

# 直齿圆柱齿轮的齿廓修形降噪

洛阳拖拉机研究所 吴训成

**摘要** 介绍了直齿圆柱齿轮齿廓修形降低噪声的基本原理,给出修形计算公式和车辆齿轮齿廓修形的参考数据,通过修形齿轮与非修形齿轮的噪声对比试验,说明本文所述齿廓修形是降低车辆直齿圆柱齿轮噪声的有效方法。

**【Abstract】** This paper describes the basic principles on tooth profile modification for reducing the noise of spur gear, gives the formulae for the modification and the reference data of modifying tooth profile for the vehicle gears and by means of the tests to the gears with and without modified tooth profile, shows that the modification method described in the paper is effective to reduce noise of the vehicle spur gears.

**叙词:** 齿轮 噪声控制

齿轮噪声来源于齿轮装置的振动。齿轮装置本身是一个复杂的弹性振动系统。齿轮装置的振动主要包括齿轮副的周向振动、齿轮的径向和轴向振动、以及齿轮箱箱体的振动。齿轮副的周向振动在齿轮传动中产生附加的动载荷。附加动载荷使齿轮产生径向和轴向振动,这些振动通过轴、轴承和轴承座传到齿轮箱箱体上,激发箱体的振动,并通过箱体外表面将振动发射出去而形成噪声。同时,齿轮副的周向振动以及齿轮的径向和轴向振动还在箱体内产生空气声,这些空气声一部分直接传播到外界空气中而形成噪声,其余部分则激发箱体振动而引起再生噪声。因此,齿轮副的周向振动在齿轮装置的振动和噪声中起着主导作用,要降低齿轮噪声,主要应该降低齿轮副的周向振动,而齿廓修形是降低齿轮副周向振动的直接有效方法。关于齿廓修形,虽然有文章介绍,但基本上都只是涉及齿廓修形的某一方面,并且主要是从理论上进行探讨,齿廓修形的实际降噪效果如何并不很清楚。本文将从齿廓修形的基本原理,到修形曲线参数的确定,到齿廓修形齿

轮的噪声试验进行较系统和全面的阐述。

## 一、齿轮副的周向振动

图1是一对渐开线直齿圆柱齿轮啮合传动的示意图,图中, $N_1N_2$ 是理论啮合线, $A_2A_1$ 是实际啮合线段, $C_1A_1$ 为双齿啮合区Ⅰ, $A_2C_2$ 为双齿啮合区Ⅱ,在双齿啮合区Ⅰ和Ⅱ

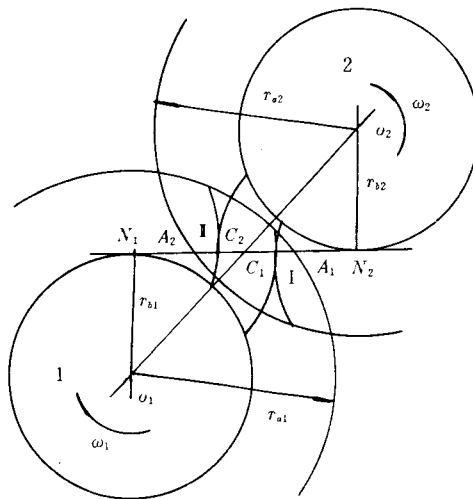


图1 齿轮啮合示意图

中的齿副分别称为齿副 1 和齿副 2。将轮齿看作弹簧,轮体看作质量,一对啮合传动齿轮就组成了一个弹性振动系统,图 2 是齿轮副周向振动的动力学模型。式(1)是齿轮副周向振动的微分方程式。

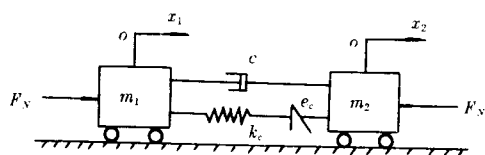


图 2 齿轮副周向振动动力学模型

$$mx'' + cx' + k_c x = F_N + k_c e_c \quad (1)$$

式中  $m$  —— 齿轮副的当量质量, kg

$$m = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

$m_1, m_2$  —— 分别为齿轮 1 和齿轮 2 的当量质量, kg

$x$  —— 齿轮副的周向振动位移, 它是质量  $m_1$  与  $m_2$  沿啮合线的相对微位移, 也是齿轮 2 相对于齿轮 1 的滞后量, mm

$$x = x_1 - x_2 \quad (3)$$

$x_1, x_2$  —— 分别为质量  $m_1$  和  $m_2$  沿啮合线的位移, mm

$c$  —— 阻尼系数

$k_c$  —— 齿轮副的啮合刚度, kg/mm

$$k_c = \begin{cases} k_0 & \text{单齿啮合区} \\ k_1 + k_2 & \text{双齿啮合区} \end{cases} \quad (4)$$

$k_0$  —— 单齿啮合区内齿副的啮合刚度, kg/mm

$k_1, k_2$  —— 分别为双齿啮合区内齿副 1 和齿副 2 的啮合刚度, kg/mm

$e_c$  —— 齿轮副的啮合误差

$$e_c = \begin{cases} e_0 & \text{单齿啮合区} \\ \frac{k_1 e_1 + k_2 e_2}{k_c} & \text{双齿啮合区} \end{cases} \quad (5)$$

$e_0$  —— 单齿啮合区内齿副在啮合线方向的综合误差

$e_1, e_2$  —— 分别为双齿啮合区内齿副 1 和齿副 2 在啮合线方向的综合误差

$F_N$  —— 静力平衡齿面法向力, N

在微分方程式(1)中,  $m$  是常量,  $c$  和  $F_N$  也可以看作常量, 但  $k_c$  和  $e_c$  不是常量。  $k_c$  和  $e_c$  是齿副啮合位置的函数, 当齿轮啮合运转时,  $k_c$  和  $e_c$  就是时间的函数。因此, 式(1)是一个变系数的二阶线性微分方程。

设  $x_s$  是齿轮副的静力平衡滞后量, 则

$$k_c x_s = F_N + k_c e_c \quad (6)$$

或

$$x_s = (F_N + k_c e_c) / k_c$$

静力平衡滞后量简称为平衡滞后量。  $x_s$  是齿副啮合位置的函数, 当齿轮啮合运转时,  $x_s$  就是时间的函数。

令 则

$$x = x_s + x_d \quad (7)$$

$$\begin{cases} x' = x'_s + x'_d \\ x'' = x''_s + x''_d \end{cases} \quad (8)$$

将式(6)、(7)和(8)代入方程式(1)可得

$$mx''_d + cx'_d + k_c x_d = -(mx''_s + cx'_s) \quad (9)$$

式(9)是齿轮副周向振动微分方程的另一种形式。

根据式(6)求出  $x_s$  的变化规律, 代入式(9)解微分方程求得  $x_d$  的变化规律, 将  $x_s$  和  $x_d$  同时代入式(7)就得出了齿轮副周向振动位移  $x$  的变化规律。由此可知, 在不改变系统固有参数  $m$ 、 $c$  和  $k_c$  的情况下, 要降低齿轮副的周向振动, 就应该减小平衡滞后量  $x_s$  的变化幅度。

## 二、齿轮的齿廓修形

根据式(4)、(5)和(6)可得双齿啮合区齿副的平衡滞后量计算式(10)和单齿啮合区齿副的平衡滞后量计算式(11)。

$$\begin{cases} x_s = f_1 F_N q_1 + e_1 \\ x_s = f_2 F_N q_2 + e_2 \\ f_1 + f_2 = 1 \end{cases} \quad (10)$$

$$x_s = F_N q_0 + e_0 \quad (11)$$

式中  $x_s$  —— 齿轮副的平衡滞后量, mm  
 $f_1, f_2$  —— 分别为双齿啮合区内齿副 1 和齿副 2 的载荷分配系数  
 $q_1, q_2$  —— 分别为双齿啮合区内齿副 1 和齿副 2 的柔度  
 $q_1 = \frac{1}{k_1}, q_2 = \frac{1}{k_2}$   
 $q_0$  —— 单齿啮合区内齿副的柔度  
 $q_0 = \frac{1}{k_0}$

正常直齿圆柱齿轮副的重合度均大于 1 而小于 2, 且大多数在 1.5 左右, 因此实际啮合线段存在双齿啮合区和单齿啮合区。就整个齿轮副来说, 每“双齿啮合一单齿啮合”或“单齿啮合一双齿啮合”构成一个啮合循环。齿轮运转时, 这个循环的周期就是啮合周期。就一对齿副来说, 则是以“双齿啮合一单齿啮合一双齿啮合”的形式来完成其一个完整的啮合过程。齿副的载荷分配系数  $f$  在双齿啮合区 I 即为  $f_1$ , 在双齿啮合区 II 即为  $f_2$ , 在单齿啮合区恒为 1。将  $e_1=0, e_2=0$  和  $e_0=0$  分别代入式(10)和式(11)即可求出没有误差齿轮副的平衡滞后量  $x_s$  和齿副的载荷分配系数  $f$ 。图 3 所示是典型的齿轮副在没有误差情况下传递动力时  $f$  和  $x_s$  的变化规律。从图中可见:

(1) 在齿副进入和退出啮合的点以及单双齿啮合区分界点时,  $f$  和  $x_s$  均发生突变。

(2) 在单齿啮合区和双齿啮合区,  $x_s$  分别近似为常量。

$f$  和  $x_s$  突变将导致齿轮在啮合传动过程中发生撞击, 引起动载荷, 激发振动和噪声。为此, 我们要人为地产生误差, 即通过齿廓修

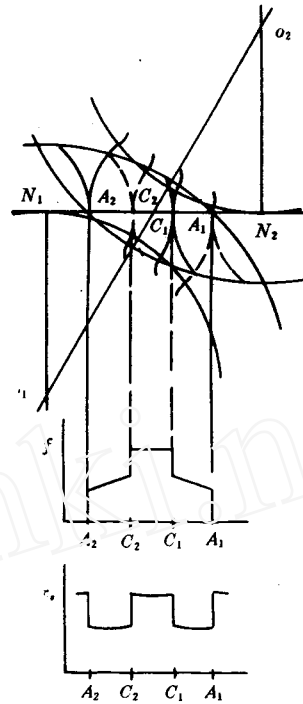


图 3 齿轮副没有误差情况下  $f$  和  $x_s$  的变化规律

形的办法来消除  $f$  和  $x_s$  的突变, 并且使  $x_s$  的变化幅度尽可能小。

齿副在啮合线方向的综合误差  $e_1, e_2$  和  $e_0$  由式(12)确定:

$$\begin{cases} e_1 = \Delta f_1 \\ e_2 = \Delta f_2 + \Delta p_b \\ e_0 = \Delta f_0 + \Delta p_b \end{cases} \quad (12)$$

式中  $\Delta f_1, \Delta f_2$  —— 分别为双齿啮合区内齿副 1 和齿副 2 的综合齿形误差

$\Delta f_0$  —— 单齿啮合区内齿副的综合齿形误差

$\Delta p_b$  —— 齿轮 1 相对于齿轮 2 的啮合基节差, 简称为啮合基节差

式(12)中的综合齿形误差和啮合基节差均是以通过齿轮实际齿廓单齿啮合区外界点的理论渐开线为基准来计量的。齿廓修形所形

成的误差就是综合齿形误差。根据载荷分配系数  $f$  和平衡滞后量  $x$ ，在齿副啮合过程中变化规律的特点，齿廓修形只在双齿啮合区进行，在单齿啮合区不进行齿廓修形，即：

$$\Delta f_0 = 0 \quad (13)$$

如图4所示，修形曲线的一般表达式为：

$$\begin{cases} \Delta f_1 = e_{m1} \left(\frac{l_1}{l_{m1}}\right)^{n_1} \\ \Delta f_2 = e_{m2} \left(\frac{l_2}{l_{m2}}\right)^{n_2} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} e_{m1} = \delta_{c2} + \Delta p_{bm} \\ e_{m2} = \delta_{c1} + \Delta p_{bm} \end{cases} \quad (15)$$

式中  $e_{m1}, e_{m2}$ ——分别为双齿啮合区 I 和 II 的最大修形量，简称修缘量，mm

$\delta_{c1}, \delta_{c2}$ ——分别为齿副在单双齿啮合区分界点  $c_1$  和  $c_2$  处受齿面法向力  $F_N$  作用下的啮合变形量，mm

$\Delta p_{bm}$ ——修形时考虑的啮合基节差，应当是一个统计量，mm

$l_{m1}, l_{m2}$ ——分别为双齿啮合区 I 和 II 的修形长度，mm

$n_1, n_2$ ——分别为双齿啮合区 I 和 II 的修形指数

$l_1, l_2$ ——分别为双齿啮合区 I 和 II 的修形量计算坐标值，mm

本文在进行修形模拟计算分析时取

$$\begin{cases} l_{m1} = l_{m2} = y_m \cdot l_i \\ n_1 = n_2 = n \end{cases} \quad (16)$$

式中  $l_i$ ——双齿啮合区长度，mm

$y_m$ ——修形长度系数， $0 < y_m \leq 1.0$

$n$ ——修形指数

当齿轮副的几何参数和工况确定以后，就可根据式(10)、(11)、(12)、(13)、(14)、(15)和(16)计算出载荷分配系数  $f$  和平衡滞后量  $x$  的变化规律。选取不同的修形指数  $n$

和修形长度系数  $y_m$  将得到不同的  $f$  和  $x$  的变化规律。

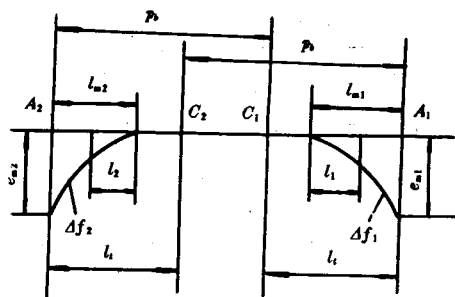


图4 齿廓修形图

图5是一对齿轮副不存在啮合基节差时的修形计算结果，该对齿轮副的主要几何参数见表1。图中对于齿轮的修形情况只画出了两种不同修形长度的载荷分配系数  $f$  变化曲线，其它修形长度的  $f$  变化曲线介于图中两曲线之间。

表1 修形齿轮副主要几何参数

| 参数名称        | 符号         | 齿轮1   | 齿轮2    |
|-------------|------------|-------|--------|
| 齿数          | $z$        | 27    | 55     |
| 模数(mm)      | $m_n$      | 3.0   |        |
| 压力角(°)      | $\alpha_n$ | 20    |        |
| 齿顶高系数       | $h_n^*$    | 1.0   |        |
| 顶隙系数        | $c^*$      | 0.25  |        |
| 变位系数        | $x$        | 0     | -0.163 |
| 螺旋角(°)      | $\beta$    | 0     |        |
| 实际啮合中心距(mm) | $A$        | 122.5 |        |
| 齿顶圆直径(mm)   | $d_a$      | 86.78 | 169.2  |
| 齿宽(mm)      | $b$        | 16    |        |
| 重合度         | $\epsilon$ | 1.59  |        |

当齿轮副啮合基节差存在时，一对具体齿轮副的任何相邻两个啮合基节差  $\Delta p_b$  的数值不可能完全一样，具有同样几何参数的一

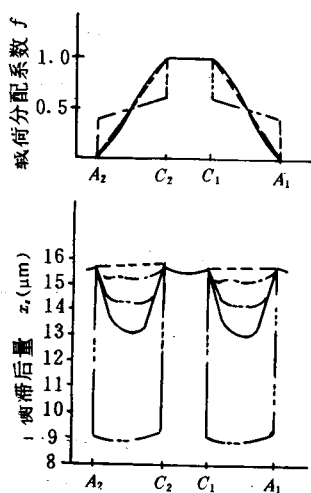
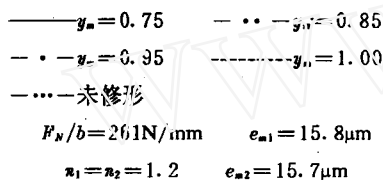


图5 不考虑啮合基节差时的修形计算结果



批齿轮副的啮合基节差的数值系列也不可能完全一样。根据齿轮传动的特点,齿轮副的啮合基节差  $\Delta p_b$  在齿轮运动过程中是周期性变化的。 $\Delta p_b$  的变化周期大于等于齿轮的旋转周期。周期性变化的  $\Delta p_b$  引起与其周期相同的平衡滞后量  $x_s$  的周期变化成分。齿廓修形能够消除齿轮传递动力时由于啮合刚度周期性突变和啮合基节差  $\Delta p_b$  的存在而引起的载荷分配系数  $f$  和平衡滞后量  $x_s$  的突变,但不能减轻  $x_s$  的这种长周期变化。由于  $x_s$  的这种周期性变化的频率比起啮合频率来小得多,对齿轮的振动和噪声的影响很小,因此在进行齿廓修形的计算分析时,只在修缘量中考虑一个具有统计意义的啮合基节差  $\Delta p_{bm}$ ,不考虑具体的啮合基节差  $\Delta p_b$  对  $f$  和  $x_s$  的影响成分。图6是表1所示齿轮副在修缘量中考虑啮合基节差时的修形计算结果。

通过不同齿轮副大量的修形计算分析结

果表明:

(1)当采用式(15)所确定的合理的修缘量  $e_{m1}$  和  $e_{m2}$  之后,不同修形指数  $n$  ( $1.0 \leq n \leq 1.5$ ) 和不同修形长度系数  $y_m$  ( $0.5 \leq y_m \leq 1.0$ ) 所确定的修形曲线都能消除载荷分配系数  $f$  的突变而使其平稳过渡。

(2)不同的修形指数  $n$  和不同的修形长度系数  $y_m$  将对平衡滞后量  $x_s$  的变化产生较大的影响。对于不存在啮合基节差的齿轮副,当  $n=1.2$  和  $y_m=1.0$  时  $x_s$  的变化最小。本文得出的  $n=1.2$  和  $y_m=1.0$  所确定的修形曲线可使  $x_s$  在双齿啮合区内几乎保持为常量并与单齿啮合区平稳过渡。当采用同样的修形长度系数  $y_m=1.0$  而修形指数  $n$  大于或小于 1.2 时  $x_s$  的变化都将增大。

(3)对于存在啮合基节差的齿轮副,对应于  $x_s$  变化较小的修形长度系数  $y_m < 1.0$ ,其具体值取决于修形指数  $n$ 、啮合基节差、以及齿副的啮合变形量  $\delta_{e1}$  和  $\delta_{e2}$ 。对于拖拉机及类似车辆传动用齿轮,可取  $n=1.1 \sim 1.3$ ,  $y_m=0.7 \sim 0.9$ 。

(4)修形指数  $n=1.0$  所确定的齿廓修形称为直线修整。直线修整时齿廓修形部分为渐开线。对于不存在啮合基节差的齿轮副,对应于  $x_s$  变化较小的直线修整的修形长度系数  $y_m=0.9 \sim 0.95$ 。对于有啮合基节差存在的齿轮副,对应于  $x_s$  变化较小的直线修整的修形长度系数  $y_m$  进一步变小,其具体值取决于啮合基节差和齿副的啮合变形量  $\delta_{e1}$  与  $\delta_{e2}$ 。拖拉机及类似车辆传动用齿轮直线修整时可取修形长度系数  $y_m=0.7 \pm 0.15$ 。

### 三、齿廓修形齿轮的噪声试验

试验齿轮的主要几何参数见表1,齿形误差分布情况见表2,其它误差数据见表3。由  $g_1 - G_1$  和  $g_1 - G_2$  齿轮副综合齿形误差所形成的修形量较小,因此可以看成是非修形

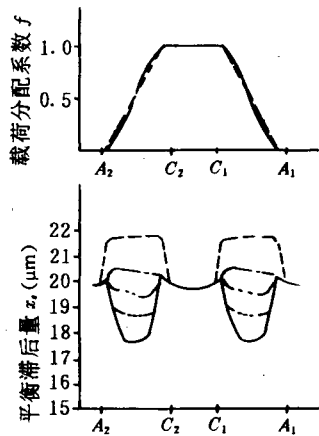


图6 考虑啮合基节差时的修形计算结果

$y_m = 0.75$      $y_m = 0.80$   
 $y_m = 0.85$      $y_m = 0.90$   
 $y_m = 1.00$      $\Delta\varphi_m = 1.5 \mu\text{m}$   
 $F_N/b = 335 \text{ N/mm}$      $e_{m1} = 24.5 \mu\text{m}$   
 $\pi_1 = \pi_2 = 1.2$      $e_{m2} = 24.4 \mu\text{m}$

齿轮副。由  $g_2 - G_1$  和  $g_2 - G_2$  齿轮副综合齿形误差所形成的修缘量  $e_{m1}$  和  $e_{m2}$  在  $25 \mu\text{m}$  左右, 修形长度系数  $y_m$  在 0.7 左右, 修形指数  $\pi$  约为 1.1, 基本符合有啮合基节差存在的齿轮副的修形参数。齿轮的噪声试验结果见图 7 和图 8。

表 2 试验齿轮齿形误差分布情况

| 齿轮代号         |       | 实测齿形 |
|--------------|-------|------|
| 齿轮 2<br>(大轮) | $G_1$ |      |
|              | $G_2$ |      |
| 齿轮 1<br>(小轮) | $g_1$ |      |
|              | $g_2$ |      |

表 3 试验齿轮误差数据 ( $\mu\text{m}$ )

| 齿轮代号  | 周累误差 | 周节偏差     | 齿向误差 |
|-------|------|----------|------|
| $G_1$ | 81   | $\pm 12$ | 18   |
| $G_2$ | 36   | $\pm 10$ | 18   |
| $g_1$ | 21   | $\pm 4$  | 18   |
| $g_2$ | 37   | $\pm 7$  | 18   |

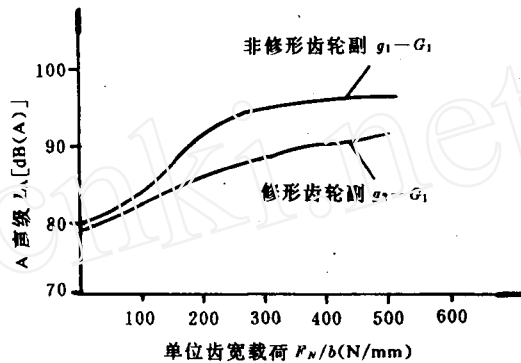


图 7 噪声试验结果(一)

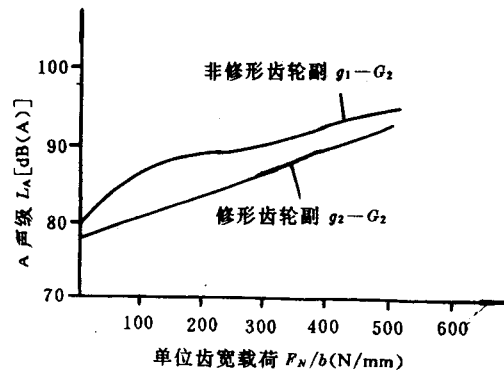


图 8 噪声试验结果(二)

从图 7 和图 8 明显可见, 修形齿轮副的噪声在整个加载过程中均比非修形齿轮副的噪声要低。此外, 从图中还可发现, 当齿轮副受载较轻时修形降噪效果比较小, 这主要是因为此时的修缘量相对过大, 齿廓修形后对载荷分配系数  $f$  和平衡滞后量  $x_s$  的改善效果不大; 随着载荷的进一步加大, 齿廓修形的降噪效果也逐渐减小, 这主要是由于此时的

修缘量相对不足,从而导致载荷分配系数  $f$  和平衡滞后量  $x$ , 又发生突变。

#### 四、结论

根据理论分析和试验结果,可以得出以下结论:

(1)没有齿廓修形的齿轮副在传递动力时齿副载荷分配系数和齿轮副的平衡滞后量要发生突变,这将导致齿轮在啮合运转过程中发生撞击,引起大的动载荷,激发比较强烈的振动和噪声,齿廓修形能消除或减轻载荷分配系数和平衡滞后量的突变,并能使平衡滞后量的变化减小,因而能降低齿轮的振动和噪声。

(2)在确定修形曲线的修缘量、修形指数和修形长度系数这三个参数中,只要采用合理的修缘量就可以消除载荷分配系数和平衡滞后量的突变。合理的修缘量为齿副在单双齿啮合区分界点的啮合变形量与齿轮副的啮合基节差之和,而齿轮副的啮合基节差应该是一个统计量。

(3)无啮合基节差的齿轮副的最佳修形指数为 1.2, 最佳修形长度系数为 1.0。高精度重载齿轮副可采用这组修形参数。

(4)当齿轮副有较大的啮合基节差存在

时,比较好的修形指数和修形长度系数取决于齿副在单双齿啮合区分界点的啮合变形量和齿轮副的啮合基节差。对于拖拉机及类似车辆传动用齿轮副可取修形指数为 1.1~1.3, 修形系数为 0.7~0.9。

(5)直线修整原理简单,容易实现。高精度重载齿轮副直线修整时修形长度系数可取为 0.9~0.95。拖拉机及类似车辆传动用齿轮副直线修整时修形长度系数可取为 0.7±0.15。

综上所述,齿廓修形是降低齿轮振动和噪声的一种有效方法。我们在拖拉机行业推广应用齿形 K 形图,其目的之一就是为了使齿轮的齿形误差分布能具有齿廓修形的效果,这对提高齿轮的承载能力与降低齿轮的振动和噪声都是很有利的。

#### 参 考 文 献

- 1 魏任之,张永忠,史兴虹. 关于直齿圆柱齿轮轮齿受载变形的计算. 齿轮,1980(4)
- 2 方文中,吴德荣,程诗虎. 渐开线齿廓“直线修整”的探讨. 上海机械学院学报,1984(2)
- 3 杨玉致. 机械噪声测量和控制原理. 北京:轻工业出版社,1984

(编辑 姜洪君)

### 分配泵供油为什么时有时无

(1)当柴油机转速低于 200r/min 时,分配泵不供油,提高到近 400r/min 以后又能供油,其原因多是分配泵转子通孔进口处小内六角螺钉松动所致。

(2)柴油机转速在 300r/min 以下不能供油,超过 300r/min 后又能供油,究其原因可能是:

①分配泵柱塞与柱塞孔配合间隙过大或过小,也有可能柱塞锥度和椭圆度过大。

②分配泵转子与转套的配合间隙过大。

(3)转速提高到 500r/min 后仍不供油,则可确定为柴油机的分配泵转子与转套的配合间隙太大。

(李树俊)