$K_{\beta M}$ :

①模数  $m_t = \frac{d_{1t}}{z_1} = \frac{84.6}{27} = 3.133\text{mm}$

②分度圆直径

$$d_{1t} = mz_1 = 3.13 \times 27 = 84.5\text{mm}$$

$$d_{2t} = mz_2 = 3.13 \times 81 = 253.53\text{mm}$$

③节锥顶距  $R_t = \frac{1}{2} \sqrt{d_{1t}^2 + d_{2t}^2} = \frac{1}{2} \sqrt{84.5^2 + 253.53^2} = 133.65\text{mm}$

④齿宽  $b_t$   $b_t = \varphi_R R_t = 0.3 \times 133.65 = 40.1\text{mm}$

当  $b_t = 40.1\text{mm}$  时, 由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.18$ 。于是得  $K_{H\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.449 + 0.18 =$

1.629。所以

$$K = K_A K_V K_a K_{H\beta} = 1 \times 1.15 \times 1.629 = 1.87335$$

3)按实际的载荷系数校正所得

$$d_1 = d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}} = 84.5 \sqrt[3]{\frac{1.87335}{1.5}} = 91.1\text{mm}$$

(3)几何计算

1)计算模数  $m$

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{91.1}{27} = 3.374\text{mm}$$

由表 4-8, 取标准值  $m = 4\text{mm}$

2)分度圆直径  $d$

$$d_1 = mz_1 = 4 \times 27 = 108\text{mm}$$

$$d_2 = mz_2 = 4 \times 81 = 324\text{mm}$$

3)节锥角  $\delta$

$$\delta_1 = \text{tg}^{-1} \frac{1}{u} = \text{tg}^{-1} \frac{1}{3} = 18^\circ 26' 06''$$

$$\delta_2 = \text{tg}^{-1} u = \text{tg}^{-1} 3 = 71^\circ 33' 54''$$

4)节锥顶距  $R = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(108)^2 + (324)^2} = 170.76\text{mm}$

5)齿宽  $b$   $b = 0.3 \times 170.76 = 51.23\text{mm}$

根据齿宽  $b_t$  与  $b$  查得的值相差甚微, 故不再重新查图复算。

6)平均分度圆直径  $d_m$

$$d_{m1} = d_1 (1 - 0.5\varphi_R) = 108 (1 - 0.5 \times 0.3) = 91.8\text{mm}$$

$$d_{m2} = d_2 (1 - 0.5\varphi_R) = 324 (1 - 0.5 \times 0.3) = 275.4\text{mm}$$

7)圆锥齿轮平均分度圆上轮齿的模数(简称平均模数)

$$m_m = m (1 - 0.5\varphi_R) = 4 (1 - 0.5 \times 0.3) = 3.4\text{mm}$$

8)当量齿数  $z_v$

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{27}{\cos 18^\circ 26' 06''} = 28.5$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = \frac{81}{\cos 71^\circ 33' 54''} = 256$$

## 二、齿根弯曲疲劳强度校核

由式(4-20)得

$$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa}}{bm(1-0.5\varphi_R)} \leq [\sigma]_F$$

(1) 计算圆周力  $F_t$

$$F_t = \frac{2T}{d_1} = \frac{2 \times 88608.24}{108} = 1641\text{N}$$

(2) 计算载荷系数  $K$

$$K = K_A K_V K_\alpha K_{F\beta} = 1 \times 1.15 \times 1^{①} \times 1.629 = 1.87335$$

(3) 齿形系数及应力校正系数

$$z_{v_1} = 28.5, \text{由表 4-5 查得 } Y_{Fa_1} = 2.54 \quad Y_{Sa_1} = 1.605$$

$$z_{v_2} = 256, \text{由表 4-5 查得 } Y_{Fa_2} = 2.06 \quad Y_{Sa_2} = 1.97$$

(4) 计算弯曲疲劳许用应力

取弯曲疲劳安全系数  $S_F = 1.4$ , 由式(4-10)得

弯曲疲劳强度极限  $\sigma_{Flim}$ : 由图 4-12 查得

$$\sigma_{Flim_1} = 560\text{MPa} \quad \sigma_{Flim_2} = 400\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{F_1} = \frac{K_{FN_1} \sigma_{Flim_1}}{S} = \frac{1 \times 560}{1.4} = 400\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN_2} \sigma_{Flim_2}}{S} = \frac{1 \times 400}{1.4} = 285.7\text{MPa}$$

$$\sigma_{F_1} = \frac{KF_t Y_{Fa_1} Y_{Sa_1}}{bm(1-0.5\varphi_R)} = \frac{1.87335 \times 1641 \times 2.54 \times 1.605}{51.23 \times 4 \times (1-0.5 \times 3)} = 71.943\text{MPa}$$

$$\sigma_{F_2} = \frac{KF_t Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}}{bm(1-0.5\varphi_R)} = \frac{1.87335 \times 1641 \times 2.06 \times 1.97}{51.23 \times 4 \times (1-0.5 \times 3)} = 71.6\text{MPa}$$

弯曲强度满足。

### 5. 齿轮结构设计(略)

**例题 11** 设计某机床主传动用的 6 级精度的直齿圆锥齿轮传动。已知小锥齿轮传递的额定转矩  $T_1 = 114\text{N} \cdot \text{m}$ , 转速  $n_1 = 1000\text{r}/\text{min}$ ; 大锥齿轮转速  $n_2 = 322\text{r}/\text{min}$ 。两齿轮轴线交角为  $90^\circ$ , 小齿轮悬臂支承, 大齿轮对称支承, 长期使用; 大、小齿轮均采用 20Cr 经渗碳、淬火, HRC58~62。

**解:** 采用接触强度和弯曲强度分开设计, 取其较大者。

#### 一、按齿面接触强度设计

$$\text{按式(4-28): } d_1 \geq 2.92 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 u} \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}, \text{mm}$$

##### 1. 确定计算参数

(1) 初选载荷参数  $K_t = 1.5$

(2) 转矩  $T_1 = 114\text{N} \cdot \text{m}$

① 对弯曲疲劳强度:  $K_{t\sigma} = 1 + \frac{(n-5)(\epsilon_{va}-1)}{4}$ , 其中  $\epsilon_{va} = \frac{1}{2\pi} [z_{v_1}(\text{tg}\alpha_{v_1} - \text{tg}\alpha) + z_{v_2}(\text{tg}\alpha_{v_2} - \text{tg}\alpha)]$ 。

(3) 确定  $\varphi_R$   $\varphi_R = \frac{1}{4} \sim \frac{1}{3}$ , 常用  $\varphi_R = 0.3$

(4) 齿数比  $u = i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1000}{322} = 3.1$

(5)  $Z_E$ : 由表 4-8 查得  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

(6) 接触强度许用应力

1) 由图 4-13d 查得  $\sigma_{H\lim_1} = \sigma_{H\lim_2} = 1470 \text{MPa}$

2) 寿命系数 因长期使用  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$

3) 安全系数 取  $S_H = 1$

4) 接触强度许用应力

$$[\sigma]_{H_1} = [\sigma]_{H_2} = \frac{K_{HN} \sigma_{H\lim}}{S} = \frac{1 \times 1470}{1} = 1470 \text{MPa}$$

2. 计算

(1) 试算小锥齿轮分度圆直径  $d_{1t}$

$$d_{1t} = 2.92 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 u} \left(\frac{Z_E}{[\sigma]_H}\right)^2} = 2.92 \sqrt[3]{\frac{1.5 \times 114000}{0.3(1-0.5 \times 0.3)^2 3.1} \left(\frac{189.8}{1470}\right)^2} \\ = 47.268 \text{mm}$$

(2) 计算圆周速度

分度圆平均直径  $d_{m1} = d_{1t}(1-0.5\varphi_R) = 47.268(1-0.5 \times 0.3) = 42.5 \text{mm}$

$$v = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 42.5 \times 1000}{60 \times 1000} = 2.2253 \text{m/s}$$

(3) 计算载荷系数  $K = K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta}$

1) 工况系数  $K_A$  因为是机床主传动, 由表 4-1 查得  $K_A = 1.25$

2) 动载荷系数  $K_v$

选定齿数  $z_1 = 25$   $z_2 = iz_1 = 3.1 \times 25 = 78$

按  $\frac{vz_1}{100} = \frac{2.2253 \times 25}{100} = 0.556$ , 由图 4-1 查得  $K_v = 1.04$

3) 载荷分配系数  $K_{H\alpha}$  取  $K_{H\alpha} = 1$

4) 载荷分布系数  $K_{H\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M}$

$K_{\beta S}$ :

$$\varphi_d = \frac{b}{d_{m1}} = \frac{\varphi_R \sqrt{u^2 + 1}}{2 - \varphi_R} = \frac{0.3 \sqrt{3.1^2 + 1}}{2 - 0.3} = 0.5748$$

当  $\varphi_d = 0.5748$  时, 由图 4-4b 查得  $K_{\beta S} = 1.5$

$K_{\beta M}$ :

① 求模数  $m_t = \frac{d_{1t}}{z_1} = \frac{47.268}{25} = 1.89 \text{mm}$

②  $d_{1t} = m_t z_1 = 1.89 \times 25 = 47.268 \text{mm}$

③  $d_{2t} = m_t z_2 = 1.89 \times 78 = 147.42 \text{mm}$

④ 节锥顶距  $R_t = \frac{1}{2} \sqrt{d_{1t}^2 + d_{2t}^2} = \frac{1}{2} \sqrt{47.268^2 + 147.42^2} = 77.4 \text{mm}$

⑤ 齿宽  $b_t$   $b_t = \varphi_R R = 0.3 \times 77.4 = 23.22 \text{mm}$

当  $b_t = 23.22\text{mm}$  时, 由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.07$

所以  $K_{H\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.5 + 0.07 = 1.57$

于是  $K = K_A K_V K_{H\alpha} K_{H\beta} = 1.25 \times 1.04 \times 1 \times 1.57 = 2.08$

(4) 按实际载荷系数校正小锥齿轮分度圆直径  $d_1$

$$d_1 = d_t \sqrt[3]{\frac{K_t}{K}} = 47.268 \sqrt[3]{\frac{2.08}{1.5}} = 52.7\text{mm}$$

(5) 计算模数  $m$

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{52.7}{25} = 2.1\text{mm}$$

二、按齿根弯曲强度设计

1. 计算节锥角

$$\delta_1 = \text{tg}^{-1} \frac{1}{u} = \text{tg}^{-1} \frac{1}{3.1} = 17^\circ 53'$$

$$\delta_2 = \text{tg}^{-1} u = \text{tg}^{-1} 3.1 = 72^\circ 07'$$

2. 当量齿数

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{25}{\cos 17^\circ 53''} = \frac{25}{0.95168} = 26.27$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = \frac{156}{\cos 72^\circ 07'} = \frac{156}{0.30708} = 508$$

3. 计算端面重合度  $\epsilon_{va}$

$$\alpha_{va_1} = \cos^{-1} \frac{z_{v1} \cos \alpha}{z_{v1} + 2h_a^*} = \cos^{-1} \frac{26.27 \cos 20^\circ}{26.27 + 2 \times 1} = \cos^{-1} 0.87321 = 29^\circ 10'$$

$$\alpha_{va_2} = \cos^{-1} \frac{z_{v2} \cos \alpha}{z_{v2} + 2h_a^*} = \cos^{-1} \frac{508 \times \cos 20^\circ}{508 + 2 \times 1} = \cos^{-1} \frac{26.27 \times 0.93969}{508 + 2} = 26^\circ 36''$$

$$\epsilon_{va} = \frac{1}{2\pi} [z_{v1} (\text{tg} \alpha_{va_1} - \text{tg} \alpha) + z_{v2} (\text{tg} \alpha_{va_2} - \text{tg} \alpha)]$$

$$= \frac{1}{2\pi} [26.27 (\text{tg} 29^\circ 10' - \text{tg} 20^\circ) + 508 (\text{tg} 26^\circ 36'' + \text{tg} 20^\circ)]$$

$$= \frac{1}{2\pi} [26.27 (0.55812 - 0.36397) + 508 (0.37587 - 0.36397)] = 1.7738$$

4. 载荷分布系数  $K_{Fa}$

$$K_{Fa} = 1 + \frac{(n-5)(\epsilon_{va}-1)}{4} = 1 + \frac{(6-5)(1.7738-1)}{4} = 1.1945$$

5. 载荷系数  $K = K_A K_V K_{Fa} K_{F\beta}$

$$K = K_A K_V K_{Fa} K_{F\beta} = 1.25 \times 1.04 \times 1.1945 \times 1.57 = 2.438$$

6. 齿形系数及应力校正系数

由表 4-5 查得:

$$z_{v1} = 26.27 \quad Y_{Fa_1} = 2.60 \quad Y_{Sa_1} = 1.595$$

$$z_{v2} = 508 \quad Y_{Fa_2} = 2.06 \quad Y_{Sa_2} = 1.97$$

7. 齿根弯曲强度极限

由图 4-12d 查得  $\sigma_{Flim_1} = \sigma_{Flim_2} = 870\text{MPa}$

8. 计算弯曲强度许用应力 取弯曲疲劳安全系数  $S_F = 1.4$ 。

$$[\sigma]_{F_1} = [\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN}\sigma_{Flim}}{S} = \frac{870}{1.4} = 621.43\text{MPa}.$$

9. 计算大、小锥齿轮的  $\frac{Y_{Fa_1}Y_{Sa_1}}{[\sigma]_F}$  并加以比较

$$\frac{Y_{Fa_1}Y_{Sa_1}}{[\sigma]_{F_1}} = \frac{2.6 \times 1.595}{621.43} = 0.006673$$

$$\frac{Y_{Fa_2}Y_{Sa_2}}{[\sigma]_{F_2}} = \frac{2.06 \times 1.97}{621.43} = 0.00653$$

小锥轮的数值大。

10. 设计计算

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{4KT}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 z_1^2 \sqrt{u^2+1}} \left( \frac{Y_{Fa}Y_{FS}}{[\sigma]_F} \right)}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{4 \times 2.43 \times 114000}{0.3(1-0.5 \times 0.3)^2 \times 25^2 \sqrt{3.1^2+1}} (0.006673)} = 2.59\text{mm}.$$

对比计算结果,由齿根弯曲疲劳强度计算的模数  $m$  大于齿面接触疲劳强度计算的模数,因此取  $m=2.59\text{mm}$ 。

三、几何计算

1. 将模数圆整取标准值  $m=2.5\text{mm}$ 。

2. 计算分度圆直径

$$d_1 = mz_1 = 2.5 \times 25 = 62.5\text{mm}$$

$$d_2 = mz_2 = 2.5 \times 78 = 195\text{mm}$$

3. 节锥距  $R$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \frac{1}{2} \sqrt{62.5^2 + 195^2} = 204.8\text{mm}$$

4. 齿宽  $b$

$$b = \varphi_R R = 0.3 \times 204.8 = 61.4\text{mm}$$

5. 分度圆平均直径

$$d_{m1} = d_1(1-0.5\varphi_R) = 62.5(1-0.5 \times 0.3) = 53.1\text{mm}$$

$$d_{m2} = d_2(1-0.5\varphi_R) = 195(1-0.5 \times 0.3) = 165.75\text{mm}$$

6. 平均模数  $m_m$

$$m_m = m(1-0.5\varphi_R) = 2.5(1-0.5 \times 0.3) = 2.125\text{mm}$$

**例题 12** 校验一对直齿圆锥齿轮传动( $\Sigma=90^\circ$ )所能传递的最大功率  $P_1$ 。已知:  $z_1=18, z_2=36, m=2\text{mm}, b=13\text{mm}, n_1=930\text{r/min}$ , 由电动机驱动, 单向传动, 工作平稳, 工作寿命为 24000h, 齿轮精度为 8—D<sub>c</sub>, 小齿轮悬臂布置。

解:

1. 传动参数及几何计算

$$(1) \text{齿数比 } u = i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{36}{18} = 2$$

(2) 锥顶角  $\delta_1$  及  $\delta_2$

$$\delta_1 = \text{tg}^{-1} \frac{1}{u} = \text{tg}^{-1} \frac{1}{2} = 26^\circ 33' 54''$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 26^\circ 33' 54'' = 63^\circ 26' 6''$$

(3) 锥齿轮大端直  $d_1$  及  $d_2$

$$d_1 = mz_1 = 2 \times 18 = 36\text{mm}$$

$$d_2 = mz_2 = 2 \times 36 = 72\text{mm}$$

(4) 分度圆锥顶距  $R$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \frac{1}{2} \sqrt{36^2 + 72^2} = 40.25\text{mm}$$

(5) 齿宽系数  $\varphi_R$

$$\varphi_R = \frac{b}{R} = \frac{13}{40.25} = 0.323$$

(6) 平均直径  $d_{m1}$  及  $d_{m2}$

$$d_{m1} = (1 - 0.5\varphi_R)d_1 = (1 - 0.5 \times 0.323) \times 36 = 30.186\text{mm}$$

$$d_{m2} = (1 - 0.5\varphi_R)d_2 = (1 - 0.5 \times 0.323) \times 72 = 60.372\text{mm}$$

(7) 全齿高  $h$

$$h = m + 1.2m = 2 + 1.2 \times 2 = 4.4\text{mm}$$

(8) 当量齿数  $Z_{v1}$  及  $Z_{v2}$

$$Z_{v1} = \frac{z_1}{\cos\delta_1} = \frac{18}{\cos 26^\circ 33' 54''} = 20.13$$

$$Z_{v2} = \frac{z_2}{\cos\delta_2} = \frac{36}{\cos 63^\circ 26' 6''} = 80.5$$

2. 接触疲劳强度能传递的最大功率  $P_{H1}$

$$\text{由式(4-23)得: } T_1 = \frac{d_1^3 \varphi_R (1 - 0.5\varphi_R)^2 u}{2.92^3 K} \left( \frac{[\sigma]_H}{Z_E} \right)^2 \text{ 及 } P_1 = \frac{T_1 n_1}{9.55 \times 10^6}$$

(1) 确定载荷系数

1) 工况系数 因载荷平稳取  $K_A = 1$ ;

2) 动载荷系数

$$\text{圆周速度 } v_m = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 30.186 \times 930}{60 \times 1000} = 1.47\text{m/s, 按 } \frac{v z_1}{100} = \frac{1.47 \times 18}{100} = 0.3675, \text{ 由图}$$

4-1 查得  $K_v = 1.05$ ;

3) 载荷分配系数  $K_{Ha}$  取  $K_{Ha} = 1$ ;

4) 载荷分布系数  $K_\beta = K_{\beta S} + K_{\beta M}$ 。

因  $\varphi_{dm} = \frac{b}{d_{m1}} = \frac{13}{30.186} = 0.43$ , 且小齿轮悬臂布置, 由图 4-4a 查得  $K_{\beta S} = 1.22$ ; 当  $b = 13\text{mm}$  时, 由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.16$ , 则  $K_{H\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.22 + 0.16 = 1.38 = K_{F\beta}$

$$K = K_A K_v K_o K_{H\beta} = 1 \times 1.05 \times 1 \times 1.38 = 1.449$$

(2) 弹性影响系数  $Z_E$

由表 4-6 查得  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

(3) 计算许用接触应力

1) 计算接触疲劳极限

材料为 45 号钢, 小齿轮调质 HBS<sub>1</sub>260, 大齿轮正火 HBS<sub>2</sub>210, 查图 4-13c 得

$$\sigma_{Hlim1} = 710\text{MPa}, \sigma_{Hlim2} = 640\text{MPa}$$



2) 确定安全系数  $S \quad S_H=1$

3) 计算应力循环次数

$$N_1 = 60n_1jt_h = 60 \times 930 \times 1 \times 24000 = 133.9 \times 10^7$$

$$N_2 = \frac{N_1}{u} = \frac{133.9 \times 10^7}{2} = 66.9 \times 10^7$$

4) 寿命系数  $K_N$

由图 4-11 查得  $K_{HN_1}=1, K_{HN_2}=1.01$

5) 许用接触应力  $[\sigma]_H$

$$[\sigma]_{H_1} = \frac{K_{HN_1} \times \sigma_{Hlim_1}}{S} = \frac{1 \times 710}{1} = 710 \text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = \frac{K_{HN_2} \times \sigma_{Hlim_2}}{S} = \frac{1.01 \times 640}{1} = 646.4 \text{MPa}$$

(4) 计算能传递的最大扭矩  $T_{H1}$  及功率  $P_{H1}$

$$T_{H_1} = \frac{d_1^3 \varphi_R (1 - 0.5 \varphi_R)^2 u \left( \frac{[\sigma]_{H_2}}{Z_E} \right)^2}{2.92^3 K} = \frac{36^3 \times 0.323 (1 - 0.5 \times 0.32)^2 \times 2 \left( \frac{646.6}{189.8} \right)^2}{2.92^3 \times 1.449}$$

$$= 2000 \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$P_{H_1} = \frac{T_{H_1} n_1}{9.55 \times 10^6} = \frac{2000 \times 930}{9.55 \times 10^6} = 0.2 \text{kW}$$

3. 按弯曲疲劳强度能传递的最大功率  $P_{F_1}$

由式(4-25)得:

$$T_{F_1} = \frac{m^3 \varphi_R (1 - 0.5 \varphi_R)^2 z_1^2 \sqrt{u^2 + 1} \left( \frac{[\sigma]_F}{Y_{Fa} Y_{Sa}} \right)}{4K} \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$P_{F_1} = \frac{T_{F_1} n_1}{9.55 \times 10^6} \text{kW}$$

(1) 确定载荷系数  $K = K_A K_v K_{Fa} K_{F\beta}$

$K_A, K_v, K_{F\beta}$  均与前相同。其中  $K_{Fa}$  求法为: 由式(4-3):  $K_{Fa} = 1 + \frac{(n-5)(\epsilon_a-1)}{4}$

1) 端面重合度  $\epsilon_a$

$$\alpha_{va_1} = \cos^{-1} \frac{z_{v1} \cos \alpha}{z_{v1} + 2h_a^*} = \cos^{-1} \frac{20.13 \times \cos 20^\circ}{20.13 + 2} = \cos^{-1} 0.85222 = 31^\circ 33'$$

$$\alpha_{va_2} = \cos^{-1} \frac{z_{v2} \cos \alpha}{z_{v2} + 2h_a^*} = \cos^{-1} \frac{80.5 \times \cos 20^\circ}{80.5 + 2} = \cos^{-1} 0.91419 = 23^\circ 55'$$

$$\epsilon_{va} = \frac{1}{2\pi} [z_{v1} (\text{tg} \alpha_{v1} - \text{tg} \alpha) + z_{v2} (\text{tg} \alpha_{v2} - \text{tg} \alpha)]$$

$$= \frac{1}{2\pi} [20.13 (\text{tg} 31^\circ 33' - \text{tg} 20^\circ) + 80.5 (\text{tg} 23^\circ 55' - \text{tg} 20^\circ)]$$

$$= \frac{1}{2\pi} [20.13 (0.61400 - 0.36397) + 80.5 (0.44349 - 0.36397)] = 1.82$$

$$2) K_{Fa} = 1 + \frac{(n-5)(\epsilon_{va}-1)}{4} = 1 + \frac{(8-5)(1.82-1)}{4} = 1.615$$

$$3) K = K_A K_v K_{Fa} K_{F\beta} = 1 \times 1.05 \times 1.615 \times 1.38 = 2.34$$

(2) 弯曲强度许用应力

1) 弯曲疲劳强度极限

由图 4-12c 查得  $\sigma_{Flim_1} = 580\text{MPa}$ ; 由图 4-12b 查得  $\sigma_{Flim_2} = 400\text{MPa}$

2) 寿命系数  $K_{FN}$   $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$  (查图 4-10)

3) 安全系数 取  $S = 1.3$

4) 弯曲强度许用应力

$$[\sigma]_{F_1} = \frac{K_{NF_1} \sigma_{Flim_1}}{S} = \frac{1 \times 580}{1.3} = 446.154\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{K_{NF_2} \sigma_{Flim_2}}{S} = \frac{1 \times 400}{1.3} = 307.7\text{MPa}$$

(3) 齿形系数及应力校正系数 由表 4-5

$$z_{v1} = 20.13 \quad Y_{Fa_1} = 2.80 \quad Y_{Sa_1} = 1.55$$

$$z_{v2} = 80.5 \quad Y_{Fa_2} = 2.22 \quad Y_{Sa_2} = 1.77$$

比较  $\frac{[\sigma]_{F_1}}{Y_{Fa_1} Y_{Sa_1}}$  与  $\frac{[\sigma]_{F_2}}{Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}}$  的大小

$$\frac{[\sigma]_{F_1}}{Y_{Fa_1} Y_{Sa_1}} = \frac{446.154}{2.80 \times 1.55} = 102.8, \quad \frac{[\sigma]_{F_2}}{Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}} = \frac{307.7}{2.22 \times 1.77} = 138.3$$

(4) 计算

$$\begin{aligned} T_{F_1} &= \frac{m^3 \varphi_R (1 - 0.5 \varphi_R)^2 z_1^2 \sqrt{u^2 + 1}}{4K} \left( \frac{[\sigma]_{F_2}}{Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}} \right) \\ &= \frac{2^3 \times 0.323 (1 - 0.5 \times 0.323)^2 \times 18^2 \sqrt{2^2 + 1}}{4 \times 2.34} \times \frac{307.7}{2.22 \times 1.77} \\ &= 11010.634\text{N} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$P_{F_1} = \frac{T_{F_1} n_1}{9.55 \times 10^6} = \frac{11010.634 \times 930}{9.55 \times 10^6} = 1.0722\text{kW}$$

该直齿圆锥齿轮传动能传递的最大功率为 0.2kW。

## § 4—4 变位齿轮传动的设计计算

### 一、齿轮的变位修正原理

#### (一) 齿轮修正问题的提出

标准齿轮有许多优点,因而得到了广泛的应用。但是随着生产的发展,各种机器对齿轮传动性能的要求也日益提高,因而标准齿轮也暴露了许多不足之处。例如:

1. 齿数  $z < z_{min}$  的齿轮,当用范成法加工时,将发生根切现象。

2. 不适用于中心距  $a' \neq a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$  的场合,因  $a > a'$  时,就无法安装,而当  $a < a'$  时,虽然可以安装,但将产生较大的齿侧间隙(图 4-29),而且重叠系数也随之降低,影响传动的平稳性。

3. 在一对相互啮合的标准齿轮中,由于小齿轮齿廓渐开线的曲率半径较小,齿根厚度也较小,而啮合次数又较多,因而强度较低,同时小齿轮的最大的滑动系数又较大齿轮的大,所以在其他条件相同的情况下,小齿轮容易损坏。

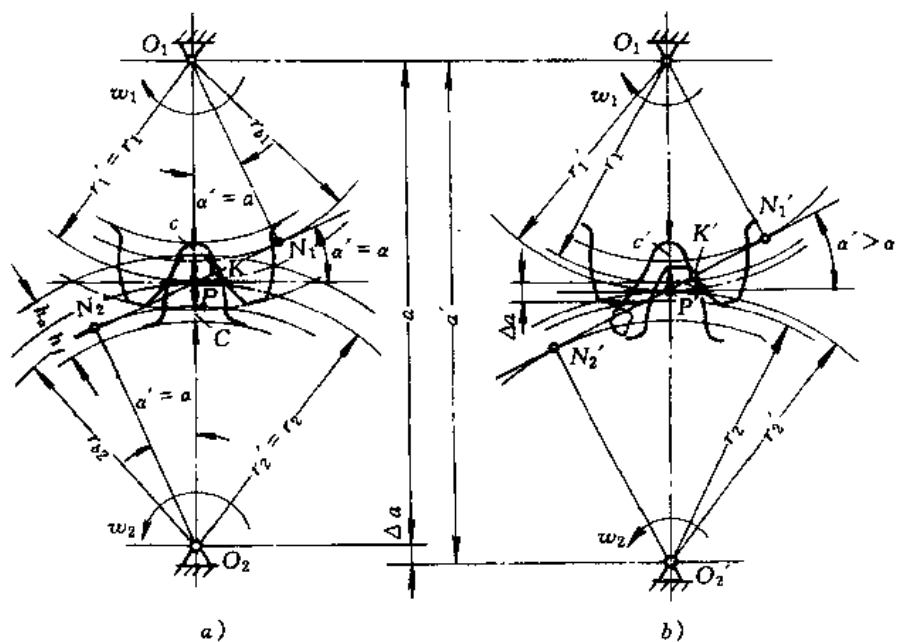


图 4-29 外啮合传动

由于标准齿轮存在上述一些不足之处,因而就需要研究改善齿轮传动性能的方法,以便设计出承载能力大、体积小、重量轻的齿轮机构。为此,必要时应突破标准齿轮的限制,对齿轮进行必要的修正。

### (二) 齿轮的变位修正法

现在广泛采用的是所谓变位修正法。为了介绍方便,一般先从制造齿数  $z < z_{\min}$ ,而又要求不发生根切现象的齿轮问题引出。

#### 1. 标准齿轮不发生根切的最少齿数

用齿条插刀或滚刀加工标准齿轮而不发生根切的最少齿数可以这样求出:如图 4-30 所示,若被切齿轮不产生根切现象,则刀具的齿顶线不得超过  $N_1$  点,即

$$h_a^* m \leq \overline{N_1 M}$$

$$\text{而 } \overline{N_1 M} = \overline{PN_1} \sin \alpha = r \sin^2 \alpha = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha$$

代入前式并整理后则得

$$z \geq \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}$$

因此

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} \tag{4-24}$$

当  $\alpha = 20^\circ$  及  $h_a^* = 1$  时,  $z_{\min} = 17$ ;

$\alpha = 20^\circ$  及  $h_a^* = 0.8$  时,  $z_{\min} = 14$ ;

$\alpha = 15^\circ$  及  $h_a^* = 1$  时,  $z_{\min} = 30$ ;

$\alpha = 15^\circ$  及  $h_a^* = 0.8$  时,  $z_{\min} = 24$ 。

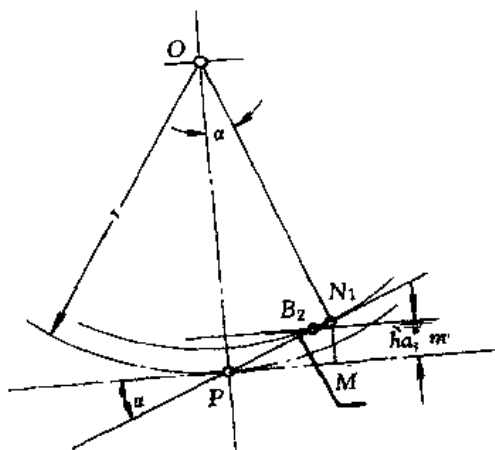


图 4-30 最少齿数的确定

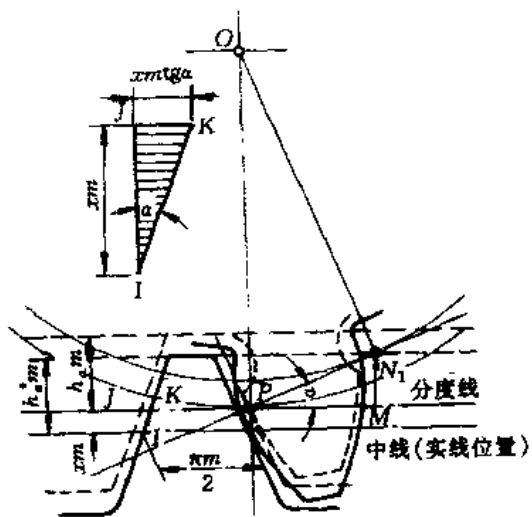


图 4-31 齿轮的变位修正

## 2. 变位修正

如前所述, 轮齿根切的基本原因是刀具的顶线超过了被切齿轮的啮合极限点  $N_1$ , 要避免根切, 就得使刀具的顶线不超过  $N_1$  点, 如图 4-31 所示。要使刀具顶线不超过  $N_1$  点, 只要改变一下刀具与轮坯的相对位置就行了。也就是将刀具移出一段距离, 而至图中实线所示的位置, 从而使刀具的顶线不再超过  $N_1$  点, 显然这就不会再发生根切了。这种改变刀具与轮坯的相对位置来切制齿轮的方法, 即所谓变位修正法。而采用这种方法切制的齿轮就称为变位齿轮。

采用变位修正法制造齿轮, 不仅在被切齿轮的齿数  $z < z_{\min}$  时可以避免根切, 而且与标准齿轮相比, 这样切制出的齿轮, 其齿厚及齿顶与齿根的高度都发生了变化, 因而可以运用这种方法来改善齿轮的传动质量和满足传动方面的其他要求, 而且在切制这种齿轮时, 仍可使用标准刀具, 所以这种方法得到广泛采用。

## 二、用标准齿条刀具切制变位齿轮的计算基础

### (一) 被切齿轮无根切时刀具的最小变位系数

如图 4-32 所示, 切制变位齿轮时, 刀具由标准位置(刀具分度线与被切齿轮分度圆相切处)沿径向移开的距离用  $xm$  表示, 其中  $m$  为模数, 而  $x$  称为径向变位系数。

由图显见, 当被切齿轮的齿数  $z < z_{\min}$  时, 为了防止根切, 刀具的顶线应移至  $N_1$  或  $N_1$  点以下, 即如图 4-33 所示, 应使  $N_1M \geq h_a^* m - xm$ , 或

$$xm \geq h_a^* m - N_1M$$

又因  $N_1M = PN_1 \sin \alpha$ , 而  $PN_1 = r \sin \alpha = \frac{mz}{2} \sin \alpha$ , 故得

$$N_1M = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha$$

将式(b)代入式(a)可得

$$x \geq h_a^* - \frac{z \sin^2 \alpha}{2}$$

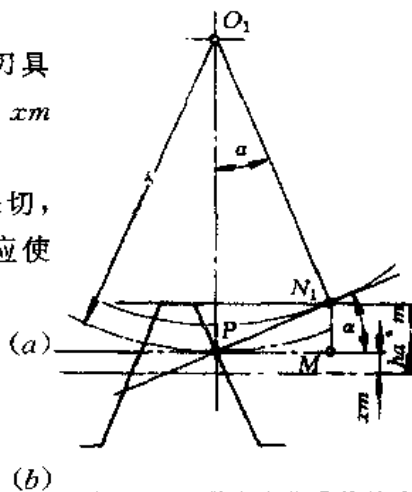


图 4-32 最小变位系数的确定

又由式(4-24)可知,  $\frac{\sin^2\alpha}{2} = \frac{h_a^*}{z_{\min}}$ , 故最后得

$$x \geq \frac{h_a^*(z_{\min} - z)}{z_{\min}} \quad (4-25)$$

而最小变位系数应为

$$x_{\min} = \frac{h_a^*(z_{\min} - z)}{z_{\min}} \quad (4-26)$$

根据式(4-25)及(4-26)可见, 当被切齿数  $z < z_{\min}$  时, 变位系数  $x$  为正值, 这表明为避免被切齿轮发生根切, 刀具应由其标准位置离开轮坯中心向外移出一段距离  $xm$ , 这叫做正变位。而当被切齿轮的齿数  $z > z_{\min}$  时, 最小变位系数  $x_{\min}$  为负值, 这表明在此情况下, 如有必要, 即使将刀具由其标准位置向着轮坯的中心移进一段距离  $xm \leq x_{\min}$ , 仍不会发生根切, 这叫做负变位。

这里应该指出: 若仅从避免根切的角度来考虑, 当算出的变位系数为正时, 就必须采用正变位; 当算出的变位系数为负时, 则采用正变位、负变位或不变位均可。

## (二) 变位齿轮的几何尺寸

### 1. 齿厚与齿高

变位齿轮与标准齿轮相比, 其齿厚、齿间宽、齿顶高及齿根高都发生了变化。如图 4-32 所示, 当采用正变位时, 由于刀具在节线上的齿宽较其分度线上的齿间宽增加了  $2KJ$ , 所以与刀具节线(即机床节线)作纯滚动的被切齿轮分度圆上的齿厚也增加了  $2KJ$ 。又由  $\triangle IJK$  可知,  $KJ = xmtg\alpha$ , 因此正变位齿轮的齿厚  $S$  为

$$\begin{aligned} S &= \frac{\pi m}{2} + 2KJ = \frac{\pi m}{2} + 2xmtg\alpha = m\left(\frac{\pi}{2} + 2xtg\alpha\right) \\ &= m\left(\frac{\pi}{2} + \Delta_s\right) \end{aligned} \quad (4-27)$$

式中  $\Delta_s = 2xtg\alpha$  称为齿轮在分度圆上的齿厚增量系数。

变位齿轮的齿间宽为

$$e = \frac{\pi m}{2} - 2KJ = \frac{\pi m}{2} - 2xmtg\alpha = m\left(\frac{\pi}{2} - \Delta_s\right) \quad (4-28)$$

又如图所示, 采用正变位切制的齿轮, 其齿根高较标准齿轮的齿根高减小了  $xm$ , 而齿顶高则较标准齿轮的齿顶高增加了  $xm$ , 至于具体的增量, 则视轮坯齿顶圆的大小而定。而为了保证齿全高不变, 即仍为  $h = (2h_a^* + c^*)m$ , 显然正变位齿轮的齿顶圆半径比标准齿轮的齿顶圆半径增大  $xm$ 。这样, 在切制该正变位齿轮时, 如仍以齿顶圆对刀, 则当总进刀量为全齿高  $h$  时, 刀具的分度线与轮坯分度圆之间的距离恰为  $xm$ 。这就相当于将刀具由标准位置离开轮坯的中心往外移动了  $xm$  的距离。若切制负变位齿轮时, 其情况与上述相反。这时应将正变位时的变位系数反号, 即可求得其齿厚、齿间宽、齿顶高和齿根高的值。

### 2. 公法线长度

如上所述, 变位齿轮与标准齿轮相比, 其齿厚已发生了变化, 因而导致其公法线长度也发生了变化。其计算公式可见表 4-14 所列的公式。

## (三) 变位齿轮的啮合传动

### 1. 无侧隙啮合方程式

当一对齿轮传动时, 为了使相互的齿廓间形成油膜及避免轮齿因摩擦发热而膨胀所引起

的挤轧现象,故必须留有一定的齿侧间隙。由于这种间隙很小,一般是由制造公差来保证的。故在计算齿轮的公称尺寸时,都是按无侧隙啮合来考虑的。而欲使两齿轮啮合传动时没有侧隙,则显然一个齿轮的节圆齿厚 $s'$ 应等于另一齿轮节圆上的齿间宽 $e'$ ,即 $s'_1=e'_2$ 及 $s'_2=e'_1$ 。这个条件,对于一对标准齿轮来说,当其按标准中心距安装时,可以自然地得到满足,因为这时两齿轮的节圆均与其分度圆重合,而 $s'_1=s_1; e'_1=e_1; s'_2=s_2; e'_2=e_2$ ,而且均等于 $\frac{\pi m}{2}$ 。

下面分析一对变位齿轮啮合传动时,如何满足无侧隙啮合条件。

根据上述条件可知,两轮节圆上的周节为

$$p' = s'_1 + e'_1 = s'_2 + e'_2 = s'_1 + s'_2$$

两轮节圆上的齿厚各为

$$s'_1 = s_1 \frac{r'_1}{r_1} - 2r'_1(\text{inv}\alpha' - \text{inv}\alpha)$$

$$s'_2 = s_2 \frac{r'_2}{r_2} - 2r'_2(\text{inv}\alpha' - \text{inv}\alpha)$$

式中  $s_1 = m \left( \frac{\pi}{2} + 2x_1 \text{tg}\alpha \right)$

$$s_2 = m \left( \frac{\pi}{2} + 2x_2 \text{tg}\alpha \right)$$

又  $\frac{r'_1}{r} = \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}, \frac{r'_2}{r_2} = \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}, \frac{p'_1}{p} = \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}$

故 $p' = s'_1 + s'_2$ 可改写为

$$p \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} = s_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} + 2r_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} (\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha') + s_2 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} + 2r_2 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} (\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')$$

或  $p = s_1 + 2r_1(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha') + s_2 + 2r_2(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')$

亦即  $xm = m \left( \frac{\pi}{2} + 2x_1 \text{tg}\alpha \right) + 2r_1(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha') + m \left( \frac{\pi}{2} + 2x_2 \text{tg}\alpha \right) + 2r_2(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')$   
 $= xm + 2m \text{tg}\alpha(x_1 + x_2) + 2(r_1 + r_2)(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')$

或  $2(r_1 + r_2)\text{inv}\alpha' = 2m \text{tg}\alpha(x_1 + x_2) + 2(r_1 + r_2)\text{inv}\alpha$

在上式中分别以 $\frac{mz_1}{2}$ 及 $\frac{mz_2}{2}$ 代替 $r_1$ 及 $r_2$ ,并加整理,最后可得

$$\text{inv}\alpha' = \frac{2\text{tg}\alpha(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} + \text{inv}\alpha = \frac{\Delta_{g1} + \Delta_{g2}}{z_1 + z_2} + \text{inv}\alpha \quad (4-29)$$

上式称为齿轮的无侧隙啮合方程式。该式表明:若两轮的变位系数之和 $(x_1 + x_2)$ 不等于零,则两轮的啮合角 $\alpha'$ 就不等于其压力角 $\alpha$ ,这说明此时两轮的节圆与其分度圆不重合,即两轮的分度圆或者分离,或者相交。因而此时两轮的中心距也就不等于标准中心距了。

## 2. 分度圆分离系数 $y$

设两轮的中心距 $a'$ 与其标准中心距 $a$ 之差为 $ym$ (其中 $y$ 称为分度圆分离系数, $m$ 为模数),当两轮为无侧隙啮合时, $y$ 的值可如下求出:

因  $ym = a' - a - (r'_1 + r'_2) - (r_1 + r_2) = (r_1 + r_2) \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} - (r_1 + r_2)$   
 $= (r_1 + r_2) \left( \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} - 1 \right) = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \left( \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} - 1 \right)$

故  $y = \frac{a' - a}{m} = \frac{z_1 + z_2}{2} \left( \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} - 1 \right) = \frac{z_1 + z_2}{\cos\alpha'} \sin \frac{\alpha' + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha' - \alpha}{2}$  (4-30)

$$\text{而} \quad \cos \alpha' = \frac{z_1 + z_2}{z_1 + z_2 + 2y} \cos \alpha \quad (4-31)$$

式(4-30)称为分度圆分离系数方程式,或简称分离系数方程式。当啮合角  $\alpha'$  为已知时,即可由该式求出  $y$ ,反之若  $y$  为已知时,则可由式(4-31)求出啮合角  $\alpha'$ 。

### 3. 变位齿轮传动的中心距 $a'$ 与齿轮的齿顶高变动系数 $\sigma$

如上所述,当使两轮无侧隙啮合时,其中心距  $a'$  应等于

$$a' = a + ym = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) + ym$$

即两轮分度圆之间的距离应为  $ym$ 。但从另一方面看,为了保持两轮之间具有标准的顶隙  $c = c^*m$  时,则两轮的中心距应为:

$$\begin{aligned} a'' &= r_{a1} + c + r_{f2} = r_1 + h_{a1} + c + r_2 - h_{f2} \\ &= r_1 + r_2 + (h_a^* + x_1)m + c^*m - (h_a^* + c^* - x_2)m \\ &= r_1 + r_2 + (x_1 + x_2)m = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) + (x_1 + x_2)m \end{aligned} \quad (4-32)$$

上式表明,为了保持标准的顶隙,则两轮分度圆之间的距离应为  $(x_1 + x_2)m$ 。显然,如果既要满足无侧隙啮合,又要保证标准顶隙,则须使  $a' = a''$ ,亦即使  $y = x_1 + x_2$ 。但实际上  $(x_1 + x_2) > y$ ,即  $a'' > a'$ 。这时如果两轮按中心距  $a'$  安装,则只能保证无侧隙啮合的条件,而不能保证标准的顶隙(此时顶隙将较标准值小);而如果两轮按中心距  $a''$  安装,则标准顶隙的条件虽然满足了,却又不能保证无侧隙啮合。设计时解决这个矛盾的办法是使两轮按无侧隙时的中心距  $a'$  安装,同时将两轮的齿顶减短一些,以满足标准的要求。现设齿顶的减短量以  $\sigma m$  表示( $\sigma$  称为齿顶高变动系数,而  $m$  为模数),其值可由下式求出:

$$\sigma m = a'' - a' = (x_1 + x_2)m - ym$$

$$\text{或} \quad \sigma = (x_1 + x_2) - y \quad (4-33)$$

## (四)用齿条刀切制的变位齿轮的传动类型、特点及计算公式

### 1. 变位齿轮传动的类型和特点

按照相互啮合的两齿轮的变位系数  $x_1$  和  $x_2$  之值的几种不同情况,可将齿轮传动分为三种基本类型:

#### (a)标准齿轮传动(或称第一类零传动)

$$x_1 + x_2 = 0; \text{且 } x_1 = x_2 = 0$$

#### (b)等移距变位齿轮传动

$$x_1 + x_2 = 0; \text{且 } x_1 = -x_2$$

#### (c)不等移距变位齿轮传动

$$x_1 + x_2 \neq 0$$

### (1)标准齿轮传动

①标准齿轮传动的齿数条件 标准齿轮也可视为变位系数  $x = 0$  的变位齿轮。现因两齿轮的变位系数  $x_1 = x_2 = 0$ ,所以为了避免根切,两齿轮的齿数都必须大于最少齿数,即

$$z_1 > z_{\min}, z_2 > z_{\min}$$

### ②标准齿轮传动的啮合角,分离系数与齿顶高变动系数

根据无侧隙啮合方程式  $\text{inv} \alpha' = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \text{tg} \alpha + \text{inv} \alpha$

由于  $x_1 + x_2 = 0$ , 故  $\alpha' = \alpha$

而由分离系数方程式  $y = \frac{z_1 + z_2}{\cos \alpha'} \sin \frac{\alpha' + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha' - \alpha}{2}$  可知, 当  $\alpha' = \alpha$  时,  $y = 0$

又由式  $\sigma = x_1 + x_2 - y$  可知,  $\sigma = 0$

即当两标准齿轮无侧隙啮合时, 其中心距等于标准中心距, 其啮合角  $\alpha'$  等于分度圆压力角  $\alpha$ , 即分度圆与节圆重合, 其中心距为两分度圆半径之和。

(2) 等移距变位齿轮传动 (又称高度变位齿轮传动)

1) 等移距变位的齿数条件 等移距变位齿轮的变位系数, 既然是一正一负, 显然小齿轮应采用正变位, 而大齿轮采用负变位, 并应同时保证大、小齿轮不发生根切。为此, 须使

$$x_1 \geq \frac{h_a^* (z_{\min} - z_1)}{z_{\min}}; \quad x_2 \geq \frac{h_a^* (z_{\min} - z_2)}{z_{\min}}$$

两式相加, 并设  $h_a^* = 1$ , 则

$$x_1 + x_2 \geq \frac{2z_{\min} - (z_1 + z_2)}{z_{\min}}$$

又因  $x_1 + x_2 = 0$ , 故得

$$z_1 + z_2 \geq 2z_{\min}$$

可见两齿轮采用等移距变位时, 其齿数之和必须大于或至少等于最少齿数的两倍。

2) 等移距变位齿轮传动的啮合角, 分离系数和齿顶高变动系数均与标准齿轮传动一样, 由于  $x_1 + x_2 = 0$ , 故等移距变位齿轮传动也是

$$\alpha' = \alpha; y = 0; \sigma = 0$$

3) 等移距变位齿轮传动的优点

①可制造少于  $z_{\min}$  而无根切的齿轮, 所以当传动比一定时, 两轮齿数之和可相应地减少, 这就使整个机构的尺寸和重量减小。

②可以改善齿轮的磨损情况 因为等移距变位, 小齿轮的齿顶圆半径增大了  $x_1 m$ , 大齿轮的齿顶圆半径减小了  $x_2 m$ , 从而使大、小齿轮齿根最大滑动系数相等, 因而大、小齿轮磨损情况改善了。

③小齿轮正变位大齿轮负变位, 合理地调整两轮的齿根厚, 使两轮有相等的抗弯强度。

④可保证得到标准中心距, 即  $a' = a = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2)$

4) 等移距变位齿轮传动, 也有以下一些缺点:

①必须成对地设计、制造和使用, 因此互换性较差。

②重叠系数  $\epsilon_\alpha$  略有减小。

(3) 不等移距变位齿轮传动 (又称角度变位齿轮传动)

在这类传动中, 如两轮变位系数之和大于零, 即  $x_1 + x_2 > 0$ , 则称为正传动。如两轮变位系数之和小于零, 即  $x_1 + x_2 < 0$ , 称为负传动。现分述如下:

(a) 正传动

1) 正传动的齿数条件 由于  $x_1 + x_2 > 0$ , 所以两轮齿数之和可以小于或等于  $2z_{\min}$ , 也可以大于  $2z_{\min}$ 。

2) 正传动的啮合角, 分离系数和齿顶高变动系数 由于  $x_1 + x_2 > 0$ , 故根据式 (4-29)、(4-30) 及 (4-33) 可有:



$$a' > a; y > 0; \sigma > 0$$

即在正传动中,其中心距  $a'$  大于标准中心距  $a$ , 啮合角  $\alpha'$  大于分度圆压力角  $\alpha$ 。又由于  $\sigma > 0$ , 故两轮的齿全高都比标准齿轮减短  $\sigma m$  mm。

3) 正传动的优点:

- ①可以减小齿轮机构的尺寸。
- ②可以减轻轮齿的磨损。
- ③可以提高传动的弯曲强度和接触强度。
- ④适当地选择变位系数  $x_1$  和  $x_2$ , 可以凑配给定中心距。

正传动也有以下一些缺点:

- 1) 需成对设计制造和应用, 所以互换性较差。
- 2) 重叠系数  $\epsilon_a$  减少较多。

(b) 负传动

1) 负传动的齿数条件 由于  $x_1 + x_2 < 0$ , 故仿前可得负传动的齿数条件为  $z_1 + z_2 > 2z_{\min}$ 。

2) 负传动的啮合角, 分离系数和齿顶高变动系数 在负传动中, 因为  $x_1 + x_2 < 0$ , 故根据式(4—29)、(4—30)及(4—33)可知:

$$a' < a; y < 0; \sigma > 0$$

即在负传动中,其中心距  $a'$  较标准中心距  $a$  小, 啮合角  $\alpha'$  小于分度圆压力角  $\alpha$ 。又因  $\sigma > 0$ , 故与正传动时相同, 负传动的两齿轮的齿全高也较标准齿轮减短  $\sigma m$  mm。

3) 负传动优点:

- ①适当地选择变位系数  $x_1$  及  $x_2$ , 可满足设计的中心距要求。
- ②重叠系数  $\epsilon_a$  略有增加。

4) 负传动有以下的缺点:

- ①须成对设计制造和使用, 故互换性较差。
- ②轮齿的磨损加剧。
- ③轮齿的弯曲强度和接触强度均有所降低。

比较上述的各类传动, 可以看出正传动的优点较多, 传动质量较高, 所以在一般情况下, 应多采用正传动。负传动缺点较多, 一般只是在凑配中心距或在不得已的情况下才采用。

2. 计算公式

为了计算方便, 将外啮合直齿圆柱齿轮传动几何尺寸的计算公式列表如下:

表 4-14 外啮合直齿圆柱齿轮传动几何尺寸的计算公式

名 称	符 号	计 算 公 式	
		小 轮	大 轮
已知条件		$m, a, z_1, h_a^*, x_1, x_2$ 或 $m, a, z_1, z_2, h_a^*, a'$	
啮合角	$\alpha'$	$\text{inv}\alpha' - \frac{2(x_1+x_2)}{z_1+z_2}\text{tg}\alpha + \text{inv}\alpha$ 或 $\cos\alpha' = \frac{a}{a'}\cos\alpha$	
中心距变动系数	$y$	$y = \frac{a' - a}{m} = \frac{z_1+z_2}{2} \left( \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} - 1 \right)$	
齿顶高变动系数	$\sigma$	$\sigma = x_1 + x_2 - y$	
标准中心距	$a$	$a = r_1 + r_2 = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$	
分度圆直径	$d$	$d_1 = mz_1$	$d_2 = mz_2$
基圆直径	$d_b$	$d_{b1} = d \cos\alpha = mz_1 \cos\alpha$	$d_{b2} = d_2 \cos\alpha = mz_2 \cos\alpha$
齿距(周节)	$p$	$p = \pi m$	
齿顶高	$h_a$	$h_{a1} = m(h_a^* + x_1 - \sigma)$	$h_{a2} = m(h_a^* + x_2 - \sigma)$
齿根高	$h_f$	$h_{f1} = m(h_a^* - c^* - x_1)$	$h_{f2} = m(h_a^* + c^* - x_2)$
齿全高	$h$	$h = m(2h_a^* + c^* - \sigma)$	
齿顶圆直径	$d_a$	$d_{a1} = m(z_1 + 2h_a^* + 2c^* - 2\sigma)$	$d_{a2} = m(z_2 + 2h_a^* + 2c^* - 2\sigma)$
齿根圆直径	$d_f$	$d_{f1} = m(z_1 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_1)$	$d_{f2} = m(z_2 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_2)$
分度圆齿厚	$s$	$s_1 = \frac{\pi m}{2} + 2x_1 \text{tg}\alpha$	$s_2 = \frac{\pi m}{2} + 2x_2 \text{tg}\alpha$
节圆直径	$d'$	$d'_1 = d_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} = mz_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}$	$d'_2 = d_2 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} = mz_2 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}$
最少齿数	$z_{\min}$	$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2\alpha}$	
变位系数	$x$	$x = h_a^* \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}$	
齿顶圆齿厚	$s_a$	$s_a = s \frac{d_a}{d} - d_a(\text{inv}\alpha_a - \text{inv}\alpha)$	
齿顶圆压力角	$\alpha_a$	$\alpha_a = \arccos \frac{d_b}{d_a}$	
公法线长度跨齿数	$n$	当压力角为 $20^\circ$ 时, $n = 0.111z + 0.5$	
		当压力角为 $15^\circ$ 时, $n = 0.083z + 0.5$	
公法线长度	$w$	当压力角为 $20^\circ$ 时, $m[2.952(n - 0.5) + 0.014z]$	
		当压力角为 $15^\circ$ 时, $m[3.045(n - 0.5) + 0.00594z]$	

注:表中公式对标准齿轮传动:  $x_1 = x_2 = 0, a' = a, a' = a, y = 0, \sigma = 0$ ; 对高度传动:  $x_1 = -x_2, a' = a, y = 0, \sigma = 0$ 。

表 4-15 外啮合斜齿圆柱齿轮传动的几何尺寸计算公式

序号	名称	符号	公 式
1	已知参数		$m_n, a_n, z_1, z_2, h_{an}^*, x_{n1}, x_{n2}, \beta$ 或 $m_n, a_n, z_1, z_2, h_{an}^*, a', \beta$
2	端面模数	$m_t$	$m_t = m_n / \cos \beta$
3	端面压力角	$a_t$	$\operatorname{tg} a_t = \operatorname{tg} a_n / \cos \beta$
4	端面齿顶高系数	$h_{at}^*$	$h_{at}^* = h_{an}^* \cos \beta$
5	端面变位系数	$x_t$	$x_t = x_n \cos \beta$
6	当量齿数	$z_v$	$z_v = z / \cos^3 \beta$
7	啮合角	$a'_t$	$\operatorname{inv} a'_t = \operatorname{inv} a_n + \frac{2(x_{n1} + x_{n2})}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} a_n$ 或 $\cos a'_t = \frac{a}{a'} \cos a_n$
8	中心距变动系数	$y_t$	$y_t = \frac{a' - a}{m_t} = \frac{z_1 + z_2}{2} \left( \frac{\cos a_t}{\cos a_n} - 1 \right)$
9	中心距	$a'$	$a' = a \frac{\cos a_t}{\cos a_n}$ 或 $a' = a + y_t m_t$
10	齿顶高变动系数	$\sigma_t$	$\sigma_t = x_{n1} + x_{n2} - y_t$
11	标准中心距	$a$	$a = r_1 + r_2 = \frac{m_t}{2} (z_1 + z_2)$
12	分度圆直径	$d$	$d = m_t z$
13	基圆直径	$d_b$	$d_b = m_t z \cos a_t$
14	端面齿距	$p_t$	$p_t = \pi m_t$
15	齿顶高	$h_a$	$h_a = (h_{an}^* + x_n) m_n - \sigma_t m_t$
16	齿根高	$h_f$	$h_f = (h_{an}^* + c_n^* - x_n) m_n$
17	齿全高	$h$	$h = (2h_{an}^* + c_n^*) m_n - \sigma_t m_t$
18	顶圆直径	$d_a$	$d_a = d + 2(h_{an}^* + x_n) m_n - 2\sigma_t m_t$
19	根圆直径	$d_f$	$d_f = d - 2(h_{an}^* + c_n^* - x_n) m_n$
20	节圆直径	$d'$	$d' = d \frac{\cos a_t}{\cos a_n}$

注：对标准传动，因  $x_{n1} = x_{n2} = 0$ ，故公式中  $a'_t = a_n$ ， $a' = a$ ， $\sigma_t = 0$ ， $d' = d$ 。

### 3. 变位齿轮几何尺寸的简化计算

由上面分析，通过三角函数和渐开线函数运算，而且要求计算结果达到 0.01mm 的精度，故计算比较费时。为了简化计算，除按表 4-13、表 4-14 及表 4-15 外，还可利用表 4-16 或表 4-17（内插法）查出，达到需要的计算精度。

表 4-16 是用以上各式简化得：

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} \left( \frac{\operatorname{inv} a'_t - \operatorname{inv} a_n}{\operatorname{tg} a_n} \right)$$

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2} \left( \frac{\cos a_t}{\cos a_n} - 1 \right) = \frac{z_1 + z_2}{2} \left( \frac{a'}{a} - 1 \right)$$

$$\sigma = x_1 + x_2 - y$$

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \\ y_0 &= \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 = \frac{a'}{a} - 1 \\ \sigma_0 &= x_0 - y_0 \end{aligned} \right\} \quad (4-32)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{z_1 + z_2}{2} x_0 \\ y &= \frac{z_1 + z_2}{2} y_0 \\ \sigma &= \frac{z_1 + z_2}{2} \sigma_0 \end{aligned} \right\} \quad (4-33)$$

由式(4-32)可见,当压力角 $\alpha$ 为一定时(例如 $\alpha=20^\circ$ ), $x_0$ 、 $y_0$ 、 $\sigma_0$ 都是只与 $\alpha$ 有简单的函数关系,因此取 $\alpha=20^\circ$ ,可列成如表4-16所示的 $\alpha-y_0-x_0-\sigma_0$ 表,供计算时使用。

表4-17a是已知中心距 $a'$ 时使用,查表前先按式(4-30)求出 $y$ ,再由 $\frac{100y}{z_1+z_2}$ 从表中查出 $\frac{100\sigma}{y}$ 求出 $\sigma$ 和 $a'$ ,然后由式(4-33)求出 $x_1+x_2$ 。表4-17b是已知 $x_1+x_2$ 时使用,查表前先求出 $100 \frac{x_1+x_2}{z_1+z_2}$ ,再从表中查出 $100 \frac{\sigma}{x_1+x_2}$ (即可求出 $\sigma$ )和 $a'$ ,然后再由式(4-33)求出 $y$ 和由式(4-30)求出中心距 $a'$ 。

表4-16  $\alpha-y_0-x_0-\sigma_0$ 表

分	16°			17°			18°			19°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
0	-0.02244	-0.02036	0.00208	-0.01737	-0.01615	0.00122	-0.01195	-0.01139	0.00056	-0.00616	-0.00601	0.00015
1	236	030	206	728	608	120	186	130	055	606	592	014
2	227	023	204	720	600	119	176	122	054	596	582	014
3	219	016	203	711	593	118	167	113	054	586	573	013
4	211	010	201	702	585	117	157	104	053	576	563	013
5	203	003	200	693	578	116	148	096	052	566	554	012
6	195	-0.01997	198	685	570	115	139	087	052	556	544	012
7	186	990	196	676	563	113	129	079	051	546	535	011
8	178	983	195	667	555	112	120	070	050	536	525	011
9	170	977	193	658	547	111	110	062	049	526	515	011
10	-0.02162	-0.01970	0.00192	-0.01649	-0.01540	0.00109	-0.01101	-0.01053	0.00048	-0.00516	-0.00506	0.00010
11	154	963	191	640	532	108	092	045	047	506	496	010
12	145	956	189	632	525	107	082	036	046	496	486	010
13	137	950	187	623	517	106	073	027	045	486	477	009
14	129	943	186	614	509	105	063	019	044	476	467	009
15	120	936	184	605	502	103	054	010	044	466	457	009
16	112	929	183	596	494	102	044	001	043	456	448	008

续表

分	16°			17°			18°			19°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
17	104	922	182	587	486	101	035	-0.00993	042	445	438	007
18	095	916	179	578	478	100	025	984	041	435	428	007
19	087	909	178	569	470	099	016	975	041	425	418	007
20	-0.02079	-0.01902	0.00177	-0.01560	-0.01463	0.00097	-0.01006	-0.00966	0.00040	-0.00415	-0.00408	0.00037
21	070	895	175	551	455	096	-0.00997	958	039	405	398	007
22	062	888	174	542	447	095	987	949	038	395	389	006
23	054	881	173	533	439	094	977	940	037	384	379	005
24	045	874	171	525	431	093	968	931	037	374	369	005
25	037	867	170	516	424	092	958	922	036	364	359	005
26	029	860	169	507	416	091	949	913	036	354	349	005
27	020	853	167	498	408	090	939	904	035	344	339	005
28	012	847	165	489	400	089	929	896	034	333	329	004
29	003	839	164	479	392	087	920	887	033	323	319	004
30	-0.01995	-0.01833	0.00162	-0.01471	-0.01384	0.00086	-0.00910	-0.00878	0.00032	-0.00313	-0.00309	0.00031
31	986	825	161	461	376	085	900	869	031	303	299	004
32	978	819	159	452	368	084	891	860	031	292	289	004
33	970	811	158	443	360	083	881	851	030	282	279	003
34	961	804	157	434	352	082	872	842	030	272	269	003
35	953	797	156	425	344	081	862	833	029	261	259	002
36	944	790	154	416	336	080	852	824	028	251	249	002
37	935	783	152	407	328	079	842	815	027	241	238	002
38	927	776	151	398	320	078	833	806	027	230	228	002
39	918	769	149	389	312	077	823	797	026	220	218	002
40	-0.01910	-0.01762	0.00148	-0.01380	-0.01304	0.00076	-0.00813	-0.00787	0.00025	-0.00210	-0.00208	0.00002
41	901	755	146	370	296	074	803	778	025	199	198	001
42	893	747	145	361	288	073	794	769	025	189	187	001
43	884	740	144	352	280	072	784	760	024	178	177	001
44	876	733	143	343	271	072	774	751	023	168	167	001
45	867	726	141	334	263	071	764	742	022	158	157	001
46	858	718	140	325	255	070	755	732	022	147	146	001
47	850	711	139	315	247	068	745	723	022	137	136	001
48	841	704	137	306	239	067	735	714	021	126	126	000
49	833	697	136	297	230	067	725	704	021	116	115	000

续表

分	16°			17°			18°			19°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
50	-0.01824	-0.01689	0.00135	-0.01288	-0.01222	0.00066	-0.00715	-0.00695	0.00020	-0.00105	-0.00105	0.00000
51	815	682	133	278	214	065	705	686	020	095	095	000
52	807	675	132	269	205	064	696	677	019	084	084	000
53	798	667	131	260	197	063	686	667	019	074	074	000
54	789	660	129	251	189	062	676	658	018	063	063	000
55	781	653	128	241	180	061	666	649	017	053	052	000
56	772	645	127	232	172	060	656	639	017	042	042	000
57	763	638	125	223	164	059	646	630	016	032	032	000
58	755	630	124	214	155	058	636	620	016	021	021	000
59	746	623	123	204	147	057	626	611	015	011	010	000
60	-0.01737	-0.01615	0.00122	-0.01195	-0.01139	0.00056	-0.00616	-0.00601	0.00015	-0.00000	-0.00000	0.00000

续表

分	20°			21°			22°			23°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00655	0.00671	0.00016	0.01349	0.01415	0.00066	0.02085	0.02238	0.00153
1	011	011	000	666	683	017	361	428	067	097	252	155
2	021	021	000	677	694	017	373	441	068	110	367	157
3	032	032	000	689	706	017	385	454	069	122	281	159
4	042	043	000	700	718	018	397	467	070	135	296	161
5	053	053	000	711	730	019	409	480	071	148	310	162
6	064	064	000	722	742	020	421	494	073	160	325	165
7	075	075	000	734	754	020	433	507	074	173	339	166
8	085	086	000	745	766	021	445	520	075	186	354	168
9	096	096	000	756	778	022	457	533	076	198	368	170
10	0.00106	0.00107	0.00001	0.00768	0.00789	0.00022	0.01469	0.01547	0.00078	0.02211	0.02383	0.00172
11	117	118	001	779	801	023	481	560	079	224	398	174
12	128	129	001	790	814	023	493	573	080	237	412	175
13	139	139	001	802	825	024	505	586	081	249	427	178
14	149	150	001	813	837	024	517	600	083	262	442	180
15	160	161	001	825	850	025	529	613	084	275	457	182
16	171	172	001	836	862	026	541	627	086	288	471	183
17	182	183	001	847	874	027	553	640	087	301	486	185
18	192	194	002	859	886	027	565	653	088	313	501	188

续表

分	20°			21°			22°			23°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
19	203	205	002	870	898	028	578	667	089	326	516	190
20	0.00214	0.00216	0.00002	0.00882	0.00910	0.00029	0.01590	0.01680	0.00090	0.02339	0.02530	0.00191
21	225	227	002	893	923	030	602	694	092	352	546	194
22	236	238	002	905	935	030	614	707	093	365	560	195
23	246	249	003	916	947	031	626	721	095	378	575	197
24	257	260	003	928	959	032	638	735	097	390	590	200
25	268	271	003	939	972	033	651	748	098	403	605	202
26	279	282	003	951	984	033	663	762	099	416	620	204
27	290	293	003	962	996	034	675	775	100	429	635	206
28	301	304	003	974	0.01009	035	687	789	102	442	650	208
29	312	315	003	985	021	036	699	803	104	455	665	210
30	0.00323	0.00326	0.00003	0.00997	0.01033	0.00036	0.01712	0.01816	0.00105	0.02468	0.02681	0.00213
31	334	338	004	0.01009	046	037	724	830	106	481	696	215
32	344	349	005	020	058	038	736	844	108	494	711	217
33	355	360	005	032	070	039	749	858	109	507	726	219
34	366	371	005	043	083	040	761	871	110	520	740	221
35	377	383	006	055	095	040	773	885	112	533	756	223
36	388	394	006	067	108	041	785	899	114	546	772	226
37	399	405	006	078	121	042	798	913	115	559	787	228
38	410	417	007	090	133	043	810	927	117	572	802	230
39	421	428	007	102	046	044	822	941	119	585	818	233
40	0.00432	0.00439	0.00007	0.01113	0.01158	0.00045	0.01835	0.01955	0.00120	0.02598	0.02833	0.00235
41	443	451	008	125	171	046	847	968	121	611	848	237
42	454	462	008	137	184	047	860	982	122	624	863	239
43	465	473	008	148	196	048	872	996	124	638	879	241
44	476	485	009	160	209	049	884	0.02010	126	651	895	244
45	487	496	009	172	222	050	897	024	127	664	910	246
46	499	508	009	184	235	051	909	039	130	677	925	248
47	510	519	009	195	247	052	922	053	131	690	941	251
48	521	531	010	207	260	053	934	067	133	703	956	253
49	532	542	010	219	273	054	947	081	134	716	972	256
50	0.00543	0.00554	0.00011	0.01231	0.01286	0.00055	0.01959	0.02095	0.00136	0.02730	0.02988	0.00258
51	553	565	011	243	299	056	972	109	138	743	0.03003	260

续表

分	20°			21°			22°			23°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
52	565	577	012	254	311	057	984	124	140	756	019	263
53	576	589	013	266	324	058	997	138	141	769	034	265
54	588	600	013	278	337	059	0.02009	152	143	783	050	267
55	599	612	013	290	350	060	022	166	144	796	066	270
56	610	624	014	302	363	061	034	180	146	809	082	273
57	621	636	015	314	376	062	047	195	148	822	097	275
58	632	647	015	325	389	064	059	209	150	836	113	277
59	644	659	015	337	402	065	072	224	152	849	129	280
60	0.00655	0.00671	0.00016	0.01349	0.01415	0.00066	0.02085	0.02238	0.00153	0.02862	0.03145	0.00283

续表

分	24°			25°			26°			27°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
0	0.02862	0.03145	0.00283	0.03684	0.04141	0.00457	0.04550	0.5232	0.00682	0.05464	0.06424	0.00960
1	876	160	285	698	158	460	565	251	686	480	445	965
2	889	176	287	712	176	464	580	270	690	496	466	970
3	902	192	290	726	193	467	595	289	694	511	487	976
4	916	208	292	740	211	471	610	308	698	527	508	981
5	929	224	295	754	228	474	625	327	702	543	529	987
6	942	240	298	768	246	478	640	347	707	558	549	991
7	956	256	300	782	263	481	655	366	711	574	570	996
8	969	272	303	797	281	484	670	385	715	590	591	0.01001
9	983	288	305	811	298	487	685	404	719	605	612	007
10	0.02996	0.03304	0.00308	0.03825	0.04316	0.00491	0.04699	0.05424	0.00725	0.05621	0.06633	0.01012
11	0.03010	320	310	839	334	495	714	443	729	637	654	017
12	023	337	314	853	351	498	729	462	733	653	676	023
13	036	353	317	868	369	501	744	482	738	669	697	028
14	050	369	319	882	387	505	759	501	742	684	718	034
15	063	385	321	896	405	509	774	521	747	700	739	039
16	077	401	324	910	422	512	789	540	751	716	760	044
17	090	418	328	925	440	515	805	559	754	732	781	049
18	104	434	330	939	458	519	820	579	759	748	803	055
19	118	450	332	953	476	523	835	598	763	764	824	060
20	0.03131	0.03467	0.00336	0.03967	0.04494	0.00527	0.04850	0.05618	0.00768	0.05780	0.06845	0.01065
21	145	483	338	982	512	530	865	638	773	795	867	072



续表

分	24°			25°			26°			27°			
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	
22	158	499	341		996	530	534	880	657	777	811	888	077
23	172	516	344	0.04011	548	537	895	677	782	827	909	082	
24	185	532	347	025	566	541	910	696	786	843	931	088	
25	199	549	350	039	584	545	925	716	791	859	953	094	
26	213	565	352	054	602	548	941	736	795	875	974	099	
27	226	582	356	068	620	552	956	756	800	891	996	105	
28	240	598	358	082	638	556	971	776	805	907	0.07017	110	
29	254	615	361	097	656	559	986	795	809	923	039	116	
30	0.03267	0.03631	0.00364	0.04111	0.04674	0.00563	0.05001	0.05815	0.00814	0.05939	0.07061	0.01122	
31	281	648	367	126	692	566	017	835	818	955	082	127	
32	295	665	370	140	711	571	032	855	823	971	104	133	
33	309	681	372	155	729	574	047	875	828	987	126	139	
34	322	698	376	169	747	578	062	895	833	0.06004	147	143	
35	336	715	379	184	766	582	078	915	837	020	169	149	
36	350	731	381	198	784	586	093	935	842	036	191	155	
37	364	748	384	213	802	589	108	955	847	052	213	161	
38	377	765	388	227	820	593	124	975	851	068	235	167	
39	391	782	391	242	839	597	139	995	856	084	257	173	
40	0.03405	0.03798	0.00393	0.04256	0.04857	0.00601	0.05154	0.06015	0.00861	0.06100	0.07278	0.01178	
41	419	815	396	271	876	605	170	035	865	117	300	183	
42	433	832	399	286	894	608	185	056	871	133	323	190	
43	446	849	403	300	913	613	200	076	876	149	345	196	
44	460	866	406	315	931	616	216	096	880	165	367	202	
45	474	883	409	329	950	621	231	117	886	181	389	208	
46	488	900	412	344	969	625	247	137	890	198	411	213	
47	502	917	415	359	987	628	262	157	895	214	433	219	
48	516	934	418	373	0.05006	633	278	177	899	230	455	225	
49	530	951	421	388	025	637	293	198	905	247	478	231	
50	0.03544	0.03969	0.00425	0.04403	0.05043	0.00640	0.05309	0.06218	0.00909	0.06263	0.07500	0.01237	
51	558	986	428	417	062	645	324	239	915	279	522	243	
52	572	0.04003	431	432	081	649	340	259	919	296	544	248	
53	586	020	434	447	100	653	355	280	925	312	567	255	
54	600	037	437	462	119	657	371	300	929	328	589	261	
55	613	054	441	476	137	661	386	321	935	345	611	266	
56	628	072	444	491	156	665	402	342	940	361	634	273	
57	642	089	447	506	175	669	417	362	945	378	656	278	

续表

分	24°			25°			26°			27°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
58	656	106	450	521	194	673	433	383	950	394	679	285
59	670	123	453	536	213	677	449	404	955	410	702	292
60	0.03684	0.04141	0.00457	0.04550	0.05232	0.00682	0.05464	0.06424	0.00960	0.06427	0.07724	0.01297

续表

分	28°			29°			30°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
0	0.06427	0.07724	0.01297	0.07440	0.09138	0.01698	0.08507	0.10673	0.02166
1	443	747	304	458	163	705	525	700	175
2	460	769	309	475	187	712	543	727	184
3	476	792	316	492	212	720	561	753	192
4	493	815	322	510	237	727	579	780	201
5	509	838	329	527	261	734	598	807	209
6	526	860	334	544	286	742	616	834	218
7	542	883	341	562	311	749	634	861	227
8	559	906	347	579	336	757	653	888	235
9	576	929	353	597	360	763	671	914	245
10	0.06592	0.07952	0.01360	0.07614	0.09385	0.01771	0.08689	0.10942	0.02253
11	609	975	366	632	410	778	708	969	261
12	625	997	372	649	435	786	726	995	369
13	642	0.08020	378	667	460	793	745	0.11023	278
14	659	044	385	684	485	801	763	050	287
15	675	067	392	702	510	808	781	077	296
16	692	090	398	719	535	816	800	104	304
17	709	113	404	737	560	823	818	131	313
18	725	136	411	754	585	831	837	159	322
19	742	159	417	772	611	839	855	186	33
20	0.06759	0.08182	0.01423	0.01790	0.09636	0.01846	0.08874	0.11213	0.02339
21	776	206	430	807	661	854	893	241	348
22	792	229	437	825	687	862	911	268	357
23	809	252	443	843	712	869	930	296	366
24	826	275	449	860	737	877	948	323	375
25	843	299	456	878	763	885	967	351	384
26	860	322	462	896	788	893	985	378	393
27	876	346	470	913	814	901	0.09004	406	402

续表

分	28°			29°			30°		
	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$	$y_0$	$x_0$	$\sigma_0$
28	893	369	476	931	839	908	023	433	410
29	910	393	483	949	865	916	041	461	420
30	0.06927	0.08416	0.01489	0.07967	0.09890	0.01923	0.09060	0.11489	0.02429
31	944	440	496	984	916	932	079	517	438
32	961	464	503	0.08002	941	939	097	544	447
33	978	487	509	020	967	947	116	572	456
34	995	511	516	038	993	955	135	600	465
35	0.07012	535	523	056	0.10018	962	154	628	474
36	029	558	529	073	044	971	172	656	484
37	046	582	536	091	070	979	191	684	493
38	063	606	543	109	096	987	210	712	502
39	080	630	550	127	122	995	229	740	511
40	0.07097	0.08654	0.01557	0.08145	0.10148	0.02003	0.09248	0.11768	0.02520
41	114	677	563	163	174	011	267	796	529
42	131	702	571	181	200	019	285	824	539
43	148	726	578	199	226	027	304	852	548
44	165	749	584	217	252	035	323	881	558
45	182	774	592	235	278	043	342	909	567
46	199	799	598	253	304	051	361	937	576
47	216	822	606	271	330	059	380	966	586
48	233	846	613	289	356	067	399	994	595
49	251	870	619	307	382	075	418	0.12023	605
50	0.07268	0.08894	0.01626	0.08325	0.10409	0.02084	0.09437	0.12051	0.02614
51	285	918	633	343	435	092	456	079	623
52	302	943	641	361	461	100	475	108	633
53	319	967	648	379	488	109	494	136	642
54	337	991	654	397	514	117	513	165	652
55	354	0.09016	662	415	540	125	532	194	662
56	371	040	669	434	567	133	551	222	671
57	388	065	677	452	594	142	570	251	681
58	406	089	683	470	620	150	589	280	691
59	423	113	690	488	647	159	609	309	700
60	0.7440	0.09138	0.01698	0.08507	0.10673	0.02166	0.09638	0.12338	0.02710

表 4-17 变位齿轮几何尺寸的简化计算表

a) 由  $y$  求  $\sigma$  和  $\alpha'$

b) 由  $x_2 \pm x_1$  求  $\sigma$  和  $\alpha'$

差	$\frac{100\sigma}{y}$	$\frac{100y}{z_2 \pm z_1}$	$\alpha'$	差°	差	$\frac{100\sigma}{x_2 \pm x_1}$	$100 \frac{x_2 \pm x_1}{z_2 \pm z_1}$	$\alpha'$	差°
1.003	24.227	+4.0	29.531	0.378	0.452	19.572	5.0	29.571	0.261
1.019	23.224	3.8	29.153	0.385	0.465	19.120	4.8	29.310	0.269
1.037	22.205	3.6	28.768	0.394	0.483	18.655	4.6	29.041	0.276
1.055	21.168	3.4	28.374	0.401	0.496	18.172	4.4	28.765	0.280
1.074	20.113	3.2	27.973	0.410	0.515	17.676	4.2	28.485	0.283
1.094	19.039	3.0	27.563	0.419	0.532	17.161	4.0	28.202	0.294
1.113	17.945	2.8	27.144	0.428	0.552	16.629	3.8	27.908	0.301
1.135	16.832	2.6	26.716	0.438	0.573	16.077	3.6	27.607	0.309
1.158	15.697	2.4	26.278	0.488	0.595	15.504	3.4	27.298	0.318
1.180	14.539	2.2	25.830	0.459	0.618	14.909	3.2	26.980	0.326
1.204	13.359	2.0	25.371	0.470	0.645	14.291	3.0	26.654	0.336
1.229	12.155	1.8	24.901	0.483	0.671	13.646	2.8	26.318	0.346
1.257	10.926	1.6	24.418	0.496	0.705	12.975	2.6	25.972	0.357
1.283	9.669	1.4	23.922	0.510	0.731	12.270	2.4	25.615	0.369
1.314	8.386	1.2	23.412	0.524	0.772	11.539	2.2	25.246	0.382
1.344	7.072	1.0	22.888	0.540	0.808	10.767	2.0	24.864	0.395
1.377	5.728	0.8	22.348	0.558	0.849	9.959	1.8	24.469	0.411
1.414	4.351	0.6	21.790	0.576	0.903	9.110	1.6	24.058	0.427
1.449	2.937	0.4	21.214	0.596	0.951	8.207	1.4	23.631	0.445
1.488	1.488	0.2	20.618	0.618	1.002	7.256	1.2	23.186	0.465
0.760	0.0	0.0	20.0	0.318	1.071	6.254	1.0	22.721	0.448
0.770	-0.760	-0.1	19.682	0.324	1.149	5.183	0.8	22.233	0.512
0.784	-1.530	-0.2	19.358	0.331	1.239	4.034	0.6	21.721	0.540
0.795	-2.314	-0.3	19.027	0.338	1.340	2.795	0.4	21.181	0.572
0.806	-3.109	-0.4	18.689	0.345	1.455	1.455	0.2	20.609	0.609
0.820	3.915	-0.5	18.344	0.353	0.778	0.000	0.0	20.000	0.320
0.833	-4.735	-0.6	17.991	0.362	0.814	-0.778	-0.1	19.680	0.333
0.848	-5.568	-0.7	17.629	0.370	0.857	-1.592	-0.2	19.347	0.345
0.862	-6.416	-0.8	17.259	0.379	0.899	-2.449	.3	19.002	0.359
0.877	-7.278	0.9	16.880	0.390	0.946	-3.348	-0.4	18.643	0.374
0.894	-8.155	-1.0	16.490	0.401	1.001	-4.294	-0.5	18.269	0.392
0.911	-9.049	-1.1	16.089	0.412	1.023	-5.295	-0.6	17.877	0.410
0.928	-9.960	-1.2	15.677	0.425	1.125	-6.318	-0.7	17.467	0.433
0.948	-10.888	-1.3	15.252	0.438	1.226	-7.443	-0.8	17.034	0.458
0.968	-11.836	-1.4	14.814	0.454	1.275	-8.669	-0.9	16.576	0.484
0.990	-12.804	-1.5	14.360	0.470	1.423	-9.944	-1.0	16.092	0.520
1.013	-13.794	-1.6	13.890	0.488	1.502	-11.367	-1.1	15.572	0.557
1.037	-14.807	-1.7	13.402	0.508	1.687	-12.869	-1.2	15.015	0.605
1.065	-15.844	-1.8	12.894	0.531	1.847	-14.556	-1.3	14.410	0.662
1.093	-16.909	-1.9	12.363	0.557	2.092	-16.403	-1.4	13.748	0.737
	-18.002	-2.0	11.806		2.395	-18.495	-1.5	13.011	0.836
						-20.890	-1.6	12.175	

注:表中“±”符号中,“+”表示外啮合,“-”表示内啮合。

### 三、用齿轮插刀切制齿轮的计算基础

#### (一)关于齿轮插刀的基本知识

齿轮插刀实质上可以看作具有切削能力的变位齿轮,它的几何形状如图 4-33 所示。为了便于切削,插刀具有齿顶前角  $\gamma=5^\circ$ ,齿顶后角  $\delta=6^\circ$ 和侧刃后角  $\delta_s=2^\circ$ (图中未注出)。因此,在插刀不同的剖面上具有不同的齿顶圆半径、齿根圆半径和不同的齿厚。在 0—0 剖面上,其变位系数  $x_c=0$ ,齿顶高  $h_a=(h_a^*+c^*)m$ ,齿根高  $h_f=(h_a^*+c^*)m$ ,齿厚  $s=\frac{\pi m}{2}$ ,通常把这个剖面称为插刀的

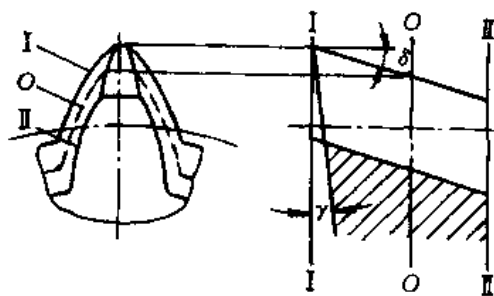


图 4-33 齿轮插刀

的原始剖面。在原始剖面上与 I—I 剖面之间为插刀的正变位层,其变位系数为正,而且离原始剖面越远,其变位系数越大;在原始剖面与 II—II 剖面之间为插刀的负变位层,变位系数为负,离原始剖面越远,其变位系数越小(绝对值愈大)。

I—I 剖面的刀刃是直接切削齿轮的,称为切削剖面。当插刀使用一段时间后进行刃磨,刃磨后切削剖面的齿顶圆半径减小,其变位系数也相应改变。因此,在进行齿轮插刀切制齿轮的严密计算时,必须了解所用插刀的刃磨程度,即必须测出切削剖面的齿顶圆半径  $r_{ac}$ ,从而算出切削剖面的变位系数  $x_c$  ①。

$$r_{ac} = \frac{m}{2}(z_c + 2h_a^* + 2c^* + 2x_c)$$

$$x_c = \frac{r_{ac}}{m} - \frac{z_c}{2} - h_a^* - c^*$$

又通常将  $h_{ac}^* = h_a^* + x_c$  称为切削剖面的齿顶高系数。故又可表示为

$$r_{ac} = \frac{m}{2}(z_c + 2h_{ac}^* + 2c^*)$$

设在切削剖面中,分度圆的实际齿厚以  $s_c^p$  表示,则

$$s_c^p = \frac{\pi m}{2} + \Delta_c m$$

式中  $\Delta_c$  为在切削剖面内分度圆上的齿厚增量系数,由上式得

$$\Delta_c = \left( s_c^p - \frac{\pi m}{2} \right) \frac{1}{m}$$

#### (二)外啮合齿轮传动的计算基础

##### 1. 齿轮插刀与轮坯的机床啮合

如上所述,齿轮插刀本身可视为一个具有切削能力的变位齿轮。因此,用齿轮插刀切削齿轮,也就可以视为一对齿轮作无侧隙的啮合传动。如设插刀的齿数为  $z_c$ ,切削剖面的齿厚增量系数为  $\Delta_c$ ,被切齿轮的齿数为  $z$ ,齿厚的增量系数为  $\Delta_g$ ,则运用式(4-29)可以求出插刀与被切齿轮的机床啮合角  $\alpha_c'$ ,即

$$\text{inv} \alpha_c' = \frac{\Delta_g + \Delta_c}{z + z_c} + \text{inv} \alpha_c$$

① 一般计算时可取  $x_c=0$ ,但因在加工时所用齿轮插刀切削剖面的变位系数  $x_c$  一般不等于零,故加工出来的齿轮的实际齿根高和齿廓渐开线起始点等,与按  $x_c=0$  时的计算值可能不相一致。

式中的  $\alpha_c$  为插刀分度圆压力角。

这时插刀切削齿轮的实际变位系数(即插刀分度圆与轮坯分度圆的分离系数)为

$$x_i^p = \frac{z+z_c}{2} \left( \frac{\cos\alpha_c}{\cos\alpha'_c} - 1 \right)$$

插刀与轮坯的中心距为

$$a'_c = \frac{m(z+z_c)}{2} \cdot \frac{\cos\alpha_c}{\cos\alpha'_c}$$

在实际加工时,中心距  $a'_c$  是难以控制的,故通常用测量公法线长度的办法来保证被切齿的齿厚增量系数  $\Delta_s$  或变位系数  $x_i$ 。

2. 用齿轮插刀切制标准齿轮而不产生根切时,被切齿轮的最少齿数。

前面已经指出,切制齿轮时要避免根切,插刀的齿顶圆与啮合线的交点不应超过啮合线与轮坯基圆的切点  $N$ ,如图 4-34 所示,即须使

$$BN_c \leq NN_c$$

而由图可知:

$$NN_c = (r_b + r_{bc}) \operatorname{tg}\alpha'_c = \frac{m(z+z_c)\cos\alpha_c}{2} \operatorname{tg}\alpha'_c$$

$$BN_c = \sqrt{r_a^2 - r_b^2}$$

将  $r_a = \frac{M}{2}(z_c + 2h_{ac}^* + 2c^*)$  代入上式得

$$BN_c = \frac{m}{2} \sqrt{(z_c + 2h_{ac}^* + 2c^*)^2 - z_c^2 \cos^2\alpha_c}$$

将式(b)及(c)代入式(a),可得

$$(z+z_c)\cos\alpha_c \operatorname{tg}\alpha'_c \geq \sqrt{(z_c + 2h_{ac}^* + 2c^*)^2 - z_c^2 \cos^2\alpha_c}$$

而由此可得被切齿轮不产生根切的最少齿数  $z_{\min}$  为:

$$z_{\min} = \frac{\sqrt{(z_c + 2h_{ac}^* + 2c^*)^2 - z_c^2 \cos^2\alpha_c}}{\cos\alpha_c \operatorname{tg}\alpha'_c} - z_c$$

3. 被切齿轮无根切时刀具的最小变位系数

用齿轮插刀加工齿轮时,也可以用变位修正的方法来避免根切,其最小变位系数  $x_{\min}^p$  可如下求得:

如上所述,当用齿轮插刀加工齿轮时,如插刀的齿顶圆超过了啮合极点  $N$ ,则被切齿轮就要产生根切现象。为了避免根切,如图 4-35 所示,可以采用变位的方法来加大中心距,使插刀的齿顶圆交啮合线于  $N$  点之内,而当插刀的齿顶圆恰好通过  $N$  点时,插刀分度圆与轮坯分度圆之间的距离,即为最小的变位量  $x_{\min}^p m$ 。

由图中的  $\Delta O' N' O$ ,可知:

$$r_{ac}^2 = a_c'^2 + r_b^2 - 2a'_c r_b \cos\sigma'_c$$

$$\text{而 } a'_c = r + r_b + x_{\min}^p m = \frac{m}{2}(z + z_c + 2x_{\min}^p) = \frac{m}{2}(z + z_c) \frac{\cos\alpha_c}{\cos\alpha'_c}$$

将  $\alpha'_c$  代入上式并消去  $\frac{m}{2}$  后可得

$$(z_c + 2h_{ac}^* + 2c^*)^2 = (z + z_c + 2x_{\min}^p)^2 + z^2 \cos^2\alpha_c - 2z(z_c + z) \cos^2\alpha_c$$

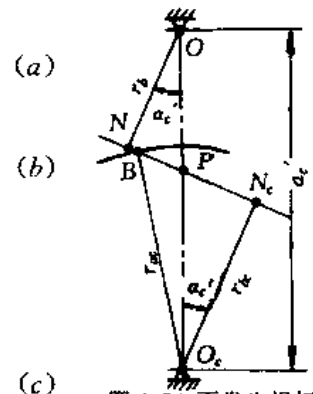


图 4-34 不发生根切时最少齿数的确定

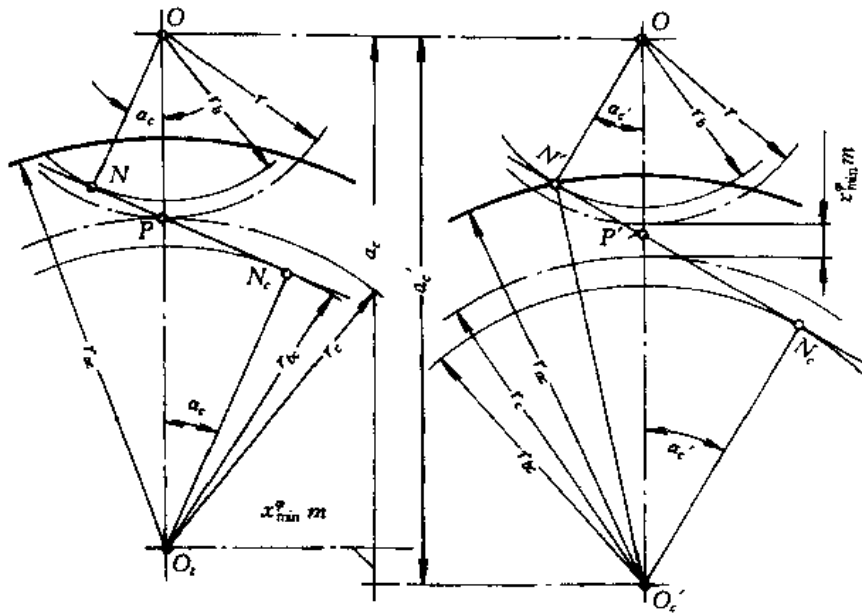


图 4-35 最小变位系数的确定

即  $(z+z_c+2x_{\min}^*)^2 = (z_c+2h_{ac}^*+2c^*)^2 + (z^2+2zx_c)\cos^2\alpha_c$

故得  $x_{\min}^* = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(z_c+2h_{ac}^*+2c^*)^2 + (z^2+2zx_c)\cos^2\alpha_c} - (z+z_c) \right]$

4. 标准齿轮不产生顶切时的最大齿数

当用齿轮插刀加工齿轮时，如轮坯的齿顶超过了啮合线与齿轮插刀基圆的切点  $N_c$  (如图 4-36a 中虚线所示)，则被切齿轮的齿顶处的部分渐开线齿廓将切掉 (图 b)，这种现象称为

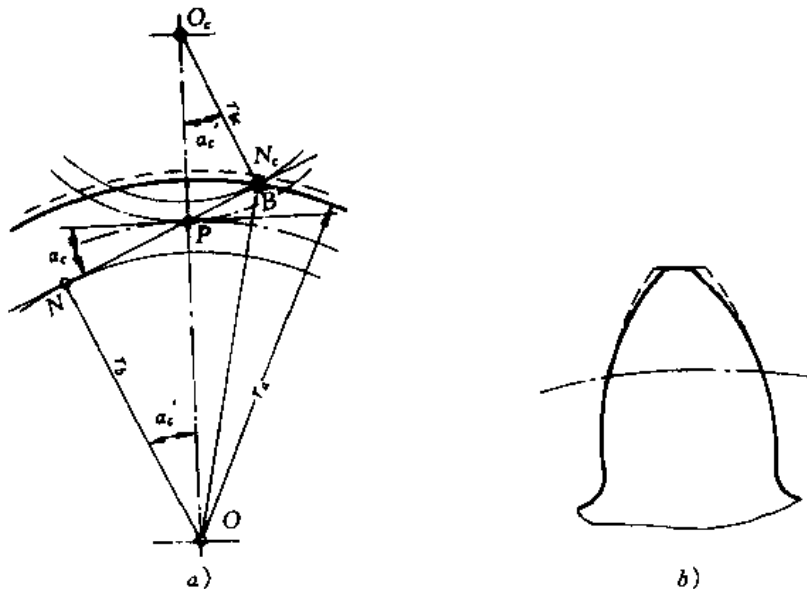


图 4-36 不产生顶切时最大齿数的确定

顶切。为了避免顶切，须使轮坯齿顶圆与啮合线的交点  $B$  在啮合极限点  $N_c$  以内，即须使

$$NB \leq NN_c \quad (a)$$

而由图可知

$$NB = \sqrt{r_a^2 - r_b^2} = \sqrt{\left(\frac{m}{2}z + h_a^*m\right)^2 - \left(\frac{m}{2}z \cos \alpha_c\right)^2} \quad (b)$$

$$NN_c = (r_b + r_{bc}) \operatorname{tg} \alpha'_c = \frac{m}{2}(z + z_c) \cos \alpha_c \operatorname{tg} \alpha'_c \quad (c)$$

将式(b)及(c)代入式(a)并整理后,得

$$z^2(1 - \cos^2 \alpha_c \operatorname{tg}^2 \alpha'_c - \cos^2 \alpha_c) + z(4h_a^* - 2z_c \cos^2 \alpha_c \operatorname{tg}^2 \alpha'_c) \leq z_c^2 \cos^2 \alpha_c \operatorname{tg}^2 \alpha'_c - 4h_a^*$$

由于  $\alpha'_c$  与  $\alpha_c$  一般相差不多,故上式第一项括号内之值可近似地取为零,而最后得被切齿轮不发生顶切的最大齿数为

$$z_{\max} \approx \frac{z_c^2 \cos^2 \alpha_c \operatorname{tg}^2 \alpha'_c - 4h_a^*}{4h_a^* - 2z_c \cos^2 \alpha_c \operatorname{tg}^2 \alpha'_c}$$

当被切齿轮的齿数  $z > z_{\max}$  时,为了避免根切,可以采用正变位修正的方法,以加大轮坯与刀具的中心距。也可以采用齿数较多的齿轮插刀,使  $B$  点移至  $N'_c$  点以内。

### 5. 用齿轮插刀切制的齿轮传动计算

设齿轮插刀的齿数为  $z_c$ , 切割剖面的实际齿顶高系数为  $h_{ac}^e$ , 分度圆齿厚的增量系数为  $\Delta_c$ ; 用该插刀加工的两齿轮的齿数为  $z_1, z_2$ , 分度圆齿厚的增量系数分别为  $\Delta_{g1}, \Delta_{g2}$ 。则两齿轮传动的有关参数计算如下:

① 切制齿轮时的机床啮合角  $\alpha'_c$

$$\operatorname{inv} \alpha'_{c1} = \operatorname{inv} \alpha_c + \frac{\Delta_{g1} + \Delta_c}{z_1 + z_c}$$

$$\operatorname{inv} \alpha'_{c2} = \operatorname{inv} \alpha_c + \frac{\Delta_{g2} + \Delta_c}{z_2 + z_c}$$

② 切制齿轮时的变位系数  $x^p$ , 由图 4-37 可知

$$x^p m = a'_c - (r + r_c) = \frac{m(z + z_c)}{2} \left( \frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha'_c} - 1 \right)$$

即 
$$x^p = \frac{(z + z_c)}{2} \left( \frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha'_c} - 1 \right)$$

故得 
$$x_1^p = \frac{(z_1 + z_c)}{2} \left( \frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha'_{c1}} - 1 \right)$$

$$x_2^p = \frac{(z_2 + z_c)}{2} \left( \frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha'_{c2}} - 1 \right)$$

③ 两齿轮啮合传动的啮合角  $\alpha'$

$$\operatorname{inv} \alpha' = \operatorname{inv} \alpha + \frac{\Delta_{g1} + \Delta_{g2}}{z_1 + z_2}$$

④ 两齿轮的分度圆分离系数  $y$

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2} \left( \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \right)$$

⑤ 两齿轮的齿根圆半径  $r_f$

$$r_{f1} = m \left( \frac{z_1}{2} + h_{ac}^e - c^* + x_1^p \right)$$

$$r_{f2} = m \left( \frac{z_2}{2} + h_{ac}^e - c^* + x_2^p \right)$$

⑥ 两齿轮的齿顶圆半径  $r_a$

$$r_{a1} = m \left( \frac{z_1}{2} - h_a^* + x_1^p - \sigma \right)$$

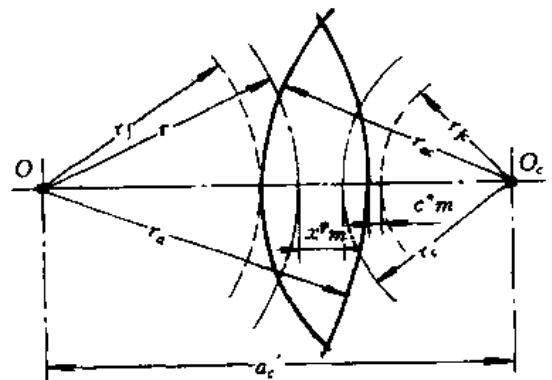


图 4-37 切制齿轮时实际的变位系数



$$r_{a2} = m \left( \frac{z_2}{2} - h_a^* + x_2^p - \sigma \right)$$

式中的  $\sigma$  为齿面高变动系数, 其值可如下求出:

设两轮的中心距为  $a'$ , 则

$$a' = r_{a1} + c^* m + r_{f2}$$

$$\text{即 } \frac{m}{2}(z_1 + z_2) + ym = m \left( \frac{z_1}{2} + h_a^* + x_1^p - \sigma \right) + c^* m + m \left( \frac{z_2}{2} - h_{ac}^p - c^* + x_2^p \right)$$

将上式化简后可得

$$\sigma = x_1^p + x_2^p - y - (h_{ac}^p - h_a^*)$$

式中  $h_{ac}^p$  为插刀的实际齿顶高系数,  $h_a^*$  为标准齿顶高系数。

应该指出: 用齿轮插刀切制齿轮时, 齿顶高变动系数  $\sigma$  与齿条刀切制齿轮时的齿顶高变动系数  $\sigma$  不同, 在用齿条刀切制的齿轮的传动中, 不论正传动或负传动,  $\sigma$  均为正值, 而且互相啮合的两齿轮的  $\sigma$  值相同。而在齿轮插刀切制的齿轮传动中,  $\sigma$  可以为正、为负, 或为零, 而且如果互相啮合的两齿轮是用不同的齿轮插刀切制的, 则由于两把插刀的实际齿顶系数  $h_{ac}^p$  可能不同, 所以根据上式, 其  $\sigma$  值也就可能不等。

由于齿轮插刀与齿条刀的几何形状和某些参数的不同, 因而同样的被切齿轮, 用齿轮插刀加工时与用齿条刀加工时, 所得到的齿轮几何尺寸和某些参数并不完全一致(如齿根高), 所以形成了两种不同的计算系统。一般说来, 用齿条刀加工齿轮时的设计计算比较简单, 而用齿轮插刀加工时的计算则比较复杂。因此, 通常对于小变位量的齿轮传动或一般不须作精确计算的齿轮传动, 即使实际上是采用齿轮插刀加工, 也常按用齿条刀加工的计算系统进行计算。用齿轮插刀的外啮合齿轮传动的类型及其设计, 限于篇幅, 就不再论述了。

### (三) 内啮合齿轮传动的计算基础

#### 1. 用齿轮插刀切制内齿轮时的机床啮合

内齿轮一般用齿轮插刀加工的, 其插齿的过程是齿轮插刀与内齿轮作无侧隙啮合传动的过程。图 4-38a 表示齿轮插刀与被切内齿轮的标准安装位置(两分度圆相切位置), 图 4-38b 则为齿轮插刀变位时的安装位置。

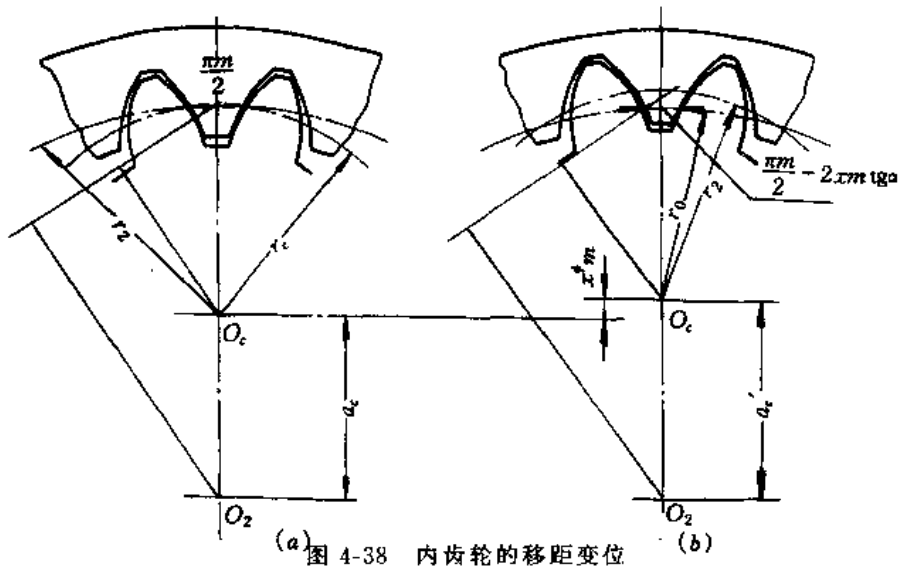


图 4-38 内齿轮的移距变位

由图可见,当齿轮插刀的中心  $o_c$  远离内齿轮的中心  $o_2$  作正变位时,被切内齿轮分度圆的齿厚将减小;而当齿轮插刀的中心  $o_c$  移近内齿轮的中心  $o_2$  作负变位时,被切内齿轮分度圆的齿厚将增大。所以内齿轮作变位修正时,其分度圆齿厚的变化规律恰好与外齿轮作变位修正时的情况相反。

与插制外齿轮的情况相仿,插制内齿轮时的机床啮合角  $\alpha'_c$  可由下式求得

$$\operatorname{inv}\alpha'_c = \operatorname{inv}\alpha - \frac{\Delta_g + \Delta_c}{z - z_c}$$

又仿照外啮合情况,切制内齿轮时实际的变位系数  $x^f$  为

$$x^f = \frac{z - z_c}{2} \left( \frac{\cos\alpha_c}{\cos\alpha'_c} - 1 \right)$$

或者已知  $x^f$  时,则机床的啮合角  $\alpha'_c$  为

$$\cos\alpha'_c = \cos\alpha_c \frac{z - z_c}{z - z_c + 2x^f}$$

## 2. 内啮合齿轮传动的计算

设齿轮插刀的齿数为  $z_c$ ,切削剖面内实际的齿顶高系数为  $h_{ac}^*$ ,用该插齿刀切制内齿轮的齿数为  $z_2$ ,分度圆齿厚的增量系数为  $\Delta_{g2}$ ;小齿轮的齿数为  $z_1$ ,分度圆齿厚的增量系数为  $\Delta_{g1}$ 。则两齿轮传动的有关参数可计算如下:

①内啮合传动的啮合角  $\alpha'$

$$\operatorname{inv}\alpha' = \operatorname{inv}\alpha - \frac{\Delta_{g1} + \Delta_{g2}}{z_2 - z_1}$$

②两齿轮的分度圆分离系数  $y$

$$y = \frac{z_2 - z_1}{2} \left( \frac{\cos\alpha_c}{\cos\alpha'_c} - 1 \right)$$

③两齿轮的齿根圆半径

$$r_{f1} = m \left( \frac{z_1}{2} - h_{ac}^f - c^* + x_2^f \right)$$

$$r_{f2} = m \left( \frac{z_2}{2} + h_{ac}^f + c^* + x_1^f \right)$$

④两齿轮的齿顶圆半径

$$r_{a1} = m \left( \frac{z_1}{2} - h_a^* + x_1^f - \sigma \right)$$

$$r_{a2} = m \left( \frac{z_2}{2} - h_a^* + x_2^f + \sigma \right)$$

⑤齿顶高变动系数  $\sigma$

$$\sigma = y - x_2^f + x_1^f - h_{ac}^f + h_a^*$$

当内齿轮和小齿轮分别用两把不同的插刀切削时,则两齿轮的齿顶变动系数  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  也不相等。

## 3. 用齿轮插刀切制内齿轮时顶切现象

内齿轮加工时的顶切现象,可以分成范成顶切与径向进刀顶切两类。

①范成顶切

如图 4-39 所示,当内齿轮的齿顶圆超过了啮合线与插刀基圆的切点  $N_c$  时(如图中虚线所示),就将产生范成顶切。为了避免这种顶切现象,应使内齿轮齿顶圆与啮合线的交点  $K$  不超

过  $N_c$  点, 即

$$N_2 K \geq N_2 N_c$$

根据这一条件, 可得范成顶切的检验公式为

$$\frac{z_c}{z_2} \geq 1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha_{a2}}{\operatorname{tg} \alpha'_c}$$

式中  $\alpha_{a2}$  为内齿轮齿顶圆压力角;  $\alpha'_c$  为加工内齿轮时的机床啮合角。

### ② 径向进刀顶切

如图 4-40 所示, 在径向进刀时, 齿轮插刀的齿顶可能切去内齿轮齿顶的一部而形成顶切。要避免这种顶切, 在径向进刀时, 插刀的齿顶到中心线的距离  $L_c$ , 在切削过程中应小于内齿轮相应的齿顶到中心线的距离  $L_2$ , 即避免径向进刀顶切的条件为

$$(L_2 - L_c)_{\min} \geq 0$$

根据这一条件, 经过推导, 可得到避免径向进刀顶切的检验公式

$$(L_2 - L_c)_{\min} \approx r_{ac} \sqrt{1 - \frac{i_{c2}^2 - \left(\frac{r_{ac}}{r_{a2}} i_{c2}\right)^2}{i_{c2}^2 - 1}} - r_{ac} \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{r_{a2}}{r_{ac}}\right)^2 - 1}{i_{c2}^2 - 1}} \geq 0$$

式中  $i_{c2} = \frac{z_2}{z_c}$

经过计算表明,  $(L_2 - L_c)_{\min}$  与齿数差  $(z_2 - z_c)$  有很大的关系, 即  $(z_2 - z_c)$  的值愈小, 愈容易产生径向进刀的顶切现象。例如, 在切削  $h_a^* = 1, \alpha = 20^\circ$  的标准齿轮时, 要不产生这种顶切, 则  $(z_2 - z_c)$  之值必须大于 16。如要制造  $(z_2 - z_c)$  小于 16 而又不产生这种顶切现象的内齿轮, 就必须对内齿轮采用正变位修正, 变位系数愈大,  $(L_2 - L_c)$  的值将迅速增加。最后还应指出, 只是齿数差  $(z_2 - z_c)$  对  $(L_2 - L_c)$  的影响较大, 而齿数的绝对值对  $(L_2 - L_c)$  的影响却是很小的。经计算表明, 当齿数的绝对值加大时,  $(L_2 - L_c)$  只略有减小。

所以, 当内齿轮的齿数  $z_2$  与齿轮插刀的齿数  $z_c$  的差值较小时, 应该校核是否产生径向进刀的顶切现象。

## 四、齿轮传动中的干涉

### (一) 外啮合齿轮传动的干涉

一对齿轮传动时, 如一齿轮齿顶的渐开线与另一齿轮齿根的过渡曲线接触, 由于过渡曲线不是渐开线, 故齿廓接触点的公法线不能通过固定的节点  $P$ , 因而引起传动比的变化, 致使两轮卡住不动, 这种现象称为 过渡曲线干涉。设计变位齿轮传动时, 应注意避免这种干涉现象的产生。

图 4-41 为两齿轮啮合传动的情况, 当相啮合的两齿轮用同一把齿条插刀切削时, 轮 1 不发生过渡曲线干涉的检验公式为:

$$\operatorname{tg} \alpha' - \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha') \geq \operatorname{tg} \alpha - \frac{4(h_a^* - x_1)}{z_1 \sin 2\alpha}$$

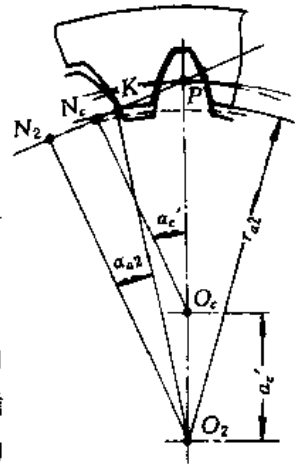


图 4-39 内齿轮的范成顶切

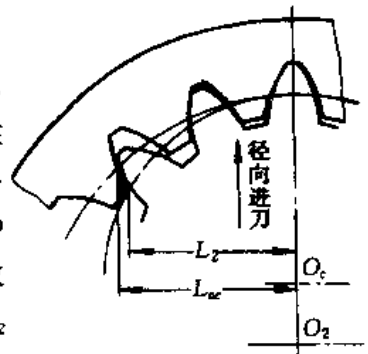


图 4-40 内齿轮的径向进刀顶切

轮 2 不发生过渡曲线干涉的检验公式为：

$$\operatorname{tg} \alpha' - \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') \geq \operatorname{tg} \alpha - \frac{4(h_a^* - x_2)}{z_2 \sin 2\alpha}$$

式中  $\alpha'$  为齿轮传动的啮合角,  $\alpha_{a1}$ 、 $\alpha_{a2}$  分别为两轮的齿顶压力角。

当相啮合的两齿轮用同一把齿轮插刀切制时, 它们不发生过渡曲线干涉的检验公式：

$$\text{轮 1: } \operatorname{tg} \alpha' - \frac{z_1}{z_2} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha') \geq \frac{1}{z_1} [(z_1 + z_c) \operatorname{tg} \alpha'_c - z_c \operatorname{tg} \alpha_{ac}]$$

$$\text{轮 2: } \operatorname{tg} \alpha' - \frac{z_1}{z_2} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') \geq \frac{1}{z_2} [(z_2 + z_c) \operatorname{tg} \alpha'_c - z_c \operatorname{tg} \alpha_{ac}]$$

式中  $\alpha'_c$  为机床啮合角,  $\alpha_{ac}$  为齿轮插刀的齿顶压力角,  $z_c$  为插刀的齿数。

## (二) 内啮合齿轮传动的过渡干涉

### 1. 过渡曲线干涉

图 4-42 为内啮合传动的情形。

内齿轮不发生过渡曲线干涉的检验公式为

$$z_2 \operatorname{tg} \alpha_{ac} - (z_2 - z_1) \operatorname{tg} \alpha'_c \geq z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} - (z_2 - z_1) \operatorname{tg} \alpha'$$

如要小齿轮不发生过渡曲线干涉, 当小齿轮用齿条刀切制时, 其检验公式为

$$z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (z_2 - z_1) \operatorname{tg} \alpha' \geq z_1 \operatorname{tg} \alpha - \frac{4(h_a^* - x_1)}{\sin 2\alpha}$$

如小齿轮用齿轮插刀切制时, 避免过渡曲线干涉的检验公式为

$$z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (z_2 - z_1) \operatorname{tg} \alpha'_c \geq (z_1 + z_c) \operatorname{tg} \alpha'_c - z_c \operatorname{tg} \alpha_{ac}$$

### 2. 齿廓重叠干涉

在齿数差  $(z_2 - z_1)$  较小的内啮合传动中, 可能发生不在啮合位置的齿廓相互重叠的现象, 如图 4-43a 所示。这种现象称为齿廓重叠干涉, 或称齿顶碰角干涉。

齿廓重叠干涉, 不仅使啮合传动不能实现, 而且由于轮齿的抵触, 连装配都成为不可能, 因此必须避免这种干涉发生。

在图 4-43b 中, 过  $L_1$  点作齿轮 1 的渐开线  $KL_1M'_1$  与啮合线  $KN_1N_2$  交于  $K$  点, 又过  $K$  点作内齿轮渐开线  $KL_2M'_2$  与渐开线  $KL_1M_1$  在  $K$  点相切, 可见避免齿廓重叠干涉的条件是

$$L_2O_2P > L_1O_2P \text{ 或 } L_1O_2P \geq 0$$

表 4-18 列出了内啮合直齿圆柱齿轮的几何计算公式。

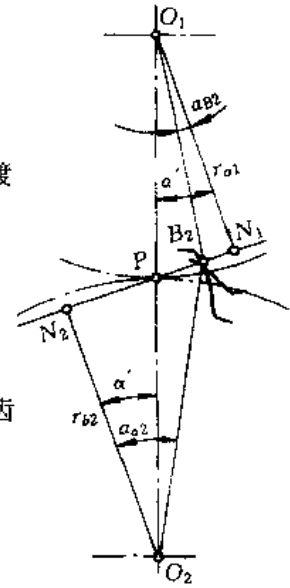


图 4-41 齿轮的啮合传动

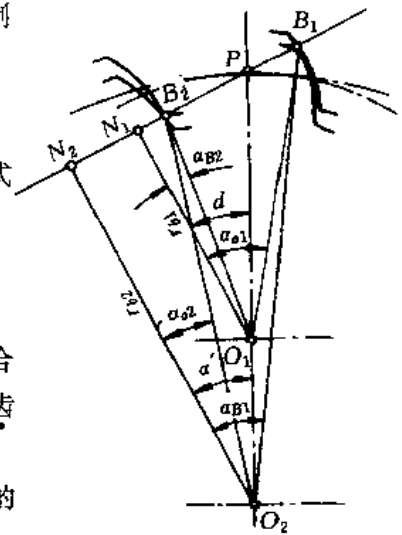


图 4-42 内啮合传动

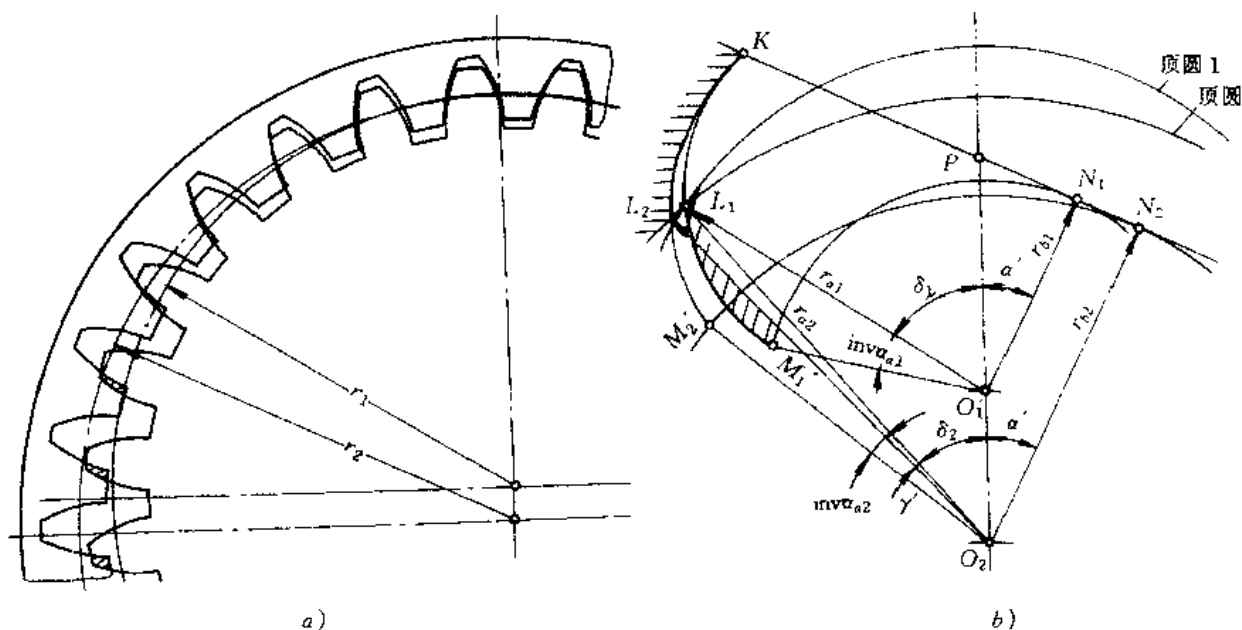


图 4-43 渐开线内啮合传动的齿形重叠干涉

表 4-18 内啮合直齿圆柱齿轮传动尺寸计算公式

序号	名称	符号	计算公式	
			小 轮	大 轮
1	已知参数		$m, a, z_1, z_2, h_a^*, x_1, r_2'$ 或 $m, a, z_1, z_2, h_a^*, a'$	
2	啮合角	$a'$	$\text{inv} a' = \text{inv} \alpha + \frac{2(x_2 - x_1)}{z_2 - z_1} \text{tg} \alpha$ 或 $\cos a' = \frac{a}{a'} \cos \alpha$	
3	中心距变动系数	$y$	$y = \frac{a' - a}{m} = \frac{z_2 - z_1}{2} \left[ \frac{\cos \alpha}{\cos a'} - 1 \right]$	
4	中心距	$a'$	$a' = a \frac{\cos \alpha}{\cos a'}$ 或 $a' = a + ym$	
5	标准中心距	$a$	$a = r_2 - r_1 = \frac{m}{2} (z_2 - z_1)$	
6	分度圆直径	$d$	$d_1 = mz_1$	$d_2 = mz_2$
7	基圆直径	$d_b$	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = mz_1 \cos \alpha$	$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = mz_2 \cos \alpha$
8	齿距	$p$	$p = \pi m$	
9	根圆直径	$d_f$	$d_{f1} = m(z_1 - h_a^* - 2c^* + 2x_1)$ (滚齿加工)	$d_{f2} = d_{b2} + 2a'_{o2}$ 式中: $a'_{o2} = \frac{m}{2} (z_2 - z_{o2}) \frac{\cos \alpha}{\cos a'}$ $\text{inv} a'_{o2} = \text{inv} \alpha + \frac{2(x_2 - x_{o2})}{z_2 - z_{o2}} \text{tg} \alpha$ 刀具参数查手册决定, 但旧刀的顶圆直径可实测决定, 变位系数按测得的顶圆计算
10	顶圆直径	$d_a$	$d_{a1} = d_{f2} - 2a' - 2c^* m$	$d_{a2} = d_{f1} + 2a' - 2c^* m$
11	齿顶高	$h_a$	$h_{a1} = 0.5(d_{a1} - d_1)$	$h_{a2} = 0.5(d_2 - d_{a2})$

序号	名称	符号	计算公式	
			小 轮	大 轮
12	齿全高	$h$	$h_1 = 0.5(d_{a1} - d_{f1})$	$h_2 = 0.5(d_{a2} - d_{f2})$
13	齿厚	$s$	$s_1 = \frac{\pi m}{2} - 2r_1 m \operatorname{tg} \alpha$	$s_2 = \frac{\pi m}{2} + 2r_2 m \operatorname{tg} \alpha$
14	节圆直径	$d'$	$d'_1 = d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = m z_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$	$d'_2 = d_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = m z_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$

注:对标准传动,因  $r_1 = r_2 = 0$ ,故公式中  $\alpha' = \alpha, a' = a, y = 0, d' = d$ 。

## 五、变位系数的选择

### (一) 必须满足要求

变位齿轮的优越性能否实现,主要取决于变位系数的选择。因此,合理选择变位系数是变位齿轮设计计算的关键。

选择变位系数是一个很复杂的问题,需要考虑的因素很多,但概括起来下列几个方面:

#### 1. 必须满足的基本要求

(1) 保证齿轮不发生根切现象,而所选的变位系数不应小于  $x_{\min}$ 。

(2) 应保证  $s_a \geq (0.25 \sim 0.4)m_n$ ,对有冲击的传动取较大值。

(3) 保证重合度  $\epsilon_a > 1$ ,最好是  $\epsilon_a = 1.2$ 。

(4) 保证传动不发生干涉现象。

#### 2. 保证传动质量方面的要求

例如根据两轮齿的等磨损、等强度以及节点处于两对轮齿啮合区等要求,选择变位系数。但是,对齿轮传动所提出的质量要求是多种多样的,而且往往又是相互矛盾和相互制约的,有时为了改善某一质量指标,常引起另一质量指标的恶化。又如为了提高齿轮的强度,可以用较大的正变位系数,但较大的正变位系数又可能引起齿顶变尖,所以在选择变位系数时,应密切联系实际权衡轻重,抓住主要矛盾满足主要的传动要求。

### (二) 变位系数的选择方法

目前变位系数的方法很多,有封闭图法、线图法和表选法等,现介绍其中较为实用而完善的方法——封闭图法和线图法。

#### A. 封闭图法

封闭图法就是按照一对互相啮合齿轮的齿数  $z_1, z_2$ ,根据选择变位系数必须满足的条件,绘成一系列的限制曲线并把这些曲线画在直角坐标系  $x_1, x_2$  中,形成一封闭区域,如图 4-44 所示。变位齿数只能在封闭区中选取,图中的每一点  $(x_1, x_2)$  的坐标均表示一种变位的方案,用封闭图来选择变位系数比较方便并能综合考虑问题。

#### (1) 封闭图法和各限制曲线的意义

##### ① 保证不发生根切的限制曲线

根据最小变位系数  $x_{\min} = \frac{h_a^* (z_{\min} - z)}{z_{\min}}$ ;当  $z_1, z_2$  为已知时,就可以标出  $x_{1\min}$  和  $x_{2\min}$ 。这是两根平行于坐标轴的直线,如图 4-45a 所示。在设计齿轮时,如果要求两轮完全避免根切,则变位

系数  $x_1, x_2$  的坐标点, 应取在直线  $x_{1min}$  的右侧和  $x_{2min}$  的上方, 如允许有微量的根切, 但根切不进入齿廓的工作段 (即不降低重合度系数) 时, 变位系数取在限制曲线①的右侧和限制曲线②的上方。

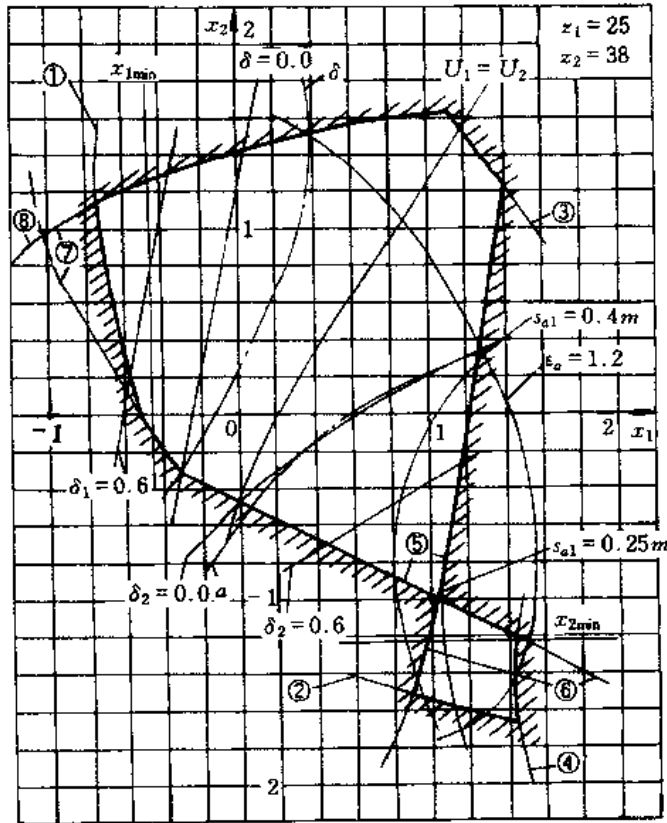


图 4-44 封闭图

②保证  $\epsilon_a \geq [\epsilon_a]$  的限制曲线 ( $|\epsilon_a|$  见表 4-19)

表 4-19 推荐的重叠系数许用值

使用场合	一般机械制造	汽车、拖拉机	金属切削机床
$ \epsilon_a $	1.4	1.1~1.2	1.3

$$\epsilon_a = \frac{1}{2\pi} [z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha) + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha)]$$

由于齿顶压力角  $\alpha_{a1}, \alpha_{a2}$  及压力角 (啮合角  $\alpha'$ ) 均与变位系数有关, 故  $\epsilon_a$  亦为变位系数的函数, 再根据已知的齿数  $z_1$  及  $z_2$ , 即可绘出  $\epsilon_a$  的限制曲线, 如图 4-45b。图中表示出  $\epsilon_a = 1.0$  的限制曲线③和  $\epsilon_a = 1.2$  的曲线。如变位系数取在③的右上方时, 这时  $\epsilon_a < 1$  是不允许的。取在  $\epsilon_a = 1.2$  线的左下方时,  $\epsilon_a > 1.2$ ; 取在这两曲线之间时, 则  $\epsilon_a$  介于 1 及 1.2 之间。

③保证齿顶有一定厚度的限制曲线

根据齿顶厚  $s_a = s \frac{r_a}{r} - 2r_a(\operatorname{inv}\alpha_a - \operatorname{inv}\alpha)$ , 式中分度圆齿厚  $s$ 、齿顶圆半径  $r_a$  及齿顶压力角  $\alpha_a$  均与变位系数有关, 故齿顶厚亦为变位系数的函数。将不同的变位系数代入上式中, 可求得小齿轮齿顶厚变小时的限制曲线④, 如图 4-45c 所示。图中还表示小齿轮齿顶厚分别为 0.25m

和  $0.45m$  的曲线。由图可知愈靠近左上方,其  $s_{a1}$  的值愈大。

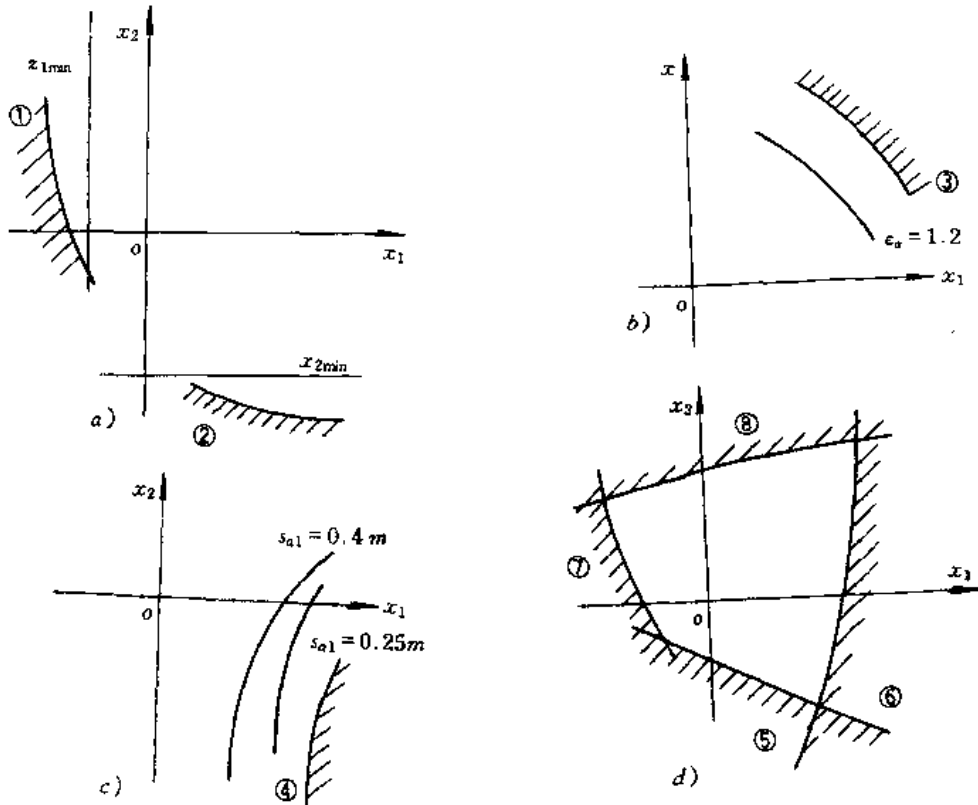


图 4-45 封闭图线

④避免产生过渡曲线干涉的限制曲线

轮 1 不发生过渡曲线干涉的检验公式:

$$\operatorname{tg} \alpha' - \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha') \geq \operatorname{tg} \alpha - \frac{4(h_a^* - x_1)}{z_1 \sin 2\alpha}$$

轮 2 不发生过渡曲线干涉的检验公式:

$$\operatorname{tg} \alpha' - \frac{z_1}{z_2} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') \geq \operatorname{tg} \alpha - \frac{4(h_a^* - x_2)}{z_2 \sin 2\alpha}$$

上两式中齿顶压力角  $\alpha_{a1}$ 、 $\alpha_{a2}$ 、啮合角  $\alpha'$  等均与变位系数有关,故可根据上两式中的  $x_1$ 、 $x_2$  的关系求出避免干涉的限制曲线如图 4-45a 所示。图中曲线⑤⑥为保证轮 1 不发生过渡曲线干涉的限制曲线;曲线⑦⑧为保证轮 2 不发生过渡曲线干涉的限制曲线。变位系数的坐标点必须在这几组曲线所围成的区域内,才能保证一对齿轮传动中不发生过渡曲线干涉。

以上所讨论的各种限制曲线,是封闭图中的基本曲线。除了上述的各种限制曲线外,在封闭图中还有一些质量指标,如图 4-44 中的:

曲线  $a$  表示大小齿轮的材质相同,当小齿轮为主动时,保证大小齿轮齿根弯曲疲劳强度相等的曲线。

曲线  $\delta$  表示大小齿轮的材料相同,当大齿轮为主动时,保证大小齿轮齿根弯曲疲劳强度相等的曲线。

曲线  $u_1 = u_2$  则表示在实际啮合线两端点处(图 4-46 中的  $B_1$ 、 $B_2$  点),齿根滑动系数相等的曲线。



如将变位系数的坐标点取在这些曲线上,就可以得到相同的质量指标。例如将变位系数的坐标点取在  $u_1 = u_2$  的曲线上,则表示可设计出大小两轮滑动系数相等。

由上所述,不同齿数  $z_1, z_2$  的组合,应具有不同的封闭图。因此采用封闭图选择变位系数时,就应要求具有大量的,不同齿数组合的封闭图。这在实际上是不可能的,所以在设计变位齿轮时,可先考虑参考封闭图册上已有的齿数组合来选定齿轮的齿数。如需定出齿轮的齿数  $z_1, z_2$ , 而该齿数的组合又没有封闭图时,则只好参考齿数组合相近的封闭图。

## (2) 变位齿轮传动的应用及封闭图的使用

### ① 满足齿面具有最大接触强度的要求

欲使齿面具有最大的接触强度,就应使变位系数和  $x_\Sigma$  为最大,即

$$x_1 + x_2 = x_{\Sigma \max}$$

此式在封闭图中可用一条与坐标轴的夹角为  $45^\circ$  的直线  $ee$  表示(图 4-47),该直线在横坐标轴上的截距  $l$  即为  $x_\Sigma$ 。

此外,齿轮传动都应保证一定的重叠系数  $\epsilon_a \geq 1.2$ , 则所选定变位系数的坐标点应位于  $\epsilon_a = 1.2$  曲线上或在该曲线的左下方。因此,要同时满足齿面具有最大的接触强度( $x_\Sigma$  为最大)及重叠系数  $\epsilon_a \geq 1.2$  的要求,则所选变位系数的坐标点就得同时位于  $ee$  线及  $\epsilon_a = 1.2$  曲线上,而且  $ee$  线的截距应是最大值  $l_{\max}$  (即  $x_{\Sigma \max}$ )。显然,在此要求下,只有选在  $\epsilon_a = 1.2$  曲线与  $ee$  线相切的切点  $a$  作为所选变位系数的坐标点,才能满足。如在  $\epsilon_a = 1.2$  曲线的左下方任取一点  $b$  作为所选变位系数的坐标点时,虽然满足  $\epsilon_a = 1.2$ , 但  $x_\Sigma$  却不是最大值(即  $l > l_{\max}$ ),也就是不能满足齿面具有最大接触强度的要求。

综上所述可知,欲使变位系数获得最大的接触强度,应在封闭图内求取与坐标轴成  $45^\circ$  的直线  $ee$  和  $\epsilon_a = 1.2$  (或为其他数值)曲线的切点,该点的坐标  $(x_1, x_2)$  即为所求的变位系数值。

### ② 满足齿根具有最大弯曲强度的要求

如果大、小齿轮的材质相同,则利用封闭图求取齿轮具有最大弯曲强度的变位系数极为方便。即当小齿轮为主动时,沿图 4-44 中的曲线  $a$  (当大齿轮为主动时,沿曲线  $\delta$ ) 选取数值尽可能大的  $x_1, x_2$  值,即能满足要求。

若大、小齿轮的材质不同,应考虑大、小齿轮齿根弯曲强度相等的条件:

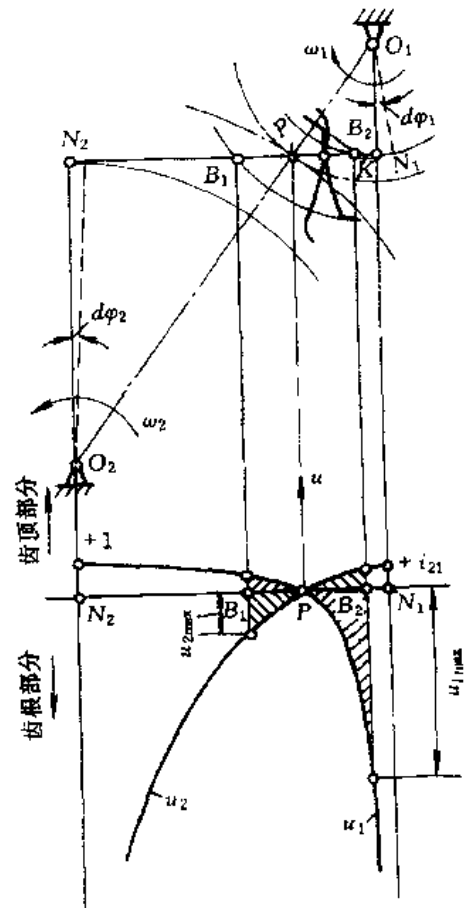


图 4-46 等移距变位齿轮传动的滑动曲线

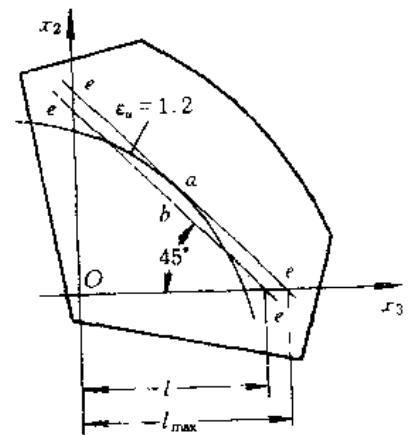


图 4-47 选取接触强度最大的变位系数

$$[\sigma]_{F_1}/Y_{Fa1}F_{Sa1}=[\sigma]_{F_2}/Y_{Fa2}F_{Sa2} \quad (4-34)$$

来选取适当的变位系数。因封闭图中没有系数  $Y_{Fa}$ 、 $Y_{Sa}$  与变位系数  $x$  的函数曲线,按上述选取变位系数时,只好试选几个坐标点进行比较,最后确定一个较合适的数值。即在封闭图中选定几个坐标点,并分别求出各点的变位系数  $x_1$ 、 $x_2$ ,再由表 4-5 查出相应的系数  $Y_{Fa}$  及  $Y_{Sa}$ ,然后再分别计算各  $[\sigma]_F/Y_{Fa}F_{Sa}$  值,看由哪一对变位系数所计算得的  $([\sigma]_{F_1}/Y_{Fa1}F_{Sa1})$ 、 $([\sigma]_{F_2}/Y_{Fa2}F_{Sa2})$  值,不但能满足式(4-34),而且  $[[\sigma]_F/Y_{Fa}Y_{Sa}]$  值又为最大时,就采用这一对变位系数。

### ③满足提高齿面及抗胶合能力的要求

若能使大、小齿轮齿根处滑动系数相等,则对齿面抗磨损及抗胶合是最为有利的,为此,变位系数的坐标点沿  $u_1=u_2$  曲线选取即可。

### ④满足对中心距的要求

为了满足对于实际中心距  $a'$  的要求,可由实际中心距(表 4-14),求出相应的变位系数和  $x_\Sigma$ ,再根据其他要求(如上述要求)对  $x_\Sigma$  作适当的分配。

### ⑤满足轮齿不发生根切的要求

用变位的办法使轮齿不发生根切时,相应于刀具的变位系数为

$$x \geq h_a^* - z \sin^2 \alpha / 2$$

而最小变位系数为

$$x_{\min} = h_a^* - z \sin^2 \alpha / 2$$

封闭图中  $x_{1\min}$  或  $x_{2\min}$  曲线即为式(4-26)。因此只要所选变位系数的坐标点不超过该两曲线即可。

### ⑥满足修配齿轮的要求

在矿山机械或冶金机械等重型机械中,往往有巨型的齿轮传动(大齿轮直径达数米),当大齿轮的轮齿过度磨损,不能继续使用时,若重新做一个巨型齿轮,不仅费用大而且技术上也有困难,在此情况下可用变位齿轮的办法来进行修配。即对大齿轮采用负变位重新切齿,把已磨损的齿面全部切掉,然后按高度变位传动配上一个新的正变位小齿轮。大齿轮重切后的负变位系数,可根据原来的公称法线长与重新切齿后的公法线长(按表 4-14 中的公式)来计算或按齿厚的变化量计算。

### ⑦满足节点位于双齿啮合区域的要求

节点位于双齿啮合区时,可以显著地提高齿面的接触强度。由封闭图知,在  $\delta_1=0.0$  及  $\delta_2=0.0$  两曲线的两外侧,皆表示节点位于双齿啮合区内。因此,为满足节点位于双齿啮合区的要求,只要使所选变位系数的坐标点位于该区内即可。但是,从封闭图也可看出,在这个区域内, $x_1$ (或  $x_2$ ) 为负值的情况居多,而对齿轮传动的要求又是多方面的,要做到同时满足节点位于双齿啮合区及其他要求,就不一定都能实现,这要看具体情况而定。

**例题 13** 一对齿轮的齿数为  $z_1=12$ ,  $z_2=15$ ,  $m=3\text{mm}$ ,  $\alpha=20^\circ$ 。采用正传动,取  $x=0.3$ ,  $x_2=0.5$ 。计算这对齿轮传动。

解:

#### 1. 两轮的最小变位系数

$$x_{1\min} = \frac{17-z_1}{17} = \frac{17-12}{17} = 0.294$$

$$x_{2\min} = \frac{17 - z_2}{17} = \frac{17 - 15}{17} = 0.118$$

因为  $x_1 > x_{1\min}$  和  $x_2 > x_{2\min}$ , 故两轮不会根切。

2. 计算啮合角

$$\begin{aligned} \operatorname{inv}\alpha' &= \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{inv}\alpha \\ &= \frac{2(0.3 + 0.5)}{12 + 15} \operatorname{tg}20^\circ + \operatorname{inv}20^\circ = 0.036458 \\ \alpha' &= 26^\circ 35' 20'' \end{aligned}$$

3. 标准中心距

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{3}{2}(12 + 15) = 40.5 \text{ mm}$$

4. 计算无齿侧间隙啮合中心距

$$a' = a \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} = 40.5 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26^\circ 35' 20''} = 42.557 \text{ mm}$$

5. 中心距分离系数

$$y = \frac{a' - a}{m} = \frac{42.557 - 40.5}{3} = 0.686$$

6. 齿顶变动系数

$$\sigma = x_1 + x_2 - y = 0.3 + 0.5 - 0.686 = 0.114$$

7. 计算齿轮主要尺寸

$$d_1 = z_1 m = 12 \times 3 = 36 \text{ mm}$$

$$d_2 = z_2 m = 15 \times 3 = 45 \text{ mm}$$

(1) 分度圆直径 (2) 齿顶圆直径

$$\begin{aligned} d_{a1} &= [z_1 + 2(h_a^* + x_1 - \sigma)]m = [12 + 2(1 + 0.3 - 0.114)] \times 3 \\ &= 43.116 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{a2} &= [z_2 + 2(h_a^* + x_2 - \sigma)]m = [15 + 2(1 + 0.5 - 0.114)] \times 3 \\ &= 53.316 \text{ mm} \end{aligned}$$

(3) 全齿高

$$h = (2h_a^* + c^* - \sigma)m = (2 \times 1 + 0.25 - 0.114) \times 3 = 6.408 \text{ mm}$$

(4) 检验两轮齿顶是否变尖及重叠系数

经计算(计算过程从略)得:

$$s_{a1} = 1.94 \text{ mm} \quad s_{a2} = 1.63 \text{ mm} \quad \varepsilon = 1.2$$

均合用。

以上计算很繁杂, 现用查表计算如下:

$$x_1 + x_2 = 0.3 + 0.5 = 0.8, \text{ 故}$$

$$x_0 = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} = \frac{2 \times 0.8}{12 + 15} = 0.05922$$

查表 4-16, 得  $\alpha = 26^\circ 35' 20''$ ,  $y_0 = 0.05083$ ,  $\sigma_0 = 0.00839$ , 再计算得:

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2} y_0 = \frac{12 + 15}{2} \times 0.05083 = 0.686$$

$$\sigma = \frac{z_1 + z_2}{2} \sigma_0 = \frac{12 + 15}{2} \times 0.00839 = 0.114$$

**例题 14** 一车床进给箱采用滑移齿轮机构,其简图如图 4-48 所示。按照变速的需要,滑移齿轮 1 要既能与齿轮 2 啮合,又能与齿轮 3 啮合。已知模数  $m=2\text{mm}$ ,设计这组齿轮。

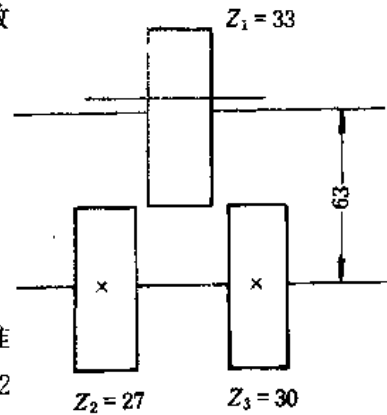


图 4-48 车床进给箱

解:

1. 标准中心距

$$a_{12} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{2}{2}(33 + 27) = 60\text{mm}$$

$$a_{13} = \frac{m}{2}(z_1 + z_3) = \frac{2}{2}(33 + 30) = 63\text{mm}$$

但齿轮的实际中心距  $a' = 63$ ,若将三个齿轮都做成标准齿轮,则因  $a' > a_{12}$ ,齿轮 1、2 啮合时齿侧间隙太大,故齿轮 1、2 应采用正传动。又因  $a' = a_{13}$ ,因齿轮 1 已是变位齿轮,故齿轮 1、3 应为高度变位齿轮传动。

2. 简化计算

$$y_0 = \frac{a'}{a} - 1 = \frac{63}{60} - 1 = 0.05$$

查表 4-16,得:

$$a' = 26^\circ 33', x_0 = 0.05815, \sigma_0 = 0.00814$$

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} x_0 = \frac{33 + 27}{2} \times 0.05815 = 1.74$$

$$\sigma = \frac{z_1 + z_2}{2} \sigma_0 = \frac{33 + 27}{2} \times 0.00814 = 0.24$$

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2} y_0 = \frac{33 + 27}{2} \times 0.05 = 1.5$$

其次看齿轮 1、3,因这对齿轮是高度变位,所以

$$x_1 + x_3 = 0, a' = a, y = 0, \sigma = 0$$

3. 变位系数的分配

按  $x_1 + x_2 = 1.74$  和  $x_1 + x_3 = 0$ ,可以有很多不同的分配方案,例如取  $x_1 = 0, x_2 = 1.74; x_3 = 0$ ,用图 4-49 检查,可知齿轮 2 的齿顶将变尖,所以这种分配方案不合用。

若采取将总的变位系数平均分配的办法,取  $x_1 = 0.87, x_2 = 0.87$ ,则  $x_3 = -0.87$ 。由图 4-50 可见,齿轮 3 将有微量的根切,因此这样的分配亦不很好。

该进给箱实际选用的变位系数是  $x_1 = 0.74, x_2 = 1.0$ ,则  $x_3 = -0.74$ ,由图 4-49 可见,齿轮 2 齿顶不变尖,齿轮 3 亦不根切,故这一分配方案可用。

也可以利用封闭图来分配变位系数。为此选出齿数为 28/34 的封闭图如图 4-50。作与坐标轴成  $45^\circ$ ,截距为  $x_1 + x_2 = 1.74$  的直线(即正传动),由图可见,取  $x = 0.74, x_2 = 1.0$ ,如图中的 A 点,是合用的。

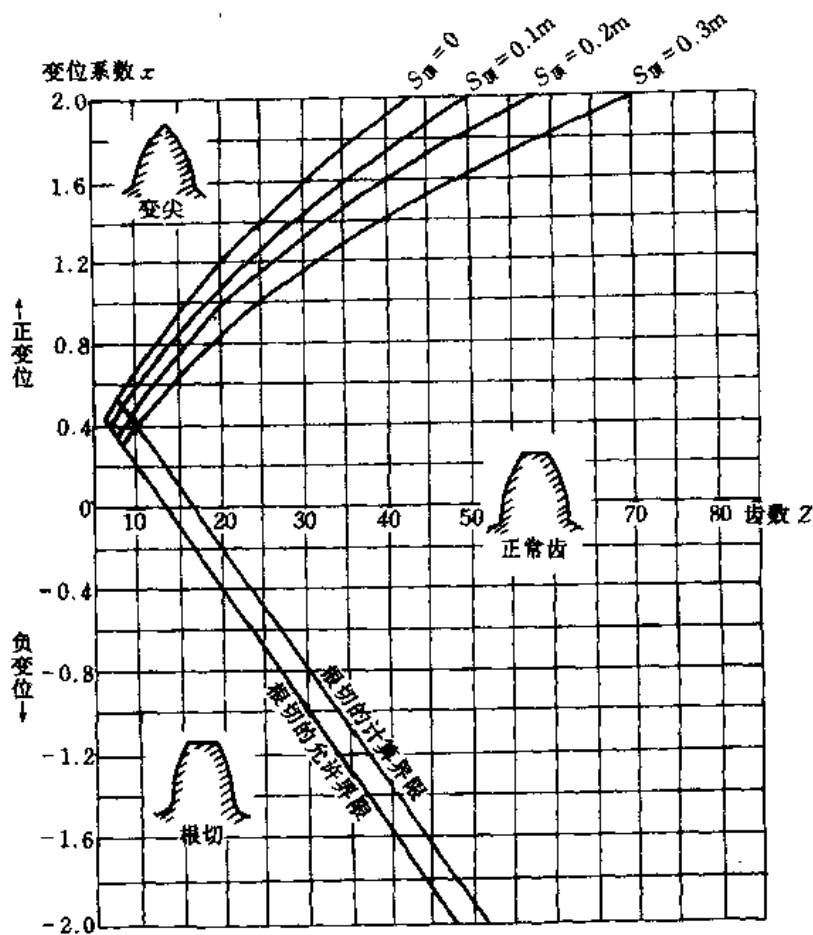


图 4-49 不发生齿顶变尖和根切界限图

#### 用线图法确定变位系数

设计变位齿轮传动时,若没有封闭图时,还可用图 4-51 所示的图线来选取变位系数。该图分左、右两部分,右边线图的横坐标为齿数和  $z_2$ ,纵坐标为变位系数和  $x_2$ 。阴影线内的区域为许用区,许用区的各射线为同一啮合角(如  $18^\circ$ 、 $19^\circ$ 、……、 $24^\circ$ 、 $25^\circ$ )时  $x_2$  与  $z_2$  的函数曲线。左边线图的横坐标为  $x_1$ ( $x_1$  取为由坐标原点  $O$  向左为正值),纵坐标仍为变位系数和  $x_2$ 。

用该线图选取变位系数时,先按齿数和  $z_2$  及其他要求在右边的许用区内选取合适的变位系数和  $x_2$ ,然后按左边的线图,根据  $x_2$  及齿数比  $u$  即可确定  $x_1$  及  $x_2 = x_2 - x_1$ 。

按图 4-51 所示的线图选取的变位系数可保证:

- ① 齿轮在啮合时不产生干涉现象;
- ② 重叠系数  $\epsilon_a \geq 1.2$  (即使在许用区上方的边界线上选取  $x_2$  时,也只有少数情况为  $\epsilon_a = 1.1 \sim 1.2$ );
- ③ 切齿时不产生根切或只有微量根切;
- ④ 齿顶厚  $s_a > 0.4m$ ;
- ⑤ 滑动系数  $u_1 = u_2$ ;
- ⑥ 在右边线图中与齿轮模数  $m$  相应的曲线 ( $m = 6.5, 7, 8 \dots$  的点划线) 的下方,选取变位系数时,皆可保证大齿轮的齿廓用范成法切成渐开线。

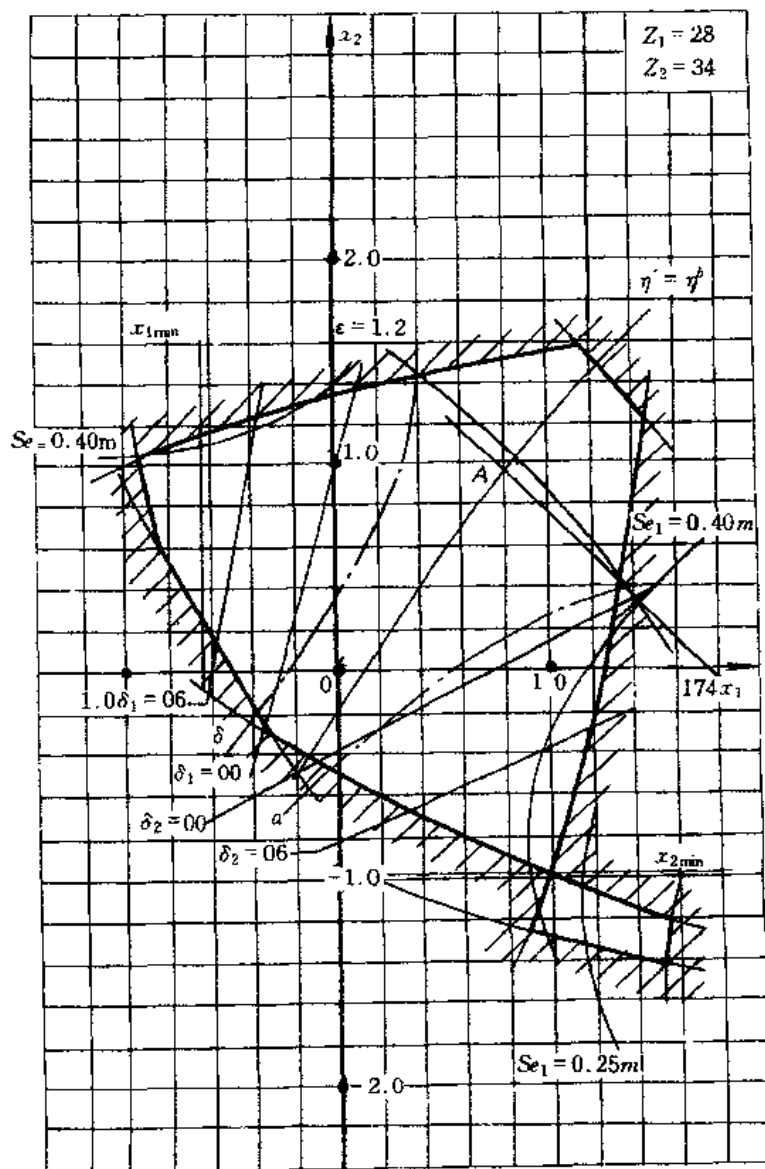


图 4-50  $z_1=28, z_2=34$  封闭图

例题 15 设已知一齿轮传动的齿数分别为  $z_1=21, z_2=23$ , 模数  $m=2.5\text{mm}$ , 实际中心距  $a'=70\text{mm}$ , 试选取合适的变位系数。

解:

1. 计算啮合角  $\alpha'$

$$\cos\alpha' = m(z_1 + z_2)\cos\alpha / a' = 2.5(21 + 23)\cos 20^\circ / 70 = 0.91$$

$$\alpha' = 25^\circ 1' 25''$$

2. 按  $z_\Sigma = z_1 + z_2 = 21 + 23 = 44$  及  $\alpha' = 25^\circ 1' 25''$ , 由图 4-51 查得  $x_\Sigma = 1.125$ 。

3. 因  $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{23}{21} = 1.095$ , 故按左边线图 4-51 中的曲线 2 及  $x_\Sigma$  查得  $x_1 = 0.54$ ,  $x_2 = x_\Sigma - x_1 =$

$$1.125 - 0.54 = 0.585。$$

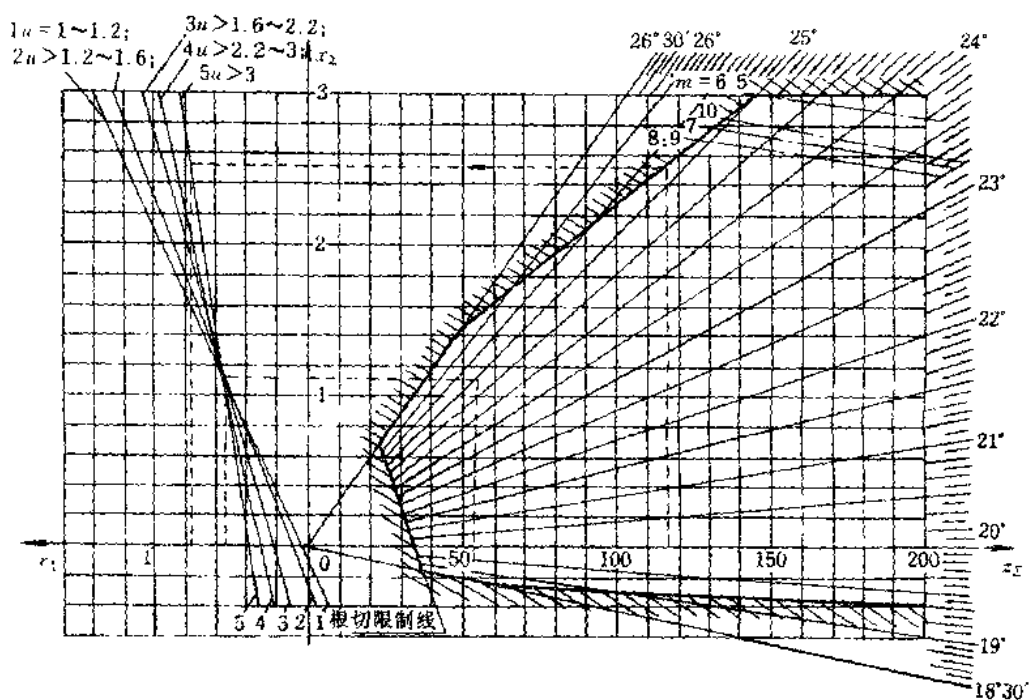


图 4-51 确定变位系数的线图

**例题 16** 设已知一齿轮传动的齿数为  $z_1=17, z_2=100$ , 要求尽可能提高齿轮的接触强度, 试选择其变位系数。

解:

1. 选取  $x_2$

要尽可能地提高齿轮的接触强度, 就应按最大啮合角选取变位系数和  $x_2$ 。

由  $z_2 = z_1 + z_2 = 117$ , 按图 4-51 选取  $x_2 = 2.54$

2. 因  $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{100}{17} = 5.9$ , 故按左边线图 4-51 中的曲线 5 及  $x_2 = 2.54$ , 查得  $x_1 = 0.77; x_2 = x_2 - x_1 = 2.54 - 0.77 = 1.77$ 。

图 4-52 是供选择变位系数用的另一线图法, 它能在满足上述各种限制条件下, 还提供了根据具体工作条件改进传动性能的各种可能性。

图中用水平线  $P_1$  到  $P_9$  将  $x_2$  由负到正分为八个区域, 其中  $P_1 \sim P_3$  重合度较大的区域,  $P_3 \sim P_6$  是齿轮强度和重合度等综合性能都比较好的区域,  $P_6 \sim P_9$  是齿轮强度比较高的区域,  $P_1$  以下的区域称为特殊应用区, 在这个区域内选择变位系数, 不但会大大地降低齿轮的强度, 而且在许多情况下都会发生过渡曲线干涉的可能<sup>①</sup>。  $P_9$  以上的区域重合度比较小。据分析, 在此区域或  $x_2$  更大的区域选择变位系数也是有可能的。

图 4-53 是将由图 4-52 所选的  $x_2$  分配为  $x_1$  和  $x_2$  的线图, 其中图 a 用于减速传动, 图 b 用于增速传动。分配变位系数时, 用按  $\frac{z_1+z_2}{100}$  和  $\frac{x_2}{2}$  所决定的点, 由此点按 L(或 S) 射线的方向作一

<sup>①</sup> 据分析, 当减速传动且  $1 < i < 2.5$  时, 和增速传动  $i \leq -0.6$  时都有发生过渡曲线干涉的可能。

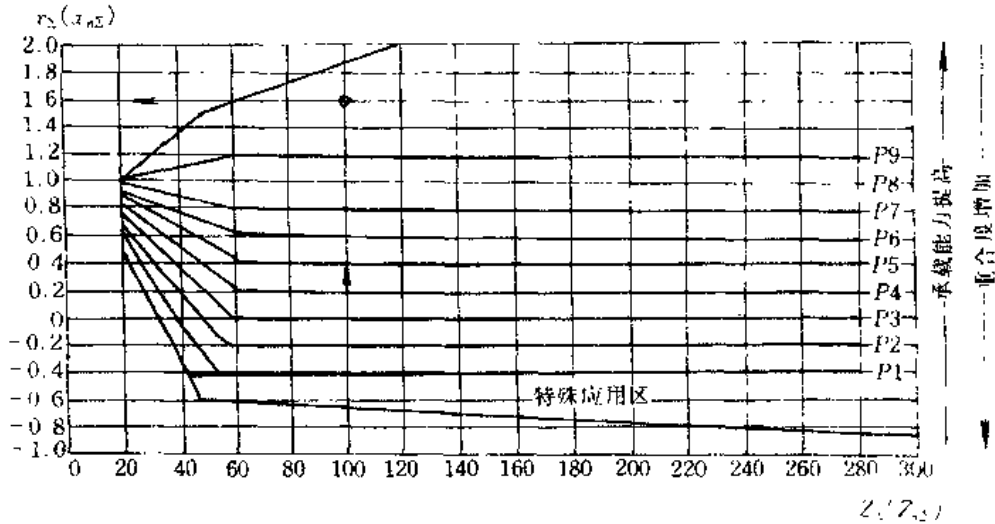


图 4-52 变位系数和( $x_{\Sigma}$ )的选择线图

射线,在此射线上找出  $z_1$  和  $z_2$  相应的点,然后在纵坐标上查出  $x_1$  和  $x_2$ 。当  $z_{\Sigma} > 150$  时,取  $z_{\Sigma} = 150$ 。

**例题 17** 一对直齿圆柱齿轮减速传动,  $z_1=20, z_2=80, m=10$ , 试从提高齿轮强度要求出发,选择变位系数。

解:

1. 按  $z_{\Sigma} = z_1 + z_2 = 100$ , 如图 4-52 所示, 在  $P_9$  线以上初选  $x_{\Sigma} = 1.6$

2. 根据  $100 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} = \frac{100 \times 1.6}{100} = 1.6$ , 由表 4-17b 查得  $100 \frac{\sigma}{x_1 + x_2} = 9.11$ , 故

$$\sigma = \frac{9.11}{100} \times 1.6 = 0.1458$$

$$y = x_1 + x_2 - \sigma = 1.6 - 0.1458 = 1.4542$$

$$a' = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) + my = \frac{10}{2} \times 100 + 10 \times 1.4542 = 514.542 \text{mm}$$

取  $a' = 515 \text{mm}$

这时 
$$y = \frac{a' - a}{m} = \frac{515 - 500}{10} = 1.5$$

$$\frac{100y}{z_1 + z_2} = \frac{100 \times 1.5}{100} = 1.5$$

由表 4-17a 查得

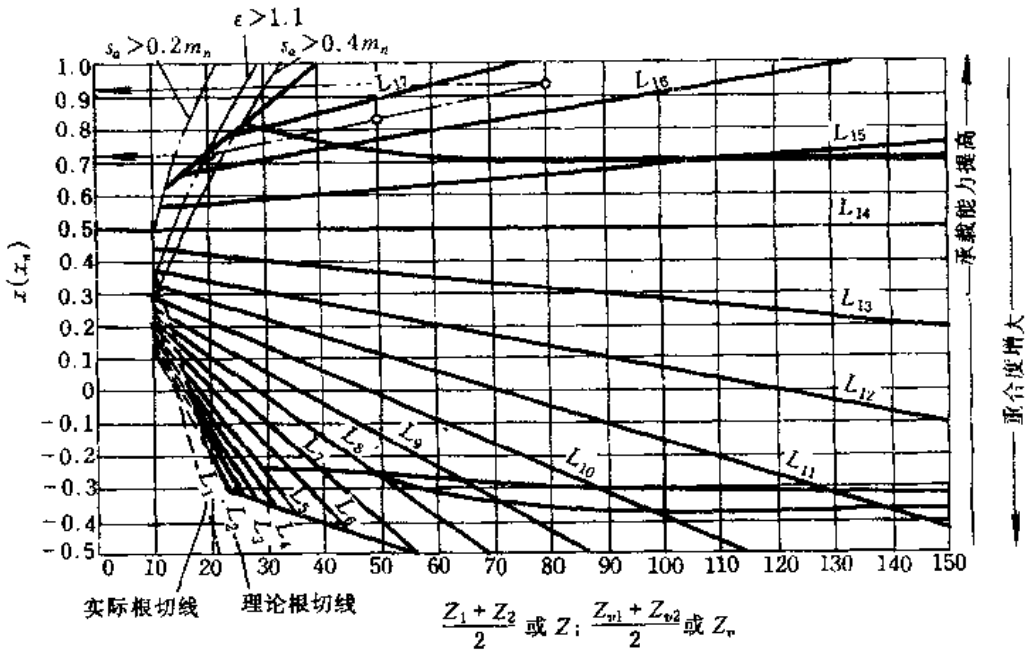
$$\frac{100\sigma}{y} = 9.669 + 1.257 \times \frac{1.5 - 1.4}{0.2} = 10.2975$$

$$\sigma = \frac{10.2975 \times 1.5}{100} = 0.154$$

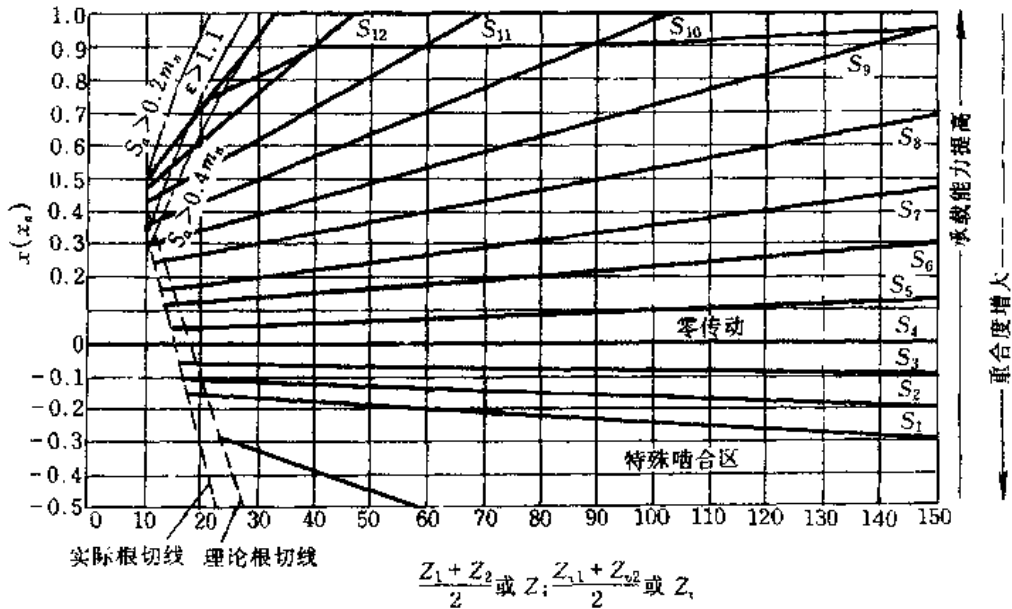
$$x_{\Sigma} = y + \sigma = 1.5 + 0.154 = 1.654$$

3. 由图 4-53a 的双点画线所示, 找  $\frac{z_1 + z_2}{2} = 50$  和  $\frac{x_{\Sigma}}{2} = 0.827$  的交点, 由此点按  $L$  射线方向引一射线, 在此射线上按  $z_1 = 20, z_2 = 80$  找出  $x_1 = 0.72, x_2 = 0.934$ 。





a) 用于减速传动



b) 用于增速传动

图 4-53 将  $x_2$  分配为  $x_1$  和  $x_2$  的线图

4. 由表 4-17a 查得啮合角

$$a' = 23.922 + 0.496 \times \frac{1.5 - 1.4}{0.2} = 24.17^\circ = 24^\circ 10' 12''$$

例题 18 一对直齿圆柱齿轮传动,  $z_1=17, z_2=46, m=5, a'=157.5\text{mm}$ 。试决定这对齿轮的变位系数。

解: 1. 求标准中心距  $a$

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{5}{2}(17 + 46) = 157.5\text{mm}$$

故这对齿轮应按  $x_2=0$  分配变位系数。

2. 由图 4-53a 找出  $\frac{z_1+z_2}{2} = \frac{17+46}{2} = 31.5$  和  $\frac{x_{\Sigma}}{2} = 0$  的交点, 由此交点在  $L_3$  和  $L_4$  射线之间引一射线, 在此射线上找出  $z_1=17$  的齿轮,  $x_1=0.16, z_2=46$  的齿轮,  $x_2=-0.16$ 。

**例题 19** 重型机械设备中的减速齿轮,  $z_1=40, z_2=250, m_n=10, \beta=25^\circ$ , 希望大小齿轮有均衡的承载能力和耐磨损性能。试选择变位系数。

解:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{40}{\cos^3 25^\circ} = 54$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{250}{\cos^3 25^\circ} = 327, \text{ 因为 } z_{v2} > 150, \text{ 取 } z_{v2} = 150。$$

根据所提的要求, 从图 4-52 中按  $z_{v1} + z_{v2} = 54 + 150 = 204$  选取  $x_{\Sigma} = 0.4$

在图 4-53a 中, 从  $\frac{54+150}{2} = 102$  及  $\frac{x_{\Sigma}}{2} = 0.2$  决定的点引  $L$  射线, 在此射线上按  $z_{v1} = 54, z_{v1} = 150$ , 选得  $x_{n1} = 0.32, x_{n2} = 0.08$ 。

**例题 20** 图 4-54 所示 C6132 普通车床进给箱的三轴滑移齿轮机构。已知  $z_1=18, z_2=40, z_3=38, z_4=36, x_1=0, m=2.25, \alpha=20^\circ, h_a^*=1, a'=63\text{mm}$ 。求变位系数  $x_2, x_3, x_4$ , 啮合角  $\alpha'_{12}, \alpha'_{13}, \alpha'_{14}$  和这几个齿轮的主要尺寸。

解:

1. 求变位系数

$$a_{12} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{2.25}{2}(18 + 40) = 65.25\text{mm}$$

$$a_{13} = \frac{m}{2}(z_1 + z_3) = \frac{2.25}{2}(18 + 38) = 63\text{mm}$$

$$a_{14} = \frac{m}{2}(z_1 + z_4) = \frac{2.25}{2}(18 + 36) = 60.75\text{mm}$$

由式(4-31)得

$$y_{12} = \frac{a' - a_{12}}{m} = \frac{63 - 65.25}{2.25} = -1$$

$$y_{13} = \frac{a' - a_{13}}{m} = \frac{63 - 63}{2.25} = 0$$

$$y_{14} = \frac{a' - a_{14}}{m} = \frac{63 - 60.75}{2.25} = -1$$

$$\frac{100y_{12}}{z_2 + z_1} = -\frac{100}{18 + 40} = -1.724$$

$$\frac{100y_{14}}{z_4 + z_1} = \frac{100}{18 + 36} = 1.8518$$

由表 4-17a 用内插法得

$$\begin{aligned} \frac{100\sigma_{12}}{y_{12}} &= -14.807 - (1.724 - 1.7) \frac{1.037}{1.8 - 1.7} \\ &= -15.056 \end{aligned}$$

$$\frac{100\sigma_{13}}{y_{13}} = 0$$

$$y_{13}$$

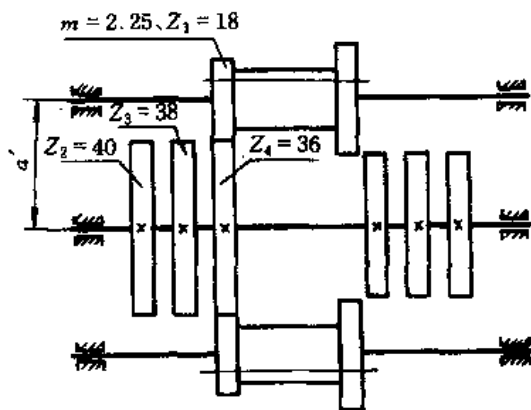


图 4-54 C6132 普通车床进给箱三轴滑移齿轮机构

$$\frac{100\sigma_{14}}{y_{14}} = 12.155 + (1.8515 - 1.8) \frac{1.204}{2 - 1.8} = 12.4668$$

$$\sigma_{12} = \frac{-15.046 \times (-1)}{100} = 0.15056$$

$$\sigma_{13} = 0$$

$$\sigma_{14} = \frac{12.4668 \times 1}{100} = 0.1247$$

$$x_1 + x_2 = \sigma_{12} + y_{12} = 0.151 - 1 = -0.849$$

$$x_2 = -0.849 - 0 = -0.849$$

$$x_1 + x_3 = 0$$

$$x_3 = 0$$

$$x_1 + x_4 = \sigma_{14} + y_{14} = 0.1247 + 1 = 1.1247$$

$$x_4 = 1.1247 - 0 = 1.1247$$

## 2. 求啮合角

由表 4-17a 用内插法得

$$\alpha'_{12} = 13.402^\circ + (1.724 - 1.7) \frac{0.508}{1.8 - 1.7} = 13.28^\circ = 13^\circ 16' 48''$$

$$\alpha'_{13} = \alpha = 20^\circ$$

$$\alpha'_{14} = 24.901^\circ + (1.8518 - 1.8) \frac{0.470}{2.0 - 1.8} = 25.023^\circ = 25^\circ 1' 23''$$

## 3. 求齿轮主要尺寸

分度圆直径

$$d_1 = mz_1 = 2.25 \times 18 = 40.5 \text{ mm}$$

$$d_2 = mz_2 = 2.25 \times 40 = 90 \text{ mm}$$

$$d_3 = mz_3 = 2.25 \times 38 = 85.5 \text{ mm}$$

$$d_4 = mz_4 = 2.25 \times 36 = 81 \text{ mm}$$

顶圆直径, 由  $d_a = d + 2h_a^* m - 2\sigma m = m(z + 2h_a^* - 2x - 2\sigma)$  得

$$d_{a1} = m(z_1 + 2h_a^* + 2x_1 - 2\sigma_{12})$$

$$= 2.25(18 + 2 + 0 - 2 \times 0.151) = 44.32 \text{ mm}$$

上式中由于  $z_1$  分别与  $z_2, z_3$  和  $z_4$  啮合, 故  $\sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{14}$  中的大者代入。

$$d_{a2} = m(z_2 + 2h_a^* + 2x_2 - 2\sigma_{12})$$

$$= 2.25[40 + 2 \times 1 + 2 \times (-0.849) - 2 \times 0.151] = 90 \text{ mm}$$

$$d_{a4} = m(z_4 + 2h_a^* + 2x_4 - 2\sigma_{14})$$

$$= 2.25(36 + 2 \times 1 - 2 \times 1.1247 - 2 \times 1.1247) = 90 \text{ mm}$$

齿全高:  $h = m(2h_a^* + c^* - \sigma)$

$$h_1 = h_2 = m(2h_a^* + c^* - \sigma_{12}) = 2.25(2 + 0.25 - 0.151) = 4.723 \text{ mm}$$

$$h_3 = m(2h_a^* + c^* - \sigma_{13}) = 2.25(2 + 0.25 - 0) = 5.063 \text{ mm}$$

$$h_4 = m(2h_a^* + c^* - \sigma_{14}) = 2.25(2 \times 1 + 0.25 - 1.247) = 4.782 \text{ mm}$$

**例题 21** 一对直齿变位齿轮, 已知  $m = 3, \alpha = 20^\circ, h_a^* = 1, z_1 + z_2 = 65, x_1 + x_2 = 1$ , 求中心距  $a'$ 。

解:

$$\frac{100(x_1+x_2)}{z_1+z_2} = \frac{100 \times 1}{65} = 1.5385$$

由表 4-17b 得

$$\frac{100\sigma}{x_1+x_2} = 8.207 + 0.903 \frac{1.5385 - 1.4}{1.6 - 1.4} = 8.832$$

所以  $\sigma = \frac{8.832}{100} \times 1 = 0.0883$

$$y = x_2 + x_1 - \sigma = 1 - 0.0883 = 0.9117$$

故  $a' = a + ym = \frac{3}{2} \times 65 + 3 \times 0.9117 = 100.235\text{mm}$

**例题 22** C6150 型车床走刀箱中使用的三轴滑移公用齿轮机构(图 4-55), 根据机床走刀运动的需要, 已知: 各轮齿数为  $z_1=36$ 、 $z_2=21$ 、 $z_3=22$ 、 $z_4=24$ 、 $m=2.25\text{mm}$ 、 $\alpha=20^\circ$  和  $h'_a=1$ 。试决定各齿轮的变位系数, 并要求满足各齿轮齿顶厚度  $s_a \geq 0.25m$ , 重叠系数  $\epsilon_a \geq 1.2$ 。

解:

1. 计算中心距  $a$

根据所给齿数, 当各齿轮均采用标准齿轮, 则将得到三种不同中心距:

$$a_{12} = \frac{m}{2}(z_1+z_2) = \frac{2.25}{2}(36+21) = 64.125\text{mm}$$

$$a_{13} = \frac{m}{2}(z_1+z_3) = \frac{2.25}{2}(36+22) = 65.25\text{mm}$$

$$a_{14} = \frac{m}{2}(z_1+z_4) = \frac{2.25}{2}(36+24) = 67.5\text{mm}$$

显然, 采用标准齿轮不能满足要求, 根据上列三个中心距, 选择与三者相接近的中心距  $a' = 66\text{mm}$ 。这个中心距接近于三个中心距的平均值, 且取为整数便于计算和制造。

2. 计算啮合角  $\alpha'$

由公式  $\cos\alpha' = \frac{a}{a'}\cos\alpha$ , 得

$$\alpha'_{12} = \cos^{-1} \frac{a_{12}\cos\alpha}{a'} = \cos^{-1} \left( \frac{64.125}{66} \cos 20^\circ \right) = 24^\circ 4' 40'';$$

$$\alpha'_{13} = \cos^{-1} \frac{a_{13}\cos\alpha}{a'} = \cos^{-1} \left( \frac{65.250}{66} \cos 20^\circ \right) = 21^\circ 43' 8'';$$

$$\alpha'_{14} = \cos^{-1} \frac{a_{14}\cos\alpha}{a'} = \cos^{-1} \left( \frac{67.500}{66} \cos 20^\circ \right) = 16^\circ 2' 41'';$$

3. 计算变位系数和  $x_\Sigma$ :

设两齿轮均以齿条刀具加工, 则由公式

$$\begin{aligned} x_{\Sigma_{12}} = x_1 + x_2 &= \frac{(\text{inv}\alpha' - \text{inv}\alpha)(z_1+z_2)}{2\text{tg}\alpha} \\ &= \frac{(\text{inv}24^\circ 4' 40'' - \text{inv}20^\circ)(36+22)}{2\text{tg}20^\circ} = 0.9175; \end{aligned}$$

$$x_{\Sigma_{13}} = x_1 + x_3 = \frac{(\text{inv}21^\circ 43' 8'' - \text{inv}20^\circ)(36+22)}{2\text{tg}20^\circ} = 0.3473;$$

$$x_{\Sigma_{14}} = x_1 + x_4 = \frac{(\text{inv}16^\circ 2' 41'' - \text{inv}20^\circ)(36+24)}{2\text{tg}20^\circ} = -0.6056。$$

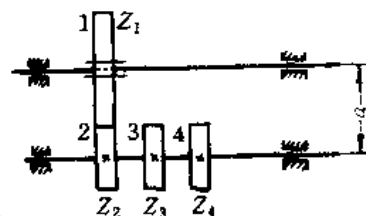


图 4-55

设取  $x_1 = -0.2056$ , 则

$$x_2 = 0.9175 - x_1 = 0.9175 + 0.2056 = 1.1231$$

$$x_3 = 0.3473 - x_1 = 0.3473 + 0.2056 = 0.5529$$

$$x_4 = -0.6056 + 0.2056 = -0.4000$$

4. 计算齿顶高变动系数  $\sigma$ :

$$\sigma_{12} = x_1 + x_2 - \frac{a' - a}{m} = 0.9175 - \frac{66 - 64.125}{2.25} = 0.0842;$$

$$\sigma_{13} = x_1 + x_3 - \frac{a' - a}{m} = 0.3473 - \frac{66 - 65.25}{2.25} = 0.0140;$$

$$\sigma_{14} = x_1 + x_4 - \frac{a' - a}{m} = -0.6056 - \frac{66 - 67.5}{2.25} = 0.0611;$$

为了保证足够的径向间隙, 将齿轮 1 的齿顶变动系数取为 0.0842, 其余各齿轮按上述计算值取。

5. 计算齿轮各部分尺寸(按表 4-14)

序号	名称	计算值			
		齿轮 1 $x_1 = -0.2056$	齿轮 2 $x_2 = 1.1231$	齿轮 3 $x_3 = 0.5529$	齿轮 4 $x_4 = -0.4000$
1	分度圆直径 $d$	81.00	47.250	49.500	54.000
2	齿顶高 $h_a$	1.598	4.587	3.462	1.213
3	齿根高 $h_f$	3.275	0.286	1.569	3.712
4	全齿高 $h$	4.873	4.873	5.037	4.925
5	齿顶圆直径 $d_a$	84.196	56.424	56.424	56.426
6	齿根圆直径 $d_f$	74.450	46.678	46.392	46.576
7	基圆直径 $d_b$	76.115	44.400	46.515	50.743
8	分度圆齿厚 $s$	3.918	5.375	4.439	2.879

6. 验算径向间隙:

$$c_{12} = c'_{12} = a' - \frac{d_{a1} + d_{f2}}{2} = 66 - \frac{84.196 + 46.678}{2} = 66 - 65.437 = 0.563\text{mm}$$

$$c_{13} = a' - \frac{d_{a1} + d_{f3}}{2} = 66 - \frac{84.196 + 46.362}{2} = 66 - 65.279 = 0.721\text{mm}$$

$$c'_{13} = a' - \frac{d_{f1} + d_{a3}}{2} = 66 - \frac{74.450 + 56.424}{2} = 66 - 65.437 = 0.563\text{mm}$$

$$c_{14} = a' - \frac{d_{a1} + d_{f4}}{2} = 66 - \frac{84.196 + 46.576}{2} = 66 - 65.386 = 0.614\text{mm}$$

$$c'_{14} = a' - \frac{d_{f1} + d_{a4}}{2} = 66 - \frac{74.450 + 56.424}{2} = 66 - 65.438 = 0.562\text{mm}$$

经验算, 径向间隙都满足  $c \geq 0.25m$

7. 验算轮齿厚度

由  $s_a = s \frac{d_a}{d} - d_a(\text{inv} \alpha_a - \text{inv} \alpha)$  及  $\alpha_a = \cos^{-1} \frac{d_b}{d_a}$  得

$$s_{a1} = 3.198 \frac{84.196}{81} - 84.196 (\operatorname{inv} \cos^{-1} \frac{76.115}{84.196} - \operatorname{inv} 20^\circ) = 1.953 \text{mm}$$

$$s_{a2} = 5.574 \frac{56.424}{47.250} - 56.424 (\operatorname{inv} \cos^{-1} \frac{44.400}{56.424} - \operatorname{inv} 20^\circ) = 0.5185 \text{mm}$$

$$s_{a3} = 4.439 \frac{56.424}{49.500} - 56.424 (\operatorname{inv} \cos^{-1} \frac{46.515}{56.424} - \operatorname{inv} 20^\circ) = 1.118 \text{mm}$$

$$s_{a4} = 2.879 \frac{56.426}{54.000} - 56.426 (\operatorname{inv} \cos^{-1} \frac{50.743}{56.426} - \operatorname{inv} 20^\circ) = 1.948 \text{mm}$$

经验算,除齿轮 2 齿顶厚略小于  $0.25m$  外,其余均满足  $s_a \geq 0.25m$  要求。

### 8. 验算重叠系数

由公式:  $\epsilon = \frac{1}{2\pi} [z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha) + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha)]$  得

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{2\pi} [36(\operatorname{tg} 25^\circ 18' 30'' - \operatorname{tg} 24^\circ 4' 40'') + 21(\operatorname{tg} 38^\circ 6' 10'' - \operatorname{tg} 24^\circ 4' 40'')] = 1.28;$$

$$\epsilon_{13} = \frac{1}{2\pi} [(\operatorname{tg} 25^\circ 18' 30'' - \operatorname{tg} 21^\circ 43' 8'') + 22(\operatorname{tg} 34^\circ 27' 22'' - \operatorname{tg} 21^\circ 43' 8'')] = 1.44;$$

$$\epsilon_{14} = \frac{1}{2\pi} [36(\operatorname{tg} 25^\circ 18' 30'' - \operatorname{tg} 16^\circ 2' 27'') + 24(\operatorname{tg} 25^\circ 55' 51'' - \operatorname{tg} 16^\circ 2' 41'')] = 1.82;$$

经上述计算,重叠系数均大于 1.2,满足要求。

上述计算,在选择变位系数时,仅考虑满足凑中心距及传动的要求,对提高强度、改善磨损情况等质量指标未作较好考虑。同时,上述变位系数的选择也非唯一可用的数据,选用其他合适数值亦能同样满足要求。

### C. 变位系数的表选法

为了简化计算,目前已有一些现成的变位系数选择表,可供设计时参考,但是这些数据仅仅是依据某些传动质量指标制订出来的,可按生产需要选择相应的变位系数。

#### (1) 直齿圆柱齿轮高度变位系数表选法

表 4-20 主要是为了消除齿轮的根切,使一对齿轮的强度相等,并容许齿顶厚度略变薄。

表 4-21 根据最大限度地提高抗弯强度和耐磨损、抗胶合性能所推荐的高度变位系数。

#### (2) 角度变位系数表选法

表 4-22 为角度变位齿轮啮合时,对接触强度有利的变位系数  $x_1$  和  $x_2$ 。

表 4-23 是当小齿轮主动并且两轮材料的许用应力相等时,对弯曲强度最有利的角度变位系数。

渐开线齿轮传动可借适当的变位修正获得所需要的特性,满足一定的使用要求。为了提高外啮合齿轮传动的弯曲强度和接触强度,增强耐磨性及抗胶合能力,推荐采用的变位系数列于表 4-24 中。按表中所列变位系数设计制造的齿轮传动皆能确定轮齿不产生根切与干涉、端面重合度  $\epsilon_a \geq 1.2$  及齿顶厚度  $s_a \geq 0.25m_n$ 。对于斜齿圆柱齿轮或直齿圆锥齿轮,按当量齿数  $z_v$  查表,所得变位系数对斜齿圆柱齿轮为法向数值  $x_{n1}$ 、 $x_{n2}$ 。

表 4-20 直齿圆柱齿轮高度变位系数( $\alpha=20^\circ, h_a^*=1$ )

$z_1 \backslash z_2$	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	42	44	46
14													0.415
15													0.385
16												0.350	0.358
17												0.325	0.333
18											0.292	0.301	0.310
19											0.270	0.280	0.289
20										0.240	0.250	0.260	0.269
21									0.215	0.222	0.232	0.242	0.251
22								0.190	0.198	0.205	0.215	0.225	0.234
23							0.166	0.174	0.182	0.189	0.199	0.209	0.218
24						0.142	0.150	0.158	0.166	0.173	0.183	0.193	0.202
25					0.120	0.128	0.136	0.144	0.151	0.155	0.169	0.179	0.188
26				0.097	0.106	0.114	0.122	0.129	0.136	0.143	0.154	0.164	0.175
27			0.075	0.084	0.092	0.100	0.108	0.115	0.122	0.129	0.140	0.150	0.159
28		0.050	0.060	0.069	0.078	0.086	0.094	0.101	0.108	0.115	0.126	0.136	0.146
29	0.026	0.037	0.047	0.056	0.065	0.073	0.080	0.088	0.095	0.108	0.118	0.123	0.133
30	0.013	0.025	0.035	0.044	0.052	0.060	0.068	0.075	0.082	0.089	0.100	0.110	0.120
31		0.012	0.023	0.033	0.041	0.049	0.057	0.064	0.071	0.078	0.089	0.098	0.109
32			0.011	0.021	0.030	0.038	0.046	0.053	0.060	0.067	0.078	0.089	0.099
33				0.010	0.020	0.028	0.036	0.043	0.050	0.057	0.068	0.079	0.088
34					0.010	0.018	0.026	0.033	0.040	0.047	0.058	0.069	0.079
35						0.009	0.017	0.024	0.031	0.039	0.049	0.060	0.070
36							0.008	0.015	0.022	0.029	0.040	0.051	0.062
37								0.007	0.014	0.021	0.032	0.043	0.054
38									0.007	0.013	0.024	0.035	0.046
39										0.006	0.017	0.028	0.038
40											0.011	0.022	0.032

续表

$z_1 \backslash z_2$	50	56	60	66	70	76	80	86	90	96	100	110	120
10	0.554	0.564	0.570	0.576	0.580	0.584	0.586	0.588	0.589	0.590			
11	0.520	0.532	0.540	0.548	0.552	0.557	0.559	0.562	0.563	0.565			
12	0.487	0.502	0.510	0.519	0.525	0.530	0.532	0.535	0.537	0.539			
13	0.457	0.471	0.479	0.491	0.497	0.503	0.506	0.509	0.511	0.513	0.514	0.515	0.517
14	0.427	0.442	0.450	0.462	0.469	0.470	0.480	0.483	0.485	0.487	0.489	0.493	0.495
15	0.398	0.414	0.423	0.435	0.442	0.451	0.456	0.460	0.462	0.466	0.468	0.472	0.475
16	0.373	0.389	0.397	0.409	0.417	0.427	0.432	0.438	0.440	0.446	0.448	0.452	0.456
17	0.348	0.364	0.374	0.388	0.394	0.404	0.410	0.416	0.419	0.425	0.428	0.433	0.437
18	0.326	0.343	0.353	0.366	0.374	0.384	0.390	0.396	0.400	0.406	0.408	0.414	0.419
19	0.305	0.324	0.344	0.349	0.357	0.367	0.372	0.378	0.382	0.388	0.390	0.396	0.401
20	0.285	0.305	0.316	0.331	0.340	0.350	0.356	0.362	0.365	0.370	0.373	0.379	0.385
21	0.268	0.287	0.299	0.315	0.324	0.334	0.338	0.346	0.350	0.355	0.357	0.364	0.370
22	0.257	0.271	0.283	0.300	0.309	0.318	0.322	0.331	0.335	0.340	0.342	0.350	0.356
23	0.235	0.253	0.267	0.284	0.293	0.301	0.307	0.316	0.320	0.326	0.328	0.336	0.343
24	0.219	0.240	0.252	0.269	0.278	0.287	0.293	0.302	0.307	0.313	0.316	0.324	0.330
25	0.204	0.225	0.238	0.255	0.264	0.274	0.280	0.289	0.294	0.300	0.304	0.312	0.319
26	0.190	0.211	0.225	0.242	0.251	0.262	0.268	0.277	0.281	0.288	0.292	0.300	0.307
27	0.176	0.199	0.212	0.229	0.239	0.250	0.256	0.265	0.269	0.277	0.281	0.289	0.296
28	0.163	0.187	0.200	0.217	0.227	0.238	0.244	0.253	0.258	0.266	0.270	0.279	0.285
29	0.150	0.174	0.189	0.206	0.216	0.227	0.233	0.242	0.248	0.256	0.260	0.268	0.275
30	0.138	0.163	0.178	0.196	0.204	0.216	0.222	0.232	0.238	0.246	0.250	0.259	0.266
32	0.118	0.142	0.158	0.176	0.185	0.197	0.203	0.212	0.218	0.227	0.232	0.241	0.248
34	0.099	0.124	0.140	0.158	0.167	0.179	0.185	0.194	0.200	0.209	0.215	0.224	0.232
35	0.090	0.115	0.131	0.148	0.158	0.170	0.177	0.186	0.192	0.201	0.206	0.215	0.223
36	0.082	0.106	0.122	0.140	0.150	0.162	0.169	0.178	0.184	0.193	0.198	0.208	0.216
38	0.066	0.090	0.105	0.123	0.134	0.146	0.153	0.162	0.168	0.177	0.182	0.192	0.201
40	0.052	0.076	0.090	0.109	0.120	0.132	0.139	0.148	0.154	0.162	0.168	0.178	0.187



表 4-21 根据最大限度地提高抗弯强度和耐磨损、抗胶合性能所推荐的高度变位系数

$Z_1$	$Z_2$												适用条件
	18	22	28	34	42	50	65	80	100	125	155	190	
12	0.19	0.24	0.29	0.34	0.38	0.42	0.48	0.54	0.62				1
	—	0.33	0.40	0.43	0.47	0.49	0.52	0.53	—				2
15	0.13	0.20	0.27	0.32	0.36	0.41	0.47	0.52	0.57				1
	—	0.20	0.28	0.33	0.37	0.40	0.43	0.45	—				2
18	0.09	0.17	0.24	0.30	0.34	0.39	0.46	0.52	0.56				1
	0	0.10	0.19	0.24	0.29	0.33	0.36	0.39	0.41				2
22		0.15	0.21	0.28	0.32	0.37	0.45	0.51	0.56	0.56			1
		0	0.10	0.16	0.22	0.25	0.30	0.33	0.34	—			2
28			0.18	0.24	0.29	0.35	0.44	0.50	0.56	0.56	0.56		1
			0	0.07	0.13	0.16	0.21	0.24	—	—	—		2
34				0.20	0.27	0.33	0.42	0.48	0.55	0.55	0.55	0.55	1
				0	—	—	—	—	—	—	—	—	2
42					0.26	0.30	0.40	0.47	0.55	0.55	0.55	0.55	1
					—	—	—	—	—	—	—	—	2
50						0.29	0.38	0.45	0.54	0.54	0.54	0.54	1
						—	—	—	—	—	—	—	2
65							0.38	0.46	0.55	0.55	0.55	0.55	1
							—	—	—	—	—	—	2
80								0.46	0.58	0.58	0.58	0.58	1
								—	—	—	—	—	2
100									0.60	0.60	0.60	0.60	1
									—	—	—	—	2

注:1. 适用条件:“1”为对抗弯强度取最有利的变位系数;“2”为对耐磨损及抗胶合最有利的变位系数。

2.  $Z_1$  为主动轮,  $Z_2$  为从动轮, 如  $Z_1$  改为从动轮, 此表适用条件“1”不能用。

表 4-22 角度变位啮合对接触强度最有利的变位系数

$Z_1$	$x$	$Z_2$											
		12	15	18	22	28	34	42	50	65	80	100	
12	$x_1$	0.38	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
	$x_2$	0.38	0.50	0.61	0.66	0.88	1.03	1.03	1.43	1.69	1.96	2.30	
15	$x_1$		0.45	0.34	0.38	0.26	0.23	0.20	0.25	0.26	0.30	0.36	
	$x_2$		0.45	0.64	0.75	1.04	1.42	1.53	1.65	1.87	2.14	2.32	
18	$x_1$			0.54	0.60	0.40	0.30	0.29	0.32	0.41	0.48	0.52	
	$x_2$			0.54	0.64	1.02	1.30	1.48	1.63	1.89	2.08	2.31	
22	$x_1$				0.68	0.59	0.48	0.40	0.43	0.53	0.61	0.65	
	$x_2$				0.68	0.94	1.20	1.48	1.60	1.80	1.99	2.19	
28	$x_1$					0.86	0.80	0.72	0.64	0.70	0.75	0.80	
	$x_2$					0.86	1.08	1.33	1.60	1.84	2.04	2.26	
34	$x_1$						1.01	0.90	0.80	0.83	0.89	0.94	
	$x_2$						1.01	1.30	1.58	1.79	1.97	2.22	
42	$x_1$							1.17	1.11	1.05	1.09	1.12	
	$x_2$							1.17	1.42	1.75	1.95	2.20	
50	$x_1$								1.34	1.32	1.26	1.28	
	$x_2$								1.34	1.60	1.88	2.13	
65	$x_1$									1.58	1.57	1.55	
	$x_2$									1.58	1.83	2.10	

续表

$Z_1$	$x$	$Z_2$										
		12	15	18	22	28	34	42	50	65	80	100
80	$x_1$										1.82	1.75
	$x_2$										1.82	2.00
100	$X_1$											1.90
	$X_2$											1.90

表 4-23 角度变位对弯曲强度最有利的变位系数

$Z_1$	$x$	$Z_2$										
		12	15	18	22	28	34	42	50	65	80	100
12	$x_1$	0.47	0.53	0.57	0.62	0.70	0.76	0.75	0.58	0.55	0.54	0.53
	$x_2$	0.23	0.22	0.25	0.28	0.26	0.22	0.21	-0.16	-0.35	-0.54	-0.76
15	$x_1$		0.58	0.64	0.73	0.79	0.83	0.92	0.97	0.80	0.73	0.71
	$x_2$		0.28	0.29	0.32	0.35	0.34	0.32	0.31	0.04	-0.15	-0.22
18	$x_1$			0.72	0.81	0.89	0.93	1.02	1.05	1.10	1.14	1.00
	$x_2$			0.34	0.38	0.38	0.37	0.35	0.36	0.40	0.40	0.28
20	$x_1$				0.95	1.04	1.08	1.18	1.22	1.17	1.15	1.12
	$x_2$				0.39	0.40	0.38	0.38	0.42	0.36	0.26	0.22
28	$x_1$					1.26	1.30	1.24	1.22	1.19	1.16	1.14
	$x_2$					0.42	0.36	0.31	0.25	0.20	0.12	0.08
34	$x_1$						1.38	1.31	1.25	1.23	1.19	1.15
	$x_2$						0.34	0.27	0.20	0.15	0.07	0.01
42	$x_1$							1.35	1.30	1.25	1.20	1.15
	$x_2$							0.20	0.12	0.02	-0.06	-0.14
50	$x_1$								1.34	1.28	1.21	1.14
	$x_2$								0.04	-0.05	-0.15	-0.22
65	$x_1$									1.32	1.24	1.17
	$x_2$									-0.12	-0.22	-0.35
80	$x_1$										1.25	1.18
	$x_2$										-0.32	-0.45
100	$x_1$											1.18
	$x_2$											-0.56

表 4-24 提高外啮合齿轮传动强度的变位系数荐用值

$z_1(z_{v1})$	$x(x_n)$	$z_2(z_{v2})$															
		22		28		34		42		50		65		80		100	
		$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$
15	I	0.28	0.75	0.26	1.04	0.23	1.32	0.20	1.53	0.25	1.65	0.26	1.87	0.30	2.14	0.36	2.32
	II	0.73	0.32	0.79	0.35	0.83	0.34	0.92	0.32	0.97	0.31	0.80	0.04	0.73	-0.15	0.71	-0.22
	III	0.55	0.54	0.60	0.63	0.63	0.72	0.68	0.88	0.66	1.02	0.67	1.22	0.67	1.36	0.66	1.70
18	I	0.58	0.64	0.40	1.02	0.30	1.30	0.29	1.48	0.30	1.63	0.41	1.89	0.48	2.08	0.52	2.31
	II	0.81	0.38	0.89	0.38	0.93	0.37	1.02	0.36	1.05	0.36	1.00	0.40	1.14	0.40	1.00	0.28
	III	0.60	0.63	0.63	0.72	0.67	0.82	0.68	0.94	0.70	1.11	0.71	1.35	0.71	1.61	0.71	1.90

续表

$z_1(z_{v_1})$	$x(x_n)$	$z_2(z_{v_2})$															
		22		28		34		42		50		65		80		100	
		$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$
22	I	0.68	0.68	0.59	0.94	0.48	1.20	0.40	1.48	0.43	1.60	0.53	1.80	0.61	1.99	0.65	2.19
	II	0.95	0.39	1.04	0.40	1.08	0.38	1.18	0.38	1.20	0.42	1.10	0.36	1.15	0.26	1.12	0.22
	III	0.67	0.67	0.71	0.81	0.74	0.90	0.76	1.03	0.76	1.17	0.76	1.44	0.76	1.73	0.76	1.98
38	I			0.86	0.86	0.80	1.08	0.72	1.33	0.64	1.60	0.70	1.82	0.75	2.04	0.80	6.22
	II			1.26	0.42	1.30	0.36	1.24	0.31	1.20	0.25	1.17	0.18	1.16	0.12	1.12	0.08
	III			0.85	0.85	0.86	1.00	0.88	1.12	0.91	1.26	0.88	1.56	0.87	1.85	0.86	2.12
34	I					1.00	1.00	0.88	1.30	0.80	1.58	0.83	1.79	0.89	1.97	0.94	2.18
	II					1.34	0.34	1.26	0.26	1.25	0.20	1.20	0.15	1.16	0.07	1.13	0.00
	III					1.00	1.00	1.00	1.16	1.00	1.31	0.99	1.55	0.98	1.80	1.00	2.15

注: \* I—适用于提高接触强度; II—适用于提高弯曲强度; III—适用于提高耐磨性及抗胶合能力。

例题 23 CW6140 床头箱中有一对齿轮(图 4-56),  $z_1=16$ 、 $z_2=72$ 、 $m=2.75\text{mm}$ , 齿顶高系数  $h_a^*=1$ ;  $\alpha=20^\circ$ , 中心距  $a'=121\text{mm}$ 。试设计这对齿轮。

解:

### 1. 确定传动类型

先计算未变位时的标准中心距  $a$

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{2.75}{2}(16 + 72) = 121\text{mm}$$

由于  $a' = a$ , 且  $z_1 + z_2 = 16 + 72 = 88 > 2z_{\min}$ , 所以只能高度变位。

### 2. 选择变位系数 $x_1$ 和 $x_2$

查表 4-20, 对于  $z_1=16$ ,  $z_2=72$  的高度变位系数为  $x_1=0.421$ , 所以  $x_2=-0.421$ 。

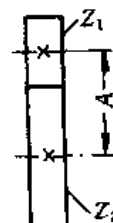


图 4-56 一对圆柱齿轮

当然这不是唯一的选择, 在设计中根据齿轮的具体工作条件可以选择更合适的变位系数。

### 3. 计算变位齿轮的几何尺寸

#### ① 齿面高 $h_{a1}$ 、 $h_{a2}$

$$h_{a1} = m(h_a^* + x_1) = 2.75(1 + 0.421) = 3.90\text{mm}$$

$$h_{a2} = m(h_a^* + x_2) = 2.75(1 - 0.421) = 1.59\text{mm}$$

#### ② 齿根高

$$h_{f1} = m(h_a^* + c^* - x_1) = 2.75(1 + 0.25 - 0.421) = 2.28\text{mm}$$

$$h_{f2} = m(h_a^* + c^* - x_2) = 2.75(1 + 0.25 + 0.421) = 4.595\text{mm}$$

#### ③ 齿全高

$$\begin{aligned} h_1 &= h_{a1} + h_{f1} = m(h_a^* + x_1) + m(h_a^* + c^* - x_1) = m(2h_a^* + c^*) \\ &= 2.75(2 + 0.25) = 6.1875\text{mm} \end{aligned}$$

$$h_2 = h_{a2} + h_{f2} = m(h_a^* + x_2) + m(h_a^* + c^* - x_2) = m(2h_a^* + c^*) \\ = 2.75(2 + 0.25) = 6.1875\text{mm}$$

④ 齿顶圆直径  $d_a$

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = mz_1 + 2m(h_a^* + x_1) = 2.75 \times 16 + 2 \times 2.75(1 + 0.421) = 51.8\text{mm}$$

$$d_{a2} = m(z_2 + 2h_a^* + 2x_2) = 2.75(72 + 2 - 2 \times 0.241) = 201.18\text{mm}$$

**例题 24** 一对变位齿轮  $z_1 = 12, z_2 = 25, m = 5\text{mm}, \alpha = 20^\circ, h_a^* = 1$ 。要求的实际中心距  $a' = 94\text{mm}$ ，求这一对齿轮的变位系数以及齿轮的各部几何尺寸。

解：

1. 确定传动类型

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{5}{2}(12 + 25) = 92.5\text{mm}$$

由于  $a' = 94\text{mm} > a = 92.5\text{mm}$ ，所以必须采用正传动来配凑中心距  $a = 94\text{mm}$

2. 确定  $x_1$  和  $x_2$

$$\text{由 } \cos a' = \frac{a}{a'} \cos \alpha = \frac{92.5}{94} \cos 20^\circ = \frac{92.5}{94} \times 0.9397 = 0.9247$$

所以 啮合角  $\alpha' = 22^\circ 23'$

$$\text{由 } x_2 = x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)}{2 \operatorname{tg} \alpha} (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha) = \frac{12 + 25}{2 \operatorname{tg} 20^\circ} (\operatorname{inv} 22^\circ 23' - \operatorname{inv} 20^\circ) \\ = \frac{(12 + 25)}{2 \times 0.364} (0.0211 - 0.0149) = 0.315$$

分配  $x_1$  和  $x_2$ ：因小齿轮  $z_1 < z_{\min}$ ，为了不发生根切，应该分配较大的正变值。

$$x_1 = \frac{17 - 12}{17} = 0.294$$

为了提高小齿轮的强度，可以将全部  $x_2 = 0.315$  分配给小齿轮，这时大齿轮的变位系数为零，也就是标准齿轮。

所以  $x_1 = x_2 = 0.315 \quad x_2 = 0$

3. 齿顶高降低系数  $\sigma$

$$\sigma = x_1 + x_2 - y = 0.315 - \frac{94 - 92.5}{5} = 0.015$$

4. 齿轮各部的几何尺寸

① 齿顶高

$$h_{a1} = m(h_a^* + x - \sigma) = 5(1 + 0.315 - 0.015) = 6.5\text{mm}$$

$$h_{a2} = h_a^* m = 1 \times 5 = 5\text{mm}$$

② 全齿高

$$h_1 = m(2h_a^* + c^* - \sigma) = 5(2 + 0.25 - 0.015) = 11.18\text{mm}$$

$$h_2 = m(2h_a^* + c^*) = 5(2 + 0.25) = 11.25\text{mm}$$

③ 齿顶圆直径  $d_a$

$$d_{a1} = m(z_1 + 2h_a^* + 2x_1 - 2\sigma) = 5(12 + 2 \times 1 + 2 \times 0.315 - 2 \times 0.015) = 73\text{mm}$$

$$d_{a2} = m(z_2 + 2h_a^*) = 5(25 + 2 \times 1) = 135\text{mm}$$

## 六、变位齿轮传动的强度计算

### (一) 变位直齿圆柱齿轮传动的计算

## 1. 变位直齿轮的齿根弯曲疲劳强度

变位直齿轮齿根弯曲疲劳强度, 仍用标准齿轮传动的公式(表 4-13)计算, 即:

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{bm} Y_{Fa} Y_{Sa} \leq [\sigma]_F \text{ MPa}$$

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2KF_t}{\varphi_d z_1^2} \left( \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma]_F} \right)} \text{ mm}$$

计算式中的齿形系数  $F_{Fa}$  及应力校正系数  $Y_{Sa}$  也随之改变。在一定的齿数范围内(如 80 齿以内), 正变位齿轮的齿厚增加(即  $Y_{Fa}$  减小), 尽管齿根圆角半径减小(即  $Y_{Sa}$  有所增加), 但  $Y_{Fa} Y_{Sa}$  的乘积仍然减小, 因而对齿轮采用正变位修正, 可以提高轮齿的弯曲强度。

## 2. 变位直齿轮齿面接触强度

### (1) 高度变位齿轮传动

在变位齿轮传动中, 分别以  $x_2, x_1$  代表在大、小齿轮的变位系数,  $x_z$  代表配对齿轮的变位系数和, 即  $x_z = x_1 + x_2$ 。对于  $x_z = 0$  的高度变位齿轮传动, 因  $\alpha' = \alpha, d'_1 = d_1$ , 故轮齿的接触强度不变, 所以高度变位齿轮传动的接触强度仍沿用标准齿轮的公式(表 4-13)计算, 即

$$d_1 \geq 2.32 \sqrt{\frac{KT_1}{\varphi_d} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot \left( \frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2} \text{ mm}$$

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot Z_H Z_E} \leq [\sigma]_H \text{ MPa}$$

### (2) 角度变位齿轮传动

对于  $\alpha' \neq \alpha, d'_1 \neq d_1, x_z \neq 0$  的角度变位齿轮传动, 其轮齿接触强度的变化由区域系数  $Z_H$  来体现。角度变位直齿圆柱齿轮传动的区域系数为

$$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha'}}$$

$x_z > 0$  的角度变位齿轮传动, 节点的啮合角  $\alpha' > \alpha$ , 可使区域系数  $Z_E$  减小, 因而轮齿的接触强度提高了。

## (二) 变位斜齿圆柱齿轮传动的计算

### 1. 齿根的弯曲疲劳强度

轮齿齿根的弯曲疲劳强度仍按表 4-13 中的式(4-16)及(4-15)计算。

### 2. 轮齿齿面接触疲劳强度

#### (1) 高度变位斜齿轮齿面接触强度

高度变位斜齿轮齿面接触强度仍沿用表 4-13 中公式(4-18)及(4-17)计算。

#### (2) 角度变位斜齿轮齿面接触强度

对于斜齿圆柱齿轮传动采用角度变位设计的很少, 因为  $x_z > 0$  使啮合角增大的收益, 往往被重合度的损失抵消(因为  $\epsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha')] + \frac{B \sin \beta}{\pi m_n}$ )。

如果必须计算, 其轮齿接触强度的变化也由区域系数  $Z_H$  来体现。角度变位斜齿轮传动的区域系数为

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_s}{\cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha'}}$$

式中  $\alpha, \alpha'$  分别为变位斜齿轮的端面压力角及端面啮合角。

### (三)直齿圆锥齿轮的变位修正

#### 1. 标准圆锥齿轮不产生根切的最少齿数

标准圆锥齿轮不产生根切的最少齿数  $z_{\min}$ , 根据当量齿轮不产生根切的最少齿数  $z_{v\min}$  进行换算, 即

$$z_{\min} = z_{v\min} \cos \delta$$

当  $h_a^* = 1, \alpha = 20^\circ$  时,  $z_{v\min} = 17$ 。对于具有不同分度圆锥角  $\delta$  的圆锥齿轮, 其最少齿数可由上式计算。

#### 2. 直齿圆锥齿轮的变位修正

圆锥齿轮传动多采用高度变位修正(即等移距变位)。变位方式有两种, 除了径向变位外, 还有切向变位。切向变位是在加工时将两把刨刀沿轮坯分度圆的切线方向移动一距离  $x_i m$  ( $x_i$  为切向变位系数,  $m$  为模数), 当使齿厚增加时,  $x_i$  为正, 反之,  $x_i$  为负(图 4-57)。

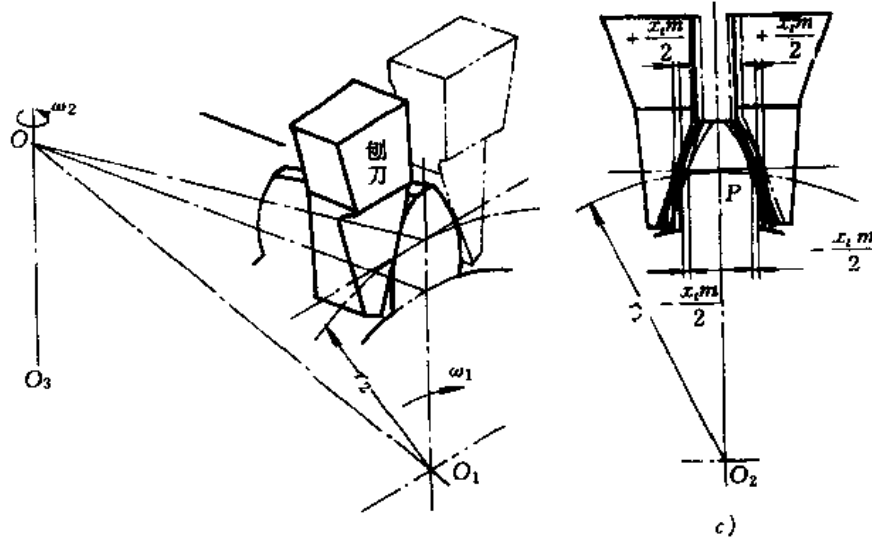


图 4-57 直齿圆锥齿轮的范成切齿原理

经过变位后, 圆锥齿轮分度圆的齿厚发生了变化, 其齿厚的计算公式为:

$$S_1 = \left( \frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha + x_{a1} \right) m$$

$$S_2 = \left( \frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha + x_{a2} \right) m$$

式中  $x_1, x_2$  分别为两轮的径向变位系数(有正、负值);  $x_{a1}, x_{a2}$  分别为两轮的切向变位系数(有正、负值)

高度变位直齿圆锥齿轮的齿根弯曲疲劳强度沿用表 4-13 中的式(4-21)及(4-20)计算, 齿轮接触疲劳强度用式(4-23)及(4-22)计算。

又两圆锥齿轮的齿厚, 一般是根据大小两轮具有相同的弯曲强度的条件来决定的。依据这个条件, 圆锥齿轮的齿厚, 除了用径向变位来调整外, 还可以用切向变位来调整。

#### (四)变位齿轮传动的设计计算步骤

设计变位齿轮传动时, 给定的原始数据不同, 设计步骤也就不同, 现在分别不同情况讨论如下:

1. 当给定的原始数据为  $z_1, z_2, m, \alpha$  及  $h_a^*$  时, 设计步骤如下:

(1) 选定传动类型 若  $z_1 + z_2 < 2z_{\min}$ , 则必须采用正变位; 否则应考虑选用其他类型的传动。

(2) 选定两轮的变位系数

(3) 检验重叠系数

$$\text{对直齿轮: } \epsilon_d = \frac{1}{2\pi} [z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a_1} - \operatorname{tg} \alpha') + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a_2} - \operatorname{tg} \alpha')] > |\epsilon_a|;$$

$$\text{对斜齿轮: } \epsilon = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta = \epsilon_\alpha + B \sin \beta / \pi m_n > |\epsilon_a|; |\epsilon_a| \text{ 值见表 4-19。}$$

(4) 轮齿强度的检验仍按前述由表 4-13 所列有关公式进行计算

(5) 根据表 4-14 所列的公式计算两轮的几何尺寸

2. 当给定的原始数据为  $z_1, z_2, m, a, a'$  及  $h_a^*$  时, 其设计计算步骤为:

(1) 计算啮合角  $\alpha'$

$$\text{节圆直径 } d'_1 = d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = mz_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

$$a' = \frac{d'_1 + d'_2}{2} = \frac{(z_1 + z_2)m}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}, \text{ 故}$$

$$\cos \alpha' = \frac{a}{a'} \cos \alpha$$

(2) 确定两轮的变位系数

$$x_\Sigma = (x_1 + x_2) = \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha};$$

$$x_1 \geq h_a^* \frac{z_{\min} - z_1}{z_{\min}}; \quad x_2 = h_a^* \frac{z_{\min} - z_2}{z_{\min}}$$

(3) 根据表 4-14 所列公式计算两轮的几何尺寸

(4) 检验轮齿的强度

3. 给定原始数据为  $i, m, a'$  及  $h_a^*$  时, 其设计计算的步骤如下:

(1) 确定两轮的齿数

$$\text{由于 } a' = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = \frac{mz_1}{2} (i+1) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}, \text{ 故}$$

$$z_1 = \frac{2a'}{(i+1)m}; \quad z_2 = iz_1$$

(2) 计算啮合角  $\alpha'$

(3) 确定两轮的变位系数

(4) 由表 4-13 中的公式计算两轮的几何尺寸

(5) 检验轮齿的强度

**例题 25** 校核板材矫直机用九轴齿轮箱的齿轮强度。采用直齿圆柱齿轮, 对称布置, 齿轮箱传动示意图如图 4-58, 已知:  $T = 6900000 \text{ N} \cdot \text{mm}$ , 主动齿轮 1 与齿轮 2 (或齿轮 3) 传递的扭矩  $T_1 = \frac{6900000}{2} = 3450000 \text{ N} \cdot \text{mm}$ , 齿轮传动  $n_1 = n_2 = \dots = n_9 = 22.6 \text{ r/min}$ ,  $u = 1$ , 齿轮箱使用期限 5 年, 每天两班制 (一年 300 天, 每班 8 小时), 设备利用率为 0.8。齿轮的参数为:  $m = 6 \text{ mm}$ ,  $z_1 = z_2 = 29$ ,  $d_1 = d_2 = 174$ , 变位系数  $x_1 = x_2 = 0.56$ ,  $a = 180 \text{ mm}$ ,  $b = 250 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_a = 1.36$ 。齿轮精度为 8 级, 大、小齿轮材料为 40MnB 调质处理  $\text{HBS} = 250 \sim 280$ 。

解:

## 一、校核接触疲劳强度

$$\sigma_H = 2.5Z_E \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \leq [\sigma]_H$$

1. 计算公式中的计算数值

(1) 确定载荷系数

① 工况系数 由表 4-1, 取  $K_A = 1$

② 动载荷系数

计算圆周速度

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 174 \times 22.6}{60 \times 1000} = 0.206 \text{ m/s}$$

$$\frac{v z_1}{100} = \frac{0.206 \times 29}{100} = 0.06, \text{ 由图 4-1a, 取 } K_v = 1$$

③ 因是直齿圆柱齿轮,  $K_\alpha = 1$

④  $K_{H\beta} = K_{F\beta}$ :

$$\varphi_d = \frac{b}{d_1} = \frac{250}{175} = 1.44, \text{ 由图 4-4a 查得 } K_{\beta S} = 1.35$$

由于  $b = 250 \text{ mm}$ , 由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.4$

$$K_{H\beta} = K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.35 + 0.4 = 1.75$$

所以  $K = K_A K_v K_\alpha K_{H\beta} = 1 \times 1 \times 1 \times 1.75 = 1.75$

(2) 计算圆周力  $F_t$

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \times 3450000}{174} = 39655.2 \text{ N}$$

(3)  $Z_E$ : 由表 4-6 查得  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

(5) 计算应力循环次数

$$N_1 = 60 n_1 j L_h = 60 \times 22.6 \times 2 \times (5 \times 300 \times 8 \times 2 \times 0.8) = 5.2 \times 10^7$$

齿轮 2:  $j = 1$

$$N_2 = \frac{N_1}{2} = \frac{5.2 \times 10^7}{2} = 2.6 \times 10^7$$

(6) 寿命系数: 由图 4-11, 查得  $K_{HN_1} = 1.2, K_{HN_2} = 1.22$

(7) 极限应力: 由图 4-3 查得:  $\sigma_{Hlim_1} = \sigma_{Hlim_2} = 710 \text{ MPa}$

(8) 接触许用应力

$$[\sigma]_{H_1} = K_{HN_1} \sigma_{Hlim_1} = 1.2 \times 710 = 850 \text{ MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = K_{HN_2} \sigma_{Hlim_2} = 1.22 \times 710 = 865 \text{ MPa}$$

2. 计算

$$\sigma_H = 2.15^{①} \times 189.8 \sqrt{\frac{1.75 \times 39655.2}{250 \times 174} \cdot \frac{1+1}{1}} = 729 \text{ MPa, 合格。}$$

## 二、校核弯曲疲劳强度

$$\begin{aligned} ① Z_H &= \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \cos^2 \alpha'}} = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 20^\circ \cos^2 24^\circ 44'}} = 2.15, \text{ inv} \alpha' = \frac{2 \text{tg} 20^\circ (\alpha_1 + \alpha_2)}{z_1 + z_2} + \text{inv} 20^\circ = \frac{2 \text{tg} 20^\circ (0.56 + 0.56)}{29 + 29} + \text{inv} 20^\circ \\ &= 0.014056 \quad \alpha' = 24^\circ 44' \end{aligned}$$

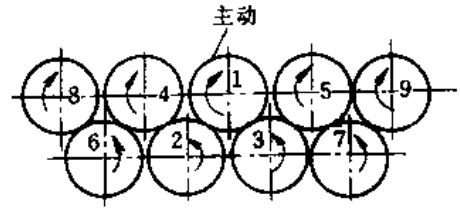


图 4-58 齿轮箱传动示意图



$$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{fa} Y_{sa}}{bm} \leq [\sigma]_F$$

1. 确定公式中的计算值

(1) 载荷系数  $K$

- ① 工况系数  $K_A$ : 取  $K_A = 1$
- ② 动载荷系数  $K_V$ : 取  $K_V = 1$
- ③ 分配系数  $K_\alpha$ : 取  $K_\alpha = 1$
- ④ 载荷分配系数  $K_{F\alpha} = 1.75$

所以  $K = K_A K_V K_\alpha K_{F\alpha} = 1 \times 1 \times 1 \times 1.75 = 1.75$

(2) 应力循环次数:  $N_1 = 5.2 \times 10^7, N_2 = 2.6 \times 10^7$

(3) 寿命系数  $K_{FN}$ : 由图 4-10 查得  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$

(4) 极限应力  $\sigma_{Flim}$ : 由图 4-12c 查得  $\sigma_{Flim_1} = \sigma_{Flim_2} = 530 \text{MPa}$

(5) 弯曲许用应力

$$[\sigma]_{F_1} = [\sigma]_{F_2} = 1 \times 530 = 530 \text{MPa}$$

(6) 圆周力  $F_t$ :  $F_t = 39655.2 \text{MPa}$

(7) 齿形系数 当  $z_1 = z_2 = 29$  时, 由表 4-5 查得:

$$Y_{Fa} = 2.53, Y_{Sa} = 1.62.$$

2. 计算

$$\sigma_F = \frac{1.75 \times 39655.2}{250 \times 6} \times 2.53 \times 1.62 = 189.62 \text{MPa}, \text{合格}.$$

由此可见, 高度变位齿轮传动, 其强度计算与标准齿轮传动一样, 但有些几何尺寸就不相同了, 如例题 21 的计算。

**例题 26** 设计计算水泥磨用二级齿轮减速器(只计算高速级, 低速级计算方法相同)。已知齿轮传递功率  $P = 90 \text{kW}$ , 高速级转速  $n_1 = 750 \text{r/min}$ ,  $i_z = 36$ , 传动比分配为  $i_z = i_1 i_2 = 6.3 \times 5.6 = 35.28$ , 使用期限 10 年, 一年 300 天, 一天工作 8 小时, 一班制, 设备利用率 0.90, 中心距  $a = 1000 \text{mm}$ 。

解:

### 一、确定齿轮类型和减速器结构形式

为了提高齿轮承载能力和使传动平稳, 采用高度变位斜齿轮, 减速器结构如图 4-59 所示。8 级精度。

### 二、选择材料及热处理

小齿轮: 50MnB, 调质,  $HBS_1 = 280$

大齿轮: 42SiMn, 调质,  $HBS_2 = 220$

### 三、初步确定主要参数

#### 1. 确定接触强度许用应力

(1) 应力循环次数

$$\begin{aligned} N_1 &= 60 n_1 j L_h = 60 \times 750 \times 10 \times 300 \times 8 \times 0.90 \\ &= 9.72 \times 10^8 \end{aligned}$$

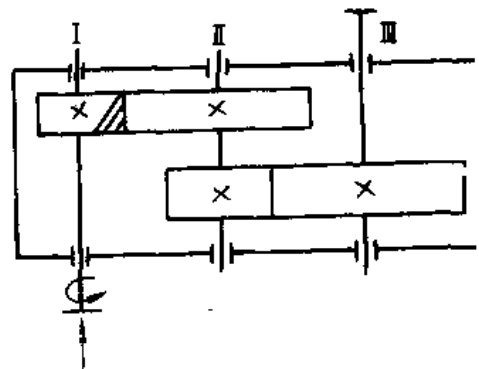


图 4-59 减速器结构示意图

$$N_2 = \frac{N_1}{i} = \frac{9.72 \times 10^8}{6.3} = 1.543 \times 10^8$$

(2) 寿命系数 由图 4-11 查  $K_{HN_1} = 1; K_{HN_2} = 1.02$

(3) 极限应力: 由图 4-13 查得  $\sigma_{Hlim_1} = 750\text{MPa}; \sigma_{Hlim_2} = 670\text{MPa}$

(4) 接触强度许用应力

$$[\sigma]_{H_1} = K_{HN_1} \sigma_{Hlim_1} = 1 \times 750 = 750\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = K_{HN_2} \sigma_{Hlim_2} = 670 \times 1.02 = 683\text{MPa}$$

(5) 计算小齿轮传递扭矩

$$T_1 = 95.5 \times 10^5 \frac{P_1}{n_1} = 95.5 \times 10^5 \times \frac{590}{750} = 75.13 \times 10^5 \text{N} \cdot \text{mm}$$

2. 初步确定几何尺寸

(1) 齿宽系数 由表 4-7 查得  $\varphi_d = 1.1$ , 由式(4-9)得

$$\varphi_d = \frac{\varphi_d}{0.5(u+1)} = \frac{1.1}{0.5(6.3+1)} = 0.3$$

(2) 模数

$$m_n = (0.007 \sim 0.02)a, \text{取 } m_n = 0.01 \times 1000 = 10\text{mm}$$

(3) 确定齿数  $z$ 、螺旋角  $\beta$ 、分度圆直径齿宽  $b$

① 齿数  $z$

$$\because a = \frac{m_n z_1}{2 \cos \beta} (1+u)$$

$$\therefore \frac{z_1}{\cos \beta} = \frac{2a}{m_n (1+u)} = \frac{2 \times 1000}{10(1+6.3)} = 27.5$$

取  $z_1 = 27$  则  $z_2 = uz_1 = 6.3 \times 27 = 170.1$ , 取  $z_2 = 170$ .

$z_2$  经圆整后, 齿数比发生了变化, 实际齿数比为  $u_1 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{170}{27} = 6.296$

② 螺旋角  $\beta$

齿数  $z_1 = 27$  取定后, 则  $\beta = \cos^{-1} \frac{27}{27.5} = \cos^{-1} 0.9854 = 9^\circ 56' 11''$

③ 分度圆直径  $d$

$$d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \cos \frac{10 \times 27}{9^\circ 56' 11''} = 274.112\text{mm}$$

④ 齿宽  $b$

$$b = \varphi_d a = 0.3 \times 1000 = 300\text{mm}$$

3. 初定变位系数  $x$

斜齿轮的当量齿数  $z_v$

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{27}{\cos^3 9^\circ 56' 11''} = \frac{27}{0.9854} = 28$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{170}{\cos^3 9^\circ 56' 11''} = 173$$

由  $\frac{z_{v1} + z_{v2}}{2}$  和  $\Sigma x = 0$ , 从图 4-52 查得:  $x_{n1} = 0.28, x_{n2} = -0.28$

4. 斜齿轮重叠系数

当  $z_{v1} = 28, z_{v2} = 173$ , 由图 4-21 查得:

$$\varepsilon_{a1}=0.81, \varepsilon_{a2}=1, \varepsilon_a=0.81+1=1.81$$

### 5. 螺旋角影响系数 $Y_\beta$

$$\text{当 } \beta=9^\circ56'11'' \text{ 时, } \varepsilon_\beta = b \sin \beta / \pi m_n = 0.318 \varphi_d z_1 \operatorname{tg} \beta = 0.318 \times 1.1 \times 27 \operatorname{tg} 9^\circ56'11'' = 1.6545$$

因为  $\varepsilon_\beta > 1$ , 所以  $Y_\beta = 0.75$

### 6. 载荷系数

(1) 工况系数  $K_A$ : 由表 4-1, 取  $K_A = 1.25$  (因为水泥磨有中等冲击)

(2) 动载荷系数

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 274.112 \times 750}{60 \times 1000} = 10.76 \text{ m/s}$$

$$\frac{v z_1}{100} = \frac{10.76 \times 27}{100} = \frac{387.5}{100} = 2.9, \text{ 由图 4-16 查得 } K_v = 1.2$$

(3) 分配系数  $K_{H\alpha}$ : 由图 4-2 查得  $K_{H\alpha} = 1.121$

(4) 分布系数  $K_{H\beta} = K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M}$ :

由图 4-4c 查得  $K_{\beta S} = 1.32$ ; 由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.42$ ; 于是得

$$K_{H\beta} = K_{F\beta} = 1.32 + 0.42 = 1.74$$

$$K = K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta} = 1.25 \times 1.2 \times 1.121 \times 1.74 = 2.926$$

7. 区域系数  $Z_H$ : 当  $\beta = 9^\circ56'11''$  时, 由图 4-25 查得  $Z_H = 2.46$

8. 材料系数 由表 4-6, 查得  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

### 9. 计算圆周力

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \times 75.126666 \times 10^5}{274.112} = 54814.6 \text{ N}$$

## 四、校核齿面接触疲劳强度

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1 \varepsilon_a} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot Z_H Z_E} \leq [\sigma]_H$$

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{2.926 \times 54814.6}{300 \times 274.112 \times 1.81} \times \frac{6.296+1}{6.296} \cdot 2.46 \times 189.8} = 484.673 \text{ MPa, 合格.}$$

## 五、校核齿根弯曲疲劳强度

### 1. 齿形系数

当  $z_{v1} = 28, z_{v2} = 173$ , 由表 4-5 查得  $Y_{Fa1} = 2.55, Y_{Fa2} = 2.13$

### 2. 齿根应力校正系数

当  $z_{v1} = 28, z_{v2} = 173$  时, 由表 4-5 查得  $Y_{Sa1} = 1.61, Y_{Sa2} = 1.8475$

### 3. 载荷系数 $K = K_A K_v K_{Fa} K_{F\beta}$

同前取  $K_A = 1.25, K_v = 1.2, K_{F\beta} = 1.74$ , 而

$$K_{Fa} = 1 + \frac{(n-5)(\varepsilon_a-1)}{4} = 1 + \frac{(8-5)(1.81-1)}{4} = 1 + \frac{3 \times 0.81}{4} = 1.6$$

所以  $K = 1.25 \times 1.2 \times 1.6 \times 1.74 = 4.176$

### 4. 应力循环次数及寿命系数

(1) 应力循环次数  $N_1 = 9.72 \times 10^8, N_2 = 1.543 \times 10^8$

(2) 寿命系数:  $K_{FN1} = K_{FN2} = 1$

### 5. 弯曲极限应力

由图 4-12 查得:  $\sigma_{Fhm_1} = 580\text{MPa}$ ,  $\sigma_{Fhm_2} = 520\text{MPa}$

### 6. 许用弯曲应力

$$[\sigma]_{F_1} = \frac{K_{NF_1} \sigma_{lim1}}{S} = \frac{1 \times 580}{1.3} = 446\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{K_{NF_2} \sigma_{lim2}}{S} = \frac{1 \times 520}{1.3} = 400\text{MPa}$$

### 7. 弯曲应力

$$\sigma_F = \frac{KF_1}{bm_n \varepsilon_\alpha} Y_{Fa} Y_{FS} Y_\beta \leq [\sigma]_F$$

$$\sigma_{F_1} = \frac{4.176 \times 54814.6}{300 \times 10 \times 1.81} \times 2.55 \times 1.61 \times 0.75 = 129.8\text{MPa}$$

$$\sigma_{F_2} = \frac{4.176 \times 54814.6}{300 \times 10 \times 1.81} \times 2.13 \times 1.8475 \times 0.75 = 124.4\text{MPa}$$

所以弯曲强度校核通过。

## 五、计算变位齿轮的几何尺寸

### 1. 齿顶高 $h_{a1}$ 、 $h_{a2}$

$$h_{a1} = m_n (h_a^* + x_{n1}) = 10(1 + 0.28) = 12.8\text{mm}$$

$$h_{a2} = m_n (h_a^* + x_{n2}) = 10(1 - 0.28) = 7.2\text{mm}$$

### 2. 齿根高 $h_{f1}$ 、 $h_{f2}$

$$h_{f1} = m_n (h_a^* + c^* - x_{n1}) = 10(1 + 0.25 - 0.28) = 9.7\text{mm}$$

$$h_{f2} = m_n (h_a^* + c^* - x_{n2}) = 10(1 + 0.25 + 0.28) = 15.3\text{mm}$$

### 3. 齿全高

$$h = m_n (2h_a^* + c^*) = 10(2 \times 1 + 0.25) = 22.5\text{mm}$$

### 4. 齿顶圆

$$\begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2(h_a^* + x_{n1})m_n = m_1 z_1 + 2(h_a^* + x_{n1})m_n \\ &= \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 + (h_a^* + x_{n1})m_n = \frac{10}{\cos 9^\circ 56' 11''} \times 27 + 2(1 + 0.28) \times 10 = 301.6\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{a2} &= d_2 + 2(h_a^* + x_{n2})m_n = m_2 z_2 + 2(h_a^* + x_{n2})m_n \\ &= \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 + 2(h_a^* + x_{n2})m_n = \frac{10}{\cos 9^\circ 56' 11''} \times 170 + 28(1 - 0.28) \times 10 = 1752\text{mm} \end{aligned}$$

### 5. 齿根圆

$$\begin{aligned} d_{f1} &= d_1 + 2(h_a^* + c^* - x_{n1})m_n = m_1 z_1 - 2(h_a^* + c^* - x_{n1})m_n \\ &= \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 - 2(h_a^* + c^* - x_{n1})m_n = \frac{10 \times 27}{\cos 9^\circ 56' 11''} - 2(1 + 0.25 - 0.28) \times 10 \\ &= 256.6\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{f2} &= d_2 - 2(h_a^* + c^* - x_{n2})m_n = m_2 z_2 - 2(h_a^* + c^* - x_{n2})m_n \\ &= m_2 z_2 - 2(h_a^* + c^* - x_{n2})m_n = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} - 2(h_a^* + c^* - x_{n2})m_n \\ &= \frac{10 \times 27}{\cos 9^\circ 56' 11''} - 2(1 + 0.25 + 0.28) \times 10 = 1707\text{mm} \end{aligned}$$

**例题 27** 有一单级斜齿圆柱齿轮减速器。已知几何参数:  $a = 400\text{mm}$ 、 $z_1 = 24$ 、 $z_2 = 108$ 、变位系数  $x_{n1} = 0.152$ 、 $x_{n2} = -0.374$ 、 $\beta = 9^\circ 22'$ 、 $m_n = 6\text{mm}$ 、 $b = 160\text{mm}$ 、8 级精度,小齿轮用

38SiMnMo 调质处理,  $HBS_1 = 250$ , 大齿轮用 ZG35SiMn, 正火处理  $HBS_2 = 200$ , 寿命 20 年, 每天两班工作, 载荷平稳, 当小齿轮转速为  $n_1 = 750 \text{r/min}$  时, 试求该对齿轮能传递功率多少?

解:

### 一、几何尺寸

1. 小齿轮直径  $d_1$   $d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{6 \times 24}{\cos 9^\circ 22'} = 145.946 \text{mm}$

2. 齿宽系数  $\varphi_d$   $\varphi_d = \frac{b}{d_1} = \frac{160}{145.946} = 1.1$

3. 齿数比  $u$   $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{108}{24} = 4.5$

### 二、许用接触应力

#### 1. 计算应力循环次数

$$N_1 = 60 n_1 j L_k = 60 \times 750 \times 1 \times 20 \times 300 \times 8 \times 2 = 4.32 \times 10^9$$

$$N_2 = \frac{N_1}{i} = \frac{4.32 \times 10^9}{4.5} = 9.6 \times 10^8$$

#### 2. 寿命系数 由图 4-11 查得

$$K_{HN_1} = 1, K_{HN_2} \approx 1$$

#### 3. 接触疲劳强度极限 由图 4-13c

$$\sigma_{Hlim_1} = 780 \text{MPa} \quad \sigma_{Hlim_2} = 690 \text{MPa}$$

#### 4. 许用接触应力 取安全系数 $S = 1$ , 则

$$[\sigma]_{H_1} = \frac{K_{HN_1} \cdot \sigma_{Hlim_1}}{S} = \frac{1 \times 780}{1} = 780 \text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = \frac{K_{HN_2} \cdot \sigma_{Hlim_2}}{S} = \frac{1 \times 690}{1} = 690 \text{MPa}$$

### 三、载荷系数 $K = K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta}$

#### 1. 工况系数 $K_A$ 由表 4-1, 取 $K_A = 1$

#### 2. 动载荷系数

$$\text{计算圆周速度 } v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 145.946 \times 750}{60 \times 1000} = 5.73 \text{m/s}$$

$$\frac{v z_1}{100} = \frac{5.73 \times 24}{100} = 1.375, \text{由图 4-1b 查得 } K_v = 1.1$$

#### 3. 齿对间载荷分配系数 $K_{H\alpha}$ 由图 4-2 查得 $K_{H\alpha} = 1.12$

#### 4. 载荷分布不均系数 $K_{H\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = K_{F\beta}$

$$K_{\beta S} \text{由图 4-4a, 当 } \varphi_d = 1.1 \text{ 时查得 } K_{\beta S} = 1.21$$

$$K_{\beta M} \text{由图 4-5, 当 } b = 160 \text{mm 时查得 } K_{\beta M} = 0.3$$

所以  $K_{H\beta} = 1.21 + 0.3 = 1.51$

#### 5. 载荷系数 $K = K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta} = 1 \times 1.1 \times 1.12 \times 1.51 = 1.86$

### 四、按接触强度求许用功率

#### 1. 材料系数 $Z_E$ : 由表 4-6 查得 $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$

#### 2. 节点区域系数 $Z_H$

(1) 节圆端面啮合角  $\alpha'$ ,

$$\operatorname{inv} \alpha'_i = \frac{2(x_{i1} + x_{i2})}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{inv} \alpha$$

式中  $x_{i1} = x_{n1} \cos \beta = 0.152 \times \cos 9^\circ 22' = 0.15$

$$x_{i2} = x_{n2} \cos \beta = -0.374 \times \cos 9^\circ 22' = -0.369$$

$$\operatorname{inv} \alpha'_i = \frac{2(0.152 - 0.369)}{24 + 108} \operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{inv} 20^\circ$$

$$\therefore \alpha'_i = 20^\circ 33'$$

(2) 分度圆端面压力角

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 9^\circ 12'} = \frac{0.36397}{0.98667} = 0.36889 \quad \therefore \alpha_t = 20^\circ 15'$$

(3) 基圆螺旋角

$$\cos \beta_b = \frac{\cos \beta \cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} = \frac{\cos 9^\circ 22' \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ 15'} = \frac{0.98667 \times 0.93969}{0.93819} = 0.98824$$

$$\therefore \beta_b = 8^\circ 48'$$

(4) 区域系数  $Z_H$

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b}{\cos^2 \alpha_t \operatorname{tg} \alpha'_i}} = \sqrt{\frac{2 \cos 8^\circ 48'}{\cos^2 20^\circ 15' \operatorname{tg} 20^\circ 33'}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.98824}{0.93819^2 \times 0.37488}} = 2.447$$

3. 重合度  $\epsilon_a$

(1) 计算当量齿数

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{24}{\cos^3 9^\circ 22'} = \frac{24}{0.98667^3} = 25$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{108}{\cos^3 9^\circ 22'} = 112.5$$

(2) 端面重合度  $\epsilon_a$

由图 4-21 查得  $\epsilon_{a1} = 0.765$ ;  $\epsilon_{a2} = 0.98$ ;  $\epsilon_a = 0.765 + 0.98 = 1.745$

4. 螺旋角影响系数

(1) 纵向重合度  $\epsilon_\beta$

$$\epsilon_\beta = 0.318 \times \varphi_d z_1 \operatorname{tg} \beta = 0.318 \times 1.1 \times 24 \operatorname{tg} 9^\circ 22' = 1.3848$$

(2) 螺旋角影响系数  $Y_\beta$

$Y_\beta$  由图 4-23 查得  $Y_\beta = 0.75$

(3) 计算扭矩

由式(4-18)可写出

$$T_1 = \frac{d_1^3 \varphi_d \epsilon_a u [\sigma]_H^2}{2K(u+1)(Z_H Z_E)^2} = \frac{145.946^3 \times 1.1 \times 1.745 \times 4.5 \times 690^2}{2 \times 1.86 \times (4.5+1)(2.447 \times 189.8)^2} = 2896739 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

(4) 许用功率

$$P = \frac{T_1 n_1}{9.55 \times 10^6} = \frac{2896739 \times 750}{9.55 \times 10^6} = 227.5 \text{ kW}$$

五、按弯曲强度求许用功率

由式(4-16)可得

$$T_1 = \frac{m_n^3 \varphi_d z_1^2 \epsilon_a [\sigma]_F}{2K Y_\beta \cos^2 \beta Y_{Fa} Y_{Sa}}$$

1. 计算法面模数  $m_n$

$$m_n = \frac{d_1 \cos \beta}{z_1} = \frac{145.946 \cos 9^\circ 22'}{24} = 6 \text{ mm}$$

2. 求弯曲强度许用应力

(1) 寿命系数

当  $N_1 = 4.32 \times 10^8$  及  $N_2 = 9.6 \times 10^8$  时, 由图 4-10 查得  $K_{FN_1} = K_{FN_2} = 1$

(2) 安全系数 取  $S_F = 1.3$

(3) 弯曲疲劳极限

由图 4-12c 查得  $\sigma_{Flim_1} = 530 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{Flim_2} = 510 \text{ MPa}$

(4) 弯曲许用应力

$$[\sigma]_{F_1} = \frac{K_{FN_1} \sigma_{Flim_1}}{S} = \frac{1 \times 530}{1.3} = 407.7 \text{ MPa}$$

$$[\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN_2} \sigma_{Flim_2}}{S} = \frac{1 \times 510}{1.3} = 392.3 \text{ MPa}$$

3. 求齿形系数及应力校正系数

(1) 齿形系数 当  $z_{v1} = 25$ ,  $Y_{Fa_1} = 2.62$ ;  $z_{v2} = 112.5$ ,  $Y_{Fa_2} = 2.17$

(2) 应力校正系数 当  $z_{v1} = 25$ ,  $Y_{Sa_1} = 1.59$ ;  $z_{v2} = 112.5$ ,  $Y_{Sa_2} = 1.80$

(3) 比较  $\frac{[\sigma]_{F_1}}{Y_{Fa_1} Y_{Sa_1}}$  及  $\frac{[\sigma]_{F_2}}{Y_{Fa_2} Y_{Sa_2}}$ :  $\frac{407.7}{2.62 \times 1.59} = 97.9$ ,  $\frac{392.3}{2.17 \times 1.80} = 100.4$ , 代入较小值计算。

4. 载荷系数:

工况系数及动载荷系数同前, 取  $K_A = 1$ ,  $K_v = 1.1$

$$\text{分配系数 } K_{Fa} = 1 + \frac{(n-5)(\epsilon_\alpha - 1)}{4} = 1 + \frac{(8-5)(1.745-1)}{4} = 1.559$$

$$\text{分布系数 } K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1.51$$

$$\text{载荷系数 } K = K_A K_v K_{Fa} K_{F\beta} = 1 \times 1.1 \times 1.559 \times 1.51 = 2.59$$

(6) 计算扭矩

$$T_1 = \frac{m_n^3 \varphi_d z_1^2 \epsilon_\alpha [\sigma]_F}{2KY_\beta \cos^2 \beta Y_{Fa} Y_{Sa}} = \frac{6^3 \times 1.1 \times 24^2 \times 1.745}{2 \times 2.59 \times 0.75 \times \cos^2 9^\circ 22'} \times 97.9$$

$$= 6181950.4 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

(7) 按弯曲强度求得的功率

$$P = \frac{T_1 n_1}{9.55 \times 10^6} = \frac{6181950.4 \times 750}{9.55 \times 10^6} = 485.5 \text{ kW}$$

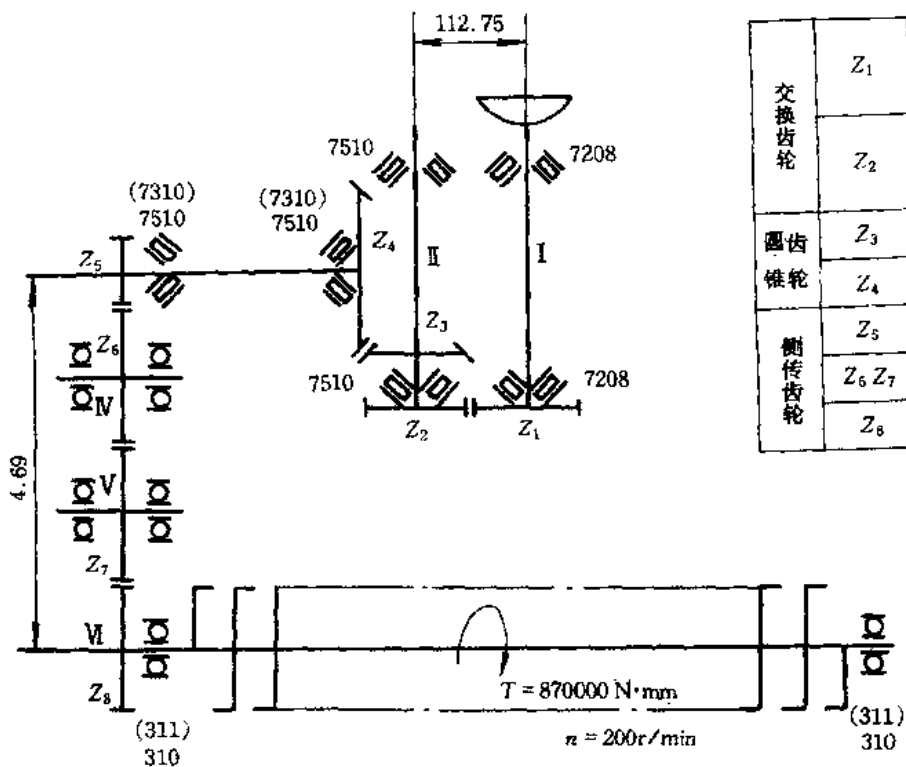
结论: 该单级斜齿圆柱齿轮变速器可传递功率为 227.5kW。

**例题 28** 设计某一工作机侧边齿轮传动箱(如图 4-60)。已知:  $T_{\text{出}} = 870000 \text{ N} \cdot \text{mm}$ ,  $n_{\text{出}} = 200 \text{ r/min}$ ,  $u = 1.47$ ,  $\eta_{\text{球}} = 0.99$ ,  $\eta_{\text{柱}} = 0.98$ ,  $\eta_{\text{齿}} = 0.98$ ,  $\eta_{\text{轴齿}} = 0.96$ , 使用时间  $L_h = 2000 \text{ h}$ , 单向工作, 有中等冲击震动, 要求机构越紧凑越好。

解:

已知:  $z_3 = 22$ ,  $z_7 = z_6 = 23$ ,  $z_5 = 15$ ,  $a_{\text{齿}} = 469 \text{ mm}$ ,  $T_{\text{出}} = 870000 \text{ N} \cdot \text{mm}$ ,  $n_{\text{出}} = 200 \text{ r/min}$ , 侧边齿轮箱  $i_x = 1.47$

1. 运动学和动力学的计算



交换齿轮	Z <sub>1</sub>	19	m = 5.5
		16	
	Z <sub>2</sub>	22	
		25	
圆齿锥轮	Z <sub>3</sub>	14	m = 6.0
	Z <sub>4</sub>	30	
侧传齿轮	Z <sub>5</sub>	15	m = 7.0
	Z <sub>6</sub> Z <sub>7</sub>	23	
	Z <sub>8</sub>	22	

图 4-60 某一工作机传动简图

(1) 各轴转速的计算

$$V \text{ 轴: } n_v = 200 \times \frac{22}{23} = 191 \text{ r/min} \approx 190 \text{ r/min}$$

$$IV \text{ 轴: 因为 } z_6 = z_7 = 23, \text{ 所以 } n_N = n_v = 190 \text{ r/min}$$

$$II \text{ 轴: } n_{II} = u n_{III} = 1.47 \times 200 = 294 \text{ r/min}$$

(2) 各轴扭矩的计算

$$T_v = \frac{T_{II}}{u\eta} = \frac{870000}{\frac{22}{23} \times 0.99^2 \times 0.98} = 947000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$T_N = \frac{T_v}{i\eta} = \frac{947000}{1 \times 0.98 \times 0.99} = 976100 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$T_{II} = \frac{T_N}{u\eta} = \frac{976100}{\frac{23}{15} \times 0.98 \times 0.98} = 663000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

(3) 各轴功率的计算

$$P_{II} = \frac{T_{II} n_{II}}{95.5 \times 10^5} = \frac{870000 \times 200}{95.5 \times 10^5} = 18.22 \text{ kW}$$

$$P_v = \frac{T_v n_v}{95.5 \times 10^5} = \frac{947000 \times 190}{95.5 \times 10^5} = 18.84 \text{ kW}$$

$$P_N = \frac{T_N n_N}{95.5 \times 10^5} = \frac{976100 \times 190}{95.5 \times 10^5} = 19.42 \text{ kW}$$

$$P_{II} = \frac{T_{II} n_{II}}{95.5 \times 10^5} = \frac{663000 \times 294}{95.5 \times 10^5} = 20.42 \text{ kW}$$



## 2. 侧边齿轮箱的计算

### (1) 变位部分的计算

项 目	代号	计 算 依 据	单 位	计 算 结 果		
				$z_5=15$	$z_6=23$	$z_7=23$ $z_8=22$
实际中心距	$a'_x$	已知	mm	469		
模数	$m$	$a = \frac{1}{2}m(z_5 + 2z_6 + 2z_7 + z_8)$	mm	7		
标准中心距	$a_1$	$a_1 = \frac{1}{2}m(z_5 + z_6) = 133\text{mm}$	mm	133	161	157.5
	$a_2$	$a_2 = \frac{1}{2}m(z_6 + z_7) = 161\text{mm}$				
	$a_3$	$a_3 = \frac{1}{2}m(z_7 + z_8) = 157.5\text{mm}$				
	$a_{标准}$	$a_{标准} = a_1 + a_2 + a_3$	mm		451.5	
中心距分离量	$m_y$	$m_y = a' - a = 469 - 451.5 = 17.5$	mm		17.5	
实际中心距	$a'$	$17.5 \div 3 = 5.5$ , 余 1 给齿数和为 $z_6 + z_7$	mm	138.5	187.5	163
中心距的计算系数	$y_0$	由式(4-32), $y_0 = \frac{a'}{a} - 1$		0.041353	0.040372	0.03492
啮合角	$\alpha'$	表 4-16	度	25°32'	25°25'	24°26.5'
变位系数和的计算系数	$x_0$	表 4-16		0.04710	0.04584	0.03910
变位系数和	$x_x$	$x_x = x_1 + x_2 = \frac{z_5 + z_6}{2}x_0$		0.8949	1.0543	0.87975
变位系数	$x$			0.378	0.527	0.358
分度圆分离系数	$y$	$y = \frac{z_1 + z_2}{2} \left( \frac{a'}{a} - 1 \right) = \frac{z_1 + z_2}{2} y_0$		0.785	0.9285	0.785
齿顶高变动系数	$\sigma$	$\sigma = x_1 + x_2 - y$		0.120	0.123	0.100

### (2) 几何尺寸的计算

分度圆直径	$d$	$d = \frac{1}{2}mz$	mm	105	161	154
节圆直径	$d'$	$d' = d \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$ ( $\alpha = 20^\circ$ )	mm	109	167.5	158.5
齿顶高	$h_a$	$h_a = (h_a^* + x - \sigma)m$ , $h_a^* = 1$	mm	8.806	9.828	8.806
齿根高	$h_f$	$h_f = (h_a^* + c^* - x)m$ , $c^* = 0.25$	mm	6.10	5.06	6.244
齿顶圆直径	$d_a$	$d_a = d + 2h_a$	mm	124.6	187	171.6
齿根圆直径	$d_f$	$d_f = d - 2h_f$	mm	92.8	150.88	141.5
中心距	$a'$	$a' = (d'_1 + d'_2) / 2$	mm	138.5	167.5	163

## (3)强度的校核

转速	$n$		r/min	294	190	200	
寿命	$L_h$	根据机器工作性质而确定	h	2000			
应力循环次数	$N$	$N=60nL_h$ 及 $N=60njL_h$	次	$3.53 \times 10^7$	$4.56 \times 10^7$	$2.39 \times 10^7$	
弯曲疲劳寿命系数	$K_{FN}$	HRC=60, 图 4-10		1			
弯曲疲劳极限	$\sigma_{Flim}$	图 4-12d	MPa	860			
安全系数	$S_F$			1.3			
许用弯曲应力	$[\sigma]_F$	$[\sigma]_F = \frac{K_{FN}\sigma_{Flim}}{S}$	MPa	661.54			
接触疲劳寿命系数	$K_{HN}$			1			
接触疲劳极限	$\sigma_{Hlim}$	图 4-13d	MPa	1480			
许用接触应力	$[\sigma]_H$	$[\sigma]_H = \frac{K_{HN}\sigma_{Hlim}}{S} (S=1)$	MPa	1480			
齿数比	$u$	$u = u_1 u_2 u_3 = \frac{33}{15} \cdot \frac{23}{23} \cdot \frac{22}{23} = 1.47$		1.52	1	0.956	
齿宽	$b$	在满足强度要求下取较小值	mm	40			
扭矩	$T$		N·mm	670000	980000	950000	870000
计算圆周力	$F_t$	$F_t = \frac{2T}{d'}$	N	12200	11700	11300	11000
载 荷 系 数	工况系数	$K_A$	表 4-1, 得 $K_A = 1.25$				
	动载荷系数	$K_v$	由 $v = \frac{\pi d' n}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 109.6 \times 294}{60 \times 1000} = 1.7 \text{ m/s}$ $\frac{vz}{100} = 0.374$ , 由图 4-1, 得 $K_v = 1$				
	载荷分配系数	$K_\alpha$	$K_\alpha = 1$				
	载荷分布系数	$K_{F\beta}$	$K_{\beta S}$ 由图 4-4, 查得 $K_{\beta S} = 1.08$ $K_{\beta M}$ 由图 4-5, 查得 $K_{\beta M} = 0.18$ $K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.08 + 0.18 = 1.26$				
		$K$	$K = K_A K_v K_\alpha K_{F\beta} = 1.25 \times 1.2 \times 1 \times 1.26$		1.86		
齿形系数	$Y_{Fa}$	表 4-5		2.41	2.69	2.69	2.72
应力校正系数	$Y_{FS}$			1.76	1.575	1.575	1.57
校核齿根弯曲应力	$\sigma_F$	$\sigma_F = \frac{KF_t}{bm} Y_{Fa} Y_{FS}$	MPa	343.75	330	318	312
角变位直齿圆柱齿轮传动的区域系数	$Z_H$	$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \tan \alpha'}}$		2.17	2.182	2.236	
齿数比	$u$	$u = u_1 u_2 u_3 = \frac{23}{15} \cdot \frac{23}{23} \cdot \frac{22}{23}$		1.47			
弹性影响系数	$Z_E$	表 4-6	$\sqrt{\text{MPa}}$	189.8			
校核齿面接触应力	$\sigma_H$	$\sigma_H = \sqrt{\frac{KF_t}{bd'} \frac{u+1}{u} Z_E Z_H}$	MPa	1218.55	967.5	951	986.5

综合以上设计计算结果:  $\sigma_F < [\sigma]_F$ ,  $\sigma_H < [\sigma]_H$ , 故安全可用。

例题 29 已知一对斜齿圆柱齿轮  $z_1=14, z_2=56, m_n=3\text{mm}, \alpha=20^\circ$ , 齿宽  $b=20\text{mm}$ , 中心距  $a=103\text{mm}$ , 分度圆螺旋角  $\beta=13^\circ 30'$ , 由于这对斜齿轮同时还与其他斜齿轮啮合, 故螺旋角不便调整。试设计这对斜齿轮传动。

解: 参考表 4-15, 计算如下:

1. 端面模数

$$m_t = \frac{m_n}{\cos\beta} = \frac{3}{\cos 13^\circ 30'} = 3.083\text{mm}$$

2. 分度圆直径

$$d_1 = m_t z_1 = 3.083 \times 14 = 43.162\text{mm}$$

$$d_2 = m_t z_2 = 3.083 \times 56 = 172.648\text{mm}$$

3. 标准中心距

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{43.162 + 172.648}{2} = 107.905\text{mm}$$

已知中心距  $a'=105\text{mm}$ , 由于螺旋角不便调整, 故必须采用角度变位齿轮传动。

4. 端面分度圆压力角

$$\operatorname{tg}\alpha_t = \frac{\operatorname{tg}\alpha_n}{\cos\beta} = \frac{\operatorname{tg}20^\circ}{\cos 13^\circ 30'} = 0.37431 \quad \therefore \alpha_t = 20^\circ 31' 17''$$

5. 端面啮合角

$$\cos\alpha'_t = \frac{a}{a'} \cos\alpha_t = \frac{107.905}{105} \cos 20^\circ 31' 17'' = 0.96286$$

$$\therefore \alpha'_t = 15^\circ 40'$$

6. 两轮端面变位系数和及变位系数分配

$$x_{t1} + x_{t2} = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{\operatorname{inv}\alpha'_t - \operatorname{inv}\alpha_t}{\operatorname{tg}\alpha_t} = \frac{14 + 56}{2} \cdot \frac{\operatorname{inv}15^\circ 40' - \operatorname{inv}20^\circ 31' 17''}{\operatorname{tg}20^\circ 31' 17''} = -0.85$$

现在应将  $x_{t1} + x_{t2} = -0.85$  分配给两齿轮。考虑到齿轮 1 的齿数  $z_1=14$  已经较少, 若以负变位, 很可能发生根切现象。为此可先计算标准斜齿轮不产生根切的最少齿数。

端面齿顶高系数

$$h_{a_t}^* = h_a^* \cos\beta = 1 \times \cos 13^\circ 30' = 0.9724$$

由式(4-24)得:  $z_{\min} = \frac{2h_{a_t}^*}{\sin^2\alpha_t} = \frac{2 \times 0.9724}{(\sin 20^\circ 31' 17'')^2} = 16$

因为  $z_1 < z_{\min}$ , 表示轮 1 不但不能负变位, 而且应给以适当的正变位, 才能避免根切。

按式(4-26):

$$x_{1\min} = h_{a_t}^* \frac{z_{\min} - z_1}{z_{\min}} = 0.9742 \times \frac{16 - 14}{16} = 0.122$$

因此取  $x_{t1} = 0.15, x_{t2} = -1$

检验一下齿轮 2 是否根切:

$$x_{2\min} = h_{a_t}^* \frac{z_{\min} - z_2}{z_{\min}} = 0.9742 \times \frac{16 - 56}{16} = -2.43$$

因为  $x_{t2} > x_{2\min}$ , 所以齿轮 2 不会根切。

7. 变位斜齿轮的主要尺寸

(1) 法面变位系数

$$x_{n1} = \frac{x_{f1}}{\cos\beta} = \frac{0.15}{\cos 13^\circ 30'} = 0.154$$

$$x_{n2} = \frac{x_{f2}}{\cos\beta} = \frac{-1}{\cos 13^\circ 30'} = -1.028$$

(2) 分离系数

$$y_n = \frac{a' - a}{m_n} = \frac{105 - 107.965}{3} = -0.968$$

(3) 齿顶降低系数

$$\sigma_n = x_{n1} + x_{n2} - y_n = 0.154 - 1.028 + 0.968 = 0.094$$

(4) 齿顶圆直径

$$\begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2(h_a^* + x_{n1} - \sigma_n)m_n \\ &= 43.162 + 2(1 + 0.154 - 0.094) \times 3 = 49.52\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{a2} &= d_2 + 2(h_a^* + x_{n2} - \sigma_n)m_n \\ &= 172 + 2(1 - 1.028 - 0.094) \times 3 = 171.12\text{mm} \end{aligned}$$

(5) 全齿高

$$h = (2h_a^* + c_n^* - \sigma_n)m_n = (2 \times 1 + 0.25 - 0.094) \times 3 = 6.468\text{mm}$$

**例题 30** 参考图 4-60, 校核验算某一工作机变速箱中一对直齿圆锥齿轮传动。已知: 大小齿轮材料均系 18CrMnTi, 渗碳处理, 齿面硬度 HRC58~62, 芯部硬度 HRC33~35; 总工作时间 2000h,  $T_1 = 352000\text{N} \cdot \text{mm}$ ,  $z_1 = 14$ ,  $z_2 = 30$ ,  $n_1 = 625\text{r}/\text{min}$ ,  $n_2 = 292\text{r}/\text{min}$ ,  $m = 6\text{mm}$ 。

解:

1. 确定许用应力

(1) 计算应力循环次数

$$N_1 = 60n_1jL_A = 60 \times 625 \times 1 \times 2000 = 7.5 \times 10^7$$

$$N_2 = 60n_2jL_A = 60 \times 292 \times 2000 = 3.5 \times 10^7$$

(2) 寿命系数:

由图 4-10 查得  $K_{FN_1} = 1$ ,  $K_{FN_2} = 1$

由图 4-11 查得  $K_{HN_1} = 1$ ,  $K_{HN_2} = 1.02$

(3) 强度极限

① 弯曲疲劳极限 由图 4-12d 查得  $\sigma_{F\text{lim}} = 870\text{MPa}$

② 接触疲劳极限 由图 4-13d 查得  $\sigma_{H\text{lim}} = 1490\text{MPa}$

(4) 安全系数

取接触疲劳安全系数  $S_H = 1$ , 取弯曲疲劳安全系数  $S_F = 1.3$ 。

(5) 许用应力

$$[\sigma]_{F_1} = [\sigma]_{F_2} = \frac{K_{FN}\sigma_{F\text{lim}}}{S_F} = \frac{1 \times 870}{1.3} = 630\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_1} = \frac{K_{HN_1}\sigma_{H\text{lim}}}{S_H} = \frac{1 \times 1490}{1} = 1490\text{MPa}$$

$$[\sigma]_{H_2} = \frac{K_{HN_2}\sigma_{H\text{lim}}}{S_H} = \frac{1.02 \times 1490}{1} = 1520\text{MPa}$$

2. 计算变位系数

(1) 齿数比

$$\because u = \frac{z_2}{z_1} = \operatorname{ctg} \delta = \operatorname{tg} \delta_2$$

$$\therefore u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{30}{14} = 2.14285 = \operatorname{ctg} \delta_1 \quad \delta_1 = 25^\circ 1', \delta_2 = 64^\circ 59'$$

(2) 确定变位系数

由于  $z_1 < z_{\min}$ , 防止根切, 应进行高度修正。根据《机械设计手册》标准和高度变位直齿锥齿轮传动的几何尺寸计算介绍:

$$\begin{aligned} \text{当 } z_1 \geq 13 \text{ 时, } x_1 &= 0.46 \left( 1 - \frac{\cos \delta_2}{u \cos \delta_1} \right) = 0.46 \left( 1 - \frac{\cos 64^\circ 59'}{2.14285 \cos 25^\circ 1'} \right) \\ &= 0.46 \left( 1 - \frac{0.42288}{2.14285 \times 0.90618} \right) = 0.35972, \end{aligned}$$

$$\text{取 } x_1 = -x_2 = 0.3597$$

3. 校核弯曲应力

(1) 当量齿数

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{14}{\cos 25^\circ 1'} = \frac{14}{0.90618} = 15.46 \approx 15$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = \frac{30}{\cos 64^\circ 59'} \approx 60$$

(2) 齿形系数及应力折算系数

由表 4-5, 查得:

因为  $z_{v1} = 15 < z_{\min}$ , 在教材中难以查到其  $Y_{Fa}$  和  $Y_{Sa}$ 。在《机械设计手册》中查得其复合齿形系数(包括应力折算系数及变位系数)  $Y_{Fa} = 4.06$ (最大值)。

$$z_{v2} = 60 \text{ 时由表 4-5 查得 } Y_{Fa} = 2.28, Y_{Sa} = 1.73 \quad Y_{Fa2} \cdot Y_{Sa2} = 2.28 \times 1.73 = 3.9444$$

(3) 载荷系数

① 工况系数 由表 4-1, 取  $K_A = 1.25$

② 动载荷系数

$$d_{m1} = d_1 (1 - 0.5 \varphi_R) = 6 \times 14 (1 - 0.5 \times \frac{1}{3}) = 70 \text{ mm}$$

$$v_m = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 90 \times 625}{60 \times 1000} = 2.9$$

$$\frac{v_m z_1}{100} = \frac{2.29 \times 14}{100} = 0.32, \text{ 由图 4-1a, 8 级精度查得 } K_v = 1.04$$

③  $K_a = 1$

④ 分布系数  $K_{F\beta} = K_{H\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M}$

$K_{\beta S}$ : 由图 4-4b 查得  $K_{\beta S} = 1.36$

$$K_{\beta M}: \text{ 当 } b = m z_1 \varphi_R \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{2} = 6 \times 14 \times \frac{1}{3} \frac{\sqrt{2.14285^2 + 1}}{2} = 80 \text{ mm,}$$

由图 4-5 查得  $K_{\beta M} = 0.22$

$$K_{F\beta} = K_{\beta S} + K_{\beta M} = 1.36 + 0.22 = 1.58$$

于是  $K = K_A K_v K_a K_{F\beta} = 1.25 \times 1.05 \times 1 \times 1.58 = 2.07$

(4) 计算圆周力

$$F_t = \frac{2T_1}{dm_1} = \frac{2T_1}{mz_1(1-0.5\varphi_R)} = \frac{2 \times 352000}{6 \times 14(1-0.5 \times \frac{1}{3})} = 10057.143 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

(5) 校核齿根弯曲应力

$$\sigma_F = \frac{KF_t Y_{Fa} Y_{Sa}}{bm(1-0.5\varphi_R)} = \frac{2.07 \times 10057.143 \times 4.06}{80 \times 6(1-0.5 \times \frac{1}{3})} = 213.3 \text{ N}$$

4. 校核齿面接触应力

$$\begin{aligned} \sigma_H &= 5Z_E \sqrt{\frac{KT_1}{\varphi_R(1-0.5\varphi_R)^2 d_1^3 u}} \\ &= 5 \times 189.8 \sqrt{\frac{2.07 \times 352000}{\frac{1}{3}(1-0.5 \times \frac{1}{3})^2 \times 84^3 \times 2.14285}} = 1490 \text{ MPa} \end{aligned}$$

结论:经校核齿根弯曲应力和齿面接触应力,均安全可用。

**例题 31** 一对标准齿轮  $z_1=18, z_2=72, m=8\text{mm}$ , 因长期使用,小齿轮已磨损不能使用,大齿轮磨损较轻,粗略地量其分度圆齿厚约为  $s'_2=9.2\text{mm}$ 。拟另配小齿轮而修复大齿轮。试进行变位计算。

解:大齿轮原来的分度圆齿厚为

$$s_2 = \frac{\pi m}{2} = \frac{\pi \times 8}{2} = 12.56 \text{ mm}$$

今大齿轮已磨损,故应采用负变位重新切齿,使它的分度圆齿厚小于  $9.2\text{mm}$ ,由式(4-27)可得

$$s'_2 = s_2 + 2mx_2 \text{tg}\alpha < 9.2$$

故 
$$x_2 < \frac{s'_2 - s_2}{2m \text{tg}\alpha} = \frac{9.2 - 12.56}{2 \times 8 \text{tg}20^\circ} = -0.577$$

今取  $x_1=0.65, x_2=-0.65$ ,用图 4-49 检查,可知不会发生齿顶变尖和根切现象。

两齿轮的尺寸可按所取变位系数计算。

**例题 32** 63 吨冲床的传动齿轮,  $z_1=16, z_2=80, m=13\text{mm}$ , 原设计为高度变位齿轮传动,  $x_1=0.3, x_2=-0.3$ 。经长期使用后,小齿轮已不能使用,大齿轮分度圆齿厚的磨损量经测量约为  $6.6\text{mm}$ 。现拟另配小齿轮修复大齿轮。试进行变位计算。

解:若仍用高度变位,则

$$x'_2 = \frac{-6.6}{2m \text{tg}\alpha} = \frac{-6.6}{2 \times 13 \times \text{tg}20^\circ} = -0.683$$

若取  $x_1=0.7, x_2=-0.7$ 。因齿轮 1、2 原已变位的,故两齿轮的实际变位系数为

$$x_1 = 0.3 + 0.7 = 1 \quad x_2 = -0.3 - 0.7 = -1$$

但由图 4-49 可见,齿轮 1 的齿顶变尖,因此不能采用高度变位来修复这对齿轮传动。若将小齿轮的齿数增加一个,即取  $z_1=17$ ,这样对齿轮的传动比并没有影响。也就是说可重新设计一对  $z_1=17, z_2=80$  的齿轮去配凑原来  $z_1=16, z_2=80$  时的已知中心距,其中大齿轮是修复的。

已知中心距为 
$$a' = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{13}{2}(16 + 80) = 624 \text{ mm}$$

$z'_1=17, z_2=80$  时的标准中心距为

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{13}{2}(17 + 80) = 630.5 \text{ mm}$$

因  $a' < a$ , 故这对齿轮应为负传动。负传动虽缺点很多, 但配凑中心距是其一大优点。现就利用这一优点。由式(4-32), 则

$$y_0 = \frac{a'}{a} - 1 = \frac{624}{630.5} - 1 = -0.01031$$

查表 4-16, 得

$$a' = 18^\circ 17' \quad x_0 = -0.00993 \quad \sigma_0 = 0.00042$$

$$\text{故} \quad x_1 + x_2 = \frac{z'_1 + z_2}{2} x_0 = \frac{17 + 80}{2} \times (-0.00993) = -0.48$$

$$\sigma = \frac{z'_1 + z_2}{2} \sigma_0 = \frac{17 + 80}{2} \times 0.00042 = 0.0204$$

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2} y_0 = \frac{17 + 80}{2} \times (-0.01031) = -0.5$$

由前面计算结果, 要修复大齿轮, 其负变位系数必须是  $x_2 = -1$ , 所以

$$x_1 = (x_1 + x_2) - x_2 = -0.48 - (-1) = 0.52$$

用图 4-49 检查小齿轮齿顶不再变尖。所以按  $x_1 = 0.52, x_2 = -1$  计算这对齿轮尺寸。

$$\text{齿顶高} \quad h_{a1} = m(h_a^* + x_1 - \sigma) = 13(1 + 0.52 - 0.0204) = 19.452 \text{ mm}$$

$$h_{a2} = m(h_a^* + x_2 - \sigma) = 13(1 - 1 - 0.0204) = -0.265 \text{ mm}$$

$$\text{齿根高} \quad h_{f1} = m(h_a^* + c^* - x_1) = 13(1 + 0.25 - 0.52) = 9.49 \text{ mm}$$

$$h_{f2} = m(h_a^* + c^* - x_2) = 13(1 + 0.25 + 1) = 29.25 \text{ mm}$$

$$\text{齿全高} \quad h = m(2h_a^* + c^* - \sigma) = 13(2 \times 1 + 0.25 - 0.0204) = 28.985 \text{ mm}$$

$$\text{齿顶圆} \quad d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = mz_1 + 2ha_1 = 13 \times 17 + 2 \times 19.452 = 259.90 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} = 13 \times 80 + 2(-0.265) = 1039.47 \text{ mm}$$

$$\text{齿根圆} \quad d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} = mz_1 - 2h_{f1} = 13 \times 17 - 2 \times 9.49 = 202.02 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} = mz_2 - 2h_{f2} = 13 \times 80 - 2 \times 29.25 = 981.5 \text{ mm}$$

**例题 33** 某工厂在修理工作中, 拟修复一台英制机器设备中已有的一对齿轮,  $z_1 = 30, z_2 = 50$ , 径节  $D.P. = 8''$ ,  $\alpha = 20^\circ$ 。因没有径节制刀具, 需改为模数制齿轮, 试计算其尺寸。

解: 首先选择模数

$$m = \frac{25.4}{D.P.} = \frac{25.4}{8} = 3.175 \text{ mm}$$

选用标准模数  $m = 3 \text{ mm}$

该对齿轮的标准中心距  $a = \frac{3}{2}(30 + 50) = 120 \text{ mm}$ , 原来径节制齿轮的中心距为

$$a' = \frac{z_1 + z_2}{2D.P.} \times 25.4 = \frac{30 + 50}{2 \times 8} \times 25.4 = 127 \text{ mm}$$

因为  $a' > a$ , 故所配模数制齿轮应采用正传动来配凑已知中心距

$$y_0 = \frac{a'}{a} - 1 = \frac{127}{120} - 1 = 0.05833$$

由表 4-16 查得:  $a' = 27^\circ 23' 22''$ ,  $x_0 = 0.06917$ ,  $\sigma_0 = 0.01084$

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} x_0 = \frac{30 + 50}{2} \times 0.06917 = 2.767$$

$$\sigma = \frac{z_1 + z_2}{2} \sigma_0 = \frac{30 + 50}{2} \times 0.01084 = 0.438$$

按图 4-51 分配变位系数,若取  $x_1 = 1.15, x_2 = 1.617$ ,两轮齿均不会齿顶变尖。齿轮尺寸的计算从略。注意由于啮合角  $\alpha'$  很大,所以应该校验重叠系数。

## § 4—5 齿轮的结构设计

通过齿轮传动的强度计算,只能确定齿轮的主要尺寸,如齿数、模数、齿宽、螺旋角、分度圆直径等,而齿圈、轮辐、轮毂等的结构形式和轮体其它各部分尺寸,通常由结构设计确定。

齿轮的结构设计与齿轮的几何尺寸、毛坯、材料、加工方法、使用要求及经济性等因素有关。进行齿轮结构设计时,必须综合地考虑上述各方面的因素。通常是按齿轮的直径大小,选定合适的结构形式,然后再根据荐用的经验数据,进行结构设计。

直径较小的钢制齿轮(图 4-61),当为圆柱齿轮时,若齿根圆到键槽底部距离  $e < 2m_t$  ( $m_t$  为端面模数);若为圆锥齿轮时,按齿轮小端尺寸计算而得的  $e < 1.6m$  时,均应将齿轮和轴做成一体,叫做齿轮轴(图 4-62)。若  $e$  值超过上述尺寸时,齿轮与轴以分开制造合理。

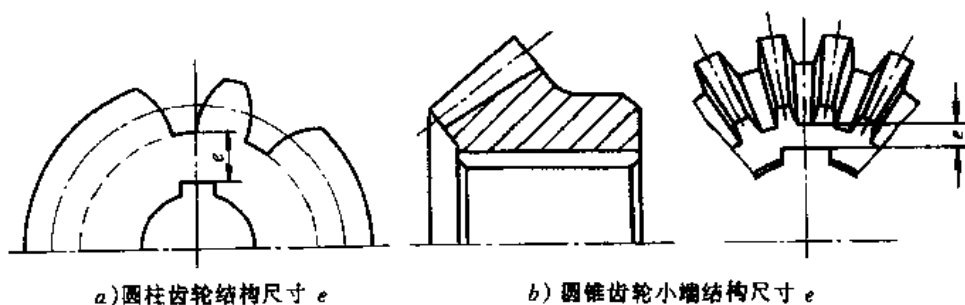


图 4-61 齿轮结构尺寸  $e$

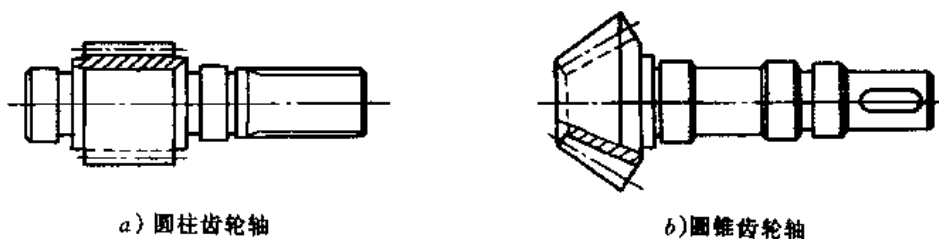


图 4-62 齿轮轴

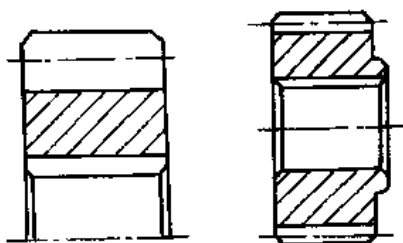


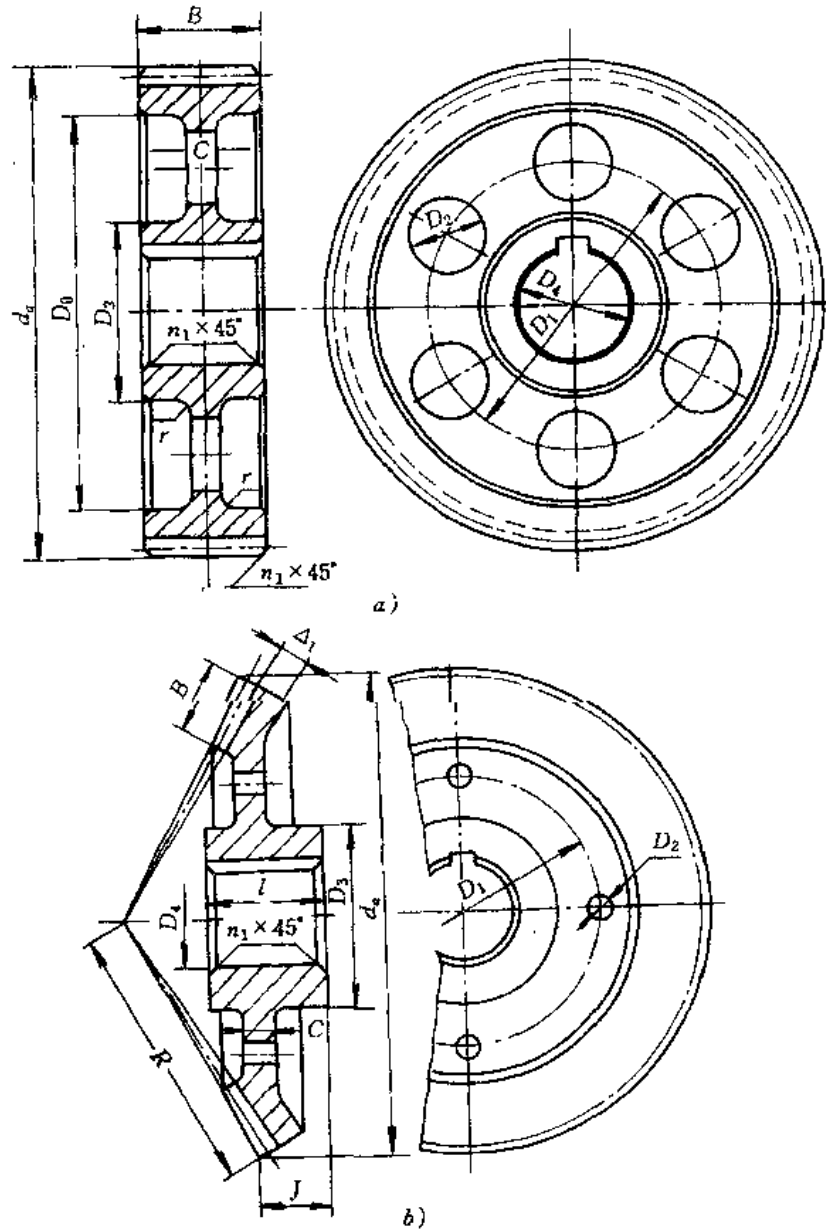
图 4-63 实心结构的齿轮

当齿顶圆直径  $d_a \leq 160\text{mm}$  时,可做成实心结构的齿轮(图 4-62 及图 4-63)。但航空产品



中的齿轮, 虽  $d_a \leq 160\text{mm}$ , 也有做成腹板式的(图 4-64), 当齿顶圆直径  $d_a < 500\text{mm}$  时, 可做成腹板式的结构(图 4-64), 腹板上开孔是为了便于加工时装夹和起重。孔径较大的还可以减轻重量, 开孔的数目按结构尺寸大小及需要而定。

齿顶圆直径  $d_a > 300\text{mm}$  的铸造圆锥齿轮, 可做带有加强肋的腹板式结构(图 4-65), 加强肋的厚度  $S \approx 0.8C$ 。



$d_a < 500\text{mm}$ ;  $D_3 \approx 1.6D_4$  (钢材);  $D_3 \approx 1.7D_4$  (铸铁);  $D_2 \approx (0.25 \sim 0.35)(D_0 - D_3)$ ;

圆柱齿轮:  $D_0 \approx d_a - (10 \sim 14)m_n$ ;  $C \approx (0.2 \sim 0.3)B$ ; 圆锥齿轮:  $l \approx (1 \sim 1.2)D_4$ ;

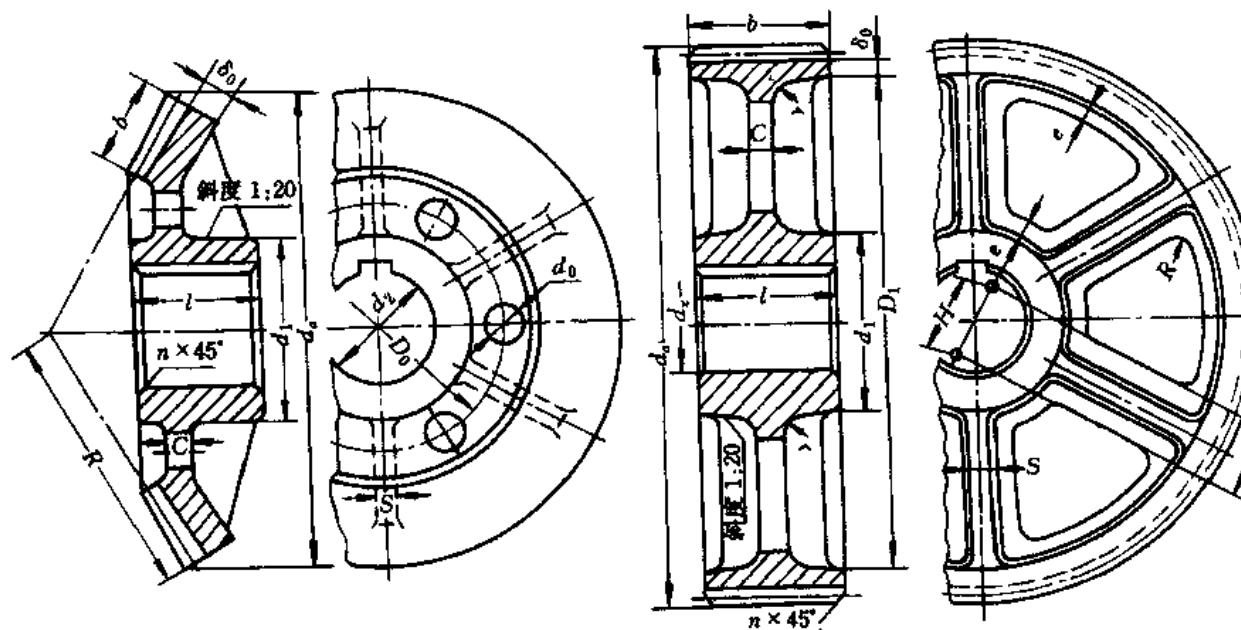
$C \approx (3 \sim 4)m$ ; 尺寸  $J$  由结构设计而定;

$\Delta_1 = (0.1 \sim 0.2)R$  常用齿轮的  $C$  值不应小于  $10\text{mm}$ , 航空用齿轮可取  $C \approx 3 \sim 6\text{mm}$

图 4-64 腹板式结构的齿轮 ( $d_a < 500\text{mm}$ )

当齿顶直径  $400 < d_a < 1000$  时, 可做成轮辐式结构(图 4-66)。轮辐数目要视齿轮结构的大

小而定。轮辐剖面形状有多种,常用如图 4-67 所示的几种。



$d_1 = 1.6d_z$  (铸钢),  $d_1 = 1.8d_z$  (铸铁)  
 $l = (1 \sim 1.2)d_z$   
 $\delta_0 = (3 \sim 4)m$ , 但不小于 10(mm)  
 $C = (0.1 \sim 0.17)R$ , 但不小于 10(mm)  
 $S = 0.8C$ , 但不小于 10(mm)  
 $D_0, d_0$ ——按结构而定

$d_1 = 1.6d_z$  (铸钢),  $d_1 = 1.8d_z$  (铸铁)  
 $l = (1.2 \sim 1.5)d_z, l \geq b$   
 $n = 0.5m$   
 $\bar{C} = H/5, e = 0.8\delta_0$   
 $\delta_0 = (2.5 \sim 4)m$ , 但不小于 8(mm)  
 $r, R$ ——按结构确定

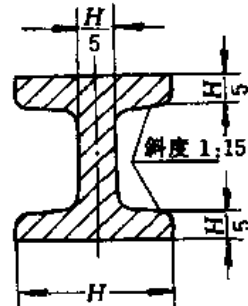
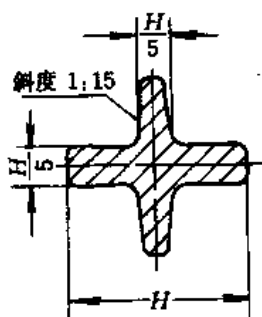
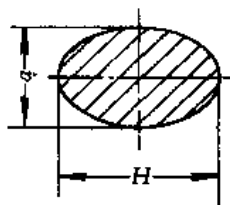


图 4-65 铸造圆锥齿轮 ( $d_a > 300\text{mm}$ )

图 4-66 轮辐式齿轮 ( $d_a = 400 \sim 1000\text{mm}, b \leq 200\text{mm}$ )

a) 椭圆形的, 用于轻载荷齿轮    b) 十字形的, 用于中等载荷齿轮    c) 工字形的, 用于重载荷齿轮  
 $a = (0.4 \sim 0.5)H$

图 4-67 轮辐剖面形状

为了节约贵重金属,对于尺寸较大的圆柱齿轮,可做成组装齿圈式的结构(图 4-68)。齿圈用钢制,而轮芯则用铸铁或铸钢。

用尼龙等工程塑料模压出来的齿轮,也可参照图 4-64 或图 4-68 所示的结构及尺寸进行结构设计。用夹布塑胶等金属板材制造的齿轮结构如图 4-69。

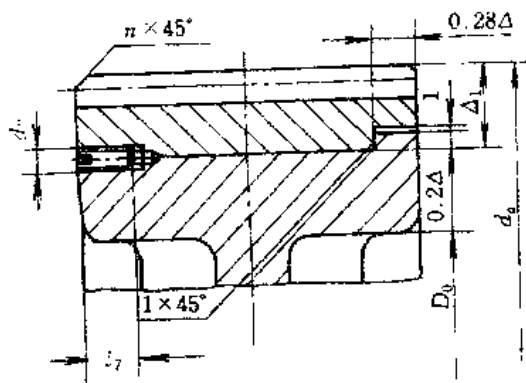


图 4-68 铸装齿圈的结构

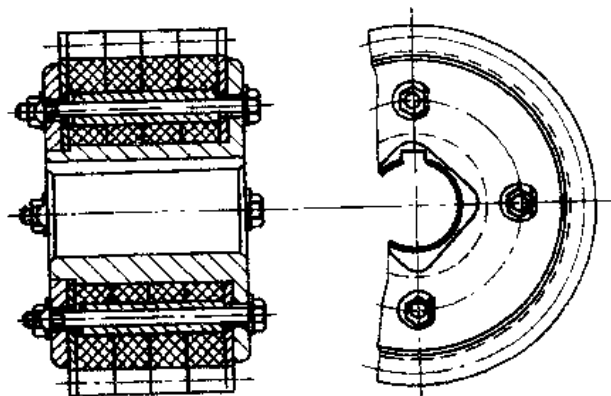


图 4-69 用板材组装的齿轮

进行齿轮结构设计时,还要进行齿轮和轴的联接设计,通常采用单键联接。但当齿轮转速较高时,要考虑轮芯的平衡及对中性。这时内轮和轴的联接应采用花键或双键联接。对于沿轴滑移的齿轮,为了操作灵活,也应采用花键联接或导键联接。

## § 4-6 齿轮传动的效率和润滑

### 一、齿轮传动的效率

齿轮传动中的损失主要来自:1)啮合中的摩擦损失;润滑油被搅动的油阻损失;3)轴承中的摩擦损失。因此,闭式齿轮传动的效率 $\eta$ 可由下式计算:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \quad (4-35)$$

式中 $\eta_1$ ——考虑齿轮啮合损失时的效率;

$\eta_2$ ——考虑油阻损失的效率;

$\eta_3$ ——轴承的效率。

对于直齿和斜齿圆柱齿轮传动,考虑啮合损失时的效率可近似地按下式计算:

$$\eta_1 = 1 - 2.3f \left( \frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right) K_\varphi \quad (4-36)$$

式中 $f$ ——轮齿间的滑动摩擦损失,一般取 $f=0.06\sim 0.1$ ;

$K_\varphi$ ——随齿轮高变位系数而定的系数。当 $x=0$ 时, $K_\varphi=1$ ;  $x=0.5$ 时, $K_\varphi=0.8$ ;  $x=0.8$ 时, $K_\varphi=1.40$ ;  $x=1$ 时, $K_\varphi=1.75$ ;

“+”号用于外啮合;“-”号用于内啮合。

啮合损失是由齿间摩擦力引起的,因此,采取措施减小摩擦系数,将能提高啮合效率。试验证明,随着齿面粗糙度的降低,润滑油的粘度减小和轮齿相对滑动速度的减小,啮合损失都增加。因为这些都对油膜的形成产生不利的影响。此外,适当增加齿数,对减小啮合损失是有利的。

润滑油的搅动和飞溅损失是随着齿轮宽度 $B$ 、圆周速度 $v$ 、润滑油粘度 $\nu$ 、浸油深度的增加而增大的。

当轮齿浸油深度为 $(2\sim 3)m$ ( $m$ 为模数)时,考虑油阻损失的效率可近似地由下式确定

$$\eta_2 = 1 - 2.8 \times 10^{-5} \frac{\nu B}{P} \sqrt{\frac{200}{z_1}} \quad (4-37)$$

式中 $v$ ——齿轮的圆周速度, m/s;

$\nu$ ——润滑油在工作温度时的运动粘度, cst;

$B$ ——浸入润滑油中的轮齿宽度, mm;

$P$ ——传动功率, kW。

齿轮传动的效率是随着传递功率的减小而下降的, 因为这时的空车损失(如润滑油的搅动, 克服由齿轮和轴的自重所引起的轴承摩擦力, 密封阻力等等的能量消耗)是不变的。当满载时, 齿轮传动(采用滚动轴承)计入三种损失后的平均效率列于表 4-25。

表 4-25 齿轮传动的平均效率

传动形式	工 作 条 件		
	6 级或 7 级精度闭式齿轮	8 级精度闭式齿轮	稠油润滑开式齿轮
圆柱齿轮	0.98	0.97	0.96
圆锥齿轮	0.97	0.96	0.94

## 二、齿轮传动的润滑

开式及半开式齿轮, 或速度较低的闭式齿轮, 通常用人工工作周期性加油润滑, 所用润滑剂为润滑油或润滑脂。

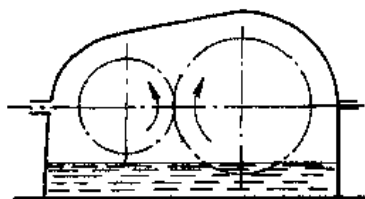


图 4-70 浸油润滑

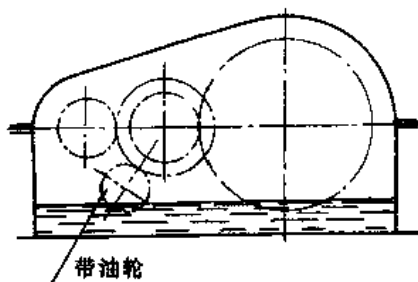


图 4-71 用带油轮带油

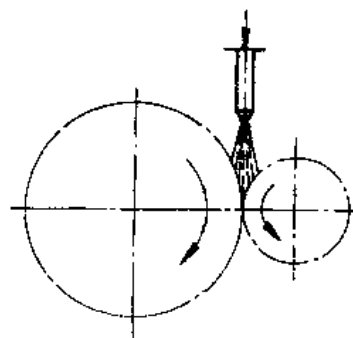


图 4-72 喷油润滑

通用的闭式齿轮传动, 其润滑方法根据齿轮的圆周速度大小而定。当圆周速度  $v < 12\text{m/s}$  时, 常将大齿轮的轮齿浸入油池中进行浸油润滑(图 4-70)。这样, 齿轮在传动时, 就把润滑油带到啮合的齿面上, 同时也将油甩到箱壁上, 借以散热。齿轮浸入油中的深度可视齿轮的圆周速度大小而定, 对圆柱齿轮通常不宜超过一个齿高, 但一般亦不应小于 10mm; 对圆锥齿轮应浸入全齿宽, 至少应浸入齿宽的一半。在多级齿轮传动中, 可借油轮将油带到未浸入油池内的齿轮的齿面上(图 4-71)。

油池中的油量多少, 取决于齿轮传递功率的大小。对单级传动, 每传递 1kW 的功率, 需油量为  $(0.35 \sim 0.7) \frac{1}{1000} \text{m}^3$ 。对于多级传动, 需油量按级数成倍地增加。

当齿轮的圆周速度  $v > 12\text{m/s}$  时, 应采用喷油润滑(图 4-72), 即由油泵或中心供油站以一定的压力供油, 借喷嘴将润滑油喷到齿轮的啮合面上。当  $v \leq 25\text{m/s}$  时, 喷嘴位于轮齿啮入边或啮出边均可; 当  $v > 25\text{m/s}$ , 喷嘴应位于轮齿啮出的一边, 以借润滑油及时冷却刚啮合过的轮齿, 同时亦对齿轮进入润滑。

表 4-26 齿轮传动常用的润滑剂<sup>①</sup>

名 称	牌 号	粘度 <sup>°E<sub>50</sub>(°E<sub>100</sub>)</sup>	主要性能及用途
机械油	HJ—30	3.81~4.59	各种高速、轻载或中小载荷,循环式或油箱式集中润滑系统,中小型齿轮,蜗杆传动的润滑
	HJ—40	5.11~5.89	
	HJ—50	6.4~7.2	
工业齿轮油	50	6.14~7.44	这类油加有少量的极压剂,抗氧化剂等添加剂,有较高的承压能力,较好的氧化安定性及防锈、防腐蚀性。适用于较重载的齿轮传动,如冶金、矿山用机器的重型齿轮传动
	70	8.8~10.07	
	90	10.07~13.4	
	120	14.85~17.54	
	150	18.9~21.6	
极压工业齿轮油	120	14.85~17.54	这类油加有极压剂,油性剂等改善油性的添加剂,性能比工业齿轮油好。适用于工作条件极差(重载荷,冲击过载较大以及处于高温、有水的环境)的齿轮传动蜗杆传动,如轧钢机的齿轮传动等
	150	18.9~21.6	
	200	24.3~29.7	
	250	31~36.4	
	300	37.8~43.2	
	350	45.5~50	
汽车齿轮油	HL—20(冬用)	(2.7)~(3.2)	汽车变速齿轮、重型机器的闭式齿轮传动及蜗杆传动、各种载荷齿轮,蜗杆减速器
	HL—30(夏用) <sup>②</sup>	(4.0)~(4.5)	
开式齿轮油	1	(6.8)~(8.1)	这类油加有抗磨、防锈等添加剂。适用于开式齿轮传动。使用时可用溶剂稀释
	2	(11.48)~(15.5)	
	3	(27)~(33.7)	
钙钠基润滑脂	ZGN—2		适用于 80~100℃,有水分或潮湿的环境中工作的齿轮传动,但不适用于低温工作情况
	ZGN—3		
石墨钙基润滑剂	ZG—S		适用于起重机底盘的齿轮传动,开式齿轮传动,需潮湿处

注:1.表中所列仅为齿轮油的一部分,必要时可参阅有关资料。

2.我国长江以南地区可全年使用。

表 4-27 齿轮传动润滑油粘度荐用值

齿 轮 材 料	强度极限 $\sigma_B$ (MPa)	圆 周 速 度 (m/s)						
		<0.5	0.5~1	1~2.5	2.5~5	5~12.5	12.5~25	>25
		粘 度 <sup>°E<sub>50</sub>(°E<sub>100</sub>)</sup>						
塑料、铸铁、青铜	—	24(3)	16(2)	11	8	6	4.5	—
钢	470~1000	36(4.5)	24(3)	16(2)	11	8	6	4.5
	1000~1250	36(4.5)	36(4.5)	24(3)	16(2)	11	8	6
渗碳或表面淬火的钢	1250~1580	60(7)	36(4.5)	36(4.5)	24(3)	16(2)	11	8

注:1.多级齿轮传动,采用各级传动圆周速度的平均值为选取润滑油粘度;

2.对于 $\sigma_B > 800\text{MPa}$ 的镍铬钢制轮(不渗碳)的润滑油粘度应取高一档的数值。

附表1 渐开线函数  $\text{inv} \alpha_K = \text{tg} \alpha_K - \alpha_K$ 

$\alpha_K$		0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
10	0.00	17941	18397	18860	19332	19812	20299	20795	21299	21810	22330	22859	23396
11	0.00	23941	24495	25057	25628	26208	26797	27394	28001	28616	29241	29875	30518
12	0.00	31171	40534	32504	33185	33875	34575	35285	36005	36735	37474	38224	38984
13	0.00	39754	40534	41325	42126	42938	43760	44593	45437	46291	47157	48033	48921
14	0.00	49819	50729	51650	52582	53526	54482	55448	56427	57417	58420	59434	60460
15	0.00	61498	62548	63611	64686	65773	66873	67985	69110	70248	71398	72561	73738
16	0.0	07493	07613	07735	07857	07982	08107	08234	08362	08492	08623	08756	08889
17	0.0	09025	09161	09299	09439	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608
18	0.0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543
19	0.0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713
20	0.0	14904	15908	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132
21	0.0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817
22	0.0	20054	20292	20533	20775	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788
23	0.0	23049	23312	23577	23845	24114	24386	24660	24936	25214	25495	25778	26062
24	0.0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660
25	0.0	29975	30293	30613	30953	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602
26	0.0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910
27	0.0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607
28	0.0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718
29	0.0	48164	48612	49064	49518	49976	50437	50901	51368	51838	52312	52788	53268
30	0.0	53751	54238	54728	55221	55717	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285
31	0.0	59809	60336	60866	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64677	65236	65799
32	0.0	66364	66934	67507	68084	68665	69250	69838	70430	71026	71626	72230	72838
33	0.0	73449	74064	74684	75307	75934	76565	77200	77839	78483	79130	79781	80437
34	0.0	81097	81760	82428	83100	83777	84457	85142	85832	86525	87223	87925	88631
35	0.0	89342	90058	90777	91502	92230	92963	93701	94443	95190	95942	96698	97549
36	0.	09822	09899	09977	10055	10133	10212	10292	10371	10452	10533	10614	10696
37	0.	10778	10861	10944	11028	11113	11197	11283	11369	11455	11542	11630	11718
38	0.	11806	11895	11985	12075	12165	12257	12348	12441	12534	12627	12721	12815
39	0.	12911	13006	13102	13199	13297	13395	13493	13592	13692	13792	13893	13994
40	0.	14097	14200	14303	14407	14511	14616	14722	14829	14936	15043	15152	15261
41	0.	15370	15480	15591	15703	15815	15928	16041	16156	16270	16386	16502	16619
42	0.	16737	16855	16974	17093	17214	17336	17457	17579	17702	17826	17951	18076
43	0.	18202	18329	18457	18585	18714	18844	18975	19106	19238	19371	19505	19639
44	0.	19774	19910	20047	20185	20323	20463	20603	20743	20885	21028	21171	21315
45	0.	21460	21606	21753	21900	22049	22198	22348	22499	22651	22804	22958	23112
46	0.	23268	23424	23582	23740	23899	24059	24220	24382	24545	24709	24874	25040
47	0.	25206	25374	25543	25713	25883	26055	26228	26401	26576	26752	26929	27107
48	0.	27285	27465	27646	27828	28012	28196	28381	28567	28755	28943	29133	29324
49	0.	29516	29707	29903	30098	30295	30492	30691	30891	31092	31295	31498	31703
50	0.	31909	32116	32324	32534	32745	32957	33171	33385	33601	33818	34037	34257
51	0.	34478	34700	34924	35149	35376	35604	35833	36063	36295	36529	36763	36999
52	0.	37237	37476	37716	37958	38202	38446	38693	38941	39190	39441	39693	39947
53	0.	40202	40459	40717	40977	41239	41502	41767	42034	42302	42571	42843	43116
54	0.	43390	43667	43945	44225	44506	44789	45074	45361	45650	45940	46232	46526
55	0.	46822	47119	47419	47720	48023	48328	48635	48944	49255	49568	49882	50199
56	0.	50518	50838	51161	51486	51813	52141	52472	52805	53141	53478	53817	54159
57	0.	54503	54849	55197	55547	55900	56255	56612	56972	57333	57698	58064	58433
58	0.	58804	59178	59554	59933	60314	60697	61083	61472	61863	62257	62653	63052
59	0.	63454	63858	64265	64674	65086	65501	65919	66340	66763	67189	67618	68050