

目 录

前言

第一章 绪论	1
第一节 概述.....	1
第二节 活齿传动的特点及应用.....	3
第三节 本书研究的内容和方法.....	9
第二章 活齿传动的结构理论	11
第一节 典型活齿传动的结构和工作原理.....	11
第二节 啮合副的组成特征及结构模型.....	22
第三节 活齿传动按结构特征分类.....	26
第四节 二级活齿传动的结构.....	28
第三章 活齿传动的运动学	32
第一节 活齿的运动学.....	32
第二节 活齿传动的运动转换.....	37
第三节 活齿传动的传动比.....	40
第四节 二级活齿传动的传动比计算.....	48
第四章 活齿传动的齿形理论	54
第一节 齿形研究的两类基本问题.....	54
第二节 活齿传动齿形综合正解.....	55
第三节 活齿传动齿形综合反解.....	67
第四节 活齿传动齿廓修形原理及方法.....	74
第五节 共轭齿形的替代齿形.....	86
第五章 活齿传动齿形的形成及检测	93
第一节 移动活齿传动齿形的形成.....	93
第二节 摆动活齿传动齿形的形成.....	103
第三节 应用数控机床形成齿形.....	111

第四节	中心轮齿形的检测	112
第六章	活齿传动的啮合理论	121
第一节	啮合状态几何模型	121
第二节	活齿传动的连续传动条件	125
第三节	活齿传动的重合度 ε	135
第四节	活齿传动的滑动率 U	139
第七章	推杆活齿传动	155
第一节	推杆活齿传动的结构综合	155
第二节	推杆活齿传动的尺寸综合	169
第三节	移动副结构尺寸综合实例	176
第四节	典型结构分析	178
第八章	滚柱(钢球)活齿传动	182
第一节	滚柱(钢球)活齿传动的结构综合	182
第二节	滚柱(钢球)活齿传动的尺寸综合	187
第三节	滚柱活齿传动尺寸综合实例	196
第九章	摆动活齿传动	200
第一节	摆动活齿传动的结构综合	200
第二节	摆动活齿传动的齿形综合	203
第三节	尺寸和参数综合	209
第四节	传动性能和典型结构分析	213
第十章	套筒活齿传动	220
第一节	套筒活齿传动的结构综合	220
第二节	基本参数和尺寸综合	225
第三节	传动性能和典型结构分析	227
第十一章	平面钢球传动	231
第一节	平面钢球传动结构分析	231
第二节	平面钢球传动运动学分析	236
第三节	平面钢球传动的齿形综合	241
第四节	平面钢球传动的性能分析	242

第一章 绪 论

综述国内外活齿少齿差行星齿轮传动（简称活齿传动）的发展概况，分析活齿传动的传动特点和应用，提出活齿传动理论研究的内容和方法，指出活齿传动的发展趋势。

第一节 概 述

应用新技术，开发新型高性能传动元件，以适应工业生产对通用机械传动装置更新换代的需要，是传动机械学领域中的重要研究课题。活齿传动，从一定意义说来，可以认为就是这样一种新型高性能传动元件。

活齿传动是一种用来传递两同轴间回转运动的机械传动，它具有结构紧凑、传动比范围广、承载能力大、传动效率高等优点，所以它一出现就引起科技工作者的广泛注意。

活齿传动最初的结构型式是在30年代由德国人提出来的，到了40年代，他们就把活齿传动技术应用到汽车的转向机构中了。第二次世界大战曾使活齿传动研究一度沉寂下来。50年代，苏联学者对活齿传动的一种型式“柱塞传动”进行了理论研究，提出了它的运动学和力的计算方法。美国学者提出了推杆活齿减速装置及少齿差减速机，分析了传动原理，对传动比和作用力进行了计算，分析了其传动性能。70年代，苏美两国积极开发活齿传动的新型式，苏联推出了“正弦滚珠传动”，美国推出了“无齿齿轮传动技术”，曾引起各国科技工作者的极大兴趣。英国推出的“滑齿减速器”形成了系列产品，并投入国际市场。到了80年代，国际上研究活齿传动更加积极，日本、英国、联邦德国、保加利亚

亚、捷克斯洛伐克等国先后公布了一些有关活齿传动的专利和发明，这表明，活齿传动的研究和应用，在国外已经成为行星齿轮研究中相当活跃的领域。

由于众所周知的原因，我国对活齿传动的研究起步较晚。从70年代起，我国的科技工作者才开始注意国外活齿传动的发展，并在条件简陋、资料及资金缺乏的条件下研究活齿传动技术，经十几年的开拓，在理论研究和产品开发方面都取得不少成绩，先后推出了多种专利技术：变速传动轴承(CN 85 200923U)，滚轮传动机构(CN 85 101702A)，滚道减速机(CN 86 200768U)，密切圆活齿传动，活齿谐波减速机(CN 87 206444U)，旋转活齿减速机(CN 87 203751U)，套筒活齿少齿差传动装置(CN 87 209455U)，摆动活齿减速机(CN 2075729U)等。在这些活齿减速机中，推杆活齿减速机和滚柱(钢球)活齿减速机是最早开发出的典型结构，有的活齿减速机形成了工业生产能力，有的还在国际、国内获奖；活齿传动理论研究方面也取得不少成果，在国内学术刊物上和全国学术会议上发表了几十篇有关活齿传动的学术论文，有的还编入到专著和手册中。活齿传动的实验研究也开始被重视起来，已经有试验报告公布。

本书作者受某厂的委托，从1983年开始研究“在通用机床上加工滚柱活齿减速机中心轮齿形的方法”，随着研究课题的深入，体会到没有成熟的活齿传动基础理论的指导，活齿传动的开发不会得到长足的进步。为此，作者在解决工程实践问题的同时，特别注意对活齿传动普遍理论的研究。先后进行了对于活齿传动结构理论、运动学、齿形理论和啮合理论的探讨，并用这些理论分析了各种典型的活齿传动，逐步地形成了表明作者学术观点的活齿传动的理论体系，从而完成了《活齿传动理论》的著作。

我国活齿传动的研究和开发时间短，技术人员少而且分散，生产经验积累不足，与先进国家相比，在总体上仍有很大差距。我国于1988年和1991年，由机械电子工业部分别提出了《行星齿

轮传动基本术语》和《滚柱活齿减速器》行业标准，今后定将推动我国的活齿传动技术更快的发展。

第二节 活齿传动的特点及应用

我们以典型的推杆活齿传动为例，分析活齿传动的组成结构、工作原理和传动特点。

一、活齿传动的结构及传动原理

我们用图1-1所示推杆活齿传动的结构图和图1-2所示推杆活齿传动的结构模型和传动原理图分析活齿传动的结构和传动原理。活齿传动中围绕着中心轴转动或不动的构件称基本构件。推杆活齿传动由三个基本构件组成：

1. 激波器 H 由输入轴1、偏心套2、转臂轴承3和激波环（也可以没有激波环）所组成。为平衡激波器产生的惯性力和抵销激波器上的径向力，常采用双排激波器，并使它们的相位差

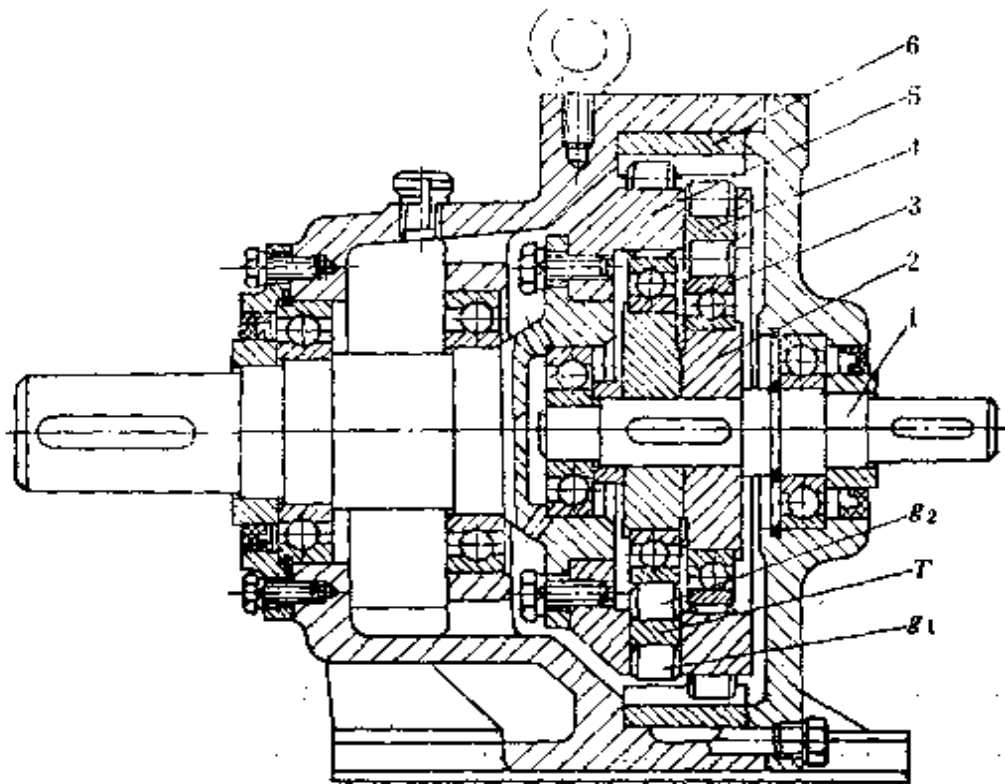


图1-1 推杆活齿传动的结构图

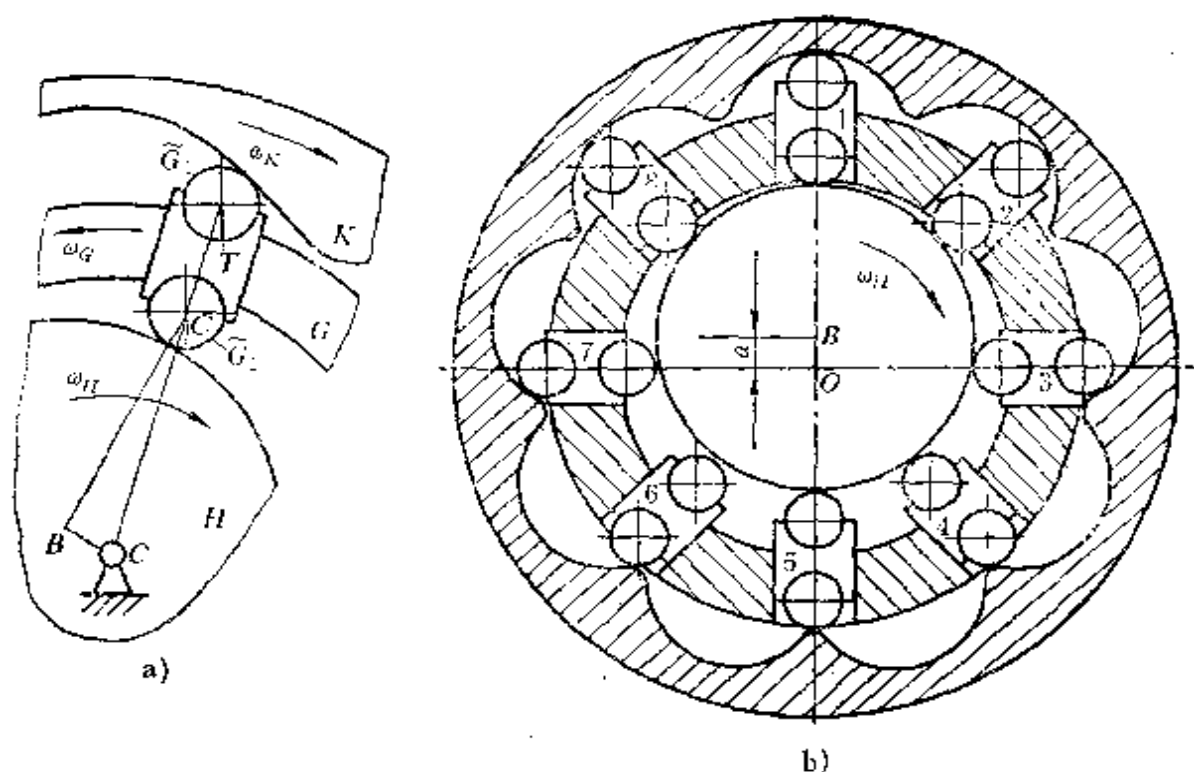


图1-2 推杆活齿传动的结构模型和传动原理图

为 180° 。

2. 活齿轮 G 由活齿架 5 和一组活齿 4 组成。活齿架是一个具有双排等分槽的构件，它常与输出轴固联。活齿由活齿体 T 和内外两端具有副元素 \widetilde{G}_1 、 \widetilde{G}_2 的构件 g_1 和 g_2 所组成。如图 1-2a 所示。具有高副元素的构件常选用标准钢球或短圆柱滚子。

3. 中心轮 K 分内齿中心轮和外齿中心轮两种。内齿中心轮的齿形是活齿外端高副元素 \widetilde{G}_1 的共轭曲线。外齿中心轮的齿形是活齿内端高副元素 \widetilde{G}_2 的共轭曲线。与激波器相对应，采用两个完全相同的平行布置的中心轮。

推杆活齿传动的传动原理：如图 1-2b 所示，当驱动力输入后，输入轴 1 以等角速度 ω_H 顺时针转动，它带动偏心圆激波器，使其几何中心 B 绕固定中心 O 转动，由于偏心圆激波器径向尺寸的变化，激波器产生径向推力，迫使与内齿中心轮齿廓啮合的诸活齿，沿着活齿架均布的径向导槽移动。与此同时，活齿因受活

齿架、中心轮齿廓高副的约束，在沿着内齿中心轮齿廓运动的过程中，推动活齿架以等角速度 ω_0 转动，于是推杆活齿传动实现了定速比的转速变换。在传动的过程中，与内齿中心轮非工作齿廓啮合的诸活齿，在活齿架反推作用下，顺序地返回到活齿的工作起始位置，完成了它的一个工作循环。每一个推杆活齿只能推动从动件转一定的角度，而推杆活齿传动的连续运动，是靠各推杆活齿的接替工作来实现的。

二、活齿传动的特点及应用

由上述活齿传动的结构及传动原理知：活齿传动是一种由K-H-V型少齿差行星齿轮传动演化而成的一种新型齿轮传动，它利用一组中间活动件——活齿来实现两同轴之间的转速变换，突破了长期以来齿轮传动的传统结构特征，改行星齿轮的轮齿与轮体的刚性联接为运动副活动联接，使行星齿轮的全部轮齿成为一组作循环运动的独立运动体，习惯上称它们为活齿。活齿与活齿架组成了活齿轮。改行星齿轮的行星运动为活齿轮绕固定轴线转动，并使诸活齿在活齿架的导向槽中按一定的运动规律运动，以实现行星齿轮作行星运动的功能。活齿传动这一结构特征使其在小偏距平行轴间的转速变换过程中，省去了少齿差行星齿轮传动必须采用的 H 运动输出机构，不但有效地克服了采用 H 运动输出机构给少齿差行星齿轮传动带来的激波器轴承寿命短的问题，而且传动链显著缩短，这给活齿少齿差行星齿轮传动带来了一系列优点。

1. 结构新颖紧凑 活齿传动省去了少齿差行星齿轮传动、摆线针轮传动所必须有的 H 等速运动输出机构，减速运动通过活齿直接由活齿架输出；组成活齿传动的三个基本构件——激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 同轴布置，活齿轮 G 放在中心轮 K 里面，简化了结构，使传动装置的轴向和径向尺寸都很小，缩小了体积，减轻了重量。

2. 多齿啮合，承载能力高 活齿轮由活齿和活齿架用移动

副或转动副联接组成的结构特点，避免了内啮合齿轮副轮齿间的相互干涉，能使所有的活齿同时和中心轮齿廓接触，最多可以有 $1/2$ 的活齿参加啮合，承载能力高；多齿啮合使活齿传动对冲击负荷有较强的承受能力，一般短期超载能力为名义扭矩的250%。活齿传动共轭齿形的连续接触形式，避免了啮入啮出的冲击，传动平稳无噪声。

3. 传动比大、范围广 活齿传动属于K-H-V型少齿差行星齿轮传动范畴，传动比大，单级传动比为 $8\sim 60$ ，双级传动比为 $64\sim 3600$ ；二齿差活齿传动和封闭型二级活齿传动等新型活齿传动的相继提出，不但使活齿传动传动比向大、小两个方向扩展，扩大了传动比范围，而且还有多路传动的功能。

4. 传动效率高 活齿传动采用活齿后，使输出机构和活齿轮的分齿部分合成一体，使输入轴到输出轴之间的运动链缩短，减少了动力传递损失；活齿和中心轮、激波器、活齿架之间组成的一个低副和两个高副，由于采用了针齿、套筒活齿、摆动活齿、组合活齿和转臂轴承等结构，使组成运动副的各运动副元素间有较多的相对滚动，啮合效率提高；激波器采用双排结构，并 180° 布置，使惯性力和作用力平衡，使传动轴及轴承的受力减轻，提高了活齿传动的传动效率。活齿传动的传动效率随传动比的增加而降低，传动效率在95%~70%范围内。

5. 基本构件的工艺性 激波器 通常采用偏心圆，工艺性好。但需采用双排结构。如采用椭圆等自平衡结构，单排激波器即可使惯性力、作用力平衡，加工工艺也不复杂，但需采用柔性轴承技术。

中心轮齿形 精确齿形需在数控机床上加工；也可利用通用机床加装展成加工装置加工，但加工硬齿面存在一定困难。采用密切圆、直线等近似齿形，避免了加工特殊齿形的不便，简化了工艺，不需增加专用设备即可批量生产。

活齿轮 对于摆动活齿和套筒活齿，活齿架上的等分柱销孔

是关键工艺，对于推杆活齿和滚柱（钢球）活齿，活齿架上的径向等分槽是关键工艺，显然前者的工艺性好。

由于活齿传动具有上述突出特点，已引起国内外工程界的重视。活齿传动已应用到能源、通信、机床、汽车拖拉机、冶金、造船、矿山、起重运输、化工、建筑工程、农机、医疗器械、仪器仪表、纺织、轻工及食品机械等工业部门中。如用于机床的进给机构、锅炉的除渣机构、选矿场的球磨机、矿山牵引车、钢管输送机、盐厂浓缩设备、啤酒厂发酵槽、汽车转向机构、饼干输送带上等。

活齿电动滚筒：图 1-3 为活齿电动滚筒结构简图。活齿电动滚筒是带式输送机的一种封闭式驱动装置，在活齿电动滚筒的空腔内，带有环形散热片的电动机 5 与活齿减速机的活齿架 3 联成整体，用左法兰 2 和右法兰 7 支承，电机壳体轴 6 和活齿减速机

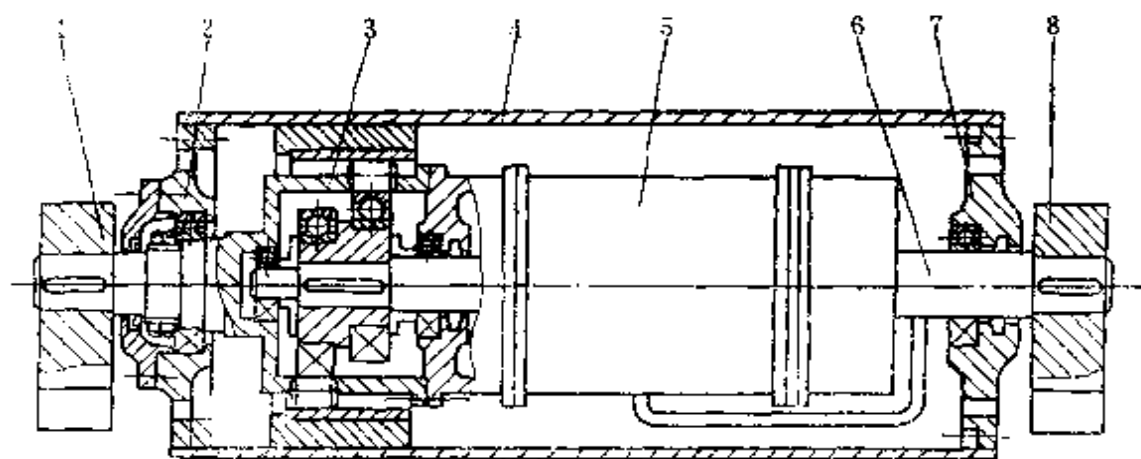


图1-3 活齿电动滚筒结构简图

从动轴固定在滚筒外的支承座 1、8 上，滚筒 4 与活齿减速机的内齿中心轮固联形成输出件。传动原理：电动机主轴带动活齿减速机的激波器高速转动，激波器推动活齿在固定活齿架的径向导槽中径向往复运动，通过活齿与内齿中心轮齿廓的共轭运动，推动内齿中心轮和滚筒一起慢速转动，于是电动滚筒完成了定传动比的转速变换。

活齿减速带轮：图 1-4 所示为活齿减速带轮结构简图。活齿减速带轮是由活齿传动和带传动组合而形成的减速装置。可在带传动外廓尺寸不变或变动不大的前提下使机构的减速比大大增加，并同时具有活齿传动和带传动的优点。传动原理：带轮 3 带动轴 2 高速运转，经活齿传动减速后，由输出法兰盘 4 输出。因整个机构可通过固定法兰 1 直接与工作机构箱壁联接，输出法兰 4 可与需要减速的工作轴形成一体，结构紧凑，在传动比范围、效率、噪声和运行可靠性等方面都是比较理想的。

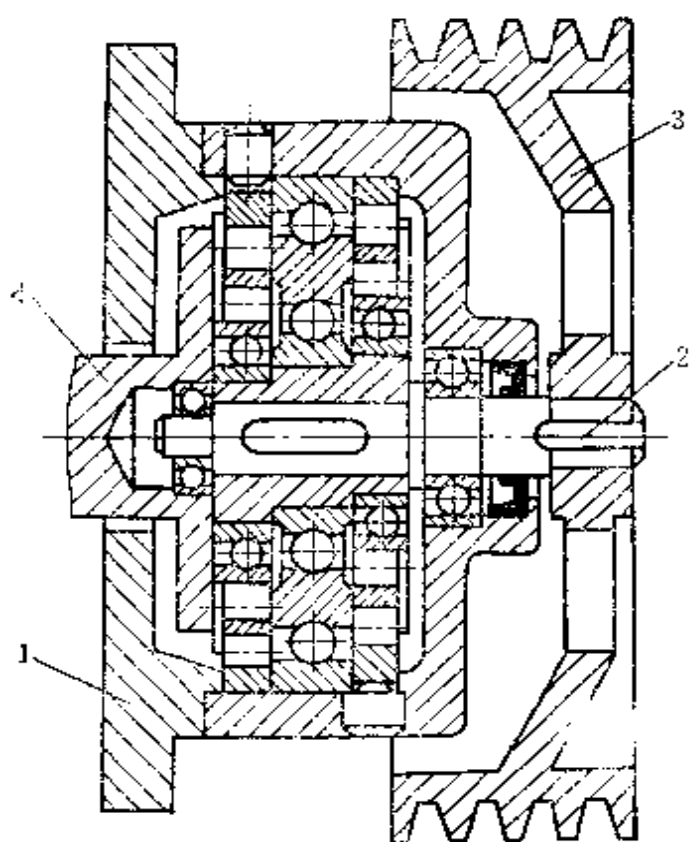


图1-4 活齿减速带轮结构简图

驱动车轮的二级滚柱活齿减速机：图 1-5 为驱动喷灌机行走轮的二级推杆活齿减速机。它由两个一级推杆减速机通过第一级的输出活齿轮与第二级的输入激波器固联所形成，属串联二级活齿传动类型。因为行走轮要求实现低转速 $n_2 = 0.7r/min$ ，所以当

选用电动机转速 $n_1 = 1450 \text{r/min}$ 时，则该二级滚柱活齿减速机应实现传动比 $i_{12} = 2070$ 。第一级选用传动比 $i_{1G} = 40$ ，第二级选用传动比 $i_{G2} = 52$ 。该二级减速器的特点是：传动比大、体积小，减

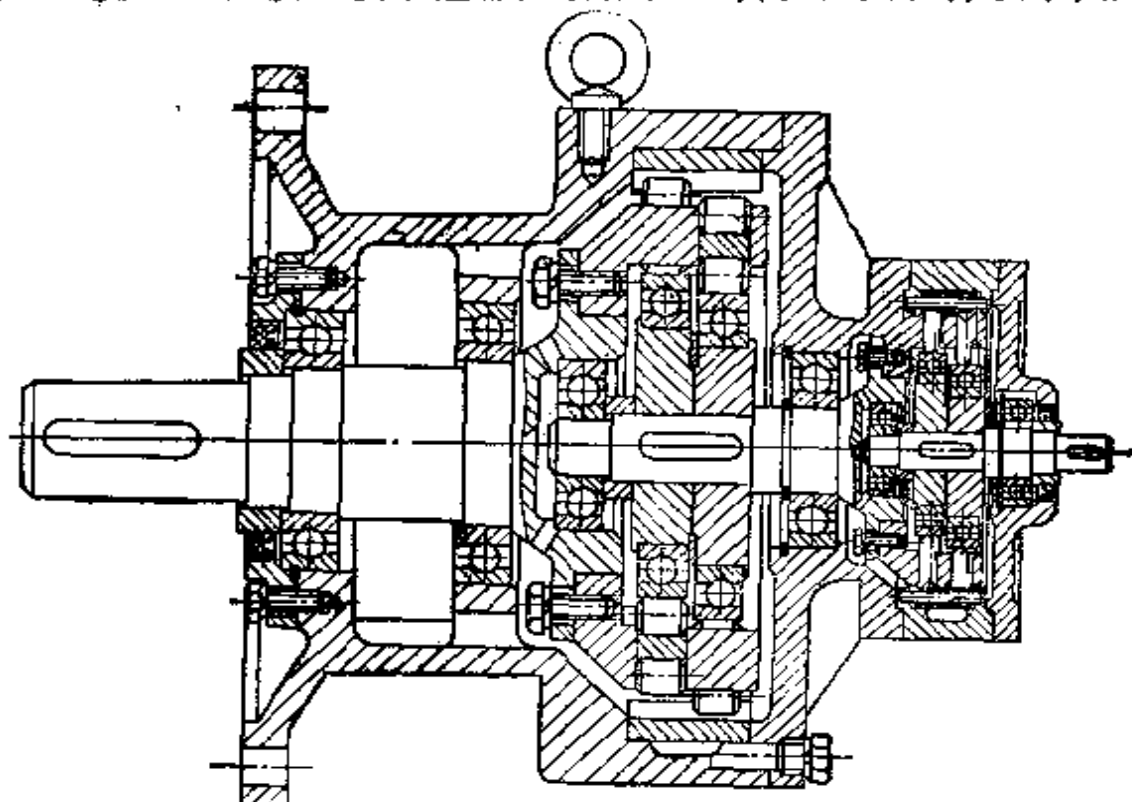


图1-5 驱动车轮的二级推杆活齿减速机

速器输出扭矩由行走轮工作扭矩确定后，大传比使输入扭矩降低，电动机的寿命长；可自锁、单向传动能满足喷灌机爬坡滑移时需要刹车机构的要求；传动效率高，是同传动比的蜗杆传动的一倍以上；行走轮可以单独驱动。

对于驱动中等转速的车轮，可采用一级推杆减速机。电动机可以直接驱动与高连轴固联的激波器，活齿轮固联在车体上，成为固定件。中心轮直接带动车轮转动。特点是整个驱动减速装置结构紧凑。

第三节 本书研究的内容和方法

《活齿传动理论》研究的主要内容包括：

1. 活齿传动的结构理论 分析活齿传动啮合副的组成特征, 建立啮合副的结构模型, 并以活齿传动的结构理论为指导, 将活齿传动按结构特征分类, 开发活齿传动新的结构型式。

2. 活齿传动的运动学理论 研究活齿传动的运动学特性, 分析机构的自由度及具有确定运动的条件, 机构按运动特征分类; 讨论活齿的运动规律、活齿传动的运动转换, 推导活齿传动的传动比通用方程式及从动件转向的判定准则; 二级活齿传动的运动转换特征。

3. 活齿传动的齿形理论 建立“活齿传动齿形分析的等效机构法”, 讨论活齿传动齿形综合正反解两类基本问题, 推导共轭齿廓的理论及通用方程式, 分析齿形的几何特性, 研究共轭曲面的形成规律及方法, 建立共轭齿廓的直接修形法及间接修形法, 开发实用的替代齿形, 提出齿形的检测理论及方法。

4. 活齿传动的啮合理论 建立活齿传动啮合状态等效模型, 研究啮合点、啮合区, 共轭齿廓的接触特性, 连续传动条件, 平稳性质量指标重合度 ϵ , 共轭齿廓的滑动率 U 。

目前国内外一些文献资料较多的是根据一种传动型式或一种选定的特殊性质齿形来研究特定的活齿传动的方法, 所得结论仅服务于该种传动, 而对其它的活齿传动型式就不一定适用。

《活齿传动理论》一书后半部分的主要内容是用本书建立起来的“活齿传动分析与综合的基础理论”分析推杆活齿传动、滚柱活齿传动、套筒活齿传动、摆动活齿传动等典型的活齿传动类型的结构特征及传动性能, 并对新开发出来的二齿差活齿传动、摆盘式活齿传动、正弦滚珠活齿传动进行了研究。研究结果表明: “活齿传动分析与综合的基础理论”在活齿研究中具有普遍意义。

第二章 活齿传动的结构理论

活齿传动的结构型式对其运动学及动力学特性起决定性作用。因此，分析活齿传动的自由度、运动可能性及其具有确定运动的条件，研究活齿传动的组成原理，进而建立起通用的活齿传动结构理论，对分析与综合现有的活齿传动及开发新型的活齿传动起着指导性作用。

第一节 典型活齿传动的结构和工作原理

经世界各国工程技术人员几十年的开拓，已经研制成功多种结构型式的活齿传动，具有典型意义的有：推杆活齿传动、滚柱（珠）活齿传动、摆动活齿传动、套筒活齿传动、平面滚珠传动等等。为了建立活齿传动的结构理论，我们先熟悉一下它们的组成原理和运动转换原理。

一、推杆活齿传动

我们在第一章中已经分析了推杆活齿传动的组成原理和运动转换原理。为了加深对推杆活齿传动的认识，我们再分析一种推杆活齿传动的典型结构——推杆针轮活齿传动。图 2-1 所示为推杆针轮活齿传动的结构图。图 2-2 所示为推杆针轮活齿传动的结构模型及传动原理图。

如图 2-2a 所示，推杆针轮活齿传动由以下三个基本构件组成：1) 激波器 H 由偏心轴（套）1、圆柱滚子轴承 2 组成；2) 活齿轮 G 由活齿架 4 及其径向导槽中的推杆活齿 F 组成，活齿轮 G 与输出轴固联；3) 中心轮 K 由针齿 5 及针齿壳组成，中心轮 K 与机座固联。

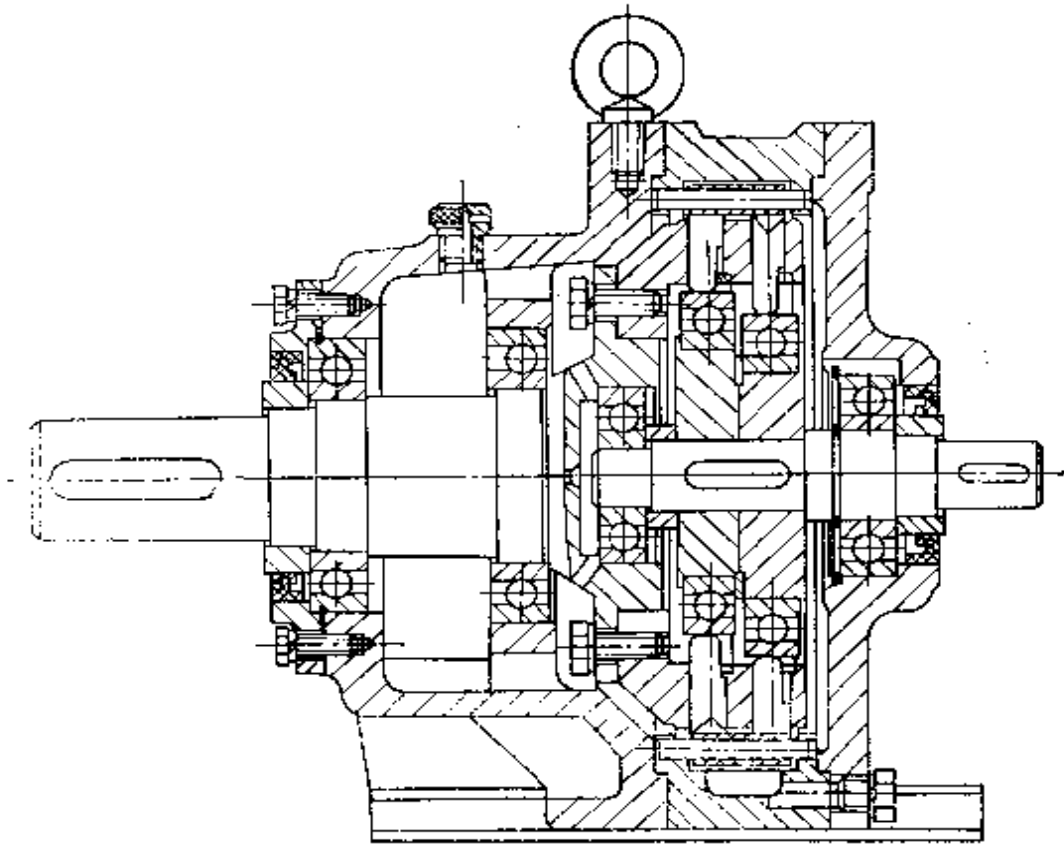


图2-1 推杆针轮活齿传动的结构图

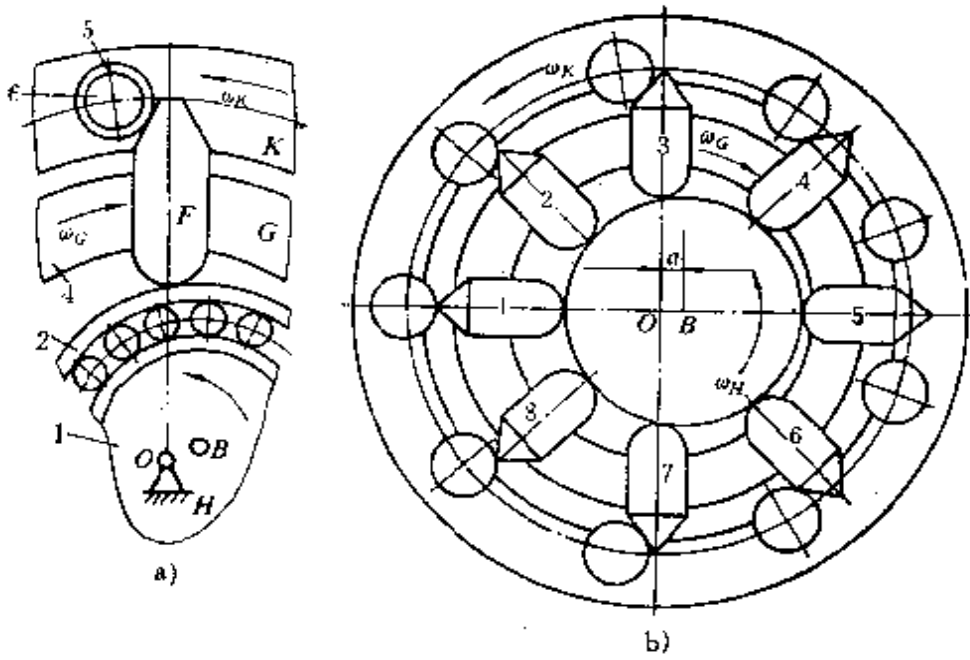


图2-2 推杆针轮活齿传动的结构模型及传动原理图

如图2-2b所示，推杆针轮活齿传动的传动原理：当驱动力输入后，输入轴以等角速度 ω_H 逆时针转动，它带动偏心圆激波器 H 作圆周运动，激波器的偏心量 a 迫使活齿轮径向导槽中的各推杆活齿 F 依次作径向外移，因推杆活齿与针齿套5相互接触，而针齿套又是装在固定的针齿销6上的，所以当推杆活齿作径向移动时，由于受针齿套的约束，从而使推杆活齿带动活齿轮作圆周运动，因输出轴与活齿轮 G 固联，故同时获得减速运动。而与中心轮 K 非工作针轮接触的诸推杆活齿，在活齿轮径向导槽的反推作用下，顺序返回工作起始位置。

二、滚柱（钢球）活齿传动

图2-3所示为滚柱活齿传动的结构图。图2-4所示为滚柱活齿传动的结构模型和传动原理图。

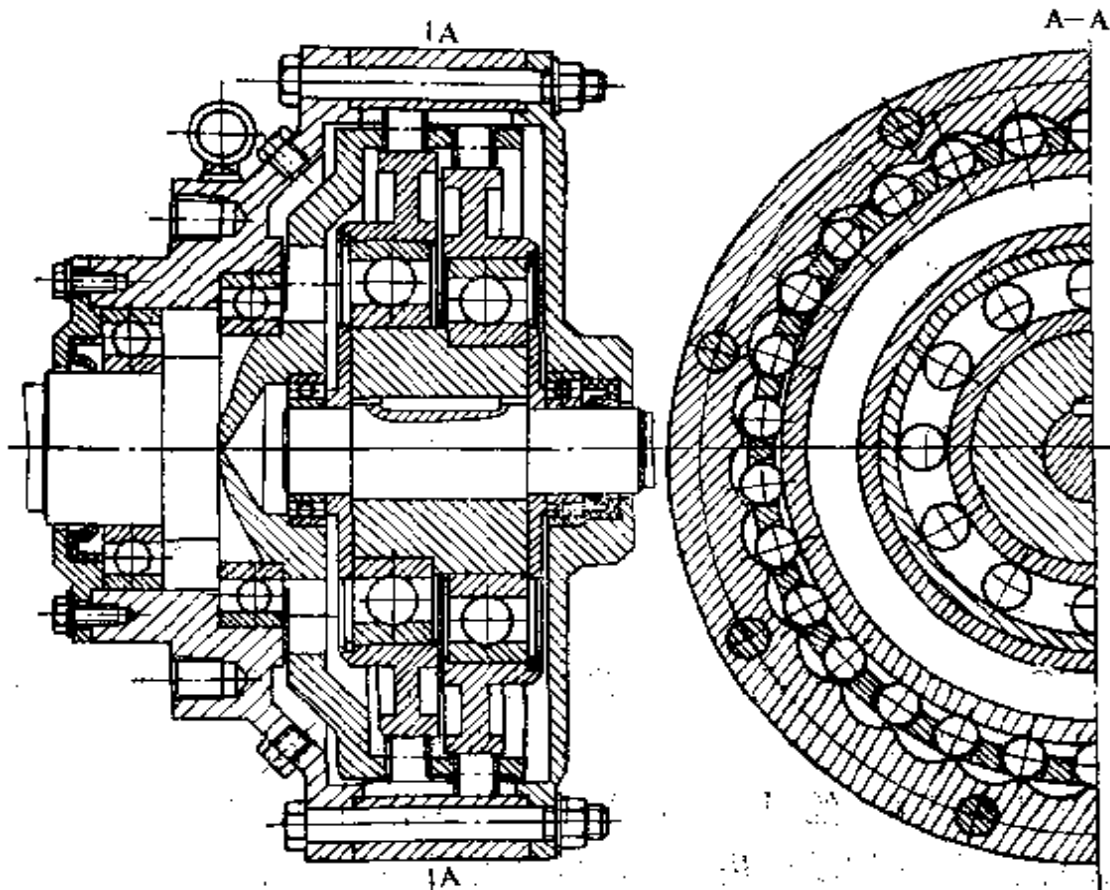


图2-3 滚柱活齿传动的结构图

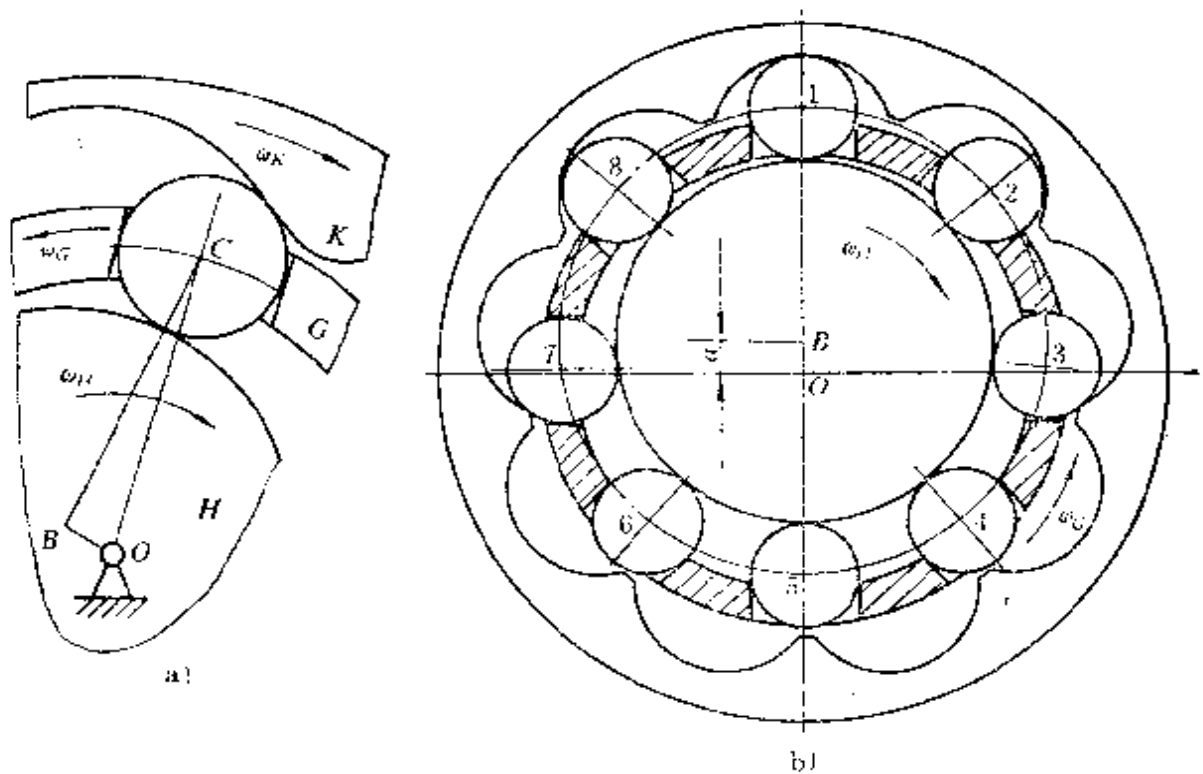


图2-4 滚柱活齿传动的结构模型和传动原理图

如图2-4a所示，滚柱(钢球)活齿传动同样由激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 三个基本构件组成。滚柱(钢球)活齿传动与推杆活齿传动的激波器结构完全相同；不同的是活齿轮 G 的推杆活齿由滚柱(钢球)活齿所代替，活齿架变成了薄壁筒；中心轮 K 的齿形不能自由选定，是滚柱活齿圆族的包络曲线，所以不能设计成针轮的结构。

如图2-4b所示，滚柱(钢球)活齿传动的传动原理；当驱动力输入后，输入轴以等角速度 ω_H 顺时针转动，它带动偏心圆激波器使其几何中心 B 绕固定中心 O 转动，激波器半径变化的轮廓曲线产生径向推力，迫使与中心轮工作齿形接触的诸活齿，在沿活齿架径向导槽移动的同时，沿着中心轮工作齿廓滑滚，并通过活齿架的径向导槽推动活齿轮 G 以等角速度 ω_G 逆时针转动，于是滚柱(钢球)活齿传动完成了转速变换运动。而与中心轮非工作齿廓接触的诸滚柱(钢球)活齿，在活齿架径向导槽推动下，顺序地返回

工作起始位置。

三、摆动活齿传动

图2-5所示为摆动活齿传动的结构图。图2-6所示为摆动活齿传动的结构模型和传动原理图。如图2-6a所示，摆动活齿传动同样由激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 三个基本构件组成。激波器 H 的结构型式不变，仍由双偏心套、深沟球轴承及激波环（也可直接由轴承外环代替）组成。活齿轮 G 由活齿架及一组摆动活齿组成，摆动活齿与活齿架上的均布柱销组成转动副，活齿架与输出轴固联。中心轮 K 是一个具有包络曲线齿形的内齿圈，它与机座转动副联接或固联。

如图2-6b所示，摆动活齿传动的传动原理：当驱动力输入后，输入轴带动激波器 H 以等角速度 ω_H 顺时针转动，激波器轮廓

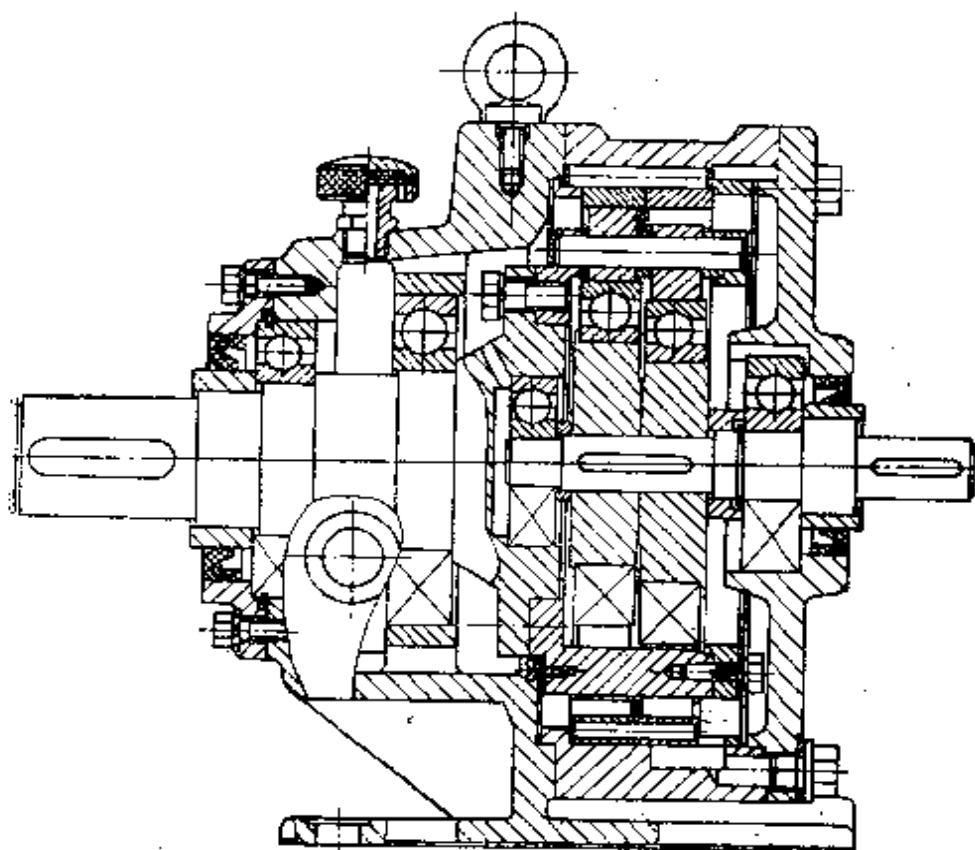


图2-5 摆动活齿传动的结构图

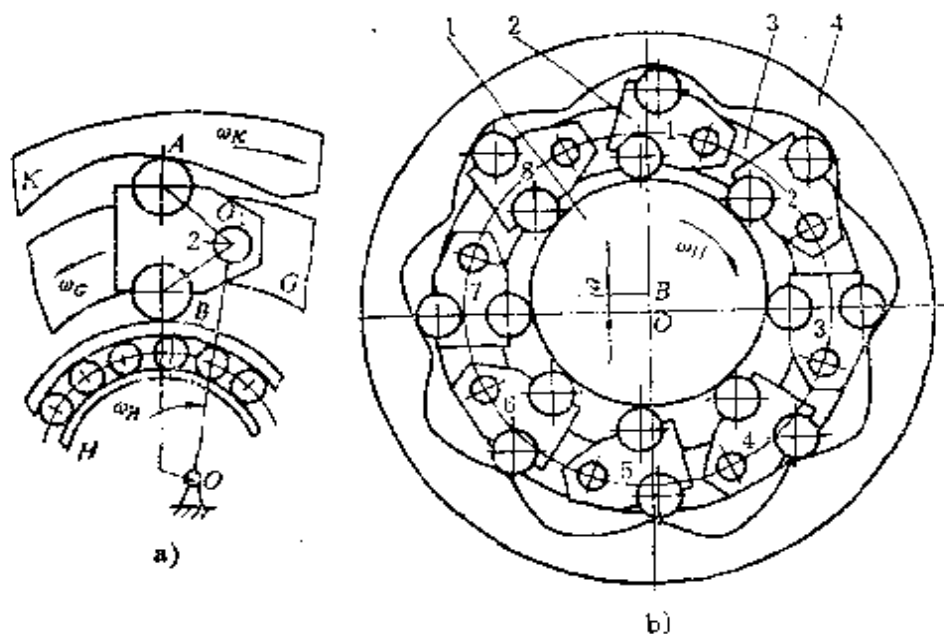


图2-6 摆动活齿传动的结构模型和传动原理图

曲线通过与摆动活齿内侧滚柱组成高副，推动摆动活齿绕转动中心 O_1 转动，迫使摆动活齿外侧滚柱与中心轮的工作齿廓啮合，如果活齿架固定，则摆动活齿通过外侧滚柱与中心轮齿廓啮合，推动中心轮 K 以等角速度 ω_k 顺时针转动；如果中心轮 K 固定，则摆动活齿外侧滚柱与中心轮齿形啮合的同时，通过转动副 O_1 推动活齿轮 G 以等角速度 ω_G 逆时针转动。图2-6b示出：1~4号摆动活齿正处于工作位置，在它们的综合作用下，摆动活齿传动完成了运动的转换；5~8号摆动活齿正处于非工作位置，在中心轮齿形反推作用下，它们顺序地摆回工作起始位置。

四、套筒活齿传动

图2-7所示为套筒活齿传动的结构图。图2-8所示为套筒活齿传动的结构模型和传动原理图。如图2-8a所示，套筒活齿传动是这样组成的：激波器 H 由双偏心套、转臂轴承、外齿圈组成。双偏心套与输入轴固联，双偏心套外轮廓上套装转臂轴承，转臂轴承外环上套装激波环（也可以不装激波环，所以图上没有画出）与套筒活齿外圆柱面接触。活齿轮 G 是由上面带有均布柱销的活齿架和套装在柱销上的一组套筒所组成。套筒活齿的内圆柱面与

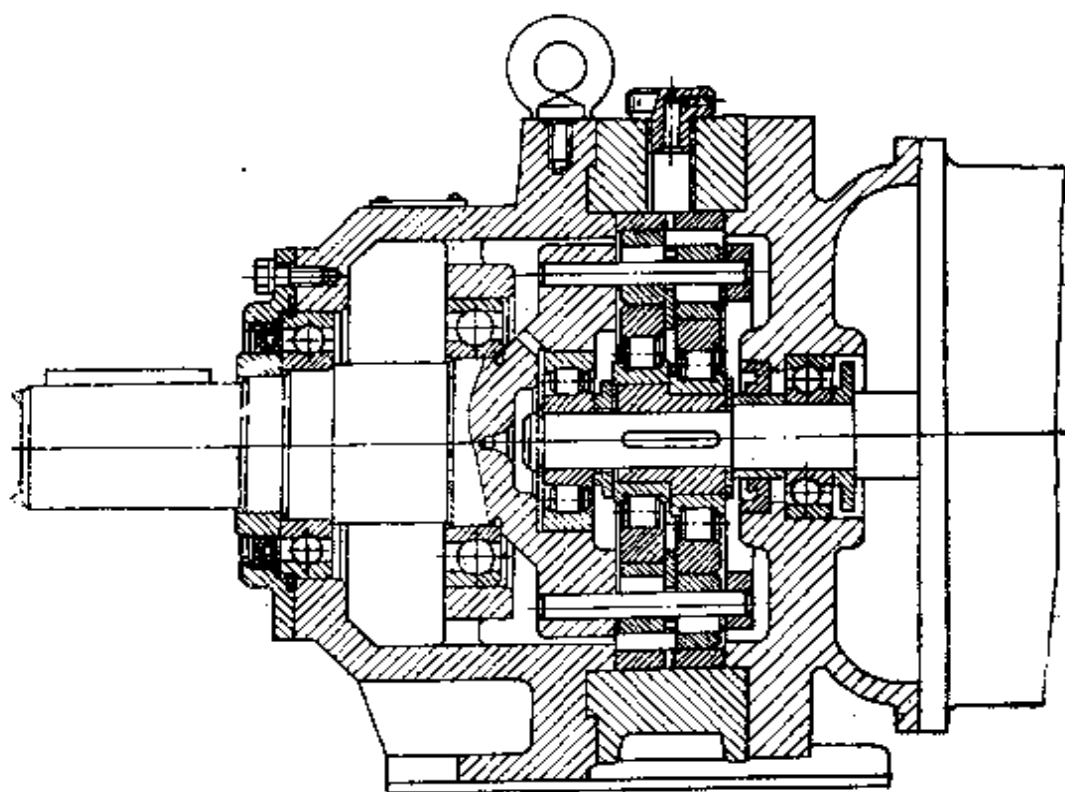


图2-7 套筒活齿传动的结构图

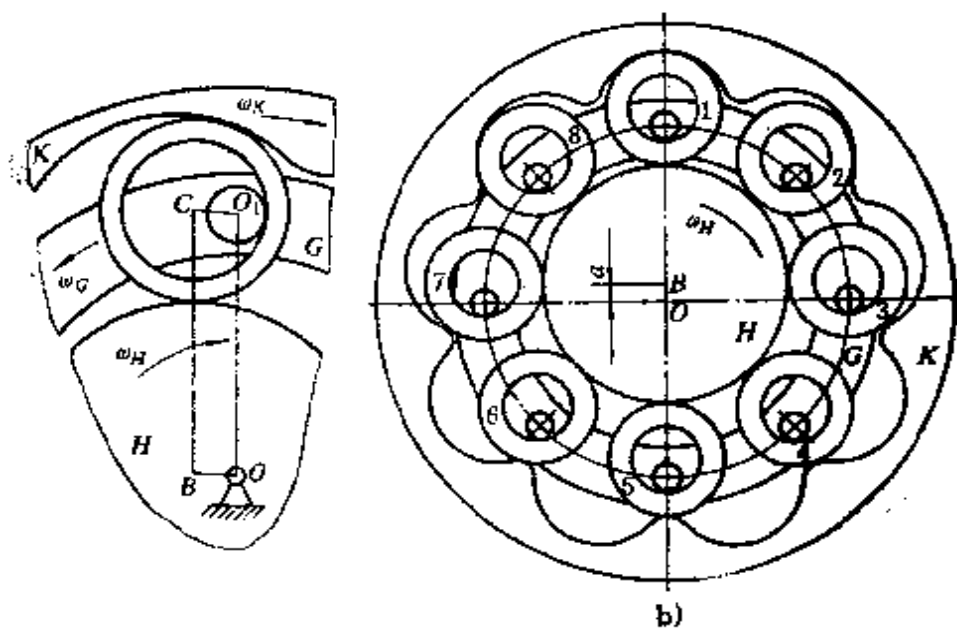


图2-8 套筒活齿传动的结构模型和传动原理图

活齿架上均布柱销的外圆柱面啮合，外圆柱面与转臂轴承外环（或套装在转臂轴承上的激波环）啮合。中心轮 K 是具有包络曲线齿形的内齿轮，用圆柱销固定在机座上。套筒活齿传动啮合副由三个高副所组成，三个高副是其突出的结构特征。

如图2-8b所示，套筒活齿传动的传动原理：作为减速器使用时，设中心轮 K 不动，驱动力输入后，输入轴带动激波器 H 以等角速度 ω_H 顺时针转动，激波器 H 靠径向尺寸变化的外轮廓，（或通过激波环）推动套筒活齿运动，套筒活齿外圆柱面与固定中心轮内凹齿形曲面啮合滚转，带动与套筒活齿内圆柱面啮合的柱销运动，柱销又通过活齿架带动输出轴以等角速度 ω_G 逆时针减速转动。与此同时，与中心轮非工作齿形接触的诸套筒活齿受活齿架上柱销的反推作用，顺序地返回工作起始位置。

五、平面钢球传动

图2-9所示为平面钢球传动的结构简图及运动简图。图2-10所示为平面钢球传动的结构模型。如图2-9所示，平面钢球传动是这样组成的：机座4的轴承2上，装有主动轴1；轴承8上

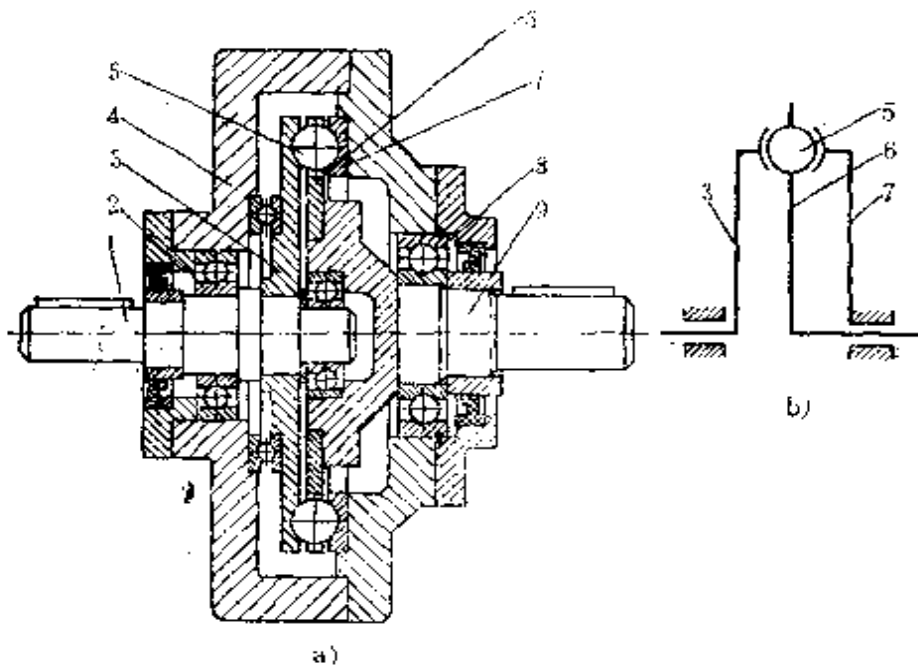


图2-9 平面钢球传动的结构简图及运动简图

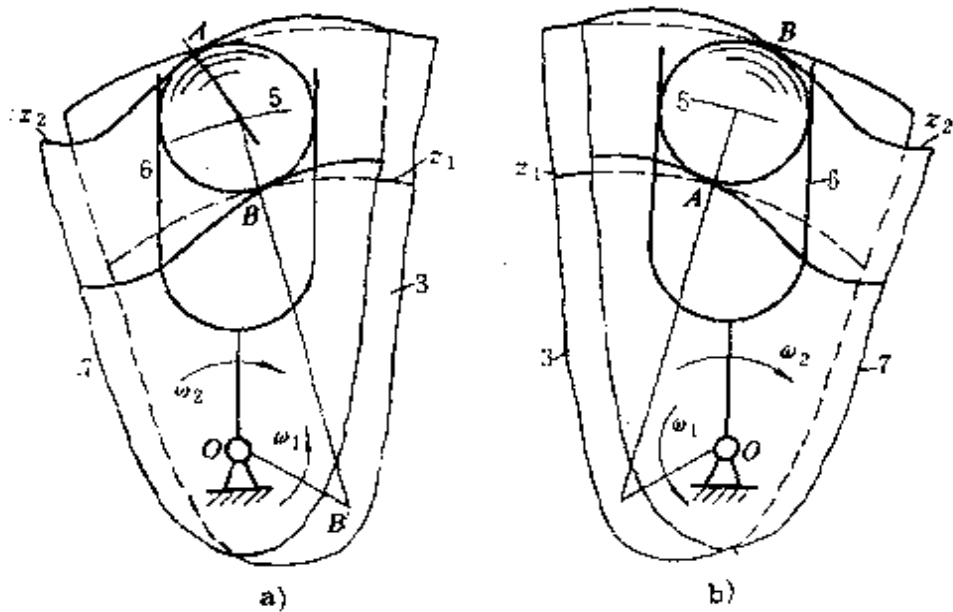


图2-10 平面钢球传动的结构模型

装有与保持架6固联的从动轴9；与主动轴1固联的动盘3面向保持架6的端面上具有波数为 z_1 的封闭槽；与机座4固联的定盘7面向保持架6的端面上具有波数为 z_2 的封闭槽；在盘3、7相交错区域内，装有循环钢球5，保持架6具有与循环钢球5数量相等的径向槽。

分析组成平面钢球传动各构件的运动性能可知：动盘3及其端面上具有波数 z_1 的封闭槽组成了激波器 H ；保持架6及其均布径向槽中的循环钢球5组成了活齿轮 G ；定盘7及其端面上具有波数为 z_2 的封闭槽组成了固定的中心轮 K 。所以说平面传动也是由激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 三个基本构件组成的，与滚柱活齿传动相当。

平面钢球传动的传动原理：图2-10a所示为钢球5与动盘3升程槽面接触情况。主动轴带动动盘3以等角速度 ω_1 逆时针转动，动盘3上的封闭槽 z_1 推动循环钢球5沿保持架6的径向槽移动，同时循环钢球5受定盘7上的封闭槽 z_2 的约束，反推保持架6以等角速度 ω_2 顺时针转动，于是平面钢球传动完成了转速变换运动。

图2-10b所示为钢球5与动盘3回程槽面接触的情况。与升程槽面接触的区别是：接触点B从图2-10a所示的内槽面上变换到图2-10b所示的外槽面上。同理，钢球5与定盘7的接触点A从图2-10a所示的外槽面上变换到图2-10b所示的内槽面上。这样，在封闭槽中的钢球5形成形锁合，在它的的一个运动周期（升程和回程）中，时刻都在传递运动，即全部钢球都参加啮合，使平面钢球传动的同时参加啮合的钢球数达到最高，这是平面钢球传动的突出特点。在升程槽面上的钢球和回程槽面上的钢球是同时传动的，它们的结构模型（分别由图2-10a、b所示）本质上是相同的，所以升程和回程啮合副，可以用一个结构模型来表示它们。

以上分析的五种典型的活齿传动，都属于激波器H的外轮廓为工作轮廓，中心轮K为内齿轮，活齿轮G为外齿轮的结构型式，这类传动称外激波活齿传动。与其相对应，还可以设计成激波器H的内轮廓为工作轮廓，中心轮K为外齿轮，活齿轮G为内齿轮的内激波活齿传动。图2-11所示为内激波推杆活齿传动的结构简图。图2-12所示为内激波推杆活齿传动的结构模型和传动原理图。如图2-12a所示，内激波活齿传动也是由以下三个基本构件组成的：激波器H由双排内轮廓偏心套和转臂滚针轴承组成；活齿轮G由活齿架和双排滚柱活齿组成，相当于内齿轮，活齿架为具有双排等分槽的筒状构件，与机座固联或与输出轴固联；中心轮K为外齿结构，齿形为滚柱活齿几何中心运动轨迹的内等距线，与输出轴固联或与机座固联。

如图2-12b所示，内激波推杆活齿传动的传动原理，当驱动力输入后，输入轴以等角速度 ω_H 带动内激波器H转动，由于激波器的向径变化，产生向心的推力，迫使推杆在固定的活齿架径向导槽中移动，通过活齿、中心轮高副A推动中心轮K以等角速度 ω_K 转动，于是内激波推杆活齿传动完成了转速变换运动。

滚柱活齿传动、摆动活齿传动、套筒活齿传动、平面钢球传

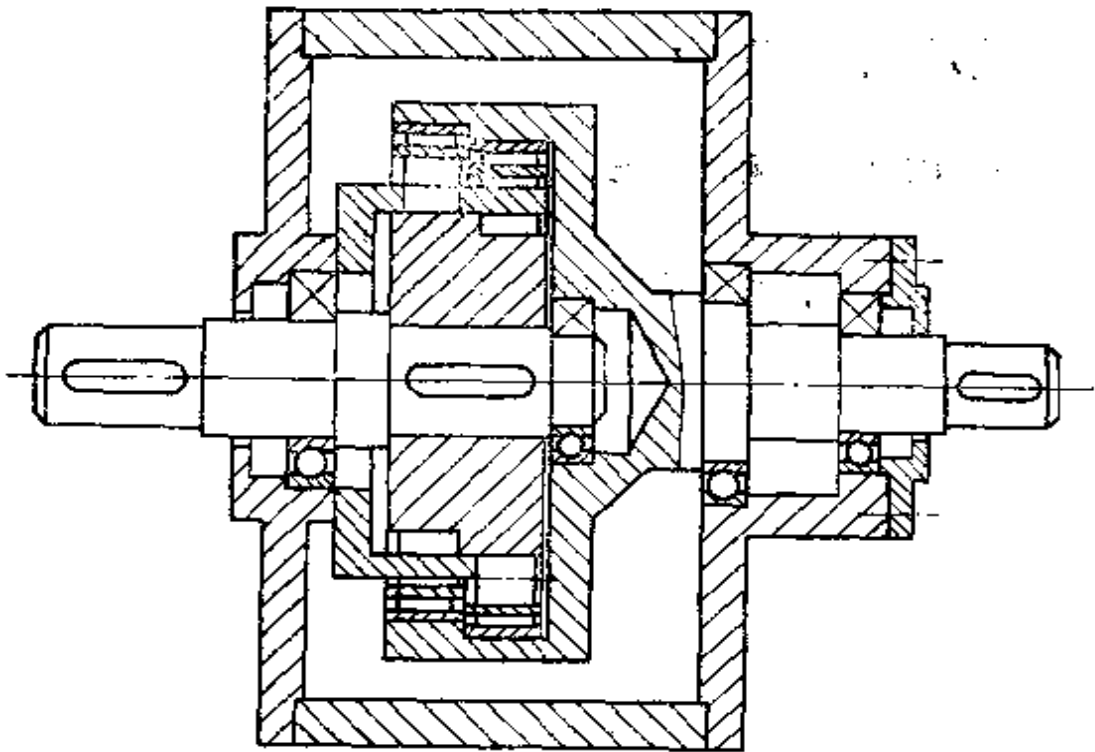


图2-11 内激波推杆活齿传动的结构简图

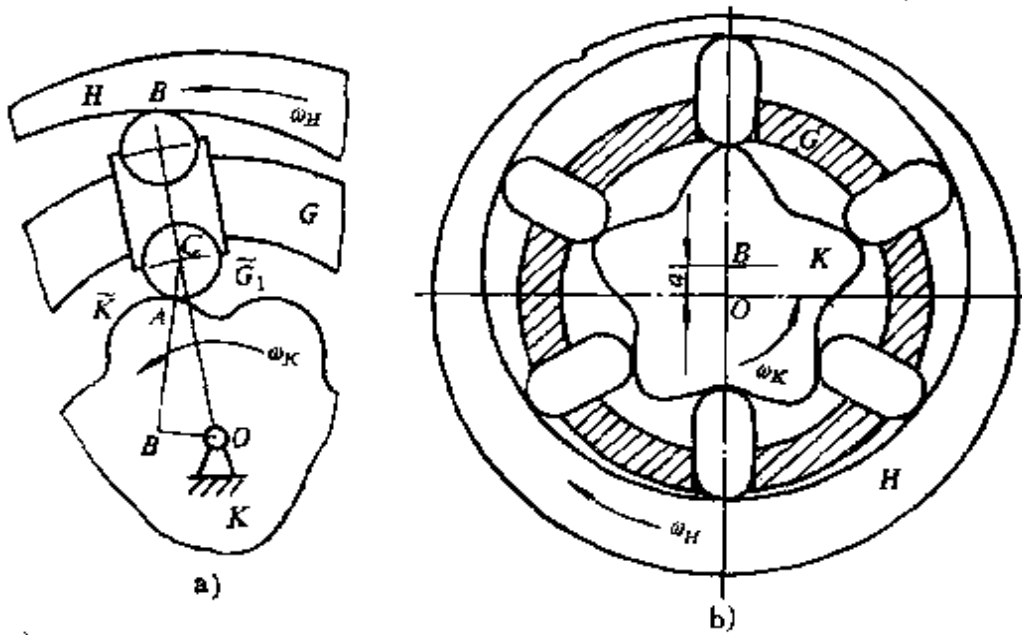


图2-12 内激波推杆活齿传动的结构模型和传动原理图

动等，都可用类似的方法与推杆活齿传动那样，形成内激波活齿传动型式。

第二节 啮合副的组成特征及结构模型

一、啮合副的组成特征

由上述几种典型活齿传动的传动原理知：活齿传动的连续传动是靠各对并联的啮合副交替工作来完成的。因为各个并联的啮合副从啮合开始到结束的工作过程完全相同，相邻两个啮合副仅差一个相位，所以研究与相位无关的啮合副的结构理论，可以任选一个啮合副为研究对象。因为上述几种典型的活齿传动都属于平面机构，所以我们可以利用这些啮合副结构模型图和平面机构自由度通用公式，对上述各种活齿传动进行机构自由度、运动可能性及具有确定运动的条件分析。

$$F = 3n - 2P_L - P_H$$

式中 F ——活齿传动啮合副的自由度数；

n ——啮合副中的活动件数；

P_L ——啮合副中的低副（转动副、移动副）数；

P_H ——啮合副中的高副数。

1. 推杆活齿传动 中心轮固定，三个活动件（激波器、推杆活齿、活齿架），三个低副（即两个转动副、一个移动副），两个高副，则推杆活齿传动的自由度为： $F = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1$ ，所以给定一个原动件，推杆活齿传动即可获得确定的运动。

2. 滚柱活齿传动 中心轮固定，三个活动件（激波器、滚珠活齿、活齿架），两个转动副，三个高副，滚柱活齿有一个局部转动自由度，故滚柱活齿传动的自由度为： $F = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 3 - 1 = 1$ 。其中，滚柱活齿、活齿架高副和滚柱活齿局部转动自由度可综合为一个移动副。所以滚柱活齿传动和推杆活齿传动的自由度、运动可能性和机构具有确定运动的条件是相同的。

3. 摆动活齿传动 中心轮固定，三个活动件（激波器、摆动活齿、活齿架），三个转动副，两个高副，故摆动活齿传动的

自由度为： $F = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1$ ，所以给定一个原动件，摆动活齿传动即可获得确定的运动。

4. 套筒活齿传动 中心轮固定，三个活动件（激波器、套筒活齿、活齿架），两个转动副，三个高副，套筒活齿具有一个局部转动自由度，故套筒活齿传动的自由度为： $F = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 3 - 1 = 1$ ，其中，套筒活齿、柱销高副和套筒活齿局部转动自由度可综合为一个转动副。所以套筒活齿传动和摆动活齿传动的自由度、运动可能性和机构具有确定运动的条件是相同的。

5. 平面钢球传动 如图 2-9 所示，定盘 7 固定，动盘 3、循环钢球 5 和保持架 6 为三个活动件，动盘 3 和保持架 6 与机架间组成两个转动副，动盘 3、循环钢球 5、保持架 6 和定盘 7 之间组成 A 、 B 、 C 三个高副，循环钢球 5 有一个局部转动自由度，故平面钢球传动的自由度为 $F = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 3 - 1 = 1$ 。其中，循环钢球 5、保持架 6 高副和循环钢球 5 的局部转动自由度可综合为一个移动副。所以，平面钢球传动的自由度、运动可能性和机构具有确定运动的条件与上述四种典型的活齿传动相同。

由上述自由度分析的结果，可以综合出各种典型活齿传动的共同结构特征：

1. 活齿传动的啮合副，都是由三个基本构件——激波器 H （激波凸轮、转臂轴承、激波环等）、活齿轮 G （活齿架、活齿等）、中心轮 K （齿圈、齿轮体等）组成的。活齿架与其上的活齿组成的活齿轮 G 具有行星轮和输出机构的功能；偏心距为 a 的激波器相当于支承行星轮的行星架，它们和中心轮 K 一起组成了 $K-H-V$ 型少齿差行星传动，所以各种类型的活齿传动统称为“少齿差活齿行星齿轮传动”。

2. 活齿是三副件 活齿与活齿架、中心轮、激波器之间形成了 A 、 B 、 C 三个运动副，其中活齿为三副件，它是联系中心轮、激波器、活齿架的桥梁。由机构自由度分析的结果知，对于一个具体的活齿齿轮副，在组成啮合副的 A 、 B 、 C 三个运动副

中，应当有两个高副，一个低副（移动副或转动副）。

二、啮合副的结构模型

应用绘制机构运动简图的知识，将上述活齿啮合副的共同结构特征加以典型化，可以得到一个概括各种典型活齿啮合副结构特征的概念化的“活齿啮合副结构模型”，如图2-13所示。活齿啮合副结构模型表明，活齿啮合副由 A 、 B 两个高副和一个 C 低副（移动副或转动副）组成。活齿传动的结构特征取决于组成其啮合副的一个低副和两个高副的类型。显然，活齿传动的类型要比一般的齿轮传动多得多，这给活齿传动的结构设计增加了难度，也给优选提供了更多的条件，这就是活齿传动新结构层出不穷的主要原因。

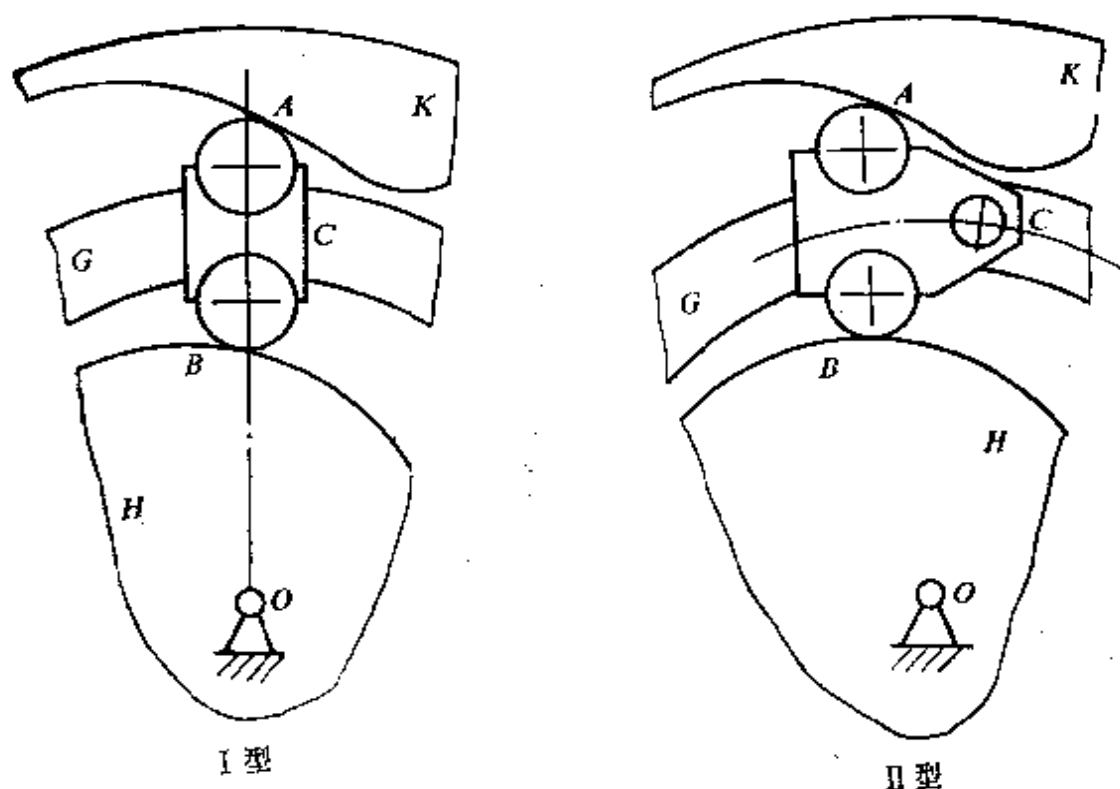


图2-13 活齿啮合副结构模型

为了深入了解“活齿啮合副结构模型”在活齿传动结构分析中的普遍意义，使它成为结构分析的有效工具，为活齿传动

齿形分析运动学、动力学分析提供理论依据，我们应用“高低副替代理论”，找出图2-13所示活齿啮合副结构模型的低副替代机构，如图2-14所示。由图中可以看出：推杆活齿传动、滚柱活齿传动和平面钢球传动的啮合副，其等效低副机构为二自由度曲柄滑块机构 OBC ，它包括偏置曲柄滑块机构和对心曲柄滑块机构（当 $l=0$ ）两种。摆动活齿传动、套筒活齿传动的啮合副，其等效低副机构为二自由度曲柄摇杆机构 $OBCD$ ，它包括曲柄摇杆机构和平行四边形机构（当 $a=c, b=d$ ）两种。

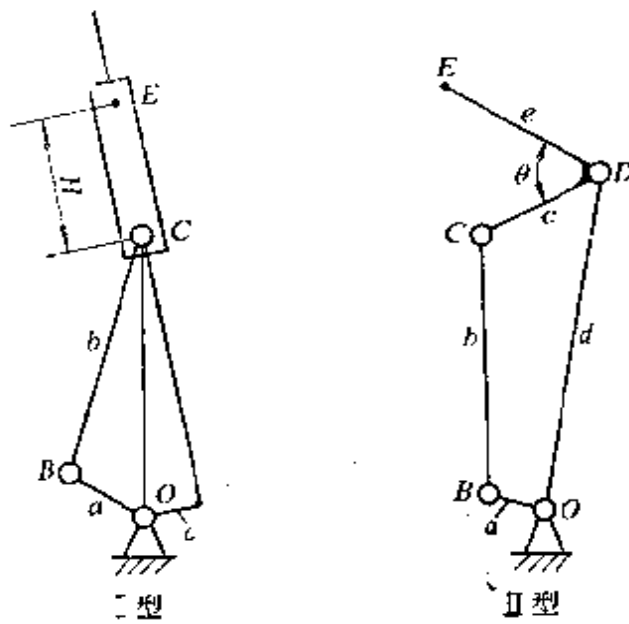


图2-14 活齿啮合副结构模型的低副替代机构

由于低副有以下几何性质：移动副的运动特性由其相对运动方位确定，但组成移动副的两元素可以对调，组成移动副的方位线可以任意平移；转动副的运动特性取决于它的相对转动中心，但组成转动副的两元素可以对调，也可按同一比例任意扩大或缩小。在同一运动学实质下，机构用运动简图表达的形式也可能相差甚远，有时甚至难以判断它们是否同类，如图2-15所示。在工程实践中，实际应用的低副结构型式更是多种多样。但是，只要我们能判断出它们属何种“活齿啮合副结构模型”，我们就可以找出一个熟悉而简便的活齿传动的分析与综合方法。这就是活齿

传动结构理论的重要作用之一。

“活齿啮合副结构模型”及其低副等效机构，不但在活齿传动结构分析中有普遍意义，而且也实用于对一般齿轮机构进行结构分析。例如，对于K-V型行星齿轮传动，当行星轮的半径等于中心轮半径的1/2时，它与椭圆机构有共同的低副等效机构——两滑道垂直的双滑块机构，因此它们的运动特性是相同的。所以，在工程实践中，常用K-V型行星齿轮传动设计椭圆曲线形成装置。

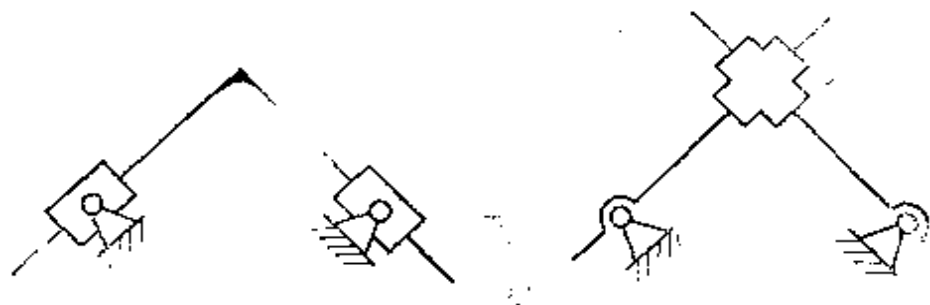


图2-15 双摇块机构的两种运动简图

由于活齿传动啮合副的结构型式不同，使其在传动性能和应用场合上各有特点。从传动原理和组成结构等方面对典型活齿传动进行比较分析，并按结构特征将其分类，是活齿传动正确选型和优化设计的基础工作。

第三节 活齿传动按结构特征分类

为了研究方便及顺应一般对齿轮传动只有一对共轭齿廓的习惯认识，我们把包含“待求运动副元素”的运动副称为共轭齿廓，而将其余运动副当作保证共轭齿廓实现共轭运动的条件，称它为“条件运动副”。

根据“活齿啮合副结构模型”，按活齿传动啮合副的结构特征和“待求运动副元素”的不同选择，可将活齿传动分为移动活

齿传动和摆动活齿传动两大类。

一、移动活齿传动

如图2-13所示，活齿啮合副结构模型Ⅰ型的结构特征是，活齿啮合副的低副为移动副，它决定了活齿的运动状态——沿着给定的运动方位移动，称这种活齿传动为移动活齿传动。移动活齿传动根据“待求运动副元素”的选择不同，又分为：

A型移动活齿传动 运动副A为共轭齿廓，运动副B为“条件运动副”的活齿传动称A型移动活齿传动。A型移动活齿传动的结构特点是：“条件运动副”B的2个运动副元素和共轭齿廓的一个运动副元素选用工艺性好的简单曲线，而共轭齿廓的另一个运动副元素为包络曲线。如选定共轭齿廓A的移动活齿为简单曲线，则与其啮合的中心轮齿形为移动活齿按选定的激波规律移动，中心轮等速转动时移动活齿齿形的包络；如选定中心轮齿形为简单曲线，则与其啮合的移动活齿齿形为中心轮等速转动，相啮合的移动活齿在活齿架导槽中按选定的运动规律移动时中心轮齿形的包络。

B型移动活齿传动 运动副B为共轭齿廓，运动副A为“条件运动副”的移动活齿传动称B型移动活齿传动。B型移动活齿传动的结构特点是：“条件运动副”A的2个运动副元素和共轭齿廓的一个运动副元素选用工艺性好的简单曲线，通常移动活齿齿形选用圆弧，活齿架导槽选用直线，中心轮齿形选用直线，而B共轭齿廓的另一个运动副元素为包络曲线。如选定移动活齿齿形为简单曲线，则激波凸轮轮廓为移动活齿按选定的运动规律移动，激波凸轮等速转动时移动活齿齿形的包络，其实质是综合激波凸轮的轮廓曲线；如选定激波凸轮轮廓为简单曲线，则与其啮合的移动活齿齿形为激波凸轮等速转动，移动活齿在活齿架导槽中按选定的激波规律移动时激波凸轮轮廓的包络。

二、摆动活齿传动

如图2-13所示，活齿啮合副结构模型Ⅱ型的结构特点是，组

成活齿啮合副的低副为转动副，它决定了活齿的运动状态——绕给定的回转中心摆动。称这种活齿传动为摆动活齿传动。同理，摆动活齿传动根据“待求运动副元素”的归属不同，又分为

A型摆动活齿传动 运动副 A 为共轭齿廓，运动副 B 为“条件运动副”的摆动活齿传动称A型摆动活齿传动。A型摆动活齿传动的结构特点是：“条件运动副” B 的2个运动副元素和共轭齿廓 A 的1个运动副元素选用工艺性好的简单曲线，而共轭齿廓 A 的另一个运动副元素为包络曲线。

B型摆动活齿传动 运动副 B 为共轭齿廓，运动副 A 为“条件运动副”的摆动活齿传动称B型摆动活齿传动。B型摆动活齿传动的结构特点是“条件运动副” A 的2个运动副元素和共轭齿廓 B 的1个运动副元素选用工艺性好的简单曲线，而共轭齿廓 B 的另一个运动副元素为包络曲线。其中主要的一种是综合激波凸轮的轮廓曲线。

将活齿传动按啮合副的结构特征进行分类后，为系统地研究现有的和可能出现的一切传动型式活齿传动及其运动学、动力学性质创造了方便条件，即可以用统一的理论相同的方法来研究每一类型中各种传动型式的活齿传动。

第四节 二级活齿传动的结构

为适应机械工业的迅速发展，要求传动元件具有的功能也不断提高和扩大。如为获得大传动比或小传动比，需扩大传动元件的传动比范围，为使多功能机械能够实现动力的多路传动和多速传动，要求传动元件具有相应的功能，于是出现了二级活齿传动。二级活齿传动有串联式和封闭式两种类型。

一、串联式二级活齿传动的结构

串联式二级活齿传动是由两个基本活齿传动串联组成的，其结构特征是：第一级基本活齿传动的从动轴与第二级基本活齿传

动的主动轴固联。由于基本活齿传动有六种传动型式，两个基本活齿传动串联后，经排列组合，在传动原理上可获得66种传动型式。但是，这些传动型式多数是不实用的，由于串联二级活齿传动的主要功用是获得大的传动比，且两级基本活齿传动常以激波器为主动件，所以分别固定两个基本活齿传动中的活齿轮 G_1 、 G_2 和中心轮 K_1 、 K_2 ，可得到4种可实现大传动比的串联式二级活齿传动的常用类型。

图2-16所示为图1-5所示的喷灌机行走轮的大速比减速机——串联二级活齿传动的运动简图。第一级基本活齿传动 H_1 、 G_1 、 K_1 中的从动件活齿轮 G_1 与第二级基本活齿传动 H_2 、 G_2 、 K_2 中的主动件激波器 H_2 固联，激波器 H_1 直接由电动机驱动，行走轮与第二级基本活齿传动的中心轮 K_2 固联，可获得2000的减速比。

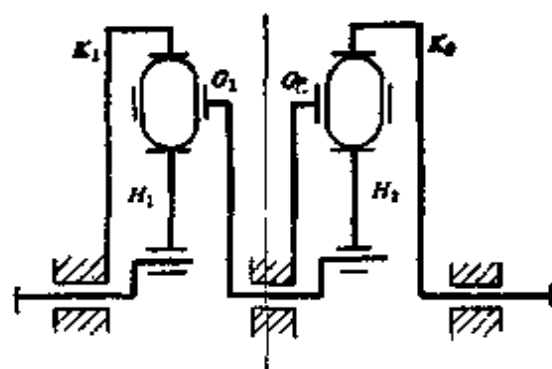


图2-16 串联式二级活齿传动运动简图

二、封闭式二级活齿传动的结构

封闭式二级活齿传动由一个原始机构 E_a 和一个封闭机构 E_b 组成。图2-17所示为封闭式二级活齿传动的组成简图。图中，原始机构 E_a 是一个差动活齿传动，它包含主动件 A 、从动件 B 和另一个基本构件 d 。封闭机构 E_b 是一个基本活齿传动，它的三个基本构件是：固定件 e ，主动件 a 和从动件 b 。由封闭机构 E_b 将原始机构 E_a 的两个基本构件封闭起来就组成了封闭式二级活齿传动。在封闭式二级活齿传动中，单独与原始机构 E_a 的一个基本件连接的伸出轴标号 S ，封闭机构 E_b 的伸出轴标号 P ，原始机构 E_a 被封闭的两个基本构件分别标号 a_a 和 b_a ，所以将封闭式二级活齿传动称 $P-S$ 型活齿传动。当封闭机构 E_b 封闭了原始机构 E_a 的主动件 A 和基本构件 d 时，称为“包含主动件 A 封闭的 $P-S$ 型传动”，

如图 2-17a 所示。当封闭机构 E_e 封闭了原始机构 E_d 的从动件 B 和基本构件 d 时，称为“包含从动件 B 封闭的 P-S 型传动”，如图 2-17b 所示。

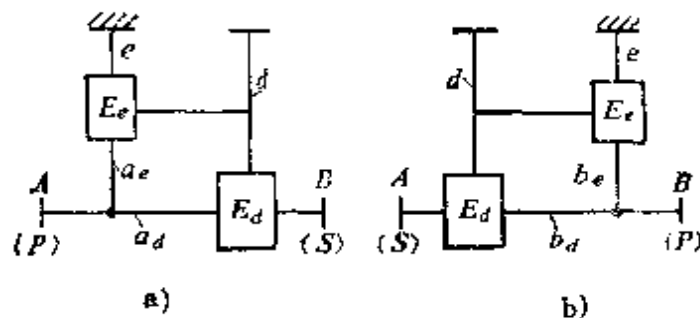


图 2-17 封闭式二级活齿传动的组成原理图

P-S型活齿传动的一个突出特点是，将主动轴输入的动力，分成两路传给输出轴 B ，从而实现了机构的进一步小型化。

我们应用上述 P-S 型活齿传动的组成原理，来分析图 2-18 所示二级活齿传动的结构。

在图 2-18a 中，差动活齿传动 $H_1G_1K_1$ 是原始机构 E_d ，激波器 H_1 是主动件 A ，活齿轮 G_1 是从动件 B ，中心轮 K_1 是另一个基本件 d 。基本活齿传动 $H_2G_2K_2$ 是封闭机构 E_e ，中心轮 K_2 是固定件 e ，激波器 H_2 与原始机构 E_d 的主动件 A ——激波器 H_1 固联，活齿轮 G_2 与原始机构 E_d 中的另一个基本件 d ——中心轮 K_1 固联，于是封闭机构 $H_2G_2K_2$ 封闭了原始机构 $H_1G_1K_1$ 的两个基本件——主动件激波器 H_1 和另一个基本件中心轮 K_1 。所以图 2-18a 所示二级活齿传动为“包含主动件 A 封闭的 P-S 型活齿传动”。

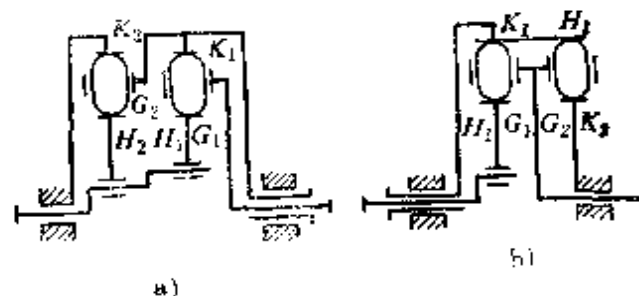


图 2-18 封闭式二级活齿传动的运动简图

在图2-18b中，差动活齿传动 $H_1G_1K_1$ 是原始机构 E_a ，激波器 H_1 是主动件 A ，活齿轮 G_1 是从动件 B ，中心轮 K_1 是另一个基本件 d 。基本活齿传动 $H_2G_2H_2$ 是封闭机构 E_b ，中心轮 K_2 是固定件 e ，活齿轮 G_2 与原始机构 E_a 的从动件 B ——活齿轮 G_1 固联，激波器 H_2 与原始机构 E_a 的另一个基本件 d ——中心轮 K_1 固联，于是封闭机构 $H_2G_2K_2$ 封闭了原始机构 $H_1G_1K_1$ 的两个基本件中心轮 K_1 和活齿轮 G_2 。所以图2-18b所示二级活齿传动为“包含从动件 B 封闭的P-S型活齿传动”。

第三章 活齿传动的运动学

活齿传动运动学研究的主要内容是：求解两种基本传动型式
的活齿运动规律；分析组成啮合副的激波器、中心轮、活齿轮三构
件间的运动转换；研究一、二级活齿传动传动比的计算方法和确
定从动件的转向与中心轮齿数 z_k 、活齿轮齿数 z_c 之间的关系等。

第一节 活齿的运动学

活齿的运动状态是影响活齿传动运动性能和动力性能的重要
因素。共轭齿廓的几何性能，齿形的形成方法、检测方法以及活齿
传动啮合性能各因素等，都是以活齿的运动规律特征为基础的。

活齿运动分析的内容，包括位移、速度和加速度三个方面，
首要的问题是位移分析。位移分析的主要任务是利用数学工具建
立便于按已知运动参数求解未知参数的位移方程式。随着运动参
数的取法不同，数学模型的建立不同，位移方程式的形成也有所
不同。我们根据活齿传动结构分析的结果——即所有的活齿传动
型式都可以归结为移动活齿和摆动活齿两大类，对活齿传动啮合
副两种结构模型的两种等效四杆机构，按封闭向量多边形投影法
进行运动分析。运动分析的结果将具有普遍性。

一、移动活齿的运动分析

由活齿传动的结构分析结果知，啮合副中的低副为移动副时，
其结构模型 I 型的等效机构为二自由度曲柄滑块机构(图2-13)。
为研究活齿在活齿架导槽中的运动规律，令滑块的导路为固定
件。选择图 3-1 所示偏置曲柄滑块机构运动简图，分析活齿的运
动具有普遍意义。设已知曲柄长 a 、连杆长 b 、偏距 e 及主动件

1 的角位移 φ_1 、角速度 ω_1 和角加速度 ε_1 ，求：移动活齿 3 的位移 s ，速度 v 和加速度 a 。

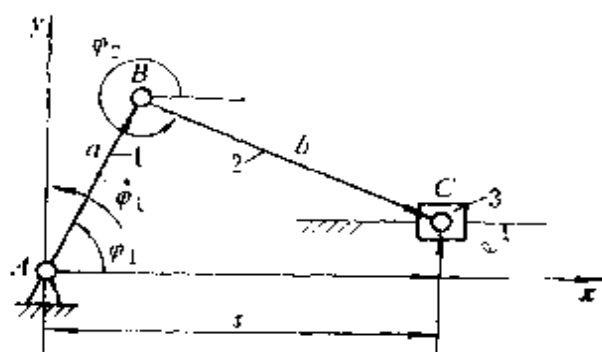


图 3-1 偏置曲柄滑块机构运动简图

1. 位移分析 按图 3-1 所示封闭多边形的各矢量方向，可列出矢量方程式

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{s} + \mathbf{e}$$

将上式投影在 x 轴和 y 轴上得

$$\left. \begin{aligned} a \cos \varphi_1 + b \cos \varphi_2 &= s \\ a \sin \varphi_1 + b \sin \varphi_2 &= e \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

或

$$\sin \varphi_2 = \frac{e - a \sin \varphi_1}{b}$$

因为齿形精度直接影响活齿传动的运动精度和动力性能，而中心轮的齿形是移动活齿位置的函数，所以移动活齿的位移需要精确计算。由式 (3-1) 可推导出直接由曲柄 a 的转角 φ_1 所确定的移动活齿（滑块）位置 s 方程

$$s = a \cos \varphi_1 + M \sqrt{b^2 - e^2 - a^2 \sin^2 \varphi_1 + 2ae \sin \varphi_1} \quad (3-2)$$

式中，符号 $M = \pm 1$ ，图 3-1 所示位置， $M = +1$ ，滑块在 y 轴左侧位置， $M = -1$ 。

2. 速度分析 将式 (3-1) 对时间取导数

$$\dot{s} = -\dot{\varphi}_1 \frac{a \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\cos \varphi_2} \quad (3-3)$$

$$\dot{\varphi}_2 = -\dot{\varphi}_1 \frac{a \cos \varphi_1}{b \cos \varphi_2}$$

3. 加速度分析 将式 (3-3) 对时间取导数:

$$\ddot{s} = -\frac{a[\ddot{\varphi}_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \dot{\varphi}_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b\dot{\varphi}_2^2]}{\cos \varphi_2}$$

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{a\dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 - a\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + b\dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2}{b \cos \varphi_2} \quad (3-4)$$

如果图3-1所示偏置曲柄滑块机构的导路位于x轴之下, 偏距e应取负值。

最常用的移动活齿传动, 如推杆减速机、滚道减速机、变速传动轴承等, 其活齿架上的径向导槽通过回转轴, 即e=0, 啮合副的低副等效机构为对心曲柄滑块机构。这时, 移动活齿的位置方程可由式 (3-2) 简化得到

$$s = a \cos \varphi_1 + M \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 \varphi_1} \quad (3-5)$$

在某些情况下, 如计算活齿传动的惯性力平衡时, 计算移动活齿的运动参数可采用下列近似公式, 可准确到小数点后三位数字。

$$\left. \begin{aligned} s &= a \cos \varphi + M \left(b - \frac{a^2}{2b} \sin^2 \varphi_1 \right) \\ \dot{s} &= -a \dot{\varphi}_1 \left(\sin \varphi_1 + \frac{M a}{2b} \sin 2\varphi \right) \\ \ddot{s} &= -a \dot{\varphi}_1^2 \left(\cos \varphi_1 + \frac{M a}{b} \cos 2\varphi \right) \end{aligned} \right\} \quad (3-6)$$

二、摆动活齿的运动分析

活齿传动啮合副中的低副为转动副时, 由结构分析知, 其结构模型 I 型的等效机构为二自由度平面铰链四杆机构 (图2-13)。令活齿架固定, 选择图 3-2 所示曲柄摇杆机构运动简图, 研究摆动活齿的摆动运动规律具有普遍意义。

设已知曲柄摇杆机构中的曲柄AB、连杆BC、摇杆CD和机

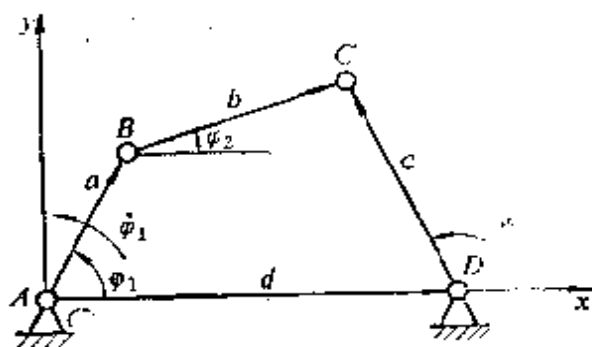


图 3-2 曲柄摇杆机构运动简图

架 AD 的长分别为 a 、 b 、 c 、 d ；主动件曲柄 AB 的转角 φ_1 和等角速度 $\dot{\varphi}_1$ ($= \frac{d\varphi_1}{dt}$)。要求推导从动件摇杆 CD 的角位移 ψ 、角速度 $\dot{\psi}$

和角加速度 $\ddot{\psi}$ 。选取直角坐标系 xoy ，令 x 轴与 AD 重合。各杆的向量如图 3-2 所示。各杆的转角规定自 x 轴逆时针度量为正。

1. 角位移分析 按图 3-2 所示封闭多边形的各向量方向，可列出矢量方程式

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{d} + \mathbf{c}$$

将上式各向量向 x 轴和 y 轴投影得方程组

$$\left. \begin{aligned} a \cos \varphi_1 + b \cos \varphi_2 &= d + c \cos \psi \\ a \sin \varphi_1 + b \sin \varphi_2 &= c \sin \psi \end{aligned} \right\} \quad (3-7)$$

将上式中的连杆转角 φ_2 消去，经运算得

$$\cos \psi = -\frac{1}{1+B^2} (A \pm B \sqrt{1-A^2+B^2}) \quad (3-8)$$

式中，

$$A = \frac{d^2 - 2ad \cos \varphi_1 + a^2 + c^2 - b^2}{2c(d - a \cos \varphi_1)},$$

$$B = \frac{a \sin \varphi_1}{d - a \cos \varphi_1}。$$

由式 (3-7) 得

$$\cos\varphi_2 = \frac{d - a\cos\varphi_1 + c\cos\phi}{b} \quad (3-9)$$

2. 角速度分析 将式(3-7)对时间求导数, 并将坐标系转 φ_2 角, 经整理得摆动活齿的角速度 $\dot{\phi}$

$$\dot{\phi} = \frac{a\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{c\sin(\phi - \varphi_2)} \dot{\varphi}_1 \quad (3-10)$$

同理, 将坐标系转 ϕ 角得

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{a\sin(\varphi_1 - \phi)}{b\sin(\varphi_2 - \phi)} \dot{\varphi}_1 \quad (3-11)$$

3. 角加速度分析 将式(3-7)对时间求二次导数, 并将坐标系转 φ_2 和 ϕ 角, 得摆动活齿和连杆的角加速度

$$\ddot{\phi} = \frac{\dot{\varphi}_1^2 a\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \dot{\varphi}_2^2 b - \dot{\phi}^2 c\cos(\phi - \varphi_2)}{c\sin(\phi - \varphi_2)} \quad (3-12)$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{\dot{\varphi}_1^2 a\cos(\varphi_1 - \phi) + \dot{\varphi}_2^2 b\cos(\varphi_2 - \phi) - \dot{\phi}^2 c}{b\sin(\varphi_2 - \phi)} \quad (3-13)$$

当平面铰链四杆机构的两连架杆 AB 和 CD 均能作整周回转时, 则称为双曲柄机构。如果双曲柄机构的对边构件长度对应相等, 即 $a = c$, $b = d$, 则可得到平行双曲柄机构和反向双曲柄机构。如图3-3所示。

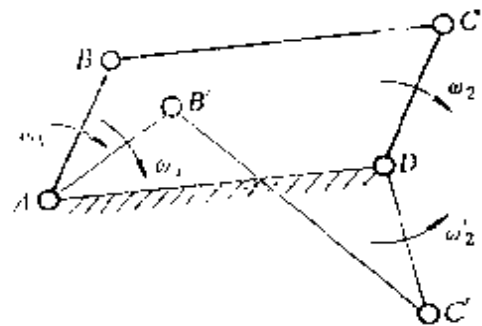


图3-3 平行双曲柄机构和反向双曲柄机构

平行双曲柄机构的运动特点是: 两连架杆(双曲柄)的运动规律(角位移、角速度、角加速度)完全相同, 连杆作平动。反向双曲柄机构的运动特点是: 两连架杆(双曲柄)的运动规律(角位移、角速度、角加速度)不同, 连杆作平面运动。在长边为机架的平行双曲柄机构和反向双曲柄机构中, 它们可以互相转化; 如图3-3所示, 当各构件位于一条直线上时, 从动曲柄 CD 可能

正、反两个方向转动，即平行双曲柄机构可能变成反向双曲柄机构。在实际机构中，机构在工作过程中运动性能突然改变是不允许的，因此应当避免这两种机构的相互转化。

由于摆动活齿减速机和套筒活齿减速机啮合副的低副等效机构为长边作机架的平行双曲柄机构，减速机中没有作往复运动的构件，机构没有极限位置和死点，摆动活齿（从动曲柄）和激波器（主动曲柄）的转向相同，角速度相等，所以这两种减速机具有优良的传动性能，其主要构件的工艺性好。

第二节 活齿传动的运动转换

一、啮合副的运动循环

图 3-4 所示为活齿传动的一个啮合副。由活齿传动的结构分析知，在啮合副中，活齿是联系激波器 H 、中心轮 K 和活齿轮 G 三个基本构件的桥梁。三个基本构件都绕主轴 O 转动。设以每分钟的转数 n 或每秒钟的弧度 ω 表示它们的角速度，并附加角注以表示相对应的转动构件，则表示三个基本构件的角速度可写成 n_H 、 n_K 、 n_G 或 ω_H 、 ω_K 、 ω_G 。规定角速度顺时针方向为正，逆时针方向为负。

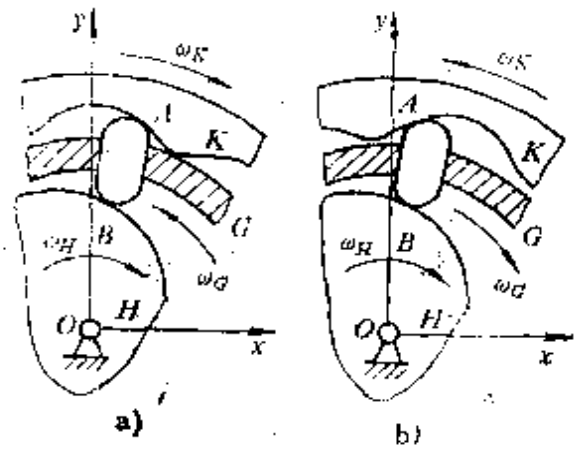


图3-4 活齿传动啮合副图

由活齿传动工作原理知，活齿与激波器 H 最小向径（基圆半径）的接触位置为啮合副的工作起始位置。啮合副的运动循环由该位置开始，如图 3-4 a 所示，设激波器 H 以等角速度 ω_H 顺时针转动，活齿在激波器 H 的升程曲线推动下沿活齿轮径向导槽以式 (3-5) 规定的运动规律移动。当活齿轮 G 固定时，它推动中

心轮 K 以等角速度 ω_K 顺时针转动；当中心轮固定时，它带动活齿轮 G 以等角速度 ω_G 逆时针转动，活齿就这样把三个基本构件的运动联系在一起了。当激波器 H 将活齿推到与其最大向径接触时，活齿运动到工作结束位置，啮合副完成工作行程。当激波器继续转动，啮合副开始空回行程，激波器 H 的回程曲线与活齿接触，不能推动活齿运动，活齿在活齿轮 G 径向导槽反推作用下，由激波器 H 最大向径位置沿轮廓回程曲线返回到最小向径位置，于是啮合副完成了一个运动循环。如果活齿与中心轮齿形另一侧齿廓啮合，如图3-4b所示，主动件激波器 H 的转向不变，仍然是顺时针转动，则当活齿轮 G 固定时，中心轮 K 逆时针转动；当中心轮 K 固定时，活齿轮 G 顺时针转动。显然，图3-4所示活齿与中心轮齿形不同齿侧啮合的两种情况，使活齿传动的主从动件的转向一个相同、一个相反。

二、基本构件间的运动转换

活齿传动的激波器 H 、活齿轮 G 、中心轮 K 三个基本件都是运动的，如图3-5a所示，则机构的自由度为2为差动活齿传动，它是活齿传动的基础型。为进一步探讨三个基本构件间的速度转换，首先确立其间的角速度关系。如果将差动活齿传动的一个基本件固定，则得到行星活齿传动。利用固定件转换原理，又可以形成三种类型的活齿传动运动简图，如图3-5b、c、d所示。

1. 中心轮 K 固定 如活齿与中心轮 K 的左侧齿廓接触，如图3-4b所示。工作行程时，激波器 H 顺时针转动，推动活齿在沿活齿轮 G 的径向导槽移动的同时，沿中心轮 K 的左侧齿廓运动，活齿反推活齿轮 G 顺时针转动。反之，设活齿与中心轮 K 的右侧齿廓接触，如图3-4a所示，则活齿反推活齿轮 G 逆时针转动。同理，如活齿轮 G 主动，激波器 H 从动，还可以得到另两种运动转换形式。

2. 活齿轮 G 固定 设活齿与中心轮 K 的左侧齿廓接触，如

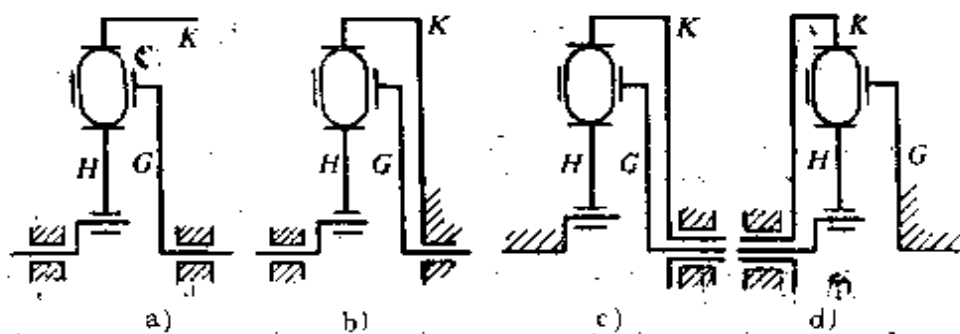


图3-5 活齿传动的运动简图

图3-4b所示。工作行程时，激波器顺时针转动，推动活齿沿活齿轮G的径向导槽移动，活齿直接推动中心轮K逆时针转动。反之，设活齿与中心轮K的右侧齿廓接触，如图3-4a所示，则活齿直接推动中心轮K顺时针转动。同理，如中心轮K主动，激波器H从动，还可以得到另两种运动转换形式。

3. 激波器H固定 设活齿与中心轮K的左侧齿廓接触，如图3-4b所示。工作行程时，活齿轮G逆时针转动，活齿在活齿、激波器高副B的约束下，在沿活齿轮G的径向导槽移动的同时，推动中心轮K逆时针转动，或中心轮K顺时针转动，活齿在高副B的约束下，在沿激波器轮廓滑动的同时，通过活齿轮G的径向导槽，推动活齿轮G顺时针转动。反之，设活齿与中心轮K的右侧齿廓接触，如图3-4a所示。则活齿轮G顺时针转动时，推动中心轮K顺时针转动，或中心轮K逆时针转动时，推动活齿轮G逆时针转动。由上述得出结论：当激波器固定，无论活齿轮G或中心轮K为主动件，它们的转向总是相同的。

由以上运动转换分析可知，在分别固定激波器H、活齿轮G和中心轮K的三种活齿传动类型中，每一种都有4种运动转换形式，所以活齿传动三个基本构件间的运动转换形式共有12种。这个结论是通过分析移动活齿传动得到的，但对各种型式的活齿传动都适用。

第三节 活齿传动的传动比

活齿传动的传动比定义为激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 三个基本构件中任意两构件的角速度之比。传动比用字母 i 表示，并以上、下角标表明相应构件的运动状态。例如，传动比 i_{HG}^K 表示激波器 H 相对于中心轮 K 的相对角速度 $(\omega_H - \omega_K)$ 与活齿轮 G 相对于中心轮 K 的相对角速度 $(\omega_G - \omega_K)$ 之比，即

$$i_{HG}^K = (\omega_H - \omega_K) / (\omega_G - \omega_K)$$

如果传动比符号 i 的上角标表示固定件，则中心轮 K 的角速度为零，即 $\omega_K = 0$ ，故有

$$i_{HG}^K = \omega_H / \omega_G$$

一、相对角速度法确定传动比

相对角速度法是一种应用相对运动原理，将周转轮系中的行星架固定，使其转化为转化机构，借助定轴轮系的有关结论来确定周转轮系传动比的一种方法，所以又称转化机构法或行星架固定法。

图3-6所示为推杆活齿传动运动简图。设三个基本件激波器

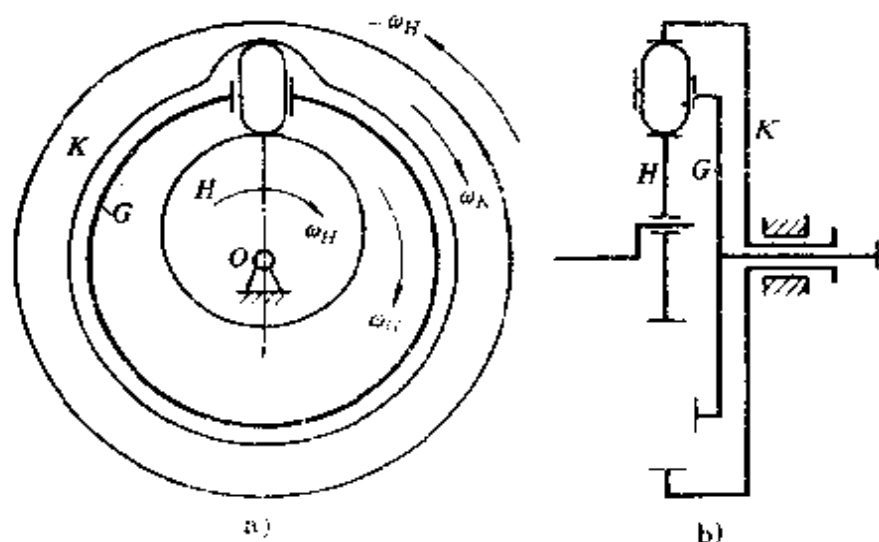


图3-6 活齿传动及其转化机构

H 、中心轮 K 、活齿轮 G 的角速度分别为 ω_H 、 ω_K 、 ω_G ，转向均为顺时针方向。我们给图示整个活齿传动加一个与激波器 H 角速度大小相等、方向相反的附加角速度 $(-\omega_H)$ 。根据相对运动原理，并不影响活齿传动中任意两构件间的相对运动关系。这样，激波器 H 可视为固定不动，该活齿传动就转化为没有行星轮的转化机构。在转化机构中，三个基本件相对于激波器 H 的角速度为 ω_H^H 、 ω_K^H 、 ω_G^H 。活齿传动各构件的角速度关系如表3-1。

表3-1 转化机构中各构件的角速度

构件名称	活齿传动中的角速度	转化机构中的角速度
激波器 H	ω_H	$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H = 0$
活齿轮 G	ω_G	$\omega_G^H = \omega_G - \omega_H$
中心轮 K	ω_K	$\omega_K^H = \omega_K - \omega_H$

在转化机构中，任意两构件的传动比，可以用定轴轮系传动比公式计算，所以活齿轮 G 和中心轮 K 的传动比可表示为

$$i_{GK}^H = \frac{\omega_G^H}{\omega_K^H} = \frac{z_K}{z_G}$$

由上式得

$$\omega_G = \omega_K i_{GK}^H + \omega_H (1 - i_{GK}^H) \quad (3-14)$$

式(3-14)称为活齿传动基本构件角速度关系式，表示激波器 H 、活齿轮 G 、中心轮 K 间的运动关系。应用式(3-14)不难求出当三构件中任一构件固定时，其他两构件间的传动比。

当中心轮 K 固定($\omega_K = 0$)时，可得到激波器 H 主动，活齿轮 G 从动的传动比 i_{HG}^K 或活齿轮 G 主动，激波器 H 从动的传动比 i_{GH}^K

$$\left. \begin{aligned} i_{HG}^K &= z_G / (z_G - z_K) \\ i_{GH}^K &= (z_G - z_K) / z_G \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

当活齿轮 G 固定($\omega_G = 0$)时，可得到激波器 H 主动，中心轮 K 从动的传动比 i_{HK}^G 或中心轮 K 主动，激波器 H 从动的传动比 i_{KH}^G

$$\left. \begin{aligned} i_{HK}^G &= z_K / (z_K - z_G) \\ i_{KH}^G &= (z_K - z_G) / z_K \end{aligned} \right\} \quad (3-16)$$

当激波器 H 固定 ($\omega_H = 0$) 时, 可得到活齿轮 G 主动, 中心轮 K 从动的传动比 i_{GK}^H 或中心轮 K 主动, 活齿轮 G 从动的传动比 i_{KG}^H

$$\left. \begin{aligned} i_{GK}^H &= z_K / z_G \\ i_{KG}^H &= z_G / z_K \end{aligned} \right\} \quad (3-17)$$

活齿传动的转向用其主、从动件转向相同或相反来表示, 它与活齿轮 G 的齿数 z_G 、中心轮 K 的齿数 z_K 和由固定件所确定的传动型式有关。通常用基本件的相对运动关系(角速度比的正负号)来判别。为了应用方便, 将活齿传动12种传动方案的传动比和从动轮的转向列于表3-2中。

表3-2 几种传动方案的传动比和应用

传动方案	传动比	主、从动件的转向	应用
差 动	$\frac{\omega_G - \omega_H}{\omega_K - \omega_H} = \frac{z_K}{z_G}$	可按需要选择	转速的合成和分解
中心轮固定 ($\omega_K = 0$)	$i_{HG}^K = \frac{z_G}{z_G - z_K}$	当 $z_K > z_G$, 反向 当 $z_K < z_G$, 同向	大减速比传动
	$i_{GH}^K = \frac{z_G - z_K}{z_G}$	当 $z_K > z_G$, 反向 当 $z_K < z_G$, 同向	大增速比传动, 易自锁
活齿轮固定 ($\omega_G = 0$)	$i_{HK}^G = \frac{z_K}{z_K - z_G}$	当 $z_K > z_G$, 同向 当 $z_K < z_G$, 反向	大减速比传动
	$i_{KH}^G = \frac{z_K - z_G}{z_K}$	当 $z_K > z_G$, 同向 当 $z_K < z_G$, 反向	大增速比传动, 易自锁
激波器固定 ($\omega_H = 0$)	$i_{GK}^H = \frac{z_K}{z_G}$	当 $z_K > z_G$, 同向 当 $z_K < z_G$, 同向	速比微小的增(减)速传动
	$i_{KG}^H = \frac{z_G}{z_K}$	当 $z_K > z_G$, 同向 当 $z_K < z_G$, 同向	速比微小的减(增)速传动

综上所述，根据相对运动原理，对于活齿传动中绕主轴线转动或平行于主轴线转动的三个基本构件的转速和传动比，可以表示成

$$i_{CA}^B = 1 - i_{CA}^B \quad (3-18)$$

式中，角标A、B、C可以代表活齿传动中的任意三个基本构件。

称式(3-18)为计算活齿传动的传动比通用方程式。该方程式中的角标是有规律的：等式左边*i*的上下角标根据需要确定后，将其上角标与第二个下角标互换位置，即为等式右边*i*的上下角标。

例3-1 计算推杆活齿减速机的传动比。已知参数：中心轮K固定，其齿数 $z_K = 13$ ；激波器H为主动件；活齿轮G为从动件，其齿数 $z_G = 14$ 。

解：根据活齿传动传动比通用方程式(3-18)写出激波器H主动活齿轮G从动的传动比方程式

$$\begin{aligned} i_{HG}^K &= \frac{1}{i_{GH}^K} = \frac{1}{1 - i_{GK}^H} = \frac{1}{1 - (z_K/z_G)} \\ &= \frac{z_G}{z_G - z_K} \end{aligned}$$

与表3-2给出的传动比方程式相同，证明所推方程式正确。将已知齿数代入，即可计算出该推杆活齿减速机的传动比

$$i_{HG}^K = \frac{z_G}{z_G - z_K} = \frac{14}{14 - 13} = 14$$

计算结果为正值，表示主动件激波器H和从动件活齿轮G的转向相同。用表3-2检验与计算结果一致。

二、转角分析法求传动比

因为转动件的角速度 ω 与转角 φ 的关系为 $\omega = d\varphi/dt$ ，所以根据传动比的定义，活齿传动任意两基本构件间的传动比，可表示为两构件间的转角比。如当中心轮K固定，激波器H主动，活齿轮G从动的传动比可表示为

$$i_{HG}^K = \varphi_H^K / \varphi_G^K = (\varphi_H - \varphi_K) / (\varphi_G - \varphi_K) \quad (3-19)$$

式中 φ_H^K 、 φ_G^K ——分别为激波器 H 、活齿轮 G 相对于固定坐标系的转角。

通过分析三个基本构件的转角 φ_H 、 φ_G 、 φ_K 及它们之间的关系来确定活齿传动传动比的方法称“转角分析法”。

1. 中心轮 K 固定 中心轮齿数 z_K 大于活齿轮齿数 z_G ：如图3-7a所示， $z_K = 5$ ， $z_G = 4$ 。在 OA 方向，激波器 H 的最小向径与1号活齿接触，1号活齿和中心轮 K 的齿顶在 A 点接触，这是1号活齿的工作起始位置。当激波器 H 以等角速度 ω_H 顺时针转动时，它的轮廓升程曲线推动1号活齿沿中心轮 K 的工作齿廓曲线 AB 滑滚，当激波器 H 转到它的最大向径 $(R+a)$ 与1号活齿接触时，激波器 H 将1号活齿推到中心轮 K 的齿根部的 B 点，这是1号活齿的工作结束位置。在这个传动过程中，激波器 H 顺时针由 OA 转到 OC ，转过了 $\varphi_H = \pi - \varphi_G$ 角。 φ_G 角等于中心轮 K 1/2个齿所对的圆心角，所以 $\varphi_G = \pi / z_K$ ；1号活齿推动活齿轮 G 逆时针方向由 OA 转到 OB ，转过了 $\varphi_G = \pi / z_K$ 角，将转角 φ_H 、 φ_G 值代入传动比方程式(3-19)，得

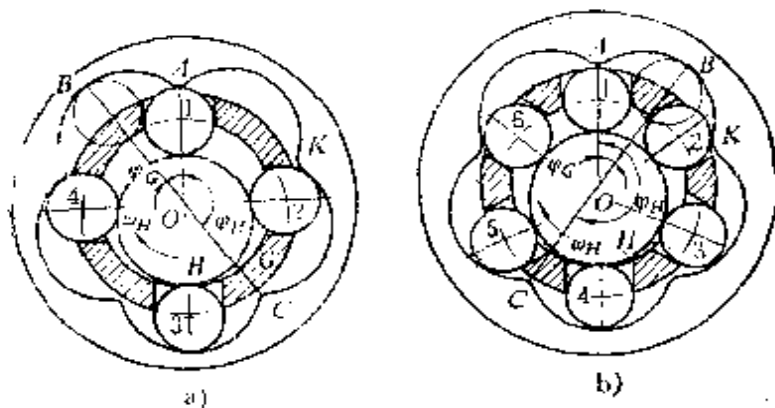


图3-7 活齿传动各基本构件的转角关系

$$\begin{aligned} i_{HG}^K &= \varphi_H / -\varphi_G = (\pi - \pi / z_K) / -(\pi / z_K) \\ &= -(z_K - 1) = -z_G \end{aligned} \quad (3-20)$$

式中，传动比的负号表示主动件激波器 H 和从动件活齿轮 G 的转向相反。

中心轮齿数 z_K 小于活齿轮齿数 z_G ：如图3-7b所示， $z_K = 5$ ， $z_G = 6$ 。激波器 H 从工作起始位置 OA 开始以等角速度 ω_H 顺时针转动时，它推动1号活齿沿中心轮 K 的工作齿廓曲线 AB 滑滚，一直将1号活齿推到中心轮 K 的齿根部的 B 点，到达它的工作结束位置。在这个传动过程中，激波器 H 顺时针由 OA 转到 OC ，转过了 $\varphi_H = \pi + \varphi_G$ 角。与此同时1号活齿推动活齿轮 G 由 OA 顺时针转到 OB ，转过了 $\varphi_G = \pi/z_K$ 角。由式(3-19)可以计算出它们的传动比

$$\begin{aligned} i_{HG}^K &= (\varphi_H - \varphi_K) / (\varphi_G - \varphi_K) \\ &= (\pi - \pi/z_K) / (\pi/z_K) \\ &= z_K + 1 = +z_G \end{aligned} \quad (3-21)$$

式中，传动比为正号表示主动件激波器 H 和从动件活齿轮 G 的轴向相同。

2. 活齿轮 G 固定 活齿轮 G 固定，激波器 H 主动、中心轮 K 从动的传动比同样可以用转角分析法确定。

中心轮齿数 z_K 大于活齿轮齿数 z_G ：如图3-7a所示，当主动件激波器 H 由工作起始位置 OA 以等角速度 ω_H 顺时针转动时，推动1号活齿沿它的径向导槽移动，同时推动中心轮 K 顺时针转动，当激波器 H 转过 $\varphi_H = \pi$ 角时，1号活齿到达最高点，这是它的工作结束位置，活齿推动中心轮 K 顺时针转 $\varphi_K = \pi/z_K$ 角，将转角 φ_H 、 φ_K 值代入式(3-19)得传动比

$$i_{HK}^G = \varphi_H / \varphi_K = \pi / (\pi/z_K) = +z_K \quad (3-22)$$

式中，传动比为正号表示主动件激波器 H 和从动件中心轮 K 的转向相同。

中心轮齿数 z_K 小于活齿轮齿数 z_G ：如图3-7b所示，激波器 H 由工作起始位置 OA 顺时针转动时，推动1号活齿径向移动，同时活齿推动中心轮 K 逆时针转动，激波器 H 转 $\varphi_H = \pi$ 角时，活齿到达工作结束位置，推动中心轮 K 逆时针转 $\varphi_K = -\pi/z_K$ 角，故传动比可写成

$$i_{HK}^G = \varphi_H / -\varphi_K = \pi / -(\pi/z_K) = -z_K \quad (3-23)$$

式中，传动比为负号表示主动件激波器 H 和从动件中心轮 K 的转向相反。

3. 激波器 H 固定 激波器 H 固定后，活齿传动演化成内啮合定轴齿轮副，当活齿轮 G 顺时针转过 $\varphi_G = \pi$ 角，中心轮 K 顺时针转过 $\varphi_K = (\pi + \pi/z_K)$ 角，传动比为

$$i_{GK}^H = \varphi_G / \varphi_K = \pi / (\pi + \pi/z_K) = z_K / z_{K+1} \quad (3-24)$$

由内啮合齿轮副的传动特点所决定，活齿轮 G 和中心轮 K 无论哪个为主动件，它们的转向总是相同的，与齿数无关。

综上所述，用“转角分析法”确定活齿传动的传动比，可得到如下结论：

(1) 中心轮 K 固定 传动比 $i_{HG}^K = z_G$

主、从动件转向 $z_K > z_G$ 时 相同

$z_K < z_G$ 时 相反

(2) 活齿轮 G 固定 传动比 $i_{HK}^G = z_K$

主、从动件转向 $z_K > z_G$ 时 相同

$z_K < z_G$ 时 相反

(3) 激波器 H 固定 传动比 $i_{GK}^H = z_K / z_G$

主、从动件转向 相同

显然，用“转角分析法”与“相对角速度法”确定活齿传动的传动比得到的结论完全相同。“转角分析法”的突出优点是概念清楚、形象直观、答案准确，有助于理解活齿传动中各运动构件的运动关系，简化计算过程，并可方便地确定各构件的受力方向。

例3-2 计算图3-8所示

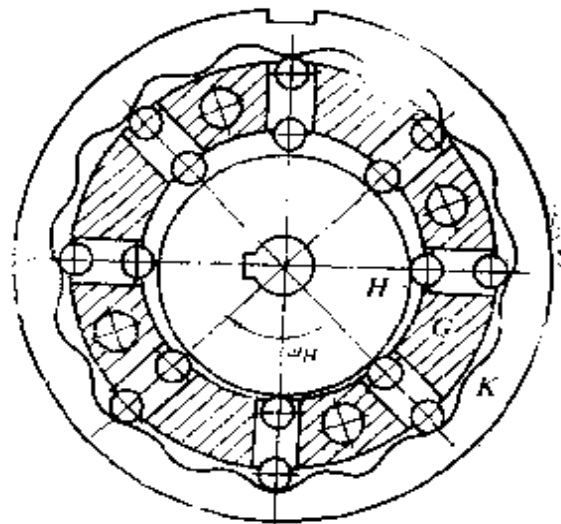


图3-8 变速传动轴承的结构简图

“变速传动轴承”的传动比。已知参数：中心轮 K 的齿数 $z_K = 15$ ；激波器 H 为偏心圆凸轮；活齿轮 G 的理论齿数 $z_G = 16$ ，实际齿数 $z'_G = 8$ 。

解：变速传动轴承是一种差动移动活齿传动。使用时，将变速传动轴承直接安装于机械中，根据机械不同的传动要求，分别将激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 与机架固联，就形成了三种基本活齿传动。

1) 相对角速度法求传动比 给变速传动轴承附加一个与激波器 H 的角速度大小相等、方向相反的角速度 $(-\omega_H)$ ，这时激波器可视为不动，得到“等效机构”，于是根据活齿传动基本构件角速度关系方程式(3-14)可分别求出：

中心轮 K 固定不动，激波器 H 主动，活齿轮 G 从动的传动比，由式(3-15)知

$$i_{HG}^K = z_G / (z_G - z_K) = 16 / (16 - 15) = 16$$

式中正号表示激波器 H 和活齿轮 G 转向相同。

活齿轮 G 固定不动，激波器 H 主动，中心轮 K 从动的传动比，由式(3-16)知

$$i_{HK}^G = z_K / (z_K - z_G) = 15 / (15 - 16) = -15$$

式中负号表示激波器 H 和中心轮 K 转向相反。

激波器 H 固定不动，活齿轮 G 主动，中心轮 K 从动的传动比，由式(3-17)知

$$i_{GK}^H = z_K / z_G = 15 / 16$$

正号表示活齿轮 G 和中心轮 K 转向相同。

2) 转角分析法求传动比 中心轮 K 与机械产品机架固联；由于中心轮齿数 z_K 小于活齿轮齿数 z_G ，当激波器 H 顺时针转过 $\varphi_H = \pi + \varphi_G$ 角，活齿轮 G 顺时针转过 $\varphi_G = \pi / z_K$ 角，由式(3-21)得传动比

$$i_{HG}^K = \varphi_H / \varphi_G = \frac{(\pi + \pi / z_K)}{\pi / z_K} = z_G = +16$$

式中正号表示激波器 H 与活齿轮 G 转向相同。

活齿轮 G 与机械产品机架固联：由于中心轮齿数 z_K 小于活齿轮齿数 z_G ，当激波器 H 顺时针转过 $\varphi_H = \pi$ 角，中心轮 K 逆时针转到 $\varphi_K = -(\pi/z_K)$ 角，由式(3-23)得传动比

$$i_{HK}^G = \varphi_H / \varphi_K = \pi / -(\pi/z_K) = -z_K = -15$$

式中负号表示激波器 H 与中心轮 K 转向相反。

激波器 H 与机械产品机架固联：活齿传动演化成内啮合定轴齿轮副，当活齿轮 G 顺时针转过 $\varphi_G = \pi$ ，中心轮 K 顺时针转过 $\varphi_K = (\pi + \pi/z_K)$ ，由式(3-24)得传动比

$$i_{GK}^H = \varphi_G / \varphi_K = \pi / (\pi + \pi/z_K) = z_K / z_{K+1} = +15/16$$

因为是内啮合，所以两轮的转向相同。

计算结果表明，“相对角速度法”和“转角分析法”求得的变速传动轴承的传动比，其大小和方向完全相同。

第四节 二级活齿传动的传动比计算

一、串联二级活齿传动的传动比计算

活齿传动的激波器 H 相当于K-H型少齿差行星传动的行星架。因为串联二级活齿传动中有两个激波器 H_1 和 H_2 ，它们的角速度 ω_{H_1} 、 ω_{H_2} 在一般情况下是不等的，转向也不一定相同，所以不能对整个串联二级活齿传动应用“相对角速度法”求传动比。应用“相对角速度法”求串联二级活齿传动的传动比的方法是：将串联二级活齿传动划分为两个基本活齿传动，应用“相对角速度法”分别列出两个基本活齿传动的传动比方程式，而后联立求解串联二级活齿传动的总传动比。

应用“转角分析法”可以直接求出串联二级活齿传动的总传动比。

例3-3 已知串联二级活齿传动的两中心轮的齿数 $z_{K1} = 25$ 、 $z_{K2} = 15$ ，两活齿轮的理论齿数 $z_{G1} = 24$ 、 $z_{G2} = 14$ 。试计算

中心轮 K_1 固定, 活齿轮 G_2 固定, 活齿轮 G_1 和激波器 H_2 固联时, 激波器 H_1 主动, 中心轮 K_2 从动的串联二级活齿传动的总传动比 $i_{H_1 K_2}^{K_1 G_2}$ 。

解: 1) 相对角速度法求传动比 如图2-16所示, 串联二级活齿传动可由点划线处划分成两个基本活齿传动:

第一级基本活齿传动 $H_1 G_1 K_1$ 中心轮 K_1 固定, 激波器 H_1 主动, 活齿轮 G_1 从动, 由式 (3-15) 知其传动比为

$$i_{H_1 G_1}^{K_1} = \frac{z_{G_1}}{z_{G_1} - z_{K_1}} = \frac{24}{24 - 25} = -24$$

负号表明第一级基本活齿传动 $H_1 G_1 K_1$ 的主动件激波器 H_1 与从动件活齿轮 G_1 的转向相反。

第二级基本活齿传动 $H_2 G_2 K_2$ 活齿轮 G_2 固定, 激波器 H_2 主动, 中心轮 K_2 从动, 由式 (3-16) 知其传动比为

$$i_{H_2 K_2}^{G_2} = \frac{z_{K_2}}{z_{K_2} - z_{G_2}} = \frac{15}{15 - 14} = +15$$

正号表明第二级基本活齿传动 $H_2 G_2 K_2$ 的主动件激波器 H_2 与从动件中心轮 K_2 的转向相同。

由于活齿轮 G_1 和激波器 H_2 固联, 所以串联二级活齿传动的总传动比为

$$\begin{aligned} i_{H_1 K_2}^{K_1 G_2} &= i_{H_1 G_1}^{K_1} i_{H_2 K_2}^{G_2} = \left(\frac{z_{K_1}}{z_{K_1} - z_{G_1}} \right) \left(\frac{z_{K_2}}{z_{K_2} - z_{G_2}} \right) \\ &= \left(\frac{24}{24 - 25} \right) \left(\frac{15}{15 - 14} \right) = -360 \end{aligned}$$

负号表明串联二级活齿传动 $H_1 G_1 K_1 H_2 G_2 K_2$ 的主动件激波器 H_1 与从动件中心轮 K_2 的转向相反。

2) 转角分析法求传动比 对第一级活齿传动 $H_1 G_1 K_1$, 当中心轮 K_1 固定, 因中心轮 K_1 齿数 z_{K_1} 大于活齿轮 G_1 齿数 z_{G_1} , 主动件激波器 H_1 的转角 $\varphi_{H_1} = \pi - \varphi_{G_1}$ 与活齿轮 G_1 的转角 $\varphi_{G_1} = \pi / z_{K_1}$ 相对应, 故其传动比可由式 (3-19) 确定

$$i_{H_1 G_1}^{K_1} = \frac{\varphi_{H_1}}{-\varphi_{G_1}} = \frac{\pi \left(1 - \frac{1}{z_{K_1}}\right)}{-\left(\pi/z_{K_1}\right)} = -(z_{K_1} - 1)$$

对于第二级基本活齿传动 $H_2 G_2 K_2$ ，当活齿轮 G_2 固定，因中心轮 K_2 齿数 z_{K_2} 大于活齿轮 G_2 齿数 z_{G_2} ，激波器 H_2 的转角 $\varphi_{H_2} = \pi$ 与中心轮 K_2 的转角 $\varphi_{K_2} = \pi/z_{K_2}$ 相对应，故其传动比可由式(3-20)确定

$$i_{H_2 K_2}^{G_2} = \frac{\varphi_{H_2}}{\varphi_{K_2}} = \frac{\pi}{(\pi/z_{K_2})} = z_{K_2}$$

由于串联二级活齿传动中的活齿轮 G_1 与激波器 H_2 固联，有 $\varphi_{G_1} = \varphi_{H_2}$ ，故总传动比可写成

$$\begin{aligned} i_{H_1 K_2}^{K_1 G_2} &= i_{H_1 G_1}^{K_1} i_{H_2 K_2}^{G_2} = \frac{\varphi_{H_1}}{-\varphi_{G_1}} \frac{\varphi_{H_2}}{\varphi_{K_2}} \\ &= -(z_{K_1} - 1) z_{K_2} = -(25 - 1) \times 15 = -360 \end{aligned}$$

用相对角速度法和转角分析法分别计算上述串联二级活齿传动的总传动比，结果相同。

二、封闭式二级活齿传动的传动比

1. 包含主动件 A 密闭的 P-S 型活齿传动的传动比计算 在图2-18a中，原始机构 E_e 是一个差动活齿传动，它的三个基本件 A 、 B 、 d 之间的运动关系，根据式(3-14)，式(3-18)并考虑 $i_{dA}^d = 1 - i_{dA}^B$ ，可写成如下形式

$$\omega_d = i_{dA}^B \omega_A + i_{dB}^d \omega_B \quad (a)$$

用构件 A 的角速度 ω_A 除式 (a) 得

$$i_{dA}^d = i_{dA}^B + i_{dB}^d / i_{dA}^A \quad (b)$$

式中 i_{dA}^d ——当封闭机构 E_e 中的构件 e 固定时，原始机构 E_e 的构件 d 与主动件 A 之间的传动比，即包含主动件 A 的封闭机构 E_e 的传动比；

i_{dB}^d ——当封闭机构 E_e 中的构件 e 固定时，P-S型活齿传动的传动比。

将 $i_{dA}^B = 1/i_{AB}^B = 1/(1 - i_{AB}^d)$; $i_{AB}^A = 1/i_{BA}^A = 1/(1 - i_{BA}^d) = i_{AB}^d / (i_{AB}^d - 1)$ 代入式 (b), 并考虑到 $i_{AB}^d = 1/(1 - i_{BA}^d)$; $i_{BA}^d = (1 - i_{BA}^d)$, 经化简可得到两种形式的包含主动件 A 封闭的 P-S 型活齿传动的传动比方程

$$i_{AB}^e = i_{AB}^d / (i_{dA}^e i_{AB}^d - i_{dA}^e + 1) \quad (3-25)$$

$$i_{AB}^e = 1 / (1 - i_{BA}^d i_{BA}^e)$$

式中 i_{AB}^d ——当构件 d 固定时原始机构的传动比;
 i_{BA}^d ——当构件 A 固定时原始机构的传动比;
 i_{BA}^e ——当构件 A 固定时封闭机构的传动比。

2. 包含从动件 B 封闭的 P-S 型活齿传动的传动比计算 包含从动件 B 封闭的 P-S 型活齿传动如图 2-18b 所示, 可按照上述相同的道理求出它的传动比。

用构件 B 的角速度 ω_B 除式 (a) 得

$$i_{dB}^e = i_{dA}^B i_{AB}^e + i_{dA}^B \quad (c)$$

式中 i_{dB}^e ——当封闭机构 E_e 中的构件 e 固定时, 原始机构 E_e 的构件 d 与从动件 B 之间的传动比, 即包含从动件 B 的封闭机构 E_e 的传动比。

将 $i_{dA}^B = 1/(1 - i_{AB}^d)$; $i_{AB}^A = i_{AB}^d / (i_{AB}^d - 1)$ 代入式 (c), 并考虑 $i_{dA}^B = 1 - i_{BA}^B$; $i_{AB}^A = 1 - i_{BA}^A$, 经化简可得两种形式的包含从动件 B 封闭的 P-S 型活齿传动的传动比方程

$$i_{AB}^e = i_{AB}^d + i_{dB}^e (1 - i_{AB}^d) \quad (3-26)$$

$$i_{AB}^e = 1 - i_{BA}^B i_{BA}^e$$

式中 i_{AB}^d ——当构件 d 固定时原始机构的传动比;
 i_{BA}^B ——当构件 B 固定时原始机构的传动比;
 i_{BA}^e ——当构件 B 固定时封闭机构的传动比。

式 (3-25) 和式 (3-26) 是计算 P-S 型活齿传动传动比的通用方程, 应用这些方程, 能方便地求出各种封闭式活齿传动的传动比。

例 3-4 在图 2-18a 所示封闭式活齿传动中, 已知各轮的齿数

$z_{K_1} = 25$ 、 $z_{K_2} = 15$ 、 $z_{G_1} = 24$ 、 $z_{G_2} = 14$ 。试计算中心轮 K_2 固定、激波器 H_1 主动、活齿轮 G_1 从动的传动比 $i_{H_1 G_1}^{K_2}$ 。

解：1) 分析图 2-18a 所示封闭式活齿传动的结构。图 2-18a 所示封闭式活齿传动由原始机构——差动活齿传动 $H_1 G_1 K_1$ 和封闭机构——基本活齿传动 $H_2 G_2 K_2$ 所组成。激波器 H_1 (或激波器 H_2) 为主动件 A ，因封闭机构的构件 A 为伸出轴，所以标号为 (P)；活齿轮 G_1 为从动件 B ，因原始机构的构件 B 单独与伸出轴连接，所以标号为 (S)；中心轮 K_2 为固定构件 e ，中心轮 K_1 为原始机构的基本构件 d 。基本活齿传动的活齿轮 G_2 和激波器 H_2 封闭了差动活齿传动的中心轮 K_1 和激波器 H_1 ，故该封闭式活齿传动为“包含主动件 A 封闭的 P-S 型活齿传动”。

2) 计算该 P-S 型活齿传动的传动比 根据式(3-25)，则有

$$\begin{aligned} i_{H_1 G_1}^{K_2} &= i_{AB}^d / i_{dA}^d (i_{AB}^d - 1) + 1 \\ &= i_{H_1 G_1}^{K_1} / i_{G_2 H_2}^{K_2} (i_{H_1 G_1}^{K_1} - 1) + 1 \end{aligned}$$

将 $i_{H_1 G_1}^{K_1} = |z_{G_1} / (z_{G_1} - z_{K_1})| = 24$ 、 $i_{G_2 H_2}^{K_2} = |(z_{G_2} - z_{K_2})$

$/z_{G_2}| = \frac{1}{14}$ 代入上式中得

$$\begin{aligned} i_{H_1 G_1}^{K_2} &= i_{H_1 G_1}^{K_1} / i_{G_2 H_2}^{K_2} (i_{H_1 G_1}^{K_1} - 1) + 1 \\ &= 24 / \frac{1}{14} (24 - 1) + 1 \end{aligned}$$

$$= 9.08$$

例3-5 在图2-18b所示封闭式活齿传动中，已知各轮的齿数 $z_{K_1} = 25$ 、 $z_{K_2} = 15$ 、 $z_{G_1} = 24$ 、 $z_{G_2} = 14$ 。试计算中心轮 K_2 固定，激波器 H_1 主动、活齿轮 G_1 (或活齿轮 G_2) 从动的传动比 $i_{H_1 G_1}^{K_1}$ 。

解：1) 分析图2-18b所示封闭式活齿传动的组成结构 图 2-18b 所示封闭式活齿传动由原始机构——差动活齿传动

$H_1G_1K_1$ 和封闭机构——基本活齿传动 $H_2G_2K_2$ 所组成。激波器 H_1 为主动件 A ，因原始机构的构件 A 单独与伸出轴连接，所以标号为 (S) ；活齿轮 G_1 (或活齿轮 G_2) 为从动件 B ，因封闭机构的构件 B 为伸出轴，所以标号为 (P) ；中心轮 K_2 为固定件 e ，中心轮 K_1 为原始机构的基本构件 d 。基本活齿传动的激波器 H_2 和活齿轮 G_2 封闭了差动活齿传动的中心轮 K_1 和活齿轮 G_1 ，故该封闭式活齿传动为“包含从动件 B 封闭的 $P-S$ 型活齿传动”。

2) 计算该 $P-S$ 型活齿传动的传动比根据式 (3-26) 则有，

$$\begin{aligned} i_{H_1G_1}^{K_2} &= i_{AB}^d + i_{dA}^d(1 - i_{AB}^d) \\ &= i_{H_1G_1}^{K_1} + i_{H_2G_2}^{K_2}(1 - i_{H_1G_1}^{K_1}) \end{aligned}$$

将 $i_{H_1G_1}^{K_1} = |z_{G_1}/(z_{G_1} - z_{K_1})| = 24$ ； $i_{G_2H_2}^{K_2} = |(z_{G_2} - z_{K_2})$

$/z_{G_2}| = 1/14$ 代入上式中得

$$\begin{aligned} i_{H_1G_1}^{K_2} &= i_{H_1G_1}^{K_1} + i_{H_2G_2}^{K_2}(1 - i_{H_1G_1}^{K_1}) \\ &= 24 + 14(1 - 24) \\ &= 346 \end{aligned}$$

第四章 活齿传动的齿形理论

随着活齿传动的结构不断出现和新齿形相继提出，根据某种传动形式或特定的齿形来研究活齿传动，已经不能完全适应工业发展的需要，有必要研究反映活齿传动啮合本质的齿形分析普遍理论。本章介绍的“活齿传动齿形分析的等效机构法”，用来分析各类活齿传动的齿形，是一种用低副等效机构轨迹综合理论研究活齿传动齿形综合的通用齿形理论。

第一节 齿形研究的两类基本问题

图4-1a、图4-2a分别为移动活齿传动和摆动活齿传动的结构模型。结构模型表明，两种传动的共同特征是啮合副都由两个高副和一个低副组成：活齿、中心轮组成共轭齿形A，活齿、激波器组成条件运动副B，活齿、活齿架组成低副C。它们的区别在于低

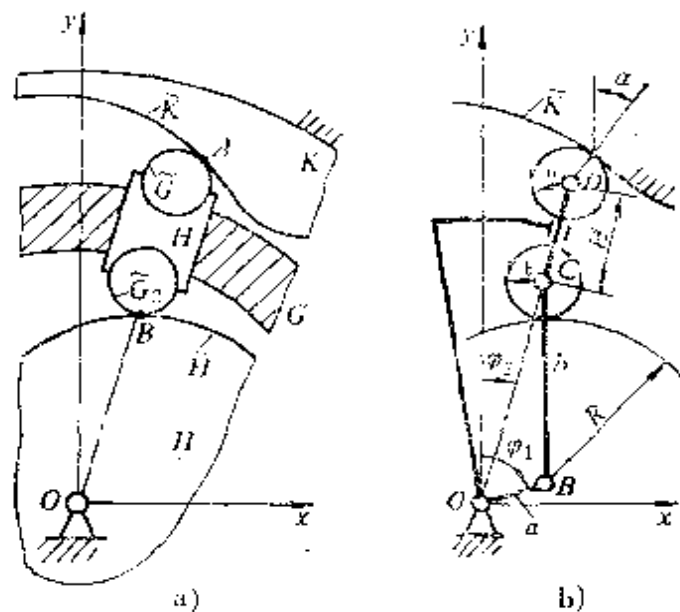


图4-1 移动活齿传动的结构模型及等效机构

副C的形式:移动活齿传动为移动副,转动活齿传动为转动副。所以,当活齿传动的结构型式(移动活齿传动或转动活齿传动)确定之后,影响活齿传动共轭运动的是组成共轭齿形 A 和条件运动副 B 的四个运动副元素。

设中心轮齿形曲线为 \tilde{K} ,活齿外端曲线为 \tilde{G}_1 ,活齿内端曲线为 \tilde{G}_2 ,激波器轮廓曲线为 \tilde{H} ,则活齿传动齿形综合可归纳为两类基本问题:

1. 齿形综合正解问题 选定条件运动副 B 的两曲线——活齿内端曲线 \tilde{G}_2 、激波器轮廓曲线 \tilde{H} 为简单曲线,并给定共轭齿形 A 的两曲线——活齿外端曲线 \tilde{G}_1 、中心轮齿形曲线 \tilde{K} 中的任一个时,按已知运动规律求与其相共轭的齿形曲线。齿形综合正解问题的实质是,根据条件运动副 B 用包络理论求活齿传动的共轭齿形 A 。

2. 齿形综合反解问题 选定共轭齿形 A 的两曲线——活齿外端曲线 \tilde{G}_1 、中心轮齿形曲线 \tilde{K} 为简单曲线,并给定条件运动副 B 的两曲线——活齿内端齿形 \tilde{G}_2 、激波器轮廓曲线 \tilde{H} 中的任一个时,按已知运动规律求与其共轭的齿形曲线。齿形综合反解问题的实质是,根据共轭齿形 A 用包络理论反求激波器轮廓曲线 \tilde{H} 。

上述两类齿形综合问题概括了各种型式活齿传动的齿形综合问题。下面我们利用“齿形分析的等效机构法”分别推导出移动活齿传动和摆动活齿传动齿形综合正、反解通用方程式,并用实例说明其应用。

第二节 活齿传动齿形综合正解

一、移动活齿传动齿形综合正解

应用活齿传动的等效机构综合活齿传动共轭齿形或条件运动副两元素曲线的方法称为活齿传动齿形分析的等效机构法。

应用齿形分析的等效机构法求解活齿传动齿形综合正解时,

首先要找到移动活齿传动和摆动活齿传动的低副等效机构。应用“高低副替代原理”，将条件运动副 B 活齿内端齿形 \widetilde{G}_2 ——激波器轮廓曲线 \widetilde{H} 变换成低副结构的条件是：

1) 替代前后，机构的自由度不变。为此，引入一个运动件 BC 和两个转动副 B 、 C 去替代高副 B 。

2) 替代前后，机构的运动情况不变。为此，要求把引入的两个低副放在高副 B 两个运动副元素的曲率中心上。

据此，可获得移动活齿传动和摆动活齿传动齿形综合正解的低副等效机构。

移动活齿传动的等效机构：图4-1b所示，当移动活齿传动的条件运动副 B 的两运动副元素活齿内端齿形 \widetilde{G}_2 和激波器轮廓曲线 \widetilde{H} 都是圆弧时，则它们的曲率中心是固定的点，使引入的运动构件 BC 长度等于活齿内端圆弧齿形半径 r 和激波器轮廓圆弧半径 R 之和，即 $b = r + R = \text{const}$ ，这样便得到移动活齿传动的低副运动等效机构——两自由度曲柄导杆机构 OBC ，因等效机构中的各杆件长不变，所以称完全等效机构。等效机构滑块上 D 点的轨迹曲线的等距线即为中心轮的理论齿形曲线。这样，活齿传动的齿形综合就转化为低副等效机构的轨迹综合了。

应用图4-1b所示移动活齿传动的等效机构，研究齿形综合正解问题：选择固定坐标系 Oxy 与中心轮 K 固连，中心轮的几何中心 O 为坐标原点，它的齿间对称轴为 y 轴。选定条件运动副 B 两元素 \widetilde{H} 、 \widetilde{G}_2 和活齿外端曲线 \widetilde{G}_1 均为圆弧，则中心轮 K 的理论齿廓曲线 \widetilde{K} 为：半径等于 r_b 的活齿按运动规律

$$s_c = a \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z_K \varphi_2} \quad (4-1)$$

在活齿架径向导槽中移动，中心轮等速转动时，活齿外端曲线 \widetilde{G}_1 曲线族的包络，其方程为

$$\begin{cases} x = (a \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z_K \varphi_2} + H) \sin \varphi_2 + r_b \sin \alpha \\ y = (a \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z_K \varphi_2} + H) \cos \varphi_2 + r_b \cos \alpha \end{cases} \quad (4-2)$$

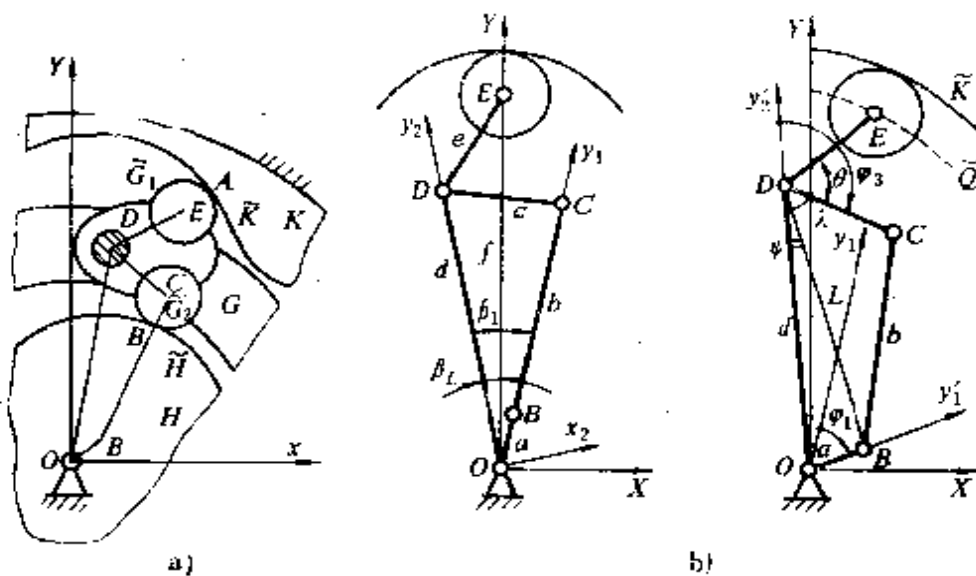


图4-2 摆动活齿传动的结构模型及等效机构

$$\alpha = \arctg[d(s_e \cos \varphi_2) / d(s_e \sin \varphi_2)]$$

式(4-2)表明,中心轮理论齿廓曲线是激波器的偏心量 a 、半径 R 、活齿半径 r_s 、活齿几何中心位置 H 、活齿轮转角 φ_2 及齿数 z_K 的函数。中心轮齿数 z_K 已由活齿传动要求实现的传动比所确定。

图2-12a所示为内激波推杆活齿传动的结构模型,用高副低代原理,可以得到相应的低副等效机构。用上述同样的方法,可以得到内激波推杆活齿传动的外齿中心轮 K 的齿形综合正解。推导出的理论齿形为内端活齿齿形 \tilde{G}_1 曲线族的内包络曲线。方程式的形式与式(4-2)相同,仅活齿半径 r_s 前的符号为负。

在中心轮理论齿廓曲线方程式(4-2)的基础上,考虑等效机构运动学尺寸 a 、 $b(R+r_s)$ 误差,活齿轮转角 φ_2 误差及活齿内端滚子几何中心的向径 s_e 误差,则可得到概括上述五种误差的中心轮齿廓曲线通用方程式:

$$X = [(a \pm \Delta a) \cos z_K (\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2) + \sqrt{(b \pm \Delta R)^2 - (a \pm \Delta a)^2 \sin^2 z_K (\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2)} + (H \pm \Delta s_c)] \sin(\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2) + (r_b \pm \Delta r_b) \sin \alpha \quad (4-3)$$

$$Y = [(a \pm \Delta a) \cos z_K (\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2) + \sqrt{(b \pm \Delta R)^2 - (a \pm \Delta a)^2 \sin^2 z_K (\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2)} + (H \pm \Delta s_c)] \cos(\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2) + (r_b \pm \Delta r_b) \cos \alpha$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} - d \{ [(a \pm \Delta a) \cos z_K (\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2) + \sqrt{(b \pm \Delta R)^2 - (a \pm \Delta a)^2 \sin^2 z_K (\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2)} + (H \pm \Delta s_c)] \cos(\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2) \} / d \{ [(a \pm \Delta a) \cos z_K (\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2) + \sqrt{(b \pm \Delta R)^2 - (a \pm \Delta a)^2 \sin^2 z_K (\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2)} + (H \pm \Delta s_c)] \sin(\varphi_2 \pm \Delta \varphi_2) \}$$

中心轮齿廓曲线通用方程式 (4-3) 可用于选择活齿传动齿廓修形方式, 研究实际齿形或近似齿形的啮合状态及真实运动规律, 分析各共轭齿形的间隙变化规律及载荷分布规律, 为齿形测量、精度分析等创造了条件。

中心轮齿廓曲线上某点的曲率, 表示该点附近齿廓曲线的弯曲程度, 它描绘了齿廓曲线的几何特征, 是研究活齿传动的承载能力、润滑状态等所依据的重要参数。由微分几何知, 中心轮齿廓曲线的相对曲率 K_r 为

$$K_r = \dot{x} \ddot{y} - \ddot{x} \dot{y} \quad (a)$$

式中的 x 、 y 值为滚柱活齿传动滚柱几何中心轨迹曲线坐标, 由式 (4-4) 确定

$$\begin{cases} x = a(\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}) \sin \varphi_2 \\ y = a(\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}) \cos \varphi_2 \end{cases} \quad (4-4)$$

$$\dot{x} = \frac{dx}{ds} = - \sqrt{\frac{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}{(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2}} \times \left(\frac{z_K \sin z_K \varphi_2 \sin \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} - \cos \varphi_2 \right)$$

$$\ddot{y} = \frac{dy}{ds} = - \sqrt{\frac{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}{(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2}} \left(\frac{z_K \sin z_K \varphi_2 \sin \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} - \sin \varphi_2 \right)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{dx}{ds} \\ &= - \frac{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}}{a(\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2})[(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2]^2} \\ &\quad \times \{ z_K^2 i_{HG}^2 \cos z_K \varphi_2 \sin \varphi_2 \\ &\quad + z_K \sin z_K \varphi_2 \cos \varphi_2 [(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2] \\ &\quad + \frac{z_K^2 i_{HG}^2 \sin z_K \varphi_2 \cos z_K \varphi_2 \cos \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \\ &\quad \left. \frac{[(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2](\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2) \sin \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \frac{dy}{ds} \\ &= - \frac{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}}{a(\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2})[(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2]^2} \\ &\quad \times \{ z_K^2 i_{HG}^2 \cos z_K \varphi_2 \cos \varphi_2 \\ &\quad - z_K \sin z_K \varphi_2 \sin \varphi_2 [(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2] \\ &\quad - \frac{z_K^2 i_{HG}^2 \sin z_K \varphi_2 \cos z_K \varphi_2 \sin \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \\ &\quad \left. \frac{[(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2](\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2) \cos \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \right\} \end{aligned}$$

将 \dot{x} 、 \dot{y} 、 \ddot{x} 、 \ddot{y} 代入式 (a)，经整理得滚柱几何中心轨迹曲线的相对曲率 K ，

$$K_r = \frac{z_K^2 \lambda^2 \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} [(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2]}{a (\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}) [(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2]^{3/2}} \quad (4-5)$$

式中 λ ——活齿与激波器两圆弧的中心距 b 和偏心圆激波器偏心距 a 之比, $\lambda = b/a = (R + r_b)/a$, λ 为激波系数。

在中心轮原始齿廓曲线——滚柱活齿几何中心轨迹曲线的齿顶有最大曲率值, 将 $\varphi_2 = \pi/z_K$ 代入式 (4-5) 得 $K_{r_{max}}$.

$$K_{r_{max}} = \frac{\lambda - z_K^2}{a(\lambda - 1)\lambda} \quad (4-6)$$

中心轮原始齿廓曲线的最小曲率半径为

$$\rho_{min} = \frac{a(\lambda - 1)\lambda}{\lambda - z_K^2} \quad (4-7)$$

由于中心轮理论齿廓曲线是其原始齿廓曲线的等距线, 所以当 ρ_{min} 大于滚柱活齿半径 r_b 时, 中心轮的理论齿廓曲线就是连续的; 当 $\rho_{min} \leq r_b$ 时, 中心轮的理论齿廓曲线要发生顶切现象, 据此可写出中心轮理论齿廓曲线不顶切条件 (或称连续条件) .

$$\frac{a(\lambda - 1)\lambda}{\lambda - z_K^2} - r_b \geq 0 \quad (4-8)$$

连续的齿廓曲线有传动平稳、参加啮合的齿数多等优点, 所以设计活齿传动时, 一般总是希望得到连续的齿廓曲线。可用式 (4-8) 检查中心轮理论齿廓曲线的连续性。

连续的齿廓曲线由凸凹两段曲线组成, 凸凹曲线的接合点称拐点。拐点位置可以根据拐点处的相对曲率最小这个条件, 由式 (4-5) 来确定, 令式 (4-5) 的分子等于零即得拐点方程

$$z_K^2 \lambda^2 \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} [(z_K^2 - 1) \sin^2 z_K \varphi_2 + \lambda^2] = 0 \quad (4-9)$$

下面我们应用“齿形分析的瞬时等效机构法”求解移动活齿传动齿形综合正解。

当选定条件运动副 B 的两个运动副元素活齿内端曲线 \tilde{G}_2 和激

波器轮廓曲线 \tilde{H} 为非圆弧曲线时，则它们的曲率中心位置随时间而变，等效机构的曲柄长 a 和连杆长 b 为激波器转角的函数，则

$$a = f(\varphi_1), \quad b = F(\varphi_1)$$

这时，活齿传动的等效机构为“瞬时等效机构”——变曲柄连杆长的两自由度曲柄导杆机构。

1. 非圆弧曲线的曲率中心轨迹方程 应用瞬时等效机构进行活齿传动的齿形分析时，首先要建立活齿内端曲线 \tilde{G}_2 和激波器轮廓曲线 \tilde{H} 的曲率中心轨迹方程式。

由高等数学知：已知曲线 C 的方程是 $y = f(x)$ ，如图4-3所示，且其二阶导数 y'' 在点 x 不为零，则曲线 C 在对应点 $M(x, y)$ 的曲率中心 $D(\alpha, \beta)$ 的坐标为

$$\begin{cases} \alpha = x - y'(1 + y'^2)/y'' \\ \beta = y + (1 + y'^2)/y'' \end{cases} \quad (4-10)$$

式中， $y = f(x)$ ， $y' = f'(x)$ ， $y'' = f''(x)$ ，而把 x 作为参数。

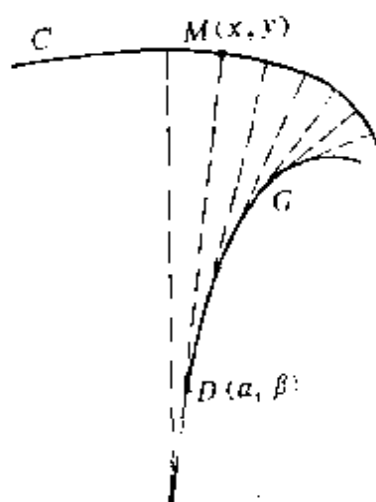


图4-3 曲线的渐屈线

当点 $M(x, f(x))$ 沿曲线 C 移动时，对应的曲率中心 D 的轨迹曲线 G 称为曲线 C 的渐屈线。所以式(4-10)就是曲线 C 的曲率中心轨迹曲线——渐屈线参数方程式。

2. 共轭曲线曲率中心的距离及方位 设活齿传动条件运动副 B 的两运动副元素——活齿内端曲线 \tilde{G}_2 和激波器轮廓曲线 \tilde{H} 以某种运动规律运动，如图4-4所示。传动要求曲线 \tilde{G}_2 与曲线 \tilde{H} 在 M 点时刻保持相切接触，并推动曲线 \tilde{H} 作一定的运

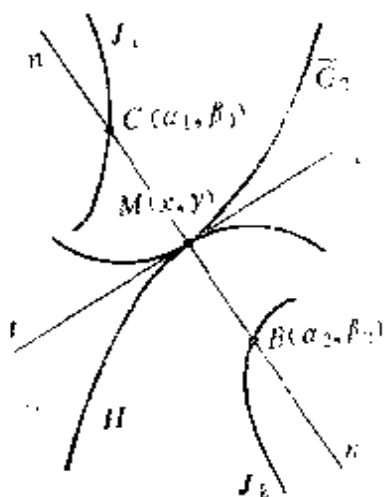


图4-4 共轭曲线曲率中心的距离

动, 则称曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 是在共轭运动条件下互为“共轭曲线”。既然两曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 在 M 点相切, 则在 M 点必然有公共的切线 $t-t$ 和法线 $n-n$, 而它们要能连续地相切传动, 既不产生干涉, 又不互相脱离, 则曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 在 M 点的相对速度 v^{12} 一定沿公切线方向, 或者说, v^{12} 要与法线矢量 n 垂直, 因此两曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 的连续传动条件为

$$v^{12} \cdot n = 0$$

因为曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 的曲率中心必定在过切点 M 的公法线上, 所以满足啮合方程 $v^{12} \cdot n = 0$ 的一对共轭曲线, 它们的曲率中心轨迹曲线也必然是连续的。

设活齿内端曲线 \widetilde{G}_2 和激波器轮廓曲线 \widetilde{H} 方程分别为 $y_1 = f(x_1)$ 和 $y_2 = f(x_2)$ 。在啮合点 $M(x, y)$ 处, \widetilde{G}_2 上的点 $M_1(x_1, y_1)$ 与 \widetilde{H} 上的点 $M_2(x_2, y_2)$ 重合, 且其二阶导数 y'' 在该点不为零, 则曲线 \widetilde{G}_2 与 \widetilde{H} 在 M 点处就有相对应的一对曲率中心 $C(\alpha_1, \beta_1)$ 与 $B(\alpha_2, \beta_2)$ 。曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 在共轭运动的过程中, 可找到一系列对应的曲率中心, 这些曲率中心所形成的连续曲线 J_1 、 J_2 为曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 的渐屈线, 其方程分别为

$$\begin{cases} \alpha_1 = x_1 - y_1'(1 + y_1'^2)/y_1'' \\ \beta_1 = y_1 + (1 + y_1'^2)/y_1'' \end{cases} \quad (4-11)$$

$$\begin{cases} \alpha_2 = x_2 - y_2'(1 + y_2'^2)/y_2'' \\ \beta_2 = y_2 + (1 + y_2'^2)/y_2'' \end{cases} \quad (4-12)$$

这里 x 看作是参数, 在消去参数 x 后, 可得到曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 的渐屈线的直角坐标方程 $F(\alpha, \beta) = 0$, 求出 (α_1, β_1) 、 (α_2, β_2) 后, 即可得到某一位置时的活齿内端曲线和激波器轮廓曲线两曲率中心的距离

$$b = |CB| = \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2 - \beta_1)^2} \quad (4-13)$$

其方位则为两曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 瞬时接触点 M 处的公法线, 此公法线方程由两曲率中心 $C(\alpha_1, \beta_1)$ 与 $B(\alpha_2, \beta_2)$ 确定, 设 α_n 、 β_n 为其公法线上任意一点之坐标, 则公法线方程为

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_2 - \beta_1} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

在任意一点的位置时，激波器轮廓曲线中心 $B(\alpha_2, \beta_2)$ 到其回转中心 O 的距离，称瞬时等效机构在该位置时的曲柄长 a ，为

$$a = |OB| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (4-14)$$

3. 齿形分析的瞬时等效机构法 应用活齿传动的变曲柄连杆长瞬时等效机构，分析共轭齿形或条件运动副两运动副元素的方法，称活齿传动齿形分析的瞬时等效机构法。

当活齿传动的活齿内端曲线 \widetilde{G}_2 、激波器轮廓曲线 \widetilde{H} 均为非圆弧曲线或 \widetilde{H} 单独为非圆弧曲线时，瞬时等效机构的曲柄 a 、连杆 b 是活齿内端、激波器轮廓高副接触点位置的函数，这时，如选定共轭齿形 A 中的活齿外端曲线 \widetilde{G}_1 为圆弧，则中心轮的理论齿形 \widetilde{K} 方程式可表达为

$$\begin{cases} x = [(a \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z_K \varphi_2}) + h] \sin \varphi_2 + r_b \sin \alpha \\ y = [(a \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z_K \varphi_2}) + h] \cos \varphi_2 + r_b \cos \alpha \\ \alpha = \operatorname{arctg}(-dy/dx) \\ b = \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2 - \beta_1)^2} \\ a = \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2} \end{cases} \quad (4-15)$$

如果活齿内端曲线 \widetilde{G}_1 单独为非圆曲线，则瞬时等效机构中的曲柄 a 等于偏心圆激波器的偏心距 e ，式(4-15)中的曲柄长为 $a = e = \text{const.}$

二、摆动活齿传动齿形综合正解

选定摆动活齿、激波器高副 B 两运动副元素曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} ，并给定摆动活齿、中心轮高副 A 两运动副元素曲线 \widetilde{G}_1 、 \widetilde{K} 中的一个时，则中心轮齿形曲线 \widetilde{K} （或摆动活齿齿形曲线 \widetilde{G}_1 ）为激波器 H 和活齿轮 G 在共轭运动 $i_{HG}^k = \omega_1/\omega_2$ 条件下，摆动活齿齿形曲线 \widetilde{G}_1 （或中心轮齿形曲线 \widetilde{K} ）的包络。此为摆动活齿传动齿形综合正解。

图2-6a所示为摆动活齿、中心轮高副 A 任一位置的啮合情况。

选定摆动活齿 G 、激波器 H 高副 B 两运动副元素均为凸圆弧，则根据高低副替代理论，可将其变换成运动等效机构——二自由度曲柄摇杆机构 $OBCD$ 。如图4-2b所示。应用摆动活齿传动的等效机构，可推导出中心轮齿形方程式。

设：曲柄 a 和连杆 b 拉直重合时为起始位置，坐标系 OXY 与中心轮 K 固联，中心轮 K 的几何中心 O 为坐标原点，摆动活齿几何中心 E 在 XY 轴上；动坐标系 Ox_1y_1 与激波器 H 固联， y_1 轴与 OB 杆重合；动坐标系 Ox_2y_2 与活齿轮 G 固联， y_2 轴与 OD 杆重合。给定摆动活齿传动等效机构的尺寸参数 a 、 b 、 c 、 d 、 e 及 θ ；曲柄 a 与杆 d 的传动比 $i_{KG}^s = \omega_1/\omega_2 = z_G$

在起始位置， X 轴与 x_2 轴的夹角 β_2 为

$$\beta_2 = \arccos\left(\frac{d^2 + f^2 - e^2}{2df}\right)$$

x_2 轴与 x_1 轴的夹角 β_1 为

$$\beta_1 = \arccos\left(\frac{d^2 + (b+a)^2 - c^2}{2db}\right)$$

令 $BD = L$ ，则

$$L^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cos\varphi_1$$

当 $0 \leq \varphi_1 \leq \pi$ 时， $\varphi_2 = \angle DBC - \phi$ ， $\varphi_3 = \pi - \lambda - \phi$

当 $0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi$ 时， $\varphi_2 = \angle DBC + \phi$ ， $\varphi_3 = \pi - \lambda + \phi$

所以， $\varphi_2 = \angle DBC \mp \phi$

$$\varphi_3 = \pi - \lambda \mp \phi$$

$$\text{故 } \varphi_3 = \pi - \arccos\left(\frac{c^2 + L^2 - b^2}{2CL}\right) \mp \arccos\left(\frac{d^2 + L^2 - a^2}{2aL}\right)$$

在坐标系 Ox_2y_2 中，向径 s_B 可以写成

$$s_B = d^2 + e^2 + 2decos(\varphi_3 - \theta)$$

将其变换到坐标系 OXY 中，可得中心轮 K 原始轮廓曲线 \tilde{Q} 的参数方程式

$$\rho_{\tilde{Q}} = [d^2 + e^2 + 2decos(\varphi_3 - \theta)] \cdot [\cos z_G \varphi_1, \sin z_G \varphi_1]$$

根据上式，可写出其距离为 r_b 的关于 \tilde{Q} 的外等距曲线 \tilde{K} 的参数方程，即内齿中心轮理论齿形曲线 \tilde{K} 方程为

$$\rho_{\tilde{K}} = \left\{ \begin{aligned} x(\varphi_1) - \frac{r_b y_1(\varphi_1)}{[x_1^2(\varphi_1) + y_1^2(\varphi_1)]^{1/2}}, \\ y(\varphi_1) + \frac{r_b x_1(\varphi_1)}{[x_1^2(\varphi_1) + y_1^2(\varphi_1)]^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (4-16)$$

式中， $x(\varphi_1) = \rho(\varphi_1) \cos z_G \varphi_1$

$$y(\varphi_1) = \rho(\varphi_1) \sin z_G \varphi_1$$

$$\rho(\varphi_1) = [d^2 + e^2 + 2de \cos(\varphi_3 - \theta)]$$

$$x_1(\varphi_1) = \rho_1(\varphi_1) \cos z_G \varphi_1 - \rho(\varphi_1) z_G \sin z_G \varphi_1$$

$$y_1(\varphi_1) = \rho_1(\varphi_1) \sin z_G \varphi_1 + \rho(\varphi_1) z_G \cos z_G \varphi_1$$

$$\rho_1(\varphi_1) = -2de \sin(\varphi_3 - \theta)$$

如果摆动活齿传动的等效机构——二自由度曲柄摇杆机构 $OBCD$ 中，四杆的尺寸有这样的关系： $OB = CD$ ， $BC = OD$ ， $\theta = 0^\circ$ ，则等效机构演化成为平行四边形机构，如图4-5所示。在这种情况下，摆动活齿传动齿形综合正解——中心轮的理论齿形为摆线，其方程为

$$\begin{cases} X = (a \sin \varphi_1 + b \sin \varphi_2) \pm r_b \sin \beta \\ Y = (a \cos \varphi_1 + b \cos \varphi_2) \pm r_b \cos \beta \end{cases} \quad (4-17)$$

$$\operatorname{tg} \beta = - \left[\frac{d(a \cos \varphi_1 + b \cos \varphi_2)}{d(a \sin \varphi_1 + b \sin \varphi_2)} \right] = \left[\frac{a i_{HG}^K \cos \varphi_2 + b \cos \varphi_2}{a i_{HG}^K \sin \varphi_2 + b \sin \varphi_2} \right]$$

式中 i_{HG}^K ——当中心轮 K 固定，激波器 H 主动、活齿轮 G 从动时活齿传动的传动比；

$\pm r_b$ ——活齿半径 r_b 前，正号表示中心轮为内齿轮，齿形

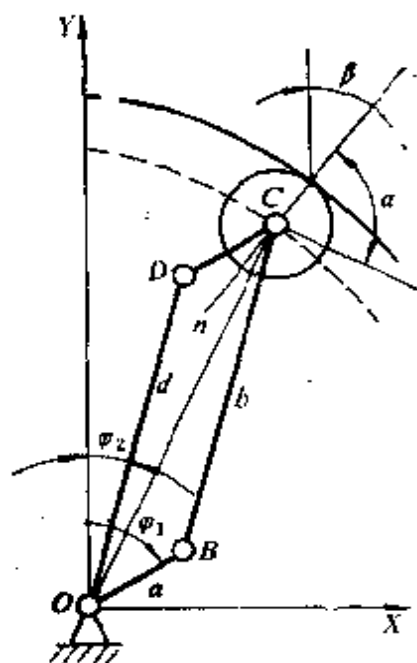


图4-5 摆动活齿传动的平行四边形等效机构

为原始齿形的外等距线；负号表示中心轮为外齿，齿形为原始齿形的内等距线。

摆动活齿传动的等效机构除平行四边形机构外，还可以形成反平行四边形机构。由于反平行四边形机构两连架杆的角速度不同，所以当激波器 H 以匀角速度 ω_1 转动时，它推动摆动活齿以变角速度 ω_3 转动。摆动活齿以 ω_3 运动规律运动的圆族内、外包络曲线分别为外齿中心轮和内齿中心轮的齿形曲线。其方程为

$$\begin{cases} X = (b\sin\varphi_1 + a\sin\varphi_3) \pm r_b \sin\alpha \\ Y = (b\cos\varphi_1 + a\cos\varphi_3) \pm r_b \cos\alpha \end{cases} \quad (4-18)$$

$$\alpha = \arctg \left\{ \frac{b\sin\varphi_1 + a\varphi_3' \sin\varphi_3}{b\cos\varphi_1 + a\varphi_3' \cos\varphi_3} \right\}$$

式中， $\varphi_3 = 2\arctg \left[\frac{G + (G^2 + E^2 - F^2)^{1/2}}{E - F} \right]$

$$G = 2a^2 \sin\varphi_1$$

$$E = 2a^2 \cos\varphi_1 - 2ab$$

$$F = -2a^2 + 2ab\cos\varphi_1$$

$$\varphi_3' = \frac{2 \left[G' + \frac{GG' + EE' - FF'}{(G^2 + E^2 + F^2)^{1/2}} (E - F) \right]}{(E - F)^2 + (G + (G^2 + E^2 - F^2)^{1/2})^2} - \frac{2(G + (G^2 + E^2 - F^2)^{1/2})(E' - F')}{(E - F)^2 + (G + (G^2 + E^2 - F^2)^{1/2})^2}$$

式中 G' 、 E' 、 F' ——分别为 G 、 E 、 F 对 φ_1 角的导数。

考虑到等效机构的运动学尺寸 a 、 b 、活齿轮转角 φ_2 误差，便得到概括上述误差的中心轮 K 齿廓曲线通用方程式

$$\begin{cases} X = (a + \Delta a) \sin\varphi_1 + (b + \Delta R + \Delta r_b) \sin(\varphi_2 + \Delta\varphi_2) \\ \quad \pm (r_b + \Delta r_b) \sin\beta \\ Y = (a + \Delta a) \cos\varphi_1 + (b + \Delta R + \Delta r_b) \cos(\varphi_2 + \Delta\varphi_2) \\ \quad \pm (r_b + \Delta r_b) \cos\beta \end{cases} \quad (4-19)$$

$$\operatorname{tg}\beta = \left[\frac{(a + \Delta a) i_{HG}^K \cos(\varphi_2 + \Delta\varphi_2) + (b + \Delta R + \Delta r_b) \cos(\varphi_2 + \Delta\varphi_2)}{(a + \Delta a) i_{HG}^K \sin(\varphi_2 + \Delta\varphi_2) + (b + \Delta R + \Delta r_b) \sin(\varphi_2 + \Delta\varphi_2)} \right]$$

式中 Δa ——偏心距偏差；
 ΔR ——激波器几何半径偏差；
 Δr_s ——摆动活齿几何半径偏差；
 $\Delta \varphi_2$ ——活齿轮转角偏差。

第三节 活齿传动齿形综合反解

一、移动活齿传动齿形综合反解

如图4-1a所示，选定活齿、中心轮高副A两运动副元素 \tilde{G}_1 、 \tilde{K} ，并给定活齿、激波器高副B两运动副元素 \tilde{G}_2 、 \tilde{H} 中的一个，则激波器轮廓曲线 \tilde{H} （或活齿齿形曲线 \tilde{G}_2 ）为激波器 H 和活齿轮 G 在共轭运动 $i_{HG}^k = \omega_H/\omega_G$ 条件下，活齿齿形曲线 \tilde{G}_2 （或激波器轮廓曲线 \tilde{H} ）的包络。此为活齿传动齿形综合反解。

1. 齿形综合反解的已知条件及等效机构 活齿传动齿形综合的已知条件通常是：推杆活齿内、外端齿形曲线 \tilde{G}_2 、 \tilde{G}_1 及中心轮的齿形曲线 \tilde{K} 。

推杆活齿内端齿形 \tilde{G}_2 ，一般选用凸圆弧。为提高其加工精度及降低成本，工程实践中常采用标准件——短圆柱滚子，已被生产检验证明传动效果良好。

推杆活齿外端齿形 \tilde{G}_1 ，为了标准化、通用化及活齿体的加工工艺性，选用和活齿内端齿形相同的曲线是适宜的，也可选用直线。

中心轮齿形 \tilde{K} 可选用工艺性好的简单曲线，如凸、凹圆弧，渐开线，直线等。

这样，推杆活齿外端——中心轮高副A的两运动副元素 \tilde{G}_1 、 \tilde{K} ，可得到四种常用齿形组合形式。应用“高低副替代原理”，可获得这四种组合形式的等效机构。表4-1列出了四种齿形组合形式及其等效机构，可供查用。

表4-1 齿形综合反解的齿形组合形式及其等效机构

活齿外端齿形 \widetilde{G}_1	中心轮齿形 \widetilde{K}	等效机构
凸圆弧	凹圆弧	曲柄导杆机构
凸圆弧	渐开线	变曲柄导杆机构
凸圆弧	直线	滑块导杆机构
直线	凸圆弧	摆块导杆机构

2. 激波器原始轮廓曲线 \widetilde{E} 方程式 根据活齿内端、中心轮高副 A 常用的四种齿形组合形式的等效机构，可以求出对应的激波器原始轮廓曲线 \widetilde{E} 方程式。

图4-6所示为活齿外端、中心轮高副 A 在任一位置的啮合情况。当高副 A 的两运动副元素为凸凹圆弧组合时，其等效机构为曲柄导杆机构。下面我们应用曲柄导杆机构推导激波器的原始轮廓曲线 \widetilde{E} 方程式。

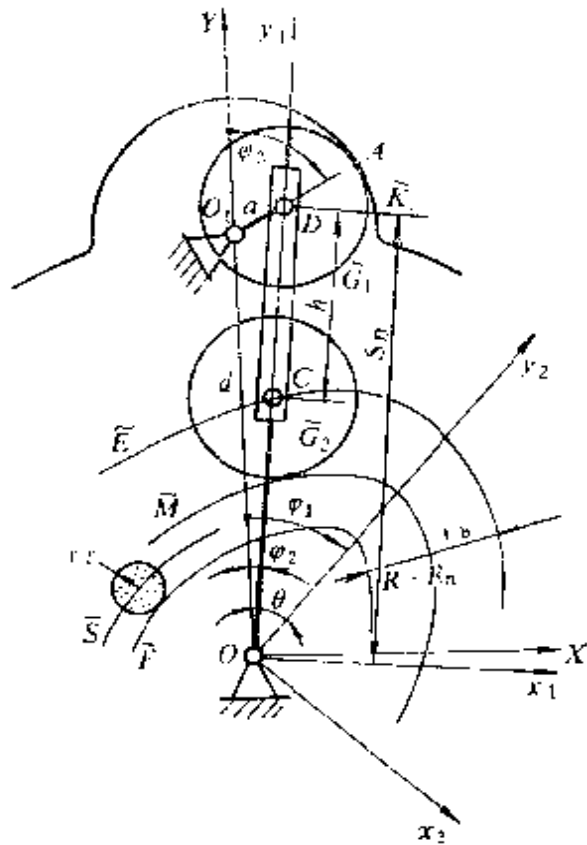


图4-6 移动活齿传动高副 A 为凸凹圆弧组合的等效机构

设：固定坐标系 OXY ，动坐标系 Ox_1y_1 与导杆固联，动坐标系 Ox_2y_2 与激波器固联， y_1 、 y_2 轴与 Y 轴重合时为起始位置。转动后， y_1 轴与 Y 轴的夹角为 φ_2 ， y_2 轴与 Y 轴的夹角为 φ_1 ， y_1 轴与 y_2 轴的夹角为 θ 。

在图4-6中， OO_1 的长为 d ， O_1D 的长为 a ， DO 的长为 s_D 。这

样, 在 $\triangle OO_1D$ 中有

$$s_D = d \cos \varphi_2 \pm (a^2 - d^2 \sin^2 \varphi_2)^{1/2}$$

在上式中, 当 $0 \leq \varphi_3 \leq \pi/2$ 及 $3\pi/2 \leq \varphi_3 \leq 2\pi$ 时取正号; 当 $\pi/2 \leq \varphi_3 \leq 3\pi/2$ 时取负号。 φ_1 、 φ_2 、 φ_3 的关系为

$$\varphi_3 = \arccos \left(\frac{s_D \cos \varphi_2 - d}{a} \right)$$

$$\varphi_2 = 2\varphi_1 / z_G$$

z_G 为活齿数。如果设 CD 的长为 h , 当与激波器固联的坐标系 Ox_2y_2 绕中心 O 转动时, C 点在坐标系 Ox_2y_2 中就描绘出激波器的原始轮廓曲线 \tilde{E} , 其 \tilde{E} 的参数方程为

$$\rho_{\tilde{E}} = \{ \rho_c \cos(\pi/2 + \theta), \rho_c \sin(\pi/2 + \theta) \}$$

其中, $\rho_c = s_D - h$, 为 $\rho_{\tilde{E}}$ 的向径 OC 。由 φ_1 、 φ_2 、 θ 、 z_G 间的关系, 曲线 \tilde{E} 的参数方程也可写成

$$\begin{aligned} \rho_{\tilde{E}} = \{ & d \cos(2\varphi_1 / z_G) \pm [a^2 - d^2 \sin^2(2\varphi_1 / z_G)]^{1/2} - h \} \\ & \times \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{2} + \frac{(z_G - 2)\varphi_1}{z_G} \right], \sin \left[\frac{\pi}{2} + \frac{(z_G - 2)\varphi_1}{z_G} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4-20)$$

根据求出的激波器原始轮廓曲线 \tilde{E} 的方程式(4-20), 可以写出距离为 $(r_b + R - R_n)$ 的关于 \tilde{E} 的内等距曲线 \tilde{F} 的参数方程

$$\begin{aligned} \rho_{\tilde{F}} = \left\{ x(\varphi_1) - \frac{(r_b + R - R_n)y_1(\varphi_1)}{(x_1^2(\varphi_1) + y_1^2(\varphi_1))^{1/2}}, \right. \\ \left. y(\varphi_1) + \frac{(r_b + R - R_n)x_1(\varphi_1)}{(x_1^2(\varphi_1) + y_1^2(\varphi_1))^{1/2}} \right\} \end{aligned} \quad (4-21)$$

当用展成法加工双相凸轮轮廓曲线 \tilde{F} 时, 与刀具中心轨迹方程 \tilde{F} 的距离为刀具半径 r_T 的外等距曲线 \tilde{S} , 有

$$\begin{aligned} \rho_{\tilde{S}} = \left\{ x(\varphi_1) - \frac{(r_b + R - R_n - r_T)y_1(\varphi_1)}{(x_1^2(\varphi_1) + y_1^2(\varphi_1))^{1/2}}, \right. \\ \left. y(\varphi_1) + \frac{(r_b + R + R_n - r_T)x_1(\varphi_1)}{(x_1^2(\varphi_1) + y_1^2(\varphi_1))^{1/2}} \right\} \end{aligned} \quad (4-22)$$

在以上两式中

$$x(\varphi_1) = \rho(\varphi_1) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{z_G - 2}{z_G} \varphi_1\right),$$

$$y(\varphi_1) = \rho(\varphi_1) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{z_G - 2}{z_G} \varphi_1\right),$$

$$\rho(\varphi_1) = d \cos(2\varphi_1/z_G) \pm [a^2 - d^2 \sin^2(2\varphi_1/z_G)]^{1/2} - h,$$

$$x_1(\varphi_1) = -\rho_1(\varphi_1) \sin \frac{(z_G - 2)\varphi_1}{z_G} - \frac{\rho(\varphi_1)(z_G - 2)}{z_G} \\ \times \cos \frac{(z_G - 2)\varphi_1}{z_G},$$

$$y_1(\varphi_1) = \rho_1(\varphi_1) \cos \frac{(z_G - 2)\varphi_1}{z_G} + \frac{\rho(\varphi_1)(z_G - 2)}{z_G} \sin \frac{(z_G - 2)\varphi_1}{z_G},$$

$$\rho_1(\varphi_1) = -\frac{2d}{z_G} \sin\left(\frac{2\varphi_1}{z_G}\right) \pm \frac{d^2 \sin(4\varphi_1/z_G)}{z_G [a^2 - d^2 \sin^2(2\varphi_1/z_G)]^{1/2}}$$

二、摆动活齿传动齿形综合反解

如图4-2a所示, 选定活齿外端、中心轮高副A两运动副元素 \widetilde{G}_1 、 \widetilde{K} , 并给定活齿内端、激波器高副B两运动副元素 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{H} 中的一个, 则激波器轮廓曲线 \widetilde{H} (或活齿内端齿形曲线 \widetilde{G}_2) 为激波器 \widetilde{H} 和活齿轮 \widetilde{G} 在共轭运动 $i_{HG}^K = \omega_H/\omega_G$ 条件下, 活齿内端齿形曲线 \widetilde{G}_2 (或激波器轮廓曲线 \widetilde{H}) 的包络。此为摆动活齿传动齿形综合的反解。

1. 已知条件及等效机构 摆动活齿传动齿形综合反解的已知条件通常是: 摆动活齿内、外端齿形曲线 \widetilde{G}_2 、 \widetilde{G}_1 及中心轮的齿形曲线 \widetilde{K} 。一般摆动活齿内端齿形 \widetilde{G}_2 选用圆弧, 外端齿形 \widetilde{G}_1 选用圆弧或直线; 中心轮齿形 \widetilde{K} 可选用凹圆弧、摆线、直线、渐开线等, 这样, 摆动活齿外端、中心轮高副A的两运动副元素 \widetilde{G}_1 、 \widetilde{K} 可得到多种组合形式: 凸圆弧、凹圆弧; 凸圆弧、摆线; 凸圆弧、直线等。应用高低副替代原理, 每一种曲线组合都可以演化出它们的低副等效机构。

2. 激波器原始轮廓曲线 \tilde{E} 方程式 图4-7b所示为摆动活齿外端、中心轮高副A在任一位置的啮合情况。摆动活齿外端齿形 \tilde{G}_1 为凸圆弧，圆弧中心在E点，中心轮齿形曲线K凹圆弧，圆弧中心在 O_1 点。根据高低副替代原理，可找到它的低副等效机构——曲柄摇杆机构 O_1EDO 。根据运动等效机构连杆上任一点轨迹综合理论，可求出连杆EDC上任一点C的轨迹，该轨迹即为激波器原始轮廓曲线 \tilde{E} 。下面推导曲线 \tilde{E} 的方程式。

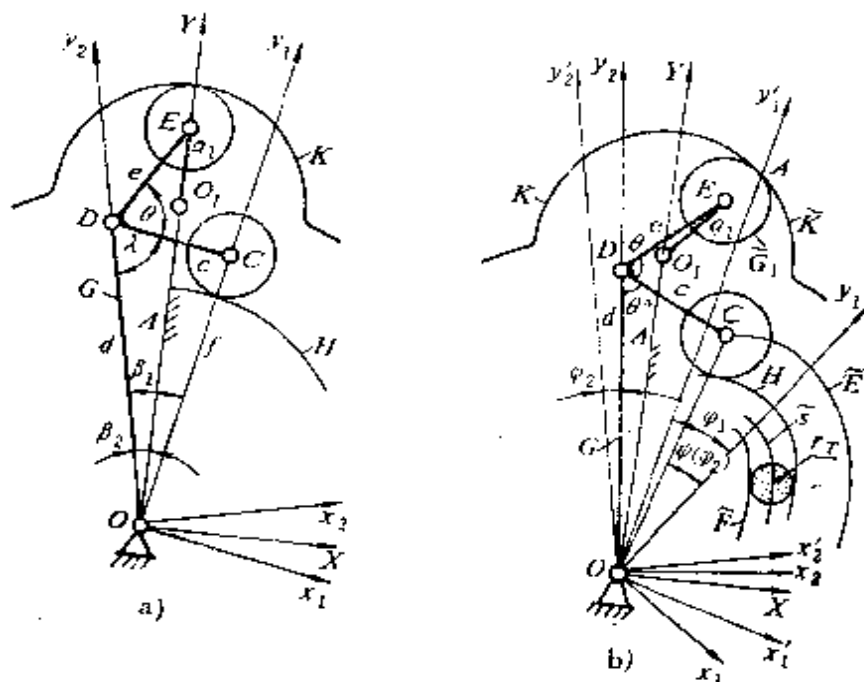


图4-7 摆动活齿传动高副A为凸、凹圆弧组合的等效机构

设：等效机构——曲柄摇杆机构 O_1EDO 中的曲柄 O_1E 与机架 OO_1 拉直重合时为起始位置。如图4-7a所示，固定坐标系 OXY 与中心轮 K 固联，中心轮 K 的几何中心 O 为坐标原点；动坐标系 Ox_2y_2 与活齿轮 G 固联， y_2 轴与 OD 杆重合；动坐标系 Ox_1y_1 与激波器 H 固联， y_1 轴与激波器 H 的最大向径重合；给定等效机构的尺寸参数 $OO_1 = A$ ， $O_1E = a_1$ ， d ， c ， e 及 θ 角；激波器 H 主动、活齿轮 G 从动的传动比 $i_{HG}^K = \omega_1/\omega_2 = z_G$ 。

在起始位置， Y 轴与 y_1 轴的夹角 β_2 为

$$\beta_2 = \arccos\left(\frac{d^2 + (A + a_1)^2 - e^2}{2d(A + a_1)}\right)$$

y_2 轴与 y_1 轴的夹角 β_1 为

$$\beta_1 = \arccos\left(\frac{d^2 + f^2 - c^2}{2df}\right)$$

式中， $f = (c^2 + d^2 - 2cd\cos\lambda)^{1/2}$ ，

$$\lambda = \arccos\left(\frac{e^2 + d^2 - (A + a_1)^2}{2ed}\right)$$

如图4-7b所示，当 y'_2 轴绕坐标原点 O 顺时针转 φ_2 角转到 y_2 时， y'_1 轴将绕 O 点顺时针转 φ_1 角转到 y_1 ， φ_1 、 φ_2 角之间的关系由传动比 $i_{HG}^K = \varphi_1/\varphi_2 = z_G$ 所确定，而 C 点在坐标系 Ox_1 、 y_1 中就描绘出激波器 H 的原始轮廓曲线 \tilde{E} ， \tilde{E} 的参数方程为

$$\rho_{\tilde{E}} = \{\rho(\varphi_2)\cos[\pi/2 + \psi(\varphi_2)], \rho(\varphi_2)\sin[\pi/2 + \psi(\varphi_2)]\} \quad (4-23)$$

式中， $\rho(\varphi_2) = [c^2 + d^2 - 2cd\cos\theta^*(\varphi_2)]^{1/2}$ ，

$$\psi(\varphi_2) = \left(\frac{z_G}{2} - 1\right)\varphi_2 + \beta_1 - \arccos\left[\frac{d^2 + [\rho(\varphi_2)]^2 - c^2}{2d\rho(\varphi_2)}\right]$$

$\theta^*(\varphi_2) = \arccos u(\varphi_2) + \arccos v(\varphi_2) - \theta$

$$u(\varphi_2) = \frac{d - A\cos(\beta_2 - \varphi_2)}{[d^2 + A^2 + 2dA\cos(\beta_2 - \varphi_2)]^{1/2}}$$

$$v(\varphi_2) = \frac{d^2 + A^2 - 2dA\cos(\beta_2 - \varphi_2) + e^2 - a_1^2}{2e[d^2 + A^2 - 2dA\cos(\beta_2 - \varphi_2)]^{1/2}}$$

根据求出的激波器原始轮廓曲线 \tilde{E} 的方程式(4-23)，可以写出距离为 $(r_b + R - R_n)$ 的关于 \tilde{E} 的内等距曲线 \tilde{F} 的参数方程

$$\rho_{\tilde{F}} = \left\{ \begin{aligned} x(\varphi_2) - \frac{(r_b + R - R_n)y_1(\varphi_2)}{[x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2)]^{1/2}}, \\ y(\varphi_2) + \frac{(r_b + R + R_n)x_1(\varphi_2)}{[x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2)]^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

式中, $x(\varphi_2) = -\rho(\varphi_2)\sin\psi(\varphi_2)$;

$$y(\varphi_2) = \rho(\varphi_2)\cos\psi(\varphi_2);$$

$\rho(\varphi_2)$ 、 $\psi(\varphi_2)$ 、 $\theta^*(\varphi_2)$ 、 $u(\varphi_2)$ 、 $v(\varphi_2)$ 均与式(4-23)中的意义相同。

$$x_1(\varphi_2) = -\rho_1(\varphi_2)\sin\psi(\varphi_2) - \rho(\varphi_2)\cos\psi(\varphi_2) \cdot \psi_1(\varphi_2);$$

$$y_1(\varphi_2) = \rho_1(\varphi_2)\cos\psi(\varphi_2) - \rho(\varphi_2)\sin\psi(\varphi_2) \cdot \psi_1(\varphi_2);$$

$$\rho_1(\varphi_2) = cd\sin\theta^*(\varphi_2) \cdot \theta_1^*/\rho(\varphi_2);$$

$$\psi_1(\varphi_2) =$$

$$\left(\frac{ze}{2} - 1\right) + \frac{\rho_1(\varphi_2)(\rho^2(\varphi_2) - d^2 + c^2)}{\rho(\varphi_2)[(2d\rho(\varphi_2))^2 - (d^2 + \rho^2(\varphi_2) - c^2)^2]^{1/2}};$$

$$\theta_1^* = -\frac{u_1(\varphi_2)}{[1 - u^2(\varphi_2)]^{1/2}} - \frac{v_1(\varphi_2)}{[1 - v^2(\varphi_2)]^{1/2}};$$

$$u_1(\varphi_2) = \frac{A^2\sin(\beta_2 - \varphi_2)[d\cos(\beta_2 - \varphi_2) - A]}{[d^2 + A^2 - 2dA\cos(\beta_2 - \varphi_2)]^{3/2}};$$

$$v_1(\varphi_2) =$$

$$\frac{-dA\sin(\beta_2 - \varphi_2)[d^2 + A^2 - 2dA\cos(\beta_2 - \varphi_2) - e^2 + a_1^2]}{2e[d^2 + A^2 - 2dA\cos(\beta_2 - \varphi_2)]^{3/2}}.$$

当用展成法加工激波凸轮轮廓曲线 \tilde{F} 时, 刀具中心轨迹为与 \tilde{F} 的距离为刀具半径 r_T 的外等距曲线 \tilde{S} , 其方程为

$$\rho_{\tilde{S}} = \left\{ \begin{aligned} x(\varphi_2) - \frac{(r_b + R + R_n - r_T)y_1(\varphi_2)}{[x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2)]^{1/2}}, \\ y(\varphi_2) + \frac{(r_b + R + R_n - r_T)x_1(\varphi_2)}{[x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2)]^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (4-25)$$

式中, $x(\varphi_2)$ 、 $y(\varphi_2)$ 、 $x_1(\varphi_2)$ 、 $y_1(\varphi_2)$ 与式(4-24)中的意义相同。

在式(4-23)~式(4-25)中, 所确定的曲线 $\rho_{\tilde{E}}$ 、 $\rho_{\tilde{F}}$ 、 $\rho_{\tilde{S}}$, 只是坐标系 Ox_2y_2 中第二象限中的工作部分曲线, 如果要得到完整的闭凸曲线, 只需对上面的曲线作关于 Ox_2 轴、 Oy_2 轴及原点 O 的对称曲线, 间断部分用适当的光滑曲线进行连接, 就可得到激波器的轮

廓曲线。

第四节 活齿传动齿廓修形原理及方法

为使共轭齿形获得齿侧间隙和改善传动性能，应对无侧隙的理论齿形进行修形。正确选择齿廓修形三要素——修形曲线、修形量、修形长度是获得优良齿形的关键。“转角等距移距齿廓修形法”是一种提高活齿传动承载能力和传动效率的一种修形方法。

一、活齿传动齿廓修形原理

1. 齿廓修形的概念和目的 有意识地微量修削理论齿廓，使实际齿廓形状偏离理论齿廓，称齿廓修形。对于一般二副件齿轮副，因共轭齿廓是唯一的，所以齿廓修形的对象很明确，即对共轭齿廓进行修形。但活齿传动的共轭齿廓却因选择不同的齿形综合方案而异，所以齿廓修形的对象也随之发生变化，因此为深入研究齿廓修形的目的和方法，应首先明确活齿齿轮副齿廓修形的概念。

活齿传动齿廓修形包括如下两类，即直接修形与间接修形。直接修形即对共轭齿廓 A 修形，直接使其形成间隙，称直接修形。组成共轭齿廓的一个运动副元素，通常是活齿的轮廓，一般是选定简单曲线，为使其工艺性良好，对它不应再修形；而另一个运动副元素是由齿形综合正解得到的复杂曲线，通常是中心轮的齿形，一般只对它修形。

间接修形即对条件运动副 B 修形，或改变组成啮合副的低副的位置，间接使共轭齿廓形成间隙称间接修形。组成条件运动副 B 的两个运动副元素多半是简单曲线，对其修形后，希望在达到修形目的同时，被修形的运动副元素仍然是简单曲线。

由此可知，齿廓修形理论的核心是研究理论齿廓曲线和实际齿廓曲线间的关系问题。

无论是直接修形还是间接修形，它们要达到的目的都是相同

的。即

1) 获得齿侧间隙 为了改善活齿传动的润滑条件,减小磨损,提高啮合效率,为了补偿加工误差、装配误差、弹性变形和热膨胀变形等,活齿传动实际应用的共轭齿廓间需要有适当的齿侧间隙。活齿传动共轭齿廓间获得齿侧间隙的方法是齿廓修形。

2) 调整各对共轭齿廓间的载荷分配 研究表明,在活齿传动的各共轭齿廓间的载荷分配不同,即在活齿中心轮的工作齿廓上,不同啮合点上的载荷不同,啮合效率也不同。当中心轮工作齿廓由齿形综合正解确定之后,工作齿廓上的载荷分配规律及啮合效率变化规律也随之确定。通过对中心轮工作齿廓的微量修削,使参与啮合的各对共轭齿廓间形成不同的间隙,以此来调整各对共轭齿廓间的载荷分配,使中心轮工作齿廓拐点处的载荷达到允许的最大值,可提高活齿传动共轭齿廓的接触强度和机构总的啮合效率。

3) 实现共轭齿廓合理的啮合部位 研究表明,活齿传动的共轭齿廓在中心轮工作齿廓的齿顶段和齿根段啮合时,受力状态恶劣,尤其是齿顶部分,将发生早期破坏;而在工作齿廓拐点附近啮合时,其压力角 α_s 最小,受力状态良好,啮合效率高。用齿廓修形来调整中心轮工作齿廓的实际啮合段,在满足允许重合度 ϵ 的条件下,实现共轭齿廓合理啮合部位。

2. 齿廓修形原理 齿廓修形需在修形装置上进行。关于活齿传动齿形形成原理及装置将在第五章中详述,这里为讲述修形原理,先简单地介绍一下齿廓修形装置:活齿轮 G 固定的活齿传动类型为中心轮齿形形成的“转化机构”。设想在转化机构中,活齿架的径向导槽演化成刀架的导轨,用半径等于活齿半径 r_s 的圆柱体刀具代替活齿,用相应的曲柄滑块机构推动刀架沿径向导轨作往复运动,使其复现活齿在活齿架导槽中的运动规律。用机械传动保证激波器 H 和中心轮 K 的传动比 $i_{HK}^G = (\omega_H - \omega_G) / -\omega_G$,于是转化机构便演化成齿形加工装置。

当齿形加工装置的尺寸参数曲柄 a 、连杆 b 、活齿半径 r_s ，刀具几何位置 H （图4-1b）等采用活齿传动对应的尺寸参数时，则齿形加工装置在运动过程中，圆柱体刀具齿形圆族的外包络线便为中心轮的理论齿形曲线。

有目的地改变齿形加工装置和刀具的某些尺寸，加工出来的中心轮齿形就要发生变化，当变化的齿形与理论齿形发生不一致时，则理论齿形与变化齿形重迭的不一致部分就被修削掉，这就是中心轮齿形的修形原理

3. 各修形量的修形特征 为使活齿传动的实际齿形和理论齿形间形成较理想的间隙形状，首先要了解各修形量形成齿形的特征。我们以理论齿形为基准，与改变各修形量后得到的实际齿形进行比较，得到各修形量形成齿形的特征如下：

1) 激波凸轮偏心距修形量 Δa 在齿形展成加工装置上加工中心轮理论齿形时，所取激波凸轮实际偏心距对其理论值的增量 Δa ，称激波凸轮实际偏心距修形量。应用参数分析方法，以 $(\pm \Delta a)$ 代替中心轮理论齿形方程式(4-2)中的 a ，即得有偏心距修形量 Δa 的实际齿形方程式。应用电子计算机绘图技术，对实际齿形曲线 $(\Gamma'、\Gamma'')$ 和理论齿形曲线 (Γ) 进行比较，其结果示于图4-8a中。从中可以看出， Δa 为正的齿形特征是由齿形中部到齿根间隙逐渐增加，到齿顶过盈逐渐增加 $(\Gamma''$ 曲线)， Δa 为负的齿形特征刚好相反 $(\Gamma'$ 曲线)。

偏心距齿廓修形的加工工艺不难实现，只要更换一个偏心套即可。但修形后实际齿廓与理论齿廓在齿顶或齿根部分有重迭，所以在传动时，在共轭齿廓间重迭的部分将发生卡死现象，故偏心距修形不能单独使用。

2) 等距修形量 Δr_s 在齿形展成加工装置上加工中心轮理论齿形时，所取刀具半径对圆柱活齿半径 r_s 的增量 Δr_s ，称等距修形量。以 $(r_s \pm \Delta r_s)$ 代替理论齿形方程式(4-2)中的 r_s ，即得有等距修形量 Δr_s 的中心轮实际齿形方程式。如图4-8b所

示，实际齿形曲线 (Γ') 是理论齿形曲线 (Γ) 的等距线。 Δr_s 为正时在全齿廓上形成间隙； Δr_s 为负时在全齿廓上形成过盈。等距修形的加工工艺很容易实现，更换一把刀具便可。

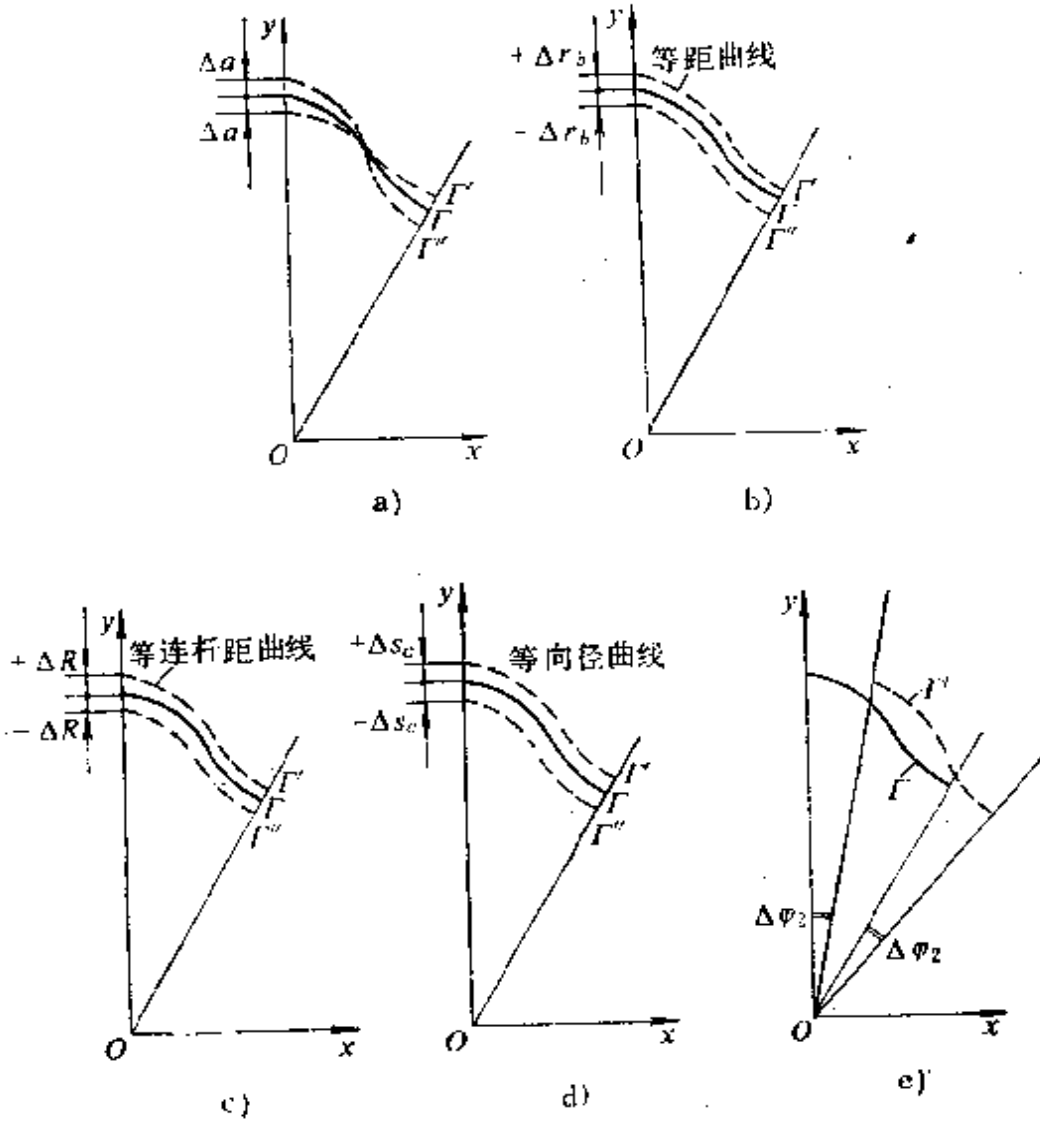


图4-8 各修形量形成齿形的特征

3) 连杆长修形量 Δb 在齿形展成加工装置上加工中心轮理论齿形时，采用的连杆长对其理论值 b 的增量 Δb ，称连杆修形量。以 $(b \pm \Delta b)$ 代替中心轮理论齿形方程式(4-2)中的 b ，即得有连杆长修形量 Δb 的中心轮实际齿形方程式。如图4-8c所示，实际齿形曲线 (Γ' 、 Γ'') 是理论齿形曲线 (Γ) 的等连杆距曲线。

连杆长修形量 Δb 形成齿形的特征是改变了齿廓曲线的径向位置，在中心轮全齿廓上形成间隙或过盈。连杆长修形的加工工艺也较容易实现，只要把齿形展成加工装置的连杆更换一个即可。因为连杆长 b 等于活齿半径（刀具半径） r_b 和激波器几何半径 R 之和 $b = r_b + R$ ，而 r_b 的改变为等距修形量 Δr_b ，有其自身的修形特征，所以连杆长修形量 Δb 实际上就等于激波器几何半径修形量 ΔR ，即 $\Delta b = \Delta R$ 。

在加工中心轮齿形时，选择工艺参数——附加转角 $\Delta\varphi_2$ 、径向移距 Δs_e ，也可以对中心轮理论齿形进行直接的微量修削。

径向移距修形量 Δs_e 在齿形展成加工装置上加工中心轮理论齿形时，刀具几何中心位置的实际向径对其理论向径 s_e 的增量 Δs_e ，称径向移距修形量。以 $(s_e \pm \Delta s_e)$ 代替式(4-2)中的 s_e ，即得有径向位移修形量 Δs_e 的实际齿形方程式。在工程实践中，采用径向移距修形加工工艺是最简单的，只要将刀具相对工作台中心移开(或移近)一个距离 Δs_e 即可。相当于中心轮齿形中径由理论值增大(或减小) Δs_e 。在中心轮齿形展成加工的过程中，离不开径向移距修形。 Δs_e 形成齿形的特征是，如图4-8d所示，实际齿形曲线(Γ' 、 Γ'')是理论齿形曲线(Γ)的等向径曲线。实际齿形曲线和理论齿形曲线间相差甚微，但可以改变齿形在向径方向上的位置，在整个齿廓上形成间隙(或过盈)。

转角修形量 $\Delta\varphi_2$ 在齿形展成加工装置上加工中心轮理论齿形时，当理论齿形展成加工完成之后，使工作台上的中心轮工件再转一个附加转角 $\Delta\varphi_2$ ，以微量修削内齿轮理论齿形的一侧齿廓。 $\Delta\varphi_2$ 形成齿形的特征是，如图4-8d所示，实际齿形曲线(Γ')和理论齿形曲线(Γ)的形状是相同的，只是改变了它在圆周方向上的位置，在圆周方向形成间隙，但在齿顶和齿根处是无间隙的，故转角修形不能单独使用。

在工程实践中，采用转角修形的工艺方法是：通过附加运动链，使中心轮工件附加转过一个微小的角度 $\Delta\varphi_2$ ，从而改变了中

心轮一侧理论齿形的初始位置，使中心轮的轮齿变薄，使整个齿廓上都形成齿侧间隙。显然，转角修形要求中心轮齿形展成加工装置有相应的功能，这一点在设计加工装置时应引起足够的重视。

上述5种齿廓修形方式，除了转角修形和偏心距修形不能单独使用外，其余3种修形方式可以单独使用。但由于各修形量对齿廓形状的影响不同，单独使用的效果不够理想。如果有选择的将它们中的几种有效的组合起来，适当选择它们的修形量，采用综合齿廓修形法，可使共轭齿廓得到比较理想的间隙形状。

二、活齿传动齿廓修形方法

明确的修形目的靠合理的修形方法来达到。从广义上来讲，齿轮齿廓的修形方法分一次修形和二次修形两类。一次修形法是在展成理论齿形的过程中，通过改变展成加工装置的齿形参数和工艺参数，给理论齿形以微量修削，使实际齿形偏离理论齿形的一种方法；而二次修形法是在展成理论齿形之后，应用齿廓修形的附加装置再对其进行微量修削的一种修形方法。它们的优缺点是明显的。我们应用一次修形原理对活齿齿轮副的齿廓修形加以研究。

1. 活齿传动的直接修形 对活齿传动共轭齿廓的修形称直接修形。我们按齿形综合正解，选定活齿——中心轮高副 A 为共轭齿廓。由受力分析的结果知，当共轭齿廓在中心轮齿形中部啮合时其压力角最小，受力状态最好；而在齿顶和齿根处啮合时，受力状态恶劣。所以根据上述各修形量形成的齿形特征，搜索找到避免中心轮齿顶齿根参与啮合并形成理想间隙的修形方法很有实际意义。

负等距正移距 $(-\Delta r_b, +\Delta s_c)$ 修形法 令中心轮齿形通用方程式 (4-3) 中的修形量 Δr_b 为负值， Δs_c 为正值，其余三个修形量为零，则得到负等距正移距 $(-\Delta r_b, +\Delta s_c)$ 修形方程式

$$\begin{cases} x = \left[a \left(\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \right) (H + \Delta s_e) \right] \sin \varphi_2 \\ \quad + (r_b - \Delta r_b) \sin \alpha \\ y = \left[a \left(\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \right) (H + \Delta s_e) \right] \cos \varphi_2 \\ \quad + (r_b - \Delta r_b) \cos \alpha \end{cases} \quad (4-26)$$

用式(4-26)确定的修形曲线 Γ_2 去微量修削式(4-2)确定的理论齿形曲线 Γ_1 ,使中心轮的齿顶和齿根部分形成间隙,是负等距正移距修形要达到的主要目的。当 $(-\Delta r_b, +\Delta s_e)$ 取不同的值时,会出现图4-9所示的两种情况:

Γ_2' 、 Γ_2'' 与 Γ_1 不相交 修形曲线 Γ_2' 不能修削理论齿形 Γ_1 ,而修形曲线 Γ_2'' 又把理论齿形 Γ_1 完全修削掉,两条修形曲线都不能达到齿廓修形的目的,所以是不可取的。

Γ_2 与 Γ_1 相交于B、C两点 修形曲线 Γ_2 在形成的过程中,对理论齿形 Γ_1 的齿顶和齿根进行微量修削,使中心轮的齿顶和齿根形成逐渐增大的间隙,且齿顶齿根间隙和工作齿廓段BC的大小可以通过合理选择参数 $(-\Delta r_b, +\Delta s_e)$ 的组合来控制,这正是提高活齿传动的啮合效率、接触强度及承载能力所需要的。

负等距正移距修形法又称顶根修形法。它不但解决了中心轮齿顶齿根参与啮合时受力状态恶劣的难题,且可提高活齿传动的传动性能。因为中心轮齿形顶根修形后,啮入的活齿承受的载荷量在逐渐增加,啮出的活齿承受的载荷量在逐渐的释放,延缓了啮出卸载和啮入承载的过程,减轻了啮入啮出的冲击,所以顶根修形法在直接修形中占有重要地位,在几种使用效果好的综合修

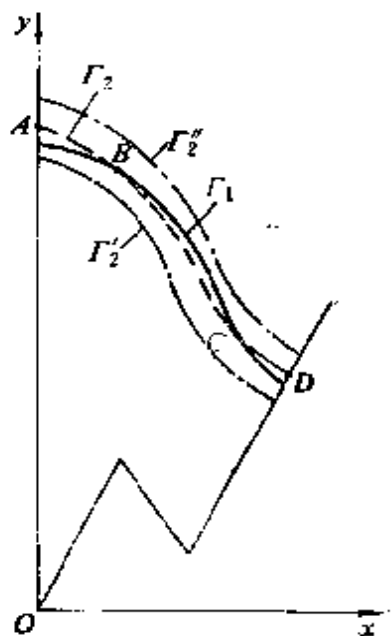


图4-9 负等距正移距修形曲线

形法中都采纳了顶根修形法。

活齿传动的多齿啮合特点及由此带来的承载能力高、传动平稳等一系列优点，是在活齿传动共轭齿廓无侧隙啮合条件下得出的。在工程实践中，共轭齿廓间必须有齿侧间隙，如果形成齿侧间隙的方法不恰当，活齿传动上述优点将不同程度的丧失，所以要求活齿传动共轭齿廓间在形成足够的齿侧间隙的同时，能够最大限度的保持多齿啮合带来的优点，这是活齿传动齿廓修形要解决的核心问题之一。

转角等距移距修形法 是一种提高承载能力及传动性能的综合齿廓修形法。它吸取了顶根修形的优点，又保持了多齿啮合的性能。令中心轮齿形曲线通用方程式(4-3)中的修形量 Δr_s 为负值，移距修形量 ΔH 和转角修形量 $\Delta\varphi_2$ 为正值，偏心距修形量 $\Delta\alpha$ 和连杆长修形量 ΔR 为零，即得转角等距移距修形曲线方程式。

在齿廓修形装置上进行转角等距移距修形的步骤是：

1) 展成理论齿形 采用理论齿形参数：激波凸轮的偏心距 α ，活齿半径 r_s ，激波凸轮半径 R ；应用径向进刀法使刀具的几何中心逐渐接近它的理论位置（即使 $-\Delta s_e$ 逐渐增加，直至 $\Delta s_e = 0$ ），在齿形展成加工装置上加工出式(4-2)确定的中心轮理论齿形 Γ_0 ，齿形 Γ_0 在图4-10中没有示出。

2) 转角修形 $\Delta\varphi_2$ 令齿形曲线通用方程式(4-3)中的修形量 $\Delta\varphi_2$ 为正值，其余的四个修形量 $\Delta\alpha$ 、 ΔR 、 Δs_e 、 Δr_s 分别为零，得转角修形曲线 Γ_1 方程式。工艺方法是：当中心轮的理论齿形 Γ_0 展成加工完成之后，再单独使中心轮工件附加转 $\Delta\varphi_2$ 角，以微量修削中心轮理论齿形 Γ_0 的一侧齿廓。转角修形的齿形特征是：修形曲线 Γ_1 仅改变中心轮理论曲线 Γ_0 在圆周方向上的位置，因此它保持了理论齿形曲线 Γ_0 具有多齿啮合的特征，转角修形使中心轮轮齿变薄，使共轭齿廓间在圆周方向上形成齿侧间隙，但在齿顶和齿根处仍无间隙。

3) 负等距正移距修形 $(-\Delta r_s, +\Delta s_e)$ 令齿形曲线通用

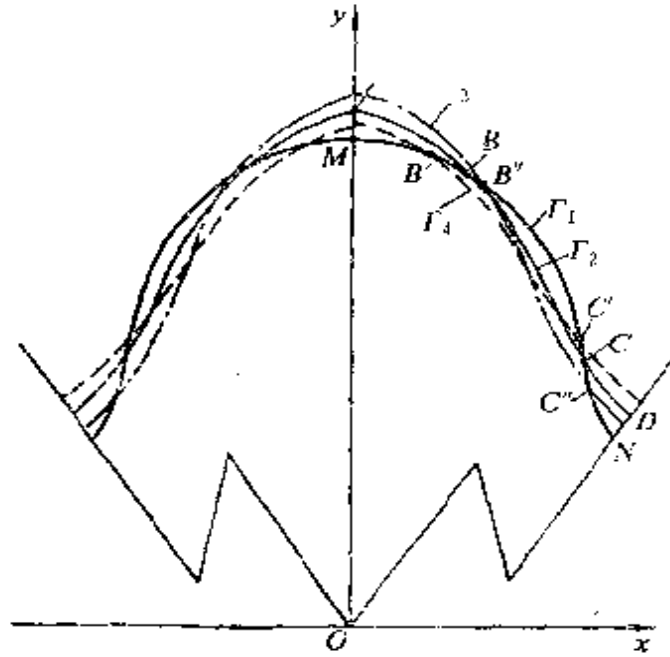


图4-10 转角等距移距修形曲线

方程式(4-3)中的等距修形量 Δr_s 为负值,移距修形量 Δs_e 为正值,其余三个修形量 Δa 、 ΔR 、 $\Delta \varphi_2$ 为零,则得到负等距正移距($-\Delta r_s$, $+\Delta s_e$)修形曲线 Γ_2 方程式。工艺方法是:当中心轮的转角修形曲线 Γ_1 展成加工完成之后,更换刀具,使其半径对活齿半径 r_s 的增量为 $-\Delta r_s$ 。而后采用正移距 $+\Delta s_e$ 的方法,形成负等距正移距修形曲线 Γ_2 ,去微量修削转角修形曲线 Γ_1 。修形的效果是:中心轮齿顶和齿根形成逐渐增大的间隙,且间隙的大小和齿廓修形长度,可通过调整参数组合($-\Delta r_s$, $+\Delta s_e$)来控制。

中心轮经转角等距移距修形后,得到实际齿形曲线 $ABCD$,参照图4-10分析其特征:

BC段 转角修形曲线 Γ_1 的中间部分,与 Γ_1 接触的诸活齿都参加啮合,称BC段为中心轮齿形实际工作段。BC段愈长,同时参加啮合的齿数愈多,活齿传动的实际重合度 ε 愈大,传动愈平稳,每一对共轭齿廓分担的载荷愈小。齿廓BC段的齿形压力角小,受力状态好,啮合效率高,齿形曲率小,接触强度高,承载能力大。

AB 、 CD 段 等距移距修形曲线 Γ_2 对转角修形曲线 Γ_1 微量修削的一段，在 AB 、 CD 段上的诸活齿都不参加啮合，称这两段为中心轮齿形非工作段。在 AB 、 CD 段上，由 B 到 A 、由 C 到 D 形成逐渐增大的间隙，从根本上消除了受力状态恶劣的齿顶齿根啮合，减小了啮入啮出冲击，并使活齿传动获得过载保护性能。

由中心轮实际齿形曲线 $ABCD$ 的特征，可搜索出提高活齿传动传动性能的途径，

1) 提高承载能力的途径 适当选择修形量 Δr_s 、 Δs_e ，使齿顶齿根间隙控制在许用范围内，在此前提下，使中心轮齿廓实际工作段—— BC 段尽可能大，增加活齿传动的实际重合度 ϵ ，即增加同时参加啮合的齿对数，可提高承载能力。

2) 提高啮合效率的途径 在采用转角等距移距修形法的同时，附加采用偏心距修形量 Δa ，可调整中心轮齿形实际工作段 BC 在中心轮齿廓上的位置，实现共轭齿廓合理啮合部位，改善其受力状况，可提高共轭齿廓的啮合效率及接触强度。例如，我们在 Γ_2 曲线的基础上，分别附加采用正负偏心距修形量（ $\pm \Delta a$ ），则得到等距移距偏心距综合修形的齿形曲线 Γ_3 、 Γ_4 。如图4-10所示。 Γ_3 、 Γ_4 与 Γ_1 曲线的交点分别为 B'' 、 C'' 和 B' 、 C' 。可以看出，附加正偏心距修形使啮合段的端点 B 、 C 沿齿廓向齿顶方向移动到 B'' 、 C'' 点，附加负偏心距修形使啮合段的端点 B 、 C 沿齿廓向齿根方向移动到 B' 、 C' 点。由此可得出结论：只要适当选择附加偏心距修形量 $\pm \Delta a$ ，即可获得共轭齿廓的合理啮合部位，达到提高活齿传动啮合效率或接触强度的目的。

2. 活齿传动的间接修形 对活齿传动啮合副的“条件运动副”的修形称间接修形。通过对条件运动副两运动副元素的微量修削，间接使共轭齿形间形成齿侧间隙的方法达到修形的目的。

移动活齿传动齿形综合正解的共轭齿廓 A 为活齿、中心轮高副；而活齿、激波器高副为条件运动副。从加工精度和工艺经济性考虑，活齿采用标准件是适宜的。所以间接修形可归结为对活

齿轮导槽方向和激波器轮廓形状的修形（偏心凸轮修形）两种形式。

1) 活齿轮导槽修形 给活齿轮导槽方向一个修形量 l ，间接使共轭齿廓 A 形成间隙，称活齿轮导槽修形（或称导向修形）。活齿传动导向修形的运动等效机构为二自由度偏心曲柄导杆机构，如图4-11所示。选择固定坐标系 Oxy ，设曲柄 a 和连杆 b 在 y 轴上拉直重合时为起始位置。导路左偏时，导杆 OAC 的导槽方向为 AC ，偏距 $l = OA$ ；当曲柄 OB 转到 OB' 时，导杆 $O'A'C'$ 的导槽方向为 $A'C'$ ， $l = OA'$ ，这时导杆的转角为 φ_2 ，有 $\angle A'OA = \varphi_2$ 。

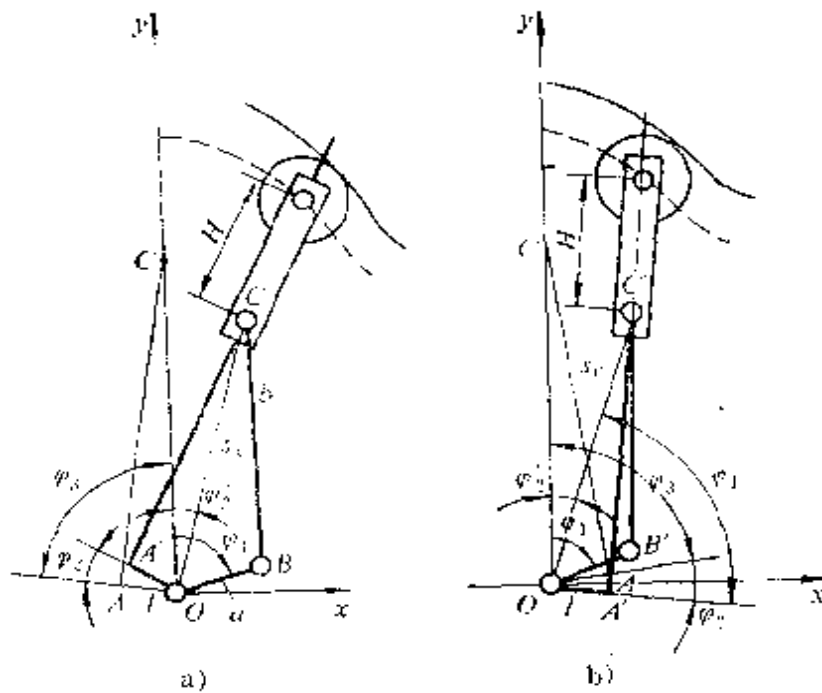


图4-11 活齿轮导槽修形的等效机构

由传动比公式 $i_{HG}^K = (\omega_1/\omega_2) = z_G/(z_G - z_K)$ 及几何关系 $\cos\varphi_3 = l/(a+b)$ ； $\cos(\varphi_3 - \varphi_2 + \varphi_2') = l/s_e$ ， $s_e = a\cos(\varphi_1 - \varphi_2') + \sqrt{b^2 - a^2\sin^2(\varphi_1 - \varphi_2')}$ ，得特征角 φ_2' 方程：

$$l = \cos\{\arccos[l/(a+b) - i_{21}\varphi_1 + \varphi_2']\} [a\cos(\varphi_1 - \varphi_2') + \sqrt{b^2 - a^2\sin^2(\varphi_1 - \varphi_2')}] \quad (4-27)$$

用数值法编程求解式(4-27)，得特征角变化规律 $\varphi_2' =$

$f(\varphi_1)$ ，由此得活齿轮导槽修形方程，

$$\begin{cases} x = a \cos(\varphi_1 - \varphi_2') + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2')} \sin \varphi_2' \\ \quad + H \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + r_b \sin \alpha \\ y = a \cos(\varphi_1 - \varphi_2') + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2')} \cos \varphi_2' \\ \quad + H \sin(\varphi_3 - \varphi_2) + r_b \cos \alpha \\ \alpha = \arctan \left\{ \frac{-d[a \cos(\varphi_1 - \varphi_2') + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2')} \cos \varphi_2' + H \sin(\varphi_3 - \varphi_2)]}{d[a \sin(\varphi_1 - \varphi_2') + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2')} \sin \varphi_2' + H \cos(\varphi_3 - \varphi_2)]} \right\} \end{cases} \quad (4-28)$$

中心轮齿形压力角方程为

$$\alpha_n = 90^\circ - \alpha + \varphi_2'$$

导槽右偏时，由图4-11b所示几何关系知，仅角 φ_2 、 φ_2' 的符号改变，有 $\cos(\varphi_3 + \varphi_2 - \varphi_2') = l/s_c$ ，并由此影响特征角 φ_2'' 的变化规律。用 φ_2'' 表示导槽右偏时的特征角，则 $\varphi_2'' = f(\varphi_1)$ 。用特征角 φ_2'' 替代式(4-31)中的特征角 φ_2' ，即得导槽右偏时的中心轮导向修形齿形方程式。将导槽右偏修形方程与齿廓理论曲线方程比较，可得到导槽修形的齿廓啮合间隙变化规律。

2) 偏心凸轮修形 将偏心圆半径 R 和偏心距 a 修正成 $(R \pm \Delta R)$ 、 $(a \pm \Delta a)$ ，间接使共轭齿廓形成啮合间隙，称偏心凸轮修形（或连杆长修形）。令齿形通用方程式(4-3)中的 ΔR 、 Δa 单独或同时为选定值，其余的修形量为零，即得偏心圆凸轮修形曲线方程。偏心凸轮修形的齿形特征是：修形曲线是理论齿形曲线的等连杆差曲线。 ΔR 为正时，在全齿廓上形成间隙。活齿轮导槽修形和偏心凸轮修形，不用附加齿廓修形装置，工艺简单，加工精度高。齿廓间接修形法在工程实践中应用会得到显著效果。

如果间接修形和直接修形综合应用，可获得更好的修形效果。如经“导向等距移距综合修形”后，首先在全齿廓上形成间隙，实现了齿廓修形的首要目的，保证了活齿传动的正常工作。其次，通过适当选择修形量 $-\Delta r_b$ 、 Δs_c 、 Δl ，控制工作齿廓上形成间隙的规律，调整各对共轭齿廓的载荷分配，实现合理啮合

部位，以提高活齿传动总体传动性能。

第五节 共轭齿形的替代齿形

采用简单曲线（如圆弧、直线等）去替代共轭齿形，主要目的是为了避开较为复杂的理论齿廓曲线（活齿的包络曲线）的加工。由于替代齿形的工艺简单，齿形的加工精度高，可以减少替代齿形与理论齿形替代后的误差，使实际齿形的综合误差控制在允许的范围内。其次，采用替代齿形还可以有利于提高活齿传动某些方面的传动性能，例如，通过采用圆弧替代齿形，使包络曲线齿廓曲线全部都是凹齿，使活齿形成凸凹齿啮合形式，降低了共轭齿形总的诱导曲率，提高了共轭齿廓的接触强度。

一、共轭齿形的圆弧替代

我们以等效机构为平行四边形机构的摆动活齿传动为例，来分析共轭齿形的圆弧替代方法。图4-12所示S-S曲线为中心轮理论曲线，在坐标系Oxy中，其方程由式(4-18)所确定，设激波器H与活齿轮G的转向相同，其传动比 $i_{KC}^H = \varphi_1/\varphi_2 = (z+1)$ ，则中心轮K的理论曲线S-S方程可写成

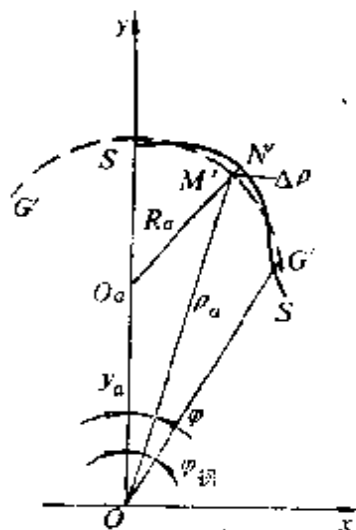


图4-12 中心轮理论齿形的圆弧替代

$$\begin{cases} x = b \sin \varphi_2 + a \sin [(z+1)\varphi_2] + r_b \sin \alpha \\ y = b \cos \varphi_2 + a \cos [(z+1)\varphi_2] + r_b \cos \alpha \end{cases} \quad (4-29)$$

$$\alpha = \arctan \left\{ \frac{b \sin \varphi_2 + a(z+1) \sin [(z+1)\varphi_2]}{b \cos \varphi_2 + a(z+1) \cos [(z+1)\varphi_2]} \right\}$$

$G'-G'$ 为替代圆弧，圆弧中心 O_a 位于y轴上，其坐标值为 $(0, y_a)$ ，圆弧半径为 R_a ，替代圆弧的极坐标方程式为

$$\rho_a^2 + y_a^2 - 2y_a \cos \varphi = R_a^2 \quad (4-30)$$

当用近似齿形圆弧替代摆动活齿传动中心轮的外摆线理论齿形内凹部分之后，必将产生误差。根据误差理论，我们以总的向径误差平方和为目标函数，使其最小来进行优化设计，求出替代圆弧的半径 R_s 及其分布圆半径 y_s 。

根据图4-12所示的几何关系，给定角度 φ ，则相应的替代圆弧的极半径为

$$\rho_a = y_s \cos\varphi + [(y_s \cos\varphi)^2 + R_s^2 - y_s^2]^{1/2} \quad (4-31)$$

被替代的中心轮外摆线理论齿形内凹段的极半径 ρ_L 由下述步骤确定：

首先，应用数值法按下式求出与 φ 值对应的活齿轮转角 φ_2 值

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left\{ \frac{b \cos\varphi_2 + a \cos[(z+1)\varphi_2] + r_b \cos\alpha}{b \sin\varphi_2 + a \sin[(z+1)\varphi_2] + r_b \sin\alpha} \right\} \quad (4-32)$$

式中， α 同式(4-29)。

其次，将求得的 φ_2 值代入式(4-29)，得中心轮外摆线内凹段理论齿形的坐标值 x 、 y ，最后，得到对应的中心轮理论齿形的极半径

$$\rho_L = (x^2 + y^2)^{1/2} \quad (4-33)$$

由式(4-34)、(4-36)得径向误差

$$\Delta\rho = \rho_a - \rho_L \quad (4-34)$$

根据最小二乘法建立目标函数

$$L = \Sigma(\Delta\rho)^2 \longrightarrow \min$$

约束条件为

$$b + a + r_b < R_s + y_s$$

令 φ 值由0变到 φ_0 ， φ_0 为中心轮摆线理论齿形凸凹段的分界角。以 R_s 和 y_s 为优化参数，使 $L \rightarrow \min$ 为优化目标，在计算机上进行优化。例如，选择三组摆动活齿传动的参数值(z 、 i_{HG} 、 a 、 b 、 r_b)可得到对应的三组替代圆弧半径 R_s 及其分布圆半径 y_s 值，列于表4-2中。

有了 R_s 、 y_s 值，就可以应用普通的工艺方法，在通用的金

表4-2 替代齿形圆弧半径 R_a 及其分布圆半径 y_a

	z	i_{HG}	a (mm)	b (mm)	r_b (mm)	R_a (mm)	y_a (mm)
I	16	17	4	130	9	39.34992	103.6503
II	35	36	3	130	7	19.46201	120.6076
III	60	61	2	130	5	13.10249	123.9138

属切削机床上，加工中心轮的齿形，从而避开了复杂的活齿包络曲线的加工，这不但可以降低中心轮的加工成本，而且为中心轮硬齿面齿形的加工创造了重有利条件。但齿形替代后，活齿传动的重合度 ϵ 将降低，并将产生程度不同的齿形替代误差。

应用摆动活齿传动啮合副的结构模型，来分析摆动活齿传动啮合副——一个摆动活齿与中心轮圆弧替代齿形进行啮合时产生的径向误差是很方便的。图4-13所示为根据表4-2中给出的三组参数绘制成的齿形径向误差 $\Delta\rho$ 随角 φ 而变化的 $\Delta\rho-\varphi$ 线图。从图中可以看出，活齿传动的传动比越大，径向误差越小，因此摆动活齿传动的传动比较大时，采用圆弧替代齿形比较适宜。当因摆动

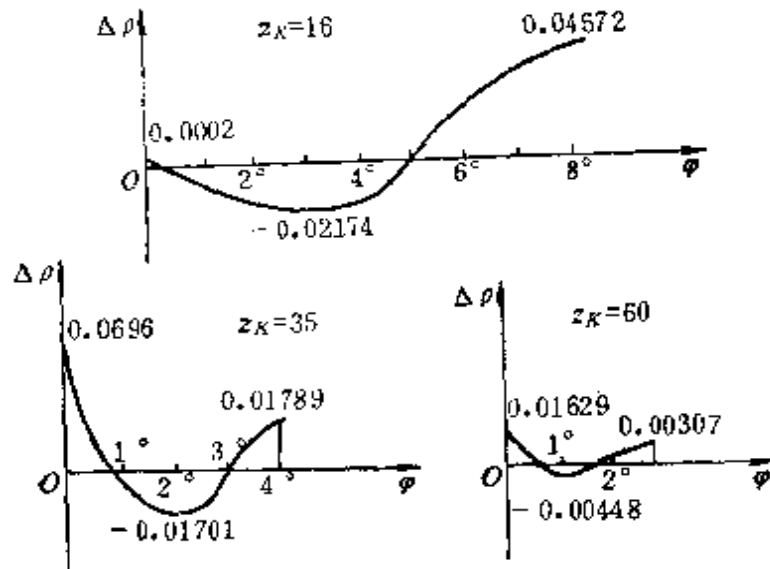


图4-13 替代齿形的 $\Delta\rho-\varphi$ 线图

活齿传动的传动比很大，而使中心轮理论齿形产生严重顶切时，采用圆弧替代齿形的优越性就会更加充分地显示出来。

二、共轭齿形的直线替代

我们以等效机构为曲柄导杆机构的移动滚柱活齿传动为例，来分析共轭齿形的直线替代方法。令推杆移动活齿传动中心轮理论齿形方程（4-2）中的参数 $H = 0$ ，即为滚柱活齿传动中心轮理论齿形方程

$$\begin{cases} x = (a \cos z\varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z\varphi_2}) \sin \varphi_2 + r_b \sin \alpha \\ y = (a \cos z\varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z\varphi_2}) \cos \varphi_2 + r_b \cos \alpha \\ \alpha = \arctan \left(\frac{-z \sin z\varphi_2 \cos \varphi_2 - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z\varphi_2} \sin \varphi_2}{z \sin z\varphi_2 \sin \varphi_2 - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z\varphi_2} \cos \varphi_2} \right) \end{cases}$$

图4-14所示 $S-S$ 曲线为滚柱活齿传动中心轮理论齿形曲线，它由凸凹两段组成。斜率补角 α 是 $S-S$ 曲线上任一点的法线 $n-n$ 与 y 轴之夹角。根据式（4-2），利用电子计算机求解斜率补角 α 随运动参数的变化规律，计算结果表明，在中心轮齿形的拐点附近，运动参数的变化对 α 角的影响很小，即中心轮齿形拐点附近的一段曲线，可以近似地用一段直线来替代。替代方法是，在中心轮齿形曲线拐点附近，任找一点 K ，通过该点作与 $S-S$ 曲线贴近的直线 $G'-G'$ ，称它为替代直线，其方程为

$$y = Bx + C \quad (4-35)$$

式中 B 、 C ——待定系数。

我们以式（4-2）确定的中心轮理论齿形曲线各点到替代直线的垂直距 ΔS_i 为目标函数，建立数学模型

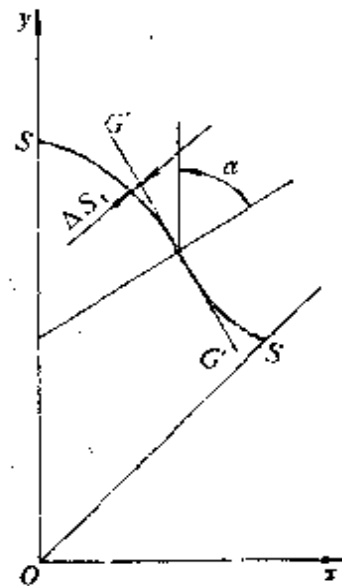


图4-14 中心轮理论齿形的直接替代

$$\begin{cases} \Delta S_i = \frac{y_i - Bx_i - C}{\sqrt{1 + B^2}} \\ F = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - Bx_i - C)^2}{1 + B^2} \end{cases} \quad (4-36)$$

式中 x_i 、 y_i ——分别为中心轮理论齿形曲线上某点的横、纵坐标。

这样，直线替代问题就转化为求直线方程 (4-35) 中的待定系数 B 、 C 而使 F 值最小的问题。

为了求解方便，在求直线替代齿形时，也可用解析法，根据误差理论，我们以替代区间 $[\varphi_1, \varphi_2]$ 的误差平方之积分最小为目标

$$\begin{cases} \Delta S^2 = \frac{(y - Bx - C)^2}{1 + B^2} \\ F_{(B,C)} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{(y - Bx - C)^2}{1 + B^2} d\varphi \end{cases} \quad (4-37)$$

$$\text{令 } \frac{\partial F}{\partial B} = 0, \text{ 有 } \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [(1 + B^2)(y - Bx - C)x + (y - Bx - C)^2 B] d\varphi = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial C} = 0, \text{ 有 } \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (y - Bx - C) d\varphi = 0$$

经推导整理后，可得 B 、 C 计算式：

$$\begin{cases} C = a_1 + a_2 B \\ b_1 B^3 + b_2 B^2 + b_3 B + b_4 = 0 \end{cases} \quad (4-38)$$

式中的 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 、 b_3 、 b_4 可按坐标值求得，进而得到三个 B 值，求出对应的三个 C 值，选择使 F 最小的一组 B 、 C 即可。

实际计算可按如下步骤求解待定系数 B 、 C ：

设在中心轮理论曲线拐点附近的一个区间 $\varphi_2 = (17/36 \sim 11/18)\pi/z$ (对应的 $z\varphi_2 = 85^\circ \sim 118^\circ$) 内，替代直线 $G'-G'$ 与理论

齿形曲线 $S-S$ 相交于 $M(x_0, y_0)$ 点, 求出过 M 点的理论曲线 $S-S$ 的切线斜率 B' 及截距 C' , 则直线

$$y - B'x - C' = 0$$

即为 M 点处的可能替代直线。然后变动斜率 B' , 求出 M 点处的最佳直线。下一步, 在区间 $\varphi_2 = (17/36 \sim 11/18)\pi/z$ 内变动 M 点, 求出 B, C 使 F 值为最小。最后, 检查任意点处的 Δs_i 是否满足替代精度要求。

表4-3中给出了4个直线替代的典型算例。其中, 在 $z\varphi_2 = 70^\circ \sim 130^\circ$ 范围内均匀的选取100个点, 以这100个点的 $|\Delta s_i|$, F 为目标来判断替代是否满足要求。从表中的4个直线替代实例中可以看出, 采用直线替代齿形, 在区间 $z\varphi_2 = 70^\circ \sim 130^\circ$ 内, 一般总能满足精度要求。

表4-3 直线代替算例

(mm)

结构参数	$z=18$	$R=94$	$r_b=8$	$a=3$	$\lambda=34$					
$\varphi_2(\text{rad})10^3$	67.8	70.9	73.9	77	80.1	83.1	86.2	89.3	92.4	95.4
$ \Delta s (\text{mm})10^3$	11.3	6.58	2.58	0.5	1.64	0.84	2.66	5.22	8.19	11.2
$\varphi_2(\text{rad})10^3$	98.3	101	104	107	111	114	117	120	123	126
$ \Delta s (\text{mm})10^3$	14.2	16.6	18.3	19	18.4	16.1	12.5	8.7	2.74	1.39
$F(\text{mm})$	1.007									
替代参数	$B = -0.638$					$C = 107.24$				
结构参数	$z=22$	$R=88$	$r_b=5$	$a=3.5$	$\lambda=26.6$					
$\varphi_2(\text{rad})10^3$	55.5	58	60.5	63	65.5	68	70.5	73	75.5	78
$ \Delta s (\text{mm})10^3$	16.4	14.9	12.3	10.8	5.55	1.95	0.28	1.44	1.53	1.66
$\varphi_2(\text{rad})10^3$	80.6	83.1	85.6	88.1	90.6	93.1	95.6	98.1	101	103
$ \Delta s (\text{mm})10^3$	1.81	2.21	2.40	2.69	4.7	8.07	11.9	16.7	18.4	23.5
$F(\text{mm})$	0.103									

(续)

替代参数	$B = -0.958$						$C = 99.05$			
结构参数	$r = 22$		$R = 128$		$r_b = 13$		$a = 2.5$		$\lambda = 56.4$	
$\varphi_2(\text{rad})10^3$	55.5	58	60.5	63	65.5	68	70.5	73	75.5	78
$ \Delta s (\text{mm})10^3$	9.93	5.77	2.31	0.47	0.03	0.73	2.33	4.61	7.11	9.91
$\varphi_2(\text{rad})10^3$	80.6	83.1	85.6	88.1	90.6	93.1	95.6	98.1	101	103
$ \Delta s (\text{mm})10^3$	12.1	14.6	16.1	18.8	16.3	14.3	10.8	5.47	1.96	1.17
$F(\text{mm})$	0.136									
替代参数	$B = -0.4685$						$C = 145.33$			
结构参数	$r = 30$		$R = 176$		$r_b = 10$		$a = 4$		$\lambda = 46.5$	
$\varphi_2(\text{rad})10^3$	40.7	42.5	44.3	46.2	48	49.8	51.7	53.6	55.4	57.2
$ \Delta s (\text{mm})10^3$	15.7	12.6	11.8	6.43	2.44	0.48	0	0.7	2.25	4.24
$\varphi_2(\text{rad})10^3$	59.1	60.9	62.7	64.6	66.4	68.3	70.1	71.9	73.7	75.6
$ \Delta s (\text{mm})10^3$	6.26	8.0	9.03	9.01	7.61	4.42	0.9	10.5	19.2	22.7
$F(\text{mm})$	0.49									
替代参数	$B = -0.715$						$C = 192.66$			

如果不是以替代区间内的误差平方之积分最小为目标,而是以有限多个点的误差平方和最小为目标,其结论也是相似的。

第五章 活齿传动齿形的形成及检测

活齿传动齿形综合获得的中心轮齿形曲线，是一条由式(4-2)和式(4-17)表征的复杂曲线。这种曲线形成的中心轮齿形，无论是内齿轮还是外齿轮，轮齿都是齿顶外凸、齿根内凹，平滑过渡的连续曲线，且轮齿齿短，用于传动特别有利，但因影响齿形曲线形状的参数较多，制造精确的齿形比较困难。随着活齿传动的推广和应用，使解决共轭齿形的形成及检测问题越来越重要了。

第一节 移动活齿传动齿形的形成

一、中心轮齿形形成原理

根据第二章所述活齿传动的传动原理，应用机构运动转化理论，可以演化出形成中心轮齿形的转化机构，其方法是：给中心轮 K 固定、激波器 H 主动、活齿轮 G 从动的活齿传动一个与活齿轮 G 的角速度 ω_G 大小相等、方向相反的附加转动角速度 $-\omega_G$ ，这时，激波器 H 、中心轮 K 、活齿轮 G 的角速度分别为 $\omega_H - \omega_G$ 、 $-\omega_G$ 、 $\omega_G - \omega_G$ 。加上附加转动的活齿传动属于活齿轮 G 固定的传动类型，称它为中心轮齿形形成的转化机构。如图5-1所示，在转化机构中，因活齿轮不动，使活齿架演化成机架，活

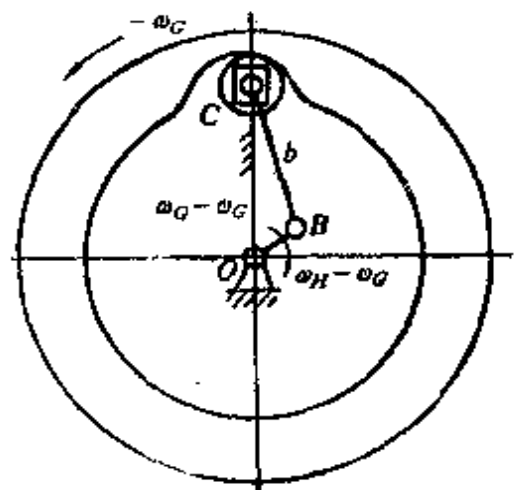


图5-1 中心轮齿形形成的转化机构

齿架上的径向导槽演化成导轨；将活齿、激波器条件运动副 B 用带有两个转动副的运动件 BC 替代后，形成了二自由度曲柄导杆机构 OBC 。这时，激波器 H 和中心轮 K 的传动比可表示为

$$i_{HK}^G = \frac{\omega_H - \omega_G}{-\omega_G} = 1 - i_{HG} \quad (5-1)$$

设想：在转化机构中，用半径等于活齿半径 r_s 的圆柱体刀具代替活齿，用相应的曲柄滑块机构推动刀架沿径向导轨作往复运动，使其复现活齿在活齿架导槽中的运动规律；用机械传动保证式(5-1)给出的激波器 H 和中心轮 K 之间的传动比关系。于是，转化机构在运动过程中，圆柱体刀具齿形所形成的圆族外包络曲线，便为中心轮的理论齿形曲线。

根据上述中心轮齿形形成原理，可以设计出两种中心轮齿形形成方案，如图5-2a、b所示，由此可以设计出完成同样加工工艺而结构不同的中心轮齿形加工装置及专用机床。但由于专用机床的生产周期长，一台新型专用机床的研制和投产往往需要较长的时间，这就决定金属切削机床的更新换代是比较缓慢的；而机械加工的新原理、新工艺、新技术却层出不穷。活齿传动的开发

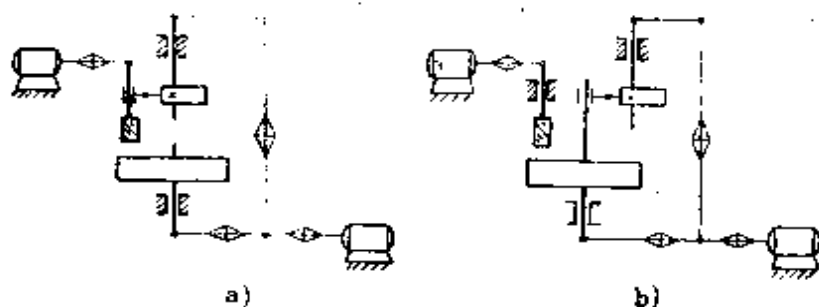


图5-2 中心轮齿形形成方案

和推广，不允许较长时间等待相应加工设备的研制。为能够较好适应当前齿轮产品迫切需要更新换代的客观形势，较好满足对新产品的试制与生产技术准备工作周期短的要求，在普通的齿轮机床上加装附加的加工装置，完成中心轮齿形的加工，具有精确、快速、简易、经济的特点，不但为新产品开发创造了条件，而且

扩大了现有机床的工艺能力，为研制专用机床提供了数据和经验，是挖掘现有机床潜力经常采用的方法。

二、中心轮齿形加工装置

1. 加装在 Y54 插齿机上的加工装置 装置的形成，如图 5-3 所示，将单头圆柱插刀的几何中心装在转化机构 OBC 的 C 点，刀具的直径 $d = 2r_s$ 。把中心轮毛坯固定在插齿机工作台上。进行加工时，刀架在激波机构——曲柄滑块机构 OBC 的驱动下，带动圆柱插刀沿中心轮径向作直线往复运动，同时刀具作上下往复和绕自身转动的切削运动。形成中心轮齿形的范成运动是靠机床工作台转动和刀架往复运动的复合来实现的。由此可知，加装在 Y54 插齿机上的中心轮齿形展成加工装置由三部分组成：

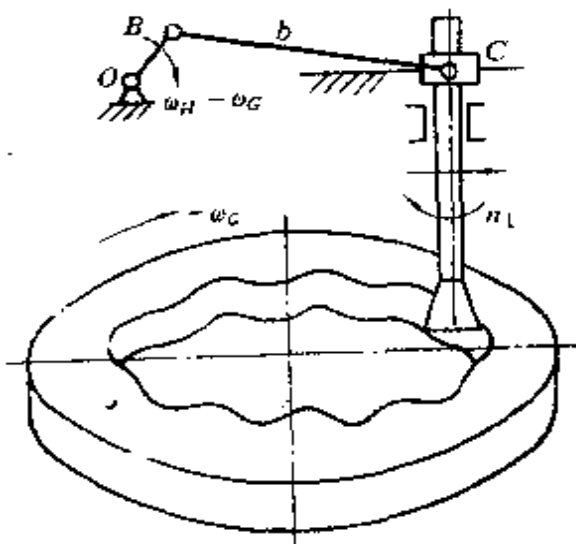


图5-3 在插齿机上加工中心轮齿形

(1) 激波机构 它是活齿传动活齿运动规律的复现机构。为使单齿插齿刀再现活齿在活齿轮导槽中的运动规律 $s_s = a(\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2})$ ，将 Y54 插齿机原有的径向进刀凸轮机构改换成径向激波凸轮机构，如图 5-4 所示。要求激波凸轮机构的参数要满足活齿传动激波规律的要求，即激波凸轮机构 M 和活齿传动的偏心距相同，激波凸轮机构的等效机构中，连杆长 b 等于活齿传动的活齿与激波凸轮半径之和，即 $b = R + r_s$ 。显然，激波凸轮机构对中心轮齿形的影响是通过控制参数 a 、 r_s 、 R 来达到的，这个特点给激波凸轮机构设计和加工带来方便条件：作为活齿的滚子和激波凸轮中的一个可选用通用轴承，变滑动为滚动，提高传动性能，而另一个可作为调整环节，通过磨削外圆来满足 $b = r_s + R$ 条件，获得较高的尺寸精度。激波凸轮机构设计、

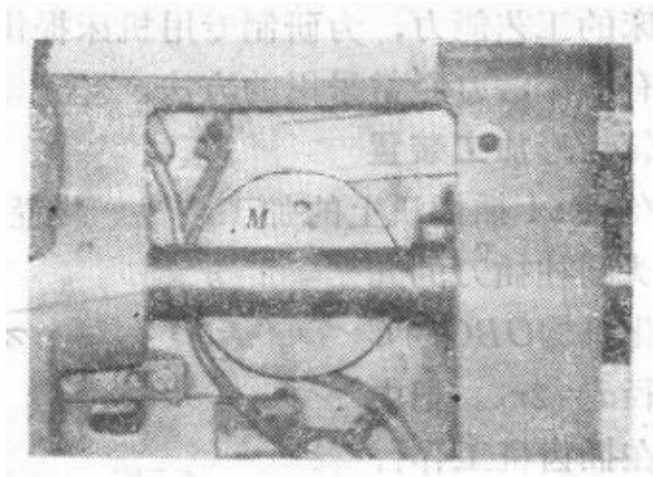


图5-4 插齿机上的激波凸轮机构

制造方便的特点，为中心轮齿形加工和齿廓修形创造了方便条件。但由于Y54插齿机径向进刀凸轮的位置有限，当加工大尺寸的中心轮齿形时，对应的激波凸轮机构因等效机构中的连杆长 $b = r_b + R$ 的尺寸过大而安装不下时，在满足 $b = r_b + R$ 的条件下，选取激波凸轮为滚动轴承，而将大尺寸滚子设计成扇形板固定在移动轴上，即可满足大尺寸活齿传动活齿激波规律的要求，如图5-5所示。

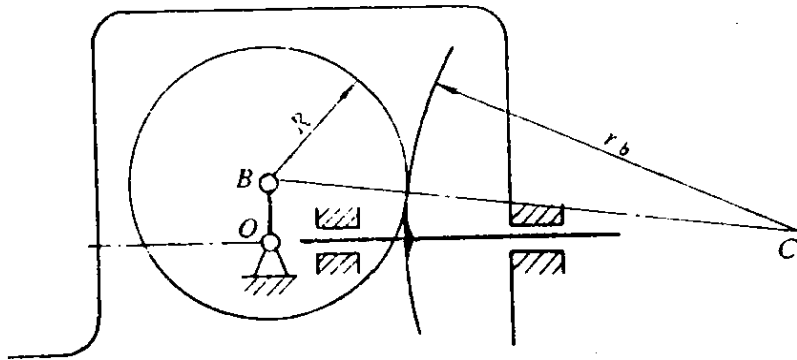


图5-5 大尺寸激波凸轮机构

根据高低副替代理论，激波凸轮机构也可以直接用它的低副等效机构曲柄滑块机构替代。按照活齿传动系列，设计出系列的曲柄连杆附加件，在加工不同的中心轮时，选用对应的曲柄连杆附加件同样可以获得较高的加工精度。但曲柄滑块机构形式的激波机构受原径向进刀凸轮机构位置的限制，加工大尺寸中心轮的

附加曲柄滑块机构就安装不下。

综上所述，只要更换激波凸轮机构中的偏心凸轮（或曲柄、连杆），就可以加工任意一种中心轮的齿形。

为了减少激波凸轮机构的数量，以及为中心轮齿形修形创造条件，设计成一种“调偏激波机构”。调偏激波机构由内外两偏心套转动联接组成。如图5-6a所示。设外偏心套 H_1 的几何中心为 O_1 ，内偏心套 H_2 的几何中心为 O_2 ，调偏激波机构的转动中心 O 在内偏心套 H_2 上，所以外偏心套 H_1 的偏心距为 e_1 ，内偏心套的偏心距为 e_2 ，调偏激波机构的偏心距为 E ， E 由 e_1 、 e_2 和它们的位置所确定。

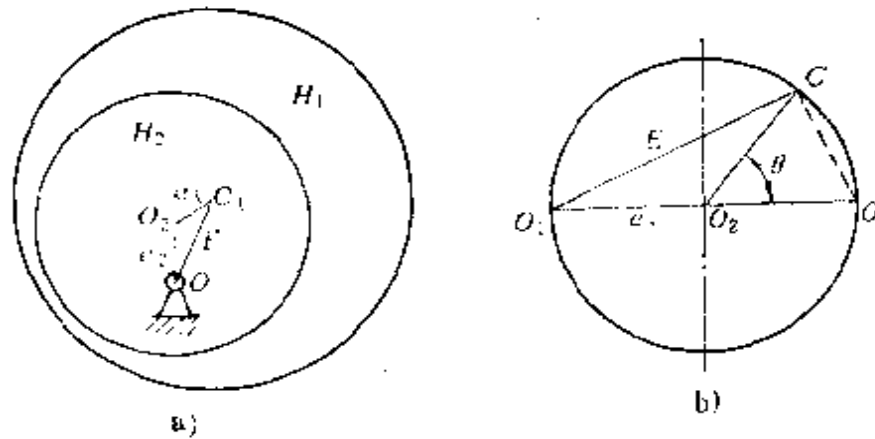


图5-6 调偏激波机构及调偏原理图

双偏心套的调偏原理：如图5-6b所示，设 $O_1O_2 = O_2O = e$ 。当 O_1 、 O_2 、 O 落在同一条直线上时，组合偏心距 E 为最大($E = 2e$)或最小($E = 0$)，显然，组合偏心距 E 在 $0 \sim 2e$ 之间变化。当组合偏心距 E 给定后（如 $E = a$ ），由图5-6b所示的几何关系，可求得内外偏心套间的相对转角

$$\theta = 2 \arccos\left(\frac{E}{2e}\right) \quad (5-2)$$

当活齿传动产品系列化、标准化之后，可根据一系列给定的偏心距 a_i 值求出双偏套的对应转角 θ_i 值，列成表格备查用。

(2) 刀具 获得中心轮准确齿形的条件之一是单齿圆柱插齿刀的齿形应和活齿齿形完全相同,而活齿半径 r_b 又较小,所以采用柄式单齿插齿刀 F ,并通过专用刀套 N 安装到Y54插齿机主轴上去。如图5-7所示。为提高加工精度,柄式单齿插齿刀由专业工具厂制造。专用刀套的设计基准和盘式插齿刀设计基准统一。刀具安装到主轴上之后,还应用千分表找正,误差控制在 0.01mm 之内。

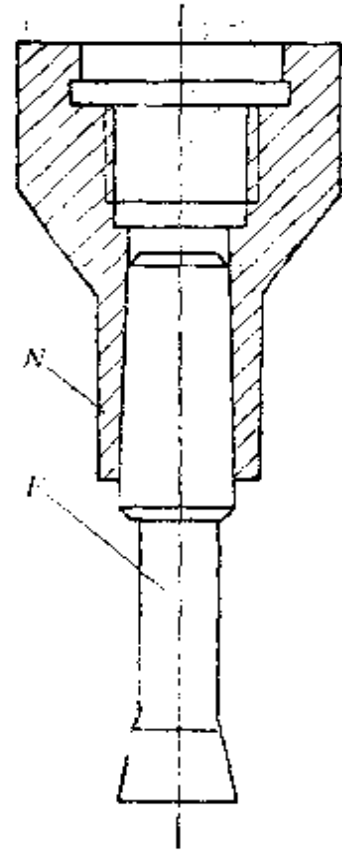


图5-7 柄式单齿插齿刀及刀套

柄式单齿插齿刀的刚度低、寿命短,插齿刀磨损使其半径 r_b 改变为 $r_b - \Delta r_b$,由此引起共轭齿形啮合区向齿顶方向移动,这个结果显然是不利的。采取的解决措施是:保留Y54插齿机的分齿运动链,使刀具在加工过程中有自转运动,让磨损量均匀分配到全刀刃上,基本上满足了插齿刀磨损后齿形仍然是圆的要求。采用齿廓修形方法,可以纠正因刀具半径误差 Δr_b 而产生的中心轮齿形误差。

插齿刀悬臂安装刚度低,在加工过程中会因切削力作用而发生弯曲变形,由此引起的中心轮齿形误差可用齿廓修形法加以纠正。应当指出,切削力的变化和组成机床主运动机构的结构形式、刀具的结构及刀刃角度设计等有直接关系,所以解决刀具变形问题还有不少有效的途径可以开拓。

加工大尺寸中心轮时,可采用圆盘式砂轮刀具,可避免或改善因刀具磨损齿形改变和刀具受力变形对中心轮齿形误差的影响,齿形加工精度会进一步提高。

(3) 夹具 因中心轮是一个刚性较小的弹性圈,为防止它在加工过程中变形,对夹具设计的原则首先要求是刚性大,其次,为保证活齿内齿轮的加工精度,夹具设计应以内径为基准,

而中心轮以外径定心，使中心轮的设计、加工、装配基准统一。

在 Y54 插齿机上加工中心轮的分齿传动链是：柄式单齿插齿刀在激波机构 M 的带动下每往复运动一次，中心轮工件随工作台转 $1/z_K$ 转。根据 Y54 插齿机传动图及传动链结构式可列出分齿传动链公式，化简后得分齿交换齿轮调整公式

$$\frac{1}{z_K} = \frac{1}{69} \left(\frac{b_2}{a_2} \right) \left(\frac{a_1}{b_1} \right) \left(\frac{a}{b} \frac{c}{d} \right) \quad (5-3)$$

将柄式单齿插齿刀安装在主轴上；将中心轮工件装夹在工作台上；以激波机构 M 替代原径向进刀凸轮机构，按式 (5-3) 调整分齿交换齿轮即可加工中心轮齿形。但应当注意：在 Y54 插齿机上加装附加装置，要严格遵循不改变原机床结构的原则，那些需要改动原机床结构的改装方法是不受欢迎的。

柄式插齿刀仅能加工软齿面中心轮，硬齿面中心轮的加工需应用带有磨头的附加刀架。将 Y54 插齿机原刀架卸下，安装上图 5-8 所示中心轮齿形磨削刀架，按同样方法调整机床，即可在 Y54 插齿机上加工硬齿面中心轮齿形。

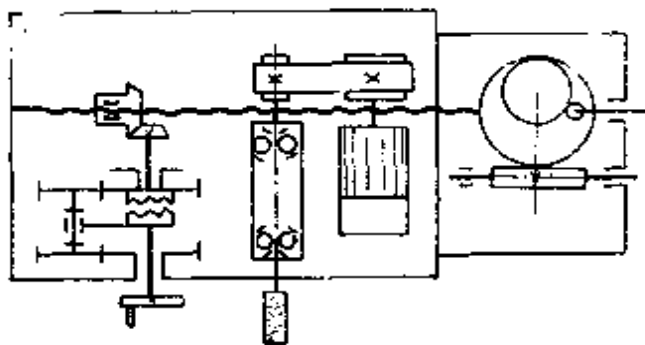


图5-8 插齿机用中心轮齿形磨削刀架

2. 加装在 FY3150 滚齿机上的刀架 根据图 5-2a 所示中心轮齿形形成方案，设计成图 5-9 所示加装在 FY3150 滚齿机上的中心轮齿形磨削刀架。卸下 FY3150 型滚齿机上的刀架，按接口安装上中心轮齿形铣磨刀架。改装后齿形范成加工运动及工作安装调整如下：圆柱砂轮的几何中心放在转化机构 OBC 的 C 点，刀具

直径 $d_s = 2r_s$ 。中心轮工件安装在滚齿机的工作台上。加工时，主轴箱（刀架）在转化机构 OBC 的驱动下带动圆柱砂轮作直线往复运动，同时刀具又绕自身中心线旋转作切削运动，由转化机构 OBC 的曲柄 OB 和工作台的旋转运动的复合形成齿形范成运动。借滚齿机工作台上的丝杠螺母传动，手动实现径向进给运动。这样圆柱砂轮的曲面族的包络面即为中心轮的齿形曲面。

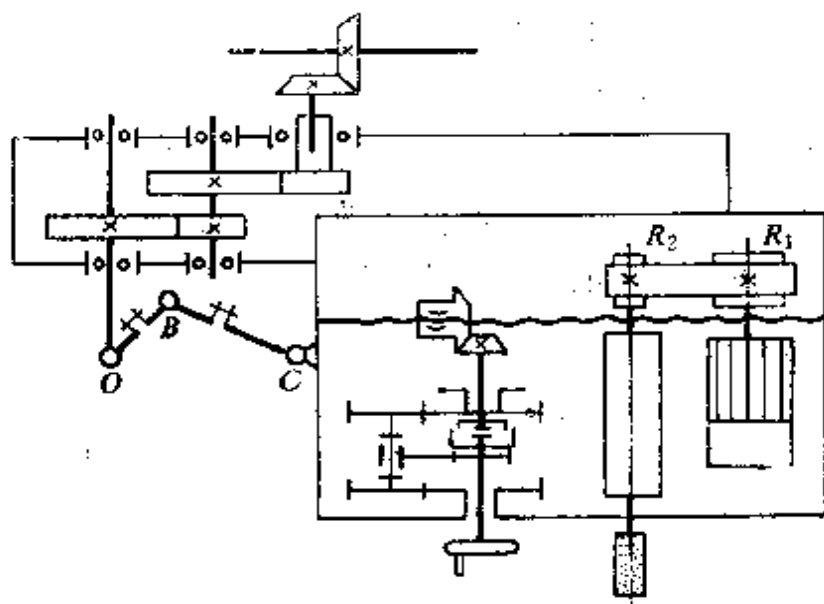


图5-9 滚齿机用中心轮齿形铣磨刀架

改装后各运动链的调整计算如下：

(1) 曲柄 OB 的旋转运动链 该运动链与滚齿机主运动链相同，所以曲柄轴的速度交换齿轮为

$$u_A = u_K \frac{A}{B} = \frac{n_H}{124,583}$$

式中 n_H ——选用的曲柄 OB 的转速 (r/min)。

(2) 曲柄 OB 和工作台间的齿形范成运动链 该运动链和滚齿机齿形范成运动链相同，其分齿交换齿轮调整计算式为

$$u_x = \frac{a}{b} \frac{c}{d} = \frac{f}{e} \frac{24K}{z_K}$$

式中 z_k ——被加工的中心轮齿数；

a, b, c, d, e, f ——Y3150滚齿机中的分齿交换齿轮；

$K = 1$ 。

(3) 刀具主轴的旋转运动链 刀具砂轮的旋转运动由电动机 M_2 经带传动 (R_2/R_1) 升速后获得，所以刀具砂轮轴的转速 n_s 为

$$n_s = n_{M_2} (R_2/R_1)$$

式中 (R_2/R_1)——带传动的升速比；

n_{M_2} ——电动机 M_2 的转速。

(4) 径向进给运动链 可以利用滚齿机工作台上的丝杠螺母机构，由手动实现径向进给；也可以利用刀架上的径向进给，进给量为

慢速：刻度盘一格

$$s = t \frac{1}{i_{HD} K} = 6 \times \frac{1}{20 \times 60} \text{mm} = 0.005 \text{mm}$$

刻度盘一转， $s = 0.3 \text{mm}$ 。

快速：手柄每转 $s = 6 \text{mm}$ 。

3. 中心轮齿形加工专用机床 当活齿传动投入工业性生产时，为形成批量生产，研制齿形加工专用机床就势在必行。

根据中心轮齿形范成加工原理，按图5-2b所示中心轮齿形形成方案，可设计出中心轮齿形范成加工专用机床。中心轮齿形加工专用机床的传动系统简图如图5-10所示。该机床的主要运动链有：

(1) 中心轮齿形的范成运动链 电动机 M_1 经带传动、挂轮 I、蜗杆蜗轮副使工作台获得慢速回转运动。工作台座支承在两根圆柱导轨上，通过中心轮齿形范成运动链——锥齿轮副 (z_1, z_2)、挂轮 II、M 机构（曲柄滑块机构 OBC）使其获得沿导轨的往复直线运动。激波凸轮机构的曲柄长 a 及连杆长 b 可以调整。当

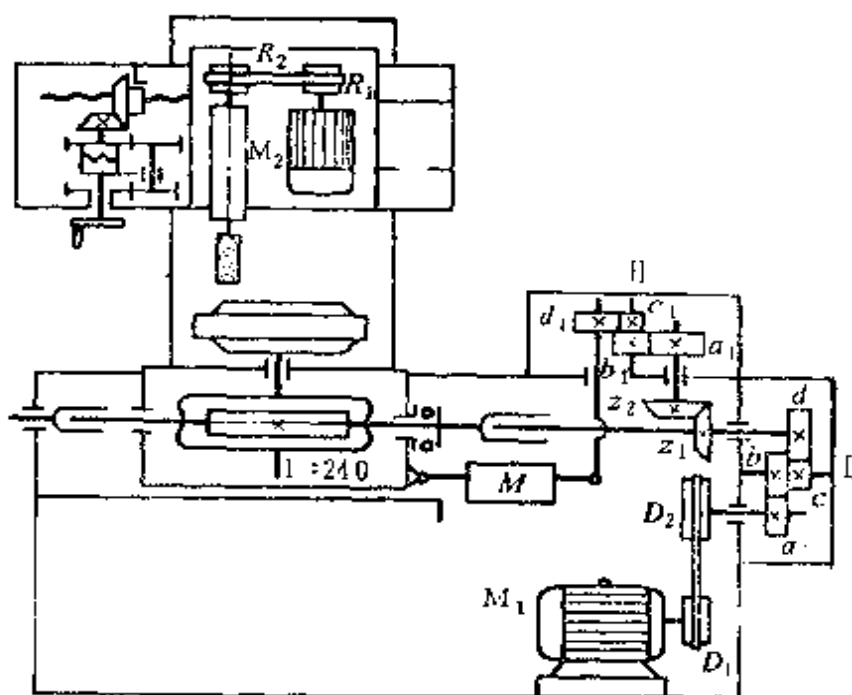


图5-10 中心轮齿形加工专用机床传动系统简图

工作作往复、回转的复合运动时，刀具几何中心在与工作台固联的动坐标上的轨迹，为中心轮齿形的原始曲线，而刀具砂轮轮廓圆族的包络为中心轮齿形的理论曲线。

工作台转速范围由工作台的转速运动链确定，其交换齿轮调整计算式为

$$n_T = n_{M_1} / 240 \times \left(\frac{bd}{ac} \right) \times \frac{D_2}{D_1}$$

式中 n_T ——工作台的转速；
 a, b, c, d ——挂轮 I 的齿数；
 D_2/D_1 ——带传动的传动比；
 n_{M_1} ——电动机 M_1 的转速。

(2) 工作台每转的往复数运动链等于被加工中心轮的齿数 z_K ，其交换齿轮调整计算式为

$$z_K = 240 / \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{b_1 d_1}{a_1 c_1} \right)$$

式中 (z_2/z_1) ——锥齿轮副的齿数比；

a_1, b_1, c_1, d_1 ——交换齿轮 I 的齿数。

(3) 刀具砂轮的旋转运动链 刀具砂轮的旋转运动电动机 M_2 经带传动 (R_2/R_1) 升速获得，刀具砂轮的转速 n_n 为

$$n_n = n_{0_2} (R_2/R_1)$$

式中 (R_2/R_1) ——带传动的升速比；

n_{M_2} ——电动机 M_2 的转速。

刀架在横梁上的横向进给和在立柱上的上下移动靠手动实现。

上述中心轮齿形加工装置和专用机床，可以加工中心轮的软齿面和硬齿面齿形，为开发和推广活齿传动创造了条件。应当指出，上述采用附加装置加工中心轮齿形的机械加工方法是结合普通机械厂的设备条件而提出的简单实用的方法，但随着数控机床的普及和加工成本的降低，为提高加工质量和进行大批量生产，采用数控铣/磨工艺会愈来愈引起人们的重视。

第二节 摆动活齿传动齿形的形成

一、中心轮齿形形成原理

应用机构运动转化理论，演化出形成摆动活齿传动中心轮齿形的“转化机构”——活齿轮固定的摆动活齿传动类型，如图5-11所示。将“转化机构”中的激波器 H 、活齿高副 B 用低副替代后，形成了它的运动等效机构曲柄摇杆机构 $OBCD$ ，这时，激波器 H 和中心轮 K 的传动比可表示为式 (5-1)。

设想：在转化机构中，用半径等于活齿半径 r_s 的圆柱体刀具代替活齿，用相应的曲柄摇杆机构推动摆动刀架 DE 绕 D 点摆动，使其复现摆动活齿绕活齿架销轴的摆动运动规律；用机械传动保证式 (5-1) 确定的激波器 H 和中心轮 K 之间的传动比关系。于是，转化机构 $OBCD$ 在运动的过程中，摇杆 CD 上的绕 E 点转动

的圆柱体刀具齿形所形成的圆族外包络曲线，便为中心轮 K 的理论齿形曲线。

根据上述摆动活齿传动的中心轮理论齿形形成原理，同样可以设计出图5-2所示两种中心轮理论齿形形成方案。不同点是，对于移动活齿传动，齿形形成方案中的激波机构 M 为曲柄滑块机构；而对于摆动活齿传动，激波机构 M 为曲柄摇杆机构。

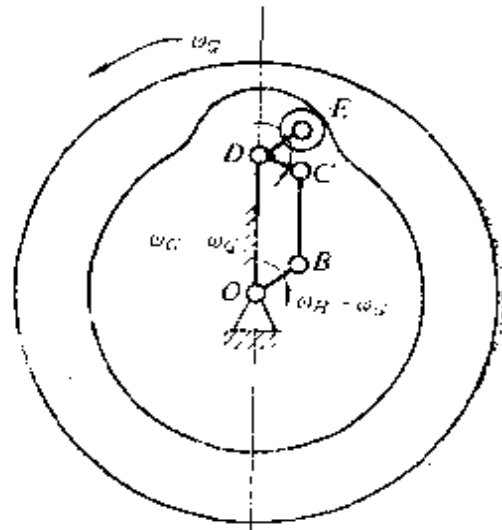


图5-11 中心轮齿形形成的转化机构

伴随着新型传动元件的出现，相应的加工方法也将被开拓出来。首先，为开发新产品创造条件，在普通的齿轮机床上加装附加的加工装置，完成中心轮齿形的加工是适宜的。我们可以用解决移动活齿传动中心轮齿形加工类似方法，设计出加装在插齿机或滚齿机上的加工摆动活齿传动中心轮理论齿形的加工装置。而后，当加工经验积累到一定程度，视中心轮的加工批量，再考虑设计专用机床。

等效机构为平行四边形机构的摆动活齿传动是应用广泛的活齿传动类型，由齿形综合正解知，中心轮的理论齿形曲线为摆线的等距线，并由式(4-18)所确定。

由高等数学知，摆线是这样形成的：如图5-12所示，当滚圆 r 在导圆 R 的外圆周上滚动时，滚圆 r 上一点的运动轨迹称为外摆线。当滚圆 r 在导圆 R 的内圆周上滚动时，滚圆 r 上一点的运动轨迹称为内摆线。

外摆线可以由两种方法形成：第一种形成方法是滚圆 r 以其外圆周在导圆 R 外圆周上滚动；第二种形成方法是滚圆 r 以其内圆周在导圆 R 的外圆周上滚动。在某种特定的情况下，两种形成方法可得到同样一条外摆线。

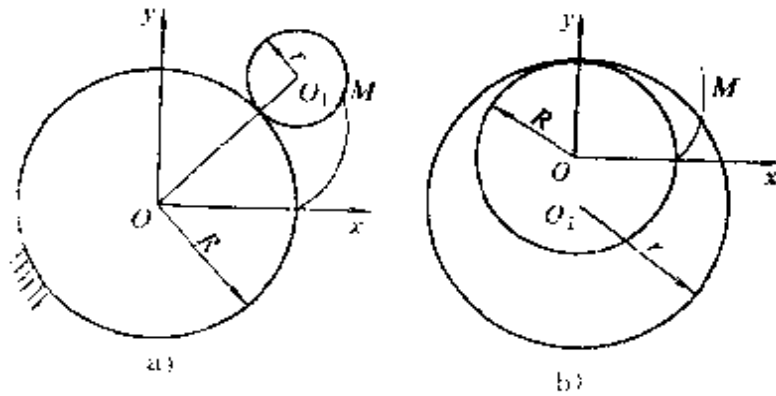


图5-12 摆线的两种形成方法

把滚圆 r 当成行星轮 G ，导圆 R 当成中心轮 K ，两轮几何中心连线当成系杆 H ，则可以把摆线的形成运动当成行星齿轮机构的运动，所以摆线可以描绘成行星轮上的某一固定点在中心轮平面上的运动轨迹。因此，我们可以利用行星齿轮传动来复现摆线。

二、中心轮摆线齿形形成机构

1. 导圆静止时的摆线生成机构 如图5-13所示，刀具安装在行星齿轮机构的行星轮上，工件只作轴向移动，则刀具的几何中心在工件上的轨迹为摆线，而刀具廓线圆族的包络曲线为摆线的等距线。

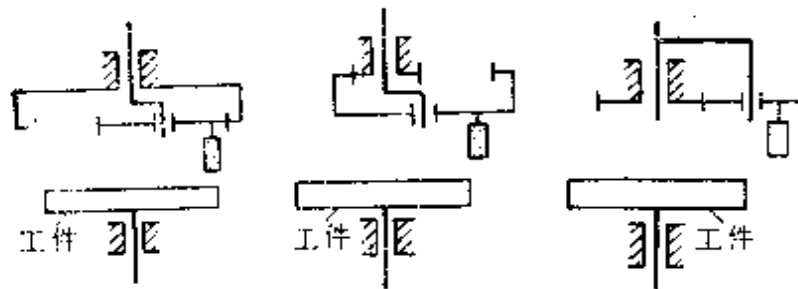


图5-13 导圆静止时的摆线生成机构

2. 系杆静止时的摆线生成机构 将行星轮系加一个 $(-\omega_H)$ 的公共角速度，则得到它的“转化机构”，在转化机构中，系杆静止不动，工件以 $(-\omega_H)$ 角速度转动，行星轮演化成绕定轴转动的齿轮，其上的刀具和工件的复合运动形成了摆线和摆线的等距线。图5-14所示为系杆静止时的摆线生成机构。

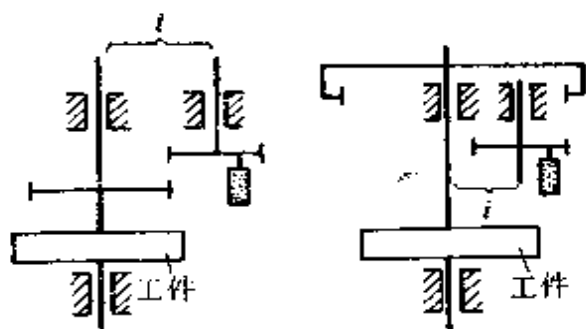


图5-14 系杆静止时的摆线生成机构

3. 滚圆静止时的摆线生成机构 将行星轮系加一个 $(-\omega_G)$ 的公共角速度，则得到行星轮静止不动的“转化机构”，在转化机构中，工件作行星运动，刀具不动，则刀具几何中心在工件上的轨迹为摆线，刀具廓线圆族的包络曲线为摆线的等距线。图5-15所示为滚圆静止时的摆线生成机构。

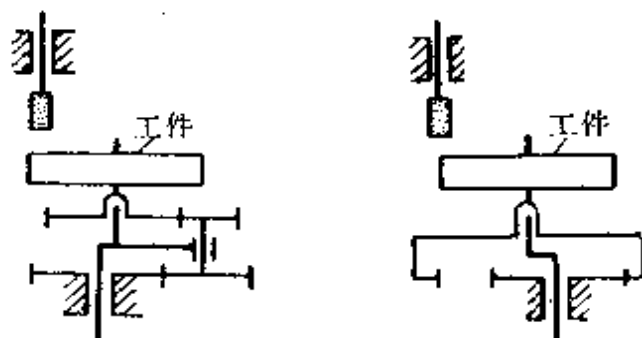


图5-15 滚圆静止时的摆线生成机构

根据摆线第一形成法，采用系杆静止时的摆线生成机构，可以设计出在Y54插齿机上展成摆线曲面的加工方案。

如图5-16所示，把中心轮工件用夹具装夹在插齿机工作台上作分齿运动，其转速为 n_2 。圆柱形单齿插刀偏心地安装在插齿机的刀杆上作偏心运动，以实现平行四边形机构连架杆的运动规律，同时单齿插刀随刀架作上下的插削运动和绕主轴转动的切削运动，其转速为 n_1 。形成中心轮内、外摆线曲面的展成运动是靠

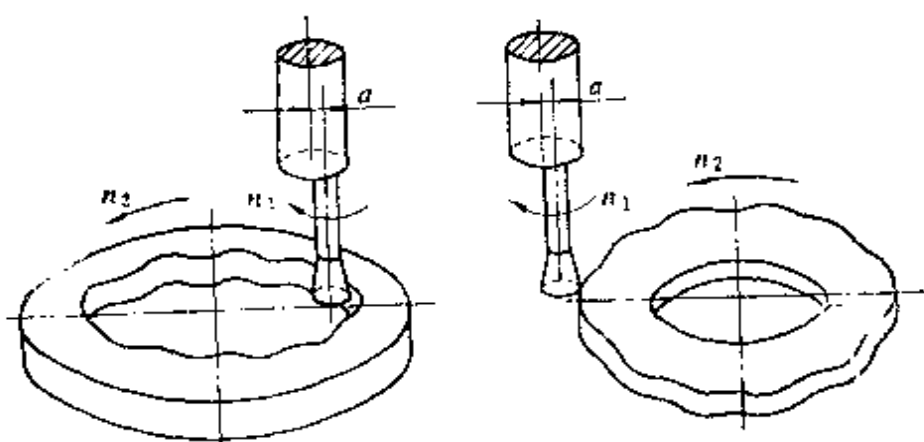


图5-16 在插齿机上展成摆线齿形

工作台转动和刀具的偏心运动的复合来实现的。应满足

$$\frac{n_1}{n_2} = i_{HK}^G = \frac{z_K}{z_K - z_G}$$

插齿机的运动链如图5-17所示，可按下式进行调整：

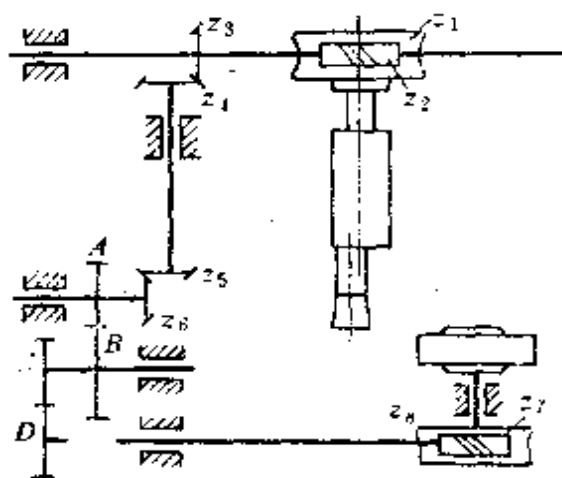


图5-17 Y54插齿机主传动系统图

$$\frac{1}{z} = \frac{z_1}{z_2} \times \frac{z_3}{z_4} \times \frac{z_5}{z_6} \times \frac{z_7}{z_8} \times \frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$$

由上式可求出插齿机的分齿定数 $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$ ，选择搭配齿轮来

调整机床，经过上述调整后，刀具在中心轮工件上切出的齿形即为中心轮的理论齿形——摆线的等距线。

实施这个方案的关键是设计刀具部件。刀具部件由圆柱形单齿插刀 F 和偏心刀套 N 组成，如图5-18a所示。单齿插刀与偏心刀套两轴线的偏心距 a 等于摆动活齿传动激波器的偏心距。单齿插刀的直径等于摆动活齿的直径。为提高加工精度，圆柱单齿插齿刀由专业工具厂制造；偏心刀套的设计基准和盘式插齿刀的设计基准统一。刀具部件安装到Y54插齿机的主轴上之后，还应用千分表找正，使误差控制在0.01mm之内。

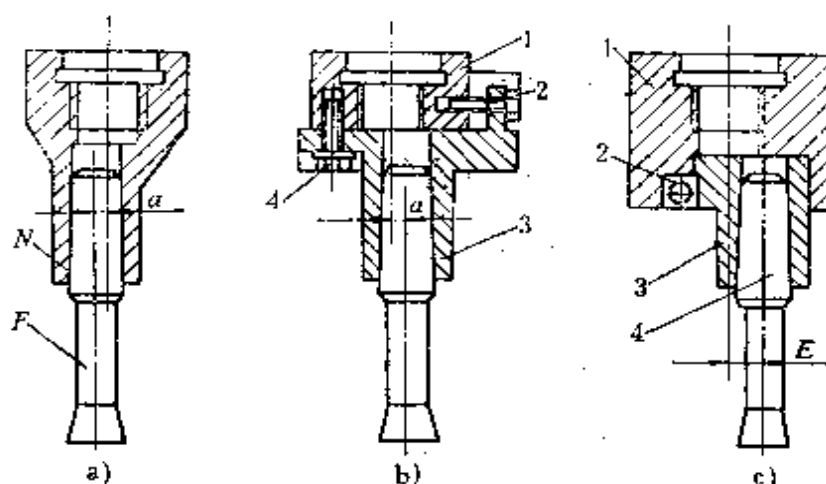


图5-18 偏心刀具部件

圆柱单齿插齿刀的刚度低，寿命短，应研究在加工过程中因插齿刀变形、磨损而引起的中心轮齿形误差的特征，并提出相应的解决办法。解决插齿刀刀刃磨损的措施是保留Y54插齿机的分齿运动链，使刀具在加工过程中有自转运动，让磨损量均匀分配到全部刀刃上，并采用中心轮齿廓修形法纠正因刀具磨损量 Δr 产生的齿形误差。解决插齿刀刚度低、易弯曲变形而带来的齿形误差还可用齿廓修形法纠正，当然也可以从机床主运动机构的结构形式、刀具的结构及刀刃的角度设计等方面加以考虑。当加工大功率摆动活齿传动的中心轮齿形时，可采用圆盘式砂轮刀具，避免或改善了因刀具磨损齿形改变和刀具受力变形对中心轮齿形误差的影响，齿形加工精度会进一步提高。

摆动活齿传动激波器的偏心距 a 是随传递功率的大小而变化

的。为了适应加工不同偏心距的中心轮齿形的要求，设计出图5-18b、c所示两种偏心距可调式单齿插刀部件。

滑移式调偏插齿刀 如图5-18b所示，插齿刀由上体、下体及刀头三个主要部分组成。上刀体1的下端面上开有径向槽，与下刀体3上端面上的径向键滑动配合。松开圆柱螺钉4，即可用调偏螺钉2调整上下两刀体中心线之间的距离，以获得所需要的偏心距 a 。调好偏心量后，用螺钉4固紧即可。

双偏心套式调偏插齿刀 调偏插齿刀是根据图5-6a所示调偏激波机构的调偏原理设计成的。图5-18c所示为双偏心套式调偏插齿刀结构简图。插齿刀由上刀套1、下刀套3、刀头4及切向夹紧装置2组成。上刀套1的上端有定位圆柱及螺纹，与插齿机主轴联接，其下端有一偏心圆柱空间，偏心量为 e 。下刀套3外表面为一圆柱体，其下部为一偏心刀套，偏心量亦为 e 。上下两刀套转动配合，通过下刀套3上的拨销，使上下刀套相对转动，从而改变了插齿刀轴线与插齿机轴线之间的偏心量，以获得所需的偏心量 E 。偏心量调好后，上下两刀套靠切向夹紧装置2夹紧。单齿插刀的直径根据摆动活齿直径选择。

双偏心套的调偏原理与前述相同。

根据摆线第二形成法，采用滚圆静止时的摆线生成机构，可以设计出在立式铣床上展成内、外摆线曲面的加工方案。

如图5-19a所示，刀具相当于固定不动的摆动活齿，仅作回转切削运动。装在工作台上的中心轮工件既作自转(n^H)又作公转(n_H)的行星运动。则刀具在中心轮工件上切出理论齿形——摆线的等距线。

实现中心轮工件作行星运动的夹具采用图5-19b所示的实现行星轮运动的定轴轮系，该轮系使工作台（及中心轮）实现

$$\text{公转 } n_H = n \times \frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$$

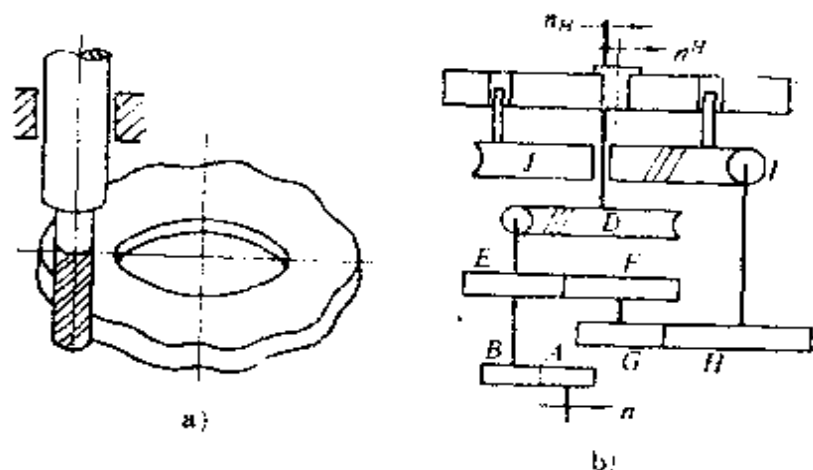


图5-19 在立式铣床上加工摆线曲面

自转 $n^H = n \times \frac{A}{B} \times \frac{E}{F} \times \frac{G}{H} \times \frac{I}{J}$

滚比 $\frac{n_H}{n^H} = -\frac{z_1}{z_2} = -z_1$

式中, $\frac{G}{H} \times \frac{I}{J}$ 为分齿交换齿轮; z_2 为分齿数, 一般 $z_2 = 1$ 。

根据摆线第二形成法, 采用滚圆静止时的摆线生成机构, 还可以设计出在车床上展成内、外摆线曲面的加工方案。

如图5-20所示, 将车床的卡盘及尾座拆掉, 装上演化的 $2K-H$ 行星传动减速器, 该减速器底面的内凹山形槽与床面的山形导轨相配合定位, 通过底部压板安装在床身上, 刀具由电动机通过减速后驱动, 刀具系统安装在改装的滑板上。

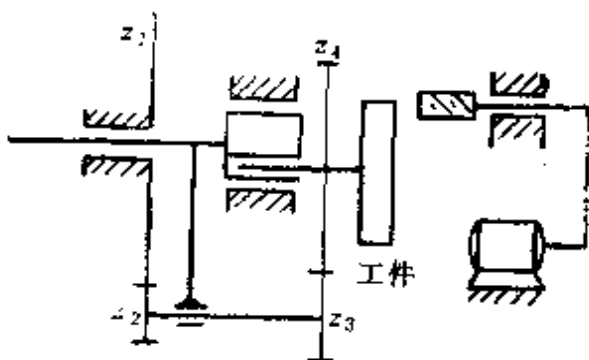


图5-20 在车床上加工摆线曲面

演化的 $2K-H$ 行星减速器的特点是将中心轮 z_4 的回转中心线移动了一个偏距, 这样中心轮 z_4 演化成行星轮, 带动摆动活齿传动的中心轮工件作行星运动。则刀具在中心轮工件上切出理论齿

形——摆线的等距线。

如果将刀具与中心轮工件的位置对调，便得到导圆静止时的摆线生成机构，用这种机构同样可以展成中心轮的理论齿形——摆线的等距线。

第三节 应用数控机床形成齿形

前面，我们介绍了在普通的金属切削机床上展成中心轮理论齿形的方法，比较适用于中小型工厂，而对那些有数控机床的工厂来说，利用已拥有的数控机床加工中心轮理论齿形是有前途的。虽然在目前阶段数控机床的成本比较高，使用还不普遍，仅适用于单件、中小批量生产中精度要求高、尺寸变化大、零件形状比较复杂，或在试制中需要多次修改设计的零件加工。但随着数控机床的普及和机床成本的进一步降低，可以预见到在不远的将来，数控机床的使用范围会越来越广。在国外，加工活齿减速机的中心轮理论齿形广泛采用了数控铣/磨工艺就说明了这一点。

为了在数控机床上加工中心轮理论齿形，主要是要针对具体的数控机床和数控装置，编制出零件源程序，然后穿孔制备纸带，并将纸带上的信息输送给计算机。

下面采用自动编程方法，给出加工图5-21所示中心轮理论齿形的“零件源程序”。采用 $2\frac{1}{2}$ 铣床，在配有BK-211A数控系统的数控铣床上加工该零件。已知摆动活齿传动中心轮的齿形参数为： $z = 12$ 、 $\alpha = 3\text{mm}$ 、 $b = 40\text{mm}$ 、 $r_b = 10\text{mm}$ 。

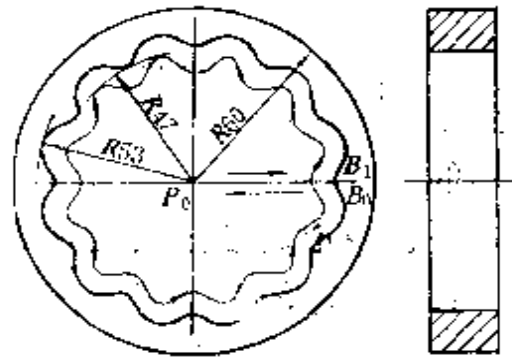


图5-21 中心轮理论齿形零件图

在数控铣床上只加工齿形曲面。中心轮工件以外圆柱面定位

并装夹在通用夹具上。对刀点选在零件的几何中心 P_0 点上，沿 x 轴走刀到 P_T 点，再沿零件轮廓 $\widehat{B_0B_1}$ 段圆弧的切向切入零件，然后沿逆时针方向加工零件。

刀具选用 $\phi 10\text{mm}$ 立铣刀。进给速度：快速进给 $f_1 = 300\text{mm}/\text{min}$ ；切削进给 $f_2 = 80\text{mm}/\text{min}$ 。主轴转速 $n = 980\text{r}/\text{min}$ 。

首先进行数值计算，用三点作圆法编程，在计算机上求出各圆的圆心和半径，然后编制“零件源程序”。操作人员就可以根据“零件源程序”进行穿孔制备纸带等一系列后续步骤，从而加工出中心轮的理论齿形来。

为了提高铣削表面的精度，可使铣刀的实际直径小于编程刀具直径，留有 $0.20\sim 0.50\text{mm}$ 的精加工留量，最后再精铣一次。

采用数控机床加工中心轮理论齿形还有一个优越性，那就是只要更换一条程序带，甚至不用更换刀具和夹具，就可以加工出不同齿形参数的齿形来。随着摆动活齿传动的进一步普及和系列化，应用数控机床加工中心轮的理论齿形越发显示出其适应性。

第四节 中心轮齿形的检测

在加工中心轮齿形时，为保证其齿形能够达到设计精度要求，在加工过程中，需要控制齿形上的某些尺寸。在检查中心轮齿形精度时，也需要测量出某些尺寸的实际值，通常称这些尺寸为测量尺寸。中心轮齿形的公法线长度 W 和量柱距 M 是其中常被选用的两种。

一、中心轮齿形的公法线测量法

1. 中心轮公法线长度的计算 为使公法线长度 W 能够成为测量的依据，应预先求出它的标准值，为此要推导出中心轮齿形公法线长度 W 方程式。下面我们根据中心轮齿数 z_k 和凸凹齿形的不同情况分别加以讨论：

(1) 齿数 z_k 为奇数 如图5-22a所示，选择坐标系(Oxy)，

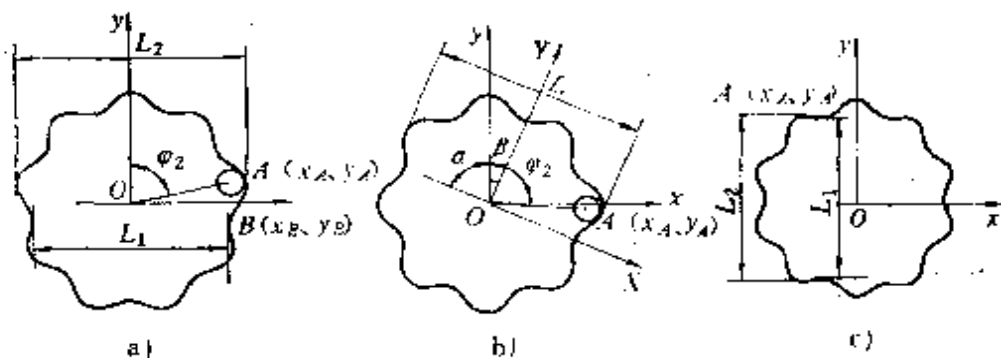


图5-22 计算公法线长度简图

令坐标原点 O 与中心轮几何中心重合， y 轴与中心轮齿形的齿间对称轴重合。当中心轮齿数 z_K 为奇数时，只需测出与 x 轴平行方向的公法线长度，就可以得到中心轮齿形的全部公法线长度。从图中可以看出，公法线 W 与 x 轴平行，量具测爪与齿廓切点 $A(x_A, y_A)$ 处的斜率补角 $\alpha = \pi/2$ ，则由中心轮理论齿形方程式(4-2)知

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left[\frac{z_K \sin z_K \varphi_2 \cos \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \sin \varphi_2}{z_K \sin z_K \varphi_2 \sin \varphi_2 - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \cos \varphi_2} \right] = \frac{\pi}{2}$$

即 $\operatorname{tga} = \infty$ ，故有

$$z_K \sin z_K \varphi_2 \sin \varphi_2 - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \cos \varphi_2 = 0 \quad (5-4)$$

根据式(5-4)，利用迭代法求与所测中心轮齿形在 A 点接触的活齿位置角 φ_2 ， $0 < \varphi_2 < \pi$ ，将其代入中心轮齿形理论方程式(4-2)中，可求出切点 A 的坐标值 (x_A, y_A) ，并由此得到公法线长度 W 方程式

$$W = 2x_A = 2 \{ [a \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z_K \varphi_2} + H] \sin \varphi_2 + r_s \} \quad (5-5)$$

计算跨齿数 n

跨齿数分凸齿跨齿数和凹齿跨齿数两种，如图5-22a所示， A 位置为测凹齿， B 位置为测凸齿。

测凹齿，跨齿数为奇数时：

$$n = 2 \operatorname{INT}(\varphi_2 / \psi_A + 0.5) + 1 \quad (5-6)$$

测凸齿，跨齿数为偶数时：

$$n = 2\text{INT}(\varphi_2/\phi_A + 1) \quad (5-7)$$

式中 ϕ_A ——中心轮齿形的圆心角， $\phi_A = 2\pi/z_K$ 。

INT——取整符号。

测奇数凹齿时，对于另半周，就相当于测了偶数凹齿，偶数凸齿对于另半周就是奇数凸齿。利用这种测量方法，凸齿奇偶数齿、凹齿奇偶数齿都可以测得。

(2) 齿数 z_K 为偶数 中心轮齿数 z_K 为偶数时，可首先利用式(5-4)~式(5-7)测出偶数齿的凸齿公法线，奇数齿的凹齿公法线。偶数齿的凹齿公法线及奇数齿的凸齿公法线求法，下面分两种情况分析：

($z_K - 2$)/2为奇数：

如图5-22b所示，将坐标系(Oxy)按顺时针方向转 $\beta = \phi_A/2 = \pi/z_K$ 角，得到在坐标系(OXY)中的中心轮齿形方程式

$$\begin{cases} X = x\cos\beta - y\sin\beta \\ Y = x\sin\beta + y\cos\beta \end{cases}$$

求平行于 X 轴方向的公法线长度。从图中可以看出，量具测爪与齿廓切点 $A(x_A, y_A)$ 处的斜率补角 $\alpha = (\pi/2) - \beta$ ，则由中心轮理论齿形方程式(4-2)知

$$\alpha = \text{arctg} \left[-\frac{z_K \sin z_K \varphi_2 \cos \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \sin \varphi_2}{z_K \sin z_K \varphi_2 \sin \varphi_2 - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \cos \varphi_2} \right] = \frac{\pi}{2} - \beta$$

同样可用迭代法求与所测中心轮齿形在 A 点接触的活齿位置角 φ_2 ，取 $(\pi/z_K) < \varphi_2 \leq \pi(z_K - 2)/(2z_K)$ ，代入中心轮理论齿形方程式(4-2)中，可求出切点 A 的坐标值 (x_A, y_A) ，并由此得到公法线长度 W 方程式

$$\begin{aligned} W &= 2X_A \\ &= 2(x_A \cos\beta - y_A \sin\beta) \end{aligned} \quad (5-8)$$

计算跨齿数 n ：

$$\text{凹齿 } n = 2\text{INT}(\varphi_2/\phi_A + 0.5)$$

$$\text{凸齿 } n = 2\text{INT}(\varphi_2/\phi_A) + 1$$

$(z_K - 2)/2$ 为偶数:

如图 5-22c 所示, 奇数齿凸齿公法线和偶数齿凹齿公法线可以沿 y 轴方向测量, 这时测具测爪与齿廓切点 $A(x_A, y_A)$ 处的斜率补角 $\alpha = 0$, 则由中心轮理论齿形方程式知

$\text{tg}\alpha = 0$, 即

$$z_K \sin z_K \varphi_2 \cos \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \sin \varphi_2 = 0$$

同样可用迭代法求与所测中心轮齿形在 A 点接触的活齿位置角 φ_2 , 由于中心轮齿廓的对称性, 所以取 $0 < \varphi_2 < (\pi/2)$, 将其代入中心轮理论齿形方程式中, 可求得切点 A 的坐标值 (x_A, y_A) , 由此得到公法线长度方程式

$$\begin{aligned} W &= 2y_A \\ &= 2a (\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}) \cos \varphi_2 + r_b \end{aligned} \quad (5-9)$$

计算跨齿数 n :

$$\text{凸齿 } n = 2\text{INT}\left(\frac{\pi - 2\varphi_2}{2\phi_A} + 0.5\right) + 1$$

$$\text{凹齿 } n = 2\text{INT}\left(\frac{\pi - 2\varphi_2}{2\phi_A} + 1\right)$$

应当指出, 当中心轮理论齿形不满足齿形连续传动条件 $[a(\lambda - 1)\lambda / (z_K^2 - \lambda)] \geq r_b$ 时, 将导致中心轮齿形发生顶切, 或由于结构等设计要求中心轮齿形需要削顶时, 都不能测量凸齿公法线长度, 而只能测量凹齿公法线长度。

分析上述得到的中心轮奇数和偶数齿的公法线长度方程式, 可以看出影响中心轮公法线长度的参数较多。当活齿传动的系列化、标准化解决之后, 可得到一个简单统一的计算中心轮公法线长度方程式, 或可制作出某种可供直接查出公法线长度的表格。

2. 中心轮加工精度分析 用范成法加工中心轮齿形时, 齿形参数 a 、 R 、 r_b ... 等的误差, 将直接影响中心轮的齿形精度。应找到齿形加工误差的分析方法, 才能有针对性地控制齿形误差。

下面简单介绍用测量公法线长度 W 来分析齿形加工精度的方法。
由上述公法线长度知

$$W_i = W_i(a, R, r_b, \dots)$$

通过测量中心轮实际公法线长度 W_1, W_2, W_3, \dots 与上述对应的理论公法线长度 $W_1^0, W_2^0, W_3^0, \dots$ 进行比较, 可得到公法线长度误差方程

$$\Delta W_i = \frac{\partial W_i}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial W_i}{\partial R} \Delta R + \frac{\partial W_i}{\partial r_b} \Delta r_b + \dots$$

一个中心轮至少存在三条公法线——一条凸齿和两条凹齿公法线, 所以公法线长度误差方程至少也可以写出三个。通过解这三个线性方程组可以求得参数误差 $\Delta a, \Delta R$ 及 Δr_b 。

不同齿数 z_K 的偏导数方程为

(1) 齿数 z_K 为奇数 公法线方程为式(5-5)一种形式, 各偏导数为

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial a} &= 2 [\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}] \sin \varphi_2 \\ &\quad - \frac{2\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \sin \varphi_2 \\ \frac{\partial W}{\partial R} &= \frac{2\lambda \sin \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \\ \frac{\partial W}{\partial r_b} &= \frac{2\lambda \sin \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} + 2 \end{aligned} \right. \quad (5-10)$$

(2) $(z_K - 2)/2$ 为奇数 公法线方程有式(5-5)和式(5-8)两种形式, 测偶数凸齿和奇数凹齿时用式(5-5), 各偏导数用式(5-10)。测奇数凸齿和偶数凹齿时, 用式(5-8), 各偏导数为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial a} &= 2 \left\{ [\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}] \sin \varphi_2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda^2 \sin \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \right\} \cos \beta - 2 \left\{ [\cos z_K \varphi_2 \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}] \cos \varphi_2 - \frac{\lambda^2 \cos \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \right\} \sin \beta \\ \frac{\partial W}{\partial R} &= \frac{2\lambda \sin \varphi_2 \cos \beta}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} - \frac{2\lambda \sin \beta \cos \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \quad (5-11) \\ \frac{\partial W}{\partial r_b} &= \left[\frac{2\lambda \sin \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} + 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) \right] \cos \beta \\ &\quad - \left[\frac{2\lambda \cos \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} + 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) \right] \sin \beta \end{aligned} \right\}$$

(3) $(z_K - 2)/2$ 为偶数 公法线方程有式(5-5)和式(5-9)两种形式, 测偶数凸齿和奇数凹齿时用式(5-5), 各偏导数用式(5-10)。测奇数凸齿和偶数凹齿时, 用式(5-9), 各偏导数为

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial a} &= 2 [\cos z_K \varphi_2 + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2} \cos \varphi_2] - \frac{2\lambda^2 \cos \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \\ \frac{\partial W}{\partial R} &= \frac{2\lambda \cos \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} \quad (5-12) \\ \frac{\partial W}{\partial r_b} &= \frac{2\lambda \cos \varphi_2}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \varphi_2}} + 2 \end{aligned} \right.$$

根据中心轮的齿数 z_K 不同和凸凹齿不同, 选择不同的公法线长度方程式, 求出相应的偏导数, 建立线性方程组, 即可通过测量公法线长度求得各齿形参数误差 Δa 、 ΔR 、 Δr_b 、…。显然, 所测实际公法线条数等于所求误差量个数时, 各误差量才能求出, 而中心轮齿形能够测得的公法线条数和它的齿数 z_K 、齿形连续条件有关, 在一般情况下, 中心轮至少可以测得三条公法线。如果测得的公法线条数不足所求误差量个数时, 可综合运用公法线测量法及测其它齿形尺寸的方法 (如测齿高、测量柱距等), 即可

求出所有的误差量。

二、中心轮齿形的量柱距测量法

在中心轮两个对应的齿间中，放入直径为 d_p 的量柱，通过测量两个量柱之间的距离——量柱距 M 来控制中心轮齿形尺寸的方法称量柱距 M 测量法。应用量柱距 M 测量法测量中心轮齿形无需专用量仪，具有准确、方便、实用等特点。特别是测量内齿中心轮更具优越性。

1. 量柱直径 d_p 为了提高设计精度和测量精度，确定量柱的圆柱面与中心轮齿间两侧齿面在凸凹齿形连接处(即拐点)附近相切为宜，因为中心轮齿形由于修形等原因，实际齿形在齿顶和齿根附近都与理论齿形相差较多，而在齿形拐点附近，修形后也是理论齿形或与理论齿形相差甚微。

下面以量柱圆柱面与中心轮齿间两侧齿面在拐点处相切为条件，求量柱的直径 d_p 。

根据中心轮齿形拐点方程(4-9)，用数值方法编程上机计算，可求出拐点 K 对应的活齿轮转角 φ_{2K} 值，根据 φ_{2K} 值，由中心轮理论齿形和斜率补角方程(4-2)可求出中心轮齿形拐点处的斜率补角 α_n 值和拐点的坐标值 x_{oK} 、 y_{oK} 以及由压力角方程

$$\alpha_n = 90^\circ - \alpha + \varphi_2$$

求出中心轮齿形曲线在拐点处的压力角 α_{nK} 。

图5-23示出了量柱圆、活齿圆与中心轮齿形在拐点 K 相切的几何关系。齿形在拐点处的法线 $n-n$ 必通过两圆的中心 O_F 及 C 。由图5-23所示的几何关系知，在 $\triangle OCO_F$ 中

$$\angle OCO_F = 90^\circ - \alpha_o; \quad O_F C = r_p - r_b, \quad r_p$$

为量柱圆半径； r_b 为活齿半径；

$$OC = (x_{oK}^2 + y_{oK}^2)^{1/2}.$$

根据正弦定理，计算整理得量柱直径方程

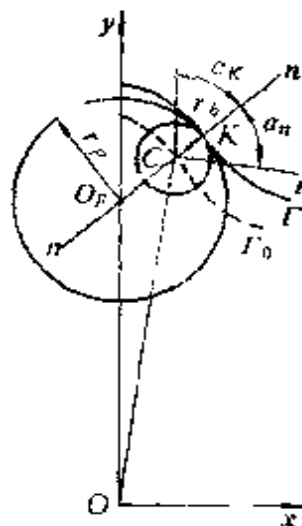


图5-23 量柱圆的几何位置

$$d_p = 2r_p = \frac{2(x_{o_K}^2 + y_{o_K}^2)^{1/2} \sin \varphi_{1K}}{\sin \alpha_K} + 2r_b \quad (5-13)$$

2. 量柱距 M 的公称值 由图5-24所示的几何关系知

$$O_P O = \frac{(x_{o_K}^2 + y_{o_K}^2)^{1/2} \cos \alpha_K}{\sin \alpha_K}$$

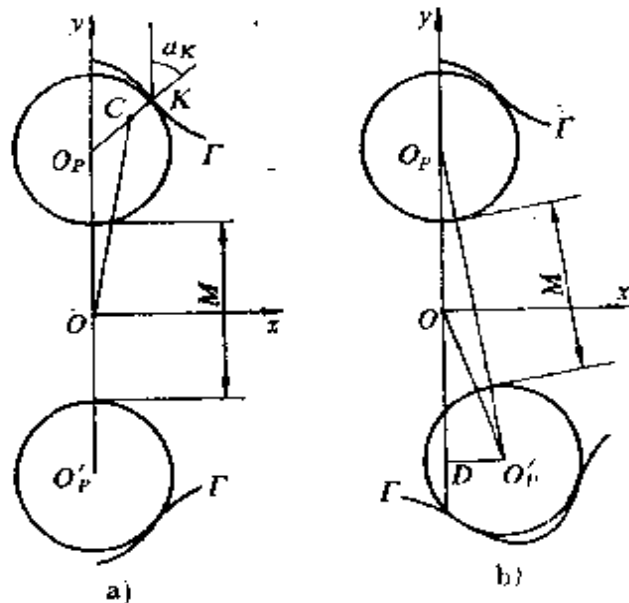


图5-24 z 分别为偶数和奇数时的 M 值

中心轮齿数 z 分别为偶数和奇数时，量柱距 M 有不同的数值。由图5-24所示的几何关系知：

z 为偶数时，有

$$M = 2O_P O - d_p = 2(x_{o_K}^2 + y_{o_K}^2)^{1/2} \frac{\cos \alpha_{\pi K}}{\sin \alpha_K} - d_p \quad (5-14)$$

z 为奇数时，有

$$\begin{aligned} M &= 2O_P O \cos\left(\frac{\pi}{2z}\right) - d_p \\ &= 2(x_{o_K}^2 + y_{o_K}^2)^{1/2} \frac{\cos \alpha_{\pi K}}{\sin \alpha_K} \cos\left(\frac{\pi}{2z}\right) - d_p \quad (5-15) \end{aligned}$$

例5-1 BW型滚柱活齿减速机。已知参数：中心轮齿数 $z_K =$

28. 传动比 $i_{ng} = 29$, 激波器偏心距 $a = 3.5\text{mm}$, 滚柱活齿直径 $d_s = 13\text{mm}$, 等效机构的连杆长 $b = 91\text{mm}$, 试计算中心轮理论齿形的测量尺寸。

解: 根据活齿传动中心轮理论齿形曲线不顶切条件方程式 (4-8)

$$\frac{a(\lambda-1)\lambda}{\lambda-z_k^2} - r_s \geq 0$$

检查该中心轮理论齿形的连续性。将已知参数代入, 计算结果不满足不顶切条件方程式, 中心轮理论齿形发生“顶切”。所以应采用“量柱距测量法”测量中心轮的理论齿形。

由编程上机计算得到量柱直径 d_p 和量柱距 M 的公称值分别为

$$d_p = 23.64\text{mm}$$

$$M = 148.60\text{mm}$$

第六章 活齿传动的啮合理论

活齿传动的传动可靠性、承载能力、传动效率等重要传动特性在很大程度上取决于它的啮合性能——传动连续性、重合度 ε 及滑动率等。本章在结构理论指导下，建立了描写活齿传动啮合特性的“啮合状态几何模型”，在此基础上推导出连续传动条件和重合度 ε 方程式。在活齿传动运动学指导下，分析了共轭齿形啮合点的相对运动，推导出滑动率 U 方程式。

第一节 啮合状态几何模型

活齿传动“啮合状态几何模型”是一个反映活齿传动啮合副的啮合状态及各啮合副运动接替关系的概念化虚设齿形。它的建立为研究活齿传动的传动性能创造了条件。

一、啮合副的啮合过程

活齿传动的结构理论指出，活齿传动是由一组包含两个高副和一个低副的啮合副并联组成的，所以研究活齿传动啮合状态首先要研究一个啮合副在一个运动循环中的啮合过程。对于波幅为1的激波器，其轮廓由一条升程曲线和一条回程曲线所组成，它每转一周推动活齿径向往复一次，称为啮合副的一个运动循环。我们以图6-1所示中心轮 K 固定的啮合副为例，来分析它

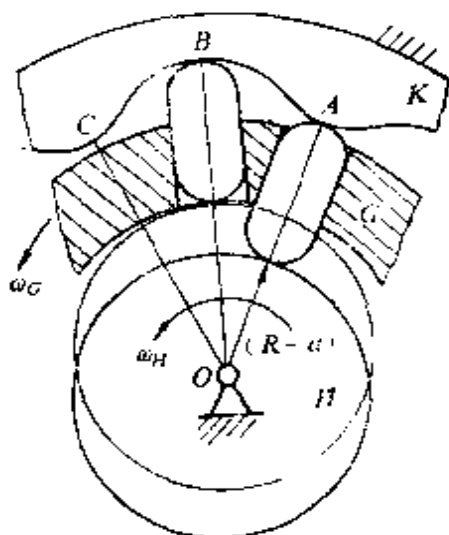


图6-1 中心轮 K 固定的移动活齿啮合副

的啮合过程。

当主动件激波器 H 逆时针以等角速度 ω_H 转动时，啮合副从激波器 H 的最小向径 $(R - a)$ 与活齿接触位置 OA 处开始进入啮合，活齿在激波器 H 升程曲线的推动下，沿中心轮 K 的工作齿廓 AB 曲面由齿顶向齿根运动，同时受活齿、活齿架径向导槽移动副的约束，推动活齿轮 G 逆时针转动，当激波器 H 转到它的最大向径 $(R + a)$ 与活齿接触时，活齿与中心轮 K 的齿根接触，达到最高点 B ，啮合副的工作行程结束。当激波器 H 继续转动，啮合副开始它的空回行程：活齿在活齿轮 G 的反推作用下，由最高位置 B 沿中心轮 K 的非工作齿廓 BC 曲面返回到最低位置 C 点。在啮合副的一个运动循环中，活齿与中心轮轮齿接触点的轨迹，形成了中心轮 K 的一个工作齿形 AB 和非工作齿形 BC 。

由啮合副的啮合过程知：与激波器 H 的升程曲线接触的活齿都处于啮合状态；而与激波器 H 的回程曲线及远停、近停曲线接触的活齿都处于非啮合状态，所以我们将激波器 H 的升程曲线所对的圆心角称为工作区域角，工作区域角内为啮合区，而把它的回程曲线(包括远停、近停曲线)所对的圆心角称为非工作区域角，非工作区域角内为非啮合区。啮合区和非啮合区随激波器 H 转动。在转动的过程中，凡是进入啮合区的活齿都处于啮合状态，凡是进入非啮合区的活齿都处于非啮合状态。

由活齿传动的结构理论知，活齿传动啮合副由一个低副和两个高副组成，它们中的任何一个失效，传动就要中断。当活齿传动的类型选定之后，则组成啮合副的低副形式也随之确定。组成移动活齿传动啮合副的低副为移动副，组成摆动活齿传动啮合副的低副为转动副。移动副或转动副的工作可靠性由结构设计来保证，在分析啮合副的啮合状态时不予考虑，所以组成啮合副两高副的运动副元素是影响啮合副啮合状态的主要因素。因为活齿通常是选定的，所以激波器的升程曲线和中心轮工作齿形曲线的连续性与活齿传动啮合区减小量的关系常用来描述啮合副的啮合状态。

二、啮合状态几何模型

由上述啮合副的啮合过程知，一个啮合副在从啮合开始到啮合结束的一个运动循环中，只能推动从动轴转过一个较小的角度，所以活齿传动单靠一个啮合副不能完成两轴之间的运动转换。为了保持活齿传动啮合过程的连续性，要求前一个啮合副在脱离啮合之前，后一个啮合副就应进入啮合，这就需要多个啮合副顺序地参加啮合才能使传动进行下去，所以要研究相邻啮合副的运动接替关系。

图 6-2 所示为由 11 个啮合副并联组成的滚柱式移动活齿传动的结构原理图。激波器 H 为偏心圆，它的升程角 $\theta_H = \pi$ 。设激波器 H 顺时针转动，则在图示位置，2~6 号活齿在升程角 θ_H 所确定的啮合区内，正处于啮合状态；1 号活齿处在啮合区和非啮合区的分界线 Oy 轴处，刚要脱离啮合；而 7~11 号活齿在回程角 θ'_H 所确定的非啮合区内，正处于非啮合状态。因为啮合区和非啮合区由激波器 H 的轮廓曲线所确定，它随激波器一起顺时针转动，所以活齿传动的 11 个并联啮合副按下列顺序进行运动接替：1 号活齿脱离啮合—7 号活齿进入啮合—2 号活齿脱离啮合—8 号活

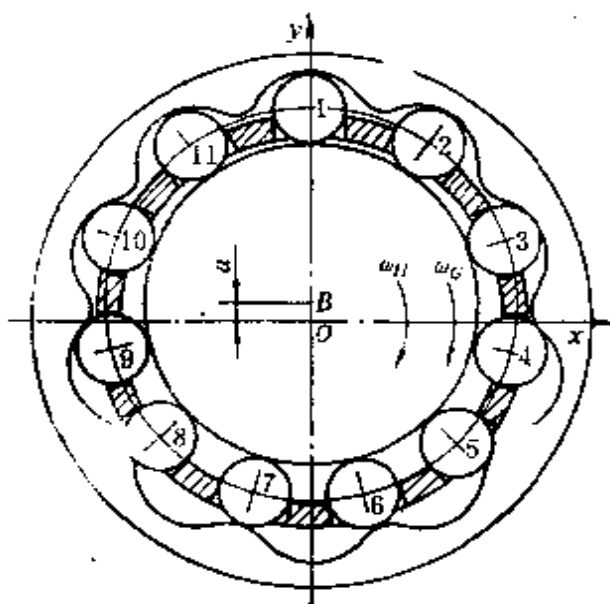


图 6-2 移动活齿传动的传动原理图

齿进入啮合……这种规律性循环往复的运动接替，使活齿传动的运动转换得以继续进行。

为了描述活齿传动运动副的啮合状态及各运动副的运动接替关系，我们建立一个活齿传动“啮合状态几何模型”。

活齿传动“啮合状态几何模型”是一个虚设的能与活齿传动所有活齿同时啮合的中心轮的概念化齿形。我们以图 6-2 所示活齿传动为例，建立它的“啮合状态几何模型”。

从图 6-2 所示活齿传动中，以中心轮的一个完整齿形作为虚设齿形，由传动原理知，其左侧齿形 BK 为非工作齿廓，右侧齿形 KA 为工作齿形，如图 6-3 所示。设想：将图 6-2 所示活齿传动的 11 个啮合副，在保持组成各个啮合副的活齿和中心轮齿形相对位置不变的条件下，分别迭加到虚设齿形的对应点上，则迭加到左侧非工作齿廓上的是非啮合区里的 7~11 号活齿；迭加到右侧工作齿廓上的是啮合区里的 2~6 号活齿；而处于啮合区和非啮合区分界线 OK 处的 1 号活齿迭加到虚设齿形的齿根处的 K 点，这样就形成活齿传动“啮合状态几何模型”。

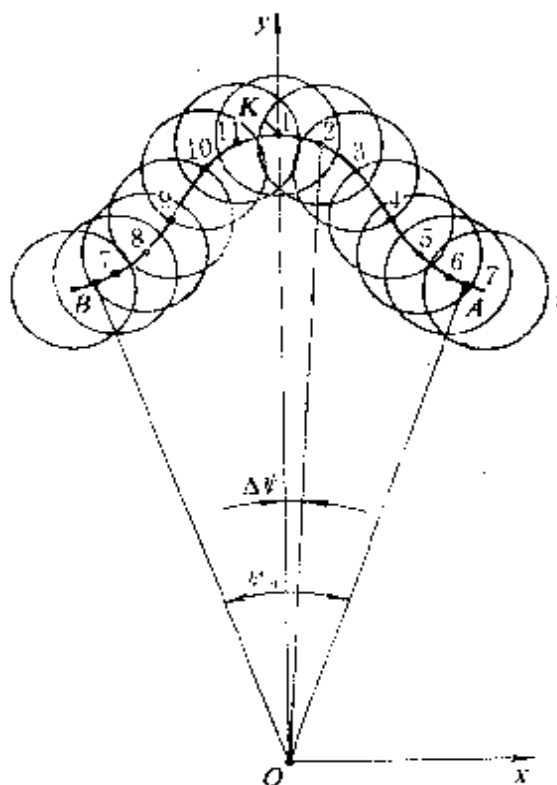


图 6-3 活齿传动啮合状态几何模型

“啮合状态几何模型”有广泛的用途，除了从“啮合状态几何模型”上，可以直接看到所有处于工作位置和非工作位置的活齿在中心轮的齿廓上的分布情况外，还可以利用“啮合状态几何模型”进行啮合副的工作过程和各啮合副的运动接替关系的分析。

啮合副的工作过程：一个啮合副的工作过程可以由它的活齿工作过程来表示，如图 6-3 所示，我们分析 11 号活齿所代表的啮合副的工作过程，11 号活齿从上一个运动循环工作过程的结束位置退出啮合后，占据了图示的 11 号位置。当传动继续进行，它便从空回行程开始进入了一个新的运动循环，在中心轮反推作用下，沿着中心轮齿廓非工作曲线移动，顺序地占据 10、9、8、7 号活齿位置。当 11 号活齿到达与中心轮齿顶接触位置 B 时，11 号活齿的空回行程结束，并立即开始了它的工作行程。在激波器升程曲线推动下，沿着中心轮齿廓的工作曲线移动，顺序地占据 6、5、4、3、2 号活齿的位置，当它到达 1 号活齿位置时，工作行程结束，到此 11 号活齿所代表的啮合副完成了一个工作循环。

各啮合副的运动接替关系：由活齿传动的中心轮齿数 z_K 小于活齿轮齿数 z_c 所决定，中心轮的左侧齿形为工作齿廓，右侧齿形为非工作齿廓，所以在啮合区里的 1 ~ 6 号活齿与中心轮左侧齿形啮合处于啮合状态；而在非啮合区里的活齿与中心轮右侧齿形啮合处于非啮合状态。从图 6-3 所示“啮合状态几何模型”中可以看出，11 个活齿是按活齿的编号 1 ~ 11 的自然顺序进行运动接替的，每一个活齿都不能超前或滞后，它们之间的接替关系是固定的。前后两相邻活齿跟随的紧密程度，由两相邻活齿在“啮合状态几何模型”上的圆心角 $\Delta\phi$ 表示， $\Delta\phi$ 称跟随角，它表示两相邻两共轭齿形在啮合过程中的接替关系， $\Delta\phi$ 越小则跟随的越紧密。

“啮合状态几何模型”还可以用来分析活齿传动的连续传动条件和推导它的传动平稳性指标——重合度 e 方程式。

第二节 活齿传动的连续传动条件

活齿传动的连续传动条件是保证活齿传动能够正常工作的必要条件，因此，设计任何类型的活齿传动都必须首先满足连续传动条件。

一、活齿传动的连续传动

连续传动是转速变换传动装置要求具备的重要传动性能。对于单波激波器，如偏心圆激波器，它每转一周活齿在活齿轮的径向导槽中往复一次，称为一个运动周期。在一个运动周期内，如果活齿传动的主动件激波器在连续转动过程中，它的从动件也是连续运动的，则称这种运动状态为连续运动。

由活齿传动的结构理论知，当组成啮合副的低副形式和活齿形式选定之后，影响连续传动的因素有三：激波器的工作区域角 θ_H ；活齿轮相邻二齿的圆心角 ϕ_B ；中心轮齿形工作齿廓的实际工作段。

激波器 H 的工作区域角 θ_H 为激波器 H 的升程曲线所对的圆心角

$$\theta_H = (\pi/z_H) - \Delta\theta_H \quad (6-1)$$

式中 z_H ——激波器的波幅数。对于偏心圆激波器， $z_H = 1$ ；对于椭圆等双波激波器， $z_H = 2$ ；

$\Delta\theta_H$ ——激波器 H 的工作区域角减小量。它包括 $\Delta\theta_{H_1}$ 、 $\Delta\theta_{H_2}$ 两部分： $\Delta\theta_{H_1}$ 为激波器的升程曲线由于某种需要在升程曲线的起点和终点修形等原因，使激波器 H 的工作区域角 θ_H 直接减小的部分； $\Delta\theta_{H_2}$ 为因中心轮齿廓修形等原因，间接使激波器 H 的工作区域角 θ_H 间接减小的部分。在计算时，应注意减去 $\Delta\theta_{H_1}$ 、 $\Delta\theta_{H_2}$ 使激波器 H 的工作区域角 θ_H 重合减小的角度。

活齿轮 G 相邻二齿所对圆心角 ϕ_B 由活齿轮 G 的实际齿数 z'_G 所确定

$$\phi_B = 2\pi/z'_G \quad (6-2)$$

活齿轮 G 的实际齿数 z'_G 是活齿传动的结构齿数，由活齿传动的结构和传动性能要求所确定；活齿轮 G 的理论齿数 z_G 是活齿传动的运动学齿数，由所实现的传动比所确定。实际齿数 z'_G 和理论

齿数 z_G 之间的关系由式 $z'_G = (z_G - \Delta z_G)$ 确定。 Δz_G 为活齿轮 G 采用“抽齿技术”时的抽齿数。

中心轮工作齿廓曲线圆心角 ϕ_K 为

$$\phi_K = (\pi / K z_K) - \Delta\phi_K \quad (6-3)$$

式中 K ——中心轮齿廓曲线不对称系数，当工作齿廓和非工作齿廓是对称的， $K = 1$ ；当不对称， K 的数值由偏置式活齿传动的等效机构——偏置曲柄滑块机构的极位夹角 θ 来确定。

$\Delta\phi_K$ ——中心轮工作齿廓曲线圆心角减小量。它是因为中心轮 K 工作齿廓变短而形成的。在工程实践中，为使共轭齿廓形成间隙、改善受力状况和提高传动性能，常采用齿廓修形技术或替代齿形（直线、圆弧、叠加曲线等），使中心轮工作齿形的齿顶和齿根的部分曲线不参加啮合，于是中心轮工作齿形曲线圆心角减小。 $\Delta\phi_K$ 间接引起的激波器工作区域角减小量 $\Delta\theta_{H_2}$ 由传动比 i_{HK}^G 所确定

$$\Delta\theta_{H_2} = i_{HK}^G \Delta\phi_K \quad (6-3a)$$

式中 i_{HK}^G ——激波器与中心轮的传动比。

我们建立一个“活齿传动工作区域角 θ_K ”，把激波器 H 工作区域角 θ_H 、活齿轮 G 相邻二齿圆心角 ϕ_B 和中心轮 K 工作齿形圆心角 ϕ_K 之间联系起来。

激波器 H 推动活齿与中心轮 K 的工作齿形从开始啮合到结束啮合，推动活齿轮转过的角度 θ_K ，称为活齿传动工作区域角。活齿传动工作区域角 θ_K 是活齿传动的重要参数，下面推导工作区域角 θ_K 方程式。

当中心轮 K 的齿形是连续的，激波器 H 的升程曲线也是连续的，则活齿传动工作区域角 θ_K 是一个定值，称理论工作区域角，它等于中心轮一个齿所对的圆心角 ϕ_K 的一半，即

$$\theta_{K_0} = \frac{\phi_A}{2} = \frac{\pi}{z_K}$$

当中心轮 K 的齿形产生顶切，顶切后中心轮齿形的齿顶出现尖点 K ， K 点是活齿与中心轮开始啮合的起点，显然，中心轮 K 产生顶切后，工作区域角 θ_K 要小于它的理论值 θ_{K_0} 。

设：活齿与中心轮 K 在起始点 K 啮合时，活齿的几何中心位于 O_K ，如图6-4所示。连接 OK 和 OO_K ，则 $\angle yOK = \pi/z_K$ ，工作区域角 $\theta_K = \angle yOO_K$ ，由中心轮理论齿形方程式(4-2)知，中心轮齿形上 K 点的坐标为

$$\begin{cases} x_K = x_0 + r_b \sin \alpha_K \\ y_K = y_0 + r_b \cos \alpha_K \end{cases} \quad (6-4)$$

中心轮原始齿廓上 O_K 点的坐标为

$$\begin{cases} x_0 = a(\cos z_K \theta_K \\ \quad + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K}) \sin \theta_K \\ y_0 = a(\cos z_K \theta_K \\ \quad + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K}) \cos \theta_K \end{cases} \quad (6-5)$$

$$\alpha_K = \operatorname{arctg} \left(\frac{-z_K \sin z_K \theta_K \cos \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K} \sin \theta_K}{z_K \sin z_K \theta_K \sin \theta_K - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K} \cos \theta_K} \right)$$

在定坐标系中，直线 OK 的方程为

$$x = y \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_K} \quad (6-6)$$

式(6-4)、式(6-6)联立经运算整理后得活齿传动工作区域角 θ_K 方程式

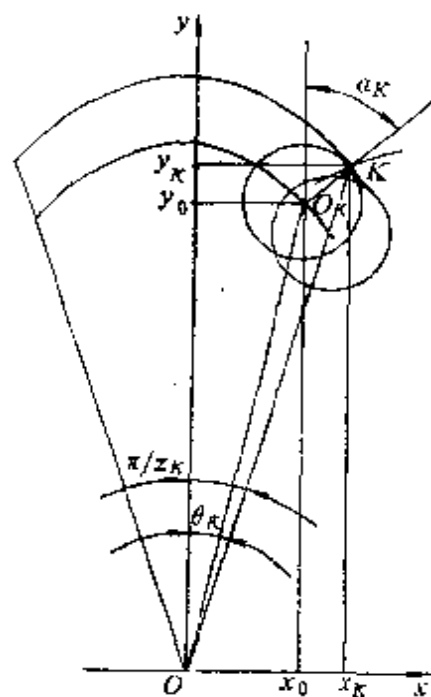


图6-4 中心轮顶切后的活齿传动工作区域角 θ_K

$$\operatorname{arctg} \left[\frac{(\cos z_K \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K}) \sin \theta_K + \xi \sin \alpha_K}{(\cos z_K \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K}) \cos \theta_K + \xi \cos \alpha_K} \right] - \frac{\pi}{z_K} = 0 \quad (6-7)$$

式(6-5)、式(6-7)联立，可求出活齿传动工作区域角 θ_K 。

修形对工作区域角 θ_K 的影响：

为改善活齿传动的受力状况和提高它的传动效率，常对中心轮的齿顶和齿根进行修形。修形后活齿传动的工作区域角 θ_K 将减小，重合度 ε 下降，这又影响活齿传动的传动平稳性和相对承载能力的提高。为了综合考虑诸因素对活齿传动传动性能的影响，对机构进行优化设计，有必要求出修形后活齿传动工作区域角减小量以及了解它对机构重合度 ε 的影响。

对中心轮修形的目的虽然可以各不相同，但修形后的最终结果是在中心轮齿根和齿顶得到一定的修形量 x_m 、 y_m 和 x_a 、 y_a ，它们是已知的。我们可以根据修形量的大小来求解中心轮修形后活齿传动工作区域角减小量。

1) 齿根修形的工作区域角减小量：如图6-5a所示，给定中心轮的齿根修形量为 x_m ，令 $x_m = Cr_b$ ，当 r_b 由强度条件选定后，

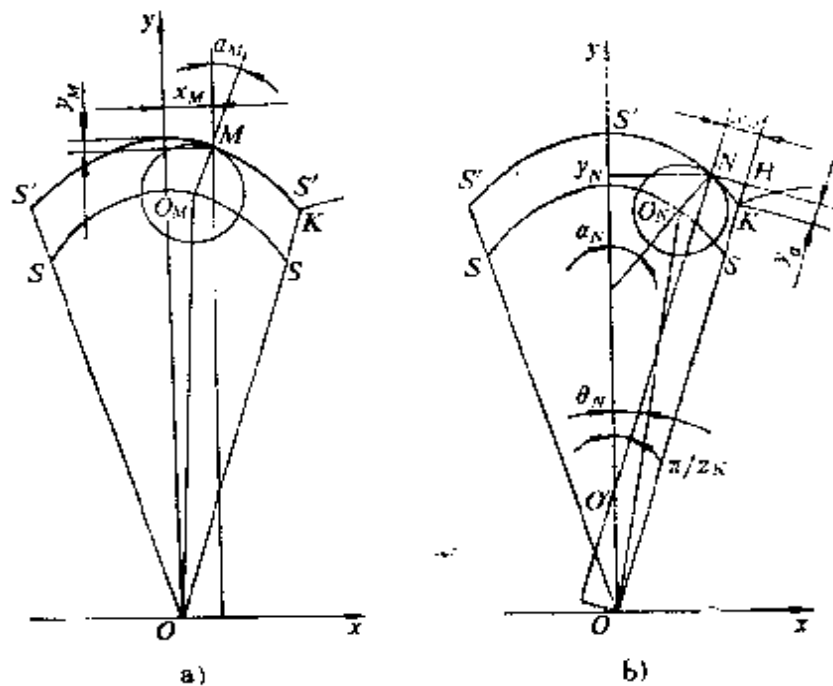


图6-5 工作区域角与修形量之间的关系

C 为常数, 则齿根修形后波齿工作区域角减小量为 θ_m , 由中心轮理论齿形方程(4-2)知, 其上 M 点的坐标为

$$\begin{cases} x_m = x_0 + r_b \sin \alpha_m \\ y_m = y_0 + r_b \cos \alpha_m \end{cases} \quad (6-8)$$

原始齿廓上 O_M 点的坐标和斜率补角分别为

$$\begin{cases} x_0 = a(\cos z_K \theta_m + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_m}) \sin \theta_m \\ y_0 = a(\cos z_K \theta_m + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_m}) \cos \theta_m \end{cases} \quad (6-9)$$

$$\alpha_m = \operatorname{arctg} \left(-\frac{z_K \sin z_K \theta_m \cos \theta_m + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_m} \sin \theta_m}{z_K \sin z_K \theta_m \sin \theta_m - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_m} \cos \theta_m} \right)$$

由式(6-8), 考虑 $x_m = Cr_b$, $\xi = r_b/a$, 得到

$$\alpha_m - \arcsin \left[C - \frac{1}{\xi} (\cos z_K \theta_m + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_m} \sin \theta_m) \right] = 0 \quad (6-10)$$

式(6-9)、式(6-10)联立, 可求出中心轮齿根修形的工作区域角减小量 θ_m 。

如图6-5a所示, 当给定中心轮齿根修形量为 y_m , 令 $y_m = C' r_b$, 当 r_b 由强度条件选定后, C' 为常数, 则经过类似的推导可得到

$$\alpha_m - \arccos \left[1 - C' - \frac{1}{\xi} (\cos z_K \theta_m + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_m} \cos \theta_m) \right] = 0 \quad (6-11)$$

式(6-9)、式(6-11)联立可求出 θ_m 。

2) 齿顶修形的工作区域角减小量 如图6-5b所示, 给定中心轮的齿顶修形量为 x_n , 令 $x_n = C_n r_b$, 当 r_b 由强度条件选定后, C_n 为常数, 则齿顶修形后活齿传动工作区域角减小为 θ_n , 由中心轮理论齿形方程知, N 点坐标为

$$\begin{cases} x_n = x_0 + r_b \sin \alpha_n \\ y_n = y_0 + r_b \cos \alpha_n \end{cases} \quad (6-12)$$

原始齿廓上 O_N 点的坐标和斜率补角分别为

$$\begin{cases} x_0 = a(\cos z_K \theta_n + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_n}) \sin \theta_n \\ y_0 = a(\cos z_K \theta_n + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_n}) \cos \theta_n \end{cases} \quad (6-13)$$

$$\alpha_n = \arctg \left(- \frac{z_K \sin z_K \theta_n \cos \theta_n + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_n} \sin \theta_n}{z_K \sin z_K \theta_n \sin \theta_n - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_n} \cos \theta_n} \right)$$

在图6-5b中,过N点作OK的平行线NO',与y轴交于O'点,由几何关系得

$$x_n = y_n \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_K} - \frac{x_a}{\cos \frac{\pi}{z_K}} \quad (6-14)$$

式(6-12)、式(6-14)联立,经运算整理后得

$$\begin{aligned} \sin \alpha_n - \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_K} \cos \alpha_n - \frac{1}{\xi} (\cos z_K \theta_n + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_n}) \\ \left(\cos \theta_n \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_K} - \sin \theta_n \right) - \frac{C_a}{\cos \frac{\pi}{z_K}} = 0 \end{aligned} \quad (6-15)$$

式(6-13)、式(6-15)联立,可求出齿顶修形后的活齿传动工作区域角 θ_n 。

如图6-5b所示,当给定齿顶修形量为 y_a ,令 $y_a = C'_a r_b$,当 r_b 由强度条件选定后, C'_a 为常量, $KH = y_a$,则OH的垂线HM与中心轮齿形的交点为

$$x_n = \frac{r_K + y_a}{\sin \frac{\pi}{z_K}} - y_n \operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_K} \quad (6-16)$$

式中 r_K ——中心轮齿形K点的向径 r_K ,由式(6-4)确定。

式(6-16)、式(6-12)联立,经运算整理后得

$$\begin{aligned} \sin \alpha_n - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_K} \cos \alpha_n - \frac{1}{\xi} (\cos z_K \theta_n + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_n}) \\ \times \left(\sin \theta_n + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_K} \cos \theta_n \right) + \left\{ \left[\frac{1}{\xi^2} (\cos z_K \theta_n \right. \right. \\ \left. \left. + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_n})^2 + \frac{1}{\xi} (\cos z_K \theta_n + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_n}) \right]^2 \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{\xi} (\cos z_K \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K}) \cos(\alpha_K - \theta_K) + 1 \Big]^{1/2} + C'_0 \Big\} / \sin \frac{\pi}{z_K} = 0 \quad (6-17)$$

式(6-17)、式(6-13)联立,可求出中心轮齿顶修形后的工作区域角 θ_* 。

二、活齿传动的连续传动条件

根据活齿传动连续传动的定义,活齿传动连续传动条件可用“在活齿传动啮合区中每一瞬时最少有一个活齿处于啮合状态”来表示,有

$$(\theta_H / \phi_B) > 1 \quad (6-18)$$

当中心轮 K 的齿形和激波器 H 的轮廓都连续时,将 $\theta_H = \pi / z_H$, $\phi_B = 2\pi / z_G$ 代入上式,经整理得活齿传动的连续传动条件

$$z_G > 2z_H \quad (6-19)$$

设中心轮固定,单波激波器的波幅 $z_H = 1$;

当活齿轮齿数 z_G 为偶数时,活齿轮 G 的最少齿数 $z_{G\min} = 4$ 。对应的中心轮 K 的最少齿数 $z_{K\min} = 5$ 时,激波器 H 和活齿轮 G 转向相同;对应的中心轮 K 的最少齿数 $z_{K\min} = 3$ 时,激波器 H 和活齿轮 G 转向相反。如图6-6所示。

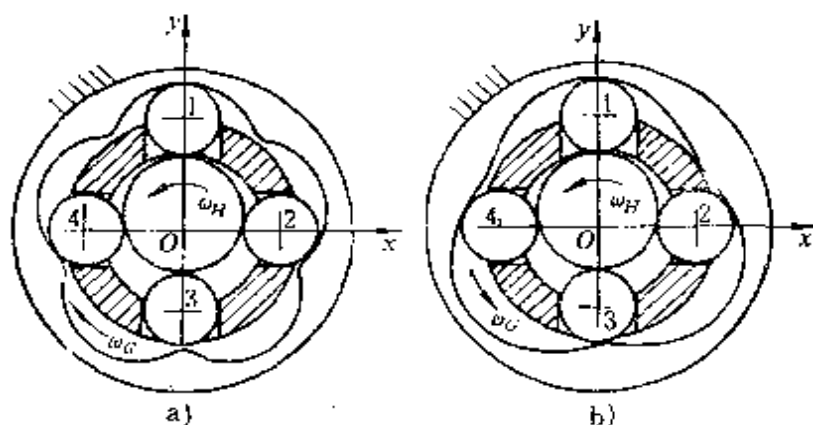


图6-6 z_G 为偶数的连续传动条件

当活齿轮齿数 z_G 为奇数时,活齿轮的最少齿数 $z_{G\min} = 3$ 。若

对应的中心轮 K 的最少齿数 $z_{Kmin} = 4$ 时，激波器 H 和活齿轮 G 转向相反；若对应的活齿轮 K 的最少齿数 $z_{Kmin} = 2$ 时，激波器 H 和活齿轮 G 转向相同。如图6-7所示。

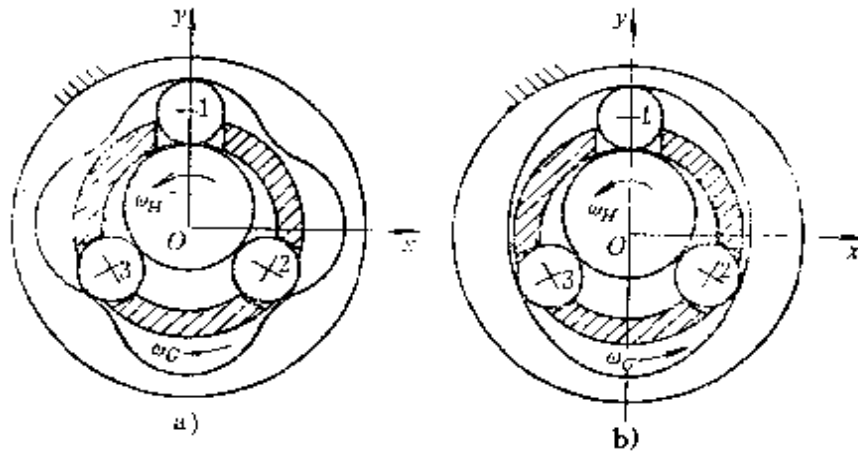


图6-7 z_G 为奇数的连续传动条件

设中心轮固定，双波激波器的波幅 $z_H = 2$ ：

当活齿轮齿数 z_G 为偶数时，活齿轮 G 的最少齿数 $z_{Gmin} = 6$ 。对应的中心轮 K 的最少齿数 $z_{Kmin} = 8$ 时，激波器 H 和活齿轮 G 转向相反；对应的中心轮 K 的最少齿数 $z_{Kmin} = 4$ 时，激波器 H 和活齿轮 G 转向相同。如图6-8所示。

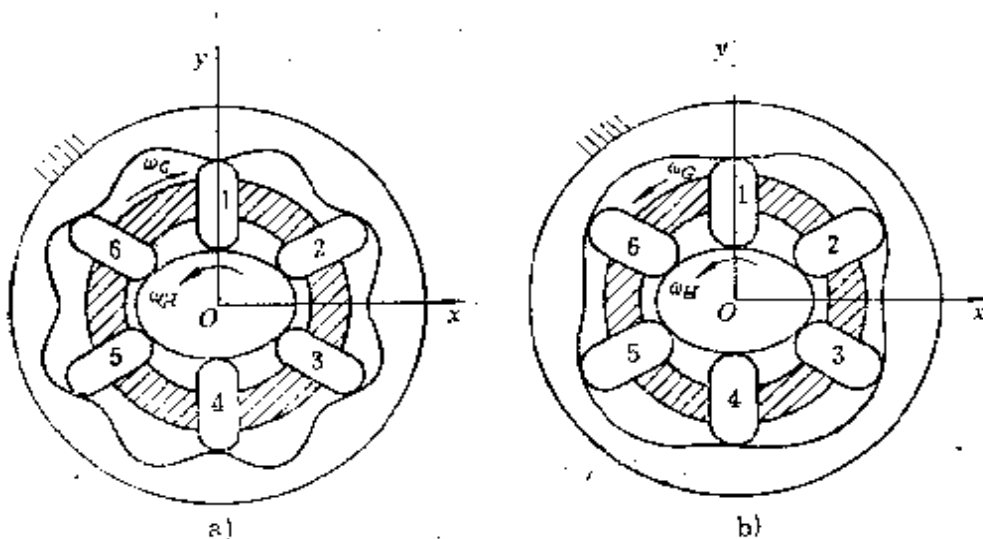


图6-8 双波活齿传动偶数齿连续传动条件

当活齿轮齿数 z_G 为奇数时，在两个反对称的啮合区中，参加

啮合的活齿不能一一对应，所以工作区域角等于两个升程曲线圆心角之和，有 $\theta_H = \pi$ ，由此得活齿轮 G 的最少齿数 $z_{Gmin} = 3$ 。若对应的中心轮 K 的最少齿数 $z_{Kmin} = 5$ 时，激波器 H 和活齿轮 G 的转向相反；若对应的中心轮 K 的最少齿数 $z_{Kmin} = 1$ 时，激波器 H 与活齿轮 G 的转向相同。如图6-9所示。

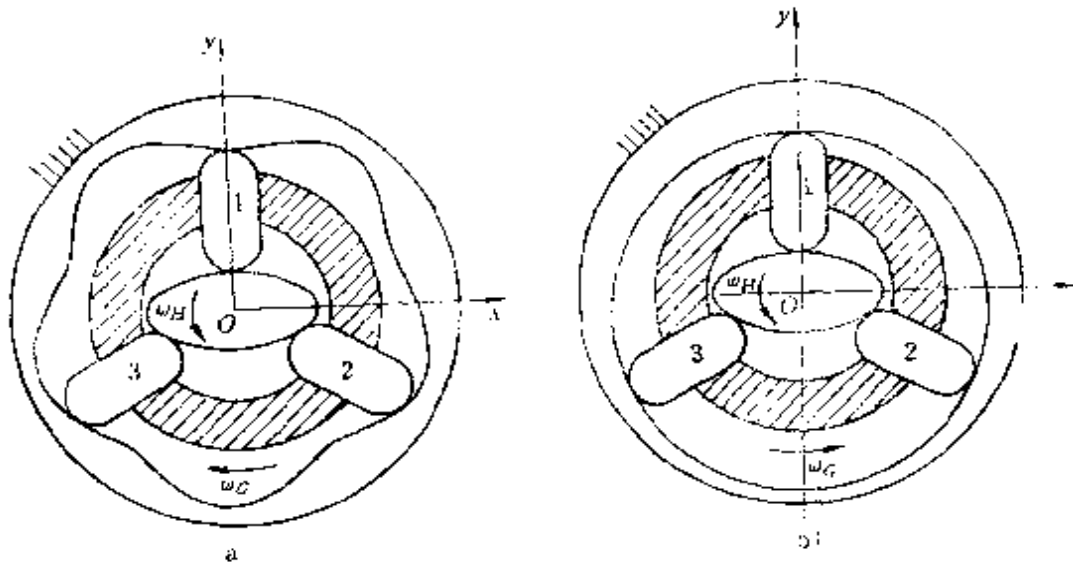


图6-9 双波活齿传动奇数齿连续传动条件

当中心轮齿形曲线或激波器轮廓升程曲线不连续时，活齿轮和中心轮的最少齿数 z_{Gmin} 、 z_{Kmin} 都因工作区域角 θ_H 减小而增加，增加的数值由中心轮齿形曲线和激波器轮廓升程曲线不连续程度来确定。

活齿传动连续传动条件还可以用“活齿传动啮合状态几何模型”求得。根据活齿传动连续传动的定义，连续传动条件可以表示为“在啮合状态几何模型的工作齿廓上，每一瞬时最少有一个活齿与其啮合”，即用中心轮工作齿廓圆心角 $\phi_K/2$ 和跟随角 $\Delta\phi$ 之比来表示，有

$$\phi_K/2\Delta\phi > 1 \quad (6-20)$$

式中，跟随角 $\Delta\phi$ 等于中心轮相邻二齿所对圆心角 ϕ_A 与活齿轮相邻二齿所对圆心角 ϕ_B 之差

$$\Delta\phi = \phi_A - \phi_B = 2\pi(z_G - z_K)/z_K z_G \quad (6-21)$$

将式 (6-7) 及 $\phi_A = \pi/z_K$ 代入式 (6-6), 经整理得活齿传动连续传动条件的另一种表达形式

$$z_G > 2(z_G - z_K) \quad (6-22)$$

式中 $(z_G - z_K)$ ——活齿轮 G 和中心轮 K 的齿数差, 它的数值和激波器 H 的波数 z_H 一一对应: 当 $(z_G - z_K) = 1$, 称一齿差活齿传动, 激波器 H 的波幅 $z_H = 1$; 当 $(z_G - z_K) = 2$, 称二齿差活齿传动, 激波器 H 的波幅 $z_H = 2$ 。所以式 (6-19) 和式 (6-20) 的含意相同, 都表示活齿传动的连续传动条件。例如, 对于单波激波器, $|(z_G - z_K)| = 1$, 连续传动条件为 $z_G > 2$; 对于双波激波器, $|(z_G - z_K)| = 2$, 连续传动条件为 $z_G > 4$ 。

第三节 活齿传动的重合度 ε

活齿传动的重合度 ε 表示其同时参加啮合的齿对数, 是表达活齿传动平稳性和承载能力的传动性能指标, 是受力分析和强度计算的重要参数。我们在假定: 1) 组成啮合副的低副 (移动副和转动副) 工作可靠; 2) 传动是无间隙的; 3) 在不考虑啮合副的弹性变形的条件下, 讨论活齿传动的重合度 ε 。

一、重合度 ε 通用方程式

由上节所知, 活齿传动的连续传动条件是, 激波器的工作区域角 θ_H 大于活齿轮的相邻二齿所对圆心角 ϕ_B , 可以用式 $(\theta_H/\phi_B) > 1$ 表示, 我们用符号 ε 表示这个比值, ε 称活齿传动的重合度。即

$$\varepsilon = \theta_H/\phi_B \geq 1$$

重合度 ε 的大小表示同时参加啮合齿数的多寡, 其值越大则传动越平稳, 每一齿所受的力亦越小, 即承载能力高, 因此重合度 ε 是衡量活齿传动的重要质量指标之一。重合度 ε 的值可如下求出:

对于单波激波器, 波幅 $z_H = 1$, 将 $\theta_H = \pi - \Delta\theta_H$ 和 $\phi_B = 2\pi/z'_G$ 代入上式中, 经整理得重合度 ε 通用方程式

$$\varepsilon = (z_G/2)(1 - \Delta\theta_H/\pi) \quad (6-23)$$

当中心轮 K 的齿形和激波器的轮廓都是连续的, 则激波器工作区域角减小量 $\Delta\theta_H$ 为零, 重合度达到最大值 ε_0 , 称 ε_0 为活齿传动的理论重合度, 有

$$\varepsilon_0 = z_G/2 \quad (6-24)$$

式(6-24)表示活齿传动最多可以有一半的活齿参加啮合, 这就是活齿传动的传动平稳性高, 承载能力强的主要原因。

在工程实践中, 由于润滑间隙、力及热变形及制造安装误差等原因, 直接或间接使激波器的工作区域角 θ_H 减小, 导致实际重合度 ε 小于理论重合度 ε_0 , 其减小量由激波器工作区域角减小量 $\Delta\theta_H$ 来决定, 所以根据具体的传动要求, 首先确定激波器工作区域角减小量 $\Delta\theta_H$, 而后按式(6-23)计算实际重合度 ε , 这是经常遇到的。

应用活齿传动啮合状态几何模型, 同样可以推导出重合度 ε 通用方程式。在啮合状态几何模型上, 活齿传动连续传动条件可表示为中心轮工作区域角 θ_K 大于跟随角 $\Delta\phi$ 。由此重合度 ε 可表示为

$$\varepsilon = \theta_K/\Delta\phi \geq 1$$

对于单波激波器, 波幅 $z_H = 1$, 将 $\theta_K = \pi/z_K - \Delta\theta_K$, $\Delta\phi = 2\pi(z_G - z_K)/z_G z_K$ 代入上式中, 经整理得重合度 ε 通用方程式

$$\varepsilon = (z_G/2)(1 - \Delta\theta_K z_K/\pi) \quad (6-25)$$

当中心轮 K 的齿形和激波器的轮廓都是连续的, 则中心轮工作区域角减小量 $\Delta\theta_K$ 为零, 重合度达到最大值 $\varepsilon_0 = z_G/2$ 。

由式(6-3a)知 $\Delta\theta_H = i_{HK}^G \Delta\theta_K$, 再考虑到活齿轮 G 固定, 激波器 H 主动、中心轮 K 从动的传动比 $i_{HK}^G = z_K$, 所以有

$$\Delta\theta_H = z_K \Delta\theta_K$$

故, 式(6-23)和式(6-25)所表示的重合度 ε 通用方程式是完全相同的。

二、重合度 ε 计算举例

试计算双排结构滚柱活齿减速机的理论重合度 ε_0 和实际重合

度。已知下列参数：偏心圆激波器 H 和活齿轮 G 的转向相同；滚柱活齿半径 17mm ；偏心距 $a = 8.5\text{mm}$ ；激波系数 $\lambda = (b/a) = 23$ ；中心轮齿数 $z_K = 22$ ，活齿齿数 $z_G = z_K + 1 = 23$ ；偏心圆激波器半径 $R = (b - r_s) = 187\text{mm}$ 。

1. 理论重合度 ε_0 由式(6-24)得重合度的理论数值为

$$\varepsilon_0 = \frac{z_G}{2} = \frac{23}{2} = 11.5$$

2. 重合度的实际数值 ε 根据式(6-4)、式(6-6)编程序，计算得到该减速机的工作区域角 $\theta_K = 0.087542\text{rad}$ ，代入式(6-25)，可计算出中心轮顶切后的重合度 ε

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{z_K \theta_K}{\pi} = \frac{23 \times 22 \times 0.087542}{2 \times 3.14159} = 7.05$$

设齿根的修形量 $x_m = 14\text{mm}$ ，根据式(6-5)编程序，计算得到中心轮齿根修形后该活齿传动工作区域角减小量 $\theta_m = 0.027323\text{rad}$ ，将实际的工作区域角 $(\theta_K - \theta_m)$ 代入式(6-25)，可求出中心轮顶切后齿根修形后的重合度 ε'

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \varepsilon_0 \frac{z_K (\theta_K - \theta_m)}{\pi} = \frac{23 \times 22 \times (0.087542 - 0.027323)}{2 \times 3.14159} \\ &= 4.85 \end{aligned}$$

设中心轮的齿顶修形量 $y_a = 208 - r_K$ ，中心轮齿顶尖端的向径 r_K 可以由式(6-4)求得， $r_K = 205.34721\text{mm}$ ；根据式(6-13)、式(6-17)编程序，计算得到中心轮齿顶修形后该活齿传动工作区域角 $\theta_n = 0.071400\text{rad}$ ，将其代入式(6-25)，可求出中心轮齿顶单独修形后的重合度 ε_a

$$\varepsilon_a = \varepsilon_0 \frac{z_K \theta_n}{\pi} = \frac{23 \times 22 \times 0.071400}{2 \times 3.14159} = 5.75$$

设中心轮的齿根的修形量 $x_m = 14\text{mm}$ ，齿顶修形量 $y_a = (208 - 205.3471)\text{mm} = 2.65279\text{mm}$ ，将实际工作区域角 $(\theta_n - \theta_m)$ 代入式(6-25)，可求出中心轮的齿根齿顶全修形的重合度 $\varepsilon_{f,a}$

$$\varepsilon_{fa} = \varepsilon_0 \frac{z_K(\theta_n - \theta_m)}{\pi} = \frac{23 \times 22 \times (0.071400 - 0.027323)}{2 \times 3.14159} = 3.55$$

活齿传动的重合度 ε 表示实际参加工作的活齿轮 G 的齿数,一般情况下它在两相邻整数之间变化。例如,重合度 $\varepsilon_{fa} = 3.55$,表示其实际工作齿数在 $3 \sim 4$ 之间变化,它的最少工作齿数为3。

应用实例的计算结果表明,在中心轮发生顶切和采取修形之后,活齿传动实际参加啮合的齿数要比它的理论啮合齿数少得多。

应用“活齿传动啮合状态模型”,分析中心轮负等距正移距齿廓修形($-\Delta r_b + \Delta s_c$)后,活齿传动多齿啮合程度指标重合度 ε 变化规律是很直观的。图6-10所示为传动比 $i_{AG}^k = z_G = 12$ 的滚柱活齿传动中心轮修形后的啮合状态模型。曲线 $MBCN$ 为中心轮理论齿形曲线。从啮合状态模型中可以看出,7号活齿刚刚脱离啮合,1号活齿刚刚进入啮合,2、3、4、5、6号活齿正处于啮合状态,即重合度 $\varepsilon = z_G/2 = 6$ 。曲线 $ABCD$ 为进行负等距正移距齿廓修形后的中心轮实际齿形曲线。从啮合状态模型中可以看出,由于负等距正移距齿廓修形使中心轮齿顶和齿根部形成啮合间隙,所以在中心轮工作齿廓 CD 段上的1、2号活齿并不能进入啮合,在 AB 段上的7号活齿早已脱离啮合,6号活齿也临近脱离啮合,而真正处于啮合状态的只有3、4、5、6号活齿。还可以看出,由于从6号活齿与中心轮的接触点到啮合结束点 B 的

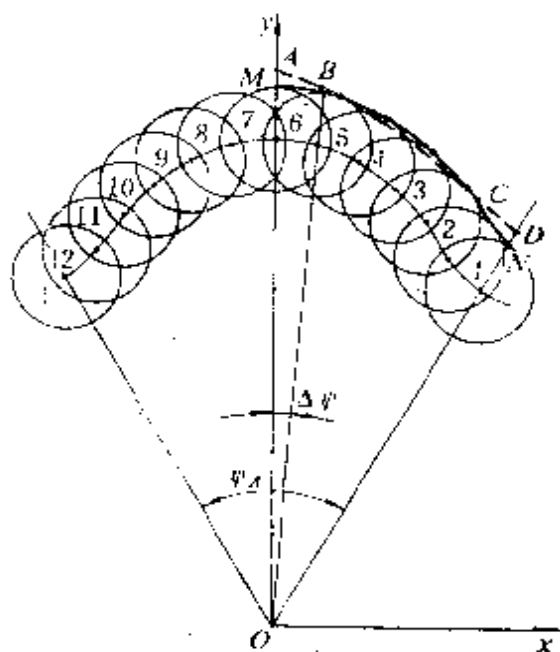


图6-10 负等距正移距修形的啮合状态模型

距离小于从2号活齿与中心轮的接触点到啮合开始点C的距离，说明当6号活齿脱离啮合时，2号活齿还不能进入啮合，所以该活齿传动的重合度 ϵ 在3~4之间。用活齿传动重合度 ϵ 通用方程式(6-23)，可计算出重合度 ϵ 的准确数值。但是，应用“活齿传动啮合状态模型”，分析由于修形等原因而使重合度 ϵ 变化的规律和各啮合副的运动接替关系，不但快速直观，而且准确度也较高，在工程实践中有实用价值。

第四节 活齿传动的滑动率 U

活齿传动在传递运动和动力的过程中，共轭齿廓高副两元素间，由于接触点的切线速度不同而产生了相对滑动。综合起来说，共轭齿廓间有三种运动形式：滚动、滑动、有滑动的滚动。滑动接触在两齿廓工作段的表面上，产生摩擦力并发生磨损的过程，这不仅破坏了正确的齿形，缩短了使用寿命，并造成传动的不平稳，降低传动效率；而滚动接触对减少磨损来说是很理想的。齿形的磨损规律，在一定程度上取决于共轭齿廓在各接触点上的相对滑动速度的变化规律。滑动率 U 表明两共轭齿廓间有害滑动作用的特性。

一、摆动活齿传动的滑动率

1. 摆动活齿传动啮合副的相对运动 图6-11示出了摆动活齿为偏心圆柱的摆动活齿传动的结构模型。结构模型表明：摆动活齿传动啮合副由激波器 H 、中心轮 K 和活齿轮 G （摆动活齿、活齿架）组成。摆动活齿、中心轮高副 A 为共轭齿形；摆动活齿激波器高副 B 为条件运动副；摆动活齿、活齿架组成转动副 O_1 。分析摆动活齿传动啮合副的相对运动，就是分析组成 A 、 B 、 O_1 三个运动副的各个运动副元素间的相对运动。

转动副 O_1 由柱销和摆动活齿圆柱孔构成。约束两个移动，使两运动副元素间只保留一个转动。转动副两运动副元素间相对

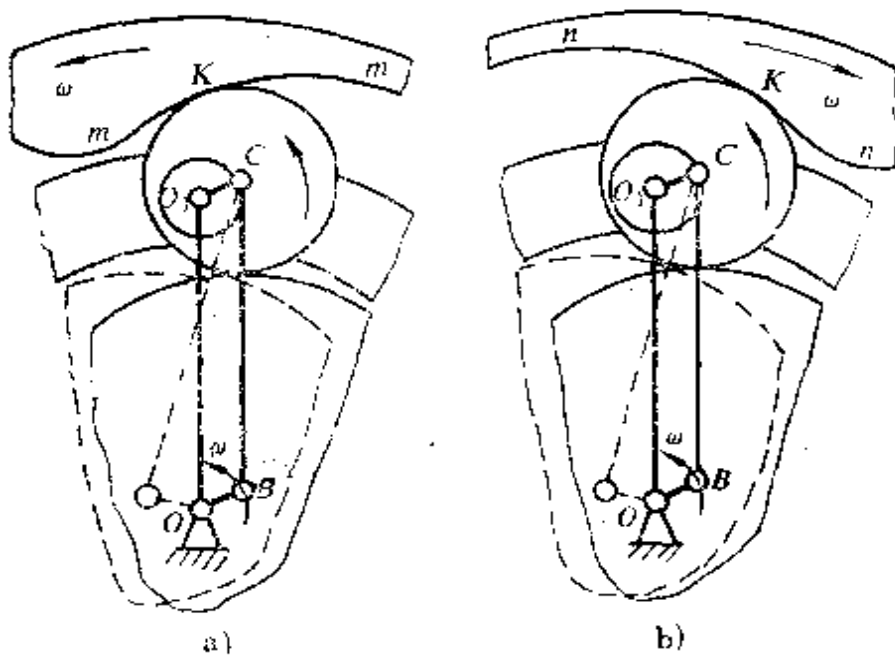


图6-11 摆动活齿传动啮合副的结构模型

转动时，产生的摩擦力矩

$$M_f = f_v Q r$$

上式表明：当外载荷一定时，摩擦力矩 M_f 与当量摩擦系数 f_v 和轴颈半径 r 成正比。 f_v 与两运动副元素的材料搭配及接触情况有关， $f_v = (1 \sim 1.57)f$ ； r 由轴颈强度所决定。因此，减小摩擦力矩 M_f 的途径是：在强度允许的条件下，应尽量减小轴颈半径 r ；在运动精度允许的条件下，应加大摆动活齿与活齿架柱销间的间隙，以减小当量摩擦系数 f_v 。

条件运动副 B 激波器 H 采用转臂轴承后，运动副 B 两元素间的滑动转换成滚动。但应考虑转臂轴承外环同时与多个摆动活齿接触，相邻两啮合副各运动副元素间是否产生“约束相对滑动”。图6-12所示为摆动活齿减速机两相邻啮合副的结构简图。应用运动副滑滚转换方法，引入滚动轴承代替激波器外轮廓，同时实现了 C_1 、 C_2 的转换。滑滚转换后，高副 C_1 、 C_2 分别使激波器外环形成一个局部自由度（转动）。但激波器外环的运动状态

只能是一个，这个运动状态由高副 C_1 、 C_2 中受力最大的一个所决定，因此，相邻两高副在工作过程中，如果两接触点 C_1 、 C_2 之间的距离不断变化，两接触点互相约束的结果，最终只有一个高副保持纯滚动，而另一个高副必定出现相对滑动。由于这种相对滑动是各接触点相互约束造成的，所以称之为“约束相对滑动。”

研究表明（将在第九章中详述：）各摆动活齿与激波器外轮廓的接触点是均布的。所以，摆动活齿传动在工作过程中，两接触点 C_1 、 C_2 之间的距离保持不变。因此，相邻啮合副间不存在“约速相对滑动”问题。这是摆动活齿传动传动效率高的重要原因之一。而且激波器外环可以设计成凹齿外齿圈，形成凸凹齿啮合，提高了高副 B 的接触强度。

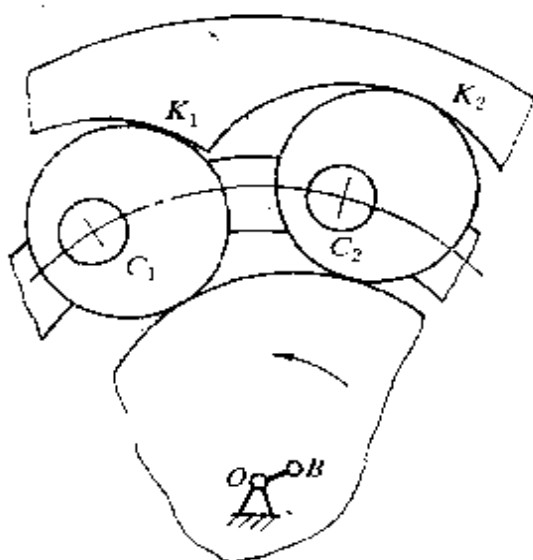


图6-12 摆动活齿减速机两相邻啮合副的结构简图

共轭齿形高副 A 高副 A 只有一种，系点或线接触。高副约束一个移动，使两运动副元素间保留一个转动和一个移动。因此，两运动副元素间的运动状态有三：纯滚动，滑动，滑滚并存（简称滑滚）。研究表明：只有瞬心线高副为纯滚动，而应用广泛的共轭齿廓高副为滑滚。高副中相对滑动所占比例越大，则摩擦损失也越大。所以提高高副传动效率的途径是减少组成高副两运动副元素间的相对滑动。

由摆动活齿传动运动学分析结果知：如图6-11a、图6-13a所示，当中心轮 K 的齿数 z_K 大于活齿轮 G 的齿数 z_G 时，即 $z_K > z_G$ ，摆动活齿与中心轮右侧齿形 mm 接触，无论激波器 H 的升程曲线向何方向，摆动活齿在三力作用下 CO_1 杆都呈受拉状态，摆动活齿和中心轮的转动方向相同。在接触点 K 处，两齿形的切线速度 v_{K_1} 、

v_{K_2} 的方向基本上一致，所以它们的相对滑动速度较小。当中心轮 K 的齿数 z_K 小于活齿轮 G 的齿数 z_G 时，即 $z_K < z_G$ ，摆动活齿与中心轮左侧齿形 mn 接触，无论激波器 H 的升程曲线向何方向，摆动活齿在三力作用下都呈受压状态，摆动活齿和中心轮的转向相反。在接触点 K 处，两齿形切线速度 v_{K_1} 、 v_{K_2} 的方向基本上相反，所以它们之间的相对滑动速度较大，如图6-11b、图6-13b所示。

上面分析了摆动活齿传动啮合副的 A 、 B 、 O_1 三个运动副的滑滚情况，其中共轭齿形高副 A 具有特殊性，因为它的两种接触状态滑滚情况截然不同。我们知道，当齿轮传动在无润滑或润滑不充分状态下运转时，共轭齿形间相对滑动越严重，其齿面磨损越严重。对于润滑较好的齿轮传动，共轭齿形间存在适当的相对滑动速度，对形成油膜是有益的。因此，为提高摆动活齿传动的耐磨损能力，提高传动效率和使用寿命，应进一步研究摆动活齿与中心轮齿形的相对滑动情况及其改善的途径。

2. 共轭齿形高副 A 的滑动率 U 共轭齿形的滑动率 U 就是在共轭齿形接触点 K 处，两共轭齿形间的相对切向速度与该点的切向速度的比值，用符号 U 表示，即摆动活齿齿面的滑动率 U_G 和中心轮齿面的滑动率 U_K 分别为

$$\begin{cases} U_G = \frac{v_{KK}^i - v_{KG}^i}{v_{KG}^i} \\ U_K = \frac{v_{KG}^i - v_{KK}^i}{v_{KK}^i \cdot i_{GK}^H} \end{cases} \quad (6-26)$$

式中 v_{KG}^i —— 接触点 K 处摆动活齿的切向速度；

v_{KK}^i —— 接触点 K 处中心轮的切向速度。

由于摆动活齿数 z_G 与中心轮齿数 z_K 不等，所以它们参与啮合的次数不同，故中心轮的滑动率应除以传动比 i_{GK}^H 。

下面我们以前述等效机构为平行四边形机构的摆动活齿传动为例，分析摆动活齿在受拉和受压两种状态下的滑动率。

1) 摆动活齿受拉时的滑动率 如图6-13a所示，激波器 H

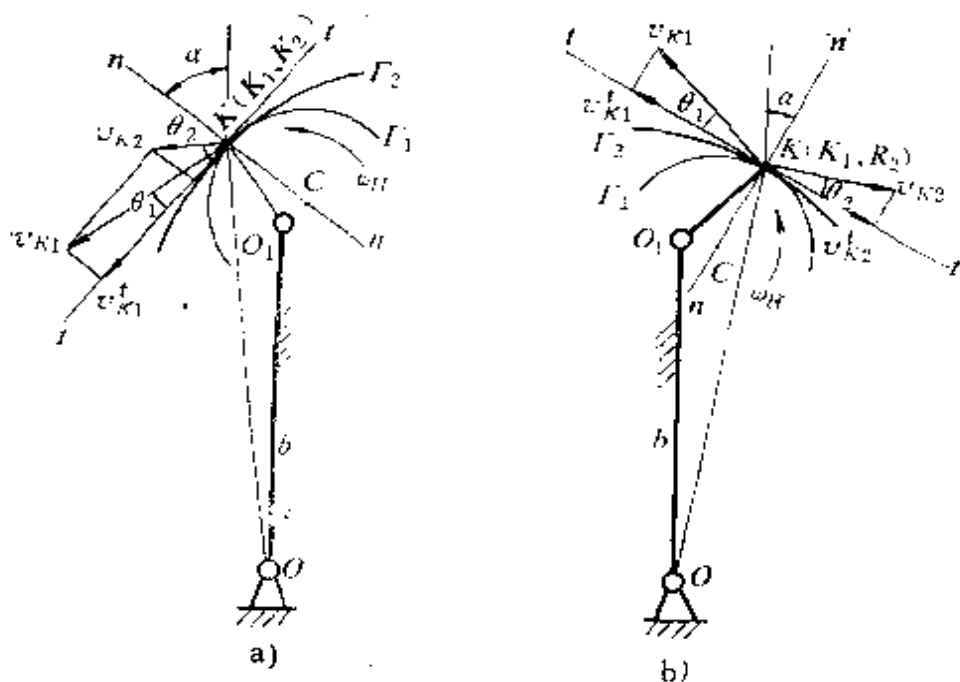


图6-13 摆动活齿与中心轮齿形的相对滑动

(曲柄 OB)以等角速度 ω_H 逆时针转动,摆动活齿 O_1C 也以等角速度 ω_H 逆时针转动,则中心轮的理论齿形曲线为摆线,中心轮的齿形曲线由式(4-18)所确定

$$\begin{cases} x = b \sin \varphi_2 + a \sin \varphi_1 \pm r_b \sin \alpha \\ y = b \cos \varphi_2 + a \cos \varphi_1 \pm r_b \cos \alpha \end{cases} \quad (6-27)$$

$$\alpha = \arctg \left[\frac{a i_{HC}^K \cos \varphi_2 + b \cos \varphi_2}{a i_{HC}^K \sin \varphi_2 + b \sin \varphi_2} \right]$$

推导滑动率方程式 在图6-13所示的摆动活齿,中心轮高副的相对滑动速度图中,当 φ_2 给定时,由几何关系知

$$OK = (x^2 + y^2)^{1/2} \quad (a)$$

$$\theta_K = \frac{\pi}{2} - \arctg \left(\frac{y}{x} \right) \quad (b)$$

$$O_1K = [OK^2 + b^2 - 2bOK \cos(\theta_K - \varphi_2)]^{1/2} \quad (c)$$

$$\theta_1 = \arccos \left(\frac{r_b^2 + O_1K^2 - a^2}{2r_b O_1K} \right) \quad (d)$$

$$\theta_2 = \alpha - \theta_K \quad (e)$$

式 (6-27) 、式(a、b、c、d、e)联立得

$$\begin{cases} \theta_1 = \arccos \left\{ \frac{r_b^2 + x^2 + y^2 + b^2 - a^2 - 2b(x^2 + y^2)^{1/2} \cos \phi}{2r_b [x^2 + y^2 + b^2 - 2b(x^2 + y^2)^{1/2} \cos \phi]^{1/2}} \right\} \\ \theta_2 = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{b \sin \varphi_2 + a(1 - z_K) \sin(1 - z_K) \varphi_2}{b \cos \varphi_2 + a(1 - z_K) \cos(1 - z_K) \varphi_2} \right\} \\ -\frac{\pi}{2} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{y}{x} \right) \end{cases} \quad (6-28)$$

式中, $\phi = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left(\frac{y}{x} \right) - \varphi_2$ 。

由式 (6-26) 及图6-13a所示的几何关系, 得摆动活齿受拉时的滑动率

$$\begin{cases} U_G = \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} - 1 \\ U_K = \frac{\operatorname{tg} \theta_2}{\operatorname{tg} \theta_1} - 1 \end{cases} \quad (6-29)$$

式 (6-28) 、式 (6-29) 联立, 即为摆动活齿受拉时的滑动率方程式。

滑动率曲线分析 根据滑动率方程 (6-28) 、(6-29) 编程上机绘图, 得图6-14所示的滑动率变化曲线。纵坐标表示滑动率的绝对值, 横坐标表示转角 φ_2 (转角 φ_2 的范围是从中心轮齿根部开始转到齿顶为止), 齿形参数为 $a = 3 \text{ mm}$, $b = 130 \text{ mm}$, $z_K = 25$, $r_b = 7 \text{ mm}$ 。

分析滑动率曲线得到如下结论:

(1) 摆动活齿、中心轮共轭齿形的滑动率 U_G 、 U_K 是啮合点 K 位置的函数。

(2) 滑动率的变化范围不大。摆动活齿的滑动率 U_G 在 $-0.43769 \sim 0.38429$ 之间变化; 中心轮齿形的滑动率 U_K 在 $0.77839 \sim -0.34395$ 之间变化。在全齿廓上, 滑动率值都较小,

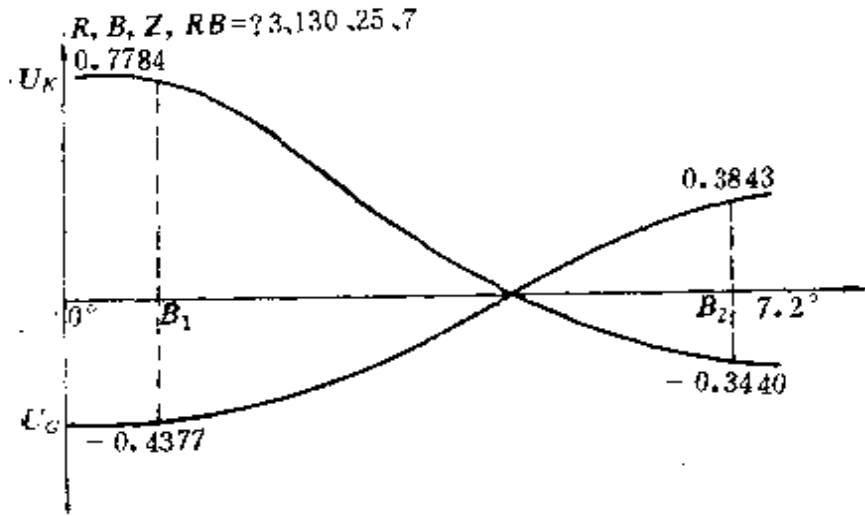


图6-14 摆动活齿受拉时的滑动率变化曲线

磨损程度相当。

(3) 最大滑动率的位置在齿根部，其绝对值为 $U_{G_{max}} = 0.43769$, $U_{K_{max}} = 0.77839$ ；最小滑动率的位置在齿廓中部附近， $U_{G_{min}} = U_{K_{min}} = 0$ 。

(4) 实际应用的共轭齿形要经过修形，使得齿顶、齿根部分不参与啮合，如在 $B_1 B_2$ 段啮合，这样，滑动率的实际最大值要小于理论最大值。在齿廓中间接近于纯滚动，磨损轻，传动效率高。

减小滑动率的途径 应用电子计算机绘图技术，对摆动活齿、中心轮共轭齿形参数变化前后的滑动率变化曲线进行定性分析，寻求减小滑动率的途径。

(1) 偏心距 a 选取摆动活齿传动的参数：中心轮齿数 $z_k = 25$ ；摆动活齿的理论齿数 $z_g = 24$ ；摆动活齿的几何半径 $r_s = 15$ ；激波器的几何半径 $R = 60$ ，即 $b = R + r_s = 75\text{mm}$ ；分别令偏心距 $a = 2、3、4\text{mm}$ ，应用计算机绘图绘出滑动率变化曲线，示于图6-15a中。偏心距 a 变化对滑动率的影响规律是：当偏心距 a 较小时，共轭齿形的滑动率也较小。当偏心距 a 增大时，在齿顶、齿根附近啮合的滑动率迅速增加，对 $U_{K_{max}}$ 的影响较大。齿形曲线上滑

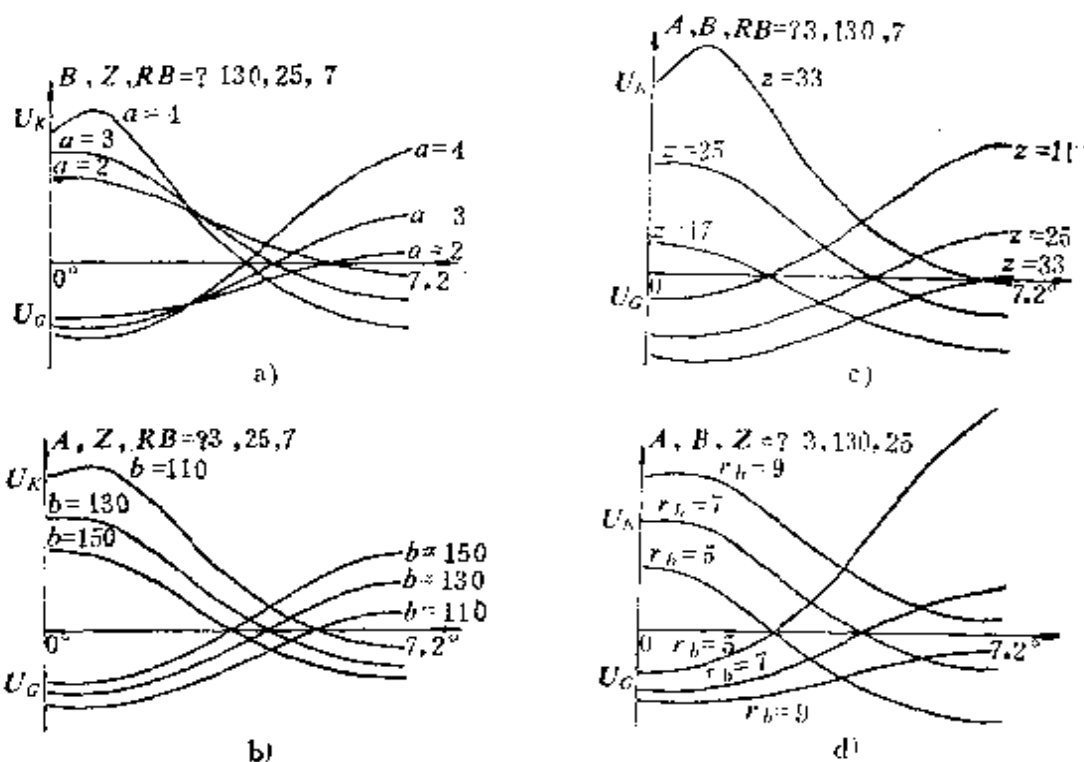


图6-15 齿形参数变化对滑动率的影响

动率最小的点 ($U_{G_{min}} = U_{K_{min}} = 0$) 随着偏心距 a 的增加向齿根方向移动。

(2) 机架长 b 选取摆动活齿传动的参数: 偏心距 $a = 3\text{mm}$, 中心轮齿数 $z_K = 25$, 摆动活齿的理论齿数 $z_G = 24$; 摆动活齿的几何半径 $r_b = 15\text{mm}$; 分别令机架长 $b = 60, 75, 90\text{mm}$, 应用计算机绘图绘出滑动率变化曲线, 示于图6-15b中。机架长 b 变化对滑动率的影响规律是: 当机架长 b 较小时, 中心轮齿根处的滑动率很大, 齿顶处的滑动率较小; 当机架长 b 增大时, 中心轮齿根处的滑动率减小, 齿顶处的滑动率增加; $U_{G_{min}} = U_{K_{min}} = 0$ 的啮合点向齿根方向移动。而摆动活齿滑动率的变化规律刚好与中心轮相反, 变化也比较缓慢。

(3) 传动比 i 可以用中心轮齿数 z_K 来描述。选取摆动活齿传动的参数: 偏心距 $a = 3\text{mm}$, 机架长 $b = 130\text{mm}$, 摆动活齿

的几何半径 $r_b = 7\text{mm}$,分别令中心轮齿数 $z_K = 17、25、33$,滑动率变化曲线如图6-15c所示。中心轮齿数 z_K (或传动比 i)变化对滑动率的影响规律是:当 z_K 较小时,中心轮齿顶滑动率较大,齿根滑动率较小;当 z_K 增加时,中心轮齿顶滑动率减小,而齿根的滑动率迅速增加。滑动率最小的啮合点($U_{Gmin} = U_{Kmin} = 0$)向齿顶方向移动。而摆动活齿滑动率的变化规律刚好与中心轮相反。

(4) 摆动活齿半径 r_b 选取摆动活齿传动的参数:偏心距 $a = 3\text{mm}$, $b = 130\text{mm}$, $z_K = 25$ 。分别令摆动活齿的几何半径 $r_b = 5、7、9\text{mm}$,应用计算机绘图绘出滑动率变化曲线。如图6-15d所示。摆动活齿半径变化对滑动率的影响规律是:当摆动活齿半径 r_b 较小时,中心轮齿顶滑动率较大,齿根的滑动率较小。随着摆动活齿半径的增加,中心轮齿根的滑动率增加,齿顶滑动率减小。摆动活齿半径 r_b 较大时,摆动活齿的滑动率较小。滑动率最小的啮合点($U_{Gmin} = U_{Kmin} = 0$)随着 r_b 的增加而向齿顶方向移动。

从上述定性分析可知:偏心距 a 、机架长 b 、中心轮齿数 z_K 及摆动活齿半径 r_b 对滑动率有不同程度的影响, a 、 b 、 z_K 对滑动率的影响较大,尤其是对滑动率的最大值 U_{Kmax} 的影响起重要作用。当传动比给定时(即中心轮齿数 z_K 给定时),在满足其它设计要求的前提下,增大机架长度 b 、减小偏心距 a ,并在考虑均布柱销直径及摆动活齿强度要求的前提下,适当选取摆动活齿半径 r_b ,以使在一个运动循环中,滑动率 U_G 、 U_K 变化平稳、齿顶、齿根的滑动率值较接近,达到降低滑动率,减小齿面磨损的目的。

2) 摆动活齿受压时的滑动率 图6-13b所示为摆动活齿受压的结构形式,共轭齿形啮合点 K 处两运动副元素的切线速度 v_{K1} 、 v_{K2} 的方向相反,显然滑动率要大,这就为润滑设计提供了条件。 r_1 为摆动活齿的齿形曲线。 r_2 为中心轮的理论齿形曲线,其方程为

$$\begin{cases} x = b \sin \varphi_2 + a \sin(z_K + 1) \varphi_2 + r_b \sin \alpha \\ y = b \cos \varphi_2 + a \cos(z_K + 1) \varphi_2 + r_b \cos \alpha \end{cases} \quad (6-30)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{b \sin \varphi_2 + a(z_K + 1) \sin(z_K + 1) \varphi_2}{b \cos \varphi_2 + a(z_K + 1) \cos(z_K + 1) \varphi_2} \right\}$$

用类似的方法可以推导出摆动活齿受压时的滑动率方程式

$$\begin{cases} U_G = \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} + 1 \\ U_K = \frac{\operatorname{tg} \theta_2}{\operatorname{tg} \theta_1} + 1 \end{cases} \quad (6-31)$$

$$\begin{aligned} \theta_2 = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{b \sin \varphi_2 + a(z_K + 1) \sin(z_K + 1) \varphi_2}{b \cos \varphi_2 + a(z_K + 1) \cos(z_K + 1) \varphi_2} \right\} - \frac{\pi}{2} \\ + \operatorname{arctg} \left(\frac{y}{x} \right) \end{aligned} \quad (6-32)$$

式中 θ_1 —— 同式 (6-28)。

式 (6-31)、式 (6-32)、式 (6-28) 联立，即为摆动活齿受压时的滑动率方程式。

滑动率曲线分析 根据滑动率方程 (6-31)、(6-32)、(6-28) 编程上机绘图，得图6-16所示的滑动率变化曲线。纵坐标表示滑动率的绝对值，横坐标表示转角 φ_2 ， $\varphi_2 = \pi/z_K$ ，齿形参

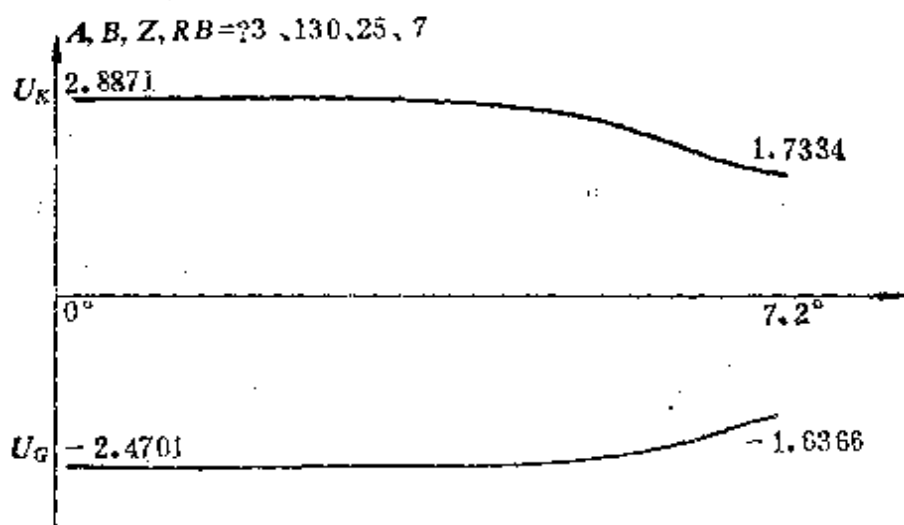


图6-16 摆动活齿受压时的滑动率变化曲线

数为 $a = 3\text{mm}$, $b = 130\text{mm}$, $z_K = 25$, $r_b = 7\text{mm}$ 。

分析滑动率曲线得到如下结论：

(1) 摆动活齿、中心轮共轭齿形的滑动率 U_G 、 U_K 是啮合点 K 位置的函数。

(2) 滑动率的变化范围不大。摆动活齿的滑动率 U_G 在 $-2.4701 \sim -1.6366$ 之间变化；中心轮齿形的滑动率 U_K 在 $2.8871 \sim 1.7334$ 之间变化。在全齿廓上，滑动率值都较大，二者的绝对值大体相等，磨损程度相当。

(3) 摆动活齿与中心轮齿形的滑动率随转角 φ_2 的变化比较平缓。

齿形参数对滑动率的影响 给定齿形参数 a 、 b 、 z_K 、 r_b 中的三个，改变其中的一个，可以得到滑动率随齿形参数 a 、 b 、 z_K 、 r_b 变化曲线。如图6-17所示。图中曲线表明，齿形参数变化对滑动率没有突出的影响。

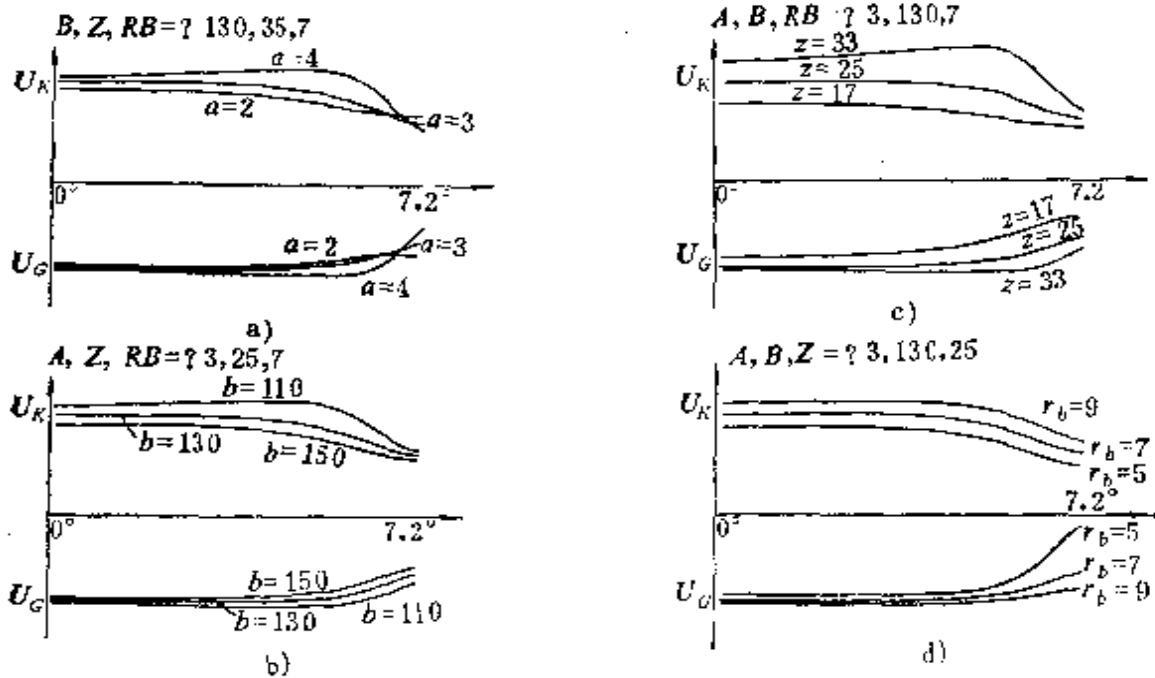


图6-17 齿形参数变化对滑动率的影响

3. 分析滑动率的啮合原理法 设一对共轭齿形在某瞬时切

于 M 点，如图6-18所示，经过短时间后，齿形1上的 M_1 点与齿形2上的 M_2 点相接触，则接触点在齿形1和齿形2上滑过的弧长分别为 $\Delta S_1 = \overline{MM_1}$ 及 $\Delta S_2 = \overline{MM_2}$ ，齿形2相对齿形1滑过的弧长为 $\Delta S_1 - \Delta S_2$ ，齿形1的平均滑动量为 $(\Delta S_1 - \Delta S_2)/\Delta S_1$ ，它的极限就称为齿形1的滑动率 U_1 。

齿形1的滑动率为

$$U_1 = \frac{\frac{d_1 r^I}{dt} - \frac{d_2 r^II}{dt}}{\frac{d_1 r^I}{dt}}$$

齿形2的滑动率为

$$U_2 = \frac{\frac{d_2 r^II}{dt} - \frac{d_1 r^I}{dt}}{\frac{d_2 r^II}{dt}}$$

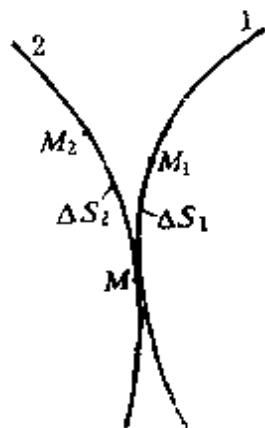


图6-18 共轭齿形的滑动弧长

式中 $\frac{d_1 r^I}{dt}$ —— 瞬时接触点 M 在齿形1平面上的运动速度，与齿

形1相切；

$\frac{d_2 r^II}{dt}$ —— 瞬时接触点 M 在齿

形2平面上的运动速度，与齿形2相切。

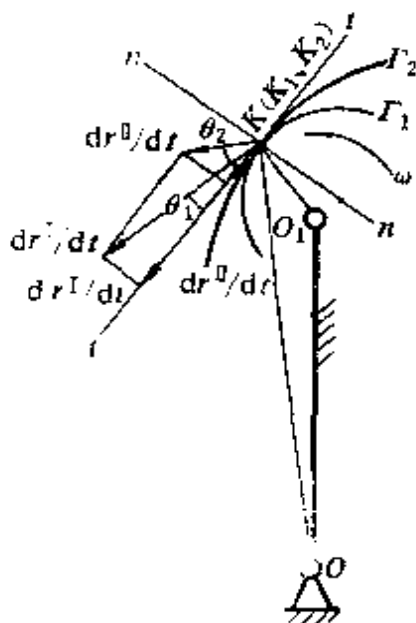


图6-19 摆动活齿与中心轮齿形的相对滑动

用啮合原理法计算摆动活齿、中心轮共轭齿形的滑动率 如图6-19所示。设活齿轮 G 固定，激波器 H 以匀角速度 ω_H 逆时针转动，并推动摆动活齿绕 O_1 点也以 ω_H 逆时针转动，摆动活齿又推动中心轮绕

O轴以匀角速度 ω_K 逆时针转动。对于摆动活齿、中心轮共轭齿形，此时相当于定轴内啮合齿轮传动的共轭齿形。在摆动活齿与中心轮齿形啮合点K处， $d_1 r^I/dt$ 是啮合点在摆动活齿平面上沿齿形的运动速度，方向垂直于 \overline{KC} ，大小为

$$|d_1 r^I/dt| = \omega_H \overline{O_1 K} \cos \theta_1$$

而 $d_2 r^II/dt$ 为啮合点K在中心轮运动平面上沿中心轮齿形的运动速度，方向垂直于 \overline{KC} ，大小为

$$|d_2 r^II/dt| = \omega_K \overline{OK} \cos \theta_2$$

比较上述两种方法求得的结果，可以看出： $d_2 r^II/dt$ 、 $d_1 r^I/dt$ 与 $\vec{v}_{K_2}^I$ 、 $\vec{v}_{K_1}^I$ 的意义完全相同，计算得到的滑动率 U_2 、 U_1 和 U_K 、 U_C 也完全相同。

二、移动活齿传动的滑动率

1. 移动活齿传动啮合副的相对运动 由图1-2a所示移动活齿传动的结构模型知，移动活齿传动啮合副由激波器H、中心轮K和活齿轮G（移动活齿、活齿架）组成。移动活齿外端、中心轮高副A为共轭齿形；移动活齿内端、激波器高副B为条件运动副；移动活齿、活齿架组成移动副C。分析移动活齿传动啮合副的相对运动，就是分析组成A、B、C三个运动副的六个运动副元素间的相对运动。

移动副C 约束一个移动和一个转动，使移动活齿和活齿架两运动副元素间只保留一个移动。根据库伦定律，移动副中的摩擦力为

$$F_{21} = f N_{21}$$

上式表明：当移动副两元素间的摩擦系数 f 一定时，摩擦力的大小便直接决定于移动副两元素间的法向反力，而当外载荷一定时，移动副两元素间法向反力的大小又与移动副两元素的几何形状有关，因此，可以通过改变移动副两元素的几何形状的方法来达到减小摩擦力的目的。摩擦系数 f 与两元素的材料搭配有关。

影响移动副磨损的另一个参数是两运动副元素间的相对滑动

速度。

条件运动副B 激波器H采用转臂轴承后，转臂轴承外环形成一个局部自由度，把组成运动副B两元素间的滑动转换成滚动。但是，由于转臂轴承外环同时与多个移动活齿内端接触，相邻两啮合副各运动副元素间将产生“约束相对滑动”。

共轭齿形高副A 共轭齿形高副两运动副元素间的运动状态为滑滚。相对滑动所占比例越大，则摩擦损失也越大。提高共轭齿形啮合效率的途径是减少共轭齿形两运动副元素间的相对滑动。移动活齿无论是与中心轮左侧齿形接触或与中心轮右侧齿形接触，共轭齿形两运动副元素间的运动状态只有一种，即两齿形切线速度 v_{K_1} 、 v_{K_2} 的方向接近垂直，所以它们之间的相对滑动速度较大。如图6-20所示。

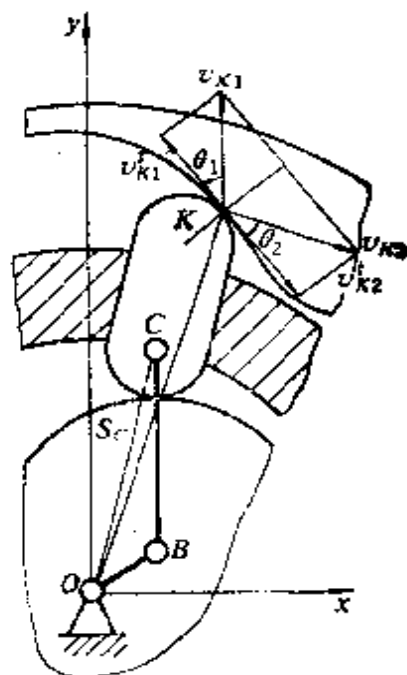


图6-20 移动活齿与中心轮齿形的相对滑动

移动活齿传动的滑动率计算：

移动活齿传动的中心轮理论齿形方程式由式(4-2)所确定。由图6-19所示几何关系知

$$OK = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\theta_2 = \alpha + \varphi_2$$

由移动活齿的运动分析知

$$v_{KC}^1 = s_C \cos \theta_1$$

$$v_{KK}^1 = OK \omega_K \cos \theta_2$$

将上述参数代入式(6-26)即可求得移动活齿齿面的滑动率 U_C 和中心轮齿面的滑动率 U_K 。

三、活齿传动和行星传动滑动率的比较

设活齿传动和少齿差行星传动的传动比相同,输入转速相同,且内齿中心轮节圆半径相等。为了对比,先求出渐开线少齿差行星齿轮传动的滑动率。已知:行星轮齿数 $z_c = 24$,内齿中心轮的齿数 $z_b = 25$,齿顶高系数 $h_a^* = 0.8$,模数 $m = 5.5$

少齿差行星齿轮传动滑动率方程为

$$\text{外齿轮 } U_{cB2} = \left[\frac{\operatorname{tg}\alpha_{a,b}}{\operatorname{tg}\alpha'} - 1 \right]$$

$$\text{内齿轮 } U_{bB2} = \left[\frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha_{a,b}} - 1 \right] \frac{z_c}{z_b}$$

式中 $\alpha_{a,b}$ ——内齿轮齿顶压力角;

α' ——传动的啮合角;

z_c 、 z_b ——分别为外齿轮、内齿轮齿数。

查表得 $\alpha' = 54^\circ 3'$, $r_{a,b} = 12.553m$, 求出 $\alpha_{a,b} = 20.656^\circ$, 将其代入上式得滑动率

$$U_{cB2} = \frac{\operatorname{tg}20.656^\circ}{\operatorname{tg}54^\circ 3'} - 1 = -0.726$$

$$U_{bB2} = \left[\frac{\operatorname{tg}54^\circ 3'}{\operatorname{tg}20.656^\circ} - 1 \right] \frac{24}{25} = 2.545$$

活齿传动与少齿差行星传动滑动率比较:

摆动活齿受拉时,摆动活齿的滑动率为渐开线外齿轮滑动率的 $3/5$,中心轮的滑动率为渐开线内齿轮滑动率的 $3/10$ 。

摆动活齿受压时,摆动活齿的滑动率为渐开线外齿轮滑动率的 3.4 倍,中心轮的滑动率为渐开线内齿轮滑动率的 1.13 倍。

推杆活齿传动共轭齿形的滑动率大于少齿差行星齿轮传动的滑动率。

由上述活齿传动滑动率的分析结果,可以得到如下结论:

(1) 摆动活齿传动可以设计成摆动活齿受拉和受压两种结构型式,其滑动率变化规律截然不同,摆动活齿受拉时,共轭齿

形的滑动率小；摆动活齿受压时，共轭齿形的滑动率大，与渐开线行星齿轮传动相比，摆动活齿传动的滑动率可供选择的范围更广泛。

(2) 推导出摆动活齿传动的滑动率方程式，并绘出各齿形参数对滑动率的影响曲线，搜索出降低和提高共轭齿形滑动率的途径，为摆动活齿传动以提高共轭齿形的啮合效率为目标的尺寸综合创造了条件。

(3) 移动活齿传动啮合副的结构特点，使其在中心轮左、右齿廓啮合的滑动率相同，且比较大。单靠尺寸综合解决不了共轭齿形滑动率大的问题。所以解决共轭齿形的相对滑动问题已成为移动活齿传动提高传动效率和减轻齿面磨损的关键问题。

充分挖掘上述特点，可以开发出摩擦磨损小，使用寿命长，啮合效率高，适用范围广的活齿传动新形式。

第七章 推杆活齿传动

推杆活齿传动是活齿传动中出现得最早的一种结构型式。我国开发的“推杆活齿针轮减速机”和“变速传动轴承推杆减速机”就是推杆活齿传动中具有代表性的结构。本章以活齿传动的结构理论、齿形理论、啮合理论为基础，研究推杆活齿传动的结构综合和尺寸综合的几个基本问题。

第一节 推杆活齿传动的结构综合

一、啮合副的结构综合

由活齿传动的结构理论知，推杆活齿传动由激波器 H 、推杆活齿轮 G 和中心轮 K 三个基本构件组成。如图7-1a所示。推杆活齿是三副件，它与中心轮、激波器和活齿架形成了 A 、 B 、 C 三

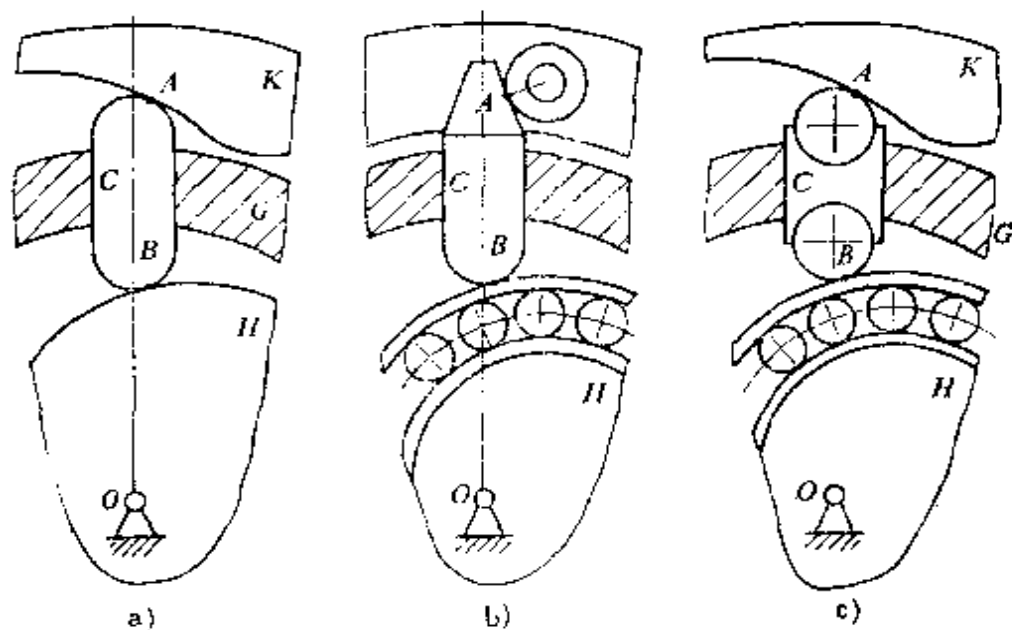


图7-1 推杆活齿传动高副的转换

个内副。 A 、 B 是滑滚高副， C 为移动副。

高副 A 的转换：高副 A 是推杆活齿外端、中心轮齿形组成的滑滚副。根据齿形综合正解，可选择中心轮齿形为简单曲线，推杆活齿外端为包络曲线。为减小共轭齿形高副 A 两运动副元素间的相对滑动，可引入一个二副（一个转动副、一个滚动高副）滚子来代换中心轮齿形，使滑滚高副 A 转换成一个转动副和一个纯滚动副，如图7-1b所示。转换后，中心轮齿形成为“针齿”，中心轮成为针轮。针齿套筒具有一个局部转动自由度，机构总的自由度不变，机构的运动规律也不变。应当说明的是，按照齿形综合理论，共轭齿形经此转换后，推杆活齿外端的齿形应为针齿圆族的包络曲线。发明者从齿形加工工艺方面考虑，应用曲线拟合理论，采用近似齿形，用一段直线来替代包络曲线中间的一段，从而得到了共轭齿形容易加工的“推杆活齿针轮减速机”。高副 A 经此转换后，在载荷 F_0 和当量摩擦系数 f_0 相同的条件下；摩擦力矩减小的程度取决于套筒内外半径 r 、 R 之比，由轴颈摩擦理论知，摩擦力矩减小量为

$$M_f = f_0 F_0 (R - r) \quad (7-1)$$

所以采用这种转换时，减小摩擦力矩的途径是：在中心轮柱销强度允许的条件下，使针齿套筒内外半径之差 $(R - r)$ 尽可能大。

由共轭齿廓理论知，当选定共轭齿廓中一齿形为简单曲线时，则另一齿形即被给定的运动规律所确定，一般为复杂曲线。据此，共轭齿形高副 A 可以选择另一种转换方法：引入二副滚子来替代推杆活齿外端齿形，使滑滚高副 A 转换成一个转动副和一个纯滚动副，如图7-1c所示。转换后，中心轮齿形为推杆活齿外端圆柱滚子的包络曲线。“变速传动轴承减速机”的啮合副就采用了这种结构型式。应当说明的是，这种转换，当啮合副各运动副元素间的润滑条件相同时，推杆活齿外端的圆柱滚子在推杆活齿体中并不能转动起来。不能转动的原因分析如下：如图7-2a所示，活齿外端滚子，在正压力 F_N 和摩擦力 $F = f F_N$ 的作用下，产

生的转动力矩为

$$M'_i = fF_N r \quad (7-2)$$

式中 f ——滚子和中心轮齿形间的摩擦系数；
 r ——滚子的半径。

外端滚子在推杆活齿体中相当于轴颈放在轴承中。由轴颈摩擦知，其摩擦力矩为

$$M_i = f_v F_N r \quad (7-3)$$

式中 f_v ——当量摩擦系数。

对于新轴颈 $f_v = 1.57f$ ，对于跑合轴颈 $f_v = 1.27f$ 。

比较式 (7-2) 和式 (7-3)，因 $F_Q = F_N$ ，故

$$M_i > M'_i$$

所以滚子在推杆活齿体中转动不起来，起不到减小共轭齿形间相对滑动的作用。生产实践和简单的实验也证明了这一点。为解决这个问题，专家们正在寻找新的结构型式，图7-2b所示为一种实用的结构。该结构的特点是，滚子半径为 R 的圆柱面与中心轮齿形组成共轭齿形高副 A ，则活齿外端滚子在正压力 F_N 和摩擦力 $F = fF_N$ 的作用下产生的力矩为

$$M'_i = fF_N R$$

滚子半径为 r 的轴颈与移动活齿体转动联接，在载荷 F_N 的作用下，产生的摩擦力矩为

$$M_i = f_v F_N r = (1.27 \sim 1.57) f F_N r$$

由平衡条件知，当 $(M'_i / M_i) > 1$ 时，滚子在移动活齿体中就能够转动起来，经推导、整理得滚子的滚动条件：

$$R > (1.27 \sim 1.57)r$$

所以，采用这种转换时，摩擦损失减小的效果取决于引入的二副滚子两半径之差 $(R - r)$ 。

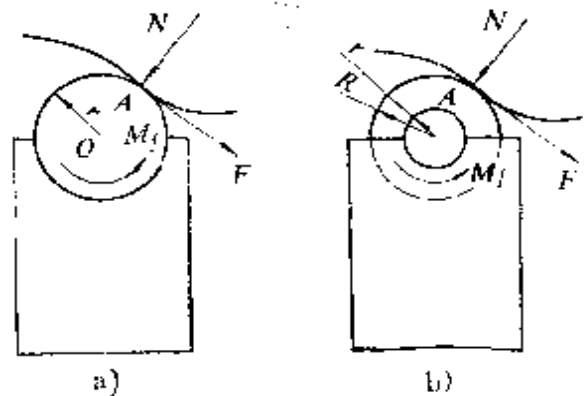


图7-2 活齿中心轮共轭齿形的受力图

高副 B 的转换：高副 B 是由推杆活齿内端、激波器轮廓组成的滑滚副。同理，可以引入一个二副（一个转动副、一个高副）滚子代替推杆活齿内端，使条件运动副 B 转换成一个转动副和一个纯滚动副，如图 7-1c 所示。转换后，推杆活齿内端滚子具有一个局部自由度（转动），机构的自由度不变，机构的运动规律亦不变。但是，为了使滚子能够转动起来，应采用图 7-2b 所示的类似结构型式，转换后，摩擦损失减小的效果，也取决于引入的三副滚子两半径之差 $(R-r)$ 。应当说明的是，由于激波器一般为高速转动构件，为实现高副 B 两运动副元素——滚子与激波器轮廓间的纯滚动，则滚子的转速则更高，等于激波器转速乘以激波器与滚子的半径比，所以代换的效果不够理想。如果引入滚动轴承来代替激波器外轮廓，也可以实现条件运动副 B 的转换。由于单独采用激波器轮廓代换要发生“约束相对滑动”现象，所以机械工程中，常采用推杆活齿内端和激波器外轮廓同时代换的结构型式，来实现条件运动副 B 的转换，如图 7-1c 所示。

在推杆活齿减速机的生产中，为使工艺简单，降低成本，常采用短圆柱滚子标准件来代换推杆活齿内外齿形，其实质是使滚子的两半径相等，即 $R=r$ 。应用式 (7-1) ~ 式 (7-3) 进行分析可知，这种转换方式减小摩擦损失的效果不够理想，还应探索新的结构。

移动副 C 的转换：用两个并联的二元滚动体转换推杆活齿、活齿架移动副 C 。如图 7-3b 所示，如果引入的滚动体为并联的二副（一个转动副、一个高副）滚柱，使移动副 C 转换成滚动体、转动副和纯滚动副。如图 7-3c 所示，如果引入的滚动体为并联的二副（两个高副）滚柱，使移动副 C 转换成滚动体和纯滚动副。金属切削机床上应用的滚柱导轨就是典型的转换例子。

在推杆活齿减速机的生产中，由于结构上和工艺上的众多原因，用并联的二副滚柱转换移动副 C 的方法没有被采用。而减小移动副 C 摩擦损失的办法是，使组成移动副 C 的两运动副元素形成

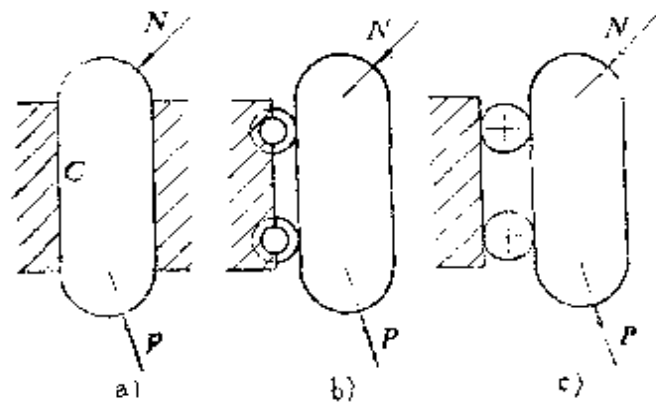


图7-3 移动副C的转换

单边接触。移动副 C 形成单边接触的条件是：所有外力总合力的作用线通过移动副 C 导轨的接触面。按此条件设计移动副 C ，可获得减小摩擦损失的效果。

二、基本构件的结构综合

在活齿传动中，绕固定轴转动或固定不动，并承受载荷的构件称为基本构件。所以激波器 H 、中心轮 K 和推杆活齿轮 G 这三个构件为推杆活齿传动的的基本构件。

1. 激波器 H 激波器 H 是活齿传动三大基本构件之一，通常由偏心套 1、转臂轴承 2 和激波环 3 组成，如图 7-4a 所示。偏心套 1 的主要作用是：接受由输入轴传来的动力并将其传递给活齿。转臂轴承 2 的作用是：支持活齿轮 G ，使其实现作公转和自转的作用，并承受来自活齿轮 G 上的工作载荷。激波环 3 的作用是：改善激波器外轮廓（转臂轴承外环外圆柱面）与活齿高副的接触状态。因为改善接触状态这个作用，有时可以由推杆活齿内端活齿的自身结构来承担，所以激波器 H 有时可省去激波环。

转臂轴承常选用专业轴承制造厂生产的圆柱滚子轴承。这类轴承只承受径向载荷，具有较大的径向负荷能力，摩擦较小，灵活性好，极限转速高，刚性大，承受冲击能力强。圆柱滚子轴承分有外圈和无外圈两种结构，由于无外圈圆柱滚子轴承（502000·

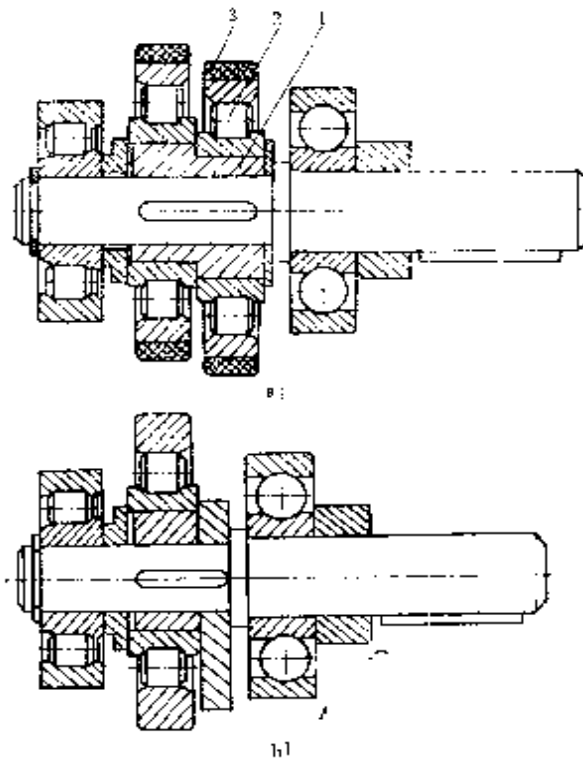


图7-4 激波器的常用结构

型) 径向结构紧凑, 外圈尺寸可以根据推杆活齿减速机的特殊技术要求设计, 所以得到广泛应用。

偏心套由减速机厂自行设计制造, 并与轴承厂提供的标准轴承压合。为了保证激波器 H 能够在高速重载下工作, 偏心套与转臂轴承应采用过盈配合。过盈配合会使转臂轴承内圈滚道变形胀大, 配装游隙减小; 会使偏心套内径变形缩小, 很难保证激波器偏心距 a 的公差要求, 而偏心距 a 的公差对保证共轭齿形的侧隙变化规律有敏感的影响, 所以偏心套与转臂轴承的公差配合设计, 直接关系到活齿传动的运动精度和传动性能的提高。

由于受标准轴承的精度、额定载荷容量和保持架寿命的限制和减速机厂加工偏心套的工艺水平的约束, 由标准轴承和偏心套组成的激波器, 在精度、性能和寿命等方面都存在不少问题, 不能完全满足高性能传动元件——活齿减速机关键技术的要求, 因而限制了活齿减速机传动精度和啮合性能的进一步提高, 所以开

发研制适应活齿减速机传动性能要求的新结构激波器就显得很必要了。开发出的专用轴承有：

整体偏心型无外圈圆柱滚子转臂轴承 由带键槽并具有特定偏心距 a 的整体偏心内圈、短圆柱滚子和悬梁形保持架组成。该型轴承适用于输入轴径50mm以下的减速机，与分离镶偏心套型转臂轴承相比具有突出的优点：1）由于偏心套与轴承内圈合一，可使减速机的输入轴径增大，传递力矩增加，可减少或杜绝断轴事故；2）整体偏心内圈用轴承钢制造，刚性好，在受冲击、过载的工作情况下，键槽不会发生扭曲变形，杜绝了偏心套与轴承分离事故；3）采用专用设备加工和专用仪器检测，能保证轴承有较高的制造精度；4）该类轴承均为加强型结构，滚子加粗加长并带凸度，悬梁形保持架强度高，润滑流畅，冷却散热性能好，额定载荷和使用寿命都大幅度提高。但单列结构的激波器承载能力较小，静平衡性差，一般只适用于小功率的活齿减速机。

整体偏心型无外圈双列圆柱滚子转臂轴承 由两偏心距成 80° 对称布置的整体偏心内圈（偏心距 a 为特定值，内孔带键槽）、短圆柱滚子和悬梁形保持架组成。该型轴承的结构特点与单列相同，但承载能力更高，两偏心距成 180° 对称布置静平衡性好，一般适用于中等功率的活齿减速机。

镶偏心套型无外圈双列圆柱滚子转臂轴承 由带键槽的两偏心距成 180° 对称布置的偏心套、内圈、短圆柱滚子和悬梁形保持架组成。该型轴承适用于输入轴径在50mm以上的活齿减速机。激波器采用这种型式的原因是当轴承内径大于50mm时，整体偏心内圈加工工艺性不好，成本较高，而断轴现象却很少。这种组合镶偏心套型转臂轴承与分离镶偏心套型相比，其主要优点是：1）可避免由减速机厂进行压合而引起的形位误差加大、复圆径超差和配装游隙减小等不良后果；2）轴承厂将偏心套与轴承内圈静配合为一体，再精加工内径及滚道，能够保证偏心距 a 值及对称度的精度要求。

现在采用的转臂轴承精度为普通级（G级），但转臂轴承在高速重载下工作，显然普通级精度满足不了减速机更新换代后性能、寿命都大幅度提高的要求。如采用E级精度的轴承，则减速机制造厂应按轴承零件的E级精度加工外圈内径，但在工程实践中，外圈内径的设计精度及实际能达到的精度与E级标准差距较大，这样就失去了采用E级精度轴承的意义。所以，采用何种精度的转臂轴承，仍需从理论与实践两方面来进一步研究解决。

偏心距 a 是设计活齿减速机的主要参数之一，减速机的结构型式和传动比不同，偏心距 a 值也不同，应尽快制定偏心距 a 值的系列化标准，以利于活齿减速机和转臂轴承的生产。1991年制定的《滚柱活齿减速器》行业标准（送审稿）中，提出了一个偏心距 a 值的系列化标准，可供设计时参考（见表7-1）。但表中的 a 值系列标准较多，使活齿减速机激波器的通用化程度降低，不便于更换和维修，也为转臂轴承的生产带来一定的困难。表7-1中的值系列标准应加以精减或标出常用数值。

表7-1 a 值系列标准 (mm)

0.65	0.75	0.85	1.0	1.25	1.50	1.75	2.0	2.25	2.5
2.75	3.0	3.25	3.5	3.75	4.0	4.25	4.75	5.0	5.5
6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	9.0	10	11	12	13

激波器外轮廓加装转臂轴承后，可以改善活齿、激波器高副 B 两运动副元素间的相对滑动，但还应当考察两相邻高副 B 各运动副元素之间的相互关系。图7-5所示为推杆减速机两相邻啮合副的结构简图。图中表示1、2两相邻活齿和转臂轴承外环分别形成了 B_1 、 B_2 两高副。 B_1 、 B_2 两高副分别使转臂轴承外环形成一个局部（转动）自由度。但是，激波器外环的运动状态只能是一个。这个运动状态由高副 B_1 、 B_2 中作用力的关系所决定；运动

副两元素间的作用力越大，相对滑动越小。因此，相邻两高副在传递运动的过程中，由于两接触点 B_1 、 B_2 之间的距离不断变化，两接触点 B_1 、 B_2 相互约束最终只能得到两种结果：一个高副保持纯滚动，另一个高副为滑滚；或两个高副都是滑滚。这样，活齿传动各并联啮合副都将程度不同地产生滑滚。由于高副 B 间产生的这种相对滑动是各接触点相互约束造成的，所以称之为“约束相对滑动”。由此可总结出普遍规律：当机构中一个具有局部自由度的运动副元素同时与两个以上

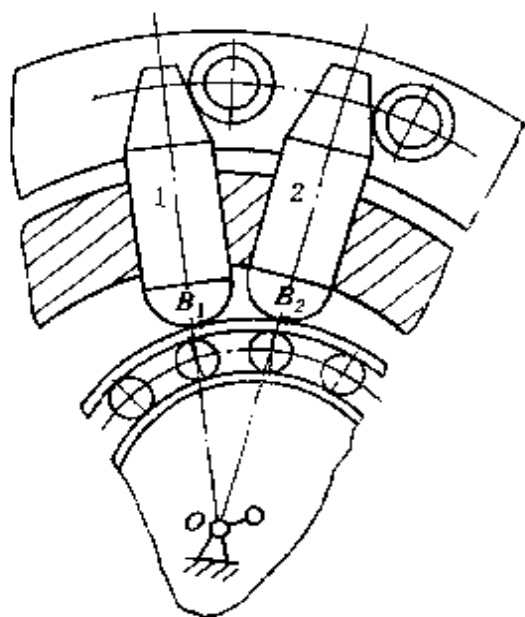


图7-5 两相邻啮合副的结构简图

的运动副元素组成高副时，可能产生“约束相对滑动”。“约束相对滑动”使高副两元素间产生磨损，使传动效率降低。避免产生“约束相对滑动”的办法是：使组成各高副的两运动副元素都形成局部自由度或使各高副中的除公共元素之外的各元素都形成局部自由度。消除“约束相对滑动”有很多益处，但啮合副的结构复杂了，要权衡利弊选择。

上述的偏心圆激波器的波幅为一，称单相激波器，是活齿减速器中应用最广泛的一种激波器。波幅为二的激波器称双相激波器。双相激波器有两种结构型式：1) 由单一的双相凸轮组成，双相凸轮是一个两个波幅呈 180° 布置的盘状凸轮，由于对称，所以质心在回转中心上，不会产生离心惯性力。工作时，作用在激波器两个反对称啮合区上的载荷大小相等，方向相反，相互抵消。双相凸轮外廓与活齿间有较大的相对滑动，所以只用在轻载和低速传动中。2) 由双相凸轮和柔性轴承组成。如图7-6a所示。这种结构型式的特点是，在双相凸轮的外廓上套装一个柔性轴承，其

目的是变双相凸轮、活齿高副间的相对滑动为滚动，提高啮合副的传动效率。

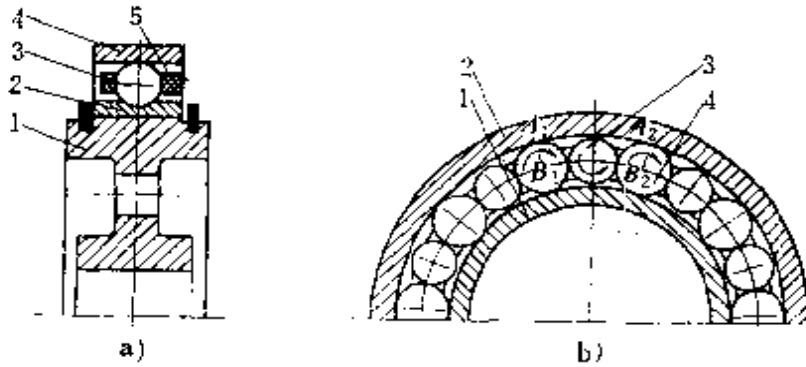


图7-6 双相激波器的结构简图

柔性轴承是一个内外圈臂厚甚薄的轴承。它由内圈2、外圈4、滚动体3和保持架5组成。当双相凸轮1嵌入柔性轴承的内圈后，柔性轴承随双相凸轮廓线形状而产生强制变形，其外圈轮廓形状形成所要求的双相激波器轮廓。因此，激波器轮廓尺寸应按柔性轴承系列化外径尺寸选取。激波器结构设计要考虑这个特点。

由柔性轴承的工作原理知：当主动轴通过双相凸轮1带动柔性轴承高速转动时，柔性轴承的内圈2与双相凸轮同步高速转动，而外圈4被迫发生频率是高速轴转速 n 两倍的弹性变形。柔性轴承的变形量受其保持架的结构尺寸和轴承外圈的疲劳破坏的约束。我国已经批量生产柔性轴承，可以满足工业生产的需要。

为提高柔性轴承的寿命和传动效率，除对现有结构的柔性轴承进行改进外，有人提出了一种钢球隔离的新结构柔性轴承，如图7-6b所示。理论分析认为这种柔性轴承的传动效率和寿命都可以提高。专家们认为这种轴承的结构设想是好的，但付诸实施还有好多理论和实践问题需要解决。

为减小活齿、激波器高副间的接触应力，实现均载，可在柔性轴承外圈之外套装一个环氧环（环氧酚醛圈）。

激波器的轴向布置 为了平衡工作载荷和惯性力，激波器常采用双排结构，偏心距成 180° 对称布置，与激波器固联的输入轴两端支承在轴承上成为简支梁。如图7-4a所示。双排结构的激波器，虽然工作载荷和惯性力得到平衡，但同时产生了惯性力偶和工作载荷力偶，所以希望双排激波器之间的距离应尽量缩短。如果激波器采用三排结构，则可以得到动平衡，但由于轴向尺寸加大，结构复杂，装配困难，成本高等原因而没有被采用。对于仅用于传递运动或小功率的活齿传动，激波器可采用加配重盘的单排结构，如图7-4b所示。其特点是：结构简单紧凑，装拆方便，但动平衡性能差。

2. 推杆活齿轮G 活齿轮的齿数 z_G 由活齿传动的运动学知，活齿传动的传动比与活齿轮理论齿数 z_G 成正比，但是当活齿传动实现的传动比较大，在活齿架内径的周长上，容纳不下理论活齿数 z_G 那样多的活齿时；或根据活齿轮G的刚度、工艺、装配等方面的要求，不宜采用理论活齿数 z_G 那样多的活齿时，很自然地会想到活齿轮G的理论齿数 z_G 在满足（1）活齿传动连续传动；（2）给定的传动比不变的条件下，活齿轮G的活齿数 z_G 是否可以减小的问题。这就是我们所要讨论的“活齿轮的抽齿技术”。

活齿轮上的活齿，每隔一定的间隔抽掉一个或几个，使实际的活齿数 z'_G 小于理论活齿数 z_G 的措施称为“抽齿”。

由活齿传动的连续传动条件知，在活齿传动的啮合区里，只要每一瞬时都保证有一个活齿参加啮合，则活齿传动就可以实现连续传动。所以，在活齿传动的啮合区里，当每一瞬时有 $(1+n)$ 个活齿工作时，抽掉 n 以内个活齿并不影响活齿传动的连续传动。

由活齿传动的运动学知，活齿传动的传动比由组成活齿传动的中心轮K和活齿轮G的理论齿数 z_K 和 z_G 所确定，因为“抽齿”并不改变活齿轮G的理论齿数 z_G ，所以活齿轮“抽齿”之后并不影

响活齿传动的传动比。

为了保证活齿轮“抽齿”后活齿受力均衡，要求“抽齿”是均匀的，即要求活齿轮上的活齿在抽齿前和抽齿后都是均布的。满足这个要求，活齿论的理论齿数 z_G 就不是任意的，活齿轮的理论齿数 z_G 和实际齿数 z'_G 之间应保持下式所给出的关系

$$z_G/(1+n) = z'_G$$

式中 n ——每隔一个齿抽掉的活齿数。

为准确求出活齿传动的传动比，必须首先确定活齿轮是否进行过“抽齿”。否则求得的传动比容易发生错误。例如，图3-8所示的变速传动轴承是一种移动活齿传动，从图中可以查出，中心轮 K 的齿数 $z_K = 15$ ，活齿轮 G 的齿数 $z_G = 8$ ，应用相对角速度法求中心轮 K 固定、激波器 H 主动、活齿轮 G 从动的传动比，有

$$i_{HG}^K = z_G \quad (7-4)$$

如果认为图 3-8 所示变速传动轴承的传动比等于 8 就错了，因为给定的 $z_G = 8$ 是活齿轮的实际齿数，其理论齿数由式 (7-4) 确定。变速传动轴承采用单波激波器，中心轮 K 与活齿轮 G 的齿数差应当是 $z_K - z_G = \pm 1$ ，已知 $z_K = 15$ ，则变速传动轴承活齿轮的理论齿数 z_G 应为 16 或 14，由图 3-8 看出，变速传动轴承采用了“抽齿技术”，并且活齿轮 G 的“抽齿”是均匀的，所以活齿轮 G 的理论齿数 z_G 应等于 16。由此得变速传动轴承的传动比 $i_{HG}^K = 16$ 。

应用“活齿轮的抽齿技术”的重要意义还在于，有利于活齿轮结构的标准化和规范化，因为只需选定活齿轮一种结构型式（即选定活齿轮的实际齿数 z'_G ），就可以实现活齿传动一系列的传动比

$$i_{HG}^K = z'_G(n+1)$$

例如，图 3-8 所示变速传动轴承，在保持活齿轮结构不变的条件下，只更换不同齿数的中心轮，即可实现一系列的传动比， $i_{HG}^K = z'_G(n+1) = 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, \dots$ 。

与激波器 H 采用双排结构相对应，活齿轮 G 也需采用双排结构。活齿架上的推杆活齿导向槽的布置方式与中心轮 K 的结构有密切关系：当双排活齿轮的导向槽方向设计成完全相同时，与其对应的中心轮 K 需采用两个，相错半个齿安装；当双排活齿轮的导向槽方向设计成相错半个齿时，则对应的中心轮 K 可采用一个。

对于偏置式推杆活齿传动，活齿轮 G 的导向槽方向与回转中心有一个偏距，偏置方向应与中心轮 K 的齿形不对称方向相对应，为装配准确，应将中心轮的齿形打以标记。推杆活齿导向槽的结构形状与推杆活齿的截面形状相对应，分方形槽（如变速传动轴承减速机）和圆形槽（如推杆活齿针轮减速机）两种，如图7-7所示。方形槽可以约束推杆活齿绕自身转动的自由度，有利于共轭齿形的啮合，但方形槽的加工困难些；圆形槽具有绕自身轴线转动的局部自由度，不利于共轭齿形的啮合，但圆形槽容易加工。为了消除这个局部转动自由度，实施时需加一个活齿阻转

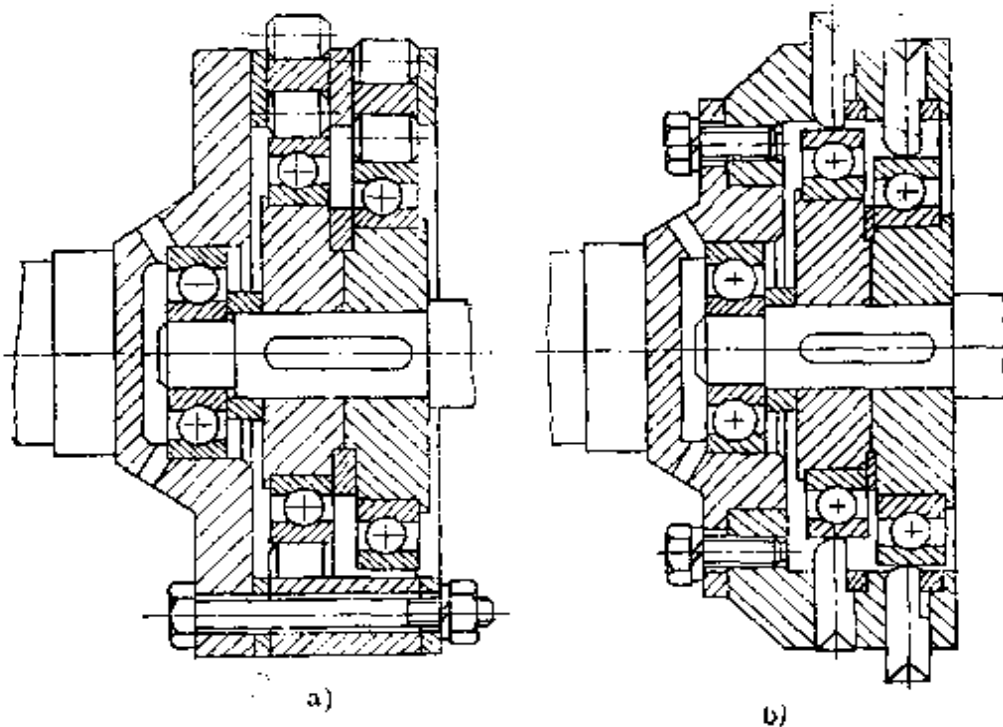


图7-7 推杆活齿轮的结构

挡圈。

活齿轮 G 与输出轴固联，通过两个轴承支承在机座上，支承的形式有两种：一种是两个轴承布置在活齿轮 G 的一侧，活齿轮 G 呈悬臂状态，如图 7-8a 所示，这种布置方式结构简单，拆装容易，应用广泛，但轴向尺寸较大；另一种是两个轴承布置在活齿轮 G 的两侧，如图 7-8b 所示，这种布置方式受力状态好，轴向尺寸小，但结构复杂些。

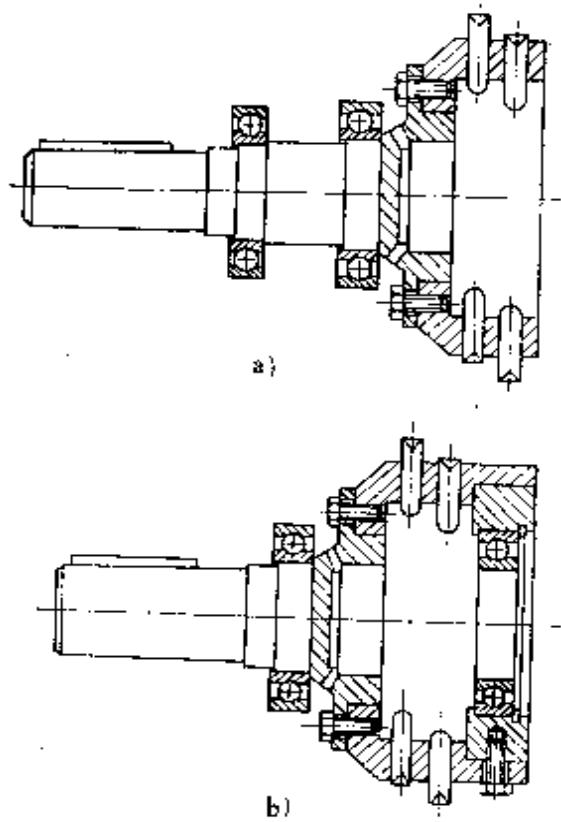


图 7-8 活齿轮的支承方式

3. 中心轮 K 中心轮 K 按其齿形特征可分成两大类：

第一类 针齿中心轮 当采用齿形综合正解方法，综合共轭齿形高副 A 两运动副元素时，如选择中心轮齿形为简单曲线——圆弧，则活齿外端为圆族的包络曲线，于是形成了针齿中心轮。针齿由销轴和销套组成，均布在针齿壳上。针齿中心轮的优点是：针齿的工艺简单，通用机床即可加工，并可达到较高的加工精度；共轭齿廓间的相对滑动，由于引入销套而转化为纯滚动高副和转动副，传动时动力损失小，啮合效率高。缺点是针齿销轴的强度是限制承载能力提高的主要因素；针轮的齿数由传动比所确定，所以同功率不同传动比的推杆活齿传动，针齿中心轮的结构就不相同，为标准化、系列化工作带来一定的困难。

第二类 包络齿形中心轮 当采用齿形综合正解方法，综合共轭齿形高副 A 两运动副元素时，如选择推杆活齿外端为简单曲线时，则中心轮齿形为包络曲线。应用展成加工方法，可获得中

心轮精确的包络曲线齿形，且其工艺复杂程度不受传动比变化的影响，连续的中心轮齿形重合度 ε 大，凸凹齿形啮合接触强度高，这就为活齿传动标准化、系列化和向大功率方向发展创造了条件，所以近年来追求获得中心轮精确的包络曲线齿形已成为努力的方向。缺点是：我国还没有加工中心轮包络曲线的专用机床，获得精确的包络曲线齿形的成本较高，所以创造简单、实用的包络齿形的加工方法，和相应的加工装置（或专用机床），已成为专家们追求的目标之一。

第二节 推杆活齿传动的尺寸综合

推杆活齿、活齿架径向导槽移动副C是推杆活齿传动啮合副的核心部分，移动副的结构特征在很大程度上决定了推杆活齿传动啮合副的运动状态。为了减轻移动副两运动副元素间的相对滑动，可应用滑滚代换原理对其进行代换，但到目前为止，还没有找到适用的代换结构，所以通过啮合副的尺寸综合，来减轻移动副两运动副元素间的磨损及提高传动效率是应予解决的问题。

一、移动副失效形式分析

对实际应用的推杆活齿传动进行检测发现，组成移动副C的推杆活齿、活齿架径向导槽两运动副元素都产生了比较严重的磨损。观察得到的磨损部位和形状示于图7-9中。分析后认为，推杆活齿、活齿架导槽移动副C的磨损，是由于它形成了“移动副双边接触”的结果。实践表明，解决推杆活齿、活齿架径向导槽移动副的磨损问题，已成为提高推杆活齿传

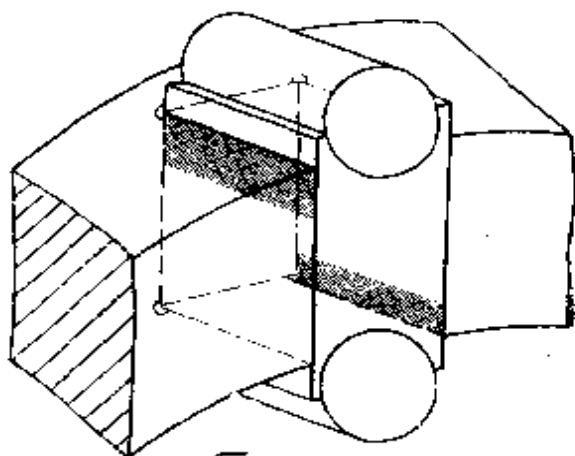


图7-9 推杆活齿移动副的磨损部位

动的传动效率和寿命的关键。我们在移动副单双边接触受力分析的基础上，从啮合副结构尺寸综合方面，去寻找减轻推杆活齿、活齿轮径向导槽移动副摩擦磨损的途径。

1. 移动副双面接触受力分析 图7-10所示为活齿传动中，推杆活齿、活齿架径向导槽移动副双面接触受力情况。推杆活齿上共受三个力： F_0 —中心轮给推杆活齿的力； F_p —激波器给推

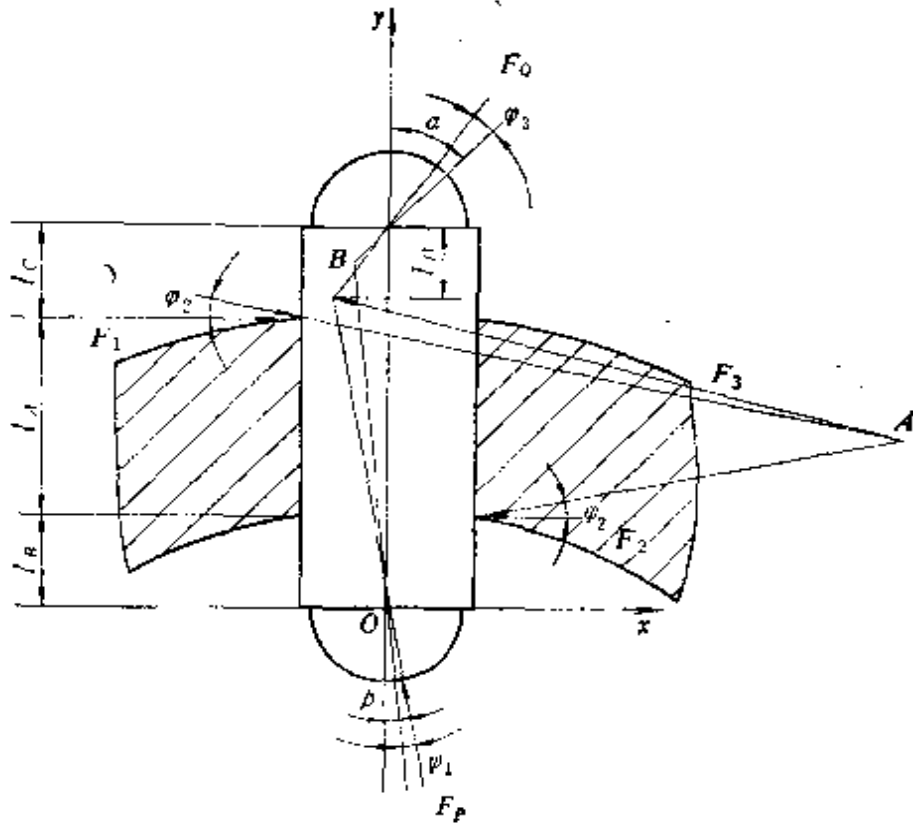


图7-10 移动副双面接触受力情况图

杆活齿的力； F_1 、 F_2 —活齿架径向导槽给推杆活齿的力，二者可以合成一个力 F_3 。以推杆活齿为力平衡体进行力分析，略去推杆活齿的自重和惯性力，按力平衡关系可列出以下力平衡方程式

$$\begin{aligned} \Sigma x = 0, & \quad F_p \sin(\beta + \varphi_1) + F_0 \sin(\alpha - \varphi_3) - (F_1 - F_2) = 0 \\ \Sigma y = 0, & \quad F_p \cos(\beta + \varphi_1) - F_0 \cos(\alpha - \varphi_3) - (F_1 + F_2) f_2 \\ & = 0 \end{aligned} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_B = 0, \quad & F_1(l_C - l_D) - F_2(l_A + l_C - l_D) \\ & + f_2 F_1[b - l_D \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_3)] \\ & - f_2 F_2[b + l_D \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_3)] = 0 \end{aligned}$$

略去式 (7-5) 中第三式相对较小的后两项, 经计算整理可得驱动力 F_p 和载荷 F_o 关系方程

$$F_p = \frac{F_o[(K-1)\cos(\alpha - \varphi_3) + (K+1)f_2\sin(\alpha - \varphi_3)]}{[(K-1)\cos(\beta + \varphi_1) - (K+1)f_2\sin(\beta + \varphi_1)]} \quad (7-6)$$

式中 α, β ——分别为载荷 F_o 、驱动力 F_p 的工作角, 由推杆活齿传动的尺寸和传动比所确定;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ ——分别为运动副 B, C, A 的摩擦角, 如 $\operatorname{tg}\varphi_2 = f_2$;

K ——为表征推杆活齿移动副各部分尺寸关系的尺度系数, 有

$$K = (l_A + l_C - l_D) / (l_C - l_D) \quad (7-7)$$

下面推导推杆活齿移动副双面接触的传动效率方程式: 设 P_o 为不计推杆活齿移动副摩擦损失的驱动力, 将 $f_2 = \operatorname{tg}\varphi_2 = 0$ 代入式 (7-6) 得 $F_o = F_p \cos(\alpha - \varphi_3) / \cos(\beta + \varphi_1)$, 根据传动效率的定义, 移动活齿导槽移动副双面接触的传动效率 η_2 为

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \frac{F_o}{F_p} \\ &= \frac{\cos(\alpha - \varphi_3)[(K-1)\cos(\beta + \varphi_1) - (K+1)f_2\sin(\beta + \varphi_1)]}{\cos(\beta + \varphi_1)[(K-1)\cos(\alpha - \varphi_3) + (K+1)f_2\sin(\alpha - \varphi_3)]} \\ &= [(K-1) - (K+1)f_2\operatorname{tg}(\beta + \varphi_1)] / [(K-1) \\ &\quad + (K+1)f_2\operatorname{tg}(\alpha - \varphi_3)] \quad (a) \end{aligned}$$

式 (a) 表明: 推杆活齿移动副双面接触的传动效率 η_2 是其尺度参数 K 的函数。式 (a) 可写成

$$\left(\frac{K+1}{K-1}\right) = \frac{1 - \eta_2}{\eta_2 f_2 \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_3) + f_2 \operatorname{tg}(\beta + \varphi_1)} \quad (7-8)$$

2. 移动副单面接触受力分析 当推杆活齿所受外力的合力作用线通过移动副的接触表面时, 移动副呈现单面接触状况如图7-11所示。以推杆活齿为平衡体进行力分析, 可列出下列力平衡方程式

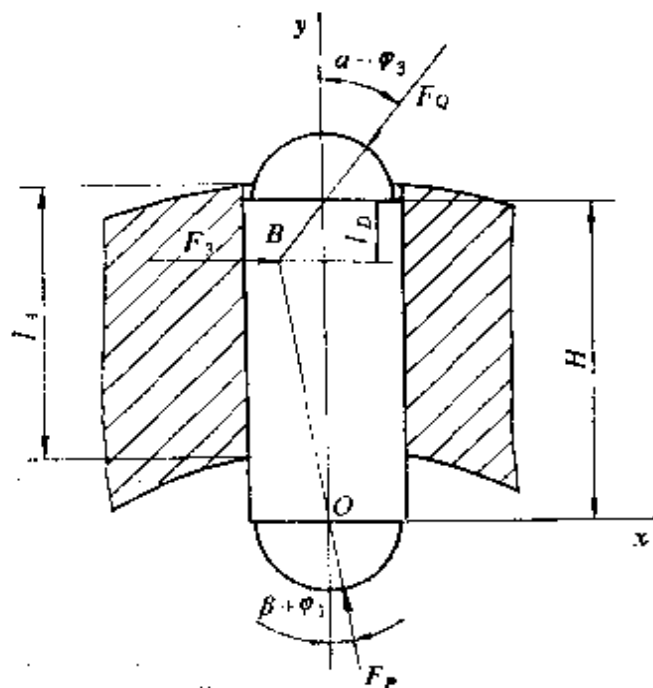


图7-11 移动副单面接触受力情况图

$$\begin{cases} \Sigma x = 0, & F_P \sin(\beta + \varphi_1) + F_C \sin(\alpha - \varphi_3) - F_3 = 0 \\ \Sigma y = 0, & F_P \cos(\beta + \varphi_1) - F_C \cos(\alpha - \varphi_3) - F_3 f_2 = 0 \end{cases} \quad (7-9)$$

经计算, 得推杆活齿移动副单面接触时驱动力 F_P 和载荷 F_C 关系方程式

$$F_P = \frac{F_C [\cos(\alpha - \varphi_3) + f_2 \sin(\alpha - \varphi_3)]}{[\cos(\beta + \varphi_1) - f_2 \sin(\beta - \varphi_1)]} \quad (7-10)$$

根据传动效率定义, $\eta_1 = P_0/P$, 将 $f_2 = \text{tg}\varphi_2 = 0$ 代入式(7-10) 得 $F_0 = F_C \cos(\alpha - \varphi_3) / \cos(\beta + \varphi_1)$, 于是, 推杆活齿移动副单面接触的传动效率方程式为

$$\eta_1 = \frac{[1 - f_2 \text{tg}(\beta + \varphi_1)]}{[1 + f_2 \text{tg}(\alpha - \varphi_3)]} \quad (b)$$

$$\text{或} \quad 1 = \frac{1 - \eta_1}{\eta_1 f_2 \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_3) + f_2 \operatorname{tg}(\beta + \varphi_1)} \quad (7-11)$$

为找到单、双面接触对移动副摩擦磨损的影响，比较移动副单、双面接触的传动效率方程式 (7-8)、(7-11)。为比较方便，令 $f_2 \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_3) = A$ ， $f_2 \operatorname{tg}(\beta + \varphi_1) = B$ 。因为两式等号左边有

$$\left(\frac{K+1}{K-1} \right) > 1$$

所以两式等号右边有

$$\frac{1 - \eta_2}{\eta_2 A + B} > \frac{1 - \eta_1}{\eta_1 A + B}$$

经运算整理，由上式得

$$\eta_1 > \eta_2 \quad (7-12)$$

式 (7-12) 给出了重要结论：推杆活齿移动副单面接触比双面接触的传动效率高，当尺度系数 K 较小时更是如此。所以创造条件使推杆活齿移动副形成单面接触是减轻推杆活齿移动副摩擦磨损的重要途径。

作用在推杆活齿上的三力汇交点 B 的位置是推杆活齿移动副形成单面接触的关键。由推杆活齿传动的工作原理知，当驱动力 P 的作用角 β 的作用线方向不同时，三力汇交点 B 的位置可以出现两种情况：

$z_G < z_K$ 当活齿轮 G 的齿数 z_G 小于中心轮 K 的齿数 z_K 时，激波器 H 与活齿轮 G 的转向相反，驱动力 P 的作用角 β 方向线右偏，使三力汇交点 B 落在推杆活齿外端面之外。在这种情况下，推杆活齿、活齿架导槽移动副工作时，必然形成双面接触，作用角 β 越大推杆活齿移动副受力状态越坏，磨损越严重。推杆活齿移动副形成双面接触后，两运动副元素的磨损部位如图 7-9 所示。

$z_G > z_K$ 当活齿轮 G 的齿数 z_G 大于中心轮 K 的齿数 z_K 时，激波器 H 与活齿轮 G 的转向相同，驱动力 F_P 的作用角 β 方向线左

偏，使三力汇交点 B 落在推杆活齿外端面之内。在这种情况下，推杆活齿移动副有条件形成单面接触，驱动力 F_P 的作用角 β 越大，推杆活齿移动副受力状态越好，磨损减轻。

二、移动副结构尺寸综合

分析式 (7-6) 知，当外载荷 F_Q 一定时，尺度系数 K 越大，所需驱动力 F_P 越小。为了提高推杆活齿传动的传动效率 η ，应在满足传动性能（重合度 ϵ 、主从动件转向、运动连续性等）要求的前提下，使尺度系数 K 尽可能大。

分析式 (7-7) 知，增加尺度系数 K 的途径是减小推杆活齿的外伸长度 l_c ；增加推杆活齿导槽的长度 l_d ；增加推杆活齿所受三力的汇交点 B 到推杆活齿外端面的垂直距离 l_D 。

1. 推杆活齿外伸长度 l_c 。根据图7-12所示推杆活齿传动啮合副的结构尺寸关系，可以写出推杆活齿在工作结束位置和工作开始位置时，推杆活齿外伸长度的最大值和最小值方程

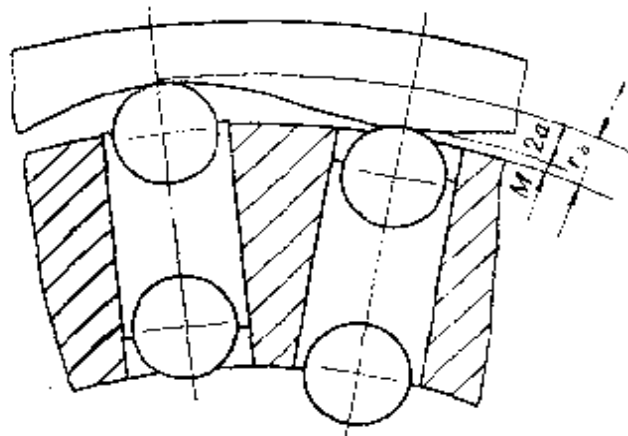


图7-12 推杆活齿啮合副的结构尺寸关系

$$\begin{cases} l_{c_{max}} = h + M - r_b \\ l_{c_{min}} = h + M - 2a - r_b \end{cases} \quad (7-13)$$

式中 h ——中心轮轮齿的全齿高，当齿形是连续的， $h = 2a$ ，

当齿顶有修形，应减去修形量 Δh ， $h = 2a - \Delta h$ ；

M ——中心轮齿顶圆与活齿架外圆间的径向距离；

r_b ——推杆活齿外滚柱的半径；

a ——偏心圆激波器的偏心距。

为提高推杆活齿传动的传动效率 η ，通常将推杆活齿外伸长度最大值设计成 $l_{c_{max}} = 0$ ，这时推杆活齿移动副的受力状态最佳，根据式(7-13)，有

$$r_b = h + M \quad (7-14)$$

2. 推杆活齿三力汇交点位置 l_D 增加 P 、 Q 、 R 三力汇交点 B 至推杆活齿外端面的距离 l_D ，可改善推杆活齿、活齿架导槽移动副的受力状态。由图7-10所示的几何关系，可推导出 l_D 方程式

$$l_D = \frac{H \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} \quad (7-15)$$

式中 H ——推杆活齿的长度，增加 H 可以增加 l_D ，但机构的径向尺寸增加。

驱动力 P 、载荷 Q 的作用角 β 、 α 的大小和方向，由推杆活齿传动的基本参数——激波器的偏心距 a 、等效机构的连杆长 b 和传动比的大小和方向所确定。所以，当推杆活齿传动根据传递的功率大小确定了它的基本尺寸 a 、 R 、 r_b 之后，根据机构要求实现的传动比 i_{HC} ，选择 $z_C > z_K$ 的结构型式，使推杆活齿、活齿架导槽移动副形成单面接触，这是改善推杆活齿传动磨损问题的好方法。载荷 Q 的工作角 α 即中心轮齿形的斜率补角，我们在齿形综合中已经分析过，这里不再重复。

3. 活齿架导槽长度 l_A 式(7-7)、式(7-8)表明，活齿架导槽长度 l_A 越大，啮合副的尺度系数 K 越大，推杆活齿移动副的传动效率越高。同时，增加活齿架导槽长度 l_A 还可以改变导槽 l_A 上的应力分布，所以在保证 $l_A \leq H$ 的条件下， l_A 越大摩擦损失越小。但导槽的长度 l_A 增加同时使推杆活齿传动的径向尺寸增加。为了获得传动效率和结构尺寸都比较适当的推杆活齿传动，

“按推杆活齿移动副许用传动效率 $[\eta]$ 确定其结构尺寸”是适当的。其方法是，按使用要求确定推杆活齿移动副的许用传动效率

[n_2]之后, 根据式(7-8)即可求出尺度系数 K 。再根据式(7-7), 按上述方法确定 l_c 和 l_D 之后, 活齿架导槽长度 l_A 即可求出。为了不减小活齿架导槽和推杆活齿的实际接触长度, 推杆活齿的长度 H 与活齿架导槽的长度 l_A , 应满足 $l_A \leq H$ 。

第三节 移动副结构尺寸综合实例

设计在一般工作条件下工作的推杆活齿减速机。已知参数: 传动比 $i_{HG}^K = 30$, 传递功率 $P = 10\text{kW}$, 输入轴转速 $n_1 = 1440\text{ r/min}$ 。要求传动平稳, 结构紧凑, 承载能力高, 磨损轻。试求其基本尺寸。

一、基本参数和尺寸确定

1. 活齿轮齿数 z_G 首先, 要满足给定传动比的要求。实例给定中心轮固定, 激波器 H 主动、活齿轮 G 从动的传动比 $i_{HG}^K = 0$, 根据表3-2给出的单波激波器活齿传动(一齿差活齿传动)的传动比公式, 可求出活齿轮的理论齿数

$$z_G = i_{HG}^K(z_G - z_K) = 30$$

其次, 要满足两相邻活齿间隔的要求。当求出的活齿轮理论齿数 z_G 过大, 使两相邻活齿间隔过小, 不满足强度要求或发生干涉时, 可采用“抽齿技术”, 使活齿轮的实际齿数 z'_G 是其理论齿数 z_G 的约数

$$z'_G = z_G/n = 30/3 = 10$$

2. 中心轮齿数 z_K 中心轮齿数 z_K 可以改变推杆活齿的受力状态, 所以它是影响活齿、导槽移动副磨损程度和啮合副传动效率的重要参数。已知活齿、导槽移动副形成单边接触的必要条件是: $z_K > z_G$ 。所以当激波凸轮为单波时, 有

$$z_K = z_G + 1 = 31$$

3. 按传递功率 P 确定 r_b 和 K 推杆活齿外端滚柱半径 r_b 按从动轴传递的力矩计算

$$r_b = K_2(M_2)^{1/3}$$

式中 M_2 ——从动轴传递的力矩，

$$M_2 = (9.545 \times 10^5 / n_1) P i_{HG}^K \eta$$

K_2 ——重合度系数， $K_2 = 0.6 \sim 0.7$ ，重合度大取小值。

计算得 $r_b = (7.25 \sim 8.46) \text{mm}$ ，取 $r_b = 8 \text{mm}$ 。

活齿轮外圆半径 R 是活齿传动的公称直径，先按从动轴传递的力矩进行初算

$$R = K_1(M_2)^{1/3}$$

式中 K_1 ——传动比系数， $K_1 = 9 \sim 11$ ，传动比大取小值。

计算得 $R = (109 \sim 133) \text{mm}$ ，取 $R = 125 \text{mm}$

4. 按连续传动条件求偏心距 a 为提高活齿传动的传动平稳性，要求中心轮的齿形是连续的。将齿形不变尖方程式(4-8)加以演化，得连续传动偏心距 a 条件，有

$$a < \frac{br_b}{2b + r_b} = \frac{125 \times 8}{2 \times 125 + 8} \text{mm} = 3.88 \text{mm}$$

当推杆活齿外伸长度的最大值 $l_{cmax} = 0$ 时，移动副形成单边接触的条件最佳，考虑到中心轮齿形连续时，齿高等于 $2a$ ，由式(7-13)知

$$2a = h = r_b - M = (8 - 1) \text{mm} = 7 \text{mm}$$

根据表7-1，选取

$$a = 3 \text{mm}$$

二、移动副结构尺寸综合

1. 推杆活齿外伸长度 l_c 推杆活齿在工作结束位置时的外伸长度最大，用 l_{cmax} 表示。分析式(7-13)、(7-14)知，如果设计成 $l_{cmax} = 0$ ，则推杆活齿移动副的受力状态最佳，传动效率 η 最高，故选定

$$l_{cmax} = 0$$

2. 推杆活齿三力汇交点 B 的位置 当活齿轮齿数 z_G 大于中心轮齿数 z_K 时，推杆活齿三力汇交点 B 在推杆活齿外端面之内，

l_D 越大则移动副的受力状态越好。

在 l_D 方程式(7-15)中,角 α 、 β 是啮合点位置的函数。当基本参数 α 、 r_b 、 b 、 i_{zG} 确定之后,角 α 、 β 随激波器转角 φ_H 的变化规律也随之确定,所以增加 l_D 的途径是增加移动活齿的长度 H 。

活齿传动省去了少齿差行星传动必须采用的平行轴输出机构(W 机构),这是活齿传动在结构上的重要突破,为大幅度提高承载能力创造了有利条件,所以活齿传动往大功率方向发展具有很大的潜力和优势。但是,推杆活齿传动啮合副的径向尺寸较大,如果再增加推杆活齿的长度 H ,那么由于省去了 W 运动输出机构而使转臂轴承有充足空间安放的优点,就会不同程度的丧失,所以不提倡用增加推杆活齿长度 H 的方法来增加 l_D 。

3. 活齿架导槽长度 l_A 活齿架导槽长度 l_A 越大,推杆活齿传动的传动效率 η 越高,但径向尺寸越大。本书提出综合考虑传动效率 η 和结构尺寸要求的“按推杆活齿移动副许用传动效率 $[\eta]$ 综合 l_A ”的方法。该方法的步骤是:

(1) 根据传递的功率 P ,求出推杆活齿传动的基本参数和尺寸, z_G 、 z_K 、 r_b 、 b 、 α 等,角 α 、 β 的变化规律也随之确定。

(2) 选定材料及运动副的形式, φ_1 、 φ_2 、 φ_3 也随之确定。

(3) 根据传动要求,选定推杆移动副的许用传动效率 $[\eta]$,应用式(7-8)求出尺度系数 K 。

(4) 初定推杆活齿长度 H ,求出 l_D ,为受力良好,令 $l_c = 0$,则根据尺度系数方程式(7-7)可求出 l_A 。

为提高工程设计效率,根据实践经验,按最大工作角 α_{max} 求解 l_A 是适宜的。

第四节 典型结构分析

一、激波环的结构分析

在图7-4所示激波器常用结构中,转臂轴承外轮廓上套装的

激波环 3 有两个作用：其一是激波环 3 的尺寸可以按需选择，使啮合副尺寸综合免受转臂轴承外径尺寸已系列化的限制；其二是可改善内端活齿、激波器轮廓高副 B 的接触状态，如果激波环采用环氧酚醛圈（或其它非金属材料），通过受力变形达到各啮合副间实现均载的目的，以减小内端活齿、激波器轮廓高副 B 间的接触应力。这两点已被工程技术人员所接受，已应用到工程实践中去。

有人提出：为了进一步减小高副 B 间的接触应力，可以将激波环外表面上制成与推杆活齿等数量的凹齿形，使其与内端活齿形成凸凹齿形接触，会大幅度减小高副 B 间的接触应力。这是值得深入讨论的问题。

由推杆活齿传动的传动原理知，工作时的推杆活齿是沿着活齿架径向导槽移动的，所以推杆活齿在激波器外轮廓上的位置就被活齿架的径向等分槽所确定，如图 7-13a 所示。为了简明，图中只画出推杆活齿的一部分——内端活齿。设激波器顺时针转

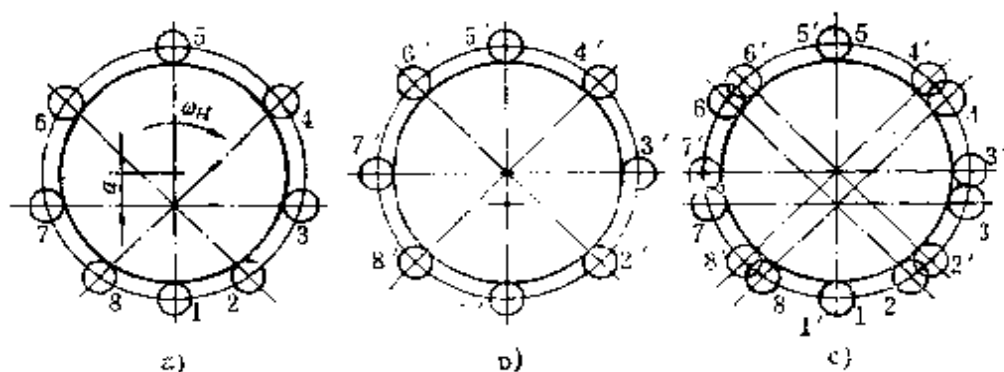


图 7-13 推杆活齿在激波器轮廓上的分布

动。从图中可以看出：1 号活齿刚进入啮合，5 号活齿刚脱离啮合，这时 1、2 号活齿和 8、1 号活齿之间的距离最短，4、5 号活齿和 5、6 号活齿之间的距离最长，即在工作行程时，两相邻活齿的距离逐渐增大，在非工作行程时，两相邻活齿的距离逐渐减小，这表明，移动活齿在激波器轮廓上的分布是不均匀的。

如果将激波环外轮廓制成等分半月凹槽型式，则推杆活齿在这些等分半月凹槽的约束下，等分地分布在激波器的外轮廓上，这种分布在传动的过程中也不改变。

将图7-13a、b迭加在一起，就得到图7-13c所示的图形。图中，推杆活齿的粗线位置，为活齿架径向导槽所确定；推杆活齿的细线位置，为激波环半月凹槽所确定。两组活齿中除了1、5号活齿和1'、5'号活齿重合外，其余的活齿都不重合。这表明，活齿架径向导槽和激波环半月凹槽对活齿的约束是不一致的。共同约束的结果使活齿与活齿架径向导槽间和活齿与激波环半月槽间发生运动干涉。因为激波环不开凹槽时活齿的运动是确定的，而激波环开出凹槽后活齿的运动就不确定，所以断定激波环形成凹槽给活齿的约束是多余约束。由此得出结论：为使推杆活齿获得确定的运动，不允许在激波环外轮廓上开任何型式的槽。

二、内端活齿的结构分析

改善高副 B 的接触状态，还可以找到另一个途径，即改变内端活齿的结构。

设内端活齿以半径大于激波器半径 R 的圆弧与激波器外轮廓组成凸凹圆弧接触的高副 B 。如图7-14a所示。因为推杆活齿的径向位置已由活齿架径向导槽所确定，所以如果内端活齿圆弧运动副元素几何中心在活齿架导槽的径向线上，则只有活齿在最高、最低两位置时，高副 B 的两运动副元素才是相切的。在其余位置两运动副元素都将发生运动干涉。如果内端活齿圆弧运动副元素的几何中心不在活齿架径向导槽的径向线上，则它的轨迹为一平行于活齿架径向导槽的直线，该直线与激波器圆心的轨迹圆的相互位置有相交、相切和不相交三种，它们的交点最多也只有两个。这表明推杆活齿传动在运动转换过程中，最多只有两个位置高副 B 两运动副元素是相切的，在其余位置两运动副元素都将发生运动干涉。所以图7-14a所示高副 B 的结构型式不可取。如果使内端活齿具有一个局部自由度，则内端活齿圆弧运动副元素

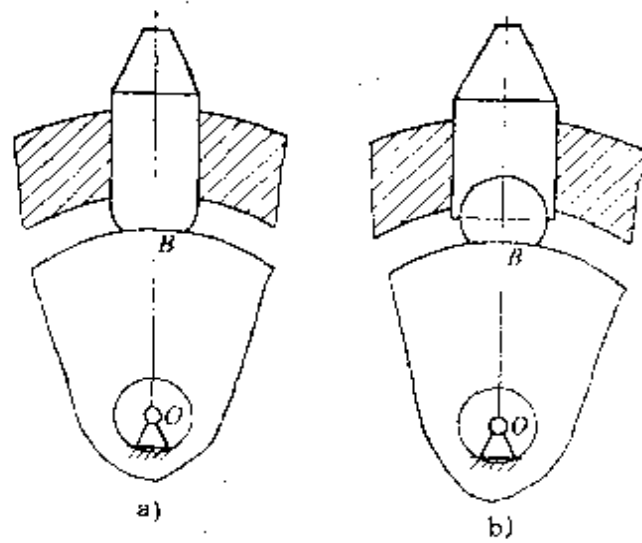


图7-14 高副 B 凸凹圆弧接触的结构型式

与激波器外轮廓能时时保持接触，如图7-14b所示高副 B 的结构型式。内端活齿圆弧运动副元素的尺寸选择，除半径应大于激波器外轮廓半径 R 外，不受其它尺寸的约束，在进行啮合副尺寸综合时，可以当成调整环尺寸，为啮合副的尺寸综合提供了方便条件。图7-14b所示高副 B 的结构型式是提高高副 B 的接触强度好的结构型式。

第八章 滚柱（钢球）活齿传动

滚柱(钢球)活齿传动是活齿传动中最简单的一种结构型式。因为结构简单、传动性能好,所以引起人们广泛的注意。我国开发的“滚道减速器”、“密切圆活齿传动”和“活齿谐波减速器”等,就是滚柱(钢球)活齿传动中具有代表性的结构。本章研究滚柱(钢球)活齿传动的结构综合和尺寸综合的几个基本问题。

第一节 滚柱(钢球)活齿传动的结构综合

一、啮合副的结构综合

我们在第二章中已经分析了滚柱(钢球)活齿传动的组成结构。和推杆活齿传动一样,滚柱(钢球)活齿传动也是由激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 三个基本构件组成的。图8-1所示为滚柱(钢球)活齿传动的一个啮合副。滚柱(钢球)活齿是三副件,它与中心轮 K 、激波器 H 和活齿轮 G 形成了 A 、 B 、 C 三个高副。因为滚柱(钢球)活齿传动是平面机构,所以活齿为滚柱或钢球其作用在运动学上是相同的。我们以滚柱活齿为例研究啮合副的结构不失其通用性。

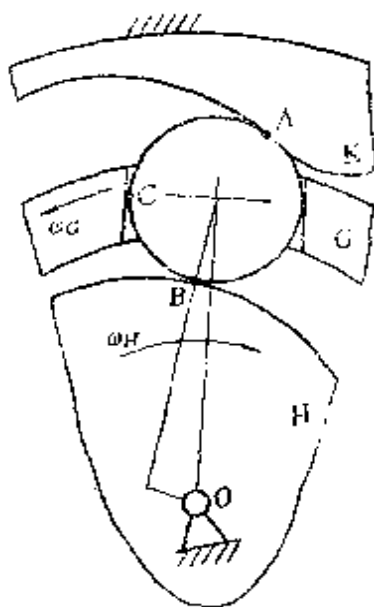


图8-1 滚柱(钢球)
活齿啮合副

当确定图8-1所示滚柱活齿啮合副中的一个基本构件(如中心轮 K)为机架时,考虑到滚柱有一个局部转动自由度,故滚柱活齿啮合副的自

由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H - \text{局部自由度数}$$

$$= 3 \times 3 - 2 \times 2 - 3 - 1 = 1$$

计算结果表明，给定一个原动件，滚柱活齿传动的运动就是确定的。

由共轭齿廓理论知，当选定共轭齿廓中一齿形为简单曲线时，则另一个齿形即被给定的运动规律所确定，一般为复杂曲线。滚柱活齿传动的结构特点是选定活齿齿形为圆弧，中心轮齿形为复杂曲线。当激波器采用转臂轴承后，活齿与轴承外圈之间接近纯滚动。而滚柱活齿的运动状态主要受中心轮齿形和活齿架导槽的约束，活齿与中心轮齿形间产生的摩擦力使滚柱顺时针转动，活齿与活齿架导槽间产生的摩擦力，使滚柱逆时针转动，相互约束的结果是：活齿与中心轮齿廓和活齿架导槽间都将发生相对滑动。实验结果表明：活齿与导槽间的相对滑动最大；活齿与中心轮齿廓间的相对滑动也较大，这已经被生产实践所证实，即活齿架导槽磨损破坏是滚柱活齿传动失效的主要原因。

提高滚柱活齿传动的传动效率和使用寿命，可以找到多种途径，但从结构上考虑，主要是要开发出具有纯滚动或少滑动特征的滚柱活齿新结构。

机构学理论指出，除了瞬心线高副外，所有的高副都是滑滚副。所以只能根据“滑滚替代原理”，使组成高副的两运动副元素中的一个形成局部自由度来解决相对滑动问题。

对于图 8-1 所示滚柱活齿啮合副，滚柱、中心轮高副 A 实现纯滚动的条件是中心轮齿形或滚柱活齿形成局部自由度。因为复杂齿形形成局部自由度是很困难的，所以只能是滚柱活齿形成局部自由度。滚柱、活齿架导槽高副 C 实现纯滚动的条件是活齿架导槽或滚柱活齿形成局部自由度。显然活齿架导槽形成局部自由度是很困难的，只能是滚柱活齿形成局部自由度。由此可知，滚柱活齿要同时满足高副 A 和高副 C 实现纯滚动的要求，为此，滚柱活齿上参与组成高副 A、C 的两运动副元素不能设计在一个构件上，

所以不改变整体式滚柱活齿的结构是不行的。

专家们设想出一种纯滚动或少滑动的滚柱活齿啮合副的新结构，如图 8-2 所示。新结构的核心部分是一个组合滚柱活齿，它由小轴外套装滚子所组成。滚子和中心轮组成高副 A ，小轴和活齿架导槽组成高副 C 。由于滚子、小轴和转臂轴承外环都具有局部转动自由度，所以高副 A 、 B 、 C 都形成了滚动副。新结构的滚柱活齿啮合副的传动效率会显著提高。新结构滚柱活齿啮合副存在的问题是：滚柱活齿的结构复杂了，失去了整体滚柱刚性好、可选用标准件的优点；滚柱活齿的小轴直径由传递的动力所决定，所以滚子（即活齿）的外径就要相应地增大，中心轮的轮齿容易变尖，滚柱活齿在工作开始位置要变成自由体，噪声、振动将伴随而至。

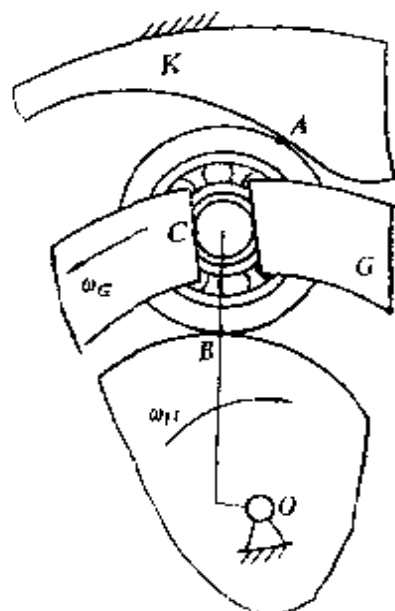


图8-2 滚柱活齿啮合副的新结构

活齿传动承载能力高的主要原因是多齿啮合，从结构上使各啮合副间实现均载，是提高承载能力的重要途径。采用“空心滚柱活齿”这一新结构型式，利用“空心滚柱活齿”的弹性变形达到均载的目的是一种简单易行的方法。为取得良好的均载效果，要根据传递的动力大小来合理设计空心滚柱的壁厚。

二、基本构件的结构综合

1. 激波器 H 滚柱活齿传动激波器的结构基本上与推杆活齿传动激波器的结构相同。可以是双排的和单排的，也可以是双相凸轮式的。

2. 滚柱活齿轮 G 滚柱活齿轮 G 由活齿架及其等分导槽中的滚柱活齿所组成。由于运动干涉条件要求活齿架的壁厚小于滚柱活齿的半径，即 $\delta < r_s$ ，活齿架的壁厚 δ 与其半径 R 之比很小，

实际上是一个薄壁筒构件。与激波器相对应，在薄壁筒活齿架上，布置有两排约束滚柱活齿径向移动的封闭槽，这两排错开半个齿距的封闭槽降低了薄壁筒活齿架的刚度，所以活齿架应采用加强刚度的结构。加强薄壁筒活齿架刚度的措施有：1) 采用“抽齿技术”，使活齿轮的齿数 z_G ——封闭槽的个数有一个固定的值，这样薄壁筒活齿架上的封闭槽数不因传动比的不同而改变，不但为活齿架的标准化创造了条件，而且可以有效地提高大传动比活齿架的刚度；2) 在薄壁筒活齿架的开口端，加装加强环，可明显地提高活齿架的刚度。

薄壁筒上相邻两等分槽之间的圆周距离相当于齿距，封闭槽的宽度相当于齿厚，其精度要求是比较严格的；而在薄壁筒上加工等分槽只能靠分度进行，分度误差直接影响齿距精度；槽宽靠刀具尺寸控制，齿厚精度也不易保证，这是滚柱活齿传动存在的主要问题之一。可以说，薄壁筒活齿架的结构、加工工艺是开发滚柱活齿传动的关键问题。

活齿架和输出轴的联接，可以是整体的，也可以是装配的，各有各的优点。

滚柱活齿轮和推杆活齿轮的轴向结构、支承方式相类似：可以是悬臂的，也可以是简支梁的。图2-3所示滚柱活齿传动的滚柱活齿轮为整体式结构，支承方式是悬臂的。优点是结构简单，装配方便；但轴向尺寸较大。图8-3所示为滚道减速器的结构图。滚道减速器是我国出现较早的一种典型的滚珠活齿传动。滚道减速器的滚珠活齿轮为组合式结构，支承方式采用简支梁。优点是轴向尺寸紧凑；但结构较复杂。滚珠活齿轮的活齿架为薄壁筒，在开口的一端设计有支承环和支承轴承，它同时起到了支承活齿轮和加强活齿架刚度的作用。由于活齿轮采用了滚珠活齿，所以薄壁筒活齿架上的等分封闭槽变成了等分圆孔。圆孔的工艺性好，解决了封闭槽加工困难和精度不易保证的问题。

4. 中心轮 K 与滚柱活齿共轭的中心轮齿形，可用第五章

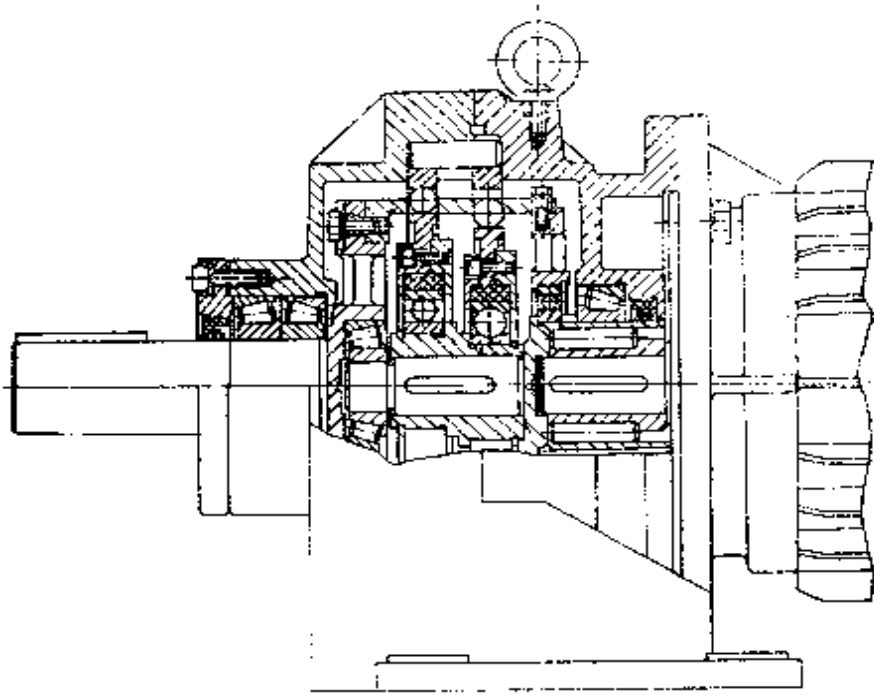


图8-3 滚道减速器的结构图

讲述的齿形形成方法形成。但与钢球活齿共轭的中心轮齿形，由于刀具齿形在球面上，设计制造复杂，形成准确的中心轮齿形困难。因为在垂直于活齿传动中心轴的平面内，滚柱活齿和钢球活齿的齿形都是圆弧曲线，所以与钢球活齿共轭的中心轮可以用与滚柱活齿共轭的中心轮替代，只不过滚柱活齿和钢球活齿与中心轮齿形分别形成线、点接触。

滚柱（钢球）活齿传动的中心轮可以采用近似齿形。如密切圆滚柱活齿减速机中的中心轮，即用密切圆替代滚柱活齿传动的中心轮理论齿形。其优点是圆弧齿形的工艺性好、加工精度高，齿形采用凹圆弧与滚柱活齿形成凸凹啮合，共轭齿形的接触强度增加。其缺点是齿形有替代误差，因舍弃了理论齿形的凸齿部分使活齿传动的重合度降低，为采用抽齿技术增加了困难。权衡采用近似齿形的利弊可知：随着中心轮理论齿形加工工艺性的不断改善和活齿传动向重载、高速方向发展，采用近似齿形的必要性就不突出了。

滚柱(钢球)活齿传动的中心轮,还可以与外激波器相对应设计成外齿结构,可使中心轮的齿形加工工艺性和加工精度提高。

第二节 滚柱(钢球)活齿传动的尺寸综合

滚柱(钢球)活齿传动尺寸综合的目标可以是各种各样的,如以提高承载能力、传动效率、传动平稳性为目标等等。因为作平面运动的滚柱活齿传动和钢球活齿传动,其基本构件的尺寸综合方法是相同的,所以我们可以滚柱活齿传动为例来研究它们的尺寸综合问题。下面我们以提高传动平稳性为目标分析活齿架尺寸综合问题。

一、按 θ_{κ_0} 综合活齿架尺寸

我们在第四章中已经讨论了活齿传动的传动平稳性质量指标重合度 ε 。 ε 表示同时参加啮合的活齿的个数,是强度计算的重要参数。 $\varepsilon = \theta_{\kappa} / \Delta\phi$, $\Delta\phi$ 是一个定值,所以提高滚柱活齿传动传动平稳性的有效途径是增加活齿工作区域角 θ_{κ_0} ,当中心轮齿廓不发生“顶切”为连续曲线时,滚柱活齿传动的理论工作区域角 $\theta_{\kappa_0} = \pi / z_{\kappa}$ 。为防止因活齿架的尺寸选择不当而使活齿工作区域角减小,应保证在整个工作区间内活齿与活齿架保持高副接触。显然,只要活齿在其工作行程中的两个极限位置(啮合开始和啮合结束位置)能够保证它与活齿架组成的高副不受破坏,则在整个工作行程中,活齿与活齿架都能够保持高副接触。由此可以推导出薄壁筒活齿架的内外圆尺寸范围。

1. 在活齿工作开始位置

1) 连续传动条件 如图8-4a所示,为保证活齿在工作开始位置(内齿中心轮齿顶位置)传动连续,活齿在与中心轮齿顶接触的同时,与活齿架应保持接触,接触条件由几何条件知,活齿架内圆半径 $R_1 < \sqrt{(b-a)^2 + r_1^2}$,考虑到活齿系数 $\xi = r_1/a$,激波系数 $\lambda = b/a$,故其最大值为

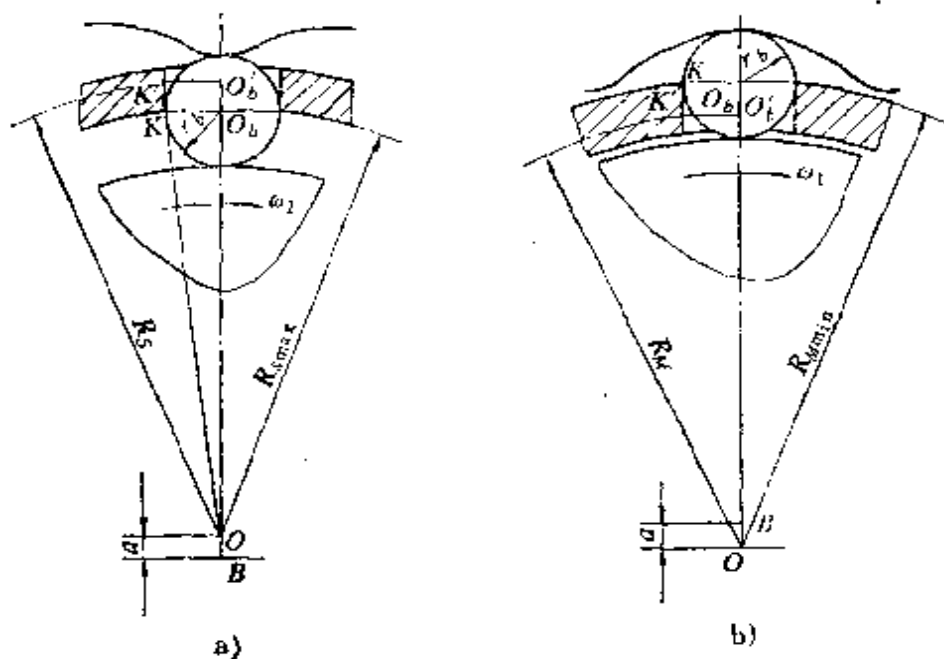


图8-4 活齿在工作起始、结束位置的几何关系

$$R_{r_{max}} = a\sqrt{(\lambda-1)^2 + \xi^2} \quad (8-1)$$

式(8-1)称工作起始位置连续传动条件。如果活齿架内圆半径 R_r 不满足这个条件,则活齿与活齿架不能接触,传动不能进行,所以活齿工作区域角 θ_K 将减小。

2) 不干涉条件 活齿架内表面和激波器外轮廓表面不应发生运动干涉,不干涉条件是活齿架内圆半径 R_r 应大于激波器外轮廓半径 R 与其偏心距 a 之和,即 $R_r > a + R$,考虑到 $R = a(\lambda - \xi)$,故活齿架最小内圆半径为

$$R_{r_{min}} = a(1 + \lambda - \xi) \quad (8-2)$$

式(8-2)称活齿架内圆柱面和激波器外轮廓不干涉条件,如果活齿架内圆半径 R_r 不满足这个条件,活齿架内圆柱面与激波器外轮廓表面将发生运动干涉,运动传递不能进行,这是不允许的,不干涉条件必须满足。

式(8-1)、式(8-2)联立可求出活齿架内圆半径 R_r 的尺寸范围,

$$a\sqrt{(\lambda-1)^2 + \xi^2} > R_r > a(1 + \lambda - \xi) \quad (8-3)$$

满足式(8-3)条件,则保证不发生运动干涉,传动连续,活齿工作区域角不减小。

由式(8-3)可推导出活齿系数方程式

$$\xi > \frac{2\lambda}{\lambda+1} \quad (8-4)$$

工程实践中,活齿架内圆柱面和激波器外轮廓间应有适当的间隙 C ,于是可得到考虑间隙的活齿系数方程式

$$\xi' = \frac{\lambda + \sigma\lambda + 0.5\sigma^2 - 0.5}{\lambda + \sigma} \quad (8-5)$$

式中, σ 为运算系数, $\sigma = \gamma + 1$, γ 为径向间隙系数, $\gamma = (c/a)$, c 、 a 及 γ 值列入表8-1中。

表8-1 c 、 a 及 γ 值

偏心距 a (mm)	0.65	0.75	0.85	1	1.25	1.5	1.75	2	2.5	3	3.5	4
径向间隙 c (mm)	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
径向间隙系数 γ	1.38	1.33	1.3	1.2	1.04	0.93	0.86	0.8	0.68	0.6	0.54	0.5
偏心距 a (mm)	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	9	10	11	12
径向间隙 c (mm)	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3	3.1	3.2
径向间隙系数 γ	0.47	0.44	0.42	0.4	0.38	0.37	0.36	0.35	0.32	0.3	0.28	0.27

满足式(8-4)、式(8-5)条件,则保证在活齿工作开始位置,传动是连续的,对活齿工作区域 θ_K 没有影响,激波器和活齿架间不干涉。

2. 在活齿工作结束位置

1) 连续传动条件 如图8-4b所示,为保证活齿在工作结束位置(内齿中心轮齿根位置)传动连续,活齿与活齿架应保持接触,接触条件由几何关系知,活齿架外圆半径 R_M 应大于向径 OK ,即 $R_M > \sqrt{(b+a)^2 + r_b^2}$,考虑到活齿系数 $\xi = r_b/a$,激波系数 $\lambda = b/a$,故其最小值为

$$R_{M\max} = a\sqrt{(\lambda+1)^2 + \xi^2} \quad (8-6)$$

式(8-6)称工作结束位置连续传动条件。如果活齿架外圆半径 R_M 不满足这个条件,则活齿与活齿架不能接触,传动提前停止,所以活齿工作区域角 θ_{K_0} 将减小。

2) 不干涉条件 为保证传动顺利进行,活齿架外表面和中心轮的齿顶不应发生运动干涉,不干涉条件是活齿架外圆半径 R_M 应小于内齿中心轮齿顶圆半径 R_s , 已知 $R_s = b - a + r_s = a(\lambda - 1 + \xi)$, 故活齿架最大外圆半径为

$$R_{M\max} = a(\lambda - 1 + \xi) \quad (8-7)$$

式(8-7)称活齿架外圆柱面和内齿中心轮齿顶不干涉条件。如果活齿架外圆半径 R_M 不满足这个条件,活齿架外圆柱面与中心轮齿顶将发生运动干涉,运动传递不能进行,这是不允许的,不干涉条件必须满足。

式(8-6)、式(8-7)联立可求出活齿架外圆半径 R_M 的尺寸范围

$$a(\lambda - 1 + \xi) > R_M > a\sqrt{(\lambda + 1)^2 + \xi^2} \quad (8-8)$$

满足式(8-8)条件,则保证不发生运动干涉,传动连续,活齿工作区域角不减小。

由式(8-8)可推导出结束位置的活齿系数方程式和考虑间隙的活齿系数方程式

$$\begin{cases} \xi > \frac{2\lambda}{\lambda - 1} \\ \xi' > \frac{\lambda + \sigma\lambda - 0.5\sigma^2 + 0.5}{\lambda - \sigma} \end{cases} \quad (8-9)$$

满足式(8-9)条件,则保证活齿在工作结束位置传动是连续的,对活齿工作区域角 θ_{K_0} 没有影响,活齿轮与中心轮齿顶不发生干涉。

比较分析式(8-4)、式(8-5)和式(8-9),可知在活齿工作结束位置的活齿系数 ξ 要比活齿工作起始位置的活齿系数 ξ'

大，所以只要式(8-9)满足，则式(8-4)、式(8-5)必然满足。每一种滚柱活齿传动只有一个活齿系数，所以只考虑工作结束位置时的“ $\xi-\lambda$ ”关系就可以了。根据各式画出的“ $\xi-\lambda$ ”曲线示于图8-5中，供进行活齿传动尺寸综合时查取。

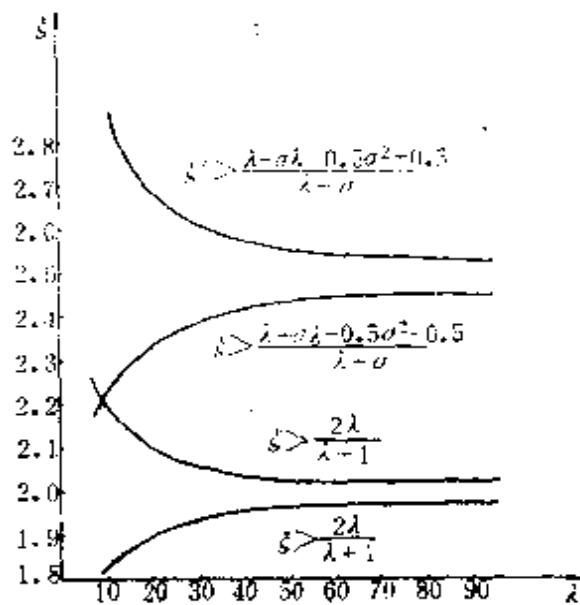


图8-5 $\xi-\lambda$ 曲线

由式(8-1)、式(8-6)可得不影响活齿工作区域角 θ_K 的活齿架薄壁筒的最小壁厚 $\delta_{min} = R_{Mmin} - R_{Jmax}$ ，即

$$\delta_{min} = a(\sqrt{(\lambda+1)^2 + \xi^2} - \sqrt{(\lambda-1)^2 + \xi^2}) \quad (8-10)$$

其近似值为 $\delta_{min} = 2a$ (8-11)

二、按 θ_K 综合活齿架尺寸

当中心轮齿廓发生“顶切”、“变尖”，或由于某种原因需要修形时，应按实际活齿工作区域角 θ_K 综合活齿架尺寸，其目的是不因活齿架尺寸选择不当而使实际活齿工作区域角 θ_K 进一步减小，适当调整活齿架尺寸和中心轮齿廓修形量之间的关系，使实际活齿工作区域角 θ_K 尽可能大些。

1. 在活齿工作开始位置 先分析活齿架尺寸和活齿工作区域角减小量之间的关系。如图8-4a所示，如果因某种需要，活齿

架内圆半径选择为 $R_i > R_{i, \max}$, 则在 $\triangle K'O'_iO$ 中有 $K'O = R_i$, $K'O'_i = r_b$, 这时在活齿和活齿架之间存在间隙, 活齿的运动不确定, 它不能推动活齿架转动。只有当激波器推动活齿使其几何中心由 O_b 移动到 O'_b 时, 活齿才能推动活齿架转动。在此过程中, 活齿架的转角 θ'_b 称活齿工作区域角减小量。由图示几何关系知

$$\overline{OO'_b} = \sqrt{R_i^2 - a^2\xi^2} \quad (a)$$

活齿几何中心的位移为

$$s = a(\cos z_K \theta'_b + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta'_b}) \quad (b)$$

式 (a) 和 (b) 联立, 因 $OO'_b = s$, 可得活齿架内圆半径 R_i 和活齿工作区域角减小量 θ'_b 的关系方程

$$R_i = a \sqrt{[\cos z_K \theta'_b + (\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta'_b)^{1/2}]^2 + \xi^2} \quad (8-12)$$

由式 (8-12) 可求出 $R_i > R_{i, \max}$ 时的活齿工作区域角减小量 θ'_K , 其实际活齿工作区域角为

$$\theta'_K = \frac{\pi}{z_K} - \theta'_b$$

在活齿工作开始位置, 当中心轮顶切或变尖时, 其实际活齿工作区域角 θ_K 可按下式求出

$$\arctg \left[\frac{(\cos z_K \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K}) \sin \theta_K + \xi \sin \alpha_K}{(\cos z_K \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K}) \cos \theta_K + \xi \cos \alpha_K} \right] - \frac{z_K}{\pi} = 0 \quad (c)$$

$$\alpha_K = \arctg \left(\frac{-z_K \sin z_K \theta_K \cos \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K} \sin \theta_K}{z_K \sin z_K \theta_K \sin \theta_K - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K} \cos \theta_K} \right)$$

因中心轮齿形顶切或变尖和因 $R_i > R_{i, \max}$ 而使活齿工作区域角减小是同时发生的, 只要 $\theta_K \leq \theta'_K$, 则说明 R_i 的增大并不使活齿工作区域角进一步减小, 扩大了 R_i 的选取范围。如考虑中心轮齿廓修形, 则 R_i 的选取范围更大。但应当注意, 在这种情况下, 活齿因失去中心轮齿形和活齿架导槽的约束而成为多自由度运动体, 使滚柱活齿传动的低频噪声增加。

2. 在活齿工作结束位置 如图8-4b所示, 如果因某种需要活齿架外圆半径选择为 $R_M < R_{M_{\min}}$, 则在 $\triangle KO'_bO$ 中有, $OK' = R_M$, $O'O'_b = r_b$, 这时在活齿和活齿架之间存在间隙, 活齿的运动不确定, 它不能推动活齿架转动。活齿几何中心处于 O'_b 时, 是活齿推动活齿架转动结束位置。在激波器推动活齿使其几何中心 O'_b 移动到 O_b 的过程中, 活齿架的转角 θ_K 称活齿工作区域角减小量, 由图示几何关系知

$$OO'_b = \sqrt{R_M^2 - a^2\xi^2} \quad (d)$$

活齿几何中心在 O'_b 处的位移为

$$s' = a(\cos z_K \theta'_b + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta'_b}) \quad (e)$$

式 (d)、式 (e) 联立, 因 $OO'_b = s'$, 可得活齿架外圆尺寸 R_M 和活齿工作区域角减小量 θ'_b 的关系方程

$$R_M = a\sqrt{[\cos z_K \theta'_b + (\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta'_b)^{1/2}]^2 + \xi^2} \quad (8-13)$$

由式 (8-13) 可求出 $R_M > R_{M_{\min}}$ 时的活齿工作区域角减小量 θ'_b , 其实际活齿工作区域角为

$$\theta'_K = \frac{\pi}{z_K} - \theta'_b$$

中心轮齿形齿根修形后, 活齿工作区域角减小为 $\theta_K = \frac{\pi}{z_K} - \theta_M$, 活齿工作区域角减小量 θ_M 方程为

$$a_M - \arcsin \left[c - \frac{1}{\xi} (\cos z_K \theta_M + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_M} \sin \theta_M) \right] = 0 \quad (f)$$

$$a_M = \arctg \left(\frac{-z_K \sin z_K \theta_M \cos \theta_M + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_M} \sin \theta_M}{z_K \sin z_K \theta_M \sin \theta_M - \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_M} \cos \theta_M} \right)$$

式中 c ——齿根修形系数, $c = X_M/r_b$ 。

因中心轮齿根修形和 $R_M < R_{M_{\min}}$ 而使活齿工作区域角减小是同时发生的, 只要 $\theta'_K \leq \theta_K$, 则说明 R_M 的减小并不使活齿工作区域角进一步减小, 扩大了 R_M 的选取范围。但在这种情况下, 活齿因

失去中心轮齿形和活齿架导槽的约束而成为多自由度运动体，使活齿传动的噪声增加。

当活齿架外圆半径 R_M 小于中心轮齿顶圆半径 r_j 时，则由于 R_M 的减小，可使中心轮齿顶圆半径 r_j 进一步减小，使中心轮齿廓增加，从而在活齿工作开始位置增大了活齿工作区域角。

先由式 (f) 计算出修形后的活齿工作区域角 θ_K ，而后选取活齿架外圆半径 $R_M < R_{Mmin}$ ，并使 R_M 减小后的活齿工作区域角 $\theta'_K \leq \theta_K$ ，这时，由于 R_M 的减小并不使实际活齿工作区域角 θ_K 进一步减小。利用这个特点，在 $R_M < r_j$ 的条件下，调整它们之间的尺寸关系，以达到在活齿工作开始位置增加活齿工作区域角的目的。根据几何关系应有 $R_M \leq r_j - C$ ， C 为活齿架外表面与中心轮齿顶间的径向间隙，令 $C = \alpha a$ ， $R_M = \beta a$ ，于是有

$$\left[\frac{1}{\xi^2} (\cos z_K \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K})^2 + \frac{1}{\xi} (\cos z_K \theta_K + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2 z_K \theta_K}) \cdot \sin(\alpha_K - \theta_K) + 1 \right]^{1/2} - \left(\frac{\beta + \alpha}{\xi} \right) = 0 \quad (8-14)$$

把式 (c) 中的 α_K 代入式 (8-14) 中，求出的活齿工作区域角 θ_K 比按 R_{Mmin} 求出的 θ_K 要大，使传动的重合度 ε 增加，提高了传动的平稳性。

三、活齿的楔死现象及不楔死条件

当活齿架尺寸不满足式 (8-6)、式 (8-1) 条件时，在活齿进入啮合和退出啮合位置，活齿在活齿架和中心轮之间或活齿架和激波器之间有可能出现被卡住的现象，称活齿的楔死现象。在滚柱活齿传动中，不允许出现活齿楔死现象。下面利用活齿工作行程的两个极限位置，推导活齿的不楔死条件。

图8-6a所示为活齿工作开始位置。当发生活齿楔死现象时，活齿嵌入激波器外轮廓和活齿架内表面之间不发生滑动。选择图示坐标系，取活齿为平衡对象，略去活齿本身的重力和运动时产

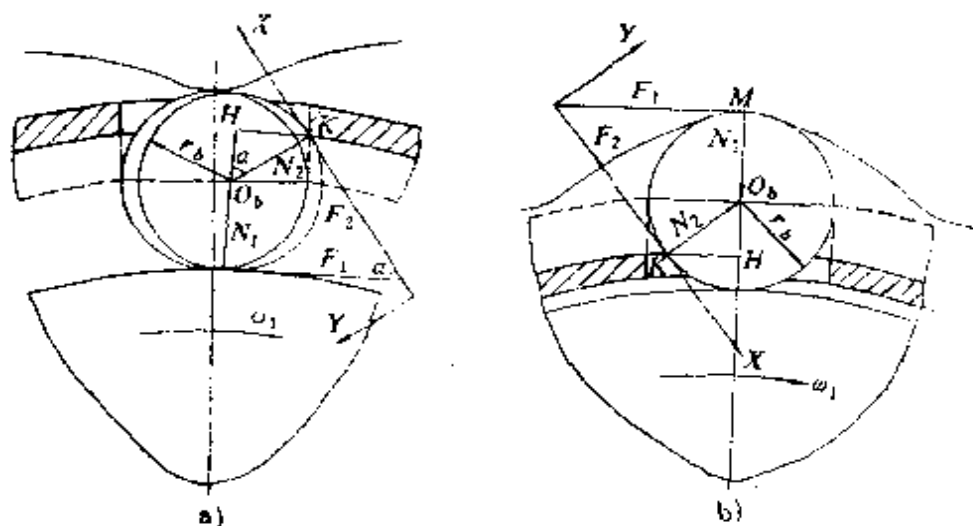


图8-6 不楔死条件的几何关系

生的惯性力，有

$$N_1 \sin \alpha - F_1 \cos \alpha - F_2 = 0$$

$$N_2 - N_1 \cos \alpha - F_1 \sin \alpha = 0$$

联立以上两式，并考虑 $F_1 = N_1 f$ ， $F_2 = N_2 f$ ，得

$$\sin \alpha - f \cos \alpha = f(\cos \alpha + f \sin \alpha)$$

解上式得活齿不楔死条件为

$$\alpha > 2\varphi \quad (8-15)$$

图8-6b所示为活齿工作结束位置。经类似的推导得活齿不楔死条件与式(8-15)完全相同。

由不楔死条件知，当 $O_1 H = \xi a \cos 2\varphi$ 时，活齿传动就不会发生活齿楔死现象，由图8-6所示几何关系，得不发生活齿楔死现象的活齿架外径尺寸最小值和内径尺寸最大值

$$R'_{\min} = a \sqrt{(\lambda + 1 - \xi \cos 2\varphi)^2 + \xi^2 \sin^2 2\varphi} \quad (8-16)$$

$$R'_{\max} = a \sqrt{(\lambda - 1 + \xi \cos 2\varphi)^2 + \xi^2 \sin^2 2\varphi} \quad (8-17)$$

在一般情况下， $\xi > 2$ (见图8-5)，比较分析式(8-16)、式(8-17)，因 $(-1 + \xi \cos 2\varphi) > (1 - \xi \cos 2\varphi)$ ，故 $R'_{\max} > R'_{\min}$ ，这时，活齿架壁厚 $\delta = R'_{\min} - R'_{\max} < 0$ ，这个结果说明，活齿在两个极限位置不会都发生楔死现象。

如果在活齿工作开始位置和结束位置同时考虑不楔死条件, 和不干涉条件, 活齿架壁厚 δ 可由式(8-16)、(8-2)和式(8-17)、(8-7)分别得到

$$\begin{aligned}\delta &= R_{M_{\max}} - R'_{s_{\max}} \\ &= a(\lambda - 1 + \xi) - a\sqrt{(\lambda - 1 + \xi \cos 2\varphi)^2 + \xi^2 \sin^2 2\varphi} \\ \delta &= R'_{M_{\min}} - R_{s_{\min}} \\ &= a\sqrt{(\lambda + 1 - \xi \cos 2\varphi)^2 + \xi^2 \sin^2 2\varphi} - a(\lambda + 1 - \xi)\end{aligned}$$

为便于分析, 近似计算上两式, 得

$$\delta = a\xi(1 - \cos 2\varphi)$$

由于摩擦角 $\varphi = \arctg f$ 较小, 实际上 δ 是一个微小值, 在工程实践中这样的活齿架是不能用的。

结论: 按上述的尺寸综合方法所设计的滚柱活齿传动, 不会发生活齿楔死现象。

第三节 滚柱活齿传动尺寸综合实例

设计在一般工作条件下工作的滚柱活齿减速机。已知参数, $i_{H_G}^K = 29$, $P = 10\text{kW}$, 输入轴转速 $n_1 = 1440\text{r/min}$ 。要求传动平稳, 结构紧凑, 承载能力高, 磨损轻。试求其基本尺寸 r_s 、 b 、 z_K 、 a 、 R_s 及 R_M 。

一、按 θ_{K_0} 综合基本尺寸

1. 根据传动比 $i_{H_G}^K = 29$ 求中心轮齿数

$$z_K = i_{H_G}^K \mp 1 = 29 \mp 1 = 28 \text{ (或 } 30\text{)}$$

2. 按传递功率 P 确定 r_s 和 b

$$b = K_1(M_2)^{1/3}, \quad r_s = K_2(M_2)^{1/3}$$

式中 M_2 ——输出轴力矩 ($\text{N} \cdot \text{cm}$);

K_1 、 K_2 ——传动比系数和重合度系数,

$$K_1 = 9 \sim 11, \quad K_2 = 0.6 \sim 0.7。$$

计算得, $b = (109 \sim 133)\text{mm}$, 取 $b = 126\text{mm}$

$$r_b = (7.25 \sim 8.46) \text{mm}, \text{ 取 } r_b = 8 \text{mm}$$

3. 按连续传动条件求偏心距 a

由式(8-9)经变换后得

$$a < \frac{br_b}{2b+r_b} = \frac{126 \times 8}{2 \times 126 + 8} = 3.88 \text{mm}$$

按表8-1给出的标准系列选取偏心距 a

第一组: $a = 3.5 \text{mm}$; $\lambda = 34$; $\xi = 2.29$; $\sigma = 1.54$

第二组: $a = 3 \text{mm}$; $\lambda = 48$; $\xi = 3.2$; $\sigma = 1.68$

等等,如果考虑活齿架外表面和中心轮齿顶间保持适当间隙 C (在表8-1中选取),则由式(8-2)可得

第一组: $\xi' > 2.71$

第二组: $\xi' > 2.65$

显然,选择第二组参数因 $\xi > \xi'$ 仍可连续传动。

4. 设计活齿架内外圆尺寸 R_r 、 R_M

根据式(8-3)、式(8-8)得 R_r 、 R_M 的选取范围:

$$R_r = 121 \sim 123.26 \text{mm}$$

$$R_M = 129.25 \sim 131 \text{mm}$$

于是得活齿架臂厚 δ 的选取范围:

$$\delta = 5.99 \sim 10 \text{mm}$$

综合得到的基本尺寸: $a = 3 \text{mm}$, $b = 126 \text{mm}$, $r_b = 8 \text{mm}$, $R = 118 \text{mm}$, $R_r = 121 \sim 123.26 \text{mm}$, $R_M = 129.25 \sim 131 \text{mm}$, 可保证不发生干涉,传动连续,重合度最大 $\varepsilon = \varepsilon_0 = 14.5$,不发生楔死现象,满足了设计要求。

设计传递动力的活齿减速机,为了提高它的总传动效率 η ,常取 $\lambda < i_{HG}^k$,这时中心轮要发生顶切,应按实际活齿工作区域角 θ_k 来综合滚柱活齿减速机的基本尺寸。

二、按 θ_k 综合基本尺寸

1. 用上述类似方法确定 z_k 、 b 和 r_b ,得到: $z_k = 28$; $b = 120 \text{mm}$; $r_b = 8 \text{mm}$ 。

2. 按传动效率 η 选择激波系数 λ

3. 求偏心距 a 和波齿系数 ξ

$$a = \frac{b}{\lambda} = \frac{120}{24} \text{ mm} = 5 \text{ mm}$$

$$\xi = \frac{r_b}{a} = \frac{8}{5} = 1.6$$

4. 检查不顶切条件 $\rho_r > r_b$

$$\rho_r = \frac{a(\lambda - 1)\lambda}{z_k^2 - \lambda} = \frac{5 \times (24 - 1)24}{28^2 - 24} \text{ mm} = 3.63 \text{ mm}$$

因 $\rho_r < r_b$, 中心轮轮齿发生顶切。将 $\lambda = 24, z_k = 28, \xi = 1.6$ 代入式(8-c), 用电子计算机算出中心轮轮齿顶切后的实际活齿工作区域角 $\theta_k = 0.063764$, 将角 θ_k 值代入式(8-12), 得活齿架内圆半径的最大值 R'_{\max}

$$\begin{aligned} R'_{\max} &= a\sqrt{[\cos z_k \theta_k + (\lambda^2 - \sin^2 z_k \theta_k)^{1/2}]^2 + \xi^2} \\ &= 119.303 \text{ mm} \end{aligned}$$

由不干涉条件方程(8-2)得

$$R_{\min} = a(1 + \lambda - \xi) = 5(1 + 24 - 1.6) \text{ mm} = 117 \text{ mm}$$

因 $R'_{\max} > R_{\min}$, 所以满足不干涉条件。

5. 求实际重合度 ε

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{z_k \theta_k}{\pi} = 14.5 \frac{28 \times 0.063764}{3.1415926} = 8.24$$

在保证实际重合度 $\varepsilon = 6$ 的前提下, 对中心轮齿根进行间接修形, 得实际重合度 $\varepsilon = 6$ 时的工作区域角

$$\theta'_k = \frac{\varepsilon \pi}{\varepsilon_0 z_k} = 0.046427477$$

修形后活齿工作区域角减小量为

$$\theta_M = \theta_k - \theta'_k = 0.0637639244 - 0.046427477 = 0.017336447$$

将 θ_M 代入式(8-13), 得波齿架外圆半径最小值

$$R'_{\min} = a\sqrt{[\cos z_k \theta_M + (\lambda^2 - \sin^2 z_k \theta_M)^{1/2}]^2 + \xi^2}$$

$$= 124.657 \text{ mm}$$

中心轮轮齿顶切后齿顶向径 r_K ，可由式(c)和中心轮齿形方程式

$$\begin{cases} x = x_0 + r_b \sin \alpha_K \\ y = y_0 + r_b \cos \alpha_K \end{cases}$$

联立求得 $r_K = 126.815 \text{ mm}$

滚柱活齿减速机保证活齿轮与中心轮不干涉的结构条件是 $R'_{\text{min}} + C = r_K$ ，计算结果有 $C = 2.158 \text{ mm}$ 的间隙；如果保证实际重合度 $\epsilon = 7$ ，则留下的间隙为 $C = 1.559 \text{ mm}$ 。

为提高滚柱活齿减速机总的传动效率 η ，按 θ_K 综合得到的基本尺寸为 $a = 5 \text{ mm}$ ， $b = 120 \text{ mm}$ ， $R = 112 \text{ mm}$ ， $R_s = 117 \sim 119 \text{ mm}$ ， $R_L \geq 124.65 \text{ mm}$ ， $z_K = 28$ 。

第九章 摆动活齿传动

摆动活齿传动是一种新开发的活齿传动类型，它突破了移动活齿传动的传统结构，用“摆动活齿”代替“移动活齿”，舍弃了移动副，从根本上解决了移动活齿啮合副的磨损问题。“摆动活齿减速机”是摆动活齿传动中有代表性的结构。本章研究摆动活齿传动啮合副的结构综合和尺寸综合的几个基本问题。

第一节 摆动活齿传动的结构综合

一、啮合副的结构综合

我们在第二章中已经分析了摆动活齿传动的组成结构。和移动活齿传动一样，摆动活齿传动也是由激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 三个基本构件组成的。但摆动活齿啮合副具有突出的特点，即活齿轮上的活齿是绕着活齿架上的均布销摆动的，称摆动活齿轮。图9-1所示为摆动活齿传动的一个啮合副。摆动活齿上的三个运动副元素分别与中心轮 K 、激波器 H 和活齿架 G 组成了高副 A 、 B 和转动副 C 。摆动活齿啮合副有四个活动件：中心轮 K 、激波器 H 、活齿架 G 和摆动活齿。如果确定一个基本构件（如中心轮 K ）与机架固联，则摆

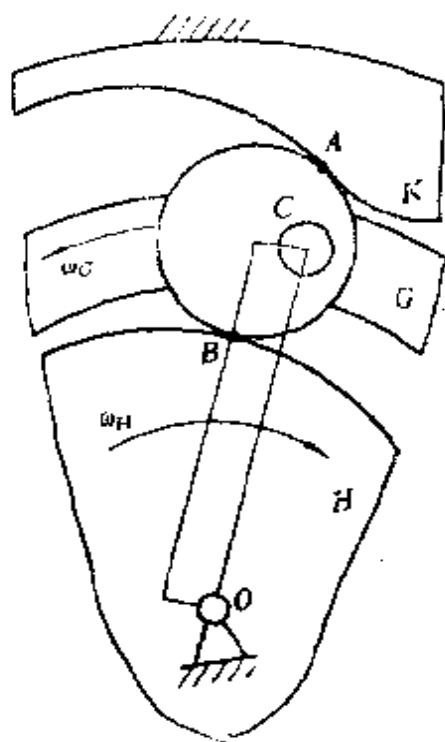


图9-1 摆动活齿啮合副

动活齿啮合副的自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1$$

计算结果表明，给定一个原动件，摆动活齿传动的运动就是确定的。

摆动活齿传动的传动性能取决于摆动活齿传动啮合副的结构特征：摆动活齿与活齿架均布柱销组成转动副C，使摆动活齿绕柱销等速转动或变速摆动。

转动副C的结构：如摆动活齿直接和柱销联接，则形成滑动轴承，如图9-1所示。其摩擦力矩为 $M_f = Qrf_v$ ，式中 Q 为工作载荷， r 为摆动活齿柱销半径。它们由机构传递的力矩来确定，减小转动副C摩擦力矩 M_f 的途径只能是减小当量摩擦系数 f_v 。结构上用滚动轴承来替代滑动轴承是比较理想的。图9-2所示为转动副C的滚动轴承结构。柱销半径应按相近的滚动轴承内圆半径圆整。为减小摆动活齿的结构尺寸，应采用滚针轴承。

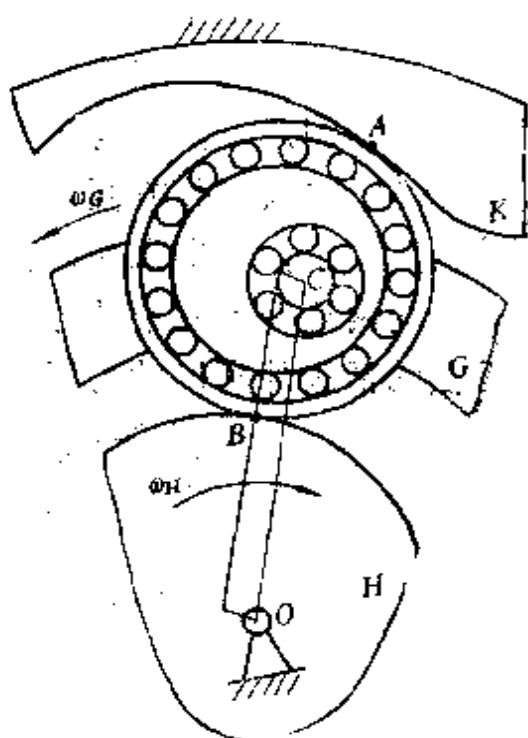


图9-2 摆动活齿啮合副的滚动轴承结构

高副B的结构：激波器H

选用转臂轴承结构，可使运动副B实现纯滚动，这已经是少齿差齿轮传动类型广泛采用的成熟结构了。

高副A的结构：我们在第六章中对摆动活齿受拉、受压时的滑动率 U 进行过分析，所得结论可指导整体式活齿啮合副的低磨损设计。现在讨论高副A的滑滚代换结构问题。当选定了激波器H的结构型式(如偏心圆激波器)，则中心轮K的齿形为机构在共轭运动条件下，摆动活齿圆族的包络线多为复杂齿形，中心轮齿形

形成局部自由度是困难的。高副 A 实现滚动的途径只能是让摆动活齿外轮廓形成局部自由度。图9-2所示为用滚动轴承使摆动活齿外轮廓形成局部自由度的结构。偏心圆摆动活齿的外圆半径 r ，应按选用的轴承外径圆整。

由上述可知，为使转动副 C 和高副 A 变滑动为滚动，在结构上要求一个摆动活齿上要安装两个滚动轴承，这必然会带来摆动活齿尺寸增大及中心轮齿形曲线易发生顶切的问题，实施时应综合考虑利弊决定取舍。

二、基本构件的结构综合

1. 摆动活齿轮 摆动活齿轮 G 由活齿架及其等分柱销上的一组摆动活齿组成。摆动活齿采用整体简单外廓曲线结构，有结构紧凑、工艺性好、组装方便等优点；如采用组合结构（图9-3），虽然结构复杂了，但也带来许多好处，如：组成高副 A 、 B 的摆动活齿上的两运动副元素是分开的，相互间没有约束；中心轮齿形不受摆动活齿外廓尺寸的影响，可按需要设计；摆动活齿可采

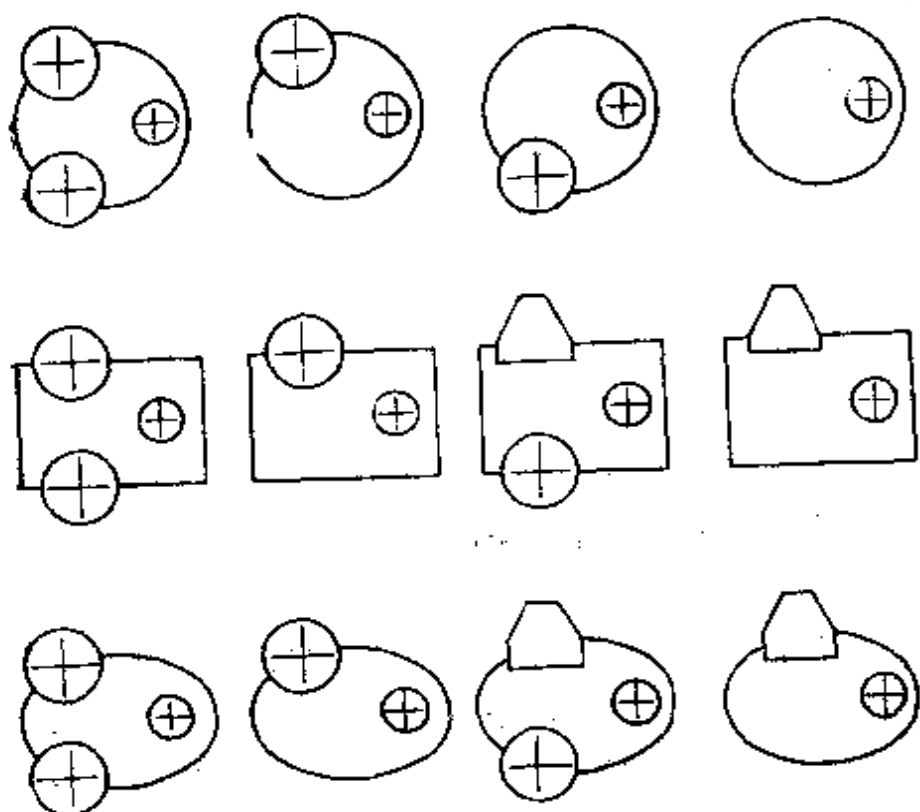


图9-3 摆动活齿的组成结构

用杠杆放大结构，为齿形综合反解的实施，开发新型激波器创造了条件等。因此，设计出性能良好的组合摆动活齿，很可能研制出活齿传动新形式。本章将介绍一种采用组合摆动活齿的新传动结构。

2. 中心轮 K 中心轮 K 和活齿轮 G 形成共轭齿轮副，它们的结构综合是紧密联系的。当摆动活齿轮 G 选定为双排结构时，中心轮 K 的结构与其相对应，也应是双排结构的。

为平衡工作载荷和惯性力，活齿轮 G 选用“双排共支承结构”之后，与其相对应， z_K 为奇数的双排中心轮，其相互位置应是：一排中心轮的轮齿，对另一排中心轮的齿间，即双排中心轮相互错开半个齿距。两排中心轮这种特定的相互位置，靠中心轮的键槽位置来保证。

活齿轮的摆动活齿能转整周的，对应的中心轮齿形是摆线等距线，齿形对称；摆动活齿不能整周转动的，对应的中心轮齿形是复杂曲线，齿形不对称。这时，中心轮的结构设计要注意齿形的方向性。

3. 激波器 H 活齿传动激波器 H 与活齿轮 G 、中心轮 K 相对应，采用典型的双排结构。双排激波器之间的轴向距离，将直接影响单向工作载荷、惯性力所引起的附加力偶的大小，进行结构设计时，应尽量减小这个距离。激波器外轮廓尺寸，应注意按转臂轴承外环尺寸标准系列选用；否则，转臂轴承外环上还要加装激波环。而激波凸轮的外轮廓尺寸应选取与转臂轴承内圈周长相等，并满足配合的要求。

第二节 摆动活齿传动的齿形综合

第四章已经给出摆动活齿传动的齿形综合正解和反解的通用方程式（4-19）、（4-27）。在这一节中，我们结合工程实际分析宜于实施的中心轮齿形和激波器轮廓曲线。

一、齿形综合正解

摆动活齿传动齿形综合正解的已知条件是：1) 偏心圆摆动活齿在结构和工艺上有很多优点，摆动活齿传动实施方案常采用它，即摆动活齿选用偏心距为 a 、半径为 r 的偏心圆。2) 组成条件运动副 B 的两运动副元素之一的偏心圆齿形已确定为圆弧，另一个运动副元素激波器轮廓也宜选择圆弧。在此条件下，摆动活齿传动实施方案的齿形综合正解为：已知摆动活齿齿形 \widetilde{G} 、激波器轮廓曲线 \widetilde{H} ，则中心轮 K 的齿形曲线为激波器 H 和活齿轮 G 在共轭运动 $i_{HG}^K = \omega_1/\omega_2 = (z_K + 1)$ 条件下，摆动活齿齿形 \widetilde{G} 的包络。

如选用激波器的偏距和摆动活齿的偏距相等，则它的低副等效机构为平行四边形机构，中心轮的原始齿形方程为

$$\begin{cases} x = a \sin(z_K + 1)\varphi_2 + b \sin\varphi_2 \\ y = a \cos(z_K + 1)\varphi_2 + b \cos\varphi_2 \end{cases} \quad (9-1)$$

其实际齿形为式(9-1)曲线的等距线，由式(4-17)所确定，两侧齿形对称，应用偏心插齿刀(或偏心刀套)，在Y54插齿机上即可形成。

由微分几何知，摆动活齿传动的中心轮原始齿形曲线的相对曲率 K_r 为

$$K_r = \frac{x' y'' - x'' y'}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}} \quad (9-2)$$

由式(9-1)求出

$$x' = a(z_K + 1)\cos(z_K + 1)\varphi_2 + b\cos\varphi_2$$

$$x'' = -a(z_K + 1)^2\sin(z_K + 1)\varphi_2 - b\sin\varphi_2$$

$$y' = -a(z_K + 1)\sin(z_K + 1)\varphi_2 - b\sin\varphi_2$$

$$y'' = b\cos\varphi_2 - a(z_K + 1)^2\cos(z_K + 1)\varphi_2$$

将其代入式(9-2)，经整理得中心轮原始齿形的相对曲率方程式

$$K_r = -\frac{a^2(z_K + 1)^2 + b^2 + ab(z_K + 1)(z_K + 2)\cos z_K \varphi_2}{[a^2(z_K + 1)^2 + b^2 + 2ab(z_K + 1)\cos z_K \varphi_2]^{3/2}} \quad (9-3)$$

中心轮原始齿形的曲率半径方程式

$$\rho = \frac{[a^2(z_K+1)^2 + b^2 + 2ab(z_K+1)\cos z_K\varphi_2]^{3/2}}{[a^2(z_K+1)^3 + b^2 + ab(z_K+1)(z_K+2)\cos z_K\varphi_2]} \quad (9-4)$$

在中心轮原始齿形的齿顶点 P 的曲率半径最小，在齿顶点 P 处有 $\varphi_2 = \pi/z_K$ ，将 $\varphi_2 = \pi/z_K$ 代入式(9-3)，并引入激波系数 $\lambda = b/a$ ，得 P 点的相对曲率

$$K_r = - \frac{\lambda^2 - (z_K+1)(z_K+2)\lambda + (z_K+1)^3}{a(\lambda + z_K+1)^3} \quad (9-5)$$

P 点的曲率半径为

$$\rho_{min} = \frac{a(\lambda + z_K+1)^3}{-\lambda^2 + (z_K+1)(z_K+2)\lambda - (z_K+1)^3} \quad (9-6)$$

当摆动活齿传动的中心轮原始齿形外凸部分的最小曲率半径 ρ_{min} 小于摆动活齿半径 r_b ，即 $\rho_{min} < r_b$ 时，内齿中心轮的理论齿形曲线在齿顶处将发生交叉现象，称为“顶切”现象。中心轮齿形发生顶切要影响传动性能，应尽量避免。中心轮理论齿形不顶切条件是：中心轮原始齿形外凸部分的最小曲率半径 ρ_{min} 大于摆动活齿的外轮廓半径 r_b ，即 $\rho_{min} > r_b$ 。

根据式(9-6)，并引入摆动活齿系数 $\xi = r_b/a$ ，可推导出中心轮齿形不顶切条件方程式

$$\lambda^2 + [3(z_K+1) + \xi]\lambda^2 + (z_K+1)[3(z_K+1) + \xi(z_K+2)]\lambda + (z_K+1)^3(1-\xi) > 0 \quad (9-7)$$

当中心轮齿数 z_K 多于摆动活齿数 z_G 时，摆动活齿轮工作时受拉，主动件激波器和从动件活齿轮的转向相反，其传动比为 $i_{HG}^K = -(z_K-1)$ ，则 $\varphi_1 = -(z_K-1)\varphi_2$ ，所以中心轮原始齿形的通用方程式中可引入传动比 i_{HG}^K ，有

$$\begin{cases} x = a \sin i_{HG}^K \varphi_2 + b \sin \varphi_2 \\ y = a \cos i_{HG}^K \varphi_2 + b \cos \varphi_2 \end{cases} \quad (9-8)$$

如选用激波器的偏距和摆动活齿的偏距不相等，摆动活齿不能整周转动，中心轮齿形由式(4-16)确定，两侧齿形不对称，理论齿形需在数控机床上生成，如应用通用机床，则需附加齿形加工装置。

不对称齿形虽然加工困难，但它具有两个突出的特点：
1) 摆动活齿形成的两侧不对称齿形，一侧传动性能好，一侧传动性能差，如以性能好的一侧齿形为工作齿形，可以设计出传动性能好的单向传动减速机；
2) 摆动活齿设计成杠杆型式，可以达到缩小(增大)激波器偏距 α 的目的，为采用柔性轴承创造了条件。

当激波器轮廓采用除圆弧以外的其它曲线时，激波器就不能采用普通的转臂轴承，只能采用柔性轴承。以此为已知条件，齿形综合正解求得的中心轮齿形为复杂曲线。显然这种选择增加了摆动活齿传动的加工难度。如中心轮齿形采用简单曲线，应用齿形综合反解求出激波器轮廓复杂曲线并采用柔性轴承结构，这样，摆动活齿传动的加工难度则相对减小。

二、齿形综合反解

如果摆动活齿采用偏心圆盘结构，将具有良好的工艺性。图9-4所示为圆盘摆动活齿传动的结构模型和等效机构。图9-4a表示摆动活齿、中心轮高副 A 的两运动副元素 \tilde{G} 、 \tilde{K} 为凸凹圆弧组合。凸、凹圆弧齿形组合形式轮齿的接触强度高，适合于大动力传动。已选定：1) 摆动活齿为偏心圆盘，偏心距为 α ，圆盘外圆半径为 r_1 ；2) 中心轮的齿形为凹圆弧，圆弧半径为 R_K ，圆弧几何中心 O_1 到主轴线 O 的距离 $O_1O = A$ ；3) 加工激波器轮廓曲线的回转体刀具的半径为 r_T ；4) 柔性轴承内外圆半径为 R_n 、 R_o 。试用其等效机构——铰链四杆机构 O_1EDO ，推导激波器的原始轮廓曲线 \tilde{E} 的方程式和刀具几何中心轨迹曲线 \tilde{S} 的方程式。

设：等效机构——铰链四杆机构 $O_1E'D'O$ 中的摇杆 O_1F' 与机座 OO_1 拉直重合时为起始位置。如图9-4b中的细线所示；固定

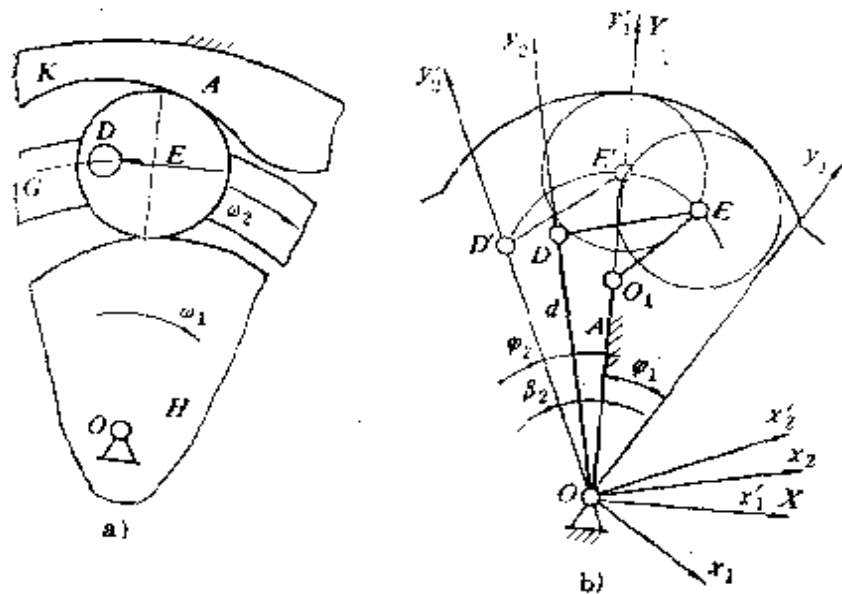


图9-4 摆动活齿传动的结构模型和等效机构

坐标系 OXY 与中心轮 K 固联，中心轮 K 的几何中心 O 为坐标原点；动坐标系 Ox_2y_2 与活齿轮 G 固联， y_2 轴与 OD 杆重合；动坐标系 Ox_1x_1 与激波器 H 固联， y_1 轴与激波器 H 的最大向径重合；给定中心轮 K 固定时摆动活齿传动的传动比为 $i_{HG}^K = \varphi_1 / \varphi_2 = z_G$ 。

三个坐标系在起始位置时的相互位置： Y 与 y_1 轴重合，则 y'_2 轴与 Y 及 y'_1 轴的夹角 β_2 为

$$\beta_2 = \arccos \left[\frac{d^2 + (A + R_K - r_b)^2 - e^2}{2A(A + R_K - r_b)} \right]$$

当 y_2 轴绕坐标原点 O 顺时针转 φ_2 角时， y_1 轴将绕坐标原点 O 顺时针转 φ_1 角，如图9-4b中的粗线所示。 φ_1 、 φ_2 角之间的关系由传动比 $i_{HG}^K = \varphi_1 / \varphi_2 = z_G$ 所确定。而 E 点在动坐标系 Ox_1y_1 中就描绘出激波器 H 的原始轮廓曲线 \tilde{E} ，其 \tilde{E} 的参数方程为

$$\rho_{\tilde{E}} = \{ \rho(\varphi_2) \cos[\pi/2 + \psi(\varphi_2)], \rho(\varphi_2) \sin[\pi/2 + \psi(\varphi_2)] \} \quad (9-9)$$

式中 $\rho(\varphi_2) = [e^2 + d^2 - 2ed \cos\theta(\varphi_2)]^{1/2}$

$$\phi(\varphi_2) = z_0\varphi_2 - \arccos \left[\frac{A^2 + \rho^2(\varphi_2) - (R_K - r_b)^2}{2A\rho(\varphi_2)} \right]$$

$$\theta(\varphi_2) = \arccos u(\varphi_2) + \arccos v(\varphi_2)$$

$$u(\varphi_2) = \frac{d - A\cos(\beta_2 - \varphi_2)}{[d^2 + A^2 - 2dA\cos(\beta_2 - \varphi_2)]^{1/2}}$$

$$v(\varphi_2) = \frac{d^2 + A^2 - 2ad\cos(\beta_2 - \varphi_2) + e^2 - (R_K - r_b)^2}{2e[d^2 + A^2 - 2dA\cos(\beta_2 - \varphi_2)]}$$

根据求出的激波器原始轮廓曲线 \tilde{E} 的方程式(9-9), 可以写出距离为 $(r_b + R - R_n)$ 的关于曲线 \tilde{E} 的内等距曲线 \tilde{F} , 即套装柔性轴承的激波凸轮外轮廓的参数方程及用展成法加工激波凸轮外轮廓时, 刀具中心轨迹曲线即与 \tilde{F} 曲线距离为刀具半径 r_b 的外等距曲线 \tilde{S} 的参数方程

$$\rho_{\tilde{F}} = \left\{ \begin{aligned} x(\varphi_2) - \frac{(r_b + R - R_n)y_1(\varphi_2)}{[x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2)]^{1/2}}, \\ y(\varphi_2) + \frac{(r_b + R + R_n)x_1(\varphi_2)}{[x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2)]^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (9-10)$$

$$\rho_{\tilde{S}} = \left\{ \begin{aligned} x(\varphi_2) - \frac{(r_b + R - R_n - r_T)y_1(\varphi_2)}{[x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2)]^{1/2}}, \\ y(\varphi_2) + \frac{(r_b + R - R_n - r_T)x_1(\varphi_2)}{[x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2)]^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (9-11)$$

在式(9-10)、式(9-11)中,

$$x(\varphi_2) = -\rho(\varphi_2)\sin\phi(\varphi_2);$$

$$y(\varphi_2) = \rho(\varphi_2)\cos\phi(\varphi_2);$$

$\rho(\varphi_2)$ 、 $\phi(\varphi_2)$ 、 $\theta(\varphi_2)$ 、 $u(\varphi_2)$ 、 $v(\varphi_2)$ 均与式(9-9)中的意义相同。

$$x_1(\varphi_2) = -\rho_1(\varphi_2)\sin\phi(\varphi_2) - \rho(\varphi_2)\cos\phi(\varphi_2) \cdot \psi_1(\varphi_2);$$

$$y_1(\varphi_2) = \rho_1(\varphi_2)\cos\phi(\varphi_2) - \rho(\varphi_2)\sin\phi(\varphi_2) \cdot \psi_1(\varphi_2);$$

$$\rho_1(\varphi_2) = cds\sin\theta(\varphi_2) \cdot \theta_1/\rho(\varphi_2);$$

$$\begin{aligned} \phi_1(\varphi_2) &= \\ -z_0 + \frac{\rho_1(\varphi_2)[\rho^2(\varphi_2) - A^2 + (R_K - r_b)^2]}{\rho_2(\varphi_2)[(2A\rho(\varphi_2))^2 - (A^2 + \rho^2(\varphi_2) - (R_K - r_b)^2)]^{1/2}} \\ \theta_1 &= -\frac{u_1(\varphi_2)}{[1 - u^2(\varphi_2)]^{1/2}} - \frac{v_1(\varphi_2)}{[1 - v^2(\varphi_2)]^{1/2}}; \\ v_1(\varphi_2) &= \frac{A^2 \sin(\beta_2 - \varphi_2)[d \cos(\beta_2 - \varphi_2) - A]}{[d^2 + A^2 - 2dA \cos(\beta_2 - \varphi_2)]^{3/2}}; \\ u_1(\varphi_2) &= \\ \frac{-dA \sin(\beta_2 - \varphi_2)d^2 + A^2 - 2dA \cos(\beta_2 - \varphi_2) - e^2 + (R_K - r_b)^2}{2e[d^2 + A^2 - 2dA \cos(\beta_2 - \varphi_2)]^{3/2}} \end{aligned}$$

第三节 尺寸和参数综合

一、基本构件尺寸综合

1. 激波器尺寸综合 激波器 H 的主要尺寸有：偏心距 a 和激波凸轮外轮廓尺寸。偏心距 a 根据摆动活齿传动的传动比、传动效率、中心轮齿形曲线连续性等因素选定。随着活齿传动产品系列化工作的发展，偏心距 a 也应订出它的标准系列。激波器 H 如选用偏心圆时，其外轮廓尺寸为偏心圆的几何半径 R ，应按转臂轴的外圆半径系列选取。激波器 H 轮廓如为非圆曲线时，需选用柔性轴承，则激波凸轮外轮廓尺寸应按柔性轴承内圆周长和激波器外轮廓周长相等条件来选取。

2. 摆动活齿轮尺寸综合 摆动活齿的主要尺寸有：偏心距 a_b 、内孔半径 r 和外廓半径 r_b 。偏心距 a_b 的确定和所选择的摆动活齿的类型有关：如选择的摆动活齿为整周转动的，则摆动活齿的偏心距 a_b 应等于激波器的偏心距 a ，这时中心轮齿形为摆线，齿形对称；如选择的摆动活齿是不能整周转动的，则 $a_b > a$ ，中心轮齿形不对称。摆动活齿的内孔与柱销配合，它们的半径为 r 。活齿架均布柱销的半径 r 由从动件传递的力矩 M 和重合度 ε 所确

定。摆动活齿外廓半径 r_b 由摆动活齿的最小壁厚 δ 的强度来决定。根据图9-5所示的几何关系，摆动活齿的外廓尺寸 r_b 、内孔（柱

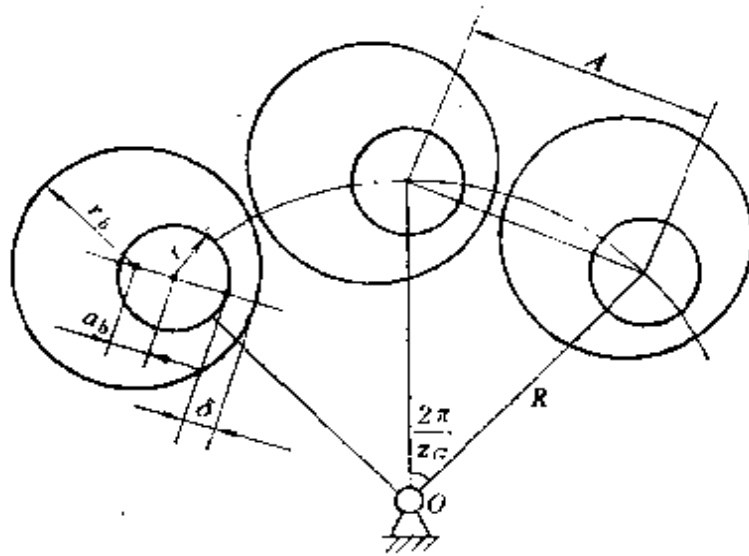


图9-5 摆动活齿的尺寸及在活齿架上的分布

销) 半径 r 、偏心距 a_s 和摆动活齿最小壁厚之间的关系可由下式表示

$$r_b = a_s + r + \delta \quad (9-12)$$

活齿架尺寸综合。活齿架内圆半径 R_i 的确定,要满足活齿架内圆柱面与激波器外圆柱面在工作时不发生运动干涉的要求。如图9-6所示几何关系,其尺寸为

$$R_i = R + a + \Delta \quad (9-13)$$

式中 R ——激波器外轮廓几何半径;

a ——偏心圆激波器的偏心距;

Δ ——构件间的运动间隙,图中没有示出,一般 $\Delta = 2\text{mm}$ 。

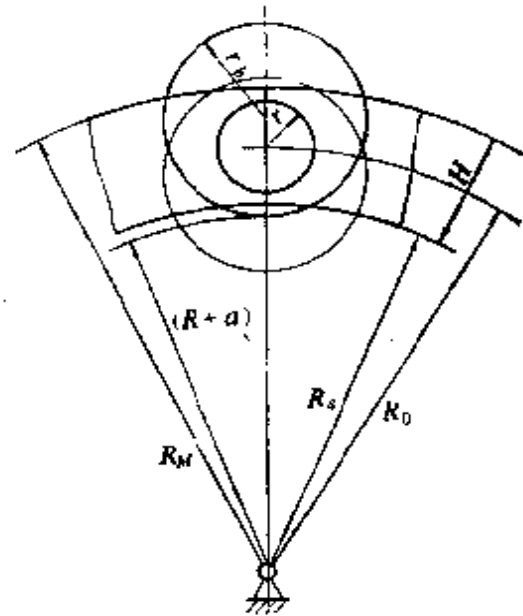


图9-6 活齿架的主要尺寸

活齿架外圆半径 R_m 的确定,要满足活齿架外圆柱面与中心轮

齿顶圆不发生运动干涉的要求，由几何关系可求出尺寸 R_M

$$R_M = R - a + 2r_b - \Delta \quad (9-14)$$

活齿架壁厚 H

$$H = R_M - R_r = 2(r_b - a - \Delta) \quad (9-15)$$

活齿架均布柱销分布圆半径 R_0 的确定。根据柱销孔的强度要求，柱销应布置在活齿架壁厚的中部，所以柱销分布圆半径 R_0 为

$$R_0 = (R_M + R_r)/2 = R + r_b \quad (9-16)$$

两相邻柱销孔中心距 A 的确定。应满足两相邻活齿之间不发生运动干涉的要求，其尺寸条件为 $A > 2r_b$ 。因柱销是均布的，故有

$$A = 2R \sin \frac{\pi}{z_G} > 2r_b \quad (9-17)$$

式中 z_G ——柱销数，即摆动活齿数。

3. 中心轮尺寸综合

中心轮齿顶圆半径 r_a 为

$$r_a = R - a + 2r_b \quad (9-18)$$

中心轮齿根圆半径 r_f 为

$$r_f = R + a + 2r_b \quad (9-19)$$

中心轮齿高

$$h = 2a \quad (9-20)$$

二、基本参数综合

1. 摆动活齿数 z_G 在活齿架均布柱销的分布圆上，能均匀安排下最多的均布柱销数即为摆动活齿数的最大值 z_{Gmax} 。 z_{Gmax} 可以根据两相邻摆动活齿不发生运动干涉条件求出，当不考虑弧长与弦长间的长度误差时，有

$$z_{Gmax} = \frac{2\pi R_0}{A} = \frac{\pi R_0}{r_b} \quad (9-21)$$

摆动活齿轮的实际齿数 z_G 的选取，要考虑运动干涉条件、传动比、结构、重合度和标准化、系列化等多方面的因素，

1) z_G 与运动不干涉条件 为避免相邻两摆动活齿发生干涉, 应满足运动不干涉条件

$$z_G < z_{G_{max}} \quad (9-22)$$

2) z_G 与传动比的关系 z_G 要满足给定传动比的要求。由第三章给出的传动比方程式, 可找到活齿数 z_G 与传动比的关系。例如, 中心轮 K 固定, 偏心圆激波器 H 主动, 活齿轮 G 从动的传动比为 $i_{HG}^K = z_G$ 。但是, 活齿传动的特点之一是传动比大, 在满足运动不干涉条件的同时, 直接取 z_G 等于传动比 i_{HG}^K 是不可能的, 因为 $i_{HG}^K > z_{G_{max}}$ 。所以应采用“抽齿技术”来减少实际摆动活齿数 z_G , 这样, 摆动活齿传动能够实现的传动比系列, 就被选定的摆动活齿数所确定了, 即 z_G 与传动比 i_{HG}^K 的关系为

$$i_{HG}^K = n z_G \quad (9-23)$$

式中 n ——为正整数。

3) z_G 与结构的关系 摆动活齿传动为平衡工作载荷和惯性力, 需要采用 180° 布置的双排结构。如图9-7所示。为简化摆动活齿轮的结构, 将活齿轮上两排摆动活齿对应的各对, 安装在一个销轴上, 并采用简支梁支承方式, 这是经过实践检验的较好的结构型式。分析摆动活齿轮的“双排共支承摆动活齿结构”可知, 只有当 z_G 是偶数时, 两排摆动活齿的销轴才能重合, 即实现两排摆动活齿共支承。所以 z_G 为偶数是摆动活齿轮的结构要求。

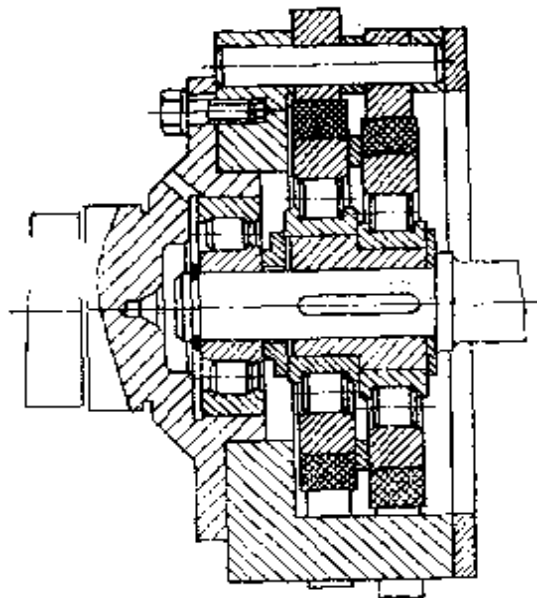


图9-7 摆动活齿轮的双排结构图

4) z_G 和重合度 ε 的关系 我们在第六章活齿传动的啮合理论中, 讨论活齿传动啮合性能时, 已给出重合度通用方程式(6-23)。

和重合度理论方程式 (6-24) , 即

$$\varepsilon = (z_G/2)(1 - \Delta\theta_H/\pi) \quad (9-24)$$

$$\varepsilon_0 = z_G/2$$

方程式表明: 减少实际摆动活齿 z_G , 就直接减少了摆动活齿的重合度, 同时参加啮合齿数的减少便导致活齿传动承载能力的降低。

5) z_G 与标准化、系列化的关系 摆动活齿分布圆半径 R_0 和实际齿数 z_G 是形成系列产品的重要参数, 由于它的确定使产品的设计、工艺、工装等带来尽可能多的通用性; 合理设计 R_0 、 z_G 能相应地得到其他的系列产品。

由上述 z_G 与不干涉条件、传动比、结构、重合度及标准化、系列化的关系, 可得出初步结论: z_G 应当是不大 ($z_G < z_{Gmax}$)、不小 ($z_G = 2\varepsilon_0$) 的偶数 (结构要求) 系列。生产实践中常取 $z_G = 4, 6, 8, 10$ 。

2. 中心轮齿数 z_K 由摆动活齿传动的工作原理知, 中心轮齿数 z_K 与摆动活齿轮齿数 z_G 的关系为

$$z_K = z_G \pm z_H \quad (9-25)$$

式中 z_H ——激波器的波幅数。对于偏心圆激波器, $z_H = 1$; 对于二齿差激波器, $z_H = 2$ 。

当活齿轮 G 根据结构要求选用“双排共支承结构”时, 活齿轮的理论齿数 z_G 为偶数, 则中心轮 K 的齿数 z_K 为奇数。式 (9-25) 中的正负号是根据从动件所要求的转向来选定的。

第四节 传动性能和典型结构分析

一、传动性能分析

1. 连续传动条件 当摆动活齿传动的主动件在连续转动的过程中, 它的从动件也是连续转动的, 则称这种运动状态为连续传动。连续传动是变换转速传动装置必备的传动性能。因为变换转速装置是否能够连续传动与主从动件的确定无关, 所以我们可以

以选择中心轮 K 固定不动，激波器 H 为主动件，活齿架为从动件的摆动活齿传动型式，推导摆动活齿传动的连续传动条件。

假定：不考虑啮合副的弹性变形；传动无间隙；激波器为单排结构。由几何关系知，偏心圆激波器的工作区域角 θ_H 为激波器升程廓线所对的圆心角，有

$$\theta_H = \pi - \Delta\theta_H \quad (9-26)$$

式中 $\Delta\theta_H$ ——激波器工作区域角减小量，是由激波器轮廓修形等原因产生的。

两相邻柱销（摆动活齿）所对圆心角 ϕ_G

$$\phi_G = 2\pi/z_G \quad (9-27)$$

式中 z_G ——柱销（摆动活齿）的实际个数。

中心轮工作齿廓曲线圆心角 ϕ_K ，有

$$\phi_K = \pi/z_K - \Delta\phi_K \quad (9-28)$$

式中 $\Delta\phi_K$ ——中心轮工作齿廓曲线圆心角 ϕ_K 的减量，是由中心轮齿廓修形、顶切等原因产生的。

根据连续传动的概念可以这样说：如果在主动件激波器的工作区域角 θ_H 内，每一瞬时总有一个以上的摆动活齿参加啮合，则摆动活齿传动就能连续传动。由此可将摆动活齿传动的连续传动条件表示为

$$(\theta_H/\phi_G) > 1 \quad (9-29)$$

当中心轮工作轮廓曲线和激波器轮廓曲线都连续时，则 $\Delta\theta_H$ 和 $\Delta\phi_K$ 均为零。利用式（9-29）可求出保证摆动活齿传动能够连续传动的摆动活齿数为

$$z_G > 2 \quad (9-30)$$

当摆动活齿数由于结构原因需选择偶数时，摆动活齿的最少齿数 $z_{Gmin} = 4$ ；当摆动活齿数可以选择奇数，则 $z_{Gmin} = 3$ 。

如果中心轮工作齿廓曲线和激波器轮廓曲线因某种原因不连续时，则保证连续传动的摆动活齿的最少齿数 z_{Gmin} 要增加，增加多少由它们的轮廓曲线不连续程度所确定。

2. 重合度 ϵ 令式(9-29)等于 ϵ , 有

$$\epsilon = \theta_H / \phi_G \quad (9-31)$$

称 ϵ 为摆动活齿传动的重合度。 ϵ 表示摆动活齿传动同时参加啮合的齿对数, 是摆动活齿传动承载能力和传动平稳性的质量指标, 是进行力分析和接触强度计算的重要参数。

3. 共轭齿廓滑动率 U 当摆动活齿、中心轮共轭齿廓的齿数 $z_K > z_G$ 时, 摆动活齿工作时受拉, 其滑动率 U 由方程式(6-28)、式(6-29)确定。研究表明, 摆动活齿、中心轮共轭齿形的滑动率是啮合点 K 的函数。在全齿面上滑动率都较小且变化范围不大, 齿面磨损轻且磨损程度相当。最大滑动率在中心轮的齿根部, 因为实际应用的共轭齿形要经过齿根修形, 所以它的最大滑动率还要下降。当 $z_K < z_G$, 摆动活齿工作时受压, 其滑动率 U 由方程式(6-31)、式(6-32)、式(6-28)确定。在全齿廓上滑动率 U 都较大, 绝对值大体相等, 齿面磨损较严重, 但磨损程度相当。所以, 从耐磨损角度考虑, 摆动活齿传动应当选用 $z_K > z_G$ 的传动类型

二、典型结构分析

1. 摆动活齿轮的两种功能 我们知道, N型少齿差行星齿轮传动必须用一种偏心输出机构才能把行星轮的低速转动传给输出轴。可以说, 偏心输出机构是一种用于可动平行轴间的联轴器。由于N型少齿差行星齿轮传动中安排偏心输出机构的位置有限, 所以偏心输出机构往往成了少齿差行星齿轮传动中的薄弱环节。

摆动活齿传动是由N型少齿差行星齿轮传动演化来的, 也需要把行星轮的低速自转运动传递到输出轴上去, 所以偏心输出机构也是不可缺少的。但是, 摆动活齿传动并不单独采用某种偏心输出机构, 而是将偏心输出机构与摆动活齿结合起来, 使摆动活齿具有行星齿轮和偏心输出机构两种功能, 这是摆动活齿传动突出的结构特点。

图 9-8 所示为摆动活齿轮 G 和偏心圆激波器 H 组件。偏心圆激波器 H 和与它外轮廓接触的一组摆动活齿组成了 N 型少齿差行星齿轮传动中的行星轮，摆动活齿是行星轮的一部分。激波器的偏距 a 相当于行星架。摆动活齿和活齿架上的柱销相当于销轴式输出机构，活齿架上的均布柱销为销轴式输出机构的销轴，各摆动活齿

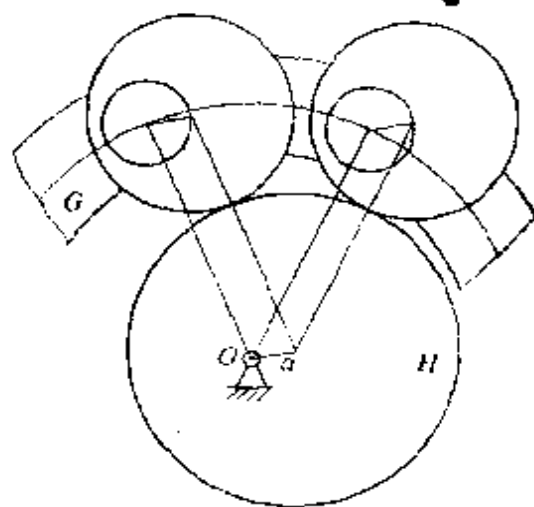


图9-8 摆动活齿轮和激波器组件

为行星轮上的销孔。摆动活齿传动工作时，摆动活齿将行星轮的自转运动通过销轴传给输出轴，实现了两平行轴之间的旋转运动的传递。摆动活齿轮这两种功能，使摆动活齿传动具有优越的传动性能。

2. 双波组合摆动活齿传动 偏心圆激波器由于具有工艺简单、选用普通转臂轴承、拆装方便等优点，在少齿差行星齿轮传动中被广泛地采用着，并取得良好的效果。双排偏心圆激波器已成为典型的结构。目前已开发出的各种类型的活齿传动多采用这种激波器。但偏心圆激波器为平衡惯性力和工作载荷需采用双排结构，也带来了产生惯性力偶，轴向尺寸增大，激波器、活齿轮和中心轮结构设计难度增加等问题。为提高活齿传动的传动性能，研制单排自平衡激波器就成为科技工作者们追求的目标之一。

综合运用齿形分析瞬时等效机构法、柔性轴承技术和组合摆动活齿杠杆放大功能，我们提出了“双波组合摆动活齿传动”这一新的传动类型。图9-9所示为双波组合摆动活齿传动结构模型。用结构模型分析啮合副的组成：双波激波凸轮外轮廓上套装柔性轴承，组成了双波激波器 H ；活齿架的均布柱销上，用转动副 C 联接一组“组合式摆动活齿”，组成了组合摆动活齿轮；组合摆

动活齿的内滚柱与柔性轴承外环组成高副 B ，外滚柱与中心轮齿形组成高副 A ，中心轮 K 固定不动。双波组合摆动活齿传动的工作原理：主动件激波器 H 以等角速度 ω_H 顺时针转动，通过高副 B 推动组合摆动活齿绕转动副 C 转动，外滚柱在与中心轮齿形啮合的过程中受高副 A 的约束，通过转动副 C 拉动摆动活齿轮 G 以等角速度 ω_G 逆时针转动。于是组合摆动活齿传动完成了减速运动。

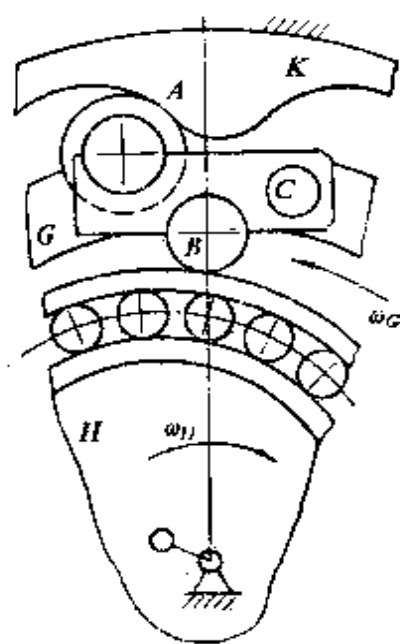


图9-9 双波组合摆动活齿传动结构模型

组合摆动活齿传动的齿形综合采用反解是比较理想的，因为齿形综合反解的实质是求激波器轮廓曲线，中心轮齿形是选定的简单曲线（如圆弧），这样只需加工一个复杂件。而齿形综合正解的实质是求中心轮齿形，得到的必然是复杂曲线，而双波激波器即使选用简单曲线（如椭圆），同样需采用柔性轴承，工艺上也有一定的难度，这样就需要加工两个复杂件。所以双波组合摆动活齿传动应采用齿形综合正解：选定高副 A 为凸凹圆弧齿形组合，内滚柱为圆弧，则应用第三章讲述的“齿形综合瞬时等效机构法”，可以求出激波器 H 的原始曲线、理论曲线、刀具轨迹曲线方程式。

双波组合摆动活齿传动的主要特点：1) 基本构件结构采用单排式，使活齿传动成为动平衡系统，受力均匀，传动平稳；2) 组合摆动活齿采用了杠杆放大结构，有放大激波器偏心距 a 的功能，为采用柔性轴承技术创造了条件；3) 摆动活齿上的两高副元素是独立的，尺寸参数可按需要选择，改善了中心轮齿形“顶切”条件，重合度增加，提高了承载能力；4) 结构简单，尺寸紧凑，重量轻；5) 中心轮齿形不对称，形成有一定难度；6) 组合活齿比普通活齿结构复杂。

3. 激波环的结构分析 激波环是活齿传动高副 B 的一个运动副元素,在第七章中,我们已经分析了它对推杆活齿传动运动性能的影响,现在我们以活齿轮 G 固定的摆动活齿传动为例来分析它对摆动活齿传动运动性能的影响。

图9-10所示为活齿轮固定的摆动活齿传动运动简图。图中表示8个摆动活齿在激波器外轮廓上的分布状况。应用

“高低副替代原理”可以得到摆动活齿啮合副平行四边形等效机构,如图中的平行四边形 OBC_2D_2 即为2号摆动活齿啮合副的等效机构,其中激波器的偏心距 OB 等于摆动活齿的偏心距 C_2D_2 ,它们是平行四边形机构的双曲柄。摆动活齿柱销分布圆半径 OD_2 等于激波器半径与摆动活齿半径之和 BC_2 ,它们分别为机架和连杆。

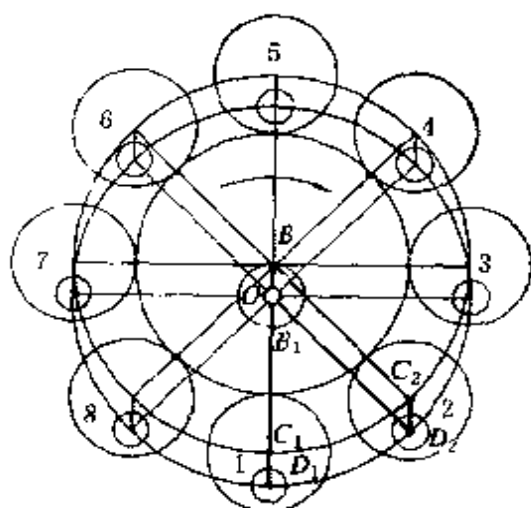


图9-10 摆动活齿在激波器轮廓上的分布

由摆动活齿传动的传动原理知,当激波器顺时针转动时,图示位置的1号摆动活齿刚进入啮合,5号摆动活齿刚退出啮合,1、2、3、4号活齿处于工作位置,5、6、7、8号活齿处于非工作位置。摆动活齿传动在工作过程中,各啮合副的机架 OD (活齿架径向线)与连杆 BC (激波器由几何中心引出的径向线)始终保持平行,所以两相邻柱销的圆心角 $\angle D_1OD_2$ 等于激波器上两相邻摆动活齿的圆心角 $\angle C_1BC_2$,即 $\angle D_1OD_2 = \angle C_1BC_2$ 。(见图中1、2号啮合副)。因柱销在活齿架上均是均布的,所以摆动活齿在激波器外轮廓上也是均布的。在第七章中已给出结论:活齿在激波器外轮廓上分布均匀时,激波器外环上可开凹槽;分布不均匀时,为避免运动干涉,不允许开凹槽。这个结论为激波环外轮廓设计提供了方便条件。例如,将摆动活齿传动的激波环设

设计成具有凹圆弧齿形的外齿圈，使摆动活齿和激波环外齿圈形成凸凹齿形啮合，可大幅度提高高副 B 的接触强度。

将推杆活齿传动和摆动活齿传动的激波环结构分析结果加以比较可知，在进行活齿传动高副 B 的结构设计时，摆动活齿传动采用外齿圈结构的激波环，会带来显著的优点；而推杆活齿传动却不能采用带外齿的激波环，这是该两种活齿传动型式的重要区别之一。

第十章 套筒活齿传动

套筒活齿传动是摆动活齿传动的一种演化型。由于激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 组成的啮合副中无移动副，所以就避免了移动副的磨损问题。套筒活齿与中心轮、活齿架均布柱销和激波轴承外齿圈间的凸凹齿形接触和滑滚啮合形式使啮合副的承载能力和传动效率提高。套筒活齿、柱销等为圆柱状零件，工艺简单、加工精度容易保证。这些特点使套筒活齿传动成为一种传动性能良好的传动元件。

第一节 套筒活齿传动的结构综合

一、啮合副的结构综合

我们借助图10-1所示的结构模型，来分析套筒活齿传动啮合副的组成结构：它由激波器 H 、柱销架 G 、套筒活齿 T 和中心轮 K 所组成。其结构特征是：套筒活齿 T 通过 A 、 B 、 C 三个高副把三个同轴转动的激波器 H 、柱销架 G 和中心轮 K 联系起来。因此，从理论上讲，组成高副 A 、 B 、 C 的各运动副元素的形状都直接影响套筒活齿传动的共轭运动。啮合副这种结构特征，一方面给齿形综合开辟了新的途径，另一方面又使齿形综合复杂化了。

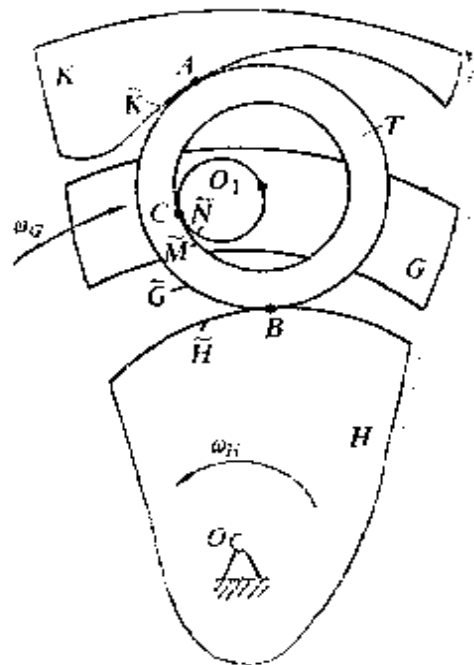


图10-1 套筒活齿传动结构模型

设图10-1所示模形中，激波器 H 、柱销架 G 、中心轮 K 和套筒活齿 T 四个件都是运动的，则机构的自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 3 - 3 = 3$$

计算结果表明：套筒活齿传动的四个活动件 H 、 G 、 K 、 T 中，给定三个件的运动规律之后，第四个件才有确定的运动。这个结果，给套筒活齿传动实现转速变换增加了困难。

结构分析的目的之一是通过结构分析，为获得更合理的结构找到有效的途径。

上述套筒活齿传动的结构型式存在的主要问题是：机构的自由度数多，对实现转速变换不利。因此改善它的结构型式，降低机构的自由度数为首要任务。

由机构的结构理论知：降低机构自由度数方法有二：用低副代替高副来提供较多的约束，使机构中的某个运动构件获得局部自由度。第一种方法是，将套筒活齿啮合副的 A 、 B 、 C 三个高副中的一个改为低副，可使传动机构降低一个自由度。但这种改变使套筒活齿传动失去了它原有的结构特点，变成了目前已经开发出来的活齿具有一个低副和两个高副的结构型式。第二种方法是，使作平面运动的套筒活齿获得局部自由度，即使它可以绕自己的几何中心转动而又不影响套筒活齿传动的运动规律，这就决定了套筒活齿的三个高副元素的形状应是同一个圆心的三个圆弧。套筒活齿传动的实施方案采用了这一方法。这是套筒活齿传动最重要的结构特征。

套筒活齿传动啮合副的结构特征，决定了它的齿形综合有三类基本问题：已知高副 A 、 B ，综合高副 C ；已知高副 B 、 C ，综合高副 A ；已知高副 C 、 A ，综合高副 B 。三类基本问题的实质是分别综合柱销轮廓曲线、中心轮齿形曲线和激波器轮廓曲线。

如果柱销轮廓曲线为齿形综合得到的复杂曲线，在工艺上用展成法形成是比较困难的。通常把运动副 C 当成“条件运动副”加以确定。为改善运动副 C 的相对运动状态，将组成运动副 C 的

柱销运动副元素选择为柱销加套结构是比较理想的。这样，套筒活齿传动啮合副设计就简化为齿形综合正解运动副 A 和齿形综合反解运动副 B 两类基本问题。

应用“高低副替代原理”，可以得到套筒活齿传动啮合副的低副等效机构——铰链四杆机构。如图10-2所示。

已选定运动副 C 的两运动副元素为凸圆弧、凹圆弧；运动副 B 的两运动副元素 \tilde{G} 、 \tilde{H} 为两个凸圆弧。则中心轮 K 的齿形 \tilde{K} 为激波器 H 和活齿轮 G 在共轭运动 $i_{HG}^K = \omega_H / \omega_G$ 条件下，套筒活齿齿形 \tilde{G} 圆族的外包络线。因为套筒活齿传动和摆动活齿传动的等效机构相同，所以应用同一个等效机构综合得到的中心轮齿形也相同，故套筒活齿传动中心轮齿形曲线 \tilde{K} 为套筒活齿几何中心轨迹的外等距线，由式(9-3)所确定。同理，当运动副 C 、运动副 A 的运动副元素已选定，则齿形综合反解的激波器轮廓曲线 \tilde{H} 为中心轮 K 和活齿轮 G 在共轭运动 $i_{KG}^H = \omega_K / \omega_G$ 条件下，套筒活齿齿形 \tilde{G} 的内包络曲线，由通式(4-21)确定。

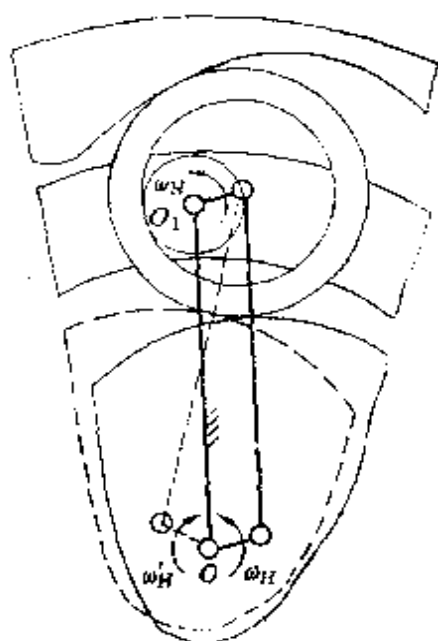


图10-2 套筒活齿传动的等效机构

二、基本构件的结构综合

1. 套筒活齿轮 G 套筒活齿轮 G 由柱销架及其等分柱销上的一组套筒活齿组成。套筒活齿在 A 、 B 、 C 三个高副的约束下，绕柱销架上的等分柱销滑转，使套筒活齿轮具有少齿差行星齿轮传动中的行星轮的功能。同时，套筒活齿轮 G 的柱销和套筒活齿的相对运动关系，又起到少齿差行星齿轮传动中的“柱销式输出机构”的作用，并且由于活齿轮 G 的柱销分布圆比“柱销式输出机构”的柱销分布圆大，为安置转臂轴承提供了足够的空间，

承载能力强。套筒活齿有良好的弹性作用，在工作载荷作用下，套筒活齿比其它实心轮齿产生的弹性变形大，因而它能够均衡各啮合齿的载荷，减小动载，相对提高承载能力，对各种冲击载荷有较强的适应能力，对零部件的制造和安装误差不敏感，可以减少加工制造误差的不利影响。 A 、 B 、 C 三个高副在传递动力的过程中，套筒活齿的弹性变形使它与内齿圈齿面、输出柱销表面和激波器外轮廓表面间的啮合接触面积增大，单位面积压力减小，接触应力减小。上述套筒活齿轮 G 的这种“弹性均载结构”为套筒活齿传动带来了优越的传动性能，开发潜力很大。

套筒活齿与中心轮、柱销、激波器组成 A 、 B 、 C 三个高副后，套筒活齿就把这三个件的运动联系起来。如果设想使高副 B 两运动副元素间实现纯滚动，则套筒活齿的运动就被主动件激波器的运动所确定。这时，高副 A 、 C 的两运动副元素间必然发生相对滑动。高副元素间的相对滑动是造成齿面磨损及传动效率降低的重要原因。为使三个高副间都实现（或接近实现）纯滚动，其途径是应用“滑滚替代原理”，使 B 、 C 两高副中的两个运动副元素获得局部自由度。实施方案通常用转臂轴承使激波器外轮

套筒活齿传动是少齿差行星齿轮传动的一种演化型。它由偏心距为 a 的激波器 H ，套筒活齿轮 G 与中心轮 K 三个基本构件组成了 $K-H$ 型少齿差行星齿轮机构。应用“相对角速度法”可以求出中心轮 K 、活齿轮 G 和激波器 H 三个基本构件角速度关系方程式和分别固定一个构件的三种传动方案的传动比方程式

$$\begin{cases} (\omega_G - \omega_H) / (\omega_K - \omega_H) = z_K / z_G \\ i_{HG}^K = z_G / (z_G - z_K) \\ i_{HK}^G = z_K / (z_K - z_G) \\ i_{GK}^H = z_K / z_G \end{cases} \quad (10-1)$$

由套筒活齿、柱销高副 C 的结构所决定，套筒活齿只能拉动柱销，而不能推动柱销。用它的等效机构分析，如图10-2所示，只有 O_1C 杆受拉时，传动才能进行。为保证套筒活齿传动能正常工作，要分析 O_1C 杆实现受拉的条件。

图10-3所示为套筒活齿传动的两种工作状态。设中心轮 K 固定，激波器 H 为主动件，顺时针转动；套筒活齿轮 G 为从动件。当中心轮齿数 z_K 大于套筒活齿数 z_G 时，中心轮右侧齿形 $m-m$ 为工作齿形。由受力分析知：无论激波器 H 的升程曲线方向如何，套筒活齿总是拉动柱销使套筒活齿轮转动。用等效机构表示，即 O_1C 杆呈受拉状态，如图10-3a所示。当中心轮齿数 z_K 小于套筒活齿

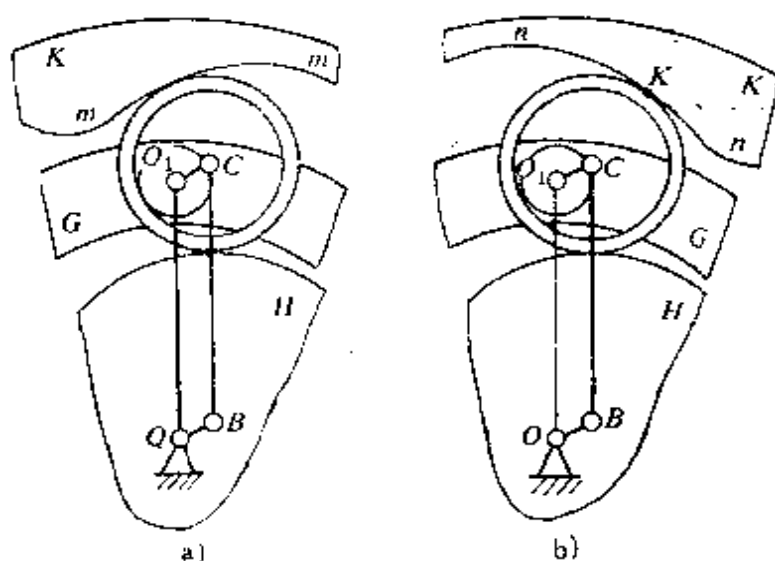


图10-3 套筒活齿传动的两种工作状态

数 z_G 时，中心轮左侧齿形 $n-n$ 为工作齿形。无论激波器 H 的升程曲线方向如何，套筒总是推动柱销。但是，由于套筒活齿与柱销联接的结构特点，套筒活齿并不能推动柱销运动，所以从动件活齿轮 G 不能转动，即套筒活齿传动不能工作，如图10-3b所示。由此得出结论：套筒活齿传动的正常传动条件为 $z_K > z_G$ 。

套筒活齿传动从动件的转向，用从动件与主动件的转向相同或相反来描述。在满足套筒活齿传动正常传动条件 $z_K > z_G$ 这一前提下，可以由套筒活齿传动啮合副的低副等效机构来判别。如图10-3a所示：当中心轮 K 固定，激波器 H 与套筒活齿轮 G 转向相反；当套筒活齿轮 G 固定，激波器 H 与中心轮 K 的转向相同；当激波器 H 固定，套筒活齿轮 G 与中心轮 K 的转向相同。从动轮的转向也可以由传动比公式(10-1)的正负号来确定，正号表示主、从动轮转向相同，负号表示主、从动件转向相反。例如， $i_{HG}^K = z_G / (z_G - z_K)$ 表示中心轮 K 固定，激波器 H 主动、套筒活齿轮 G 从动的传动比。因 $z_K > z_G$ ，所以传动比的符号为负，表示激波器 H 与套筒活齿轮 G 的转向相反。

第二节 基本参数和尺寸综合

一、基本尺寸综合

1. 套筒活齿轮尺寸综合 套筒活齿的壁厚 δ 是套筒活齿轮的重要尺寸，因为套筒活齿有三个突出的功能：1) 套筒活齿在激波器推动下，其内表面沿着柱销的外表面滑滚，激波器和均布在其外轮廓上的套筒活齿相当于行星轮，所以使绕主轴线转动的活齿轮 G 具有行星齿轮的功能；2) 各组套筒活齿内圆柱表面在柱销外圆柱面上滑滚，形成了“销轴式输出机构”，即活齿架上的均布柱销相当输出机构的销轴，套筒活齿的内圆柱面相当于行星轮上的销孔，通过套筒活齿和柱销的相互作用，将行星轮的自转角速度传递给输出轴；3) 套筒活齿的弹性变形，起到均载机

构的作用，可以均衡各对啮合齿之间的工作载荷。上述三种功能的实现，都直接受套筒活齿壁厚 δ 的影响。

套筒活齿工作时，受有来自中心轮、柱销和激波器的三个作用力 F_A 、 F_B 、 F_C ，受力状态如图 10-4 所示。因为三力的大小、作用方向是高副 A 、 B 、 C 三个作用点的函数，所以套筒活齿的变形规律是复杂的，因此与变形紧密联系的套筒活齿壁厚 δ 的确定也比较困难。目前还只能用实验方法确定壁厚 δ 。

套筒活齿的内、外圆柱尺寸 r_i 、 r_o 为

$$\begin{cases} r_i = a + r \\ r_o = a + r + \delta \end{cases}$$

(10-2)

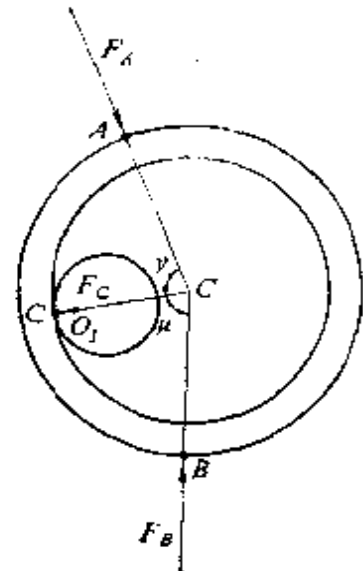


图10-4 套筒活齿的受力状态图

式中 r ——柱销半径；

a ——套筒活齿与柱销的中心距。

活齿架尺寸确定。活齿架内、外圆半径 R_i 、 R_o ，壁厚 H ，柱销分布圆半径 R_0 和相邻柱销中心距 A 的计算，采用摆动活齿轮的相应公式

$$\begin{cases} R_i = R + a + \Delta \\ R_o = R - a + 2r_o - \Delta \\ H = 2(r_o - a - \Delta) \\ R_0 = R + r_o \\ A = 2R \sin \frac{\pi}{z_c} > 2r_o \end{cases} \quad (10-3)$$

式中 Δ ——构件间的运动间隙，一般取 $\Delta = 2\text{mm}$ 。

2. 中心轮尺寸综合 中心轮齿顶、齿根圆半径 r_a 、 r_f 和齿高 h 与摆动活齿传动中心轮尺寸相同，分别为

$$\begin{cases} r_a = R - a + 2r_b \\ r_r = R + a + 2r_b \\ h = 2a \end{cases} \quad (9-4)$$

如果套筒活齿轮采用“双排共支承结构”时，两排中心轮需相错半个齿安装。中心轮的设计和工艺应严格保证满足这个要求，因为这关系到两排套筒活齿传动能否同步工作的问题。

3. 激波器尺寸综合 激波器外轮廓上不加装外齿圈的尺寸综合与摆动活齿相同。如加装外齿圈不但将套筒活齿和激波器之间的两个凸圆弧接触变成凸凹齿形接触，使接触强度降低，而且激波器、活齿轮和中心轮的尺寸设计不再受转臂轴承外环尺寸系列的限制而更加方便合理。

二、基本参数综合

1. 套筒活齿数 z_G 套筒活齿数 z_G 根据连续传动条件、运动不干涉条件、传动比条件、双排结构要求、重合度 ε 和系列化要求确定。

z_G 系列：4、6、8、10、…

2. 中心轮齿数 z_K 根据套筒活齿只能在受拉时才能传动的要求，中心轮的齿数 z_K 为

$$z_K = z_G + U$$

这表明激波器和套筒活齿轮的转向只能相反。

第三节 传动性能和典型结构分析

一、传动性能分析

连续传动条件 应用分析摆动活齿传动的类似的分析方法可以得到套筒活齿传动的连续传动条件为 $z_G > 2$ 。由此得两轮的最少齿数：当套筒活齿轮齿数为单数时， $z_{G\min} = 3$ ， $z_{K\min} = 4$ ；当套筒活齿轮齿数为偶数时， $z_{G\min} = 4$ ， $z_{K\min} = 5$ 。

重合度 ε ： ε 表示套筒活齿传动同时参加啮合的齿对数。如果

套筒活齿的实际个数 z_g 根据系列化要求选定时,则重合度 ϵ 也随 z_g 系列对应地确定了,所以根据中心轮齿形、激波器轮廓的连续性和传动比要求选择套筒活齿数的过程就是重合度 ϵ 的确定过程。

滑动率 U 激波器选用转臂轴承后,轴承外环的局部转动自由度使高副 B 形成纯滚动。但高副 A 、 C 的滑动率却不好确定,因为套筒活齿的局部转动自由度,使高副 A 、 C 运动副元素之间的相对运动复杂起来。如图10-1所示,转臂轴承使运动副元素 \widetilde{H} 具有局部转动自由度,它和运动副元素 \widetilde{G} 之间形成纯滚动。但高副 A 两运动副元素 \widetilde{K} 、 \widetilde{G} 和高副 C 两运动副元素 \widetilde{M} 、 \widetilde{N} 之间的相对运动是互相牵连的,如假定高副 A 形成纯滚动,则套筒活齿在沿 \widetilde{K} 纯滚动的过程中,其内圆柱面 \widetilde{M} 必在柱销外表面上产生相对滑动;相反,如假定高副 C 形成纯滚动,则高副 A 间必然产生相对滑动。由力分析知:高副 A 间的作用力比高副 C 间的作用力大,故高副 A 间的相对滑动要小于高副 C 间的相对滑动。如果在柱销上加套套筒,则 A 、 B 、 C 三个高副间的相对运动将是比较理想的。由此得出结论:套筒活齿传动采用转臂轴承及柱销加套结构后,啮合效率提高,用于大功率传动有明显的优点。带来的问题是:柱销加套后套筒活齿的外廓尺寸 r_s 加大,中心轮齿形易产生“顶切”,重合度 ϵ 降低。

二、典型结构分析

1. 套筒活齿的约束分析 由传动原理知:套筒活齿在 A 、 B 、 C 三个高副的共同约束下才有确定的运动,如图10-1所示,只要有一个高副遭到破坏,另两个高副所提供的约束也就失去作用,套筒活齿变成自由体,传动便不能进行下去。保证三个高副同时提供约束的条件是组成三个高副的各运动副元素都是连续的。套筒活齿传动的结构决定套筒活齿的内外圆柱面是连续的,偏心圆激波器外加转臂轴承结构的外轮廓也是连续的。如果中心轮齿形也保持连续,则三个高副能保证实现“同时约束”。但是,因套筒活齿的几何半径 r_s 较大,柱销加套时更甚,所以中心

轮实际齿形摆线的等距线容易发生“顶切”，顶切后中心轮齿形就不连续了。如图10-5所示。从图中可以看出，中心轮齿形顶切后，齿高变短，在激波器升程曲线的开始阶段和对应的中心轮齿形的齿顶段，高副A遭到破坏，使套筒活齿处于无约束状态，在一个小范围内成为自由体，只有当套筒活齿传动在相邻啮合副作用下，传动到图示啮合副的中心轮齿形齿顶的K点与套筒活齿开始接触形成高副A时，套筒活齿才置于A、B、C三高副的共同约束之中，它的运动才被确定。

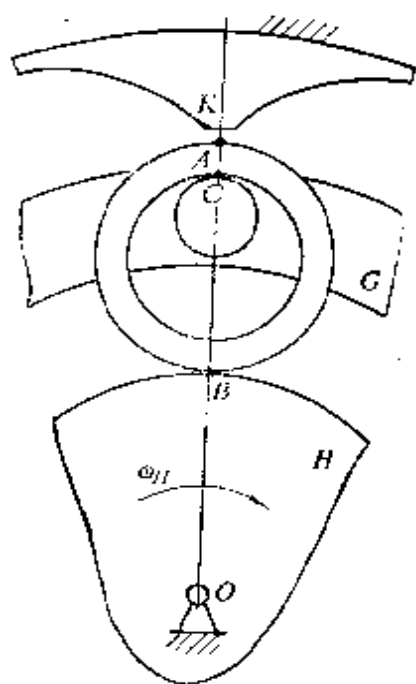


图10-5 中心轮齿形不连续对传动的影响

当中心轮齿形不满足顶切条件而发生不连续时，从结构上控制套筒活齿“运动失控”阶段的状态是发挥其优良传动性能的关键。从结构上控制套筒活齿的运动范围，使它只能在垂直于主轴线的平面内运动，这是保证套筒活齿从“运动失控”状态顺利地过渡到与中心轮齿形在K点接触的实用措施。

2. 激波环的结构分析 套筒活齿、激波器高副B是套筒活齿传动啮合副的重要组成部分。提高高副B的承载能力，只能从改进组成高副B的两运动副元素的结构着手。

选择筒状弹性件做活齿，使套筒活齿传动获得均载性能是它的突出的结构特征。在不损害套筒活齿均载性能的条件下，用改变套筒活齿结构的方法来提高高副B的接触强度是很困难的。所以提高高副B的接触强度的主要途径是改善激波环的结构。

套筒活齿传动是摆动活齿传动的一种类型，其等效机构也为平行四边形机构。所以摆动活齿在激波器轮廓上是均布的研究结论也适用于套筒活齿传动。有了套筒活齿在激波器上均布这个条

件，将激波环设计成凹齿外齿圈型式，如图10-6所示，不但可以提高高副 B 的接触强度，而且对套筒活齿有较好的定位作用。

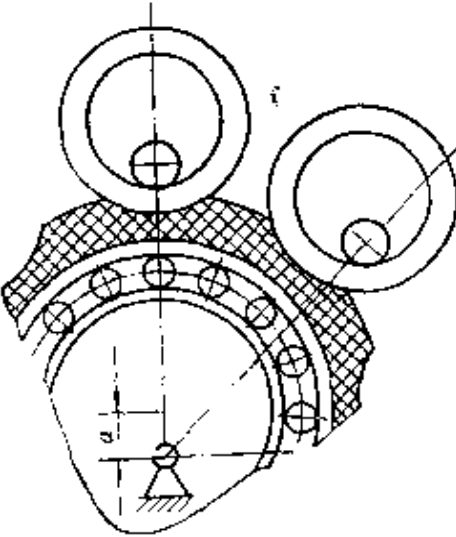


图10-6 激波环的凹圆弧齿圈结构

第十一章 平面钢球传动

平面钢球传动是活齿传动中有特色的一种新结构，它以一组循环钢球为中介件，进行两平行轴之间的转速变换。在国外，平面钢球传动于80年代初期已应用到深眼油气钻井的电钻减速装置，往复深潜泵、凿岩机的增速机构及无轨电车工程中。平面钢球传动轴向结构紧凑，平衡条件好，有一定的应用潜力。

第一节 平面钢球传动结构分析

一、啮合副的结构模型

在第二章中我们分析了平面钢球传动的组成结构，如图11-1所示，已经了解到：平面钢球传动的动盘3相当于激波器H，其

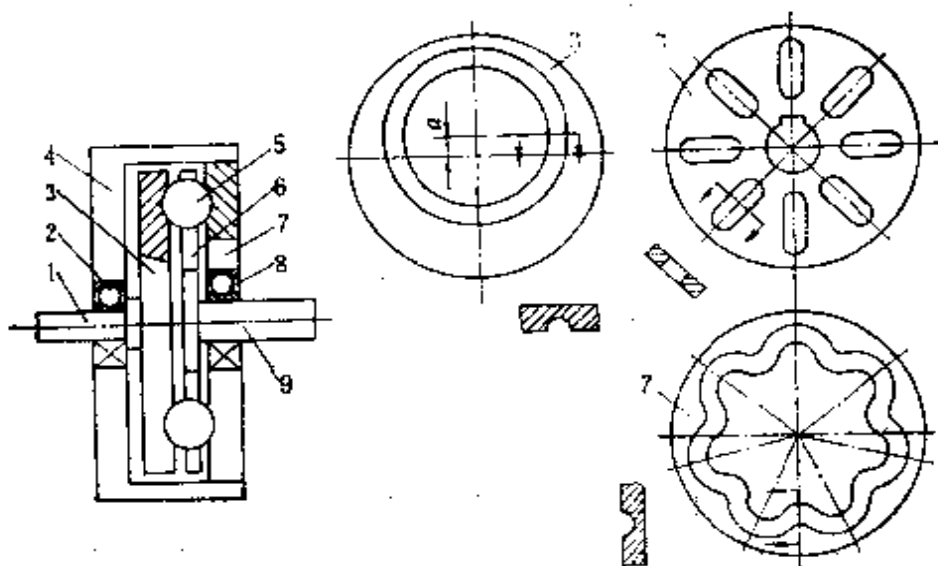


图11-1 平面钢球传动的结构

端面上有偏心圆沟槽，定盘7相当于固定中心轮 K ，其端面上有波数为 z_2 的封闭槽；保持架6及其径向导槽中的钢球5组成了活齿轮 G 。将钢球5放置在动盘3、定盘7的凹槽和保持架6的径向导槽之间，就把动盘3、定盘7和保持架6三个基本构件联系起来了。

为了获得关于平面钢球传动转速变换的直观概念，我们将平面钢球传动的结构简图加以抽象化，形成图11-2所示的平面钢球传动周期共轭曲线的平面啮合图。

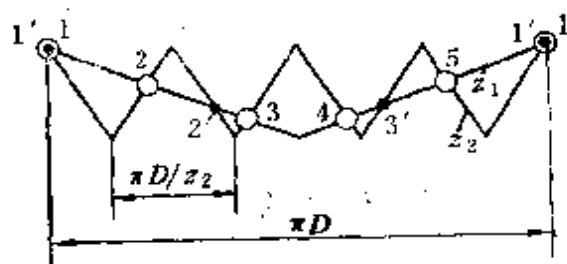


图11-2 周期共轭曲线的平面啮合图

图中，动盘3上的单周期曲线 z_1 为偏心量为 a 的偏心圆曲线；定盘7上的多周期曲线为周期数为 z_2 的正弦曲线。单周期曲线和多周期曲线相交得到两组有特色的点：第一组为1、2、3、4、5；第二组为1'、2'、3'。

设定盘7不动，即图11-2中的周期数为 z_2 的曲线不动。当动盘3顺时针转动时，相当于图13-2中的单周期曲线 z_1 自左向右移动，这时，从图中可以看出，第一组交点1、2、3、4、5在周期数为 z_2 的正弦曲线上移动，移动方向沿 z_2 曲线向右上方，相对于回转中心 O 是顺时针方向；而第二组交点1'、2'、3'在 z_2 曲线上的移动方向为左上方，相对于回转中心 O 是逆时针方向。

由平面钢球传动啮合副的组成结构知，两组曲线交点处的钢球是放置在保持架中的径向导槽中的，这样，当第一组的钢球运动时，将带动保持架顺时针转动；而当第二组的钢球运动时，将带动保持架逆时针转动。

对于一个具体的平面钢球传动类型，要求它的保持架只能有一种瞬时运动状态。由于周期共轭曲线的两组交点处的钢球使保持架的运动状态不同，为避免运动干涉，所以只能选用其中的一组交点放置钢球。

由上述工作原理知：平面钢球传动是靠各个循环钢球与动盘封闭槽、定盘封闭槽和保持架径向导槽组成的各并联的啮合副交替工作来完成连续传动的。因为各并联的啮合副从啮合开始到结束的工作过程完全相同，因此可以任选一个啮合副并将其演化成图11-3所示的“结构模型”，来分析、研究平面钢球传动啮合副的组成特征。

由于钢球5同时与动盘3、定盘7和保持架6三个基本件接触，循环钢球5为三副件。应用高低副替代原理，可找到图11-3所示平面钢球传动啮合副的瞬时低副等效机构——杆长 $l_{C'D}$ 变化的铰链四杆机构 $OB'C'D$ ，如图11-3中的粗线所示。因为平面钢球传动是滚柱(钢球)活齿传动的一种演化型，所以可以应用建立的“活齿啮合副结构模型”来分析它的结构。图11-3所示的“平面钢球传动的结构模型”表达出平面钢球传动啮合副的组成特征：动盘3、循环钢球5、保持架6和定盘7之间组成了A、B、C三个运动副，三副件循环钢球5是联系保持架6、定盘7和动盘3的桥梁。

应用平面钢球传动结构模型分析平面钢球传动的自由度及具有确定运动的条件：

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1$$

计算结果表明，循环钢球与保持架、动盘、定盘组成的三个运动副中，如果有两个高副、一个低副，则机构的自由度为1；如果有一个高副、两个低副，则机构不能动；如果三个运动副都为高

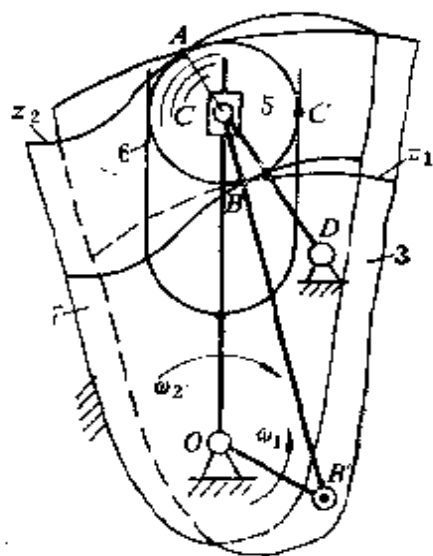


图11-3 平面钢球传动的结构模型和等效机构

副，则机构的自由度为 2，如要求给定机构一个原动件即可获得确定的运动，则应使循环钢球具有一个局部自由度。

二、平面钢球传动的型分析

平面钢球传动的型分析：设动盘 3、保持架 6 和定盘 7 三个基本件都是运动的，则平面钢球传动的自由度为 2，称差动平面钢球传动，它是钢球传动的基础型，可以用来进行运动的分解与合成，如图 11-4a 所示。如果将差动平面钢球传动的一个基本件固定，则其自由度变为 1，称行星平面钢球传动。利用“固定件转换原理”，可以得到三种行星平面钢球传动运动简图，如图 11-4b、c、d 所示。再利用“主从动件转换原理”，可以得到 6 种传动方案。根据上述三种平面钢球传动运动简图，可以设计出多种实用的结构图。

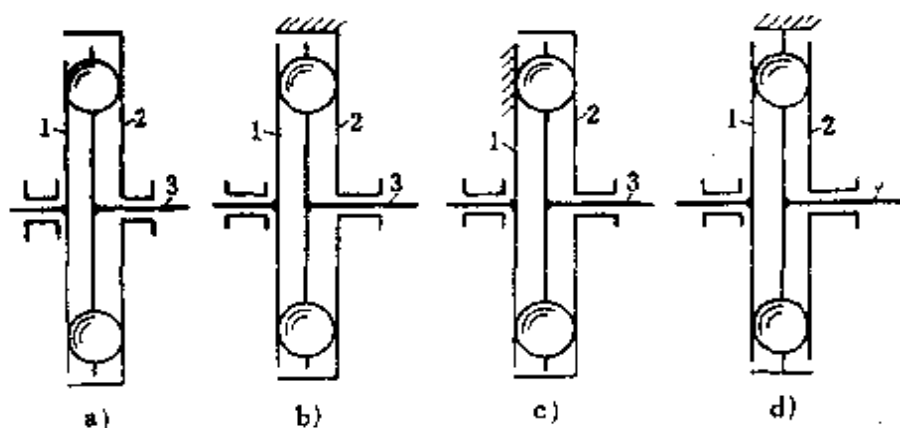


图11-4 平面钢球传动的运动简图

为了获得大的传动比或实现某种特殊的运动要求，可以选用二级平面钢球传动，其结构简图和相应的运动简图如图 11-5 所示。

二级平面钢球传动的组成结构：机架 4 的轴承 2 上装有主动轴 1，与主动轴 1 固联的动盘 9 的左端面上具有波数为 z_1 的封闭槽，与机架固联的定盘 3 的右端面上具有波数为 z_2 的封闭槽，在动盘 9 和定盘 3 相交错区域内，装有循环钢球 4；盘 6 支承在

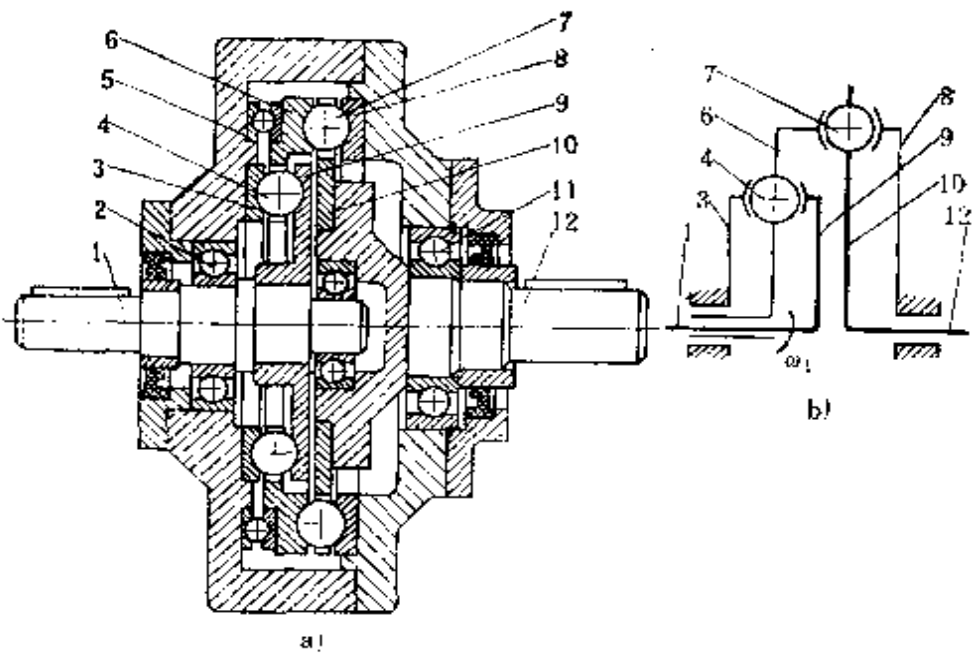


图11-5 二级平面钢球传动的结构简图和运动简图

轴承5上，并且有与循环钢球4数量相等的径向槽，它起保持架的作用。动盘6的右端面上具有波数为 z_3 的封闭槽，与机架3固联的定盘8的左端面上，具有波数为 z_4 的封闭槽，在动盘6和定盘8相交错区域内，装有循环钢球7；保持架10支承在轴承11上，具有与循环钢球7数量相等的径向槽；保持架10与从动轴12固联。

二级平面钢球传动的型分析：图11-5a所示的二级平面钢球传动是由两个一级平面钢球传动串联组成的。第一级由定盘3、循环钢球4、动盘9和保持架6所组成。运动由轴1带动动盘9输入，由第一个啮合副进行转速变换，减速后的转速由保持架6输出。第二级由动盘6、定盘8、循环钢球7和保持架11组成。由于保持架6和动盘6是一个件，所以运动由动盘6输入，由第二个啮合副进行转速变换，减速后的转速由保持架11通过从动轴12输出。

二级平面钢球传动的类型，可以由三种一级行星平面钢球传动和一种差动平面钢球传动组合而成。组合的型式有两大类：

1)两个一级行星平面钢球传动串联；2)一个一级行星平面钢球传动和一个一级差动平面钢球传动封闭。根据排列组合原则，按串

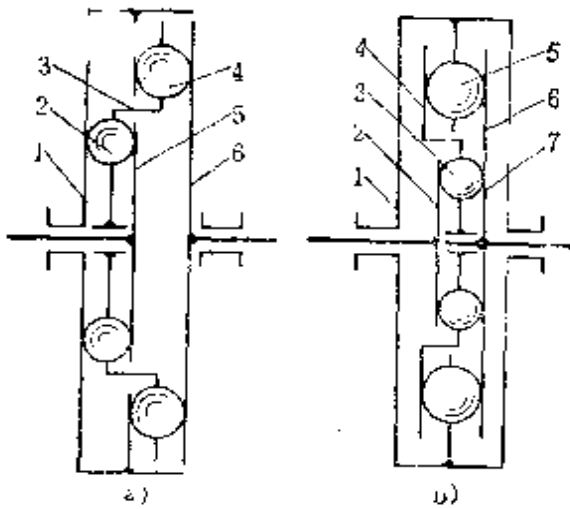


图11-6 二级平面钢球传动的两种组合形式

联、封闭组合型式，可形成多种二级平面钢球传动的类型。生产实践中，可按实际需要选择不同的组合形式。图11-6a所示为一种串联组合形式，图11-6b所示为一种封闭组合形式。

二级平面钢球传动的工作原理：如图11-5所示，主动轴1带动动盘9以 ω_1 等速转动，动盘9上的封闭槽推动循环钢球5沿动盘6上的径向槽移动，同时循环钢球5受与机架固联的定盘4上的封闭槽约束，反推动盘6作减速转动，动盘6上的封闭槽同时推动循环钢球7沿保持架10的径向槽移动，循环钢球7受定盘8上的封闭槽约束，反推保持架10使从动轴12作减速运动。于是二级平面钢球传动完成了两次转速变换。

二级平面钢球传动的工作

第二节 平面钢球传动运动学分析

一、相对位移法求传动比

图11-7所示为平面钢球传动啮合副各运动副元素的相互位置图。图中，线2为盘2上的周期数为 z_2 的封闭曲线；线1为盘1上的单周期曲线；导槽3表示保持架3；A点为线2、线1和保持架3轴向导槽的一个交点，即循环钢球的位置。

设盘1不动。如图11-4c所示运动简图，主动件可以是盘2或者是保持架3，而从动件相应的或者是保持架3或者是盘2。当给定动盘2逆时针转动，则相当于图11-7中的线2相对于不动

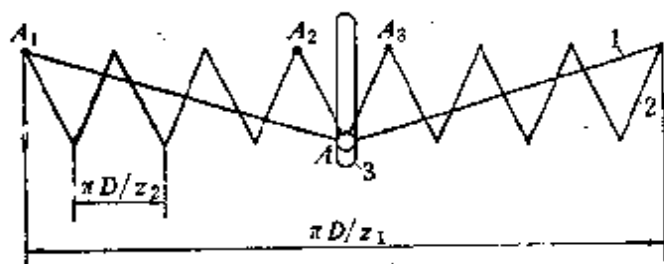


图11-7 平面钢球传动啮合副各运动副元素的相互位置图

线 1 向左移动，这时，动点 A （钢球）沿着不动线 1 向 A_1 移动，同时 A 点（钢球）沿着保持架 3 的轴向导槽向上移动，并带动保持架 3 向左移动，对应的 A 点（钢球）沿着线 2 向 A_2 移动。当主动件上的线 2 移动 A_1A_2 距离时， A 点（钢球）移动到 A_1 位置，这时 A_2 点到达 A_1 位置，所以主动件 2 的位移为

$$s_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_2} \right)$$

式中 D ——钢球所在圆的直径。

从动件 3 的位移为

$$s_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right)$$

则由构件 2、构件 3 的位移比 ($s_2:s_3$) 可确定它们的传动比 $i_{2,3}^1$ 为

$$i_{2,3}^1 = \frac{s_2}{s_3} = \frac{z_2 - z_1}{z_2} \quad (\text{a})$$

构件 2 和构件 3 的运动方向相同。

如果认为 A 点（钢球）属于第二组点，那么当构件 2 向左移动时， A 点（钢球）在沿线 1 向 A_1 点方向移动的同时，它沿着 AA_3 移动和沿着构件 3 轴向导槽向上移动，用同样的方法可以确定构件 2 和构件 3 的传动比为

$$i_{2,3}^1 = \frac{z_2 + z_1}{z_2} \quad (\text{b})$$

所以，构件 2 主动，保持架 3 从动的传动比为

$$i_{13}^1 = \frac{z_2 \pm z_1}{z_2} \quad (11-1)$$

如果盘 1 不动，保持架 3 主动，当保持架 3 向左移动时，保持架 3 的位移为

$$s_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right)$$

这时，它带动构件 2 移动 A_1A_2 或 A_1A_3 ，即

$$s_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_2} \right)$$

或
$$s_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_2} \right)$$

所以，保持架 3 主动，构件 2 从动的传动比为

$$i_{12}^3 = \frac{z_2}{z_2 \pm z_1} \quad (11-2)$$

设盘 2 不动，如图 11-4a 所示运动简图。主动件可以是盘 1 或者是保持架 3。当主动件盘 1 逆时针转动使线 1 向左移动时，则根据 A 点（钢球）属于第一组点或第二组点而确定其将向 A_2 方向或 A_3 方向移动，它带动保持架 3 将向左或向右移动，其位移为

$$s_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_2} \right)$$

主动件 1 上线 1 的位移为 A_1A_3 或 A_1A_2 ，即

$$s_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_2} \right)$$

或
$$s_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_2} \right)$$

所以，盘 1 主动、保持架 3 从动的传动比为

$$i_{13}^2 = \frac{z_2 \pm z_1}{z_1} \quad (11-3)$$

如果保持架 3 为主动件，它向左或向右移动时，其位移为

$$s_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_3} \right)$$

则相应的从动件 1 的位移为

$$s_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_2} \right)$$

或

$$s_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_1} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi D}{z_2} \right)$$

所以，保持架 3 主动、构件 1 从动的传动比为

$$i_{31}^3 = \frac{z_1}{z_2 \pm z_1} \quad (11-4)$$

设保持架 3 不动，如图 13-4c 所示运动简图。当盘 1 和盘 2 分别是主动件和从动件时，可分别得到传动比

$$i_{12}^3 = \frac{z_2}{z_1}, \quad i_{21}^3 = \frac{z_1}{z_2} \quad (11-5)$$

利用上述“相对位移法”推导出的三种类型平面钢球传动的传动比方程，可求出多种传动比。例如，当 $z_1 = 1$ ， $z_2 = 8$ ，可得到传动比系列： $i = \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{8}{9}, \frac{9}{8}, 7, 8, 9$ 。当 $i > 1$ 是减速器，当 $i < 1$ 是增速器。

处于啮合的钢球数以利用曲线交点组的不同而别，所以保持架 3 的径向槽数为

$$n = z_2 \pm z_1 \quad (11-6)$$

二、转化机构法求传动比

一级平面钢球传动的传动比 应用计算周转轮系的转化机构法和主从动件转换原理，可以求出自由度为 2 的差动平面钢球传动中三个基本构件间的转速关系和自由度为 1 的行星平面钢球传动中两个基本构件的传动比。平面钢球传动的转向用其主从动轮转向相同或相反表示，它与循环钢球的数目和动盘、定盘封闭槽的波数及传动形式（由固定件所确定的）有关，通常用基本构件相

对运动关系来判别。我们在第三章中已经推导出移动活齿传动的计算传动比的通用公式。因平面钢球传动是移动活齿传动的一种演化类型，所以可用表3-2中列出的公式计算一级平面钢球传动的传动比。

二级平面钢球传动的传动比 串联二级平面钢球传动系由两个一级行星平面钢球传动串联组成。其结构特点是前一个行星平面钢球传动的从动轴与后一个行星平面钢球传动的主动轴固联。在计算传动比时，首先将二级平面钢球传动分解成两个一级行星平面钢球传动，分别列出其传动比方程式，而后联立求解。

例11-1 求图11-5所示二级串联平面钢球传动的传动比。已知：循环钢球4、7的个数分别为 z_4 、 z_7 ；中心盘（定盘）3、8的波数分别为 z_3 、 z_8 ；激波盘（动盘）6、9的波数 $z_6 = z_9 = 1$ 。

解：1)划出两个行星平面钢球传动并求其传动比 由中心盘3、循环钢球4、行星盘9、保持架6组成了第一个行星平面钢球传动；由行星盘6、循环钢球7、中心盘8、保持架11组成了第二个行星平面钢球传动。第一个行星平面钢球传动的输出轴保持架6和第二个行星平面钢球传动的输入轴行星盘6固联。由表3-2中查出第一、二个行星平面钢球传动的传动比分别为

$$i_{96}^3 = \frac{z_4}{z_4 - z_3}; \quad i_{611}^7 = \frac{z_7}{z_7 - z_8}$$

2)联立求出二级平面钢球传动的传动比

由于该二级平面钢球传动的中心盘4、8都是固定的，第一级输出件保持架6和第二级输入件行星盘6是一个件，故其总传动比为

$$i_{113}^9 = \left(\frac{z_4}{z_4 - z_3} \right) \left(\frac{z_7}{z_7 - z_8} \right)$$

封闭二级平面钢球传动系由一个一级差动平面钢球传动和一个一级行星平面钢球传动组成。其结构特点是差动平面钢球传动

的两个基本件由行星平面钢球传动所封闭。在计算传动比时，须首先将封闭二级平面钢球传动分解成差动平面钢球传动和行星平面钢球传动，分别列出其传动比方程式，而后联立求解。

例11-2 求图11-6b所示二级封闭平面钢球传动的传动比。

已知：循环钢球 3、5 的个数分别为 z_3 、 z_5 ；中心盘（定盘）6、7 的波数分别为 z_6 、 z_7 ；激波盘（动盘）2、4 的波数 $z_2 = z_4 = 1$ 。

解：1) 划出一个差动平面钢球传动和一个行星平面钢球传动并求其传动比。由行星盘 2、循环钢球 3、行星架 4 和中心盘 7 组成差动平面钢球传动；由中心盘 6、行星盘 4、循环钢球 5、保持架 1 组成一个行星平面钢球传动，并封闭了差动平面钢球传动的两个基本件行星架 4 和中心盘 7。借用表 3-2，查出差动平面钢球传动的角速度关系和行星平面钢球传动的传动比，它们分别为

$$\frac{\omega_3 - \omega_2}{\omega_7 - \omega_2} = \frac{z_7}{z_3}, \quad i_{36} = \frac{\omega_3}{\omega_7} = \frac{z_6}{z_6 - z_5}$$

2) 联立求出二级封闭钢球传动的传动比

$$i_{27} = \frac{\omega_2}{\omega_7} = \frac{z_6 - z_7(z_6 - z_5)}{(z_6 - z_5)(z_3 - z_7)}$$

第三节 平面钢球传动的齿形综合

平面钢球传动的齿形是指动盘和定盘上周期数为 z_1 和 z_2 的两条封闭曲线，即钢球（刀具）几何中心在动盘和定盘上的轨迹。

对于满足一定传动比的平面钢球传动，由动盘上具有周期数 z_1 的封闭曲线和定盘上具有周期数 z_2 的封闭曲线组成的共轭曲线可以有多种组合形式。这两条封闭曲线的关系，可以通过它们的转角联系起来。动盘封闭曲线一个周期的中心角 $\varphi_1 = 2\pi/z_1$ ，而对应的定盘封闭曲线一个周期的中心角 $\varphi_2 = 2\pi/z_2$ ，由这两个中心

角之比 $\varphi_1:\varphi_2$ 得到： $\varphi_1 = (z_2/z_1)\varphi_2$ ， $\varphi_2 = (z_1/z_2)\varphi_1$ 。由该对应关系得出： z_2 曲线的中心角 φ_2 比 z_1 曲线的中心角少 z_2/z_1 倍。所以，如果已知周期数 z_1 曲线的方程式为 $\rho = F(\varphi)$ ，那么对应的周期数 z_2 曲线的方程式为 $\rho = F[(z_2/z_1)\varphi]$ 。反之，如果已知周期数 z_2 的方程式为 $\rho = f(\varphi)$ ，那么对应的周期数 z_1 曲线的方程式为 $\rho = f[(z_1/z_2)\varphi]$ 。

平面钢球传动广泛应用的两对应曲线是： z_1 曲线为圆周半径为 R 的简单单周期曲线，圆曲线相对主轴线的偏距为 a ，这种圆曲线的极坐标方程为

$$\rho = a\cos\varphi + \sqrt{R^2 - a^2\sin^2\varphi}$$

与其相对应，周期数为 z_1 的曲线方程为

$$\rho = a\cos(z_2\varphi) + \sqrt{R^2 - a^2\sin^2(z_2\varphi)}$$

当按照传动性能和加工工艺要求选定了 z_1 曲线时，可根据第四章提出的齿形综合理论，应用“齿形分析等效机构法”，可求出齿形综合正解——周期数为 z_2 的封闭曲线方程式。反之，当选定了周期数为 z_2 的封闭曲线时，可以应用“齿形分析瞬时等效机构法”，求出齿形综合反解——周期数为 z_1 的封闭曲线方程式。

在圆盘的端面上加工周期封闭曲线形式的循环钢球导槽是不困难的，不需要高超的技艺，采用与钢球导槽截面相同截面的铣刀，在数控立式铣上即可完成封闭曲线槽的加工。如果不具备数控铣床，应用第五章介绍的齿形形成方法，设计出适当的附加机构，在通用的机床上，也可以加工出准确的封闭曲线导槽。

第四节 平面钢球传动的性能分析

一、转动件的动平衡分析

平面钢球传动的动平衡条件好，不采用偏心轴是其突出的结构特点，所有的回转零件都是绕中心轴转动的盘形零件：如图11-1所示，中心盘（定盘）7上的封闭槽，是关于中心轴的对称

曲线，它固定或绕主轴线转动都不存在平衡问题，保持架6的径向槽是均布的，其本身是平衡的。行星盘（动盘）3上的偏心圆导槽和在偏心圆导槽上非均布的半径为 r_r 的循环钢球为不平衡质量。如图11-8所示，分析循环钢球传动的平衡问题，就是找到动

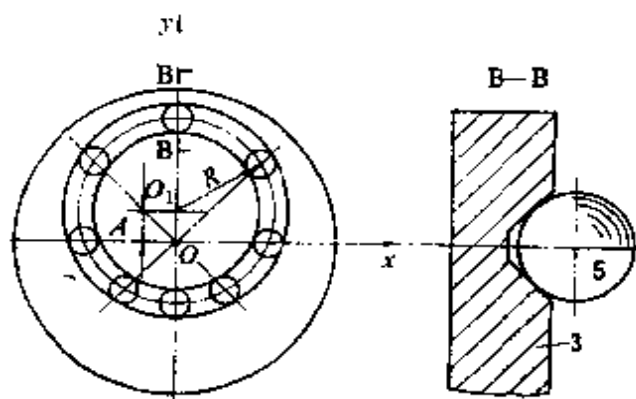


图11-8 动盘钢球系统的不平衡质量

盘3和钢球5组成系统的瞬时平衡条件。分析结果表明：当循环钢球数 z_c 为偶数时，要使动盘钢球系统在传动过程中惯性力主矢等于零，则要求具有偏心圆导槽的动盘和对于中心轴 o 非均布的钢球应满足如下关系

$$-M_3 A \omega_3^2 + M_5 A \omega_6^2 / 2 = 0 \quad (11-7)$$

式中 M_3 、 M_5 ——分别为动盘导槽质量和钢球的总质量；

ω_3 、 ω_6 ——分别为动盘的角速度和保持架的角速度；

A ——偏心圆导槽的偏心距。

当由于动盘导槽结构和钢球尺寸参数需按强度选择等原因，动盘的偏心圆导槽质量和钢球系统质量不能满足平衡方程式(11-7)时，可以根据对于不平衡的盘状回转零件，不论它有多少个偏心重量，都只需要适当加上一个配重即可获得平衡的原理。根据动盘的结构条件，在配重向径方向上加一个适当的配重，或在配重向径的对方某点去掉相应的一部分材料，而使平衡方程式(11-7)得到满足，所以，动盘钢球系统的通用动平衡方程式可表示为

$$-M_3 A \omega_3^2 \pm M'_3 r_3 \omega_3^2 + M_5 A \omega_6^2 / 2 = 0 \quad (11-8)$$

式中 M'_3 ——附加配重的质量；

r_s ——附加配重向径方向的位置半径，配重加在配重向径方向的对方时，取负(-)值，相反取正(+)值。

当循环钢球数 z_0 为奇数时，动盘钢球系统的惯性力主矢不能时时为零。

由以上分析得到有益的结果：钢球传动具有良好的动平衡条件。动盘的偏心圆导槽和导槽内非均匀分布的钢球的偏心质量可以通过惯性力平衡条件得以解决。偏心圆导槽内非均匀分布的钢球个数取偶数时，动盘钢球系统的偏心质量呈 180° 分布在动盘的对称轴位置，可使钢球传动实现动平衡。如果钢球个数取奇数，非均匀分布的钢球的质量偏心位置将随钢球在偏心圆导槽内的位置不同而改变，从而使动盘钢球系统的平衡条件只能在有限点的位置处实现。所以平面钢球传动的钢球数应取偶数。

上述一级平面钢球传动的动平衡，因其传动比范围是各工业部门广泛应用的，所以有普遍意义。

对于二级平面钢球传动，在传动过程中，具有不平衡质量的构件有：动盘9与钢球5(图11-5a)对钢球5起保持架作用的动盘6与钢球7，其它构件或为轴对称构件，或为固定构件，所以不存在不平衡质量问题。由前所述，当钢球5、7的个数为偶数时，非均匀分布的钢球的质心位置与带有偏心圆导槽动盘的质心位置具有一个特性，即在传动过程中始终位于动盘的对称轴上。利用这一点，分别将具有偏心圆导槽的动盘9与导槽内非均匀分布的钢球5和具有偏心圆导槽的动盘6与导槽内非均匀分布的钢球7组成惯性力平衡系统，根据式(11-7)，要使二级平面钢球传动的动盘钢球系统的惯性力主矢等于零，则要求满足如下关系

$$\begin{aligned} -M_9 A_1 \omega_9^2 + M_5 A_1 \omega_5^2 / 2 &= 0 \\ -M_6 A_2 \omega_6^2 + M_7 A_2 \omega_7^2 / 2 &= 0 \end{aligned} \quad (11-9)$$

式中 M_9 、 M_6 ——分别为动盘9、6的导槽质量；
 M_5 、 M_7 ——分别为钢球5、7的总质量；

A_1 、 A_2 ——分别为动盘 9 和动盘 6 上偏心圆导槽之偏心距，

ω_9 、 ω_6 、 ω_{10} ——分别为动盘 9、6 和保持架 10 的角速度。

应用配重协助平衡，可以写出如下适用于二级平面钢球传动的通用平衡方程式

$$\begin{aligned} -M_9 A_1 \omega_9^2 \pm M'_9 r_9 \omega_9^2 + M_5 A_1 \omega_5^2 / 2 &= 0 \\ -M_6 A_2 \omega_6^2 \pm M'_6 r_6 \omega_6^2 + M_7 A_2 \omega_{10}^2 / 2 &= 0 \end{aligned} \quad (11-10)$$

式中 M'_9 、 M'_6 ——分别为动盘 9、6 上附加配重的质量，

r_9 、 r_6 ——分别为动盘 9、6 上附加配重向径方向的位置半径，配重加在配重向径方向上取正值，相反方向时取负值。

二、结构特点及传动性能分析

1. 啮合副结构简单、刚性大、接触强度高 钢球和动盘、定盘紧密接触成一体，使啮合副的刚性增大，在传递运动或动力的过程中，可通过调节机构随时补偿运动副的磨损，使机构的运动精度提高；啮合副的轴向尺寸紧凑，动盘薄，质量小，惯性小，能够较好的改善机构的控制精度；啮合副可以形成凸凹齿形啮合，共轭齿形的诱导法曲率小，油膜的承载能力大，共轭齿形的接触强度高。

2. 传动比范围广 平面钢球传动属移动活齿传动类型，能在机构的轮廓尺寸较小的条件下获得较大的传动比，一级平面钢球传动的传动比可达 $i_{12} = 5 \sim 45$ 。

3. 重合度 ε 大 由式 (11-6) 知，平面钢球传动参加啮合的钢球数为： $n = z_2 \pm z_1$ 。由于这些钢球与圆盘上的钢球导槽为双面接触，在钢球的一个工作周期中，两接触面交替工作，使钢球没有空回行程，所以平面钢球传动的重合度 ε 比传动比相同的移动活齿传动增加一倍。因此平面钢球传动可以用较小的装置来传递较大的功率，承载能力高，抗冲击性能好。平面钢球传动的薄弱环节是保持架，所以它的传动能力由保持架的强度所确定。

4. 啮合副间的摩擦大，啮合效率较低 钢球的圆表面与定盘、动盘和保持架间形成了 A 、 B 、 C 三个运动副，钢球是三副件，它的三个运动副元素都在圆表面上，三个运动副元素运动的相互约束，使组成 A 、 B 、 C 三个运动副的各运动副元素之间产生较大的相对滑动。尤其是钢球、动盘间，由于结构上不能采用转臂轴承，所以相对运动速度很大，摩擦严重，使啮合副的整体啮合效率较低。例如：传动比等于 8 的平面钢球减速器的传动效率 $\eta = 68\% \sim 71\%$ 。

第十二章 摆盘式活齿传动

摆盘式活齿传动是一种空间形式的活齿传动。它除了具有平面活齿传动多齿啮合、传动效率高等共同优点外，其突出特点是用摆盘式激波器替代了单波偏心圆激波器，使径向激波变成轴向激波，径向尺寸紧凑。组成啮合副的活齿，其运动形式可以是移动的，也可以是摆动的。摆盘式活齿传动的开发，增加了活齿传动的类型，扩大了活齿传动的应用范围。

第一节 摆盘式活齿传动的组成及传动原理

一、摆盘式活齿传动的组成

图12-1所示为摆盘式活齿传动的一种典型结构，它由摆盘激

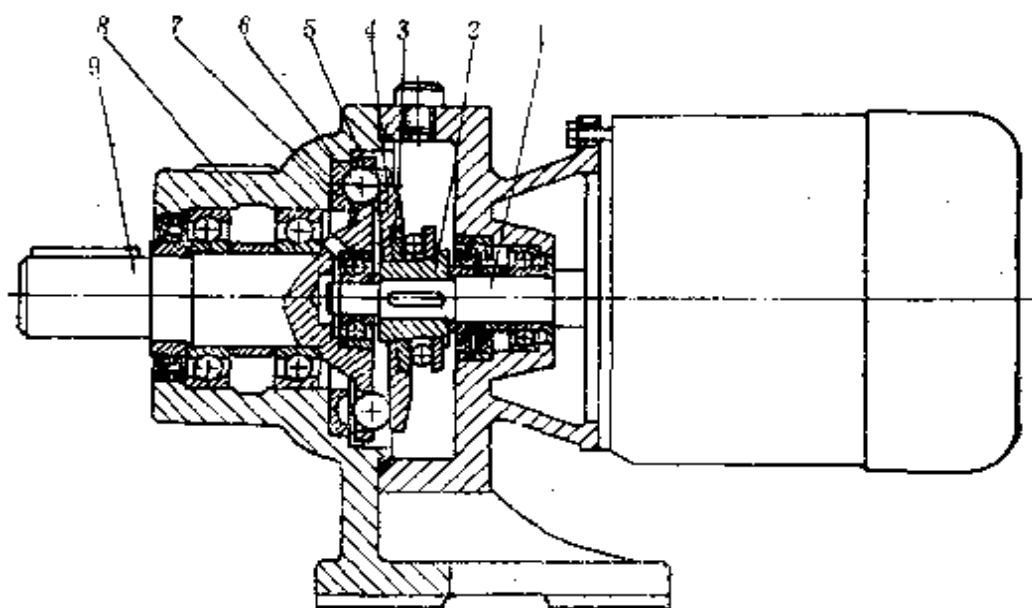


图12-1 摆盘式活齿传动结构图

波器 H ，活齿轮 G 和端齿轮 K 三个基本构件组成。

摆盘式激波器 H 由摆盘4、止推轴承3和曲拐套2组成。曲拐套2与输入轴1固联。活齿轮 G 由活齿架5及装入其均布的轴向导槽中的活齿6组成。活齿架5与输出轴9固联。端齿轮 K 由端齿圈7和固定壳体8组成，端齿轮也可以是整体的。

二、摆盘式活齿传动的传动原理

摆盘式活齿传动的传动原理，可以用图12-1所示摆盘式活齿传动的结构图和图12-2所示摆盘式活齿传动啮合副分度圆柱展开图来说明。图12-1所示，当驱动力由输入轴1输入后，它带动摆盘激波器 H 以等角速度 ω_H 转动，轴向激波摆盘4产生轴向机械波，推动在活齿架5的等分轴向导槽孔中的活齿6，按摆盘的激波规律

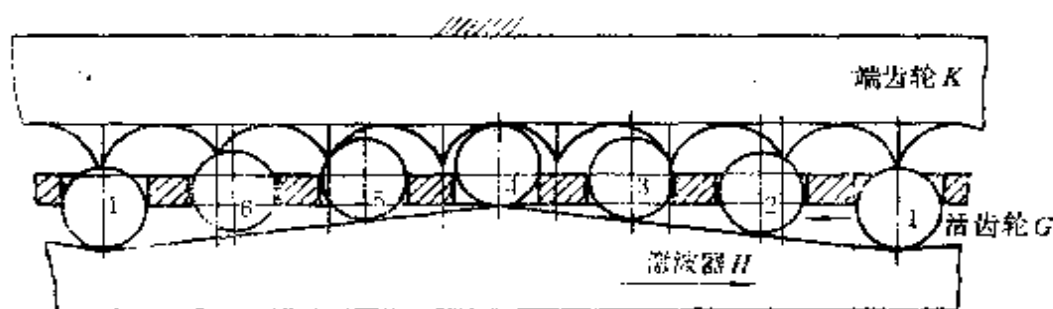


图12-2 啮合副分度圆柱展开图

沿轴向运动。由图12-2所示啮合副分度圆柱展开图可知，端齿轮 K 轮齿的右侧齿廓为工作齿廓，左侧齿廓为非工作齿廓，则1、2、3号活齿处于工作位置，4、5、6号活齿处于非工作位置。由于工作活齿和端齿轮 K 工作齿廓组成的各啮合副的约束，迫使各工作活齿沿着端齿轮工作齿廓滑滚，同时活齿推动活齿架以等速 v_G 移动，反映到图12-1上，则为活齿轮 G 以等角速度 ω_G 转动，于是摆盘式活齿传动完成了传动比为 $i_{HG}^k = \omega_H / \omega_G$ 的转速变换，在工作行程传动的同时，与端齿轮 K 非工作齿廓啮合的4、5、6号活齿，在活齿架5的反推作用下顺序地返回到各自的工作起始位置。至此，摆盘式活齿传动完成了一个运动循环。

第二节 摆盘式活齿传动的型及运动学

一、摆盘式活齿传动的型分析

差动摆盘式活齿传动 将图12-1所示摆盘式活齿传动的结构简图，演化成运动简图，如图12-3a所示，设摆盘激波器 H 、活齿轮 G 和端齿轮 K 三个基本件都是运动的，则其自由度为二，给定两个原动件机构才能有确定的运动，称为差动摆盘式活齿传动，可用来进行运动的合成与分解。

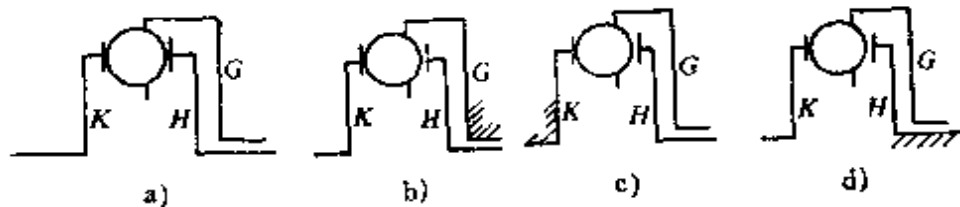


图12-3 摆盘式活齿传动的运动简图

行星摆盘式活齿传动 如果将差动摆盘式活齿传动中的一个基本件固定，则机构的自由度变为一，称为行星摆盘式活齿传动。与分析平面活齿传动类似，利用“固定件转换原理”，可以得到三种摆盘式活齿传动的运动简图，如图12-3b、c、d所示，再利用“主从动件转换原理”，可得到六种传动方案。根据各类运动简图，可设计出多种实现大减（增）速比、微小减（增）速比的摆盘式活齿传动结构图。图12-4所示为活齿架固定和端齿轮固定的摆盘式活齿传动结构图。

二、摆盘式活齿传动的传动比

摆盘式活齿传动的传动比，为摆盘激波器 H 、活齿轮 G 和端齿轮 K 三个基本件中任意两件实际角速度之比，它取决于组成摆盘式活齿传动三个基本件所实现的功能。例如，图12-4b所示为活齿架 G （即4）固定，摆盘激波器 H 主动，端齿轮 K （即6）输出的摆盘式活齿传动，其传动比可表示为 i_{HK}^G 。传动比的数值求解与推杆活齿传动传动比求解方法类似，采用“转化机构法”可求

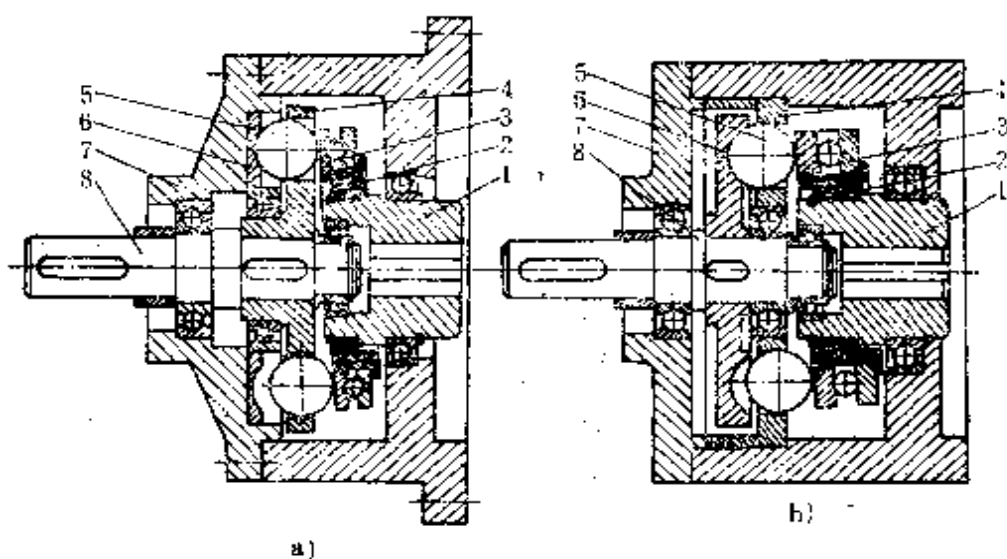


图12-4 端齿轮固定和活齿架固定的减速机结构图

出摆盘式活齿传动三个基本构件间的角速度关系方程式和六种方案的传动比方程式。推导结果与推杆活齿传动相同，查用时可借用表3-2给出的公式。

例12-1 已知图12-1所示摆盘式活齿传动的基本参数：端齿轮 K 的齿数 $z_K = 21$ ，活齿轮 G 的齿数 $z_G = 20$ ，电动机转速 $n_1 = 1440 \text{ r/min}$ 。试求输出轴的转速 n_G 。

解：由图12-1知，该摆盘式活齿传动为端齿轮 K 固定，摆盘 H 主动，活齿轮 G 从动的类型，其传动比方程式由表3-2查出

$$i_{HG}^K = \frac{n_H}{n_G} = \frac{z_G}{z_G - z_K} = \frac{20}{20 - 21} = -20$$

输出轴的转速为

$$n_G = -\frac{n_H}{20} = \frac{-1440}{20} \text{ r/min} = -72 \text{ r/min}$$

负号表示活齿轮 G 的转向与摆盘的转向相反。

三、活齿的运动规律

进行摆盘式活齿传动的齿形综合时，需要知道活齿在活齿架导向槽中的运动规律。

我们首先应用“高低副替代原理”找到图12-1所示摆盘式活齿传动的低副等效机构——导杆滑块机构 OAC ，如图12-5所示。

进而应用导杆滑块机构 OAC 来分析活齿(滑块 AC)的运动规律。

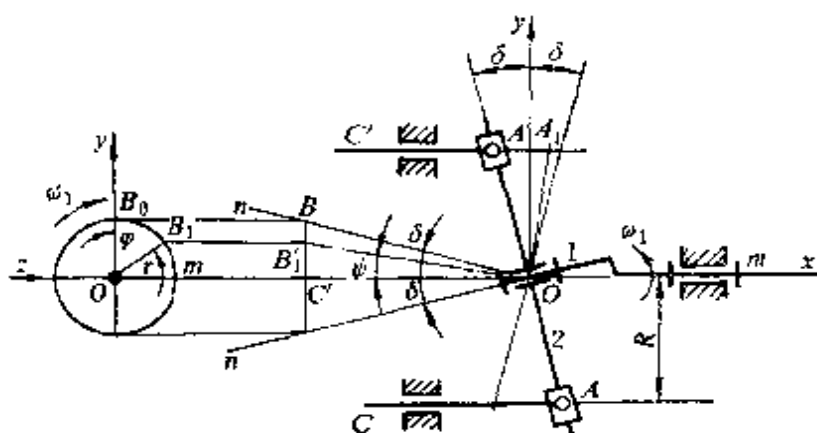


图12-5 摆盘式活齿传动的等效机构

当轴心线为 $m-m$ 的主动轴1转动时,摆盘轴心线(即曲拐轴心线) On 绕 $m-m$ 转动。在 On 上取一点 B (B 至 $m-m$ 的距离为 $BC=r$),其轨迹是一垂直于 $m-m$ 的半径为 r 、圆心为 O 或 C' 的圆。摆盘中心线上的 OB 段在空间描出一锥顶角为 2δ 的圆锥面。与 On 垂直的摆盘端面在空间连续不断地改变方向,其上的任一条径向线 OA 便在图示平面内摆动。当 OB 转至 xOy 平面内 Ox 轴的上下位置时, OA 以 Oy 为对称轴线摆至左右端极限位置,形成一顶角为 2δ 的扇形。 OA 与 OB 在 xOy 平面上的投影始终互相垂直。 B 点的轨迹在 yOz 平面上的投影为圆,在 xOy 上的投影为一直线。

选定 OB 在 xOy 平面上的位置 OB_0 为起始位置。当主动轴1转过 φ 角时, OB 由 OB_0 转至 OB_1 , B_1 点在 xOy 平面上的投影为 B'_1 。在 xOy 面上,过 O 点作 $OA_1 \perp OB'_1$,则 OA_1 就是摆盘 OA 在此时的相应位置。从 Oy 轴算起, OA 的摆角为

$$\phi = \angle A_1 O y$$

因为 $Oy \perp OC'$, $A_1 O \perp OB'_1$, 故 $\angle A_1 O y = \angle B'_1 O C'$, 即

$$\phi = \angle B'_1 O C' = \operatorname{arctg} \frac{B'_1 C'}{O C'} = \operatorname{arctg} \left[(r \cos \varphi) / \left(\frac{r}{\operatorname{tg} \delta} \right) \right]$$

$$= \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\operatorname{tg} \delta \cos \varphi) \quad (12-1)$$

或 $\operatorname{tg} \phi = \operatorname{tg} \delta \cos \varphi \quad (12-2)$

由上式知，当 $\varphi = 0^\circ$ 或 $\varphi = 180^\circ$ 时， $\psi = \delta$ ；当 $\varphi = 90^\circ$ 或 270° 时， $\psi = 0^\circ$ 。故 $\psi_{\max} = \delta$ ，即摆盘的摆幅为 δ 。

将式(12-1)对时间 t 求导数，考虑到 $\omega_1 = d\varphi/dt$ ， $\omega_2 = d\psi/dt$ ，可得摆盘的摆动角速度为

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \frac{d\psi}{dt} = \frac{d}{dt} [\text{arc tg}(\text{tg}\delta \cos\varphi)] \\ &= \omega_1 \frac{\text{tg}\delta \sin\omega_1 t}{1 + \text{tg}^2\delta \cos^2\omega_1 t}\end{aligned}\quad (12-3)$$

或
$$\omega_2 = -\omega_1 \frac{\text{tg}\delta \sin\omega_1 t}{1 + \text{tg}^2\delta \cos^2\omega_1 t} \quad (12-4)$$

由式(12-3)可知，在摆盘的摆角 δ 一定、主动轴1以匀角速度 ω_1 转动时，摆盘的摆动角速度 ω_2 随主动轴的转角 φ 而变化，即

当 $\varphi = 0^\circ$ 、 180° 、 360° 时， $\omega_2 = 0$ ；

当 $\varphi = 90^\circ$ 时， $\omega_2 = -\omega_1 \text{tg}\delta$ ；

当 $\varphi = 270^\circ$ 时， $\omega_2 = \omega_1 \text{tg}\delta$ 。

将式(12-1)代入式(12-3)中，整理后得以摆角 ψ 为参数的摆盘摆动角速度方程式

$$\omega_2 = -\omega_1 \cos^2\psi (\text{tg}^2\delta - \text{tg}^2\psi)^{1/2} \quad (12-5)$$

利用式(12-5)对机构进行运动分析较为方便，特别是便于分析摆盘推动活齿在活齿架导槽中的运动规律。

摆盘的角加速度 将式(12-3)对时间 t 求导数，可得到摆盘的摆动角加速度

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d}{dt} \left(-\omega_1 \frac{\text{tg}\delta \sin\varphi}{1 + \text{tg}^2\delta \cos^2\varphi} \right) \\ &= -\omega_1 \frac{(1 + \text{tg}^2\delta \cos^2\varphi)\omega_1 \text{tg}\delta \cos\varphi}{(1 + \text{tg}^2\delta \cos^2\varphi)^2} \\ &\quad - \omega_1 \frac{\text{tg}\delta \sin\varphi \text{tg}^2\delta 2\cos\varphi \omega_1 (-\sin\varphi)}{(1 + \text{tg}^2\delta \cos^2\varphi)^2}\end{aligned}$$

将上式整理化简后得

$$\varepsilon_2 = -\omega_1^2 \operatorname{tg} \delta \cos \varphi \frac{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \delta - \operatorname{tg}^2 \delta \cos^2 \varphi}{(1 + \operatorname{tg}^2 \delta \cos^2 \varphi)^2} \quad (12-6)$$

同样，将式(12-1)代入式(12-6)，整理后得以摆角 ϕ 为参数的摆盘摆动角加速度方程式

$$\varepsilon_2 = -\omega_1^2 \operatorname{tg} \phi \frac{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \delta - \operatorname{tg}^2 \phi}{(1 + \operatorname{tg}^2 \phi)^2} \quad (12-7)$$

由以上式(12-1)、式(12-3)、式(12-6)得知，当轴线的交角 $\delta = 0$ 时，则摆盘的 ϕ 、 ω_2 、 ε_2 均等于零，即摆盘不能摆动，活齿不能移动，摆盘式活齿传动不能工作，所以 δ 必须大于零。但是当 δ 角较大时，由式(12-6)知，在主动轴转同样转角的情况下，摆盘的摆动角加速度 ε_2 增大，将引起机构的振动，所以 δ 角也不宜过大，常用值在 $\delta = 15^\circ$ 左右。

得到摆盘的摆动运动规律后，就可以根据摆盘活齿啮合副的等效机构——摆杆滑块机构，求出活齿在活齿架轴向导槽中的运动规律。

图12-5所示摆盘式活齿传动等效机构——摆杆滑块机构OAC为正切机构，滑块AC的位移和速度分别为

$$x = R \operatorname{tg} \phi$$

$$v_{AC} = \omega_2 \frac{R}{\cos^2 \phi}$$

故在滑块AC推动下，摆盘式活齿传动的活齿运动规律为

$$x = R \operatorname{tg} \delta \cos \varphi \quad (12-8)$$

第三节 摆盘式活齿传动的齿形综合

一、齿形综合正解

摆盘式活齿传动啮合副中的低副已由活齿轴向移动状态确定为移动副，摆盘、活齿高副为条件运动副，已由摆盘的结构所确

定，活齿、端齿轮高副为共轭齿形，所以摆盘式活齿传动齿形综合就是综合端齿轮的齿形曲面，称为齿形综合正解。

选定活齿齿形为球面，则与其啮合的端齿轮齿形曲面为：活齿按式(12-8)所确定的 $x = R \operatorname{tg} \delta \cos \varphi$ 运动规律运动，端齿轮等速转动时，活齿球面的包络。显然，端齿轮齿廓为空间曲面。用“齿轮啮合原理”中的运动学法，可以求出端齿轮齿形曲面方程式。但由于摆盘式活齿传动中，球形活齿几何中心的轨迹为一圆柱面曲线，所以可近似地在该圆柱展开面上分析端齿轮圆柱截面上的齿形，并不影响用展成法形成端齿轮齿形的精度。

在摆盘式活齿传动中，活齿几何中心在分度圆柱的展开面上的轨迹为端齿轮的原始齿形，如图12-6所示的S-S曲线。

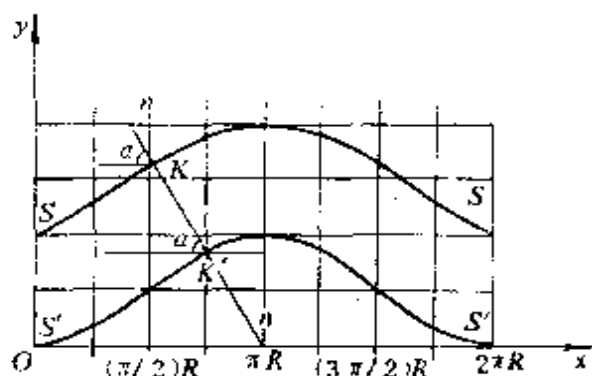


图12-6 圆柱展开面上的端齿轮理论齿形

在分度圆柱的展开面上求端齿轮的理论齿形方程式：设直角坐标系 Oxy ，原点 O 为活齿在最外位置时的几何中心， x 坐标轴为活齿圆周运动方向， y 坐标轴为活齿轴向运动方向，于是，端齿轮原始齿形方程可表示为

$$\begin{cases} x_0 = i_{GH}^K R \varphi \\ y_0 = h(1 - \cos \varphi) \end{cases} \quad (12-9)$$

式中， φ 为摆盘激波器的转角， $\varphi = \omega_1 t$ ； h 为摆盘激波器的波幅， $h = 2R \operatorname{tg} \delta$ ； R 为分度圆柱的半径； i_{GH}^K 为摆盘式活齿传动端齿轮 K 固定、活齿轮 G 主动、摆盘激波器 H 从动的增速传动比， $i_{GH}^K = 1/z_G$ 。

端齿轮的理论齿形为活齿几何中心在原始齿形上的圆族外包络曲线 $S'-S'$ ，其方程式为

$$\begin{cases} x = i_{GH}^K R \varphi + r_b \cos \alpha \\ y = h(1 - \cos \varphi) + r_b \sin \alpha \end{cases} \quad (12-10)$$

式中， α 为齿形曲线上某点的法线与速度方向线所夹的锐角，称齿形压力角。因理论齿形曲线是原始齿形曲线的等距线，所以法线 $n-n$ 与 $S-S$ 、 $S'-S'$ 曲线的两交点 K 、 K' 处的压力角相等，如图12-6所示，齿形曲线上 K 点的压力角 α 可表示为 $\operatorname{tg} \alpha = dy_c/dx_c$ 。当摆盘式活齿传动的传动比 i_{GH}^K 、端齿轮的分度圆柱半径 R 和摆盘的波幅 h 选定之后，齿形上各点压力角 α 的变化规律也随之确定。

二、齿形综合反解

摆动式活齿传动啮合副中的低副由活齿轴向移动结构确定为移动副；活齿、端齿轮高副为条件运动副，端齿轮可选择平面、渐开面、圆柱面等简单曲面为齿面，活齿可选择球面、圆柱面等简单曲面为齿面；活齿、摆盘高副为共轭齿形。通常活齿为选定的，所以摆盘式活齿传动齿形综合反解就是综合摆盘端面轮廓形状。这时，摆盘激波器演化成圆柱端面凸轮。

高副 A 两运动副元素端面齿轮和活齿的齿形选定之后，端面齿轮以匀角速度 ω_G 转动，推动活齿在活齿架轴向导槽中按高副 A 确定的运动规律运动，则轴向激波器按传动比 i_{HG}^K 确定的转速 ω_H 转动时，活齿曲面族的包络即为圆柱端面凸轮轮廓。此即为齿形综合反解。

三、齿形形成方法

齿形综合正、反解齿形的形成，可利用活齿轮 G 固定的摆盘式活齿传动的传动原理采用展成法来实现。图12-7所示为根据齿形综合正解设计的端齿轮齿形形成装置。

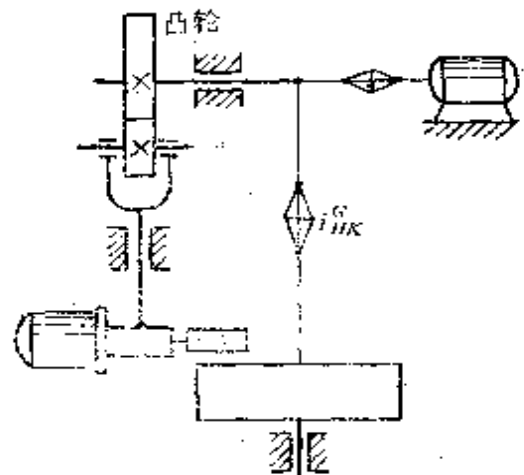


图12-7 端齿轮齿形形成装置

该加工装置用与活齿半径 r_s 相同的圆柱体刀具代替活齿，用推杆盘状凸轮机构推动刀架作径向往复运动，凸轮轮廓曲线使推杆再现了活齿的运动规律，用机械传动保证激波器 H 和端齿轮 K 之间的传动比 i_{HK}^0 关系，于是，回转体刀具齿形圆柱曲面族的外包络曲面即为端齿轮的实际齿形曲面。

应用上述类似方法，可以在摆盘式活齿传动的转化机构的基础上，设计出加工齿形综合反解的激波器端面轮廓曲面的加工装置。

第四节 基本构件的结构综合

一、活齿轮的结构综合

活齿轮的结构因活齿的结构型式不同而异。根据传动要求，活齿有多种结构型式供选择，常用的有图12-8所示的几种。

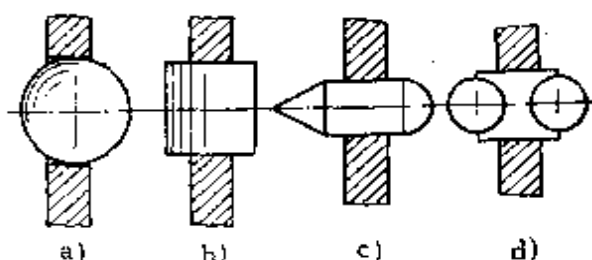


图12-8 轴向移动活齿的结构型式

钢球，如图12-8a所示，按钢球公称直径系列选用，特点是结构简单、通用性强，因由专业厂制造，加工精度高、成本低，并为活齿架设计提供了方便。

短圆柱滚子由专业厂制造，加工精度高、成本低，接触强度高。如图12-8b所示。但这种结构给活齿架均布导槽和激波器轮廓设计和加工增加了难度。

轴向柱塞也称轴向推杆。如图12-8c、d所示。有整体结构也有组合结构。推杆与激波器啮合的一端，常采用球面；而与端齿

轮啮合的一端，常采用平面、球面或圆柱面等简单曲面。活齿架均布导槽截面有圆形、方形等多种，应尽量采用工艺简单的圆形截面。

活齿半径 r_s 按从动轴所传递的力矩 M_2 计算， $r_s = K_2(M_2)^{1/3}$ ， K_2 为重合度系数，重合度大取小值。求得的活齿半径 r_s ，应按钢球公称直径系列圆整。考虑活齿导槽的加工工艺， r_s 还应满足刀具尺寸系列的要求。

活齿架的结构型式 分整体式和装配式两种结构型式。整体式结构简单刚性好，多在小功率时采用；装配式由活齿架和输出轴联接组成，有较大的灵活性，因同一功率的减速机，其输出轴可以是相同的，仅更换活齿架即可实现不同的传动比，有利于摆盘活齿传动的标准化、系列化，尤其是在功率较大时，其优越性更为显著。装配式活齿架的精加工，应在它与输出轴组装后进行。图12-1所示摆盘式活齿减速机中的活齿架为整体式的，而图12-4所示减速机中的活齿架为装配式的。

活齿架导槽分布圆半径 R 是活齿轮的基准尺寸，等于端齿轮的分度圆半径，应按从动轴传递的力矩 M_2 进行计算， $R = K_1(M_2)^{1/3}$ ， K_1 为传动比系数， $K_1 = 9 \sim 11$ ，传动比大取小值。

活齿架导槽数 n 的确定受多方面因素的约束：首先，要满足摆盘式活齿传动给定传动比的要求。因为结构要求活齿架导槽数 n 等于活齿数 z_G ，所以导槽数 n 可以通过活齿数 z_G 根据表3-2列出的传动比公式求得。例如，当端齿轮固定时，活齿架导槽数 n 为

$$n = z_G = i_{HG}^K (z_G - z_K)$$

其次，确定活齿架导槽数 n ，还要满足导槽分布间隔的要求。活齿导槽分布间隔表示两相邻导槽贴近的程度，常用间隔系数 K 来表示。导槽间隔系数 K 定义为两相邻导槽的中心距 AB 与槽宽 H 或孔径 d_s 之比，即 $K = AB/d_s$ ，如图12-9所示，由几何关系知

$$K = \frac{AB}{d_s} = \frac{R}{r_s} \sin \frac{\pi}{n} \quad (12-11)$$

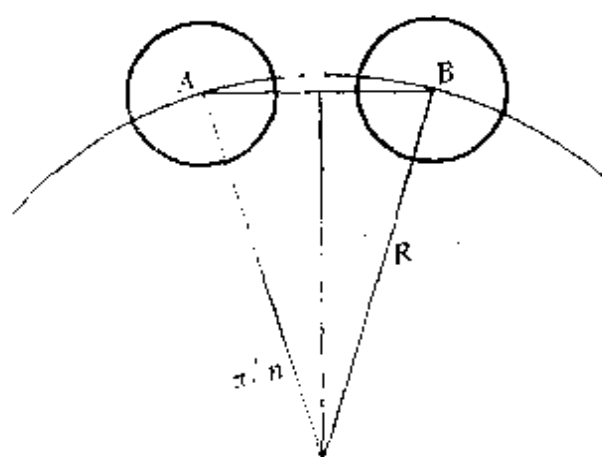


图12-9 两相邻活齿导槽的间隔

式 (12-11)表明, 当活齿半径 r_s 、导槽分布圆半径 R 根据接触强度和传递功率确定之后, 导槽间隔系数 K 越小, 则活齿导槽数 n 越多, 在导槽分布圆上排列越紧密; 同理, 在活齿导槽 n 选定的条件下, 导槽间隔系数 K 越大, 则意味着 R 与 r_s 之比越大, 即当导槽分布圆半径 R 选定时, 活齿半径 r_s 越小。导槽间隔系数 K 按传动比选取, 其推荐值列于表12-1。

表12-1 导槽间隔系数 K

传动比 i	<11	12~23	24~35	36~59	60~87
间隔系数 K	4~3	3~2	2~1.2	1.5~1	1.5~0.9

当减速机的传动比较大, 由于活齿导槽数 n 较多, 使活齿半径 r_s 过小且不能满足接触强度要求时, 可取导槽间隔系数 $K \leq 1$, 以增加活齿半径 r_s 值。但为了避免相邻导槽之间发生重迭或间隔过小强度不够时, 可以采用“抽齿技术”。为使传动平稳, 抽齿应当均匀, 所以活齿架的导向孔数 n 应为 $(a+b)$ 的倍数。 a 为抽齿数, b 为间隔齿数。

为提高减速机标准化、系列化程度, 采用“抽齿技术”, 对一种功率的活齿减速机, 只规定一种对应的活齿轮结构, 这样, 只

更换端齿轮一个零件，就可以满足传动比系列化的要求。例如，按传动平稳性（重合度 ε ）和承载能力的要求，确定活齿导槽数 $n = 8$ ，活齿轮的结构就由活齿导槽数 $n = 8$ 所确定。在这种情况下，减速机能够实现的传动比为 $i = nM$ ， M 为正整数。即减速机的传动比系列为：8；16；24；32；40；48；56；…

活齿架厚度 δ 由激波器的波幅长 h 来确定。如图12-10所示，为使活齿和活齿架在运动全循环中始终保持接触，要求 $\delta > h$ ，故

$$\delta = K_3 h \quad (12-12)$$

式中 K_3 ——啮合安全系数， $K_3 = 1.1 \sim 1.3$ 。

当端齿轮齿形发生顶切时，活齿架厚度 δ 的选取不受激波器波幅长 h 的限制，可根据齿形顶切程度调整活齿架厚度 H ，以利于激波器、活齿的尺寸选择。

为了保证摆盘式活齿传动工作时，活齿轮、激波器、端齿轮各运动件间不发生运动干涉，选择活齿架厚度 H 时，还要满足不干涉条件：活齿半径 r_b 要大于活齿架厚度 δ ， $r_b > \delta$ ，故不干涉条件可表示为

$$\delta = K_4 r_b \quad (12-13)$$

式中 K_4 ——不干涉系数， $K_4 = 0.9 \sim 0.7$ 。

式（12-12）、式（12-13）联立，可得到激波器波幅 h 和活齿半径 r_b 间的关系方程式

$$h = \frac{K_4}{K_3} r_b \quad (12-14)$$

二、激波器的结构综合

对于摆盘式活齿传动齿形综合正解，轴向激波器的结构型式是选定的。激波器结构型式不同，其激波规律也不同，直接影响端齿轮齿形和摆盘式活齿传动的传动性能。

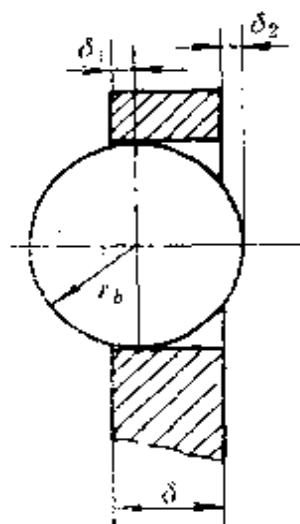


图12-10 确定活齿架厚度 δ 的几何条件

最先被采用的是摆盘式机械激波器，摆盘式活齿传动并由此得名。摆盘式激波器由摆盘、推力球轴承和曲拐套组成。如图12-1所示，摆盘轴线与主轴线成 δ 角， δ 角与活齿架导槽分布圆半径 R 和摆盘激波器在该圆上的波幅 h 有关，由图12-5所示几何关系知

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{h}{2R}$$

摆盘激波器推动活齿沿轴向位移的运动规律不但与激波器的结构有关，而且与活齿、激波器高副的接触状态有关。

若活齿、摆盘高副中活齿为尖顶从动件，如图12-11a所示，则摆盘式活齿传动的等效机构为图12-5所示的摆杆滑块机构

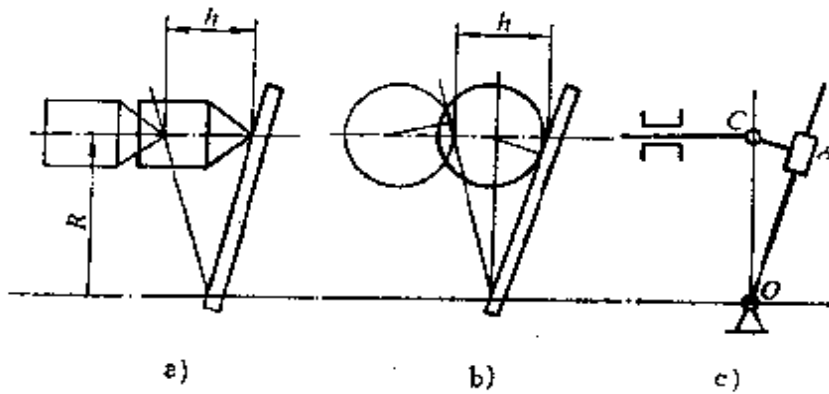


图12-11 活齿、激波器高副的接触状态

OAC ——正切机构。于是滑块 AC （活齿）的位移和速度分别为

$$x = R \operatorname{tg}\phi$$

$$v_{AC} = \omega_2 \frac{R}{\cos^2\phi}$$

式中，摆盘的摆角 ϕ 和角速度 ω_2 由式(12-2)和式(12-5)所确定。

故活齿（滑块 AC ）的运动规律为

$$x = R \operatorname{tg}\delta \cos\varphi \quad (12-15)$$

若活齿、摆盘高副中活齿为圆顶从动件，如图12-11b所示，则摆盘式活齿传动的等效机构如图12-11c所示，活齿的运动规律为

$$x = R \operatorname{tg} \delta \cos \varphi + r_b \left(\frac{1}{\cos \psi} - 1 \right) \quad (12-16)$$

由于摆盘激波器采用了推力球轴承，使激波效率大为提高，但需解决动平衡问题。摆盘激波器为轴状部件，曲拐套的存在，使其质心不易保证处在主轴上，转速又高，为减小动载荷，应进行动平衡。解决激波器动平衡问题的关键是曲拐套的设计：使摆盘轴的轴线与主轴线的交点位于激波器的质心上，这样，从设计上保证了激波器是平衡的；其次，激波器应进行动平衡，以消除微小的不平衡。如果摆盘式活齿传动采用激波器固定的传动方式，就不存在激波器的平衡问题了。

对于摆盘式活齿传动齿形综合反解，活齿、端齿轮高副为条件运动副，两运动副元素选定为简单曲面，而活齿、激波器高副为待综合运动副，选定活齿曲面，齿形综合反解的实质就是综合轴向激波器的端面轮廓曲面。

圆柱凸轮激波器端面轮廓曲面的优点是，可以实现任意的轴向激波规律，这就为端齿轮的齿形设计、参数选择创造了条件。但需要解决的是活齿与圆柱凸轮激波器端面轮廓间的摩擦问题。

三、端齿轮结构综合

对于摆盘式活齿传动齿形综合正解，端齿轮 K 的齿形曲面是复杂曲面，需用展成法形成，所以端齿轮 K 通常选用整体结构。端齿轮 K 与机架固联，形成激波器 H 主动、活齿轮 G 从动的传动类型；或端齿轮 K 与输出轴固联，形成活齿轮 G 固定，激波器 H 主动的传动类型。

对于摆盘式活齿传动齿形综合反解，活齿、端齿轮高副为条件运动副，端齿轮齿形曲面为选定的简单曲面。端齿轮无论是与输出轴固联或与机架固联，都可以设计成工艺方法简单、传动性能优良的结构类型。

第十三章 钢球传动

钢球传动是活齿传动中具有特色的分支，是在少齿差行星齿轮传动的基础上开发出的高性能传动元件。钢球传动以钢球为中件，进行两平行轴之间的转速变换，形成了多种类型结构新颖的转速变换装置。它们具有结构简单、承载能力强、传动效率高、等突出优点，在冶金、矿山、化工、纺织、食品、轻工、起重运输、建筑等工业部门中有广泛的应用前景。特别是钢球传动中有的传动类型具有啮合间隙可以按需要调整，能实现零回差传动，使其在机械手、机器人、仪器、跟踪装置和分析装置中有特殊的用途，发展潜力很大。本章以活齿传动的基础理论为工具，分析钢球传动中具有典型意义的三种传动类型：摩擦钢球传动、零隙钢球传动和螺旋钢球传动。

第一节 行星钢球摩擦传动

行星钢球摩擦传动是在行星齿轮传动和刚性摩擦传动的基础上形成的一种以钢球为传动元件的无齿刚性摩擦传动装置。具有结构简单、传动比易调整和产生转角积累误差等特点。虽然行星钢球摩擦传动出现的比较早，但因它的优点和缺点都比较突出，发展却比较缓慢，应用的也不广泛，常见的有：行星钢球摩擦减速器、钢球摩擦精密微调装置、钢球摩擦传动间歇运动装置、滚动轴承行星减速带轮等。

一、组成结构及传动原理

我们以图13-1所示一级行星摩擦减速器为例，分析钢球摩擦传动的组成：主动轴1与动盘2固联，定盘3与机架固联，行星

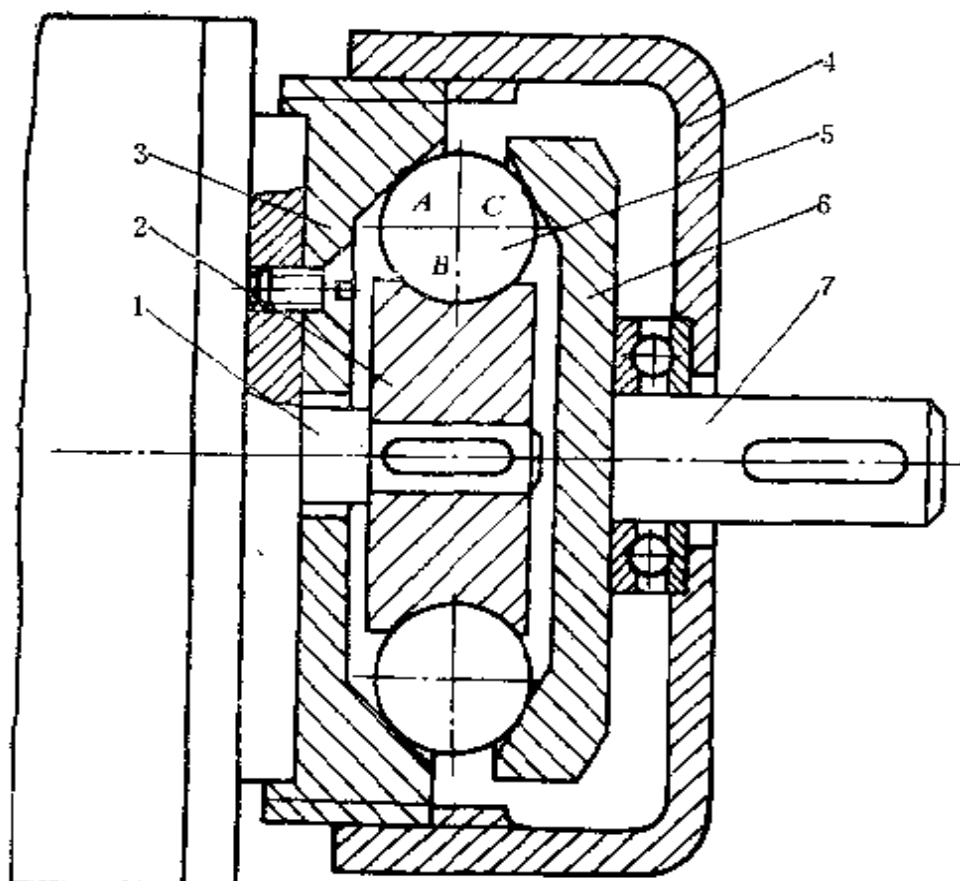


图13-1 行星钢球摩擦传动的结构简图

架6与从动轴7固联；钢球5是三副件，它与动盘2、定盘3、行星架6接触形成A、B、C三个高副，并把它们联系到一起。构件4有两个功能：它与定盘3螺纹联接组成锁紧装置，以保证三个高副间压紧形成足够的摩擦力；它与定盘3锁紧后成为固定件，通过轴承支承行星架6。

行星钢球摩擦传动的传动原理 当主动轴1带动动盘2转动时，靠高副B间的摩擦力，带动钢球5沿定盘3的工作面滚动，使钢球5作既有公转又有自转的行星运动，钢球5又通过高副C间的摩擦力带动行星架6转动。于是行星钢球摩擦传动完成了运动的转换。上述传动原理的实质是：用钢球5作行星轮，动盘2、定盘3作太阳轮，行星架6作系杆，以钢球与动盘2、定盘3间的摩擦传动代替齿轮的啮合传动来实现减速运动。所以说，行星钢球摩擦传动是由 $2K-H$ 型行星齿轮传动演化来的。

联。机架5和端盖10组成螺纹锁紧装置，给弹簧9'以轴向力。

串联式二级行星钢球摩擦传动的工作原理，如图13-2所示，主动轴1以等角速度 ω_1 带动轴套2与动盘3转动，靠高副B间的摩擦力，动盘3带动钢球4沿两片定盘7的工作表面运动，使钢球4作自转和公转的行星运动。钢球4靠行星架上的均布槽，将钢球4的公转运动传递给行星架8，完成了第一级减速。因为行星架8与第二级的动盘3'端面齿联接，所以动盘3'获得第一级减速后的低转速。动盘3'转动，靠第二级高副B间的摩擦力，带动钢球4'沿两片定盘7'的工作表面运动，使钢球4'作自转、公转的行星运动。钢球4'与活齿架8均布槽接触，使行星架8'获得钢球4'的公转运动，并通过齿形联轴器由输出轴11输送出去。于是串联式行星钢球摩擦传动完成了第二级转速变换。

封闭式二级行星钢球摩擦传动由一个差动式钢球摩擦传动和一个行星式钢球摩擦传动组成。我们在第二章中讨论过封闭式活齿传动的组成结构，所得结论也适用于行星钢球摩擦传动，即封闭式行星钢球摩擦传动有“包含主动件A封闭的P-S型传动”和“包含从动件B封闭的P-S型传动”两种结构型式。

包含主动件A封闭的P-S型行星钢球传动简称A封闭P-S传动。图13-3所示为A封闭P-S传动的组成原理图和运动简图。图中表示出A封闭P-S传动的原始机构 E_d 为差动式钢球摩擦传动，

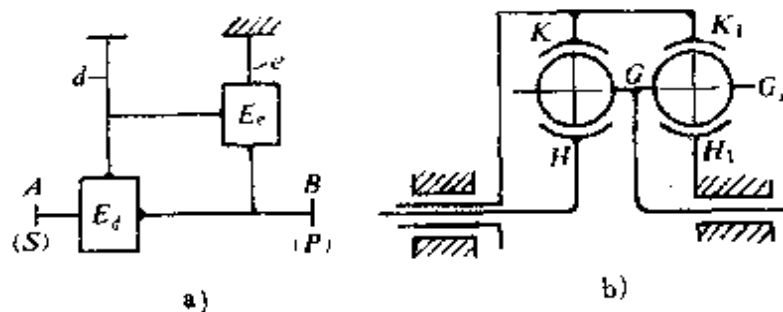


图13-3 A封闭P-S传动的组成原理图和运动简图

设内环H为主动件，行星架G为从动件，外环K为基本件，而封闭机构 E_c 为行星式钢球摩擦传动，设内环 H_1 与原始机构 E_d 的主

动件 H 固联，行星架 G_1 为固定件，外环 K_1 与原始机构 E_a 的外环 K 固联。

图13-4所示为根据图13-3b运动简图所形成的A封闭P-S传动结构简图。为保证封闭式行星钢球摩擦传动能传递一定的功率，封闭机构 E_c 的内外环 H_1 、 K_1 与钢球4之间和原始机构 E_a 的内环 H 、 K 与钢球7之间应具有足够的压力。压力的产生靠预紧装置。构件3、5以螺纹联接的形式组成了轴向预紧装置，它具有预紧、联接、防松、防紧功能。

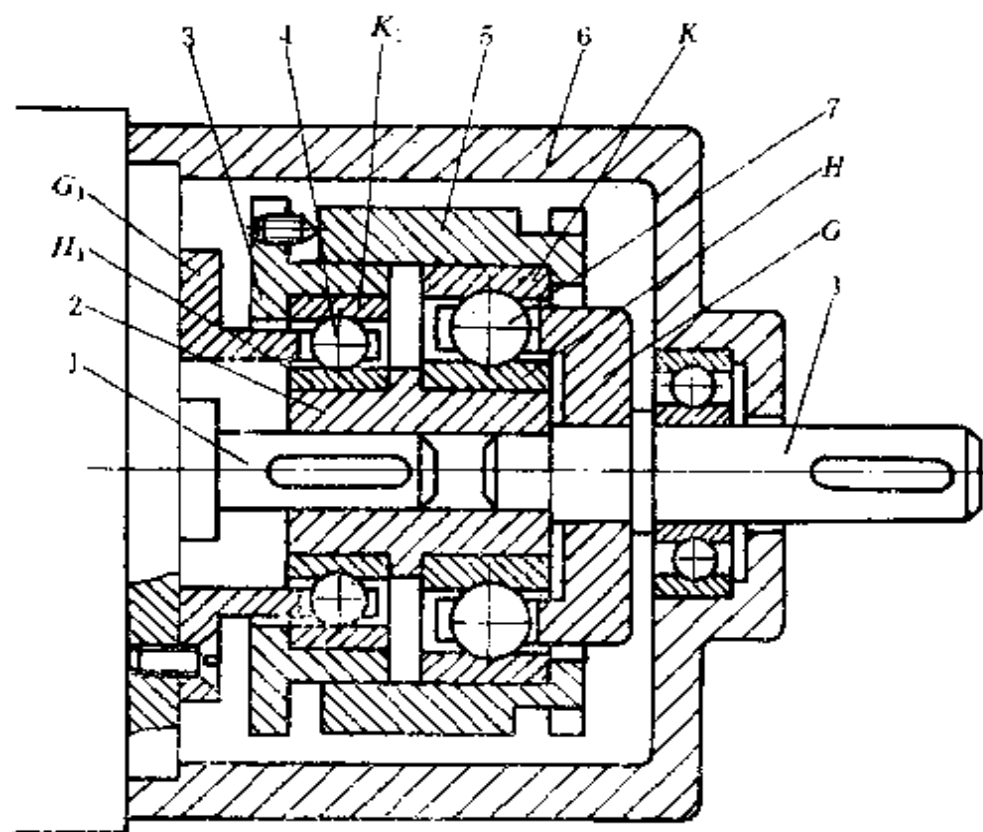


图13-4 A封闭P-S传动的结构简图

A封闭 P-S 行星钢球摩擦传动的工作原理 当主动轴1带动套筒2以匀角速度 ω_1 转动时，套筒2分两路将转动传递：1)使原始机构 E_a 的内环 H 获得匀角速度 ω_1 ；2)使封闭机构 E_c 的内环 H_1 与套筒2一起转动（靠过盈量）。因行星架 G_1 与机架6固联，受

其约束钢球4只能在活齿架 G_1 的均布槽中转动,同时靠摩擦力带动外环 K_1 实现低速转动。预紧装置将封闭机构和原始机构 E_a 的外环 K_1 、 K 联结在一起,所以外环 K 获得外环 K_1 同样的低转速。原始机构 E_a 的外环 K 和内环 H 的转速确定之后,行星架 G 的转速也随之确定。于是, A 封闭P-S行星钢球摩擦传动完成了转速变换。

包含从动件 B 封闭的P-S型行星钢球摩擦传动简称 B 封闭P-S传动。图13-5所示为 B 封闭P-S传动的组成原理图和运动简图。图中表示出 B 封闭P-S传动的原始机构 E_a 为差动式钢球摩擦传动,设内环 H 为主动件,行星架 G 为从动件,外环 K 为基本件 d ,而封闭机构 E_b 为行星式钢球摩擦传动,设内环 H_1 为固定件,外环

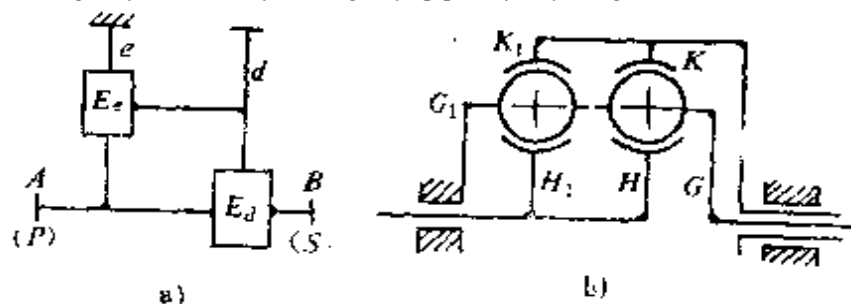


图13-5 B 封闭P-S传动的组成原理图和运动简图

K_1 与原始机构 E_a 的外环 K 固联,行星架 G 与原始机构 E_a 的行星架 G 固联。

图13-6所示为根据图13-5b运动简图所形成的 B 封闭P-S传动结构简图。图中,构件5、6以螺纹联接的形式组成了轴向预紧装置,具有预紧、联接、防松、防紧(靠定位螺钉实现)的功能,它将封闭机构 E_b 的内外环 H_1 、 K_1 与钢球4之间和原始机构 E_a 的内外环 H 、 K 与钢球7之间压紧,使其能够传递一定的功率。 B 封闭P-S传动要求原始机构和封闭机构的两内环 H_1 、 H 之间压紧后还要有相对运动,所以在它们之间加上一个推力球轴承9来满足这个要求。

B 封闭P-S行星钢球摩擦传动的工作原理 当主动轴1带动

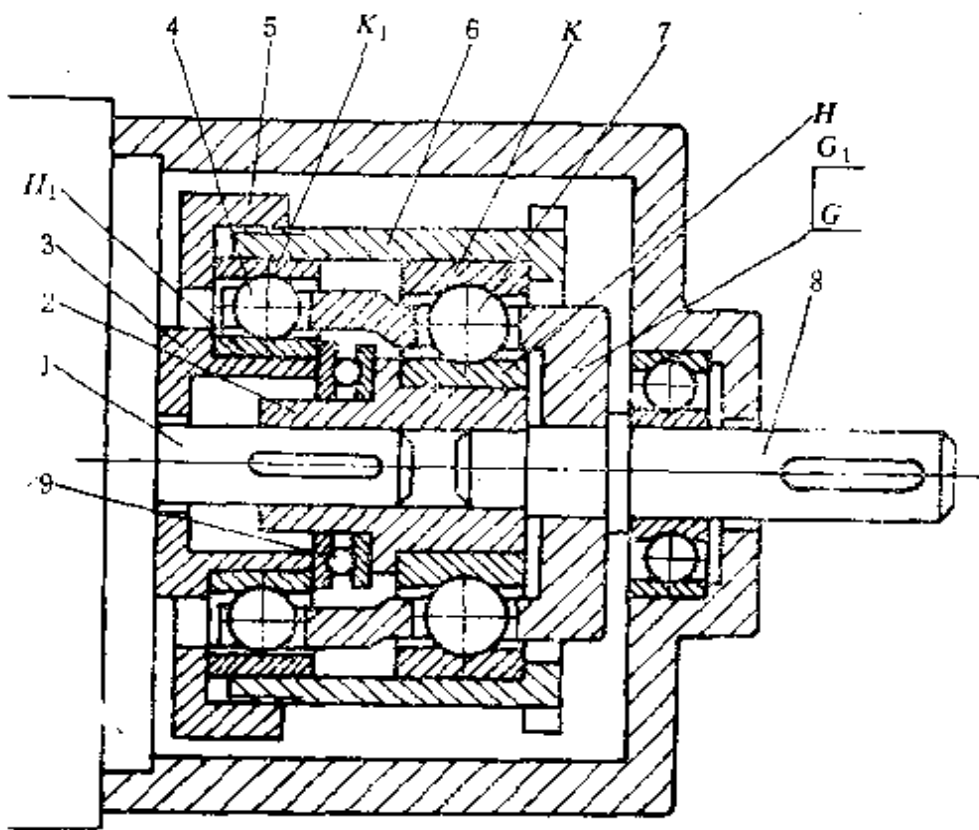


图13-6 B封闭P-S传动的结构简图

套筒2以匀角速度 ω_1 转动时，使原始机构 E_0 的内环H获得匀角速度 ω_1 。因为封闭机构 E_0 的内环 H_1 通过支承套3与机架固联，所以当钢球4沿着 H_1 的轨道滚动时，钢球4就获得自转和公转的复合运动。钢球4的公转运动由行星架C带动，钢球4自转

行星架6的接触点A、B、C处两高副元素的线速度相等，所以可以通过分析钢球5上A、B、C三点间的速度关系，找到内环2、外环3和行星架6间的角速度关系，进而推导出各种传动类型行星钢球摩擦传动的传动比方程式。为此，将图13-1所示的钢球5与外环3、内环2、行星架6组成的A、B、C三高副。图13-7为钢球5上A、B、C三点间的速度关系的轴向投影图。

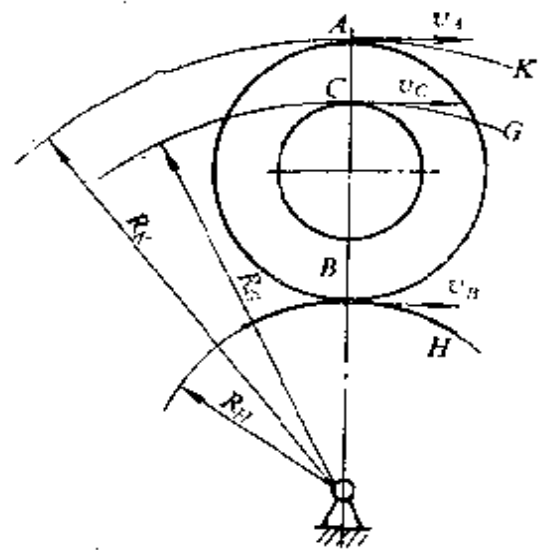


图13-7 钢球上A、B、C三点间速度关系图

1. 一级钢球摩擦传动传动比计算 设：图13-7中A、B、C三个高副接触点处的半径分别为 R_K 、 R_H 、 R_G ；外环K、内环H和行星架G的角速度分别为 ω_K 、 ω_H 、 ω_G 。

外环K、内环H和行星架G上接触点A、B、C处的线速度可表示为

$$\begin{cases} v_A = \omega_K R_K \\ v_B = \omega_H R_H \\ v_C = \omega_G R_G \end{cases} \quad (13-1)$$

钢球上接触点A、B、C处的线速度关系
当外环K固定：

$$\begin{aligned} v_B^K &= \omega(R_K - R_H) \\ v_C^K &= \omega(R_K - R_G) \end{aligned}$$

式中 ω ——钢球转动角速度。

所以钢球上B、C两点的速度关系为

$$\frac{v_B^K}{R_K - R_H} = \frac{v_C^K}{R_K - R_G} \quad (13-2)$$

当行星架G固定：

$$v_B^G = \omega(R_G - R_H)$$

$$v_A^G = \omega(R_K - R_G)$$

所以钢球上A、B两点的速度关系为

$$\frac{v_B^G}{R_G - R_H} = \frac{v_A^G}{R_K - R_G} \quad (13-3)$$

v_B^G 和 v_A^G 的方向相反。

当内环H固定:

$$v_A^H = \omega(R_K - R_H)$$

$$v_C^H = \omega(R_G - R_H)$$

所以钢球上A、C两点的速度关系为

$$\frac{v_A^H}{R_K - R_H} = \frac{v_C^H}{R_G - R_H} \quad (13-4)$$

v_A^H 和 v_C^H 的方向相同。

式(13-1)、式(13-2)联立,并注意到 $v_B = v_B^K$, $v_C = v_C^K$,可得到外环K固定的传动比方程式

$$\begin{cases} i_{HG}^K = \frac{\omega_H}{\omega_G} = \frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)} \\ i_{GH}^K = \frac{\omega_G}{\omega_H} = \frac{R_H(R_K - R_G)}{R_G(R_K - R_H)} \end{cases} \quad (13-5)$$

内环H和行星架G的转向相同。

式(13-1)、式(13-3)联立,并注意到 $v_B = v_B^G$, $v_A = v_A^G$,可得到行星架G固定的传动比方程式

$$\begin{cases} i_{HK}^G = \frac{\omega_H}{\omega_K} = \frac{R_K(R_G - R_H)}{R_H(R_K - R_G)} \\ i_{KH}^G = \frac{\omega_K}{\omega_H} = \frac{R_H(R_K - R_G)}{R_K(R_G - R_H)} \end{cases} \quad (13-6)$$

内环H和外环K的转向相反。

式(13-1)、式(13-4)联立,并注意到 $v_A = v_A^H$, $v_C = v_C^H$,可得到内环H固定的传动比方程式

$$\begin{cases} i_{GK}^H = \frac{\omega_H}{\omega_K} = \frac{R_K(R_K - R_H)}{R_G(R_G - R_H)} \\ i_{GK}^H = \frac{\omega_K}{\omega_G} = \frac{R_G(R_G - R_H)}{R_K(R_K - R_H)} \end{cases} \quad (13-7)$$

例13-1 已知图13-1行星钢球摩擦传动的尺寸：接触点B处的内环半径 $R_H = 22\text{mm}$ ，接触点C处的行星架半径 $R_G = 37\text{mm}$ ，接触点A处的外环半径 $R_K = 40\text{mm}$ 。外环K固定。试求内环H主动、活齿架从动的传动比 i_{HG}^K 。

解：由式(13-5)知

$$\begin{aligned} i_{HG}^K &= \frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)} = \frac{37 \times (40 - 22)}{22 \times (40 - 37)} \\ &= \frac{111}{11} \approx 10 \end{aligned}$$

差动钢球摩擦传动基本构件间的角速度关系 应用“相对角速度原理”和“转化机构理论”，可以求出内环H、外环K和行星架G三个转动件之间的角速度关系方程式

$$i_{(H-K)(G-K)}^{(K-K)} = \frac{\omega_H - \omega_K}{\omega_G - \omega_K} = \frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)} \quad (13-8)$$

式中 $i_{(H-K)(G-K)}^{(K-K)}$ ——转化机构的传动比。

2. 串联二级钢球摩擦传动传动比计算 将串联二级钢球摩擦传动划分为两个一级钢球摩擦传动，分别列出它们的传动比方程式，而后联立求解串联二级钢球摩擦传动总的传动比。例如，图13-2所示串联二级行星钢球摩擦传动，第一级为外环7固定、内环2主动、行星架8从动的一级钢球摩擦传动，其传动比 i_{28}^7 由式(13-5)所确定

$$i_{28}^7 = \frac{R_8(R_7 - R_2)}{R_2(R_7 - R_8)}$$

第二级为外环7'固定、内环3'主动、行星架8'从动的一级钢球摩擦传动，其传动比 $i_{3'8'}^{7'}$ 由式(13-5)所确定

$$i_{3',8'}^{7'} = \frac{R_{8'}(R_{7'} - R_{3'})}{R_{3'}(R_{7'} - R_{8'})}$$

因行星架 8 与内环 3' 固联, 故该串联二级钢球摩擦传动总传动比为

$$\begin{aligned} i_{28}^{7'} &= i_{28}^7 \cdot i_{3',8'}^{7'} \\ &= \frac{R_8(R_7 - R_2)}{R_2(R_7 - R_8)} \cdot \frac{R_{8'}(R_{7'} - R_{3'})}{R_{3'}(R_{7'} - R_{8'})} \end{aligned}$$

3. 封闭二级钢球摩擦传动传动比计算 在第三章中, 我们已经分析了封闭式二级活齿传动的传动比计算方法, 并得到了 A 封闭 P-S 型活齿传动的传动比方程式(3-25)和 B 封闭 P-S 型活齿传动的传动比方程式(3-26)。这些方程式对计算封闭二级钢球摩擦传动传动比也实用。现用实例说明方程式的应用方法。

例 13-2 在图 13-4 中, 已知封闭机构 $H_1G_1K_1$ 的尺寸 R_{H_1} 、 R_{G_1} 、 R_{K_1} 和原始机构 HGK 的尺寸 R_H 、 R_G 、 R_K 。试计算行星架 G_1 固定、内环 H 主动、行星架 G 从动的传动比 i_{HG}^G 。

解: 已知图 13-4 所示封闭式二级钢球摩擦传动的组成结构为“A 封闭 P-S 传动”类型。

根据式 (3-25) 则有

$$\begin{aligned} i_{HG}^G &= i_{AB}^d / i_{dA}^g (i_{AB}^d - 1) + 1 \\ &= i_{HG}^K / i_{K_1H_1}^{G_1} (i_{HG}^K - 1) + 1 \end{aligned}$$

由式 (13-5) 得

$$i_{HG}^K = \frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)}$$

由式 (13-6) 得

$$i_{K_1H_1}^{G_1} = \frac{R_{H_1}(R_{K_1} - R_{G_1})}{R_{K_1}(R_{G_1} - R_{H_1})}$$

于是

$$i_{HG}^G = \frac{\frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)}}{\frac{R_{H_1}(R_{K_1} - R_{G_1})}{R_{K_1}(R_{G_1} - R_{H_1})} \left[\frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)} - 1 \right]} + 1$$

例13-3 在图13-6中, 已知封闭机构 $H_1G_1K_1$ 的尺寸 R_{H_1} 、 R_{G_1} 、 R_{K_1} 和原始机构 HGK 的尺寸 R_H 、 R_G 、 R_K 。试计算内环 H_1 固定, 内环 H 主动、行星架 G 从动的传动比 $i_{HG}^{H_1}$ 。

解: 已知图13-6所示封闭式二级钢球摩擦传动的组成结构为“B封闭P-S传动”类型。

根据式(3-26)则有

$$\begin{aligned} i_{HG}^{H_1} &= i_{AB}^s = i_{AB}^d + i_{AB}^s(1 - i_{AB}^d) \\ &= i_{HG}^K + i_{K_1G_1}^{H_1}(1 - i_{HG}^K) \end{aligned}$$

由式(13-5)得

$$i_{HG}^K = \frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)}$$

由式(13-7)得

$$i_{K_1G_1}^{H_1} = \frac{R_{G_1}(R_{G_1} + R_{H_1})}{R_{K_1}(R_{K_1} - R_{H_1})}$$

$$\begin{aligned} \text{于是 } i_{HG}^{H_1} &= \frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)} + \frac{R_{G_1}(R_{G_1} - R_{H_1})}{R_{K_1}(R_{K_1} - R_{H_1})} \\ &\quad \times \left[1 - \frac{R_G(R_K - R_H)}{R_H(R_K - R_G)} \right] \end{aligned}$$

三、结构及性能分析

1. 结构型式和传动比的关系 由上述分析可知, 钢球摩擦传动的传动比最终是由内环 H 、外环 K 、行星轮 G 与钢球的接触点的向径值表示的, 而接触点的位置随啮合副的结构不同而变化, 所以说啮合副的结构和传动比有密切关系。

钢球摩擦传动啮合副有两种典型的结构:

无间隙啮合副 如图13-8a所示, 其尺寸特点是内环 H 的向径 R_H 不变, 而外环 K 和行星架 G 的向径 R_K 、 R_G 随接触表面倾斜的角度不同而变化。这样, 只要改变 A 、 C 两高副中的一个接触点的位置, 就可以改变机构的传动比。无间隙啮合副的结构特点是, A 、 B 、 C 三高副预紧后无侧隙, 形成“无回差”传动。

滚动轴承啮合副 如图13-8b所示, 其尺寸特点是高副C的接触点位置不变, 即 R_G 不变。而外环K和行星架G的向径 R_K 、 R_G , 预紧后随接触点的位置变化而变化。但无论怎样变化, 接

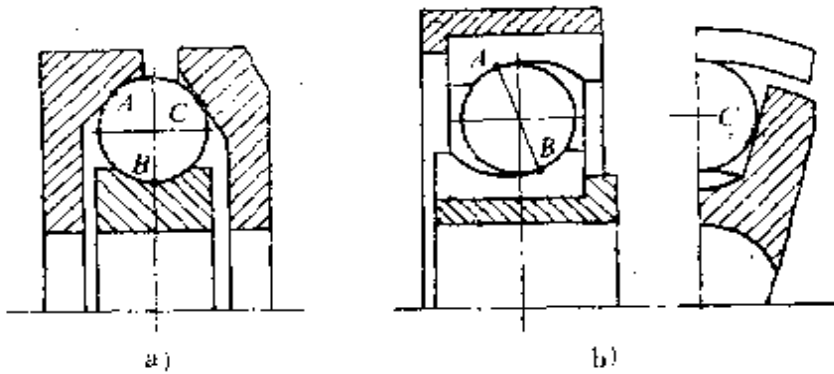


图13-8 钢球摩擦传动啮合副结构型式

触点A、B在通过钢球几何中心的直线上, 由图示几何条件知, 三接触点的向径尺寸 R_H 、 R_G 、 R_K 之间可以始终保持下式的关系

$$R_G = (R_K + R_H) / 2$$

这样, 滚动轴承结构的钢球摩擦传动的传动比方程就可以简化为 R_H 、 R_K 两个参数的函数。因为高副C不能实现无侧隙, 所以滚动轴承结构的钢球摩擦传动不具有“无回差”性能。

2. 钢球摩擦传动的特点 钢球摩擦传动的主要传动件为钢球及简单的回转体零件, 易获得满意的制造精度; 同轴输入输出, 安装联接方便, 没有复杂的箱体, 制造工艺简单。有过载保护的功能。瞬时传动精度高, 运转平稳无噪声, 特别适用于精密调节机构。

几何滑动和弹性滑动是无法消除的, 使钢球摩擦传动产生积累误差。啮合副的耐冲击抗振动的性能差。

第二节 零隙钢球传动

零隙钢球传动是80年代初期提出的一种利用轴承钢球和轴承垫圈滑滚接触代替齿轮轮齿啮合的新型钢球传动, 其啮合副及输

出机构的结构都具有“间隙调零”的功能，使该传动获得了“零回差”特性，所以在信息传递和方位控制工程中，零隙钢球传动受到特别的重视。

一、组成结构和传动原理

图13-9所示为零隙钢球传动的结构简图和运动简图。我们以图13-9a所示结构简图为例，分析零隙钢球传动的组成结构，定

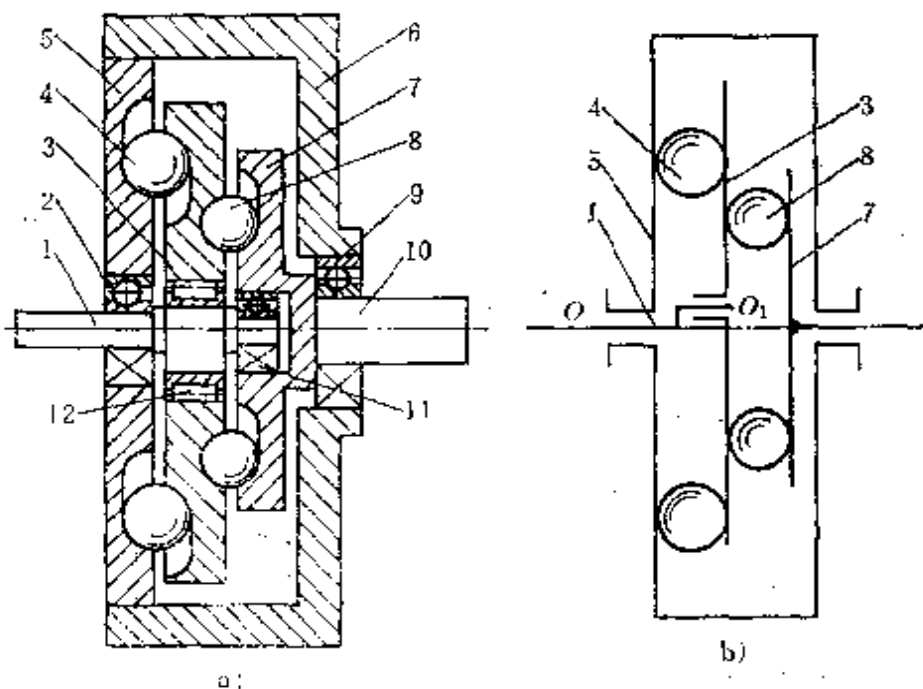


图13-9 零隙钢球传动的结构简图和运动简图

盘5的轴承2上装有主动轴1，盘3与主动轴1用轴承12联接，其左端面上有波数为 z_3 的封闭槽，定盘5的右端面上，具有波数为 z_5 的封闭槽，在动盘3、定盘5相交错区域内，装有循环钢球4；输出轴10和动盘7固联，通过轴承9支承在机架6上；在动盘3、7之间装有钢球8，组成钢球—环槽输出机构。

分析上述零隙钢球传动的组成结构可知：动盘3的封闭槽 z_3 、钢球4和定盘5的封闭槽 z_5 组成了零隙钢球传动啮合副，它相当于K-H-V型少齿差行星齿轮机构中的那对内齿轮副。由动盘3、7上的等分环形槽和钢球4组成的钢球—环槽输出机构，

相当于K-H-V机构中的V输出机构。所以说零隙钢球传动是由K-H-V型少齿差行星齿轮传动演化来的。

零隙钢球传动的工作原理 设图13-9a中的机架6固定。主动轴1以 ω_1 等速转动，其上的偏心盘带动动盘3作行星运动，动盘3上的封闭槽推动钢球4运动，钢球4在运动的过程中，受定盘5上的封闭槽的约束，反推动盘3以等角速度 ω_3 转动。动盘3的转动通过钢球8和动盘3、7组成的钢球—环槽输出机构，由从动轴10输出。

由零隙钢球传动的工作原理知，零隙钢球传动的连续传动是靠各对并联的啮合副交替工作来完成的，并且各个并联的啮合副从啮合开始到结束的工作过程完全相同。研究零隙钢球传动啮合副的组成特征，可以任选一个啮合副为研究对象。图13-10所示为零隙钢球传动的结构模型和等效机构。

结构模型表达出零隙钢球传动啮合副的组成特征：定盘5、钢球4和动盘3之间组成了A、B两个运动副，其中钢球4为二副件，它是联系定盘5和动盘3的桥梁。应用高低副替代原理，可以找到图13-9所示零隙钢球传动啮合副的低副等效机构——铰链四杆机构 OO_1CD ，如图中的粗线所示。铰链点D虽然是定盘5上的一个点，但它随着高副A的接触位置变化而变化，D点在定盘5上的轨迹，为定盘封闭曲线的渐屈线。因为构件CD的杆长 l_{CD} 是变化的，它是原动件 OO_1 转角 φ_1 的函数，即 $l_{CD} = f(\varphi_1)$ ，所以铰链四杆机构 OO_1CD 是零隙钢球传动的瞬时等效机构。

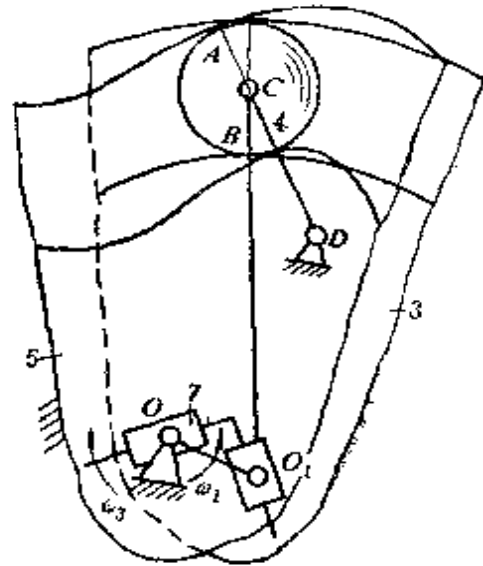


图13-10 零隙钢球传动的结构模型和等效机构

钢球—环槽输出机构的功能是将动盘3的转速 ω_3 从主轴O输

出。将钢球—环槽输出机构中的高副用低副代换后，可得到它的低副等效机构——平行四边形机构。我们可以用图中粗线画出的与其功能相同的双滑块机构来表示它。

应用零隙钢球传动的结构模型或应用它的低副等效机构来分析它的自由度及具有确定运动的条件会得到同样的结果：当定盘5与机架固联时，只要给定一个原动件，零隙钢球传动就可得到确定的运动。

零隙钢球传动的型分析 设盘3、5、7三个基本件都是运动的，则零隙钢球传动的自由度为2，称差动零隙钢球传动，它是零隙钢球传动的基础型，可以用来进行运动的合成与分解。如图13-9b所示。利用“固定件转换原理”分别将三个基本件固定，可得到三种自由度为1的零隙钢球传动，称行星零隙钢球传动。再利用主、从动件转换原理，可得到零隙钢球传动的六种传动方案，据此可设计出多种实用的零隙钢球传动的结构图。

为了扩大传动比范围或实现某种传动性能的要求，可以选用二级零隙钢球传动。图13-11所示为二级零隙钢球传动的结构简图和运动简图。

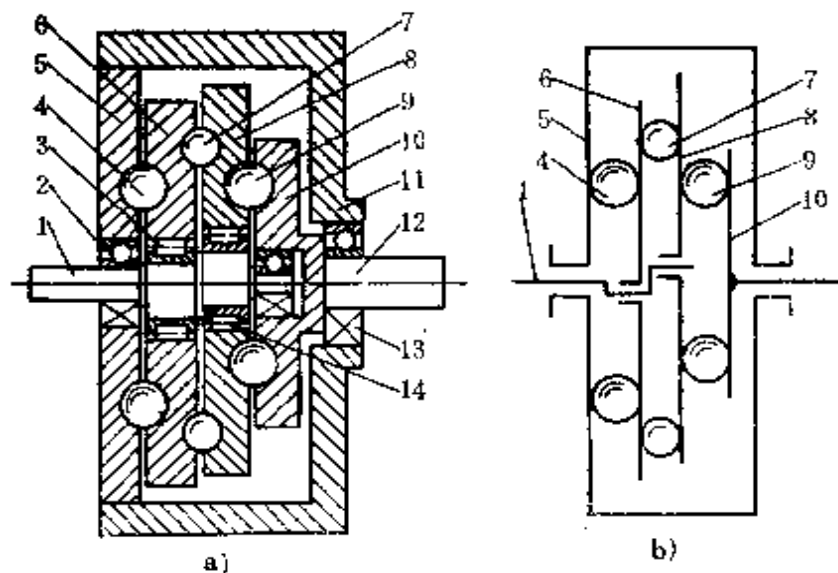


图13-11 二级零隙钢球传动的结构简图和运动简图

二级零隙钢球传动的组成结构 盘5的轴承2上装有主动轴

1, 盘6与主动轴1用轴承3联接, 其左端面上有波数为 z_6 的封闭槽; 盘5的右端面上, 具有波数为 z_5 的封闭槽, 在盘5、6相交错区域内, 装有循环钢球4; 盘8通过轴承14架在主轮1上, 盘6、8与钢球7组成“钢球—环槽输出机构”。盘8的右端面上, 具有波数为 z_8 的封闭槽, 盘10的左端面上, 具有波数为 z_{10} 的封闭槽, 在盘8、10相交错区域内, 装有循环钢球9, 与盘10固联的从动轴12, 支承在机架11的轴承13上。

二级零隙钢球传动的工作原理 主动轴1以等角速度 ω_1 转动, 与轴1固联的偏心轴带动盘6作行星运动, 盘6左端面上的封闭槽推动循环钢球4运动, 同时受盘5右端面上的封闭槽约束, 反推盘6以 ω_6 等速转动, 通过盘6、8和钢球7组成的“钢球—环槽输出机构”, 使盘8获得等角速度 ω_8 ; 盘8在作行星运动的过程中, 推动循环钢球9运动, 循环钢球9推动盘10, 通过从动轴将减速后的转动输出。

二级零隙钢球传动的型分析 设图13-11所示二级零隙钢球传动的机架11固定, 可知它是由两个一级行星零隙钢球传动, 由“钢球—环槽输出机构”串联组成的。第一级零隙钢球传动由偏心轴1、盘5、6和循环钢球4组成, 运动由轴1输入, 通过盘5、6和循环钢球4组成的第一个啮合副完成转速变换后, 运动通过盘6、8和钢球7组成的“钢球—环槽输出机构”输送给盘8。第二级由偏心轴1、盘8、10和循环钢球9组成, 运动由盘8、10和循环钢球9组成的第二个啮合副完成第二次转速变换后, 运动由盘10输出。

无“钢球—环槽输出机构”的二级零隙钢球传动 将图13-9所示一级零隙钢球传动中的盘3、7和钢球8组成的“钢球—环槽输出机构”改为第二级啮合副, 即在盘3右端面上具有波数为 z'_3 的封闭槽和盘7左端面上具有波数为 z_7 的封闭槽相交错区域内, 装入循环钢球8, 形成第二级啮合副, 便得到无“钢球—环槽输出机构”的二级零隙钢球传动。

无“钢球—环槽输出机构”的二级零隙钢球传动的工作原理 输入轴 1 以等角速度 ω_1 转动, 经过由盘 3、5 和钢球 4 组成的第一个啮合副减速后, 盘 3 获得低转速; 再经过由盘 3、7 和钢球 8 组成的第二个啮合副二次减速后, 盘 7 获得更低的转速并由输出轴输出。

无“钢球—环槽输出机构”的二级零隙钢球传动运动链短, 结构紧凑; 但偏心盘只有一个, 惯性力和工作阻力得不到平衡, 不能用于高速传动。为了解决平衡问题, 选用双偏心盘二级零隙钢球传动是适宜的。

二、运动学分析

一级零隙钢球传动的传动比计算 图 13-9 所示的一级零隙钢球传动是由 K-H-V 型少齿差行星齿轮传动演化成的, 盘 5 相当于固定内齿中心轮 K, 盘 3 相当于行星轮, 偏心轴相当于行星架 H “由盘 3、7 和钢球 8 组成的“钢球—环槽输出机构”即为等速输出机构 V。所以, 用求行星齿轮机构传动比的“转化机构法”, 即可求出零隙钢球传动的传动比 i_{13}^s 。

$$i_{13}^s = \frac{1}{1 - i_{35}} = \frac{z_5}{z_3 - z_5}$$

二级零隙钢球传动的传动比计算 图 13-11 所示的二级零隙钢球传动是由两个 K-H-V 型少齿差行星齿轮传动串联后演化成的。应用“转化机构法”可分别求出两个 K-H-V 型少齿差行星齿轮传动的传动比之后, 联立即可求出该二级零隙钢球传动总的传动比。

盘 5、6 和钢球 4 组成的第一级零隙钢球传动的传动比为 $i_{16}^s = \omega_1 / \omega_6 = z_6 / (z_6 - z_5)$, 由此得盘 6 和轴 1 的角速度关系

$$\omega_6 = \omega_1 (z_6 - z_5) / z_6 \quad (\text{a})$$

盘 8、10 和轴 1 的角速度关系, 可由差动轮系的角速度关系方程求得

$$\frac{\omega_8 - \omega_1}{\omega_{10} - \omega_1} = \frac{z_{10}}{z_8} \quad (b)$$

式(a)、式(b)联立,并考虑到 $\omega_8 = \omega_6$,经运算得二级零隙钢球传动的总传动比为

$$i_{1-10} = \frac{z_{10}z_6}{z_{10}z_6 - z_8z_8}$$

三、零回差结构分析

在精密测量仪器、高性能机器人、机械手、航天器和抛物面天线等传动机械中,要求在频繁的停止、正反过程中转角精度高,有回差的机械传动是无法胜任的。

齿轮传动装置的回差是:从输入轴开始反向回转到输出轴亦跟着反向回转的过程中,输出轴在转角上的滞后量。

应当指出,回差不仅在反向回转时有意义,在单向回转时,回差对运动链精度也有影响。例如,机械在单向回转过程中,当输出轴上受到一个与其回转方向一致的足够大的外力矩时,回差可能使其转角产生一个超前量;又如,机械在单向回转过程中,当输入轴突然减速时,若输出轴的惯性力矩足够大,回差也可能使其转角产生一个超前量。

齿轮传动中产生回差的主要原因是齿侧间隙和传动件的弹性变形。弹性变形引起的回差可以靠增加系统的刚度来解决。运动副的误差和磨损等引起的回差,可以用啮合副无侧隙结构和“消回差机构”来控制或减小。要想使机械系统获得“零回差”特性,就必须使传动机械从主动轴到从动轴之间各运动副的间隙都能够在运转过程中“调零”,即应使每个运动副都具有随时可以调整间隙的功能。例如,通过微调齿轮轴的位置,可使齿轮副获得紧密的双面啮合,从而达到消除(减小)回差的目的。“调整间隙机构”的功能是随时可以调整运动副的间隙,并且要求机构简单、调整方便。

零隙钢球传动从主动轴到从动轴之间的运动链,是由一组并

联啮合副和输出机构串联组成的。只有当零隙钢球传动的啮合副和输出机构都具有“调隙功能”时，它才能具有“零回差性能”。所以分析零隙钢球传动的零隙结构，要从分析组成零隙钢球传动运动链的啮合副和输出机构的零隙结构入手。

图13-12所示为零隙啮合副的剖面图，它表示图13-9所示零隙钢球传动一个啮合副的剖面结构。图中，定盘5和动盘3上两封闭槽的交错区中，放置一个钢球4； M_5N_5 、 H_5K_5 分别为定盘5封闭槽的外工作面 and 内工作面； M_3N_3 、 H_3K_3 分别为动盘3封闭槽的外工作面 and 内工作面。当主动件动盘3推动钢球4运动时，如图13-10零隙钢球传动的结构模型所示，钢球4分别与动盘3的内工作面 H_3K_3 在B点接触和定盘5的外工作面 M_5N_5 在A点接触。当动盘3拉动钢球4运动时，钢球4分别与动盘3的外工作面 M_3N_3 在B'点接触和定盘5的内工作面 H_5K_5 在A'点接触。这种运动副结构，只要时刻保证A、A'两点和B、B'两点同时接触，就能实现运动副的零

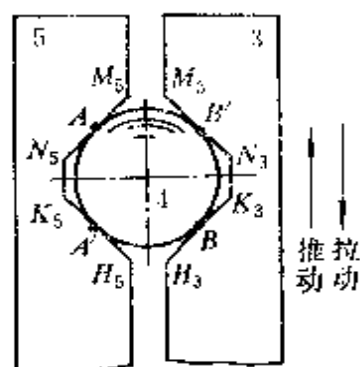


图13-12 零隙啮合副的剖面图

侧隙。我们称这种两点同时接触的运动副为“零隙运动副”。

为了保证“零隙运动副”的零隙或“零隙运动副”由于磨损、变形等原因出现间隙需要消除时，常采用“间隙防止装置”。间隙防止装置的功能是在零隙钢球传动工作的过程中，可以随时微量改变动盘3和定盘5的相对位置，从而达到消除间隙的目的。间隙防止装置的类型较多，可根据需要选择。

图13-13所示为预紧螺旋式间隙防止装置。螺旋M与机架组成螺旋副。转动螺旋M即可通过轴承精调输出轴的轴向位置，达到压紧零隙啮合副的目的，简单实用。

钢球一环槽输出机构 零隙钢球传动是由K-H型少齿差行星传动演化来的。相对主轴线有一个偏距 a 的动盘3相当于行星

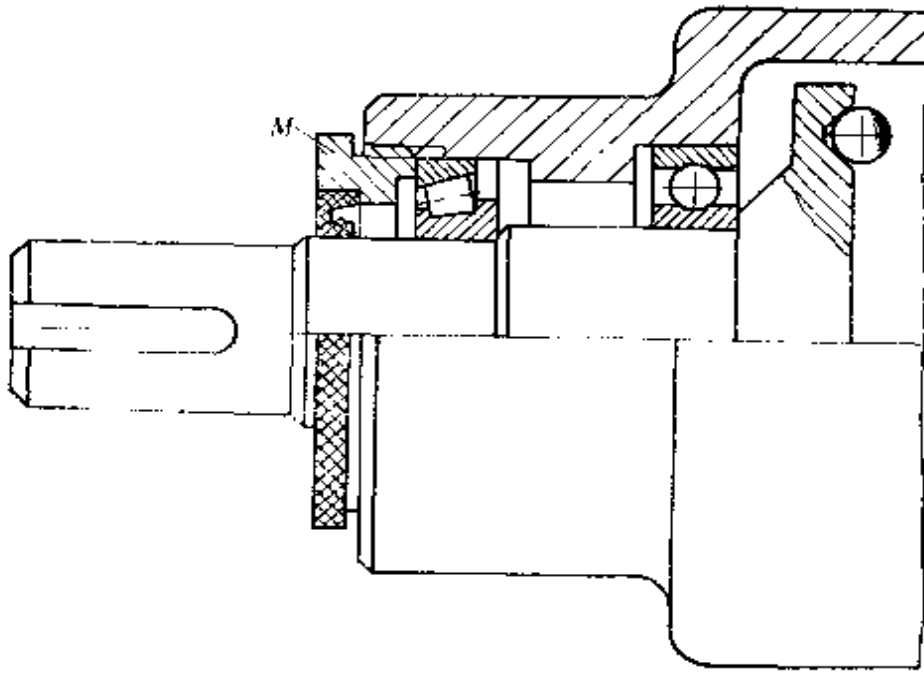


图13-13 预紧螺旋式间隙防止装置

轮。为了把行星轮的旋转运动由主轴线上输送出去，需要一个等速输出机构。我们在第十一章中已经讨论过销轴式、浮动盘式、滑块式和零齿差式输出机构，但是这些输出机构在通常的情况下都是有间隙的，如果采用这些输出机构会使零隙钢球传动的零回差性能丧失。

钢球—环槽输出机构是一种零隙输出机构，它由一个作行星运动的动盘3、一组钢球8和一个绕主轴线转动的输出盘7组成。如图13-9和图13-14所示。钢球—环槽等速输出机构的结构特点是：在动盘3的右侧面的圆周上，均布有数个(图中所示为四个)断面为半月状的环形槽，环形槽的几何中心为 O_3 。在与动盘3相对的输出盘7的右侧面上，均布有同样数量、同样结构的环形槽，其几何中心为 O_7 。在动盘3与输出盘7的环形槽相交错区域内，放置一组钢球8，这组钢球限制了动盘3和输出盘7之间的相对转动。

钢球—环槽输出机构的工作原理 由于输出盘7的转动轴 O_7 、

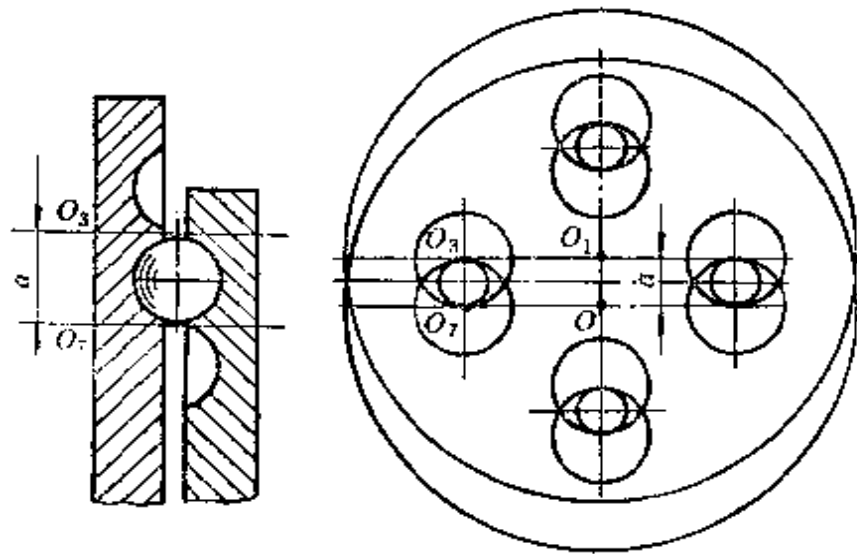


图13-14 钢球一环槽等速输出机构

环形槽几何中心 O_7 和动盘3的转动轴 O_1 、环形槽几何中心 O_3 形成了平行四边形机构 $OO_1O_3O_7$ ，所以动盘3的转动可以等角速度的传到输出盘7上。

动盘3和输出盘7之间轴向压紧后，钢球一环槽输出机构即可实现“零侧隙”。实施压紧的机构，应用压紧“零隙啮合副”的同一个“间隙防止装置”是合理的。

零隙钢球传动的啮合副和输出机构在“间隙防止装置”的调整下，可使运动链整体获得“零侧隙”，从而使零隙钢球传动具有“零回差”性能。

四、传动性能分析

零隙钢球传动除了具有上述非常重要的“零回差”传动性能外，还具有下述几点突出的传动特点和结构特点。

1. 传动效率高 减少齿轮啮合副的能耗损失是提高齿轮传动效率的重要途径，共轭齿廓滑动接触啮合使齿面磨损快而缩短了使用寿命，滚动接触啮合对减少齿面磨损是很理想的。研究结果表明，齿轮传动的共轭齿廓除选用瞬心线外，总存在一定程度的相对滑动。提高齿轮使用寿命的基本途径之一就是减少这种相对滑动。

图13-15所示为由动盘3、钢球4和定盘5组成的零隙钢球传动啮合副概念化模型。由相对运动原理知，当动盘3和定盘5作相对运动时，如A、B两高副都是纯滚动副，则接触点A在定盘5上的轨迹应等于接触点B在动盘3上的轨迹。当这两条轨迹不相等时，则表明A、B高副间存在相对滑动。相对滑动的大小，可用滑动率对其进行定量的数值分析。这里，我们仅作零隙钢球传动啮合效率的定性分析。

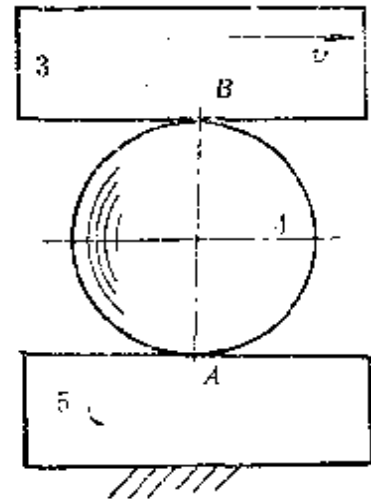


图13-15 啮合副的概念化模型

由图13-12所示啮合副的剖面图可知，A点在定盘5上的轨迹就是定盘5上的封闭曲线；B点在动盘3上的轨迹就是动盘3上的封闭曲线。如果两封闭曲线对应的波形曲线长度相等，则表明A、B两高副是纯滚动的。因为定盘5上封闭曲线的波数 z_5 和动盘3上封闭曲线的波数 z_3 由传动比 $i_{35}^s = z_3 / (z_3 - z_5)$ 所确定，传动比较大， $(z_3 - z_5)$ 为少齿差，波幅长相同，使两封闭曲线一个波的曲线长度相近，所以零隙钢球传动啮合副有较好的滚动性能。这是零隙钢球传动效率高的原因之一。

钢球一环槽输出机构的结构与啮合副的结构类似，钢球8和动盘3、7之间组成的两个高副也为纯滚动，这是零隙钢球传动传动效率高的原因之二。

2. 结构紧凑，惯性小、刚性大 “小型化”是当前齿轮技术发展的一项重要趋势。因为小体积加上大速比的齿轮副，具有结构紧凑，活动灵巧的特点及节约能耗和节省材料等显著经济效益，在当今世界能源越来越短缺，空间通道越来越拥挤的情况下更是如此。在零隙钢球传动中，钢球是二副件，这给啮合副的设计提供了较大的空间。啮合副的两盘，借助钢球紧密接触成为一体，刚性大。薄盘结构惯性小，可改善控制精度。钢球一环槽输

出机构在盘的端面上，不增加径向尺寸为机构的“小型化”创造了极好的条件。在狭窄坑道里使用的搅拌机的电车驱动减速器、动力铲的上部旋转用减速器、车辆风挡玻璃刮水器减速器、机器人的手腕及胳膊的驱动装置中，这种减速器可充分发挥其小型、重量轻的特点。尤其在石油钻探的井下工程中，“小型化”更具有突出的作用。“小型化”的减速机可以巧妙的安装在带式运输机的绞车卷筒中，这种内装减速装置广泛使用于船舶、工程机械用绞车及起重机上。

3. 重合度 ϵ 大，承载能力高 在图13-12中，由动盘3、定盘5和钢球4组成的A、B两高副，都是双面接触结构，动盘3在一个工作周期中，半周期推动钢球，半周期拉动钢球，钢球在推拉过程中都处于工作状态，所以零隙钢球传动的重合度 ϵ 等于钢球的数目 n ，因此零隙钢球传动的重合度 ϵ 要比同类型移动活齿传动的重合度 ϵ 大得多，这是零隙钢球传动承载能力高的原因之一。

零隙钢球传动啮合副由两个高副组成，钢球是二副件；而平面钢球传动啮合副由三个高副组成，钢球是三副件。把两种钢球传动啮合副进行比较可以看出，零隙钢球传动啮合副，省去了平面钢球传动的强度薄弱环节——保持架，这是零隙钢球传动承载能力高的原因之二。

4. 存在平衡问题 零隙钢球传动的动盘3为偏心轴结构，需解决回转质量的平衡问题。

第三节 螺旋钢球传动

螺旋钢球传动是一种空间型式的钢球传动。70年代初期出现，80年代得到迅速发展。螺旋钢球传动的径向结构十分紧凑，形成棒状体，用于井下石油钻探显示突出的优越性。机构能实现任意给定的传动比，可满足机械对特殊传动比的要求，理应得到工程界的重视。

一、组成结构和传动原理

图 13-16 所示为螺旋钢球传动的结构简图。我们以图示结构简图为例，分析一级螺旋钢球传动的组成结构：机架 4 的轴承 3、12 上，装有空心的输出轴 5；在输出轴 5 里侧的轴承 2、11 上，装有输入轴 1，输入轴 1 的外圆柱面上，具有螺旋角为 β_1 的螺旋槽 10；机架 4 的内圆柱面上，有螺旋角为 β_2 的螺旋槽 8 及钢球回路孔 7；输出轴 5 上具有等分的轴向导槽 9。在螺旋槽 10、8 和

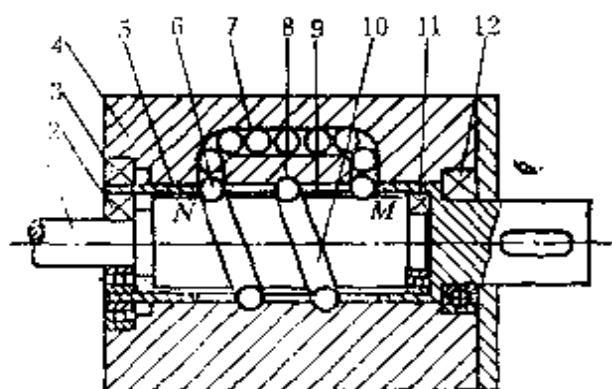


图 13-16 螺旋钢球传动的结构简图

导槽相交错区域内，装有循环钢球 6。显然，一级螺旋钢球传动由输入轴 1、输出轴 5、循环钢球 6 及机架 4 等四个基本构件组成。

一级螺旋钢球传动的传动原理 设机架 4 不动，当主动轴 1 以 ω_1 等速转动，其外圆柱面上的螺旋槽 10 推动在交错区域内的钢球 6 沿着从动轴 5 上的轴向导槽 9 移动，与此同时，钢球 6 又受机架 4 内圆柱面上的螺旋槽 8 的约束，反推从动轴 5 以 ω_2 等速转动，于是螺旋钢球传动完成了一级转速变换运动。当钢球 6 完成了一个工作循环后，就由回路孔 7 顺序地返回工作起始位置。图 13-16 所示为回路孔 7 设计在机架 4 上的结构，称外循环螺旋钢球传动。回路孔 7 还可以设计在输入轴 1 上，如图 13-17 所示，称内循环螺旋钢球传动。内循环螺旋钢球传动的明显优点是径向结构更加紧凑。

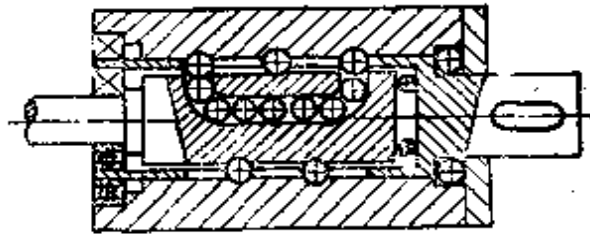


图13-17 螺旋钢球传动的内循环结构

由上述传动原理知：螺旋钢球传动是靠输出轴 5 上的轴向导槽、输入轴 1 上的外螺旋槽和机架 4 上的内螺旋槽相交错区域内与钢球 6 形成多个啮合副来传递运动的。由于各个啮合副从啮合开始到啮合结束的工作过程完全相同，所以可以任选一个啮合副来分析、研究螺旋钢球传动啮合副的组成特征和运动传递过程。

螺旋钢球传动机构是空间机构。研究空间齿轮机构，“齿轮啮合原理”已经提供了多种有效的分析方法；但在说明概念时，用平面图形表示有时却是很简明的。我们把螺旋钢球传动的一个啮合副展成平面，经整理就得到图 13-18 所示的螺旋钢球传动啮合副的结构模型。螺旋钢球传动的输入轴 1 和输出轴 5 在钢球 6 几何中心的圆周上的线速度，可用图 13-18 所示展开图中的平移速度可用 v_1 、 v_2 表示，于是有

$$v_1 = \omega_1 R, \quad v_2 = \omega_2 R$$

式中 R ——钢球 6 的几何中心到主轴线的距离；

ω_1 、 ω_2 ——分别为输入轴 1 和输出轴 5 的角速度。

可以看出：螺旋钢球传动啮合副是由钢球 6 与机架 4 的内螺旋槽、输入轴 1 的外螺旋槽和输出轴 5 的轴向导槽形成的 A 、 B 、 C 三个高副组成的。当速度 v_1 、 v_2 方向改变时，则三个高副为 A' 、 B' 、 C' 。螺旋钢球传动的传动性能与这三个高副的结构特征有

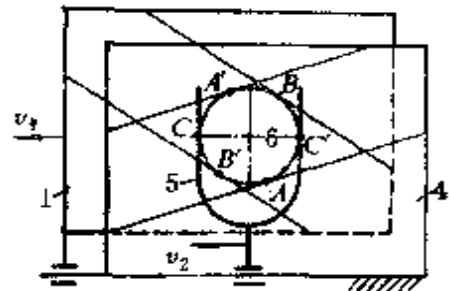


图13-18 螺旋钢球传动啮合副的结构模型

密切关系。

二、运动学分析

自由度及具有确定运动的条件 利用图 13-18 所示啮合副的结构模型，可以计算螺旋钢球传动的自由度。设螺旋钢球传动的机架 4 (图 13-16)、输入轴 1、输出轴 5 和钢球 6 都是运动的，输入轴 1 与输出轴 5 组成转动副，机架 4 与输出轴 5 组成转动副，钢球 6 的轮廓分别与机架 4 的螺旋槽、输入轴 1 的螺旋槽和输出轴 5 的轴向导槽组成高副 A 、 B 、 C ，钢球 6 具有一个局部自由度，则螺旋钢球传动的自由度 F 为

$$F = 3n - 2P_L - P_H - \text{局部自由度数}$$

$$= 3 \times 4 - 2 \times 2 - 3 - 1 = 2$$

这是一个差动螺旋钢球传动，给定两个原动件，机构才能获得确定的运动，因此该机构可用来进行运动的合成与分解。

当把螺旋钢球传动中的机架 4、输入轴 1 和输出轴 5 之一固定，或把它们中的任意两个以某种方式封闭，则可以获得自由度为 1 的机构，通常用来减速或升速。

传动比计算 为计算输入轴 1 和输出轴 5 之间的传动比，画出图 13-19 所示螺旋钢球传动啮合副各元素间的相对关系线图，如图 13-19 所示。图中 MI 直线是输入轴 1 外表面螺旋槽 10 的中心线； S 直线是机架 4 内表面螺旋槽 8 的中心线； MO 直线是输出轴 5 上的轴向导槽 9 的中心线。则钢球 6 位于 MI 、 S 及 MO 三条直线的交点 P 处。

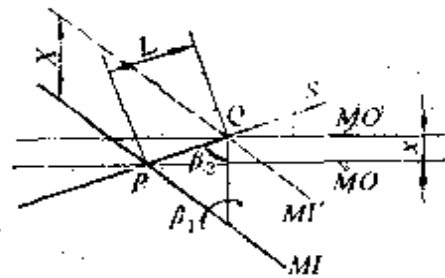


图 13-19 啮合副各元素间的相对位置关系线图

机架 4 不动即图 13-19 中的 S 直线不动。当输入轴 1 相对于机架 4 转过 φ_1 角时，则相当于输入轴 1 上的 MI 直线轴向移动距离 $X = \varphi_1 R$ ，螺旋槽 10 的中心线从 MI 移到 MI' ，则螺旋槽 10 与螺旋槽 8 的交点 P 处的钢球 6 由 P 点沿输出轴 5 的轴向导槽 9 移动

到Q点。同时，输出轴5在钢球6的推动下，其上的轴向导槽9从MO移动到MO'，移动的距离为 $x = R\varphi_2$ ，此时，螺旋钢球传动的输入轴1和输出轴5的传动比 i_{12} 可由图13-19所示几何关系，并考虑到 $(\varphi_1/\varphi_2) = (X/x)$ ，经推导得到

$$\frac{PH}{X-x} = \operatorname{tg}\beta_1, \quad \frac{PH}{x} = \operatorname{tg}\beta_2$$

$$(X-x)\operatorname{tg}\beta_1 = x\operatorname{tg}\beta_2$$

故

$$i_{12} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{X}{x} = \frac{\operatorname{tg}\beta_2}{\operatorname{tg}\beta_1} + 1 \quad (13-9)$$

式(13-9)表明，只要改变输入轴1和机架4上螺旋槽的螺旋角 β_1 、 β_2 ，螺旋钢球传动即可获得任意给定的传动比。例如，给定输入轴1的螺旋角 $\beta_1 = 8^\circ$ ，要求螺旋钢球传动实现传动比 $i_{12} = 20$ ，试求机架4螺旋槽的螺旋角 β_2 。由式(13-9)得

$$\beta_2 = \operatorname{arc\,tg}[(i_{12} - 1)\operatorname{tg}\beta_1] = \operatorname{arc\,tg}[19\operatorname{tg}8^\circ] = 69.47^\circ$$

显然，螺旋钢球传动能够实现的传动比范围，受输入轴1、机架4上螺旋槽的螺旋角 β_1 、 β_2 的加工工艺和径向尺寸R的限制。如果想获得大的传动比，可采用二级螺旋钢球传动。

二级螺旋钢球传动通常由两个一级螺旋钢球传动径向串联或轴向串联组成。轴向串联的特点是保持了径向尺寸紧凑的特点，但轴向尺寸加大；径向串联的特点是保持轴向尺寸不变，但失去了径向尺寸紧凑的特点。二级螺旋钢球传动的传动比等于组成该二级传动的两个一级螺旋钢球传动传动比的连乘积，有

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{34} = \left(\frac{\operatorname{tg}\beta_2}{\operatorname{tg}\beta_1} + 1 \right) \cdot \left(\frac{\operatorname{tg}\beta_4}{\operatorname{tg}\beta_3} + 1 \right) \quad (13-10)$$

三、传动性能分析

连续传动条件 螺旋钢球传动是靠各个啮合副的交替工作来完成运动传递的，所以要研究一个啮合副的工作过程和各个啮合副间的工作接替关系。因为钢球6是联系啮合副其余三个基本构

件的桥梁，所以一个啮合副的工作过程可以用啮合副中的钢球进入啮合及退出啮合的工作过程来描述。如图13-16所示，设钢球6在机构的右端端部M点时为起始位置。传动开始时，钢球6立即进入啮合，它沿着输出轴的轴向导槽向左移动，移动过程即为钢球的工作过程，当钢球6运动到输出轴的轴向导槽的左端端部N点时，钢球6的工作过程结束。因为机架4上设计有钢球回路孔7，钢球6便从回路孔的左侧进入回路孔中。因为回路孔中排满了钢球，所以当钢球6强制进入回路孔时，便从回路孔的右侧挤出一个钢球，进入到输出轴的轴向导槽9中，于是一个新的啮合副便进入啮合过程。这样，一个啮合副进入啮合的同时，另一个啮合副便退出啮合，如此反复循环，使输出轴5连续回转。由此可知，螺旋钢球传动的连续传动条件是：螺旋钢球传动工作的每一瞬时，都应保证最少有一个钢球参加啮合。

重合度 ε 计算 螺旋钢球传动工作时，同时参加啮合的钢球数称为螺旋钢球传动的重合度，用符号 ε 表示。它既是传动平稳性指标，又是承载能力大小的标志。由螺旋钢球传动啮合副的结构所决定，只有输入轴1的螺旋线、机架4的螺旋线和输出轴5的轴向导槽相交错的区域里才能安装下钢球6，故在螺旋钢球传动的有效工作长度内，可安装的钢球数的最大值，即为重合度的最大值 ε_{max} 。

设：输入轴1外螺旋线的螺距为 P_1 ，机架4内螺旋线的螺距为 p_2 ，并且 $p_1 > p_2$ ；两螺旋线的轴向工作长度为 l ，钢球回路孔要求 l/p_1 为整数，则两螺旋线的交点数可用绘制螺旋线展开图的方法求出。如图13-20所示。当输出轴5的轴向导槽数 K_1 按两螺旋线的交点在圆柱母线方向的排数选取时，称 K_1 为理论导槽数。在这种情况下，两螺旋线的交点数即为螺旋钢球传动的重合度最大值

$$\varepsilon_{max} = \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 p_2} \right) l \quad (13-11)$$

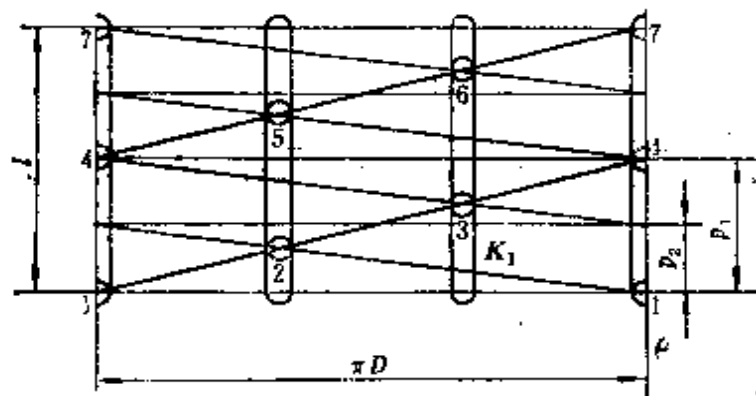


图13-20 螺旋线交点展开图

但为增加输出轴的强度和刚度，输出轴上的导槽不宜过多，工程实践中选取的输出轴实际导槽数 K_2 可小于理论导槽数 K_1 ，导槽数削减方法，可按活齿传动“抽齿”规律进行，故螺旋钢球传动的实际重合度为

$$\varepsilon = \frac{K_2}{K_1} \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 p_2} \right) l \quad (13-12)$$

例13-4 已知一螺旋钢球传动的基本参数：输入轴螺旋线的螺距 $p_1 = 40\text{mm}$ ，机架上固定内螺旋线的螺距 $p_2 = 20\text{mm}$ ，两螺旋线轴向有效工作长度 $l = 80\text{mm}$ 。求螺旋传动的重合度 ε 。

解：选用输出轴导槽数为理论值 K_1 。将已知参数 p_1 、 p_2 、 l 代入式(13-11)得

$$\varepsilon = \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 p_2} \right) l = \left(\frac{40 + 20}{40 \times 20} \right) \times 80 = 6$$

图13-20所示为本例的展开图，从图中可以看出：输出轴的理论导槽数 $K_1 = 3$ 。分析导槽数形成规律，可总结出理论导槽数 K_1 的方程式

$$K_1 = \frac{p_1}{p_2} + 1 \quad (13-13)$$

第十四章 二齿差活齿传动

激波器的波幅为二的活齿传动称双相凸轮式活齿传动，因为中心轮和活齿轮的齿数差为 $z_K - z_G = \pm 2$ ，所以习惯上又称二齿差活齿传动，它是活齿传动的一种新形式。我国目前已开发出的活齿传动多属于一齿差活齿传动范畴，其激波器的波幅为一。激波器采用偏心圆凸轮，其上的转臂轴承为径向止推轴承。一齿差活齿传动具有工艺简单、传动比大、承载能力强和传动效率高等优点。缺点是单相激波器的质心不在回转轴上，高速转动时产生较大的惯性力，并承受单向工作载荷。为平衡惯性力和单向载荷，激波器总是采用双排结构。但激波器采用双排结构后，也带来了附加力偶、轴向尺寸增加、装配难度加大、实现小传动比困难等问题。二齿差活齿传动的结构特点是：激波器采用单排双相凸轮。激波器自身质量完全平衡，双向工作载荷相互平衡，传动比范围扩大，产品小型化，扩大了活齿传动的应用范围。

第一节 组成结构及传动原理

一、组成结构

图14-1所示为二齿差组成结构简图。它由双相激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 组成：双相激波器 H 与高速轴固联，激波器轮廓外均布一组径向移动的活齿，各活齿与活齿轮 G 的径向导槽组成并联的移动副，同时各活齿又与中心轮 K 的齿廓组成高副，上述各构件组成一个可用作减速、增速或转速合成或分解的传动装置。

双相激波器 H 的结构特点是：激波器由双相凸轮和柔性轴承

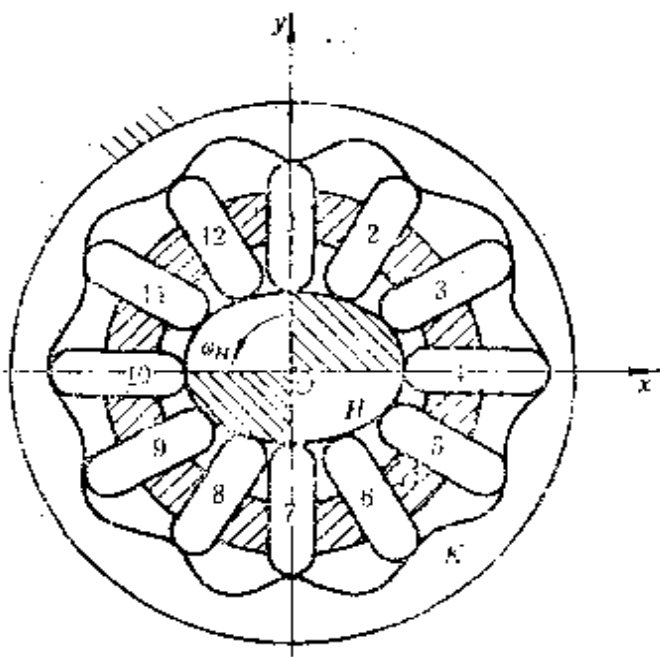


图14-1 二齿差活齿传动
组成结构简图

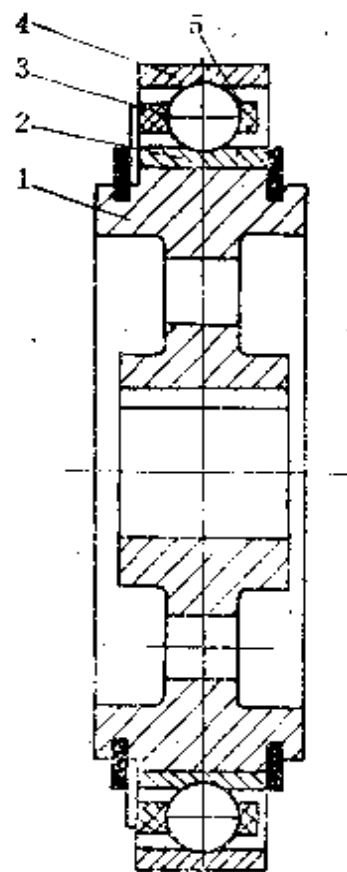


图14-2 双相激波器
的结构简图

组成。如图14-2所示。双相凸轮1是一个两个波幅 180° 布置的盘状凸轮，由于两个波幅对称，所以质心位于回转中心上，转动时不会产生离心惯性力，故激波器本身是平衡的。

双相激波器的受力特点：双相凸轮的两条升程曲线所确定的两个啮合区是轴对称的（由图14-1中双相凸轮上两阴影区所表示），作用在激波器上的载荷大小相等、方向相反，相互抵销，所以活齿传动无论是单排结构还是双排结构，双相激波器的受力都是平衡的，因此活齿传动的结构设计不受附加力偶的约束。

对于活齿、中心轮高副为共轭齿形的二齿差活齿传动，双相凸轮轮廓为可以选择的已知条件，应从工艺性出发选择那些可以在通用机床上容易加工出来的曲线；对于活齿、激波器高副为共轭齿形的二齿差活齿传动，由齿形综合反解知，双相凸轮轮廓是较

复杂的曲线，属凸轮廓线形成问题，一般用通用机床无法加工。

柔性轴承是一个内外圈壁厚甚薄的径向止推轴承，它由内圈2、外圈4、滚动体3和保持架5组成，如图14-2所示。当双相凸轮1嵌入柔性轴承组成激波器时，柔性轴承随双相凸轮的廓线形状而产生强制变形，其外圈轮廓形成所要求的双相激波器的轮廓，因此，激波器轮廓尺寸，只能按柔性轴承系列化外径尺寸选取，进行激波器结构设计时要考虑这个特点。

由柔性轴承的工作原理知：当主动件双相凸轮带动柔性轴承高速转动时，柔性轴承的内圈2与双相凸轮同步高速转动，而外圈4被迫发生频率是高速轴转速 n_H 两倍的弹性变形。柔性轴承的变形量受保持架5的结构尺寸约束和轴承外圈4的疲劳强度的约束。疲劳试验表明，柔性轴承的寿命随径向变形量的增加而缩短，当最大径向变形量超出柔性轴承的许用值及传动比较小时，寿命的缩短尤为严重。其次，柔性轴承各受力点的工作次数多，等于普通轴承工作次数乘以激波器的波幅数，受力状态恶劣，所以开发二齿差活齿传动的薄弱环节是柔性轴承。柔性轴承寿命的提高有待柔性轴承技术的进一步发展。

二、传动原理

利用图14-1可以分析二齿差活齿传动的传动原理：设中心轮 K 固定，当双相凸轮 H 以匀角速度 ω_H 逆时针转动时，它同时推动处于两个啮合区里的1、2、3和7、8、9号活齿沿着活齿架上的各自的径向导槽移动；由于这些活齿与固定中心轮 K 对应的工作齿廓接触，形成并联的高副，在这些高副的约束下，各工作活齿反推活齿架使活齿轮 G 获得匀角速度 ω_G 的逆时针转动。而处于两个非啮合区里的4、5、6和10、11、12号活齿，在活齿轮 G 的径向导槽反推作用下，沿着中心轮 K 的非工作齿廓移动，顺序地返回各自的工作起始位置。于是，二齿差活齿传动完成了固定传动比 $i_{HG} = \omega_H/\omega_G$ 的转速变换和功率的传递。

第二节 二齿差活齿传动运动学

一、传动比计算

二齿差活齿传动的传动比，定义为双相激波器 H 、活齿轮 G 和中心轮 K 三个基本构件中任意两件实际角速度之比。例如， i_{HG}^K 表示二齿差活齿传动的中心轮 K 固定，激波器 H 主动，活齿轮 G 从动时的传动比。

传动比的数值可以用“相对角速度法”求出。例如，应用相对运动原理，给图14-1所示二齿差活齿传动附加一个与激波器 H 的角速度 ω_H 大小相等、方向相反的转动，则得到二齿差活齿传动的转化机构——定轴内齿轮副。在转化机构中，各基本构件的角速度列于表3-1中，则活齿轮与中心轮的传动比可表示为

$$i_{GK}^H = (\omega_G - \omega_H) / (\omega_K - \omega_H) = z_K / z_G \quad (14-1)$$

式(14-1)称二齿差活齿传动基本构件角速度关系方程式，它表示激波器 H 、活齿轮 G 、中心轮 K 之间的运动关系。应用式(14-1)及主从动件转换原理，分别固定内齿中心轮 K 、活齿轮 G 和激波器 H ，可得到三种传动方案、六种传动形式的传动比。传动比方程与表3-1中列出的相同，查用时注意二齿差活齿传动的中心轮和活齿轮的齿数差 $z_K - z_G = \pm 2$ 即可。

二、从动轮转向的确定

二齿差活齿传动从动轮的转向，用主动件与从动轮的转向相同或相反来描述。判断的方法是：当主动件的转向确定以后，从动轮的转向由中心轮的工作齿廓在哪一侧来确定。如图14-1中的3号啮合副，活齿外端齿形与中心轮齿廓在 K 点接触。由传动原理知，主动件激波器 H 与活齿轮 G 的转向相同。已经找到这样的规律：当 $z_G > z_K$ ，主动件与从动轮的转向相同；当 $z_G < z_K$ ，主动件与从动轮的转向相反。

同样可以用“转角分析法”计算二齿差活齿传动的传动比和

确定从动轮的转向。下面结合例题说明该方法的应用。

例14-1 试计算图14-1所示二齿差活齿传动的传动比 i_{HG}^K ，并确定从动件活齿轮 G 的转向。

解：1) 相对角速度法求传动比

如图14-1所示，已知：中心轮 K 固定， $z_K = 10$ ， $z_G = 12$ 。由式(3-15)知，激波器 H 主动、活齿轮 G 从动的传动比为

$$i_{HG}^K = z_G / (z_G - z_K) = 12 / (12 - 10) = 6$$

因求出的传动比为正值，所以激波器 H 和活齿轮 G 的转向相同。

2) 转角分析法求传动比

因为中心轮齿数 z_K 小于活齿轮齿数 z_G ，激波器 H 到活齿由最低位置推到最高位置的转角为顺时针转 $\varphi_H = \frac{\pi}{2} + \varphi_G$ ；推动活齿轮 G 顺时针转 $\varphi_G = \pi / z_K$ ，则激波器 H 主动、活齿轮 G 从动的传动比为

$$\begin{aligned} i_{HG}^K &= \varphi_H / \varphi_G = \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{z_K} \right) / (\pi / z_K) = \frac{z_K + 2}{2} \\ &= \frac{z_G}{2} = \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

激波器 H 与活齿轮 G 转向相同。

第三节 二齿差活齿传动的齿形综合

一、齿形综合正解

利用图14-3所示二齿差活齿传动的结构模型来研究二齿差活齿传动的齿形综合问题。

选定条件运动副活齿内端、激波器高副 B 两运动副元素曲线 \tilde{G}_2 、 \tilde{H} ，并给定共轭齿形活齿外端、中心轮高副 A 两运动副元素曲线 \tilde{G}_1 、 \tilde{K} 中的一个时，则中心轮齿形曲线 \tilde{K} （或活齿外端齿形曲线 \tilde{G}_1 ）为激波器 H 和活齿轮 G 在共轭运动 $i_{HG}^K = z_G / (z_G - z_K)$ 条件下，活齿外端齿形曲线 \tilde{G}_1 （或中心轮齿形曲线 \tilde{K} ）的包络。此为二齿

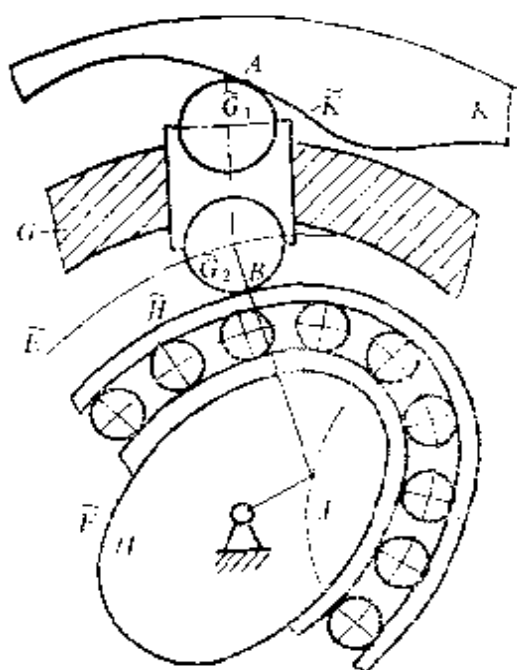


图14-3 二齿差活齿传动的结构模型

差活齿传动齿形综合正解。

1. 齿形综合正解的已知条件 双相凸轮的轮廓曲线。常常从双相凸轮轮廓的工艺性或机构要求实现的传动性能出发，直接选用双相对称的常用曲线，它们是：

双偏心圆弧曲线 如图14-4a所示，其极坐标方程为

当 $0 < \varphi < \frac{\pi}{2} - \mu$ 时， $\mu = \arctg(e/r)$

$$\rho = e \cos \varphi + (r^2 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \quad (14-2)$$

当 $\frac{\pi}{2} - \mu < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ 时

$$\rho = r / \sin \varphi \quad (14-3)$$

余弦曲线 如图14-4b所示，其极坐标方程为

$$\rho = 0.5d + w \cos \varphi \quad (14-4)$$

标准椭圆曲线 如图14-4c所示，其极坐标方程为

$$\rho = ab / (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{1/2} \quad (14-5)$$

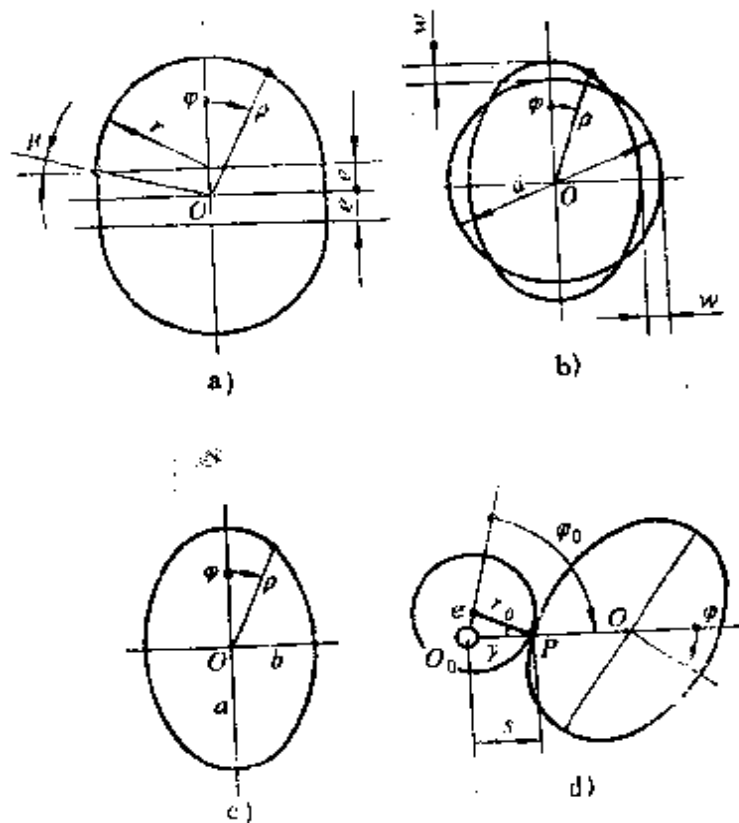


图14-4 双相凸轮常用轮廓曲线

式中 a 、 b ——分别为椭圆的长半轴和短半轴。

令 R_n 为柔性轴承之内圆半径，则长半轴为

$$a = R_n + w \quad (a)$$

短半轴 b ，则可根据凸轮周长与柔性轴承内孔周长相等的条件确定，有

$$b = \frac{1}{9} [12R_n - 7a + 4(3aR_n - 2a^2)^{1/2}] \quad (b)$$

在工程实践中，如近似取

$$b = 2R_n - a = R_n - w \quad (c)$$

已足够准确。

双相类摆线 如图 14-4d 所示，双相类摆线是在满足运动规律 $i_{12} = (\omega_1/\omega_2) = 2$ 条件下，绕固定轴 O 转动的偏心圆的包络。应用齿轮啮合原理的运动学法，可以求出双相凸轮的准确方程。在生产实际中，双相凸轮曲线的选择总是与加工工艺密切相合的。

工程上常取 $r_0 = r_b/2$ ，这时发生圆与双相凸轮在任何位置的接触点，用 P 点来近似已足够精确，由几何关系知

$$e \sin \varphi_0 = r_0 \sin \gamma$$

而
$$\cos \gamma = (1 - \sin^2 \gamma) = \left[1 - \frac{e^2}{r_0^2} \sin^2 \varphi_0 \right]^{1/2}$$

于是，考虑到凸轮转角 φ 与发生圆的转角 φ_0 的关系 $\varphi_0 = 2\varphi$ ，接触点到偏心圆转动中心的距离

$$s = e \cos 2\varphi + (r_0^2 - e^2 \sin^2 2\varphi)^{1/2}$$

将上式中后一项展成级数，取前两项，并考虑 $a = r_b + r_0$ ，则双相类摆线极坐标方程为

$$\rho = r_n - e \left(\cos 2\varphi - \frac{e}{2r_0} \sin^2 2\varphi \right) \quad (14-6)$$

式中 e, r_0 ——偏心圆的偏距及几何半径；

r_n ——柔性轴承内圆半径；

a ——中心距， $a = r_n + r_0$ 。

活齿齿形曲线 活齿是作循环运动的运动体，包括一个低副元素和两个高副元素，因此应从 3 个运动副元素的啮合几何关系综合考虑它的运动状态、工艺性及经济等因素选择它的曲线。

研究结果表明：高副机构在传递运动过程中，只有“瞬心线高副”的两运动副元素是作纯滚动的，而机械工程中广泛应用的按选定的运动规律综合得到的“共轭曲线高副”的两运动副元素，其运动特征是作滑动的滚动。二齿差活齿传动啮合副中的高副 A, B 都是“共轭曲线高副”，所以在各对应的运动副元素间存在有相对滑动。

为消除共轭曲线高副两运动副元素间相对滑动带来的磨损、啮合效率降低等消极影响，科技工作者进行了大量的研究工作，已经找到了一些行之有效的方法和途径。单从机械学角度研究问题，应用“滑滚替代原理”，选择共轭曲线高副的一个运动副元素为圆弧曲线，并使其形成局部自由度，从而改变“共轭曲线高

副”两运动副元素间的运动状态，是机械工程实践中经常采用的手段。

活齿上有两个高副元素，只要有一个高副元素是复杂曲线，即使另一个高副元素是简单曲线，活齿总的加工工艺也是复杂的。所以，为使二齿差活齿传动总的工艺性良好，活齿的两个高副元素应同时选择成简单曲线。

在二齿差活齿传动齿形综合正解中，将“共轭齿廓”高副 A 的活齿外端设计成圆柱滚子，并使其形成局部转动自由度，可解决“共轭齿廓”高副 A 两运动副元素间的相对滑动问题；将“条件运动副”高副 B 的激波器轮廓，选用柔性轴承外环，它具有局部转动自由度，可解决“条件运动副”高副 B 两运动副元素间的相对滑动问题。但是，由于各活齿内端同时和柔性轴承外环并联接触，各接触点在轴承外环上的距离是随激波器的位置而变化的，所以各活齿内端和柔性轴承外环间形成了一种“约束相对滑动”。消除“约束相对滑动”的办法是，将活齿内端也设计成圆柱滚子，并使它形成局部转动自由度。经工程实践长期筛选，由活齿体和两个圆柱滚子组成的活齿，已成为移动活齿的典型结构，如图14-3所示。

2. 齿形综合瞬时等效机构法

根据“高低副替代原理”，假想用二个转动副活动件来代替二齿差活齿传动中的活齿、激波器高副 B ，并将引入的两个转动副置于高副 B 的两个运动副元素的曲率中心上，这时二齿差活齿传动的运动自由度不变，运动状态不变，于是便得到二齿差活齿传动的瞬时低副等效机构，该机构为五杆机构，4个活动

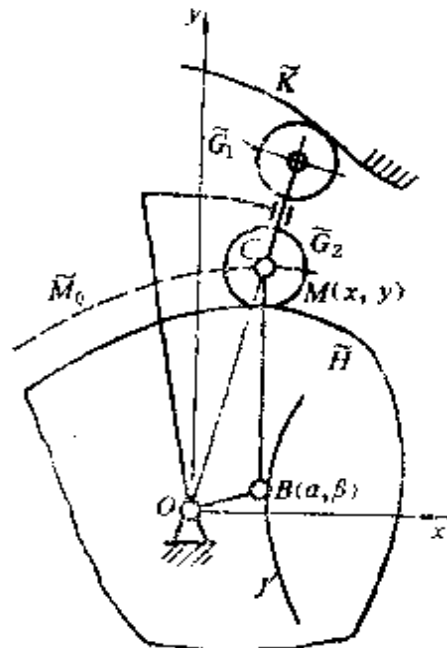


图14-5 二齿差活齿传动的瞬时等效机构

件，5个低副，其自由度为2，称它为二自由度曲柄导杆机构。如图14-5所示。

应用瞬时等效机构综合活齿传动共轭齿形曲线的方法，称“齿形综合的瞬时等效机构法”。瞬时等效机构的尺寸参数曲柄 a 和连杆 b 的长度是随激波器的转角 φ_1 而变化的。其变化规律可以通过激波器轮廓曲线 \tilde{M} 的渐屈线 J 找到。

选择二齿差活齿传动的激波器的理论轮廓曲线 \tilde{M}_0 为椭圆，其参数方程为

$$\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases} \quad (d)$$

激波器的理论轮廓曲线 \tilde{M}_0 的渐屈线为其法线族的包络线，式(4-10)为其参数形式。

由式(a)得

$$\frac{dx}{dt} = -a \sin t$$

$$\frac{dy}{dt} = b \cos t$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a} \operatorname{ctgt}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\left(\frac{dy}{dt}\right)}{dx} \bigg/ \frac{dx}{dt} = \left(\frac{b}{a \sin^2 t}\right) \bigg/ (-a \sin t)$$

$$= -\frac{b}{a^2} \frac{1}{\sin^3 t}$$

将其代入式(4-10)，即得激波器的理论轮廓曲线椭圆 \tilde{M}_0 的渐屈线参数方程

$$\begin{cases}
 \alpha = a \cos t + \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \operatorname{ctg}^2 t\right) \frac{b}{a} \operatorname{ctg} t \bigg/ \left(-\frac{b}{a^2} \frac{1}{\sin^3 t}\right) \\
 = \frac{1}{a} (a^2 - b^2) \cos^3 t \\
 \beta = b \sin t + \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \operatorname{ctg}^2 t\right) \bigg/ \left(-\frac{b}{a^2} \frac{1}{\sin^3 t}\right) \\
 = -\frac{1}{b} (a^2 - b^2) \sin^3 t
 \end{cases} \quad (e)$$

消去参数 t 后得

$$(a\alpha)^{2/3} + (b\beta)^{2/3} = (a^2 - b^2)^{2/3} \quad (f)$$

二齿差活齿传动的中心轮理论齿形方程求解步骤：给定激波器一个转角 φ_1 ，由式 (4-10) 得到激波器的理论轮廓上 C 点的坐标 $C(x_c, y_c)$ ，由式 (e) 得对应 c 点的曲率中心 B 点的坐标 $B(\alpha, \beta)$ ，将求得的对坐标值 α, β, x_1, y_1 代入式 (4-13)、式 (4-14)，即可求得二齿差活齿传动瞬时等效机构的曲柄 a 、连杆 b 随激波器转角 φ_1 的变化规律。所以，激波器理论轮廓为椭圆时的中心轮理论齿形方程式可以表达为

$$\begin{cases}
 x = [(a \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z_K \varphi_2}) + h] \sin \varphi_2 \\
 \quad + r_b \sin \alpha \\
 y = [(a \cos z_K \varphi_2 + \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 z_K \varphi_2}) + h] \cos \varphi_2 \\
 \quad + r_b \cos \alpha \\
 \alpha = \arctg(-dy/dx) \\
 b = \sqrt{(\alpha - x_1)^2 + (\beta - y_1)^2} \\
 a = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}
 \end{cases} \quad (14-7)$$

如果已知条件不是给定激波器的理论轮廓曲线 \tilde{M}_0 方程，而是给定它的实际轮廓曲线 H 方程，或者是加工激波器轮廓时刀具中心的轨迹 S 方程，可以通过等距线关系，推导得到它的理论轮

廓曲线方程。

3. 齿形综合正解 应用上述“齿形综合瞬时等效机构法”，综合图14-3所示二齿差推杆活齿传动的中心轮理论齿廓曲线方程及展成加工双相凸轮轮廓曲线的刀具中心轨迹方程。选定双相凸轮轮廓曲线是以 A 为长半轴， B 为短半轴的椭圆，其参数方程为

$$\rho_{\tilde{F}} = \{A \cos t, B \sin t\} \quad 0 \leq t < 2\pi \quad (14-8)$$

柔性轴承的内外圆半径 R_n 、 R ，活齿两端的圆柱滚子半径 r_b ，加工双相凸轮的刀具半径 r_T 。

根据给定的双相凸轮轮廓曲线 \tilde{F} 的椭圆参数方程(14-8)，可写出其距离为 $(r_b + R + R_n)$ 的关于 \tilde{F} 的外等距曲线 \tilde{E} 的参数方程为

$$\rho_{\tilde{E}}(t) = \{X(t), Y(t)\}$$

曲线 \tilde{E} 的曲率半径 $b(t)$ 的方程为

$$b(t) = \frac{[X'^2(t) + Y'^2(t)]^{3/2}}{|X'(t)Y''(t) - X''(t)Y'(t)|} \quad (14-9)$$

曲线 \tilde{E} 的曲率中心轨迹 \tilde{I} 的参数方程为

$$\rho_{\tilde{I}}(t) = \left\{ X(t) - \frac{[X'^2(t) + Y'^2(t)]Y'(t)}{X'(t)Y''(t) - X''(t)Y'(t)}, \right. \\ \left. Y(t) + \frac{[X'^2(t) + Y'^2(t)]X'(t)}{X'(t)Y''(t) - X''(t)Y'(t)} \right\}$$

双相凸轮的回转中心 O 到曲线 \tilde{E} 的曲率中心 B 的距离 $a(t)$ 为

$$a(t) = |\vec{\rho}_{\tilde{I}}(t)| \quad (14-10)$$

在以上各式中

$$X(t) = A \cos t + \frac{B(r_b + R - R_n) \cos t}{(A^2 \sin^2 t + B^2 \cos^2 t)^{1/2}}$$

$$Y(t) = B \sin t + \frac{A(r_b + R - R_n) \sin t}{(A^2 \sin^2 t + B^2 \cos^2 t)^{1/2}}$$

$$\begin{aligned}
X'(t) &= -A\sin t - \frac{B(r_b + R - R_n)\sin t}{(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{1/2}} \\
&\quad - \frac{B(r_b + R - R_n)(A^2 - B^2)\cos t \sin 2t}{2(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{3/2}} \\
Y'(t) &= B\cos t + \frac{A(r_b + R - R_n)\cos t}{(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{1/2}} \\
&\quad - \frac{A(r_b + R - R_n)(A^2 - B^2)\sin t \sin 2t}{2(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{3/2}} \\
X''(t) &= -A\cos t - \frac{B(r_b + R - R_n)\cos t}{(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{1/2}} \\
&\quad - \frac{B(r_b + R - R_n)(A^2 - B^2)\cos 3t}{(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{3/2}} \\
&\quad + \frac{3B(r_b + R - R_n)(A^2 - B^2)^2\cos t \sin^2 2t}{4(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{5/2}} \\
Y''(t) &= -B\sin t - \frac{A(r_b + R - R_n)\sin t}{(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{1/2}} \\
&\quad - \frac{A(r_b + R - R_n)(A^2 - B^2)\sin 3t}{(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{3/2}} \\
&\quad + \frac{3A(r_b + R - R_n)(A^2 - B^2)^2\sin t \sin^2 2t}{4(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{5/2}}
\end{aligned}$$

将参数 t 换成双相凸轮的转角参数 φ_1 , 如图14-6所示, 设以 t 为参数的椭圆

$$\begin{cases} x = A\cos t \\ y = B\sin t \end{cases}$$

上的点 $P(x, y)$ 到坐标原点的距离为 ρ , 这样 OP 与 Ox 轴的夹角为 φ_1 , 从而有

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi_1 \\ y = \rho\sin\varphi_1 \end{cases}$$

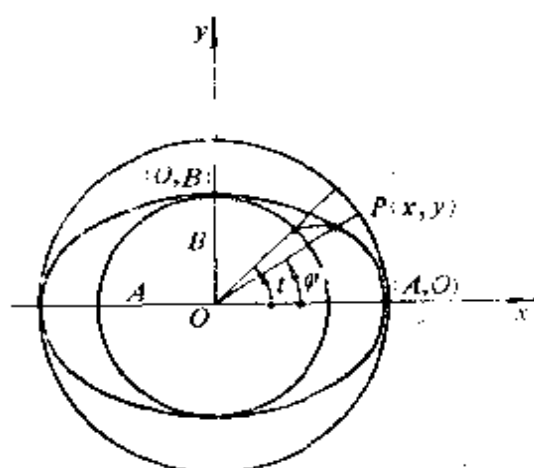


图14-6 参数 t 、 φ_1 的关系示意图

即有

$$t = \begin{cases} \arctg\left(\frac{A}{B}\operatorname{tg}\varphi_1\right) & 0 \leq \varphi_1 < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} & \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \\ \pi + \arctg\left(\frac{A}{B}\operatorname{tg}\varphi_1\right) & \frac{\pi}{2} < \varphi_1 < \frac{3\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2} & \varphi_1 = \frac{3\pi}{2} \\ 2\pi + \arctg\left(\frac{A}{B}\operatorname{tg}\varphi_1\right) & \frac{3\pi}{2} < \varphi_1 < 2\pi \end{cases} \quad (14-11)$$

將式 (14-9)、式 (14-10) 代入式 (14-7) 中, 即为中心轮理论齿形方程式。在式 (14-7) 中增加修形量 $\Delta\varphi_2$ 、 Δh 、 Δr_b , 即为中心轮实际齿形曲线方程式。

当用展成法加工双相凸轮轮廓曲线 \tilde{F} 时, 刀具中心的轨迹方程为 \tilde{F} 的距离为 r_r 的外等距线 \tilde{S} , 有

$$\rho_{\tilde{S}}(t) = \left\{ \begin{aligned} & A\cos t + \frac{Br_r\cos t}{(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{1/2}}, \\ & B\sin t + \frac{Ar_r\sin t}{(A^2\sin^2 t + B^2\cos^2 t)^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (14-12)$$

式 (14-12) 中的参数 t 可按式 (14-11) 换成参数 φ_1 , 即可得到以双相凸轮的转角 φ_1 为参数的刀具中心轨迹曲线 \tilde{S} 。

二、齿形综合反解

图14-3为二齿差活齿传动一个啮合副的结构简图: 选定外活齿、中心轮高副 A 的两运动副元素 \tilde{G}_1 、 \tilde{K} , 并给定内活齿、激波器高副 B 的两运动副元素 \tilde{G}_2 、 \tilde{H} 中的一个, 则激波器轮廓曲线 \tilde{H} (或内活齿齿形曲线 \tilde{G}_2) 为激波器 H 和活齿轮 G 在共轭运动 $i_{HG}^K = \omega_H/\omega_G$ 条件下, 活齿齿形曲线 \tilde{G}_2 (或激波器轮廓曲线 \tilde{H}) 的包络。此为二齿差活齿传动齿形综合反解。如前所述, 由于工艺上的原因常选择圆弧作内活齿齿形曲线, 所以二齿差活齿传动齿形综合反解的实质是综合激波器轮廓曲线 \tilde{H} 。

齿形综合反解实例。图14-7所示为二齿差推杆活齿传动的一

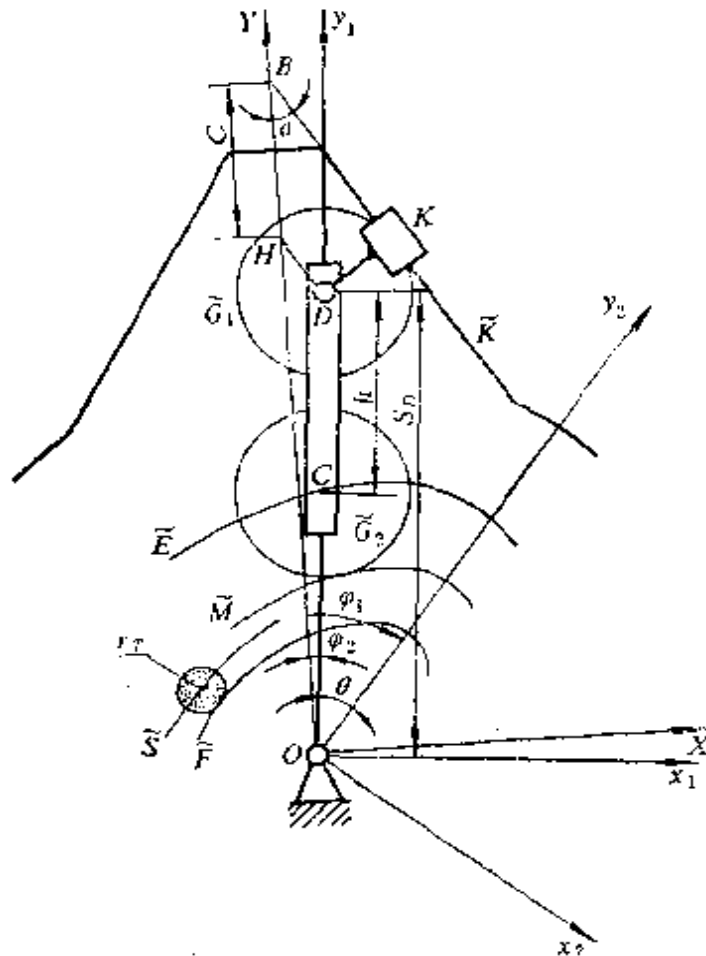


图14-7 高副 A 为凸圆弧直线组合的等效机构

个啮合副，其活齿、中心轮高副 A 为凸圆弧直线组合。综合激波器原始轮廓曲线 \widetilde{E} 方程及加工双相凸轮轮廓曲线的刀具中心轨迹 \widetilde{S} 方程。已选定：推杆活齿两端圆柱滚子几何中心的距离 h ，圆柱滚子半径 r_b ，加工双相凸轮的刀具半径 r_T ，柔性轴承的内外圆半径 R_n 、 R ，中心轮直线齿形的齿形角 α 及尺寸参数 d 。

应用其等效机构——滑块导杆机构 $ODKB$ 推导激波器的原始曲线 \widetilde{E} 的方程和刀具几何中心轨迹曲线 \widetilde{S} 的方程。

设固定坐标系 OXY 与中心轮固联，动坐标系 Ox_1y_1 与导杆固联，动坐标系 Ox_2y_2 与激波器固联。 y_1 、 y_2 轴与 Y 轴重合时为起始位置。在图14-7中，中心轮直线齿形参数 $d = OB$ ，由于 HD 与 K 平行，因而 $\alpha = \angle OHD$ ， y_1 、 y_2 轴与 Y 轴的夹角仍为 φ_2 、 φ_1 。在 $\triangle ODH$ 中，有

$$OD/\sin\alpha = OH/\sin(\pi - (\alpha - \varphi_2))$$

$OH = OB - BH = d - r_b/\sin\alpha$ ，因而

$$OD = (d\sin\alpha - r_b)/\sin(\alpha + \varphi_2)$$

如果 CD 的长为 h ，活齿齿数为 $z_G = 2\varphi_1/\varphi_2$ ，当动坐标系 Ox_2y_2 绕中心 O 转动时， C 点在坐标系 Ox_2y_2 中就描绘出激波器的原始轮廓曲线 \widetilde{E} ，曲线 \widetilde{E} 的参数方程为

$$\begin{aligned} \rho_{\widetilde{E}} = & [(d\sin\alpha - r_b)/\sin(\alpha + \varphi_2) - h] \\ & \times \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{z_G - 2}{2}\varphi_2\right), \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{z_G - 2}{2}\varphi_2\right) \right\} \quad (14-13) \end{aligned}$$

根据求出的激波器原始轮廓曲线 \widetilde{E} 的方程式(4-23)，可以写出距离为 $(r_b + R - R_n)$ 的关于 \widetilde{E} 的内等距曲线 \widetilde{F} 的参数方程

$$\begin{aligned} \rho_{\widetilde{F}} = & \left\{ x(\varphi_2) - \frac{(r_b + R - R_n)y_1(\varphi_2)}{(x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2))^{1/2}}, \right. \\ & \left. y(\varphi_2) + \frac{(r_b + R - R_n)x_1(\varphi_2)}{(x_1^2(\varphi_2) + y_1^2(\varphi_2))^{1/2}} \right\} \quad (14-14) \end{aligned}$$

第四节 二齿差活齿传动的传动性能

一、连续传动条件

由二齿差活齿传动的传动原理知：如图14-1所示，当双波激波器逆时针转动时，1、2、3和7、8、9号活齿与双波激波器的两个升程曲线接触，构成了两个与激波器同步转动的反对称啮合区（图中激波器上画阴影线的区间）。在两个啮合区里，因为各对应的活齿工作状态完全相同，所以只要分析一个啮合区，即可了解二齿差活齿传动的工作全貌。

双波激波器每转 180° ，二齿差活齿传动的全部活齿都沿各自的径向导槽往复一次，我们称它为一个运动周期。在一个运动周期中，如果二齿差活齿传动的从动件是连续运动的，则称这种运动状态为连续传动。二齿差活齿传动的连续传动条件是：在啮合区里，每一瞬时最少应有一个活齿在工作。二齿差活齿传动能否连续传动，取决于三方面的因素：双波激波凸轮的工作区域角；活齿轮相邻二齿所对的圆心角 ϕ_A ；中心轮轮齿工作齿廓曲线是否连续。

双波激波器的工作区域角，就是激波器升程轮廓曲线所对的圆心角，用 θ_K 表示，有

$$\theta_K = \frac{2\pi}{2z_H}$$

式中 z_H ——激波凸轮的波幅数。

活齿轮 G 相邻二齿所对的圆心角为

$$\phi_A = \frac{2\pi}{z_G}$$

如果中心轮 K 的齿形曲线是连续的，则二齿差活齿传动的连续传动条件是

当活齿轮齿数 z_G 为偶数, 有

$$\frac{\theta_K}{\phi_A} \geq 1 \quad (14-16)$$

将 $\theta_K = 2\pi/2z$ 和 $\phi_A = 2\pi/z_G$ 代入上式得

$$z_G > 4$$

由此得活齿轮 G 的最少齿数 $z_{G\min} = 6$, 而对应的中心轮的最少齿数 $z_{K\min} = 4$ 。如图6-8b所示。

当活齿轮齿数 z_G 为奇数, 在两个反对称啮合区中, 参加啮合的活齿不能一一对应, 如图6-9b所示, 所以工作区域角应等于两个啮合区的圆心角之和, 有 $\theta_K = \pi$, 将其代入式(14-16)得

$$z_G > 2$$

由此得活齿轮 G 的最少齿数 $z_{G\min} = 3$, 而对应的中心轮的最少齿数 $z_{K\min} = 4$, 如图6-9b所示。

当中心轮齿廓曲线或激波器工作轮廓曲线不连续时, 活齿轮和中心轮的最少齿数 $z_{G\min}$ 、 $z_{K\min}$ 都因 θ_K 减小而增加, 增加多少由中心轮齿廓曲线和激波器工作轮廓曲线不连续程度确定。

二、重合度 ε

二齿差活齿传动的重合度 ε 表示其同时参加啮合的齿对数, 是表达二齿差活齿传动的平稳性指标和承载能力指标, 是受力和强度计算的重要参数。根据重合角 ε 为表示其同时参与啮合的齿对数的定义, 可以写出它的表达式 $\varepsilon = (\theta_H/\phi_B) \geq 1$ 。

我们在第六章中已经给出了计算活齿传动重合度 ε 的通用方程式(6-23)、式(6-25), 即

$$\varepsilon = (z_G/2)(1 - \Delta\theta_H/\pi)$$

$$\varepsilon = (z_G/2)(1 - \Delta\theta_K z_K/\pi)$$

式中 $\Delta\theta_H$ ——激波器工作区域角减小量;

$\Delta\theta_K$ ——中心轮工作区域角减小量。

用上式计算二齿差活齿传动的重合度 ε 时, 首先应注意: 中心轮和活齿轮的齿数差 $z_K - z_G = \pm 2$, 二齿差活齿传动为单排结

构。其次，还应对计算结果所表示的特殊概念有所了解，即

1) 当二齿差活齿传动的活齿轮齿数 z_G 为奇数时，在 180° 布置的两个啮合区里，各对活齿的啮合状态不同，需两个啮合区一起考虑才能反映传动的全貌。例如，当计算出二齿差活齿传动的重合度 $\varepsilon = 3$ 时，表明两个啮合区里共有三对齿啮合，在某一瞬时一个啮合区里有一对齿啮合，而对应的啮合区里必有两对齿啮合，反之也是一样。

2) 当活齿轮齿数 z_G 为偶数时，在 180° 布置的两个啮合区里，各对应的活齿啮合位置完全相同，只要分析一个啮合区即可反映传动的全貌。例如，当计算出二齿活齿传动的重合度 $\varepsilon = 3$ 时，表明在一个啮合区里，有时一对齿啮合，有时两对齿啮合，而在另一个啮合区里，活齿的啮合状态与其完全相对应，所以对整个传动来说，有时是两对齿啮合，有时是四对齿啮合，而不是每时每刻都有三对齿啮合。

例14-1 计算二齿差活齿传动的重合度 ε 并分析计算结果。已知：中心轮固定，内齿齿廓由于顶切使工作齿廓圆心角 ϕ 减小 $\Delta\phi = 0.005\pi$ ，双偏心圆激波器为输入件，其近程休止角 $\Phi_1 = 0.1\pi$ ，远程休止角 $\Phi_2 = 0.2\pi$ ；活齿轮为输出件，活齿轮设计采用抽齿技术，取实际活齿数 z'_G 是理论活齿数 z_G 的 $1/4$ ；二齿差活齿传动活齿轮固定、激波器主动、中心轮从动的传动比 $i_{HK}^G = 16$ 。

解：首先根据已知条件计算下列参数

z_G ——理论活齿数。根据传动比公式（见表3-2） $i_{HK}^G = z_G / (z_G - z_K) = 16$ ，计算得到 $z_G = 32$ ，故活齿轮的实际齿数 $z'_G = \frac{1}{4}z_G = 8$ 。

$\Delta\theta_{H_2}$ 由中心轮工作齿廓曲线圆心角减小量 $\Delta\phi$ 间接引起的激波器轮廓工作区域角减小量。 $\Delta\theta_{H_2} = i_{HK}^G \Delta\phi = 16 \times 0.005\pi = 0.08\pi$ 。

$\Delta\theta_{H_1}$ 由远程休止角 Φ_2 和近程休止角 Φ_1 直接使激波器轮廓工

第十五章 旋转活齿传动

旋转活齿传动是一种采用近似齿形的新型活齿传动，其特征是：共轭齿形和条件运动副均采用圆弧；中心轮 K 的外圆周套装均载环，使其轮齿受力时能作径向微动；采用销轴式或其它型式的等速输出机构。与上述10种典型活齿传动相比，旋转活齿传动是一种特点突出的传动元件。

第一节 组成结构及传动原理

一、组成结构

图15-1所示为旋转活齿传动结构简图。它由弹性浮动中心轮 K 、旋转活齿轮 G 、偏心圆激波器 H 三个基本构件及销轴式或其

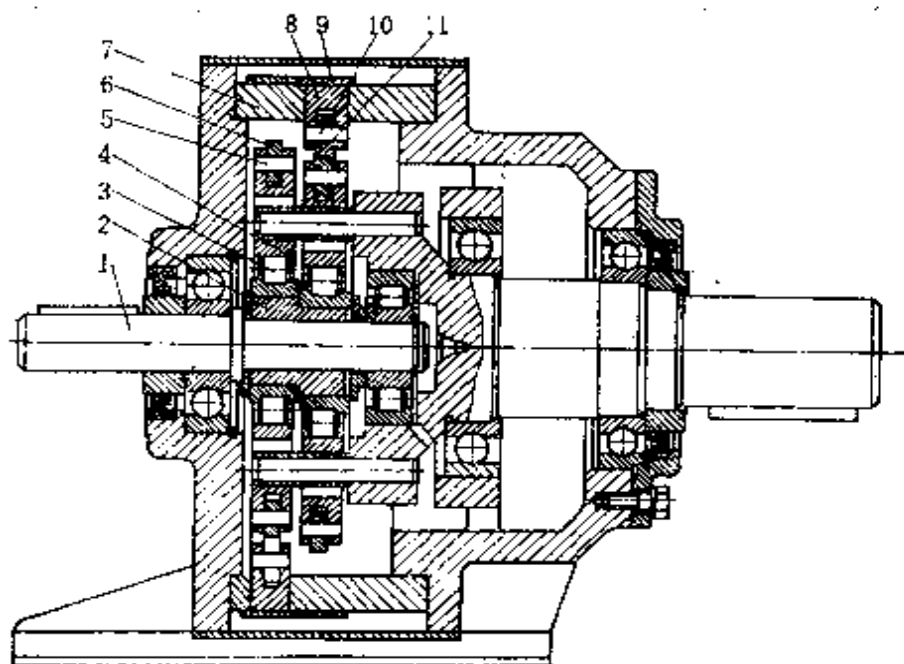


图15-1 旋转活齿传动的结构简图

它型式的等速输出机构组成。

旋转活齿轮G的结构 旋转活齿轮G由活齿架4、固定销轴5和旋转活齿6组成。活齿架4上沿圆周均布有固定的销轴5，旋转活齿6套装在销轴上。旋转活齿为套状零件或采用特制的滚动轴承，旋转活齿减速机由此得名。

浮动活齿中心轮K的结构 固定活齿圈7上沿圆周均布有圆柱形径向微移动活齿体8，固定活齿圈外套有高强度柔性均载环9，活齿体外端与均载环接触；活齿体内端的销轴10上装有旋转活齿11——套状零件或标准滚动轴承。

激波器H的结构 在输入轴1上装有偏心套2（或为整体式偏心轴），偏心套外装有激波器轴承3，激波轴承外装有活齿架4，活齿架上有销轴式等速输出机构的销轴孔。

二、传动原理

旋转活齿传动的传动原理可以用图15-2所示旋转活齿传动的传动原理图来说明。如图15-2所示，当驱动力由输入轴1输入后，它带动偏心套2以等角速度 ω_H 逆时针转动，偏心套的轮廓曲线使激波轴承和活齿架的几何中心B绕主轴线O转动，各对啮合副进

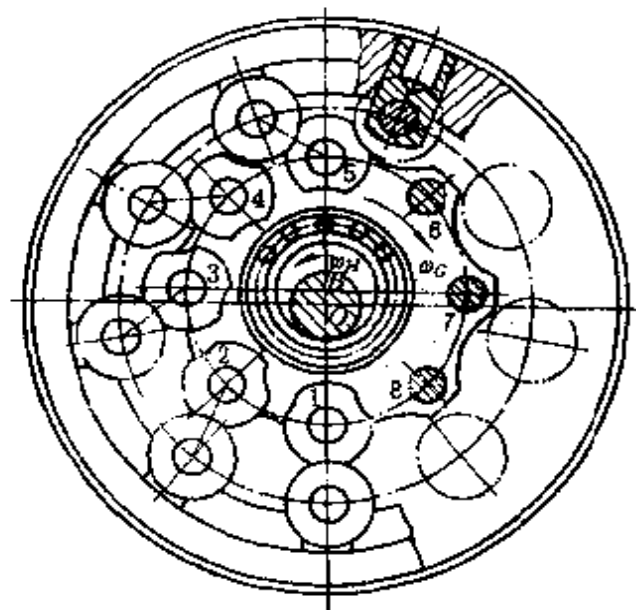


图15-2 旋转活齿传动传动原理图

行啮合，使活齿轮G上的内旋转活齿和浮动中心轮K上的外转动活齿间产生了径向推力。设浮动中心轮K固定，则外旋转活齿的几何中心不动，所以该推力通过内旋转活齿反推活齿轮G以等角速度 ω_G 顺时针转动，活齿轮G的等角速度 ω_G 由等速输出机构传递给输出轴。如图15-2所示，1~4号啮合副正处于工作位置，在它们的综合作用下，旋转活齿传动完成了转速变换运动；而5~8号啮合副正处于非工作位置，它们将按8—5的顺序参加啮合。

由上述传动原理知：旋转活齿传动的连续传动是靠各对并联的啮合副交替工作来完成的。因为各对并联啮合副的结构和工作过程完全相同，因此根据活齿传动的结构理论，可任选一个啮合副来建立旋转活齿传动的结构模型。例如，将图15-2中的4号啮合副加以典型化，便得到图15-3所示的旋转活齿传动的结构模型。图中的细线表示啮合副，粗线表示啮合副的等效机构。

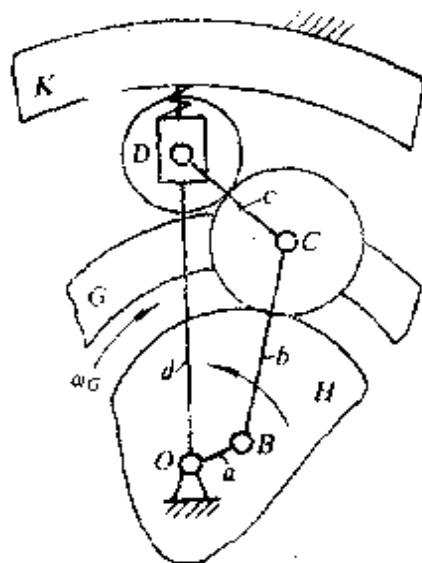


图15-3 旋转活齿传动的结构模型

从图中可以看出：旋转活齿传动由激波器H、活齿轮G和中心轮K组成，活齿轮G的内旋转活齿是三副件（一个转动副和两个高副）。

旋转活齿传动有两种结构型式：1) 旋转活齿N传动，是由少齿差行星齿轮K-H-V型N传动演化来的，其突出的特点是旋转活齿轮G的转动需由等速输出机构输出，如图15-4a所示；2) 旋转活齿NN传动，是由少齿差行星齿轮2K-H型NN传动演化来的，其突出特点是旋转活齿轮G的转动由双联旋转活齿轮G组成的双排内啮合结构实现直接输出，如图15-4b所示。

旋转活齿传动与其它型式的活齿传动相类似，如果它的三个基本件激波器H、旋转活齿轮G和浮动中心轮K都是运动的，则

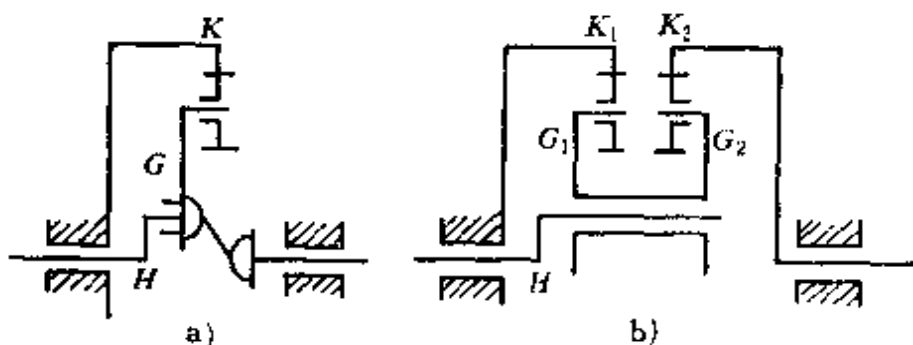


图15-4 旋转活齿传动的两种传动型式

为差动旋转活齿传动，可用来进行运动的分解与合成；如果分别将差动旋转活齿传动中的三个基本件固定，则得到三种型式的行星旋转活齿传动，可用来升速或减速。

第二节 旋转活齿传动运动学

一、传动比计算

旋转活齿传动的传动比为激波器 H 、旋转活齿轮 G 和浮动中心轮 K 三个基本件中任意两件实际角速度之比。

旋转活齿 N 传动的传动比计算 行星旋转活齿 N 传动的传动比求解方法与其它传动型式活齿传动传动比求解方法类似，用“转化机构法”求出的三种传动型式的传动比方程式与表3-2中给出的对应的传动比方程式相同，所以可直接在表3-2中查用有关的公式。

例15-1 已知图15-4a所示旋转活齿 N 传动的基本参数：浮动中心轮 K 的齿数 $z_K = 9$ ，旋转活齿轮的齿数 $z_G = 8$ ，电动机与输入轴固联，电动机转速 $n_H = 1440\text{r/min}$ ，试求输出轴的转速 n_G 。

解：图15-4a所示为浮动中心轮 K 固定的旋转活齿 N 传动，激波器 H 与输入轴固联，旋转活齿轮 G 的转速 n_G 通过等速输出机构由输出轴输出，故其传动比为 i_{HG}^K 。

由表3-2中查出

$$i_{HG}^{K_1} = \frac{n_H}{n_G} = \frac{z_G}{z_G - z_K} = \frac{8}{8 - 9} = -8$$

故输出轴的转速为

$$n_G = -\frac{n_H}{8} = -180 \text{ r/min}$$

负号表示输入轴与输出轴的转向相反。

旋转活齿 NN 传动的传动比计算 根据第三章给出的活齿传动的传动比通用方程式 (3-18)，可以写出图 15-4 b 所示旋转活齿 NN 传动的传动比方程式

$$\begin{aligned} i_{K_2H}^{K_1} &= 1 - i_{K_2K_1}^H = 1 - \frac{z_{G_1} z_{K_1}}{z_{K_2} z_{G_1}} \\ &= \frac{z_{K_2} z_{G_1} - z_{G_2} z_{K_1}}{z_{K_2} z_{G_1}} \end{aligned} \quad (15-1)$$

或

$$i_{HK_2}^{K_1} = \frac{1}{i_{K_2H}^{K_1}} = \frac{z_{K_2} z_{G_1}}{z_{K_2} z_{G_1} - z_{G_2} z_{K_1}} \quad (15-2)$$

例 15-2 已知图 15-4 b 所示浮动中心轮固定的旋转活齿 NN 传动的基本参数：浮动中心轮 K_1 的齿数 $z_{K_1} = 11$ ，浮动中心轮 K_2 的齿数 $z_{K_2} = 9$ ；双联旋转活齿轮 G_1 、 G_2 的齿数分别为 $z_{G_1} = 10$ 、 $z_{G_2} = 8$ ；激波器 H 与输入轴固联，浮动中心轮 K_2 与输出轴固联。试求浮动中心轮 K_1 固定，激波器 H 主动，浮动中心轮 K_2 从动的传动比 $i_{HK_2}^{K_1}$ 。

解：将给定的参数代入式 (15-2) 得

$$i_{HK_2}^{K_1} = \frac{z_{K_2} z_{G_1}}{z_{K_2} z_{G_1} - z_{G_2} z_{K_1}} = \frac{9 \times 10}{9 \times 10 - 8 \times 11} = +45$$

正号表示主动件激波器 H 与从动件浮动活齿轮 K_2 的转向相同。

二、旋转活齿轮角速度规律 $\omega_R(\varphi_1)$ 分析

由齿廓啮合基本方程式 $v_{12} \cdot n = 0$ 知，要使两齿轮作定传动比传动，则其齿廓曲线必须满足下述条件，即：不论两齿廓在任何位置接触，过接触点所作的齿廓公法线必须与两轮的连心线相

交于一固定点 P 。

旋转活齿传动选取两个圆弧作共轭齿形后，能否满足齿廓啮合基本定律是旋转活齿传动运动学分析的重要问题。

下面，我们应用第四章给出的“齿形分析的等效机构法”分析激波器 H 的角位移 φ_H 规律为常数时，旋转活齿轮 G 的角速度 $\omega_R(\varphi_1)$ 规律。

为便于分析，将图15-3所示旋转活齿传动结构模型的等效机构——曲柄摇杆机构画成图15-5所示的形式。图中， AB 杆为激波器 H ，长度变化的 AC 杆为旋转活齿轮 G 。

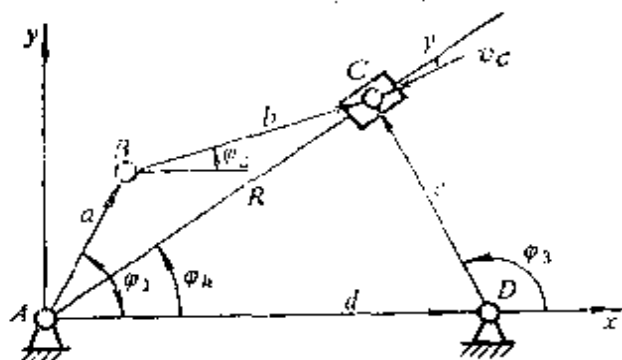


图15-5 旋转活齿轮等效机构运动简图

图15-5所示曲柄摇杆机构的向量方程式为

$$ae^{i\varphi_1} + be^{i\varphi_2} = d + ce^{i\varphi_3} \quad (15-3)$$

将式 (15-3) 两边对时间求导一次，并注意 $\dot{\varphi}_1 = \omega_1$ ， $\dot{\varphi}_2 = \omega_2$ ， $\dot{\varphi}_3 = \omega_3$ ，有

$$iae^{i\varphi_1} \cdot \omega_1 + ibe^{i\varphi_2} \cdot \omega_2 = ice^{i\varphi_3} \cdot \omega_3 \quad (15-4)$$

将式 (15-4) 两边同乘以 $e^{-i\varphi_2}$ 得

$$iae^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \cdot \omega_1 + ib\omega_2 = ice^{i(\varphi_3 - \varphi_2)} \cdot \omega_3$$

将上式写成三角式

$$\begin{aligned} i a \omega_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - a \omega_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + i d \omega_2 \\ = i c \omega_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - c \omega_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \end{aligned}$$

上式取实部相等得

$$\omega_3 = \frac{a \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{c \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \omega_1 \quad (15-5)$$

同理，将式 (15-4) 两边同乘以 $e^{-i\varphi_3}$ ，展开取实部可求出

$$\omega_2 = \frac{-a \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{b \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \omega_1 \quad (15-6)$$

求从动件活齿轮 G 的角速度 ω_R 变化规律 因为长度变化的 AC 杆代表旋转活齿轮 G ，令 $AC = R$ ，所以 R 绕 A 点转动的角速度 ω_R 的变化规律即为从动件旋转活齿轮 G 的角速度变化规律。

根据图15-5，可写出向量方程式

$$R e^{i\varphi_R} = a e^{i\varphi_1} + b e^{i\varphi_2} \quad (15-7)$$

式中， $R = \sqrt{d^2 + c^2 - 2cd \cos(\pi - \varphi_3)}$ ， φ_3 等于式 (3-8) 中的 ϕ 。

将式 (15-7) 展成三角式，分别取虚部和实部可得

$$R \sin \varphi_R = a \sin \varphi_1 + b \sin \varphi_2$$

$$R \cos \varphi_R = a \cos \varphi_1 + b \cos \varphi_2$$

两式相除得

$$\operatorname{tg} \varphi_R = \frac{a \sin \varphi_1 + b \sin \varphi_2}{a \cos \varphi_1 + b \cos \varphi_2} \quad (15-8)$$

旋转活齿轮 G 上 C 点的绝对速度

$$v_C = c \omega_3$$

沿 AC 杆垂直方向的分速度为

$$v_R = v_C \cdot \sin \gamma$$

式中， $\gamma = \frac{\pi}{2} - \varphi_3 + \varphi_R$

旋转活齿轮 G 的角速度 ω_R 为

$$\omega_R = C \omega_3 \sin \gamma / R \quad (15-9)$$

式中 C ——等效机构的连杆长。

选定旋转活齿传动的几何尺寸 a 、 b 、 c 、 d 后，上机计算式 (15-9)，即可得到旋转活齿轮 G 的角速度 ω_R 的变化规律。图

15-6所示为尺寸参数 $a = 4\text{mm}$, $b = 100\text{mm}$, $c = 30\text{mm}$, $d = 126\text{mm}$ 时的旋转活齿轮角速度 ω_R 随激波器转角 φ_1 的变化曲线 $\omega_R = f(\varphi_1)$ 。 $\omega_R = f(\varphi_1)$ 曲线表示出旋转活齿传动一个啮合副的运动循环。我们以图15-2中的1号啮合副为例,应用啮合副的等效机构——曲柄摇杆机构来分析这个运动循环。

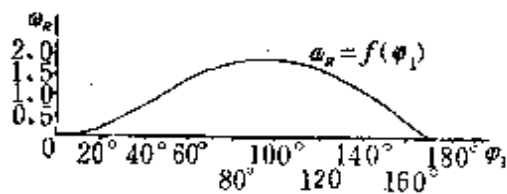


图15-6 旋转活齿轮的 $\omega_R = f(\varphi_1)$ 曲线

如图15-7所示,1号啮合副在工作起始位置时,等效曲柄摇杆机构的 a 、 b 杆重叠重合;在工作结束位置时, a 、 b 杆拉直重合。摇杆 CD 在这两个极限位置时,曲柄 a 所夹锐角 θ 称极位夹角。当

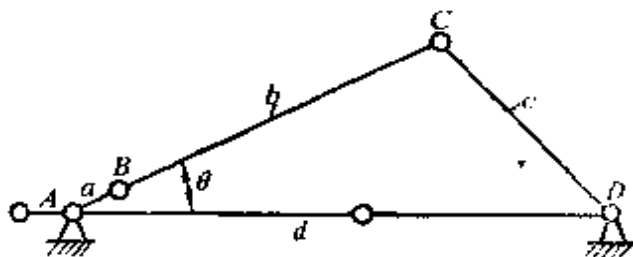


图15-7 等效曲柄摇杆机构的极位夹角

曲柄摇杆机构各杆长已知时,极位夹角 θ 为

$$\theta = \arccos \frac{(b-a)^2 + d^2 - c^2}{2(b-a)d} - \arccos \frac{(b+a)^2 + d^2 - c^2}{2(b+a)d} \quad (15-10)$$

当激波器 H 从工作起始位置开始以等角速度 ω_1 (即 ω_H) 转动时,它推动旋转活齿轮 G 以 ω_R 为起点开始转动,随着激波器 H 转角的增加,旋转活齿轮的角速度 ω_R 按 $\omega_R = f(\varphi_1)$ 曲线变化,当激波器 H 转过角 $\varphi_1 = \pi - \theta$,啮合副等效曲柄摇杆机构的 a 、 b 杆拉直重合,达到工作结束位置,这时旋转活齿轮的角速度 $\omega_R = 0$;在激波器 H 继续转过极位夹角 θ 的过程中,旋转活齿轮 G 停止不动,以上

是啮合副的工作行程。激波器 H 在下半周中，啮合副不工作为非工作行程。

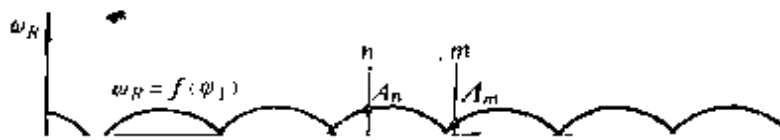
从啮合副的一个工作循环中可以看出，当旋转活齿传动的主动件激波器 H 等速转动时，从动件旋转活齿轮 G 的运动状态是升速—减速—停歇。这是步进机构的运动特征。作为传动元件的旋转活齿传动，这种运动状态显然不能满足传动平稳的要求。那么怎样才能使旋转活齿轮转动平稳呢？

第三节 多齿啮合效应及均载机构

一、多齿啮合效应

上一节已经分析得到，当旋转活齿传动激波器 H 的输入角速度 ω_1 等于常数时，从动件旋转活齿轮的角速度 ω_R 是周期性变化的，这个结果是在旋转活齿传动只有一个啮合副的条件下得到的。但是，只有一个啮合副的活齿传动是不能应用的。活齿传动的重要特点之一是多齿啮合。当旋转活齿传动有多个啮合副参与啮合时，从动件旋转活齿轮 G 的运动状态会有重大变化。我们以图15-2所示旋转活齿传动为例，来分析活齿传动的“多齿啮合效应”。

图15-2给出的是旋转活齿轮齿数 $z_G = 8$ 的旋转活齿传动。1号啮合副刚进入啮合，5号啮合副刚脱离啮合。设1号啮合副所处位置为起始位置，用绘制图15-6旋转活齿轮角速度 $\omega_G = f(\varphi_1)$ 曲线的方法，画出8个啮合副所在位置时，从动件旋转活齿轮角速度 ω_R 变化规律 $\omega_R = f(\varphi_1)$ 曲线族。如图15-8所示，在图示 $m-m$ 位置，3号啮合副使旋转活齿轮获得的角速度最大（ A_m 点），其次是2号（ B_m 点）、4号（ C_m 点）和1号（ O_m 点），所以在这个位置上，实际工作的啮合副是3号。现在分析另一个位置，将激波器 H 逆时针转过 $\Delta\varphi_1$ 角，使其升程曲线的起点转到 $n-n$ 位置。在该位置上，2号啮合副使旋转活齿轮获得的角速度最大（ A_n 点），其次是1号（ B_n 点）、3号（ C_n 点），因此，实际



匀。显然，旋转活齿传动的传动性能，在很大程度上取决于均载机构——弹性浮动中心轮的吸收误差、均化载荷性能的高低，所以旋转活齿传动的关键部件是弹性浮动中心轮。

第四节 传动性能及典型结构

一、等速输出机构

N型少齿差行星齿轮传动必须通过等速输出机构才能把行星轮的回转运动传递给输出轴。活齿传动的突出特点之一是采用活齿轮后省去了等速输出机构。但旋转活齿N传动却与其他类型的活齿传动不同，旋转活齿轮的转动需要等速输出机构才能输出，这是旋转活齿轮的重要特点之一。等速输出机构是用于中心不重合的平行轴传动的一种联轴器，常用的有销轴式、浮动盘式、十字滑块式及零齿差式等多种类型。

1. 销轴式输出机构 由固定在输出轴上的均布销轴和旋转活齿盘上的均布销孔组成。销轴的固定端与输出轴紧密配合，旋转活齿盘上的销孔数与销轴数相等，其直径应比销轴的外径大两

轴式输出机构为低，常用于小功率传动。十字滑块输出机构中的滑块移动副的间隙在使用过程中不能调整，传动有回差。

4. 零齿差式输出机构 实际上是一个内外齿轮齿数相等的N型少齿差行星齿轮机构，具有传动平稳、结构紧凑、可靠性高、适应性强、机械性能好等特点。零齿差的内、外齿轮可以应用通用机床和标准刀具加工，精度易于得到保证。零齿差式输出机构的齿侧间隙不能调整，传动有回差。

此外，等速输出机构还有平行曲柄式、双柱销式及柱销—透镜板式等类型，它们各有不同的结构和特点，可供选用。

二、传动性能分析

1. 传动效率高，主要构件加工容易 如图15-1所示，旋转活齿11与移动活齿8间轴承联接，旋转活齿6与旋转活齿盘4间轴承联接，可大幅度降低共轭齿廓间的相对滑动，啮合副的传动效率高；旋转活齿及与其联接的销轴都为圆柱体，工艺简单，没有需专用加工设备加工的零件，这是旋转活齿传动突出的优点。

2. 采用柔性均载环，不靠提高零件的制造精度，而能自动消除误差，保证多齿啮合，使啮合副均载、耐冲击。但活齿体8在固定活齿圈7的径向滑道中受载移动的受力状态，如同推杆活齿传动的移动副，双边接触磨损严重，这是旋转活齿传动值得深入研究解决的问题。

3. 连续传动尺寸条件 首先，旋转活齿传动激波器H需要整周转动，因此它的等效机构——曲柄摇杆机构应满足四杆机构曲柄存在条件：激波器H的偏心距 a 与机架长 d 之和小于或等于旋转活齿分布圆半径 b 与动、定活齿中心距 c 之和，即

$$a + d \leq b + c \quad (15-11)$$

其次，为保证旋转活齿传动在啮合起始位置时动、定两活齿能够接触，所以要求曲柄摇杆机构的四个杆在起始位置重合，有

$$b - a = d - c$$

即取式(15-11)的等号。

结 束 语

《活齿传动理论》系统地论述了由结构理论、运动学理论、齿形理论、齿形形成及检测理论和啮合理论等基本理论组成的研究活齿传动的机构学理论。

活齿传动结构理论提出了“活齿传动啮合副结构模型”和活齿传动分类法，指出活齿传动的结构特征取决于组成啮合副的两个高副和一个低副的类型。按啮合副的结构特征，活齿传动可分为移动活齿传动和摆动活齿传动两大类，这给活齿传动的结构设计按优选择提供了更多的条件。应用活齿传动结构理论，分析了11种典型活齿传动的结构，找到了它们结构组成的普遍规律，并发明了摆动活齿减速机这一重要类型。

活齿传动运动学理论论述了移动活齿和摆动活齿的运动规律，啮合副的运动循环，基本构件间的运动转换、角速度关系及传动比求法，研究了从大、小两个方向扩大活齿传动传动比的途径，开发出具有特殊运动性能的双波活齿传动和P-S型活齿传动新类型。应用连杆机构自由度分析的“局部自由度”概念和运动副元素的接触状态，建立了“运动副滑滚转换原理”，为研究活齿传动的传动性能提供了条件。

活齿传动齿形理论是本书论述的重点，提出了“活齿传动齿形分析的（瞬时）等效机构法”和“齿形转角等距移距修形法”，推导出移动活齿传动和摆动活齿传动齿形综合正反解通用方程式，应用“高低副替代原理”找到了各类活齿传动的低副等效机构，并将等效机构演化成“齿形加工装置”与“齿形控制方法”配套，形成了“高精度齿形形成原理和方法”，还讨论了共轭齿形的替代齿形问题。

活齿传动啮合理论建立了“活齿传动啮合状态模型”，分析了共轭齿形啮合过程，相邻啮合副的运动接替关系，推导出活齿

传动连续传动条件、平稳性质量指标重合度 ϵ 和摩擦磨损质量指标滑动率 U 通用方程式,讨论了条件运动副对传动的影响。

上述基本理论形成了完整的活齿传动机构学理论,应用低副机构的分析与综合理论,以等效机构为工具研究属于高副机构的活齿传动是其特色。专家们认为“活齿传动机构学理论”是目前国内公开发表的文献中最全面、系统、深入的研究成果,富有独到的创见,有重要的理论意义和实用价值。

随着使用领域的不断扩大,机械工业对高性能传动元件更新换代的要求越来越高,因此改善、提高现有活齿传动类型的传动性能和开发多种功能活齿传动的新型式,是工程技术人员面临的迫切任务。

提高传动效率 提高传动效率,节省能源,是机械传动的重要研究课题。应用连杆机构自由度分析的“局部自由度概念”和运动副元素的接触状态,建立“运动副滑滚转换原理”,研究滑滚代换方法和技术,变啮合副间的相对滑动为滚动或降低齿面滑动速度,减轻运动副元素间的摩擦磨损,是提高活齿传动传动效率的主要途径。此外,采用圆弧近似齿形,与均载技术相结合,更容易形成滚动啮合型式;选择合适的结构型式和尺寸参数,提高共轭齿形的滚滑比率,综合出相对滑动速度小的啮合副;继续研究以提高传动效率为目标的“齿形修形原理和方法”,充分应用共轭齿廓高效啮合段;筛选缩短运动链等都是提高传动效率的有效途径。例如,我们推导出活齿传动啮合副中移动副单双边接触传动效率方程式,并由此找到了通过合理选择啮合副尺寸来减轻推杆活齿传动摩擦磨损的方法。

提高承载能力 在不增大结构尺寸的条件下,提高活齿传动承载能力的主要途径是: 1) 实现多齿啮合 选用共轭齿形的理论齿形和条件运动副元素的理论轮廓都是连续的;选择适当的修形方式,使实际齿形形成合理的间隙,保持多齿啮合特性;应按承载能力要求确定活齿轮的实际齿数 z_G ,并使其标准化。2) 采

用均载结构 采用空心活齿、套筒活齿、弹性激波环、弹性浮动针轮等弹性元件，形成弹性均载结构，在不提高制造精度的条件下，以活齿传动仍能保持其技术性能为条件，使各啮合副间形成均载，降低共轭齿廓高副、条件高副间最大啮合作用力和齿面最大接触应力的理论值。3) 采用凸凹齿形啮合，提高单齿接触强度。4) 控制双排激波器与对应中心轮之间的位置精度，使双排啮合副受力均衡。

提高运动学性能 全面开发活齿传动即可作为减速器或增速器，又可作为运动的分解和合成装置使用的功能；在外型尺寸小和较高的传动效率下得到大的传动比，以适应高速电动机的采用和使用大速比活齿传动装置领域的不断扩大，即开发高速活齿传动类型；开发双波、多波激波器活齿传动，向小传动比方向扩展；研究多路传动型式，如P-S型活齿传动，实现运动、动作的多种要求；研究推杆活齿和摆动活齿的运动规律对活齿传动传动性能的影响等是提高活齿传动运动学性能有现实意义的工作。

开发新结构 根据活齿传动的结构理论，应用啮合副的结构模型，开发功能完善、结构新颖、工艺简单的活齿传动新结构，扩展活齿传动的应用范围，是活齿传动充分肯定的研究方向。本书介绍的典型活齿传动中，有好多种就是近几年开发出的新结构，例如应用活齿传动啮合副四边形等效机构开发出的摆动活齿减速机、套筒活齿减速机、旋转活齿减速机，具有各自特殊的性能，开发潜力大，填补了活齿传动类型的空白，是活齿传动开发的新进展。在精密测量仪器、高性能机器人、机械手、航天器和抛物面天线等传动机械中，要求在频繁的停止、正反过程中，转角精度高、惯性小、刚性大，而一般的机械传动均存在间隙，经常反转时产生传动误差与冲击，影响回转精度，所以国家重点支持“无侧隙传动技术”研究项目。以钢球为中介件的活齿传动的新型——零隙钢球传动，有条件形成“无侧隙传动”。高速传动元件需求的增长，要求传动元件的动力性能也随之提

高。单波激波器为不平衡转动件,为平衡惯性力采用双排结构后仍然有附加惯性力偶和工作载荷力偶存在。开发自平衡激波器结构以适应高速传动元件动力性能的要求,就成为活齿传动结构开发的重要方向。井下作业要求传动元件径向尺寸小,而轴向尺寸却没有严格的限制,与电动机组合成一体的传动元件要求轴向结构紧凑,而径向结构的空间却较大,这就要求开发出相应的活齿传动结构型式,于是就出现了螺旋钢球传动和平面钢球传动新结构。所以说,以活齿传动结构理论为依据,开发活齿传动新结构的天地是很广阔的。

活齿传动的机械振动、噪声、平衡等动力性能的研究还处于起步阶段,综合考虑运动和动力性能对活齿传动进行优化设计,提高机械产品的质量还没有获得满意的成果,特别需要新理论、新见解、新技术的创立。

在研究方法方面,运用计算机及其他先进技术,在活齿传动的设计和研究中发挥作用,广泛采用理论分析和数值计算方法,开发软件、进行计算机仿真和计算机辅助设计和实验,也有待深入下去。

活齿传动以其结构新颖、传动比范围宽、传动效率高和承载能力大等优点,确立了它在行星齿轮传动中的地位;它的缺点和不足也使其几经沉浮。如今活齿传动已经形成机械产品了,并且充满了活力。当然优点有待继续发扬,缺点和不足还需努力克服。活齿传动的理论和技术研究,是一片刚刚开垦的处女地。

参 考 文 献

- 1 曲继方.活齿传动齿廓修形原理及方法研究.机械工程学报,1991, 27(2): 84~90
- 2 孙玉鑫,曲继方.活齿内齿轮齿形展成加工装置的研制.机械工程学报,1992, 27(5): 61~63
- 3 曲继方.波齿齿轮重合度与啮合特性.齿轮,1987, 11(2): 12~16
- 4 曲继方.活齿齿轮副的参数分析及齿形综合.齿轮,1989, 13(1): 38~41
- 5 曲继方.活齿传动齿形展成加工原理.装置及专用机床研究.齿轮,1990, 14(2): 31~35
- 6 曲继方.活齿传动齿形分析瞬时等效机构法.齿轮,1991, 15(3): 33~37
- 7 曲继方.BW波齿减速机的传动性能及设计.机械设计与制造,1988, (2): 16~18
- 8 曲继方.活齿齿轮副的齿形综合及展成加工研究.机械科学与技术,1990(1): 14~20
- 9 曲继方.活齿齿轮副转角-等距移距修形法.东北重型机械学院学报,1990, 14(4): 12~18
- 10 曲继方.活齿齿轮副齿形分析的等效机构法.天津大学学报,1990增刊: 162~165
- 11 曲继方,丁庆新.齿形通用方程式在共轭齿廓研究中的应用.天津大学学报,1990增刊: 158~161
- 12 曲继方,孙庆意.活齿传动的结构理论及应用研究.哈尔滨电工学院学报,1990, 13(4): 387~392
- 13 曲继方,李明山.活齿齿轮副的特点及齿形设计.佳木斯工学院学报,1988, 6(3): 1~7
- 14 曲继方.端面活齿齿轮的传动原理及设计.佳木斯工学院学报,1989, 7(1): 8~15
- 15 曲继方.活齿齿轮副啮合状态等效模型及其应用.佳木斯工学院

- 学报, 1989, 7(3): 8~15
- 16 曲继方. 在Y54插齿机上加工活齿内齿轮. 佳木斯工学院学报, 1989, 7(4): 9~12
 - 17 曲继方. 运动副的滑滚代换方法及应用. 佳木斯工学院学报, 1991, 9(1): 6~11
 - 18 曲继方, 丁肇棣. 凸轮导杆组合机构轨迹综合. 全国第三届机构学学术讨论会宣读论文, 1985
 - 19 曲继方, 丁肇棣. 凸轮导杆组合机构工作滚子数方程式. 全国第三届机构学学术讨论会宣读论文, 1985
 - 20 曲继方. 波齿范成加工原理及装置. 全国第五届机构学学术讨论会宣读论文, 1987
 - 21 曲继方. 波齿齿轮传动综合. 佳木斯工学院学报, 1988, 6(1), 26~35
 - 22 宗文元, 曲继方. 变速皮带轮传动原理及设计. 佳木斯工学院学报, 1987, 5(2): 1~5
 - 23 丁肇棣, 曲继方. 波齿传动的受力分析和效率计算. 东北重型机械学院学报, 1988, 12(2): 28~32
 - 24 丁肇棣, 曲继方. 波齿传动的接触强度计算. 全国第二届行星传动学术讨论会, 1985
 - 25 丁庆新, 曲继方. 波齿传动中固齿齿轮的公法线测量法. 全国第三届行星传动学学术讨论会宣读论文, 1988
 - 26 李剑锋, 曲继方. 波齿传动啮合状态几何模型的建立及其应用. 甘肃工业大学学报, 1989, 15(3): 26~33
 - 27 李明山, 曲继方. 波齿减速机啮合效率的研究. 佳木斯工学院学报, 1990, 8(3): 130~136
 - 28 李剑锋, 曲继方. 平面铰链四杆机构新型减速装置初探. 机械研究与应用, 1989, (4): 1~4
 - 29 李剑锋, 曲继方. 波齿传动的参数选择及设计计算. 甘肃工业大学学报, 1990, 16(1): 16~23
 - 30 尹成湖, 曲继方. 平面机构组成学及构件静定组的研究. 机械研究与应用, 1991, (1): 11~13
 - 31 李剑锋, 左洪福, 曲继方. 波齿传动的齿形修形及受力分析. 甘

- 州工业大学学报, 1990, 16(3), 17~24
- 32 尹成祺, 曲继方. 套筒活齿传动的理论研究. 河北机电学院学报, 1991, 8(2), 7~12
- 33 曲继方, 赵来玉. 扭杆活齿减速机活齿轮设计. 全国第五届传动年会宣读论文, 1992. 10
- 34 张善璞, 曲继方. 双正弦及三正弦循环滚珠传动. 全国第五届传动年会宣读论文, 1992. 10
- 35 曲继方, 王志强. 二齿差活齿传动齿形综合正解研究. 甘肃工业大学学报, 1991, 17(4), 31~39
- 36 丁茹, 曲继方. 活齿传动内齿轮量柱距测量法及侧隙设计. 锦州工业学院学报, 1991, (4), 33~39
- 37 李慧剑, 曲继方. 平面滚珠传动的平衡条件研究. 齐齐哈尔轻工学院学报, 1992, 8(3), 53~61
- 38 曲继方, 金文林. 摆动活齿减速机. 吉林工业大学学报 1992 增刊. 全国第五届机构发明创造年会宣读论文, 1993
- 39 李剑锋, 曲继方. 波齿传动力分析几何模型的建立及作用力简化计算. 全国第三届行星传动学术讨论会宣读论文, 1988
- 40 李剑锋, 曲继方. 活齿齿轮副内齿轮齿形通用方程式及间隙分析. 东北重型机械学院学报, 1992, 16(1), 53~59
- 41 В.М.Ястребов Теоретическое Исследование Плунжерной Передачи. Известия Вузов Серия Машиностроение, 1962 No 8
- 42 С. Ф. Калабин Кинематический И Силовой Расчет Плунжерной Передачи. Теория Передач В Машинах, 1966
- 43 Myron, S Gearless Speed Reducers. Machine Design, Oct. 11, 1984
- 44 Toothless Geaws Media Attention. 60/JANUARY 1982/MECHANICAL ENGINEERING
- 45 М. Ф. Пашкевич Торцовые Шариковые Регуляторы И Их Кинематика. Вестник Машиностроения 1985. No 7
- 46 Р.М.Игнатщев Общие Сведения О Синусошариковых



- Передачах, Вестник Машиностроения 1979, (11): 37~61
- 47 (英) SANDERSON BROTHER AND NESWOLD LIMITED.
滑齿减速器。《国外新型减速器图册》。机械工业部重型机械研究所, 1970
- 48 波田野龍吉。内接游星变速装置。公開特許公報(A)昭54~95864 (1979.7.28)
- 49 今瀬 憲司。精密機械用ノンバックラツエボール減速機とその適用上のイント。自動化技術第20卷第6号(1988)
- 50 小杉 勲。減速機。公開特許公報(A)昭60~129462 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 51 松田 稔。動力伝達装置。公開特許公報(A)昭62~4961 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 52 Krueger-Beuster, Helmut. Umlaufgetriebe. DE 3531640 A1 Int. Cl.⁴. F 16 H 49/00
- 53 陈仕贤等。活齿波动传动—啮合原理与齿形设计 北京航空学院学报, 1978, (11): 37~61
- 54 周有强等。少齿差传动的发展概况。齿轮, 1983, (11): 24~27
- 55 彭杜欣。行星减速皮带轮的设计与选型。机械制造, 1990, (11): 13~15
- 56 余冬元。在普通机床上加工摆线曲面的探讨。现代机械, 1991, (1): 15~21
- 57 于守滨。行星减速机转臂轴承的特点及其应用。轴承, 1984, (5): 1~4
- 58 中华人民共和国专利. CN85101702A, CN85200923U, CN86200768U, CN87206444U, CN87203751U, CN87209455U, CN2075729U



- Передачах, Вестник Машиностроения 1979, (11): 37~61
- 47 (英) SANDERSON BROTHER AND NESWOLD LIMITED.
滑齿减速器。《国外新型减速器图册》机械工业部重型机械研究所, 1970
- 48 波田野龍吉。内接游星变速装置。公開特許公報(A)昭54~95864 (1979.7.28)
- 49 今瀬 憲司。精密機械用ノンバックラツエボール減速機とその適用上のイント。自動化技術第20卷第6号(1988)
- 50 小杉 勲。減速機。公開特許公報(A)昭60~129462 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 51 松田 稔 信人。動力伝達装置。公開特許公報(A)昭62~4961 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 52 Krueger-Beuster, Helmut. Umlaufgetriebe. DE 3531640 A1 Int. Cl.⁴. F 16 H 49/00
- 53 陈仕贤等。活齿波动传动—啮合原理与齿形设计 北京航空学院学报, 1978, (11): 37~61
- 54 周有强等。少齿差传动的发展概况。齿轮, 1983, (11): 24~27
- 55 彭杜欣。行星减速皮带轮的设计与选型。机械制造, 1990, (11): 13~15
- 56 余冬元。在普通机床上加工摆线曲面的探讨。现代机械, 1991, (1): 15~21
- 57 于守滨。行星减速机转臂轴承的特点及其应用。轴承, 1984, (5): 1~4
- 58 中华人民共和国专利. CN85101702A, CN85200923U, CN86200768U, CN87206444U, CN87203751U, CN87209455U, CN2075729U



- Передачах, Вестник Машиностроения 1979, (11): 37~61
- 47 (英) SANDERSON BROTHER AND NESWOLD LIMITED.
滑齿减速器。《国外新型减速器图册》。机械工业部重型机械研究所, 1970
- 48 波田野龍吉。内接游星变速装置。公開特許公報(A)昭54~95864 (1979.7.28)
- 49 今瀬 憲司。精密機械用ノンバックラツエボール減速機とその適用上のイント。自動化技術第20卷第6号(1988)
- 50 小杉 勲。減速機。公開特許公報(A)昭60~129462 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 51 松田 稔 信人。動力伝達装置。公開特許公報(A)昭62~4961 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 52 Krueger-Beuster, Helmut. Umlaufgetriebe. DE 3531640 A1 Int. Cl.⁴. F 16 H 49/00
- 53 陈仕贤等。活齿波动传动—啮合原理与齿形设计 北京航空学院学报, 1978, (11): 37~61
- 54 周有强等。少齿差传动的发展概况。齿轮, 1983, (11): 24~27
- 55 彭杜欣。行星减速皮带轮的设计与选型。机械制造, 1990, (11): 13~15
- 56 余冬元。在普通机床上加工摆线曲面的探讨。现代机械, 1991, (1): 15~21
- 57 于守滨。行星减速机转臂轴承的特点及其应用。轴承, 1984, (5): 1~4
- 58 中华人民共和国专利. CN85101702A, CN85200923U, CN86200768U, CN87206444U, CN87203751U, CN87209455U, CN2075729U



- Передачах, Вестник Машиностроения 1979, (11): 37~61
- 47 (英) SANDERSON BROTHER AND NESWOLD LIMITED.
滑齿减速器。《国外新型减速器图册》机械工业部重型机械研究所, 1970
- 48 波田野龍吉。内接游星变速装置。公開特許公報(A)昭54~95864 (1979.7.28)
- 49 今瀬 憲司。精密機械用ノンバックラツエボール減速機とその適用上のイント。自動化技術第20卷第6号(1988)
- 50 小杉 勲。減速機。公開特許公報(A)昭60~129462 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 51 松田 稔 信人。動力伝達装置。公開特許公報(A)昭62~4961 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 52 Krueger-Beuster, Helmut. Umlaufgetriebe. DE 3531640 A1 Int. Cl.⁴. F 16 H 49/00
- 53 陈仕贤等。活齿波动传动—啮合原理与齿形设计 北京航空学院学报, 1978, (11): 37~61
- 54 周有强等。少齿差传动的发展概况。齿轮, 1983, (11): 24~27
- 55 彭杜欣。行星减速皮带轮的设计与选型。机械制造, 1990, (11): 13~15
- 56 余冬元。在普通机床上加工摆线曲面的探讨。现代机械, 1991, (1): 15~21
- 57 于守滨。行星减速机转臂轴承的特点及其应用。轴承, 1984, (5): 1~4
- 58 中华人民共和国专利. CN85101702A, CN85200923U, CN86200768U, CN87206444U, CN87203751U, CN87209455U, CN2075729U



- Передачах, Вестник Машиностроения 1979, (11): 37~61
- 47 (英) SANDERSON BROTHER AND NESWOLD LIMITED.
滑齿减速器。《国外新型减速器图册》。机械工业部重型机械研究所, 1970
- 48 波田野龍吉。内接游星变速装置。公開特許公報(A)昭54~95864 (1979.7.28)
- 49 今瀬 憲司。精密機械用ノンバックラツエボール減速機とその適用上のイント。自動化技術第20卷第6号(1988)
- 50 小杉 勲。減速機。公開特許公報(A)昭60~129462 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 51 松田 稔。動力伝達装置。公開特許公報(A)昭62~4961 Int.Cl.⁴ F 16 H 25/06
- 52 Krueger-Beuster, Helmut. Umlaufgetriebe. DE 3531640 A1 Int. Cl.⁴. F 16 H 49/00
- 53 陈仕贤等。活齿波动传动—啮合原理与齿形设计 北京航空学院学报, 1978, (11): 37~61
- 54 周有强等。少齿差传动的发展概况。齿轮, 1983, (11): 24~27
- 55 彭杜欣。行星减速皮带轮的设计与选型。机械制造, 1990, (11): 13~15
- 56 余冬元。在普通机床上加工摆线曲面的探讨。现代机械, 1991, (1): 15~21
- 57 于守滨。行星减速机转臂轴承的特点及其应用。轴承, 1984, (5): 1~4
- 58 中华人民共和国专利. CN85101702A, CN85200923U, CN86200768U, CN87206444U, CN87203751U, CN87209455U, CN2075729U